

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И  
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**



**Н.Д. МАЛЮТИН, А.Н. СЫЧЕВ, Э.В. СЕМЕНОВ,  
А.Г. ЛОЩИЛОВ**

**СВЯЗАННЫЕ ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ  
И УСТРОЙСТВА НА ИХ ОСНОВЕ**

**Часть 1**

Учебное пособие

Томск  
2012

УДК 621.372

Малютин Н. Д., Сычев А.Н., Семенов Э. В., Лощилов А.Г.  
**Связанные полосковые линии и устройства на их основе.**  
Томск, 2012. – В 2-х частях: Ч.1 – 176 с. Ч.2 – 244 с.

Рассматривается теория многопроводных связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью. Приводятся классические и волновые матричные параметры отрезков регулярных связанных линий. Рассматриваются физические аспекты влияния неуровновешенности электромагнитной связи на распространение связанных квази-Т волн в структурах с неравными фазовыми скоростями нормальных волн. Приведены модели и алгоритмы расчета параметров отрезков нерегулярных связанных линий передачи классическим матричным методом и с помощью конечно-разностных схем. Приведены примеры моделирования и расчета комбинированных структур, содержащих отрезки нерегулярных связанных линий и сосредоточенные неоднородности (проводные антенны, регулируемые устройства). Рассмотрены методы расчета первичных параметров полосковых связанных линий модифицированным методом конформных отображений. Составлен каталог отображений ячеек и приведены алгоритмы расчета емкостей структур на этой основе. Приведены результаты анализа и синтеза топологии устройств формирования импульсов с заданными спектральными характеристиками на основе нерегулярных связанных линий. Рассмотрен метод и алгоритмы экстракции (восстановления) эквивалентных первичных параметров связанных линий с потерями и дисперсией. Уделено значительное внимание методам и аппаратуре для анализа векторных параметров цепей и проводных систем в импульсном режиме.

Книга рекомендуется для достаточно широкого круга специалистов в области проектирования устройств на основе распределенных цепей, аспирантам, магистрантам и студентам. Изложенные в книге вопросы теории необходимы для всех специальностей и направлений радиотехнического профиля, а также специальностей, в которых изучаются элементы и устройства микроэлектроники, системы передачи электроэнергии и сигналов по различным проводным каналам связи.

© Коллектив авторов, 2012

© ТУСУР, 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>6</b>
<b>БЛАГОДАРНОСТИ.....</b>	<b>10</b>
Литература к введению .....	11
<b>1. ТЕОРИЯ МНОГОПРОВОДНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ С НЕУРАВНОВЕШЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СВЯЗЬЮ .....</b>	<b>15</b>
1.1. Классификация конструкций многопроводных связанных линий.....	15
1.2. Первичные параметры многопроводных связанных линий....	21
1.3. Эквивалентная схема многопроводных связанных линий и конечно-разностные уравнения .....	30
1.4. Матричные телеграфные уравнения .....	34
1.5. Волновые свойства МСЛ и решение телеграфных уравнений .....	35
1.6. Матричные параметры отрезков $n$ -проводных связанных линий.....	45
1.6.1. Классическая матрица передачи $a$ .....	45
1.6.2. Классическая матрица проводимостей $y$ .....	47
1.6.3. Волновая матрица передачи $t$ .....	49
1.6.4. Волновая матрица рассеяния $s$ .....	51
Литература к разделу 1 .....	52
<b>2. РЕГУЛЯРНЫЕ ДВУХПРОВОДНЫЕ СВЯЗАННЫЕ ЛИНИИ .....</b>	<b>59</b>
2.1. Матричные параметры неодинаковых связанных линий с неоднородным в поперечном сечении диэлектриком .....	60
2.1.1. Разностные и телеграфные уравнения. Соотношения амплитуд напряжений и токов в линиях.....	61
2.1.2. Матрица нормированных амплитуд.....	67
2.1.3. Матрица передачи $[a]$ .....	69
2.2. Квази -Т-волны в устройствах на связанных линиях с неуравновешенной электромагнитной связью и потерями.....	73
2.2.1. Связанные волны напряжений и токов .....	74
2.2.2. Падающие и отраженные волны напряжений и токов .....	79

2.2.3. Потоки мощности.....	80
2.2.4. Механизм управления фазовой и групповой скоростями	81
2.2.5. Численные и экспериментальные результаты .....	84

Литература к разделу 2 .....	89
------------------------------	----

### **3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ НЕРЕГУЛЯРНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ .....94**

3.1. Основные термины.....	94
3.2. Введение.....	94
3.3. Модель комбинированных структур .....	95
3.4. Разностная схема .....	96
3.5. Алгоритм вычислений полных напряжений и токов .....	100
3.6. Падающие и отраженные волны .....	101
3.7. Пример расчета.....	102
3.8. Уточненная разностная схема для анализа нерегулярных структур.....	105
3.9. Расчет частотных характеристик входных параметров комбинированных антенн (решение внутренней задачи).....	107
3.10. Моделирование, расчет и экспериментальное исследование согласующих симметрирующих трансформаторов на отрезках связанных линий передачи, нагруженных на входные сопротивления комбинированных антенн .....	110
3.11. Моделирование комбинированных антенн, расчет и эксперимент .....	119
3.12. Вычисление функций распределения токов .....	122
3.9. Заключение .....	131
Литература к разделу 3 .....	132

### **4. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ТОПОЛОГИИ УСТРОЙСТВ ФОРМИРОВАНИЯ ИМПУЛЬСОВ С ЗАДАННЫМИ СПЕКТРАЛЬНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ НА ОСНОВЕ НЕРЕГУЛЯРНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ ....137**

4.1. Постановка задачи.....	137
-----------------------------	-----

4.2. Построение математической модели .....	139
4.3. Анализ параметров. Экспериментальные данные .....	143
4.4. Алгоритм синтеза .....	149
Заключение.....	156
Литература к разделу 4.....	158

**5 МЕТОД И АЛГОРИТМЫ ЭКСТРАКЦИИ  
ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПЕРВИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ  
СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ С ПОТЕРЯМИ И ДИСПЕРСИЕЙ  
..... 163**

5.1 Постановка задачи экстракции эквивалентных первичных параметров по данным измерений .....	163
5.2. Исходные данные для определения первичных параметров по данным измерения матричных параметров.....	164
5.3. Получение частотно-зависимой матрицы сопротивлений <b>R</b> .....	168
5.4 Получение матрицы <b>L</b> с учетом дисперсии.....	171
Литература к разделу 5.....	174

## ВВЕДЕНИЕ

Полосковые линии передачи начали использовать в конце 40-х годов как альтернативный вид направляющих систем в технике ВЧ и СВЧ. Их появление с самого начала было вызвано стремлением сократить габариты и массу создаваемой радиолокационной техники, различных специальных средств, размещаемых на самолетах, в реактивных снарядах и другой военной технике. Монография И.С. Ковалева [В1], посвященная исследованию и расчету полосковых линий, была одной из первых в СССР. Развитие техники полосковых устройств естественным образом было связано с использованием новых технологий, прежде всего, печатной технологии изготовления элементов и устройств ВЧ и СВЧ диапазонов. Впоследствии печатная технология на многие годы стала доминирующей в технике монтажа элементов радиоаппаратуры. Появление интегральной технологии (начало 50-х годов XX столетия) усилило интерес к полосковой технике. Микрополосковые линии передачи стали альтернативой полосковым линиям. Достаточно быстро, уже в начале 70-х годов, микрополосковые линии и устройства на их основе позволили сделать качественный рывок в создании космической, самолетной и другой аппаратуры, для которой требование миниатюризации – основное.

С начала своего развития направление исследования и создания полосковой техники и технологии претерпело несколько качественно отличающихся этапов. Наиболее важный из них произошел, как уже отмечалось, в 70-х годах XX столетия. Характерной и наиболее важной особенностью данного времени явилось то, что полосковые линии передачи стали рассматриваться как важнейший элемент микроминиатюризации ВЧ и СВЧ аппаратуры, которая изготавливалась по печатной, гибридной и интегральной технологиям. Именно в этот период существенно расширился диапазон частот, в котором полосковые линии передачи стали успешно конкурировать с коаксиальными и волноводными структурами, а порой просто вытеснили их из практики проектирования [В2 – В10].

Томская школа полосковой техники зародилась в конце 60-х – начале 70-х годов XX века. Первые работы в направлении исследования и создания устройств на полосковых линиях были опубликованы П.А. Воробьевым и И.Ш. Соломоником [см., например, В3 – В5]. Особо следует отметить работы П.А. Воробьева, возгла-

вившего направление исследования и разработки полосковых устройств с 1968 по 1993 годы. Многочисленные ссылки на его работы читатель найдет в данном издании.

Конец XX века и начало нового столетия знаменательны проникновением СВЧ аппаратуры в массовое производство гражданского назначения. СВЧ узлы определяют качество средств радиосвязи, радиолокационной, навигационной техники, сотовой связи, космического телевидения и многих других видов радиоэлектронной аппаратуры. Одновременно с этим увеличение тактовых частот в вычислительной технике и цифровых средствах измерений привело к необходимости широкого применения полосковых конструкций в этих областях. Фактически рубеж XX- XXI столетий стал временем самого широкого распространения полосковой и микрополосковой технологий. Исследователи и инженеры перешли к освоению частот свыше 100 ГГц, созданию сложных антенных комплексов, целого ряда функциональных устройств с уникальными параметрами на базе полосковых и микрополосковых конструкций. Особо следует подчеркнуть создание в этот период нового направления в технике СВЧ, – объемных интегральных схем (ОИС). Пионерами ОИС стали советские ученые профессора В.И. Гвоздев, Е.И. Нефедов [В8]. Идеи создания ОИС опередили возможности анализа сложных конструкций и технологические возможности восьмидесятих годов XX столетия. Но в настоящее время это направление активно развивается и рассматривается как вполне очевидное для достижения рекордных параметров СВЧ компонент и узлов в интегральном исполнении.

Основным объектом данной работы являются регулярные и нерегулярные связанные полосковые линии, которые могут образовывать более сложные конструкции, состоящие из отрезков связанных линий, расположенных достаточно произвольно в пространстве. Эти структуры были названы многосвязными [В11]. Многосвязные полосковые структуры (МСПС) рассматриваются нами как одна из разновидностей структур, вполне пригодных для конструирования ОИС. МСПС предназначены для разработки не только СВЧ устройств, но и компонентной базы ВЧ диапазона. Именно в ВЧ диапазоне (на частотах до 1 - 2 ГГц) удалось получить значительное сокращение габаритов ряда устройств и, прежде всего, фазовращателей [В11, В12].

Приведенные в работе элементы теории связанных линий

имеют достаточно универсальный характер. На взгляд авторов и многих исследователей, без знания волновых процессов в связанных линиях невозможно осуществлять грамотное проектирование СВЧ узлов. Примеров этому множество, но, по всей видимости, наиболее яркий и убедительный дают работы научной школы профессора Б.А. Беляева [B13 – B15]. Анализ физики волновых процессов и природы неуравновешенной электромагнитной связи в связанных линиях передачи позволили создать ряд СВЧ и ВЧ фильтров и других устройств с уникальными параметрами [B14]. Продвижение разработанной методологии проектирования в область исследования фотонных кристаллов [B15] – еще одно подтверждение перспективности выбора начальной точки отсчета в познании особенностей волновых процессов в направляющих системах ВЧ и СВЧ.

Нельзя избежать еще одного важного замечания: рассматриваемые в данной работе связанные структуры могут иметь самые различные конструкции, от витой пары, хорошо знакомой большинству инженеров, до связанных открытых проводников, используемых при изготовлении антенн. Поэтому первая часть книги, посвященная анализу многопроводных связанных линий, будет полезна для инженеров, аспирантов и студентов большого числа специальностей радиотехнического и электротехнического профиля.

Со времени выхода первого издания книги "Многосвязные плосковые структуры и устройства на их основе" [B11] было опубликовано большое число работ (например, [B16 – B26]), посвященных теории связанных линий передачи и практическим вопросам создания устройств на их основе. Из этого, конечно же, далеко неполного списка публикаций, можно почерпнуть необходимый объем знаний и информации для реального проектирования высокочастотных (ВЧ) и сверхвысокочастотных (СВЧ) устройств различных типов. Однако опыт практической работы и преподавания автора и его коллег подсказывает, что вышедшие монографии, учебные пособия и статьи в периодической печати при их прочтении требуют значительного времени для освоения студентами, аспирантами и разработчиками радиоаппаратуры основ теории многопроводных связанных линий, расчета их первичных параметров, определения рабочих параметров устройств и т.п. Накопление знаний в области СВЧ техники идет столь стремительно, что примерно каждые пять лет необходимы промежуточные этапы своеобраз-

ной "ревизии" опубликованного. Развитие систем автоматизации проектирования (САПР) представляет великолепную возможность такой ревизии и накопления знаний, отфильтрованных для решения практических задач. Но и сами САПР, какими бы они совершенными ни были, тоже пополняются методами, компонентами, требующими основательных знаний для овладения ими. А через определенные промежутки времени САПР обрастают таким количеством подробностей, что впервые осваивающим их становится трудно ориентироваться в базовых принципах и методах достижения результатов.

Данная книга является, по сути, вторым изданием монографии [В8], но в значительной степени дополненным и адаптированным для читателя, осваивающего выбранную предметную область. Замысел прост: прежде, чем пользоваться современными САПР СВЧ, необходимо познакомиться с основами моделирования и расчета СВЧ устройств. В отличие от первого издания, рассмотрены вопросы расчета нерегулярных структур и измерения параметров при импульсном воздействии. Практически все приводимые теоретические сведения подкреплены описанием скриптов (текстов программ в среде математического пакета MathCad) или программ, с помощью которых можно провести расчет параметров устройств, построенных на основе многосвязных структур. Большинство приводимых результатов проверены экспериментально.

Книга рекомендуется для достаточно широкого круга специалистов в области проектирования устройств на основе распределенных цепей, аспирантам, магистрантам и студентам. Изложенные в книге вопросы теории необходимы для всех специальностей и направлений радиотехнического профиля, а также специальностей, в которых изучаются элементы и устройства микроэлектроники, системы передачи электроэнергии и сигналов по различным проводным каналам связи.

Столь широкое назначение издания вызвано тем простым обстоятельством, что в настоящее время большинство электротехнических и радиотехнических устройств рассматриваются как объекты с распределенными параметрами, в которых скорость распространения электрических колебаний конечна и, следовательно, существует реальная, значимая с точки зрения функционирования, задержка распространяющихся сигналов. Как следствие, в устройствах и каналах передачи электрической энергии возникают волно-

вые эффекты, характерные для так называемых "длинных линий" [B27 – B29]. Следует также учесть, что используемый на практике частотный спектр колебаний простирается от постоянного тока до единиц - десятков гигагерц. Такая ситуация характерна для современной аппаратуры и вычислительной техники.

Весьма актуальной стала задача обеспечения электромагнитной совместимости радиоэлектронных средств [B21], в состав которых входят приемо-передающие устройства, импульсные источники питания, устройства управления и многое другое, так что в пределах небольшого пространства одновременно работают функциональные блоки с перекрывающимися спектрами частот. Это приводит к необходимости рассчитывать устройства на основе теории распределенных систем, содержащих, к тому же, сосредоточенные элементы, размеры которых намного меньше длины волны, соответствующей верхней частоте спектрального диапазона. Такие структуры названы комбинированными [B30, B31].

Большое значение теория регулярных и нерегулярных связанных линий имеет для анализа и проектирования гибридных и интегральных ВЧ и СВЧ устройств и микросхем [B32].

Подготовка данной работы осуществлена при финансовой поддержке Министерства образования и науки России по договорам № 13.G25.31.0011 и № 13.G25.31.0017 от 07.09.2010 г., выполняемых в рамках постановления № 218 Правительства РФ.

## **БЛАГОДАРНОСТИ**

Авторы считают своим долгом отметить большой вклад в становление и развитие исследований в области полосковой техники доктора технических наук П.А. Воробьева. Его идеи и разработки, как отмечается в данной работе, во многом стали определяющими для томской школы полосковой техники. Ученики П.А. Воробьева продолжили его дело и чтят его память как первопроходца в создании управляемых устройств ВЧ и СВЧ диапазонов для фазированных антенных решеток и других применений.

В подготовке данного издания нашли отражение работы сотрудников, аспирантов и студентов лаборатории гибридных интегральных схем и СКБ «Смена» Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники: Т.Х. Бибикова, И.В. Большанина, А.А. Бомбизова, А.А. Ильина, А.Н. Малютина, А.О. Мисюнаса, А.П. Рыбина, А.В. Фатева, В.Н. Федорова и дру-

гих. Авторы выражают всем им искреннюю признательность за выполненные работы по моделированию, расчету и экспериментальным измерениям параметров устройств. В технической подготовке книги большую помощь оказали М.В. Зибзеева, Л.С. Штенина, которым авторы также выражают свою благодарность.

Также следует отметить, что автором программ, приведенных в Приложениях 1–3 является А.Н. Сычев.

### **Литература к введению**

В1. Ковалев И.С. Теория и расчет полосковых волноводов. Минск: Наука и техника, 1967. — 233 с.

В2. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р. Синтез четырехполосников и восьмиполосников на СВЧ, 2-изд., перераб. и доп. — М.: Советское радио, 1971. — 388 с.

В3. Воробьев П.А., Соломоник И.Ш. Управляемый полосковый фазовращатель. Авт. Св. СССР, кл. Н01р 3/08, № 344784, заявл. 26.02.1969. Зарег. 6.04.72.

В4. Воробьев П.А., Малютин Н.Д., Соломоник И.Ш. Расчет емкости несимметричной зигзагообразной полосковой линии с экранами. // Известия ВУЗов СССР. Радиоэлектроника, 1971. № 5. С. 489 – 493.

В5. Соломоник И.Ш. Малогабаритная печатная длинная линия с равномерно распределенными параметрами. // Труды ТИ-РиЭТА, 1972, вып. 7.

В6. Нефедов Е.И., Фиалковский А.Т. Полосковые линии передачи. Теория и расчет типичных неоднородностей. — М.: Наука, 1974. 128 с.

В7. Нефедов Е.И., Фиалковский А.Т. Полосковые линии передачи. 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1980. — 312 с.

В8. Гвоздев В.И., Нефедов Е.И. Объемные интегральные схемы СВЧ. — М.: Наука, 1985. — 256 с.

В9. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств /С.И. Бахарев, В.И. Вольман, Ю.Н. Либ и др.; Под ред. В.И. Вольмана. — М.: Радио и связь, 1982. — 328 с.

В10. Конструкторско-технологические основы проектирования полосковых микросхем / И.П. Бушминский, А.Г. Гудков, В.Ф. Дергачев и др. — М.: Радио и связь, 1987. — 272 с.

В11. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе. — Томск: Изд-во Томского ун-та, 1990. — 164 с.

В12. Сычёв А.Н. Управляемые СВЧ устройства на многомодовых полосковых структурах / Под. ред. Н.Д. Малютина. — Томск: Том. гос. ун-т, 2001. — 318 с.

В13. Беляев Б.А. Исследование коэффициентов связи сонаправленных резонаторов в полосковых фильтрах на подвешенной подложке / Б.А. Беляев, А.М. Сержантов, Я.Ф. Бальва // Радиотехника и электроника, 2008. — Т.53. — № 4. — С. 432-440.

В14. Управляемый сверхвысокочастотный жидкокристаллический фазовращатель / Б.А. Беляев, А.А. Лексиков, А.М. Сержантов, В.Ф. Шабанов // Письма в ЖТФ, 2008. — Том 34. — Вып. 11. — С. 19-28.

В15. Исследование жидких кристаллов на сверхвысоких частотах и конструирование на их основе фотоннокристаллических микрополосковых управляемых СВЧ устройств / Б.А. Беляев, Н.А. Дрокин, А.А. Лексиков, А.М. Сержантов // В книге: Фотонные кристаллы и нанокompозиты: структурообразование, оптические и диэлектрические свойства. Под ред. В.Ф. Шабанова, В.Я. Зырянова. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. — 250 с. С. 214-250.

В16. Гвоздев В.И., Кузаев Г.А., Нефедов Е.И., Яшин А.А. Физические основы моделирования объемных интегральных схем СВЧ и КВЧ. // Успехи физических наук. Март 1992. Том 162, №3. С. 129 – 160.

В17. Сверхширокополосные микроволновые устройства/ А.М. Богданов и др.; под. ред.: А.П. Креницкого, В.П. Мещанова. — М.: Радио и связь, 2001. — 560 с.

В18. Сычёв А.Н. Комбинированный метод частичных емкостей и конформных отображений для анализа многомодовых полосковых структур. — Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиотехники, 2007. — 138 с.

В19. Беляев Б.А., Сержантов А.М., Бальва Я.Ф. Исследование коэффициентов связи сонаправленных резонаторов в полосковых фильтрах на подвешенной подложке // РТЭ. — 2008. — Т.53, № 4. — С. 432-440.

В20. Беляев Б.А., Лексиков А.А., Сержантов А.М., Шабанов В.Ф. Физические основы создания электрически управляемых мик-

рополосковых устройства // Известия ВУЗов. Физика. – 2008. – Т.51, № 9. – С. 36-45.

В21. Газизов Т.Р. Уменьшение искажений электрических сигналов в межсоединениях / Под. Ред. Н.Д. Малютина. Томск: Изд-во НТЛ, 2003. – 212 с.

В22. Маевский Д.А.. Математическое моделирование переходных процессов в связанных полосковых линиях без потерь // Теор. электротехн. – Львов, 1988, – Вып. 45. – С. 35-40.

В23. Маевский Д.А. Математическая модель системы связанных полосковых линий // Электромашинобуд. та електрообладн, 2007. – Вип. 68. – С. 52-55.

В24. Савин Н.В., Маевский Д.А.. Взаимные влияния в системе двух связанных полосковых линий // Теор. электротехн. – Львов: 1988, – Вып. 44. – С. 65-70.

В25. Газизов Т.Р. Модальное разложение импульса в отрезках связанных линий как новый принцип защиты от коротких импульсов / Т.Р. Газизов, А.М. Заболоцкий. Технологии ЭМС (Москва). – 2006. №4 (19). – С. 40–44.

В26. Газизов Т.Р. Исследование модальных искажений импульсного сигнала в многопроводных линиях с неоднородным диэлектрическим заполнением / Т.Р. Газизов, А.М. Заболоцкий, О.М. Кузнецова-Таджибаева // Электромагнитные волны и электронные системы (Москва). – 2004. – Т. 11, №11. – С. 18–22.

В27. Пистолькорс А.А. Приемные антенны. — М.: Связьтехиздат, 1937. – 287 с.

В28. Бессонов Л.А. Линейные электрические цепи. М.: Высшая школа, 1974. – 718 с.

В29. Баскаков С.И.. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 1980.– 152 с.

В30. Малютин Н.Д. Квази-Г волны в комбинированных структурах на основе нерегулярных линий передачи с сосредоточенными неоднородностями / Н.Д. Малютин, А.Г. Лоцилов, Э.В. Семенов // Доклады Томского государственного ун-та систем управления и радиоэлектроники. – 2005. – № 4 (12). – С. 42–49.

В31. Широкодиапазонные приемопередающие комбинированные антенны. Принципы построения. Решение внутренней задачи / Н.Д. Малютин, Л.Я. Серебренников, Н.Я. Перевалов, А.Е. Федоров, Г.Г. Гошин, А.П. Рыбин, А.Г. Лоцилов, Т.Р. Газизов, Т.Т. Газизов, А.О. Мелкозеров, Э.В. Семенов, А.В.Семенов // Ма-

териалы междуна. научн.- практ. конф. “Электронные средства и системы управления”. – Томск, 6-8 октября, 2004. – Ч.1. – С. 107 – 111.

В32. Интеллектуальная система автоматизированного проектирования СВЧ устройств INDESYS / Л.И. Бабак, С.Ю. Дорофеев, М.А. Песков, М.В. Черкашин, Ф.И. Шеерман, А.С. Барышников, С.Е. Кошевой // Информационные технологии. 2010. № 2. – С. 42– 48.

# 1. ТЕОРИЯ МНОГОПРОВОДНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ С НЕУРАВНОВЕШЕННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СВЯЗЬЮ

## 1.1. Классификация конструкций многопроводных связанных линий

Классификация многопроводных связанных линий (МСЛ) на основе конструктивных признаков и фундаментальных волновых свойств, которыми обладают МСЛ, предложена в [1], которая, конечно, не претендует на универсальность, а скорее проистекает из направленности данной работы.

Существует достаточно большое разнообразие конструкций многопроводных связанных линий [2 – 27]. Прежде, чем остановиться на характеристике разных типов МСЛ, поясним термин «неуравновешенная электромагнитная связь», введенный в ряде работ, например, в [9]. Между проводниками МСЛ существует индуктивная и емкостная связь, которая характеризуется соответственно коэффициентами индуктивной связи  $k_L$  и емкостной связи  $k_C$ . Если  $k_L \neq k_C$ , то это означает, что связь между линиями не уравновешена в смысле неравенства степени связи по току и по напряжению. В случае, когда количество связанных проводников равно двум, можно записать простые формулы для  $k_L$  и  $k_C$ :

$$k_L = L_{12} / \sqrt{L_{11}L_{22}}, \quad k_C = C_{12} / \sqrt{C_{11}C_{22}}, \quad (1.1)$$

где  $L_{12}$ ,  $C_{12}$  – соответственно взаимная индуктивность и взаимная емкость проводников;

$L_{11}$ ,  $L_{22}$ ,  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  – собственные индуктивности и емкости первого и второго проводника.

Существуют и другие определения неуравновешенности электромагнитной связи. Одно из них формулируется как следствие неравенства  $k_L \neq k_C$ : связь считается неуравновешенной, если фазовые скорости нормальных волны в связанных проводниках отличаются по величине [22]. Эквивалентно утверждение о неравенстве фазовых скоростей синфазной и противофазной мод, распространяющихся в связанных линиях [23 – 26]. Определение коэффициента связи линий, основывающееся на энергетическом подходе [27], позволяет исследовать его частотную зависимость и влияние статически определяемых  $k_L$  и  $k_C$  на волновые процессы в

резонаторах на основе связанных линий.

В практически применяемых конструкциях, пожалуй, лишь хорошо известные симметричные связанные полосковые линии в однородном диэлектрике и наличием замкнутого экрана представляют собой систему проводников с уравновешенной электромагнитной связью. Поэтому класс структур с неуравновешенной связью более широк.

Итак, приведем классификационные признаки многопроводных связанных линий:

1) тип конструкции МСЛ (многожильные кабели, коаксиальные кабели, витые пары, полосковые, микрополосковые конструкции, линии, открытые системы проводников, составляющие антенны);

2) характер заполнения диэлектриком поперечного сечения МСЛ (однородное и неоднородное);

3) уравновешенность или неуравновешенность электромагнитной связи между проводниками;

3) соотношение физических длин проводников в области электромагнитной связи (одинаковые или разные);

4) планарное или объемное расположение проводников МСЛ;

5) регулярность или нерегулярность параметров вдоль продольной координаты распространения волн.

На рис. 1.1 – 1.5 показаны конструкции многопроводных связанных линий, имеющих одно общее свойство – все они состоят из электромагнитно связанных проводников, но каждая из них выделяется по одному или совокупности отличительных признаков, названных выше. Пожалуй, самая известная конструкция – трехпроводная линия передачи электрической энергии [2] (рис. 1.1, а). Трехпроводные связанные линии содержат связанные проводники и в общем случае неоднородное в поперечном сечении диэлектрическое заполнение. В качестве проводника с нулевым потенциалом служит один из трех связанных проводников. При числе проводников, равном двум, такая конструкция превращается в двухпроводную симметричную линию, широко используемую в телефонии, в проводном радиовещании и других системах.

Конструкция связанных линий, помещенных в экран, показана на рис. 1.1, б. Наличие экрана позволяет получить закрытую систему, мало подверженную внешним помехам и не излучающую

электромагнитные волны во внешнее пространство.

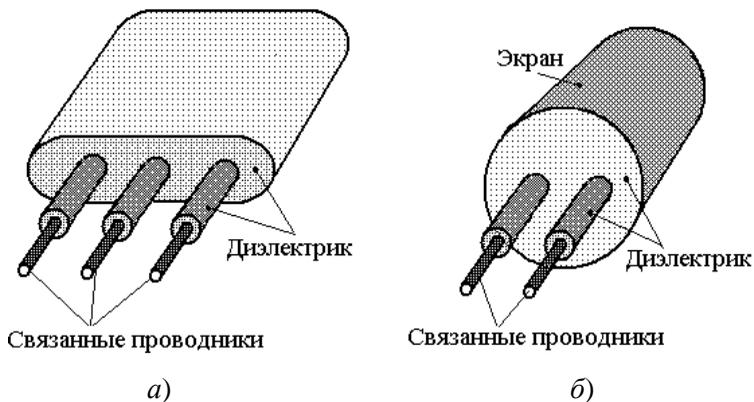


Рис. 1.1. Конструкции трехпроводной связанной линии (а) и связанных линий передачи в экране (б)

Проводники могут выполняться в виде витых пар, уложенных в общую изолирующую оболочку. Витые пары с количеством проводников, кратным двум, стали распространенным и доступным средством передачи цифровой информации в компьютерных сетях.

Эволюция конструкций и технологий полосковых линий от одиночных [3 – 6] до двух- и многопроводных происходила быстро в связи с возможностью создавать на их основе направленные ответвители, фильтры и другие устройства. Типичная конструкция трехпроводных связанных полосковых линий изображена на рис. 1.2. Подобная конструкция может содержать большое число токонесущих полосок [7, 8] с одинаковой длиной в области электромагнитной связи. Отличительные конструктивные признаки таких полосковых МСЛ: проводники выполнены на поверхности подложки из диэлектрика; противоположная сторона подложки металлизирована полностью или частично. Конструкция имеет множество модификаций, т.к. топология проводников выполняется методами печатной или пленочной технологии, размеры полосок, их взаимное расположение могут быть достаточно произвольными, лишь с теми ограничениями, которые накладываются технологическими возможностями. В данном случае существенными являются

два наиболее важных физических свойства: уравновешенность или неуравновешенность электромагнитной связи полосок [9]; наличие или отсутствие так называемых перекрёстных связей [10].

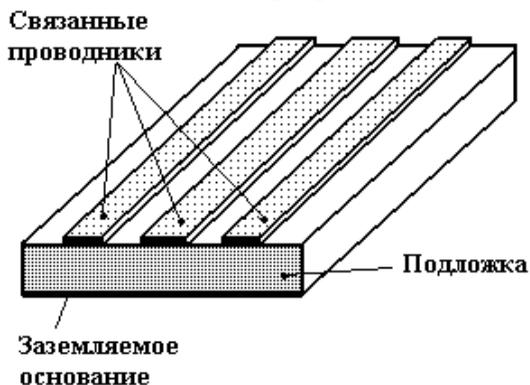


Рис. 1.2. Связанные полосковые линии с планарным расположением полосок на диэлектрической подложке

Планарное расположение проводников не исчерпывает возможности полосковой технологии. Поэтому достаточно часто разработчики узлов обращаются к типу конструкций связанных линий, показанному на рис. 1.3.

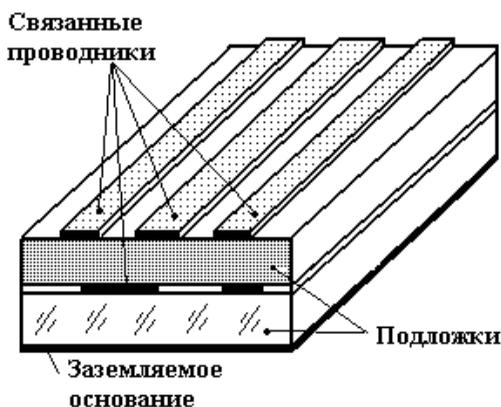


Рис. 1.3. Многопроводная полосковая структура с объемным расположением полосок в слоистом диэлектрике

Существенными отличительными признаками в данном случае являются: наличие многослойного диэлектрического заполне-

ния (на рисунке показаны две подложки); объемное расположение проводников. Это позволяет обеспечить, с одной стороны, сильную электромагнитную связь между некоторыми проводниками, с другой стороны, использовать весь объем, занимаемый устройством [11 – 14]. Многопроводная полосковая структура с объемным расположением полосок, как и структура с планарным расположением полосок, содержит связанные проводники с одинаковой физической длиной в области электромагнитной связи.

В силу неоднородности диэлектрика МСЛ (рис. 1.2, 1.3), как уже отмечалось, обладают свойством неуравновешенности связи по электрическому и магнитному полям.

Часто данное свойство является нежелательным при создании направленных ответвителей и других устройств [15]. Стремление добиться одинаковости фазовых скоростей нормальных волн привело к созданию двухпроводных связанных линий с фактически неодинаковой физической длиной в области связи [16 – 20]. Один из таких типов конструкций МСЛ представлен на рис. 1.4. Связанные полоски в ней имеют неодинаковую физическую длину кромок полосок. Этот прием использован с целью компенсации разницы фазовых скоростей двух типов волн, имеющих место в данной конструкции.

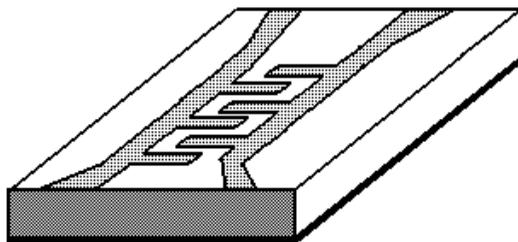


Рис. 1.4. Связанные полосковые линии с неодинаковой физической длиной кромок для компенсации неуравновешенности электромагнитной связи

Иная цель преследовалась при создании структуры МСЛ, изображенной на рис. 1.5. В ней меандровая полоска перекрыта сплошной полоской. За счет большой разницы физических длин связанных полосок в конструкции достигается существенная неуравновешенность связи, что позволяет добиться расширения функциональных возможностей устройств на базе подобных МСЛ [21, 22].

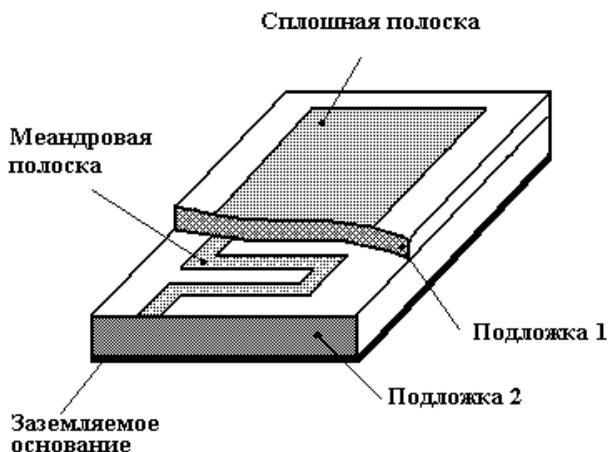


Рис. 1.5. Многосвязная полосковая структура, содержащая связанные линии с сильно неуравновешенной связью

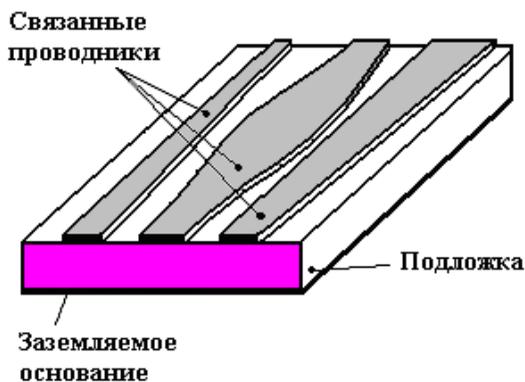


Рис. 1.6. Нерегулярная многосвязная полосковая структура

Показанные на рис. 1.1 – рис. 1.3 конструкции МСЛ относятся к регулярным структурам. МСЛ по рис. 1.4, 1.5 имеют параметры, зависящие от продольной координаты, поэтому их относят к нерегулярным структурам. В данном случае нерегулярность параметров имеет периодический характер. Связанные полосковые линии со специальным профилем проводников, показанные на рис. 1.6, характеризуются непрерывной зависимостью параметров от продольной координаты и являются типичной нерегулярной структурой.

## 1.2. Первичные параметры многопроводных связанных линий

При моделировании МСЛ чаще всего исходят из концепции существования в них так называемых квази-Т волн [22]. Есть несколько причин, по которым роль теории МСЛ на основе квази-Т приближения не только не уменьшается, но и несколько возрастает в противовес существовавшему мнению о неприменимости подобного подхода. Основная же причина такой ситуации состоит в том, что анализ квази-Т волн обеспечивает достаточную точность расчета параметров устройств на низких частотах, когда размеры поперечного сечения намного меньше длины волны (примерно на порядок). Надо заметить, что стремление конструкторов к миниатюризации, т.е. к уменьшению размеров, позволяет продвинуть частотный диапазон применимости квази-Т приближения вплоть до 40-60 ГГц. Во всяком случае, изучение волновых свойств и расчет параметров связанных линий и узлов на их основе, исходя из существования квази-Т волн, остаются полезными и необходимыми при проектировании аппаратуры ВЧ и СВЧ диапазонов.

Известно [2 – 4, 8], что расчет параметров распределенных цепей разделяется по меньшей мере на два этапа. Первый этап – определение первичных параметров, к числу которых относятся: погонные емкости, индуктивности, сопротивления, проводимости. Второй этап – расчет вторичных параметров, матриц передачи, рассеяния, волновых процессов [4, 7, 15, 25, 26].

В данном подразделе рассматривается система первичных параметров многопроводных связанных линий. Первичными эти параметры называют потому, что они являются исходными электрическими параметрами при анализе волновых процессов и расчете характеристик МСЛ и устройств, построенных на их основе.

Первичные параметры зависят от конструктивных размеров (поперечного сечения) проводников, подложек, а также от диэлектрической и магнитной проницаемостей подложек, проводимости материалов проводников и потерь в диэлектрике.

Фундаментальной задачей определения первичных параметров МСЛ является задача расчета матрицы погонных емкостей  $C$  [8]. Рассмотрим ее определение. На рис. 1.7 показано поперечное сечение системы из  $n$  проводников произвольного сечения, помещенных в металлический экран. Проводники имеют продольный размер (длину)  $l$ . Теоретически каждый из  $n$  проводников связан

со всеми другими проводниками. Эта емкостная связь определяется взаимными емкостями  $c_{12}, c_{13}, \dots, c_{1,n-1}, c_{1,n}, \dots, c_{23}, \dots, c_{2,n-1}, c_{2,n}, \dots, c_{n-1,n}$  (на рис. 1.7 показаны не все взаимные емкости). При изотропном диэлектрическом заполнении взаимные емкости подчиняются принципу взаимности, т.е.  $c_{i,j} = c_{j,i}$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . Все проводники имеют также собственные емкости, это суть частичные емкости проводников на экран:  $c_{10}, c_{20}, \dots, c_{n-1,0}, c_{n0}$ .

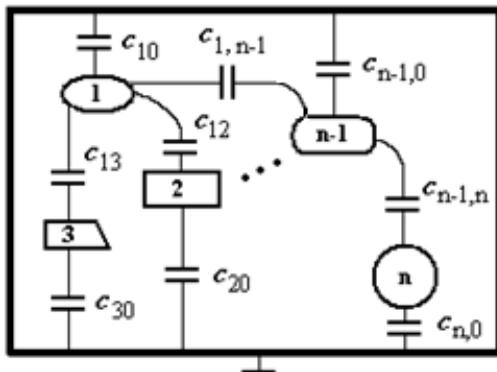


Рис. 1.7. Поперечное сечение системы из  $n$  проводников

Важно отметить, что собственные и взаимные емкости нельзя определить в результате одного численного эксперимента или одного измерения. Для этого, если имеем  $n$  проводников, необходимо провести  $2n$  опытов, построить систему  $2n$  линейных уравнений для получения  $2n$  неизвестных емкостей.

Схема построения опытов базируется на переборе всех возможных, но не повторяющихся типов возбуждения проводников. А поскольку в данном случае речь идет о решении электростатической задачи, необходимо задать определенные потенциалы на проводниках. Удобно оперировать с потенциалами 0 и +1В, при этом будем считать, что экран находится всегда под нулевым потенциалом.

Рассмотрим в качестве примера определение емкостей трехпроводной системы проводников длиной  $l$ . В табл. 1 приведены варианты возбуждения проводников и формулы, показывающие из

каких емкостей складываются суммарные (интегральные) емкости  $C_1, C_2, \dots, C_6$  структуры. Эти емкости определяются расчетным или экспериментальным путем для всех проводников. При этом проводники, на которых отметка «+1» (см. табл. 1) соединяются со стороны входа параллельно и на них потенциал +1В, а проводники с отметкой «0» заземляются (соединяются с заземляемым экраном). Входы проводников находятся в режиме «холостого хода», т.е. ни к чему не присоединяются.

Таблица 1. Варианты возбуждения проводников трехпроводной системы и расчетные формулы для суммарной емкости в соответствии с номером опыта

Номер опыта	Схема эксперимента	Определяемая суммарная емкость						
1.	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </table>	+1	0	0	1	2	3	$C_1 = c_{10} + c_{12} + c_{13}$
+1	0	0						
1	2	3						
2.	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </table>	0	+1	0	1	2	3	$C_2 = c_{20} + c_{12} + c_{23}$
0	+1	0						
1	2	3						
3.	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </table>	0	0	+1	1	2	3	$C_3 = c_{30} + c_{13} + c_{23}$
0	0	+1						
1	2	3						
4.	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </table>	+1	0	+1	1	2	3	$C_4 = c_{10} + c_{30} + c_{12} + c_{23}$
+1	0	+1						
1	2	3						
5.	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </table>	+1	+1	0	1	2	3	$C_5 = c_{10} + c_{20} + c_{13} + c_{23}$
+1	+1	0						
1	2	3						
6.	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">+1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> </table>	+1	+1	+1	1	2	3	$C_6 = c_{10} + c_{20} + c_{30}$
+1	+1	+1						
1	2	3						

Исходную систему уравнений для определения собственных и частичных емкостей удобно записать в матричном виде. Сначала введем матрицу потенциалов  $\mathbf{U}$ , значения элементов которой берутся из табл. 1. Номер строки в матрице  $\mathbf{U}$  соответствует номеру опыта, а номер столбца – номеру проводника. При такой индексации матрица потенциалов  $\mathbf{U}$  запишется так:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.2)$$

Введем матрицу разности потенциалов между проводниками  $\mathbf{u}$ , элементы строки которой  $u_j$  рассчитываются следующим образом:

$$u_j = \left[ \left| U_{j,1} - U_{j,2} \right| \quad \left| U_{j,1} - U_{j,3} \right| \quad \left| U_{j,2} - U_{j,3} \right| \right], \quad (1.3)$$

где  $U_{j,1}$ ,  $U_{j,2}$ ,  $U_{j,3}$  – элементы матрицы  $\mathbf{U}$ ;  $j = 1, \dots, 6$ . Вычисление по формуле (1.3) дает матрицу  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Запишем искомую матрицу частичных собственных и взаимных емкостей  $\mathbf{C}_q$  и матрицу суммарных емкостей  $\mathbf{B}$ , получаемую в результате расчета или измерений, в следующем виде:

$$\mathbf{C}_q = \begin{bmatrix} c_{10} \\ c_{20} \\ c_{30} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ c_{23} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{bmatrix}, \quad \Phi. \quad (1.4)$$

Составим матрицу  $\mathbf{A}$  из матриц  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{A} = [\mathbf{U}, \mathbf{u}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

С учетом всех введенных обозначений и вычислений (1.2) – (1.4) получаем исходную систему уравнений для отыскания матрицы  $\mathbf{C}_q$ :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}_q = \mathbf{B}, \quad (1.5)$$

откуда

$$\mathbf{C}_q = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}. \quad (1.6)$$

В результате получаем формулу для вычисления  $\mathbf{C}_q$ :

$$\mathbf{C}_q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -C_2 - C_3 + C_4 + C_5 \\ C_2 - C_4 + C_6 \\ C_3 - C_5 + C_6 \\ C_1 + C_2 - C_5 \\ C_1 + C_3 - C_4 \\ -C_1 + C_4 + C_5 - C_6 \end{bmatrix}, \Phi. \quad (1.7)$$

Для связанных линий с другим количеством проводников алгоритм вычисления матрицы  $\mathbf{C}_q$  остается таким же. Читатель может воспользоваться приведенными соотношениями и примером для вычисления матрицы  $\mathbf{C}_q$  по данным измерения суммарных емкостей связанных линий передачи с иным количеством проводников. Для этого рекомендуется составить таблицу вариантов возбуждения проводников многопроводной системы, записать расчетные формулы для интегральных емкостей в соответствии с номером опыта и по аналогии с формулами (1.2) – (1.7) получить выражение для расчета  $\mathbf{C}_q$ .

Остановимся на описании системы параметров, несколько отличающейся от рассмотренной системы первичных параметров многопроводных связанных линий. Рассмотрим опыт 1 (см. табл. 1). Интегральная емкость  $C_1 = c_{10} + c_{12} + c_{13}$  имеет очевидный смысл: это емкость проводника с номером 1 в присутствии всех других заземленных проводников. По аналогии трактуются емкости для опытов под номерами 2 и 3.

Напомним, что частичные емкости в выражении (1.7) определяются для отрезков связанных линий длиной  $l$ . Это не позволяет сравнивать различные структуры с отличающимися продольными размерами. Поэтому в практике стали применять понятие погонных емкостей. Матрица погонных емкостей, обычно используемая для описания первичных параметров МСЛ с количеством проводников  $n$ , записывается следующим образом:

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & -C_{12} & -C_{13} & \cdots & -C_{1,n-1} & -C_{1,n} \\ -C_{12} & C_{22} & -C_{23} & \cdots & -C_{2,n-1} & -C_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -C_{1,n-1} & -C_{2,n-1} & \cdots & \cdots & C_{n-1,n-1} & -C_{n-1,n} \\ -C_{1,n} & -C_{2,n} & \cdots & \cdots & -C_{n-1,n} & C_{nn} \end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

В приведенной матрице  $C$  элементы  $C_{i,j}$  называются емкостными коэффициентами, а сама матрица  $C$  – матрицей емкостей или матрицей емкостных коэффициентов.  $C_{i,j}$  вычисляются через собственные и взаимные частичные емкости:

$$C_{11} = \frac{1}{l} (c_{10} + c_{12} + \dots + c_{1,n-1} + c_{1,n}), \quad C_{12} = \frac{c_{12}}{l}, \quad C_{13} = \frac{c_{13}}{l}, \dots, \\ C_{n,n} = \frac{1}{l} (c_{n0} + c_{1,n} + c_{2,n} + \dots + c_{n-2,n} + c_{n-1,n}), \quad \Phi/\text{м}. \quad (1.9)$$

Для трехпроводных связанных линий матрица  $C$  примет вид:

$$C = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} (c_{10} + c_{12} + c_{13}) & -c_{12} & -c_{13} \\ -c_{12} & (c_{20} + c_{12} + c_{23}) & -c_{23} \\ -c_{13} & -c_{23} & (c_{30} + c_{23} + c_{13}) \end{bmatrix}, \quad \Phi/\text{м}. \quad (1.10)$$

По аналогии с (1.10) записывается матрица двухпроводной связанной линии:

$$\mathbf{C} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} (c_{10} + c_{12}) & -c_{12} \\ -c_{12} & (c_{20} + c_{12}) \end{bmatrix}, \text{ Ф/м.} \quad (1.11)$$

При расчете волновых параметров связанных линий учитывается характер заполнения диэлектриком в поперечном сечении структуры. Чтобы определить степень неоднородности диэлектрической среды, вводят понятие матрицы емкостей при воздушном заполнении всего поперечного сечения. Эту матрицу обычно обозначают как  $\mathbf{C}(1)$ , где в скобках показывается значение относительной диэлектрической проницаемости воздуха, равной 1. Если диэлектрик неоднороден, тогда элементы матрицы, вычисляемые как произведение матриц  $\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}(1)^{-1}$ , не равны ни одной из относительных диэлектрических проницаемостей используемого слоистого заполнения. Если же диэлектрическая среда однородна, тогда  $\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}(1)^{-1} = \varepsilon_r$ , где  $\varepsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрического заполнения.

Кроме погонных емкостей, как уже отмечалось, связанные линии характеризуются погонными индуктивностями. Матрица погонных индуктивностей  $\mathbf{L}$  определяется через матрицу погонных емкостей при воздушном заполнении  $\mathbf{C}(1)$ :

$$\mathbf{L} = \frac{1}{c^2} \mathbf{C}(1)^{-1}, \text{ Гн/м} \quad (1.12)$$

где  $c = 2.997925 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в свободном пространстве.

Выражение (1.12) является следствием того, что при однородном заполнении в связанных линиях распространяются Т-волны, т.е. поперечные волны со скоростью света [4, 6, 9]. Для волн такого типа существует однозначная связь между электрическим и магнитным полями, между погонными емкостями и индуктивностями. Групповая скорость  $v_{гр}$  распространения Т-волн при воздушном заполнении в отсутствие существенных потерь в линиях передачи равна скорости света  $c$  [28 – 30]. Из фундаментального соотношения для вычисления скорости распространения волн  $v_{гр}$  в распределенных цепях имеем

$$v_{гр} = 1/\sqrt{L_0 C_0}, \quad (1.13)$$

где  $L_0, C_0$  имеют смысл погонных емкостей одиночной линии передачи, эквивалентная схема которой представляется в виде каскадно включенных цепочек в соответствии с рис. 1.8.

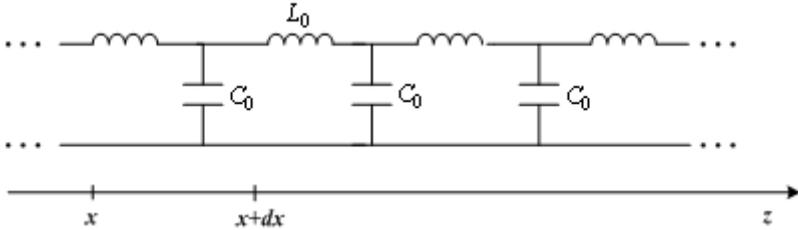


Рис. 1.8. Эквивалентная схема одиночной линии передачи без потерь

Если провести аналогию между одиночной линией передачи и связанными линиями (диэлектрическая среда – воздух, поэтому это возможно), подставляя (1.12) в (1.13), получаем:

$$v_{\text{гр}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2} \mathbf{C}(\mathbf{1})^{-1} \mathbf{C}(\mathbf{1})}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2}}} = c.$$

Это равенство является нестрогим доказательством справедливости (1.12).

Заметим, что в настоящее время возможно экспериментальное измерение  $v_{\text{гр}}$  в линиях передачи с достаточно высокой точностью методами рефлектометрии или в схеме "на проход" с помощью векторных анализаторов цепей [31] и векторных импульсных анализаторов цепей [32, 33]. В устройствах на связанных линиях подобные экспериментальные исследования были проведены в работе [22]. Экспериментальные исследования сопряжены с обеспечением соответствующих режимов возбуждения проводников. Это требует глубокого понимания физики волновых процессов в связанных структурах.

Для трехпроводных связанных линий матрица погонных индуктивностей  $\mathbf{L}$  примет вид:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{13} & L_{23} & L_{33} \end{bmatrix}, \text{ Гн/м.}$$

В связанных проводниках и экранирующих поверхностях

на ВЧ и СВЧ обнаруживаются потери энергии, вызванные, во-первых, конечным сопротивлением металла, во-вторых, существованием скин-эффекта на высоких частотах. Скин-эффект порождает частотную зависимость потерь энергии. В качестве матрицы первичных параметров, отвечающей за возникающие потери, вводят матрицу погонных сопротивлений  $\mathbf{R}$ , которая имеет следующую структуру:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & \cdots & R_{1,n-1} & R_{1,n} \\ R_{12} & R_{22} & R_{23} & \cdots & R_{2,n-1} & R_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{1,n-1} & R_{2,n-1} & \cdots & \cdots & R_{n-1,n-1} & R_{n-1,n} \\ R_{1,n} & R_{2,n} & \cdots & \cdots & R_{n-1,n} & R_{nn} \end{bmatrix}, \text{ Ом/м. (1.14)}$$

Задача определения  $\mathbf{R}$  достаточно сложна. Чтобы облегчить нахождение  $\mathbf{R}$  во многих случаях недиагональные элементы с номерами  $|i - j| > 1$ , учитывающие влияние несоседних проводников друг на друга, берутся нулевыми. Наиболее простой способ расчета  $\mathbf{R}$  был предложен в работе [34, 35], развит в [36]. Обычно матрица  $\mathbf{R}$  находится в результате реализации расчетно-экспериментального метода, при котором осуществляется аппроксимация элементов  $\mathbf{R}$  по имеющимся данным измерения потерь в проводниках.

Кроме потерь в проводниках, в связанных линиях существуют потери в диэлектриках, вызванные появлением токов утечки. Эта составляющая потерь мала, если только не предусматривается какой-либо специальный вариант исполнения связанных структур. Моделирование потерь в диэлектриках производится путем введения матрицы погонных проводимостей  $\mathbf{G}$ :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1,n-1} & -G_{1,n} \\ -G_{12} & G_{22} & -G_{23} & \cdots & -G_{2,n-1} & -G_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -G_{1,n-1} & -G_{2,n-1} & \cdots & \cdots & G_{n-1,n-1} & -G_{n-1,n} \\ -G_{1,n} & -G_{2,n} & \cdots & \cdots & -G_{n-1,n} & G_{nn} \end{bmatrix}, \text{ См/м. (1.15)}$$

Определение матрицы  $\mathbf{G}$  так же, как и матрицы  $\mathbf{R}$ , позволяет учесть частотную зависимость потерь в связанных структу-

рах, т.к. эти параметры, как правило, изменяются от частоты. Пример такой зависимости дан в разделе 5.

Итак, мы рассмотрели систему первичных параметров связанных линий. Определение  $\mathbf{C}, \mathbf{L}, \mathbf{R}, \mathbf{G}$  представляет самостоятельную и достаточно сложную задачу. Один из путей ее решения – экспериментальное определение  $\mathbf{C}, \mathbf{L}, \mathbf{R}, \mathbf{G}$  с помощью измерителей RLC- параметров. Необходимые условия проведения таких измерений были рассмотрены выше на примере матриц  $\mathbf{C}_\psi$  и  $\mathbf{C}$ . Устоявшимся подходом в решении задачи определения первичных параметров является применение различных методов вычисления матриц погонных емкостей  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{C}(1)$  с последующим нахождением матрицы индуктивностей  $\mathbf{L}$  и оценкой матриц погонных сопротивлений  $\mathbf{R}$  и проводимостей  $\mathbf{G}$ . Вопросам расчета погонных параметров МСЛ посвящены разделы 6, 7, 8.

### 1.3. Эквивалентная схема многопроводных связанных линий и конечно-разностные уравнения

Построение эквивалентной схемы связанных линий основывается на том, что достаточно малые отрезки МСЛ длиной  $\Delta x$  могут быть представлены в виде схемы с сосредоточенными параметрами. Для этого производится дискретизация структуры путем мысленного рассечения ее на короткие отрезки с продольными размерами  $\Delta x$ .

Значения параметров отрезков с конечными размерами находятся очевидным образом в виде произведений  $\Delta x$  на соответствующую матрицу погонных параметров связанных линий. Топология эквивалентной схемы показана на рис. 1.9. На схеме введены обозначения  $\bar{L}_{i,j}, \bar{C}_{i,j}, \bar{R}_{i,j}, \bar{G}_{i,j}$  – элементы матриц  $\bar{\mathbf{L}} = \Delta x \mathbf{L}$ ,  $\bar{\mathbf{C}} = \Delta x \mathbf{C}$ ,  $\bar{\mathbf{R}} = \Delta x \mathbf{R}$ ,  $\bar{\mathbf{G}} = \Delta x \mathbf{G}$ . При этом недиагональные элементы матрицы  $\mathbf{R}$  и соответственно  $\bar{\mathbf{R}}$  считаем нулевыми.

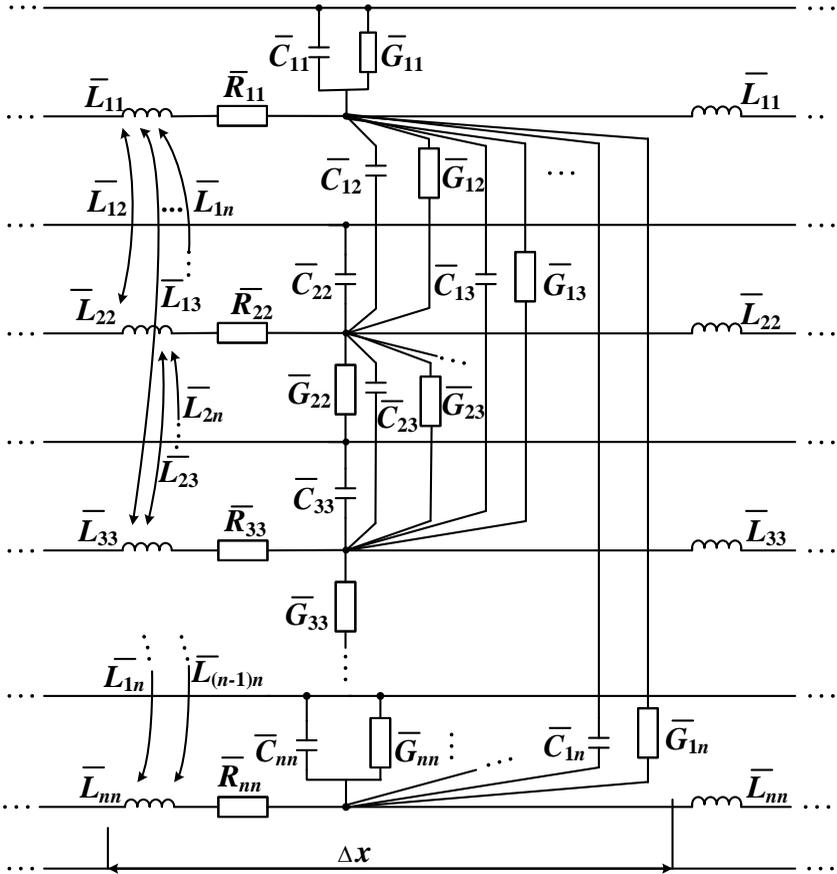


Рис. 1.9. Эквивалентная схема многопроводных связанных линий

Отрезок связанных линий, имеющий продольный размер  $\Delta x$ , соединяется каскадно со следующим отрезком. Если структура регулярна, тогда параметры  $\bar{L}_{i,j}, \bar{C}_{i,j}, \bar{R}_{i,j}, \bar{G}_{i,j}$  не зависят от продольной координаты  $x$  и схему можно рассматривать как соединение цепочки одинаковых многополюсников. Такое соединение обычно называют цепочечной схемой [2]. В том же случае, когда  $\bar{L}_{i,j}, \bar{C}_{i,j}, \bar{R}_{i,j}, \bar{G}_{i,j}$  зависят от продольной координаты, мы имеем дело с нерегулярной структурой.

Анализ МСЛ на основе эквивалентной схемы проводится

известными методами теории цепей. Запись исходных уравнений делается, например, с помощью законов Кирхгофа [29, 30, 69].

Рассмотрим сначала регулярные связанные линии. Обозначим напряжения и токи в соответствии с рис. 1.10, на котором показан фрагмент эквивалентной схемы многопроводных связанных линий.

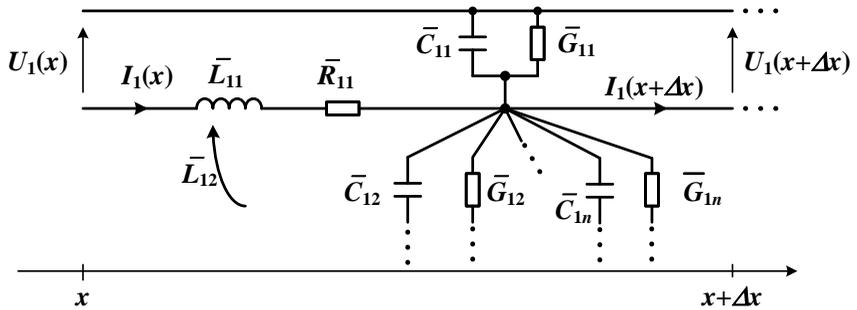


Рис. 1.10. Фрагмент эквивалентной схемы многопроводных связанных линий

Применяя законы Кирхгофа, получаем следующую систему уравнений для напряжений и токов:

$$\begin{aligned}
 U_1(x + \Delta x) - U_1(x) = & -L_{11}\Delta x \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - L_{12}\Delta x \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - \dots - \\
 & -L_{1n}\Delta x \frac{\partial I_n(x)}{\partial t} - R_{11}\Delta x I_1(x); \quad (1.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_2(x + \Delta x) - U_2(x) = & -L_{12}\Delta x \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - L_{22}\Delta x \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - \dots - \\
 & -L_{2n}\Delta x \frac{\partial I_n(x)}{\partial t} - R_{22}\Delta x I_2(x); \quad (1.17)
 \end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 U_n(x + \Delta x) - U_n(x) = & -L_{1n}\Delta x \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - L_{2n}\Delta x \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - \dots - \\
 & -L_{nn}\Delta x \frac{\partial I_n(x)}{\partial t} - R_{nn}\Delta x I_n(x); \quad (1.18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_1(x + \Delta x) - I_1(x) = & -C_{11}\Delta x \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} + C_{12}\Delta x \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} + \dots + \\
& + C_{1n}\Delta x \frac{\partial U_n(x)}{\partial t} - G_{11}\Delta x U_1(x) + G_{12}\Delta x U_2(x) + \dots + G_{1n}\Delta x U_n(x);
\end{aligned}
\tag{1.19}$$

$$\begin{aligned}
I_2(x + \Delta x) - I_2(x) = & C_{12}\Delta x \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} - C_{22}\Delta x \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} + \dots + \\
& + C_{2n}\Delta x \frac{\partial U_n(x)}{\partial t} + G_{12}\Delta x U_1(x) - G_{22}\Delta x U_2(x) + \dots + G_{2n}\Delta x U_n(x);
\end{aligned}
\tag{1.20}$$

$$\begin{aligned}
& \vdots \\
I_n(x + \Delta x) - I_n(x) = & C_{1n}\Delta x \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} + C_{2n}\Delta x \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} + \dots - \\
& - C_{nn}\Delta x \frac{\partial U_n(x)}{\partial t} + G_{12}\Delta x U_1(x) - G_{22}\Delta x U_2(x) + \dots + G_{2n}\Delta x U_n(x).
\end{aligned}
\tag{1.21}$$

Система уравнений (1.16 – 1.21) достаточно громоздка, поэтому ее целесообразно записать в матричной форме. Обозначим через  $\mathbf{U}$  матрицу напряжений,  $\mathbf{I}$  – матрицу токов. Заметим, что  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{I}$  – столбцовые матрицы. Тогда система уравнений (1.16 – 1.21) примет компактный вид:

$$\mathbf{U}(x + \Delta x) - \mathbf{U}(x) = -\Delta x \mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(x) - \Delta x \mathbf{R} \mathbf{I}(x), \tag{1.22}$$

$$\mathbf{I}(x + \Delta x) - \mathbf{I}(x) = -\Delta x \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U}(x) - \Delta x \mathbf{G} \mathbf{U}(x). \tag{1.23}$$

Формулы (1.22) и (1.23) представляют по существу конечно-разностные уравнения, записанные для участка цепи  $\Delta x$ . На отрезке  $\Delta x$  первичные параметры должны быть независимы от  $x$ , либо тогда им придается смысл некоторых средних параметров. Однако требований независимости матриц  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{G}$  от продольной координаты  $x$  в целом не накладывалось, что весьма важно при моделировании связанных линий, имеющих нерегулярные параметры, т.е. зависящие от  $x$ .

## 1.4. Матричные телеграфные уравнения

Записанные разностные уравнения (1.22), (1.23) являются основой для детального исследования волновых процессов в связанных линиях. Прежде чем обратиться к методам решения разностных уравнений, рассмотрим еще одну математическую модель многопроводных связанных линий в виде телеграфных уравнений. Напомним, что напряжения и токи в уравнениях (1.21), (1.22) являются функциями координаты и времени:  $\mathbf{U}(x, t)$ ,  $\mathbf{I}(x, t)$ . Устремим  $\Delta x \rightarrow 0$ . Разделим на  $\Delta x$  левую и правую часть уравнений (1.22), (1.23). В результате получим систему уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{U}) = -\mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{I}) - \mathbf{R}(\mathbf{I}); \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{I}) = -\mathbf{C} \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{U}) - \mathbf{G}(\mathbf{U}), \quad (1.24)$$

где  $(\mathbf{U})$ ,  $(\mathbf{I})$  – столбцовые матрицы напряжений и токов в линиях.

В силу регулярности МСЛ и отсутствия в рассматриваемых конструкциях локальных неоднородностей очевидным образом функции  $\mathbf{U}(x, t)$ ,  $\mathbf{I}(x, t)$  – непрерывно дифференцируемые. На этом основании проведем дифференцирование по  $x$  левой и правой частей (1.23):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\mathbf{U}) = -\mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{I}) \right) - \mathbf{R} \left( \frac{\partial}{\partial x}(\mathbf{I}) \right). \quad (1.25)$$

Путем подстановки в (1.25) выражения (1.24) получается уравнение, записанное только для напряжений:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\mathbf{U}) = \mathbf{LC} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\mathbf{U}) + (\mathbf{LC} + \mathbf{RC}) \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{U}) + \mathbf{RG}(\mathbf{U}). \quad (1.26)$$

Аналогичное уравнение записывается для токов

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\mathbf{I}) = \mathbf{CL} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\mathbf{I}) + (\mathbf{GL} + \mathbf{CR}) \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{I}) + \mathbf{GR}(\mathbf{I}). \quad (1.27)$$

Телеграфные уравнения (1.23) — (1.27) дают возможность исследовать волновой процесс в МСЛ в переходном режиме при воздействии на многопроводные связанные линии сложных сигналов. При гармоническом возбуждении МСЛ, что чаще всего имеет место на практике, уравнения упрощаются. Примем зави-

симось от времени напряжений и токов в виде

$$\mathbf{U}(x, t) = \mathbf{U}(x)e^{j\omega t}, \quad \mathbf{I}(x, t) = \mathbf{I}(x)e^{j\omega t}.$$

где  $\omega$  – круговая частота гармонического сигнала или рассматриваемая гармоническая составляющая периодического сигнала;

$j$  – комплексная единица.

Тогда уравнения (1.23), (1.24) переписутся

$$\frac{d}{dx}(\mathbf{U}) = -\mathbf{Z}(\mathbf{I}), \quad (1.28)$$

$$\frac{d}{dx}(\mathbf{I}) = -\mathbf{Y}(\mathbf{U}), \quad (1.29)$$

где  $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\omega\mathbf{C}$ , – соответственно матрицы сопротивлений и проводимостей.

Продифференцируем уравнения (1.28) и (1.29) по  $x$ :

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{U}) = -\mathbf{Z} \frac{d}{dx}(\mathbf{I}), \quad (1.30)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{I}) = -\mathbf{Y} \frac{d}{dx}(\mathbf{U}). \quad (1.31)$$

Заменив в уравнениях (1.30), (1.31)  $\frac{d}{dx}(\mathbf{I})$  и  $\frac{d}{dx}(\mathbf{U})$  на правые части уравнений (1.28) и (1.29), получаем еще одну форму телеграфных уравнений:

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{U}) = (\mathbf{ZY})\mathbf{U}; \quad (1.32)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{I}) = (\mathbf{YZ})\mathbf{I}. \quad (1.33)$$

Приведенные формы телеграфных уравнений используется в большинстве работ, в которых рассматриваются регулярные связанные многопроводные линии [25, 28, 30, 37, 60, 69].

## 1.5. Волновые свойства МСЛ и решение телеграфных уравнений

В работах, посвященных теории связанных линий, можно найти различные подходы к решению телеграфных уравнений [9, 15, 23, 25, 28, 37 – 40]. Несмотря на некоторое разнообразие мате-

матических методов, все решения основываются на представлении полной картины волновых процессов в МСЛ в виде суперпозиции нормальных волн [39]. Под нормальными волнами в данном случае понимаются волны, распространяющиеся в связанных линиях с фазовыми скоростями и амплитудами, зависящими только от первичных параметров. В этом смысле такие волны можно назвать также собственными по аналогии с механическими и электрическими колебательными системами с конечным или бесконечным числом степеней свободы.

Решение телеграфных уравнений (1.32) и (1.33) ищется в виде

$$\mathbf{U} = \mathbf{A} e^{\gamma x}, \quad (1.34)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{B} e^{\gamma x}, \quad (1.35)$$

где  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  – матрицы амплитуд напряжений и токов;

$\gamma$  – коэффициенты распространения нормальных волн.

Заметим, что в (1.34), (1.35) показатель степени  $\gamma x$  имеет знак «+», что, на первый взгляд, противоречит физическому смыслу. На самом деле это не так, поскольку знак при определении  $\gamma$  получается в результате решения задачи о собственных значениях матрицы  $\alpha = \mathbf{ZY}$ , как первого этапа отыскания решения телеграфных уравнений, и матриц собственных векторов (амплитуд напряжений и токов нормальных волн) – как второго этапа нахождения функций  $\mathbf{U}(x)$ ,  $\mathbf{I}(x)$ .

Найти  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\gamma$  означает решить задачу о распространении нормальных волн в МСЛ. Если же при этом учитываются источники возбуждения вынужденных колебаний в связанных линиях, тогда решается проблема определения картины связанных волн в МСЛ, которая образуется как суперпозиция нормальных волн.

Рассмотрим первую задачу определения амплитуд и коэффициентов распространения нормальных волн. Подставим (1.34) в исходное уравнение (1.32). Получаем матричное уравнение относительно напряжений в линиях

$$(\mathbf{ZY} - \gamma^2 \mathbf{E})\mathbf{A} = 0, \quad (1.36)$$

нетривиальное решение которого возможно при условии

$$|\mathbf{ZY} - \gamma^2 \mathbf{E}| = 0, \quad (1.37)$$

где  $E$  – единичная матрица. Аналогично для токов

$$(\mathbf{YZ} - \gamma^2 E)\mathbf{B} = 0; \quad (1.38)$$

$$|\mathbf{YZ} - \gamma^2 E| = 0. \quad (1.39)$$

Характеристический многочлен матрицы  $\alpha = \mathbf{ZY}$  имеет степень  $n$ , поэтому в общем случае существует  $n$  отличающихся по абсолютной величине собственных чисел матрицы  $\alpha$ , т. е.  $2n$  значений  $\gamma$ . Отыскание  $\gamma$  сводится к вычислению собственных значений матрицы  $\alpha = \mathbf{ZY}$  или матрицы  $\beta = \mathbf{YZ}$ . Как это видно из (1.36) и (1.38), собственные значения представляют квадраты коэффициентов распространения. Самый простой путь вычисления собственных значений – воспользоваться процедурами математического пакета MatCad [41]. Для простых случаев двух- и трехпроводных связанных линий получены аналитические соотношения для нахождения  $\gamma$  [9, 22 – 26]. Для двухпроводных связанных линий, вычислив определитель из (1.36), получаем квадратное уравнение для  $\gamma^2$ :

$$\gamma^4 - (\alpha_{11} + \alpha_{22}) \cdot \gamma^2 + \alpha_{11} \cdot \alpha_{22} - \alpha_{12} \cdot \alpha_{21} = 0,$$

где  $\alpha_{ij}$  – элементы квадратной матрицы  $\alpha = \mathbf{ZY}$ .

В результате решения этого уравнения формула для вычисления квадратов коэффициентов распространения записывается:

$$\gamma_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} \pm \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right), \quad (1.40)$$

Заметим, что вычисление  $\gamma^2$  по формуле (1.40) при неоднородном диэлектрическом заполнении дает два значения  $\gamma^2$ , отличающихся по модулю. Это суть отражение физической картины распространения в двухпроводной системе нормальных волн с отличающимися фазовыми скоростями. Извлечение квадратного корня из правой части (1.40) дает возможность вычислить все 4 значения  $\gamma$ , отличающихся знаками и по модулю. Приведем весь спектр коэффициентов распространения для связанных линий с двумя проводниками:

$\gamma$  падающей нормальной «быстрой» волны

$$\gamma_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} + \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.41)$$

$\gamma$  отраженной нормальной «быстрой» волны

$$\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} + \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.42)$$

$\gamma$  падающей нормальной «медленной» волны

$$\gamma_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} - \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.43)$$

$\gamma$  отраженной нормальной «медленной» волны

$$\gamma_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} - \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.44)$$

Термины «быстрая» и «медленная» волны применены выше условно. Это связано с тем простым обстоятельством, что изменение характера диэлектрического заполнения в поперечном сечении МСЛ может приводить к тому, что один и тот же тип возбуждения проводников, например, синфазный, или четный [42], может характеризоваться по отношению к другому типу возбуждения, противофазному, или нечетному, разным соотношением  $|\gamma_1| \cdot |\gamma_2|^{-1}$ , больше или меньше 1.

Приведем пример вычисления коэффициентов распространения в связанных полосковых линиях, конструкция которых показана на рис. 1.11 [1, 43 – 45]. Расчет первичных параметров проведен методом сеток [46].

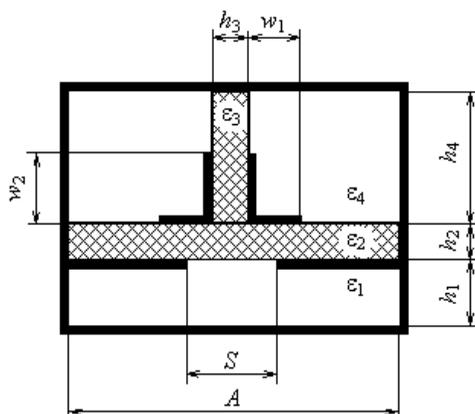


Рис. 1.11. Конструкция связанных линий, содержащая вертикально расположенную подложку

Размеры элементов конструкции соответствуют таблице 2.

Таблица 2. Размеры элементов поперечного сечения связанных линий

Параметр, единица измерения	Обозначение	Значение
Ширина структуры, мм	$A$	38
Толщина горизонтальной подложки, мм	$h_2$	2
Толщина дополнительной вертикальной подложки, мм	$h_3$	0,52
Относительная диэлектрическая проницаемость основной подложки	$\epsilon_2$	5
Относительная диэлектрическая проницаемость вертикальной подложки	$\epsilon_3$	2,8
Ширина горизонтального проводника	$w_1$	2,05
Ширина вертикального проводника	$w_2$	0,45

Получены матрицы погонных индуктивностей и емкостей:

$$C = \begin{bmatrix} 1.468 & -0.6445 \\ -0.6445 & 1.468 \end{bmatrix} \cdot 10^{-10}, \text{ Ф/м,}$$

$$L = \begin{bmatrix} 3.291 & 1.608 \\ 1.608 & 3.291 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7}, \text{ Гн/м.}$$

Погонные сопротивления и проводимости подобраны по

данным измерения потерь и взяты следующие:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.75 & 0 \\ 0 & 0.75 \end{bmatrix}, \text{ Ом/м,}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^{-8}, \text{ См/м.}$$

Наличие даже слабых потерь энергии в проводниках и диэлектрике ведет к появлению частотной зависимости коэффициентов распространения. Были рассчитаны по формулам (1.41 – 1.44) значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в зависимости от частоты  $f$ , результаты показаны на рис. 1.12.

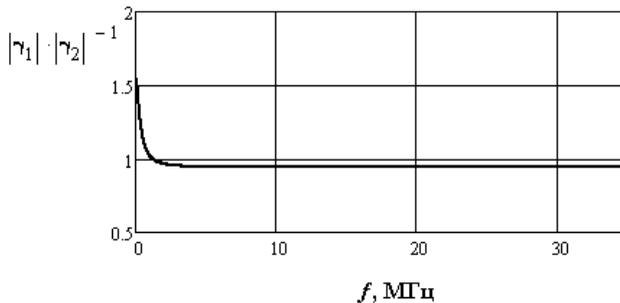


Рис. 1.12. Частотная зависимость отношения модулей коэффициентов распространения нормальных волн

Наблюдается существенная зависимость  $|\gamma_1| \cdot |\gamma_2|^{-1}$  от частоты на низких частотах, что вызвано наличием потерь в проводниках, обусловленных погонными сопротивлениями  $R_{11} = R_{22}$ . На высоких частотах  $|\gamma_1| \cdot |\gamma_2|^{-1} \rightarrow 1.04$ , что означает наличие слабой неуравновешенности электромагнитной связи. Фазовая скорость волны с коэффициентом распространения  $\gamma_1 - v_1 = 1.646 \cdot 10^8$  м/с, с коэффициентом  $\gamma_2 - v_2 = 1.572 \cdot 10^8$  м/с, т.е. в данном случае «быстрыми» волнами является синфазные составляющие, а «медленными» – противофазные компоненты. Достаточно изменить соотношение относительных диэлектрических проницаемостей горизонтальной и вертикальной подложек в конструкции (см. рис. 1.11), чтобы синфазные волны стали «медленными», а «противофазные»

– быстрыми. Это одно из интересных свойств связанных линий, которое используется на практике для управления волновыми процессами в различных устройствах [1, 7, 24, 27].

Обратимся теперь к вопросу о вычислении амплитуд нормальных волн. Рассмотрим алгоритм расчета амплитуд напряжений, основанный на предположении, что амплитуда напряжения в первой линии  $A_1$  для любого  $\gamma_s^2$  известна ( $s = 1, 2, \dots, n$ ). Это позволяет от однородной системы уравнений (1.37) для  $2n$  неизвестных перейти к неоднородной системе с  $2(n-1)$  неизвестными. Без ущемления степени общности задачи будем считать, что  $A_1 = 1$  для любой  $\gamma_s^2$ . Тогда остальные амплитуды сможем найти из неоднородной системы уравнений

$$\alpha_{\Gamma} A_{\Gamma} = \tilde{\alpha} \quad (1.45)$$

где

$$A_{\Gamma} = \begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix}, \quad \tilde{\alpha} = - \begin{bmatrix} \alpha_{21} \\ \alpha_{31} \\ \vdots \\ \alpha_{n,1} \end{bmatrix},$$

$$\alpha_{\Gamma} = \begin{bmatrix} \alpha_{22} - \gamma^2 & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2,n} \\ \alpha_{32} & \alpha_{33} - \gamma^2 & \dots & \alpha_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{n,2} & \alpha_{n,3} & \dots & \alpha_{n,n} - \gamma^2 \end{bmatrix}.$$

Тогда

$$A_{\Gamma} = \alpha_{\Gamma}^{-1} \tilde{\alpha}. \quad (1.46)$$

Из телеграфных уравнений вида (1.28), (1.29) устанавливаем связь между  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{B} = -\mathbf{Y}\mathbf{A}\gamma^{-1}, \quad (1.47)$$

откуда

$$\mathbf{B}_{\Gamma} = -\mathbf{Y}\mathbf{A}_{\Gamma} \gamma^{-1}. \quad (1.48)$$

Очевидно, что каждая столбцовая матрица  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , найденная для коэффициента распространения  $\gamma_s$  путем решения уравнений (1.46), (1.48), будет представлять собой собственный вектор;

нахождение всех векторов даст матрицу собственных векторов напряжений  $\mathbf{A}_U$  и токов  $\mathbf{V}_I$ . Поскольку мы, по существу, выполнили нормирование амплитуд напряжений и токов относительно  $A_1, B_1$ , назовем  $\mathbf{A}_U, \mathbf{V}_I$  матрицами нормированных амплитуд. Они имеют следующую структуру:

$$\mathbf{A}_U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}, \quad (1.49)$$

$$\mathbf{V}_I = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ m_{21}Y_{11} & m_{22}Y_{12} & \dots & m_{2n}Y_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1}Y_{11} & m_{n2}Y_{12} & \dots & m_{nn}Y_{nn} \end{bmatrix}, \quad (1.50)$$

Коэффициенты  $k_{i,j}, m_{i,j}$  ( $i=2,3,\dots,n, j=1,2,3,\dots,n$ ) находятся из (1.43) и (1.44) как соответствующие элементы матриц  $A_\Gamma$  и  $B_\Gamma$  с учетом их связи, вытекающей из уравнения (1.48). Как уже отмечалось, исходя из физического смысла  $\gamma$ , отрицательные значения  $\gamma$  соответствуют падающим волнам, а положительные – отраженным. Это обусловлено тем, что  $\gamma$  – комплексное число. Его вещественная часть есть ничто иное, как коэффициент затухания волны, распространяющейся в среде с потерями в проводниках и диэлектрике. Падающая составляющая волны ослабляется по мере прохождения вдоль продольной координаты  $x$  от начала к концу отрезков связанных линий, поэтому вещественная часть  $\gamma$  должна быть отрицательной.

Падающей и отраженной составляющим нормальных волн соответствуют собственные векторы напряжений  $\mathbf{A}_U^+, \mathbf{A}_U^-$ , и токов  $\mathbf{V}_I^+, \mathbf{V}_I^-$  (+ для падающих волн). Волновой процесс в многопроводных связанных линиях представляет суперпозицию падающих и отраженных волн.

Подстановкой решения (1.34), (1.35) в уравнения (1.28), (1.29) убеждаемся, что

$$\mathbf{A}_{\mathbf{U}}^- = \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^+ = \mathbf{A}_{\mathbf{U}};$$

$$\mathbf{B}_{\mathbf{I}}^- = -\mathbf{B}_{\mathbf{I}}^+ = -\mathbf{B}_{\mathbf{I}}.$$

Полная матрица собственных векторов  $\mathbf{A}_m$  (матрица нормированных амплитуд) запишется

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathbf{U}} & \mathbf{A}_{\mathbf{U}} \\ \mathbf{B}_{\mathbf{I}} & -\mathbf{B}_{\mathbf{I}} \end{bmatrix}. \quad (1.51)$$

В силу (1.48) полезна еще одна формула для  $\mathbf{B}_{\mathbf{I}}$ :

$$\mathbf{B}_{\mathbf{I}} = -\mathbf{Y}\mathbf{A}_{\mathbf{U}}\gamma^{-1}. \quad (1.52)$$

В общем случае элементы матрицы  $\mathbf{A}_m$  и  $\gamma^2$  – комплексные числа. Матрицы  $\gamma^2$  и  $\alpha$  подобны [47]. Блоки матрицы  $\mathbf{A}_m$ , являющиеся собственными векторами напряжений и токов падающих и отраженных волн, трансформируют  $\alpha$  или  $\alpha^T$  к  $\gamma^2$ , следовательно,  $\alpha$  – матрица простой структуры или диагонализируемая матрица [47]. Последнее обстоятельство в отношении многопроводных структур имеет очевидную физическую интерпретацию в виде существования в МСЛ квази-Т волн с коэффициентами распространения  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ . Практически всегда, если в МСЛ учитываются все возможные связи между проводниками и потери, отсутствует кратность собственных значений  $\gamma_s^2$  матрицы  $\alpha$ . Волны, имеющие коэффициенты распространения  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ , представляют собой, по существу, собственные квази-Т волны, физическая природа которых объясняется общей теорией электромагнитных волн [40, 48]. Факт существования в полосковых структурах волн с отличающимися  $\gamma_1, \gamma_2$  подтвержден экспериментально [49], а зависимость коэффициентов распространения от режима возбуждения линий используется в практике построения управляемых устройств [1, 22, 24].

Обратимся теперь вновь к общему виду решения (1.34), (1.35). Как уже отмечалось, волны напряжений и токов в связанных линиях представляют суперпозицию падающих и отраженных составляющих. В матричной форме это можно записать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_P & \mathbf{A}_R \\ \mathbf{B}_P & \mathbf{B}_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma x} \\ e^{\gamma x} \end{bmatrix}, \quad (1.53)$$

где  $\mathbf{A}_P, \mathbf{B}_P$  – амплитуды падающих составляющих соответственно напряжений и токов;  $\mathbf{A}_R, \mathbf{B}_R$  – амплитуды отраженных составляющих напряжений и токов.

Очевидно, что амплитуды напряжений и токов зависят от граничных условий. Удобно выбрать точкой отсчета  $x=0$ , т.е. начало координат. Для того чтобы связать матрицу амплитуд со значениями напряжений и токов в точке  $x=0$ , запишем правую часть (1.53) в виде произведения трех матриц

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_P & \mathbf{A}_R \\ \mathbf{B}_P & \mathbf{B}_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma x} \\ e^{\gamma x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & \mathbf{A}_U \\ \mathbf{B}_I & -\mathbf{B}_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma x} & 0 \\ 0 & e^{\gamma x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}, \quad (1.54)$$

в котором первый сомножитель в правой части представляет матрицу нормированных амплитуд, а третий – матрицу амплитуд падающей и отраженной составляющих, зависящих от граничных условий. В формуле (1.51)  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$  в математическом отношении имеют смысл постоянных интегрирования. Их физическое значение:  $\mathbf{A}_1$  – амплитуды падающих волн, зависящие от граничных условий;  $\mathbf{A}_2$  – то же для амплитуды отраженных волн. Зададимся напряжениями и токами в точке  $x=0$ , воспользовавшись (1.53) и (1.54), получаем

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & \mathbf{A}_U \\ \mathbf{B}_I & -\mathbf{B}_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix},$$

откуда находим

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}.$$

Запишем теперь общее решение телеграфных уравнений, позволяющее найти напряжения и токи в сечении  $x$ , если известны напряжения и токи в точке  $x=0$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m e^{-\gamma x} \mathbf{A}_m^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}. \quad (1.55)$$

Решение (1.55) дает детальную картину волновых процессов в МСЛ, которая очевидным образом зависит от граничных усло-

вий. С помощью (1.55) можно исследовать как собственные колебания, т. е. нормальные волны, так и связанные волны напряжений и токов [22].

## 1.6. Матричные параметры отрезков $n$ -проводных связанных линий

### 1.6.1. Классическая матрица передачи $a$

Решение задач расчета параметров связанных линий и устройств на их основе значительно упрощается, если использовать формализм теории матриц для определения требуемых характеристик МСЛ. При этом надо учитывать, что для вычисления параметров устройств на МСЛ требуется знать лишь одну из классических или волновых матриц. Удобство и простота алгоритмизации матричного анализа признаны и широко используются в практике анализа и синтеза ВЧ и СВЧ устройств [4, 50, 51]. В данном подразделе приведено определение матричных параметров многопроводных связанных линий.

Расчету классических и волновых матриц  $n$ -проводных связанных линий посвящены, например, работы [52 – 56]. Рассмотрим наиболее общий случай определения матричных параметров МСЛ с потерями, т. е. когда элементы  $R_{i,j}$  и  $G_{i,j}$  матриц  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{G}$  сравнимы с элементами матриц  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{G}$ , умноженных на частоту  $\omega$ .

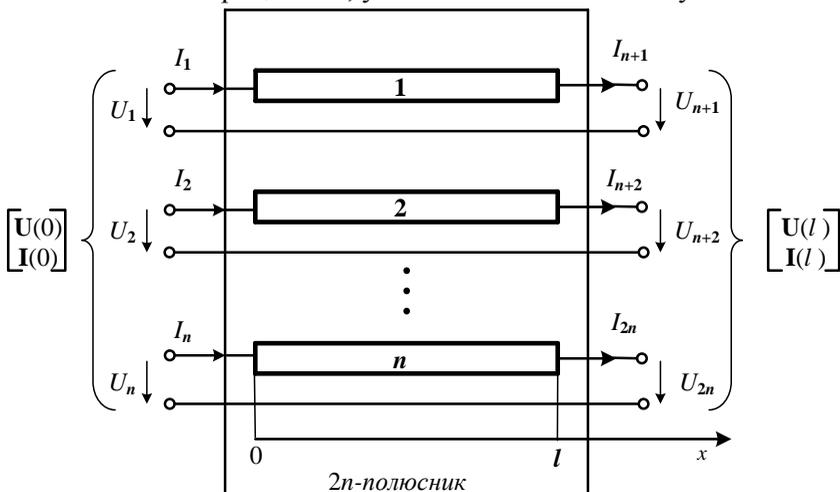


Рис. 1.13. Отрезок связанных линий как  $2n$  - полюсник

Обозначим напряжения и токи на входе отрезка  $n$ -проводной линии согласно рис. 1.13. Выходные напряжения и токи определяются через входные следующим образом [4]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} e^{-\gamma l} & 0 \\ 0 & e^{\gamma l} \end{bmatrix} \mathbf{A}_m^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}. \quad (1.56)$$

Определим матрицу  $\mathbf{A}_m^{-1}$  по формуле Фробениуса [47]

$$\mathbf{A}_m^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{A}_U^{-1} & -\mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix}. \quad (1.57)$$

Подставив (1.57) в (1.56) получим зависимость напряжений и токов на выходе  $2n$ - полюсника от напряжений и токов на входе:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U(e^{-\gamma l} + e^{\gamma l})\mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{A}_U(e^{-\gamma l} - e^{\gamma l})\mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{B}_I(e^{-\gamma l} - e^{\gamma l})\mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I(e^{-\gamma l} + e^{\gamma l})\mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}. \quad (1.58)$$

Применив формулу Эйлера, перепишем (1.58) в таком виде:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U \operatorname{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & -\mathbf{A}_U \operatorname{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \\ -\mathbf{B}_I \operatorname{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I \operatorname{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}. \quad (1.59)$$

Классическая матрица передачи  $a$  позволяет найти входные напряжения и токи в зависимости от выходных напряжений и токов. Поэтому, не нарушая традиции, поменяем местами входные и выходные токи и напряжения, чтобы направление токов от точки  $x=l$  к  $x=0$  соответствовало принятому в отечественной литературе [4]. В результате получаем матрицу передачи  $a$ :

$$a = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U \operatorname{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{A}_U \operatorname{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{B}_I \operatorname{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I \operatorname{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix}. \quad (1.60)$$

Формула (1.60) полностью эквивалентна ниже следующей:

$$a = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} e^{\gamma l} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma l} \end{bmatrix} \mathbf{A}_m^{-1}. \quad (1.61)$$

Матрица  $a$  в (1.60) получена из (1.59) путем замены координаты  $x=l$  на  $x=-l$ , что было сделано также при выводе (1.61).

## 1.6.2. Классическая матрица проводимостей $y$

Вычисление матрицы проводимостей  $y$ , сопротивлений  $z$ , а также волновых матриц  $s$ ,  $t$  может быть приведено через известную связь между ними [4, 51]. Возможен и другой путь – получить матрицы непосредственно из решения телеграфных уравнений.

Предположим, что мы нашли каким-либо образом амплитуды напряжений падающих и отраженных волн в линиях  $U_p$  и  $U_r$ . Тогда сможем записать

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(x) &= \mathbf{A}_U \mathbf{U}_p e^{-\gamma x} + \mathbf{A}_U \mathbf{U}_r e^{\gamma x}, \\ \mathbf{I}(x) &= -\mathbf{Y}_A \mathbf{U} \gamma^{-1} \mathbf{U}_p e^{-\gamma x} + \mathbf{Y}_A \mathbf{U} \gamma^{-1} \mathbf{U}_r e^{\gamma x}. \end{aligned} \quad (1.62)$$

Во втором уравнении системы (1.62) произведение  $\mathbf{Y}_A \mathbf{U} \gamma^{-1}$  по физическому смыслу соответствует волновой проводимости линии для определенного типа волны с коэффициентами распространения  $\gamma_s$ . Обозначим  $\mathbf{Y}_m = \mathbf{Y}_A \mathbf{U} \gamma^{-1}$ . Тогда матрица-столбец токов в линиях примет вид

$$\mathbf{I}(x) = \mathbf{Y}_m \mathbf{U}_p e^{-\gamma x} - \mathbf{Y}_m \mathbf{U}_r e^{\gamma x}. \quad (1.63)$$

Для напряжений и токов из граничных условий имеем [51]:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}(0) &= \mathbf{A}_U \mathbf{U}_p + \mathbf{A}_U \mathbf{U}_r; \\ \mathbf{U}(l) &= \mathbf{A}_U \mathbf{U}_p e^{-\gamma l} + \mathbf{A}_U \mathbf{U}_r e^{\gamma l}; \\ \mathbf{I}(0) &= \mathbf{Y}_m \mathbf{U}_p - \mathbf{Y}_m \mathbf{U}_r; \\ \mathbf{I}(l) &= \mathbf{Y}_m \mathbf{U}_p e^{-\gamma l} - \mathbf{Y}_m \mathbf{U}_r e^{\gamma l}. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Перейдем к матричной записи (1.64):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}(0) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ e^{-\gamma l} & -e^{\gamma l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_r \end{bmatrix}, \quad (1.65)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{U}(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_r \end{bmatrix}. \quad (1.66)$$

Теперь, используя классическое определение матрицы про-

водимостей  $y$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}(0) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = y \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{U}(l) \end{bmatrix}, \quad (1.67)$$

и подставляя (1.65) и (1.66) в (1.67) получаем матричное уравнение для нахождения  $y$

$$y \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ e^{-\gamma l} & -e^{\gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_r \end{bmatrix} = 0 \quad (1.68)$$

Вынесем за скобки матрицу амплитуд падающих и отраженных напряжений и перепишем (1.68):

$$\left( y \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ e^{-\gamma l} & -e^{\gamma l} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{U}_p \\ \mathbf{U}_r \end{bmatrix} = 0. \quad (1.69)$$

Нетривиальное решение (1.69) соответствует условию:

$$y \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ e^{-\gamma l} & -e^{\gamma l} \end{bmatrix} = 0. \quad (1.70)$$

Проведем преобразования, позволяющие определить  $y$ :

$$y \left( \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix} \right)^{-1} = \left( \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ e^{-\gamma l} & -e^{\gamma l} \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix} \right)^{-1}, \quad (1.71)$$

откуда получаем

$$y = \left( \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ e^{-\gamma l} & -e^{\gamma l} \end{bmatrix} \right) \left( \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix} \right)^{-1}. \quad (1.72)$$

Вычислив обратную матрицу, запишем выражение для матрицы  $y$ :

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{Y}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ e^{-\gamma l} & -e^{\gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_U \end{bmatrix}^{-1}. \quad (1.72)$$

В правой части (1.72) в силу того, что первый и четвертый члены произведения – диагональные матрицы, можно сначала вычислить произведение второго и третьего члена и преобразовать его по формулам Эйлера:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ e^{-\gamma l} & -e^{\gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \text{cth}\gamma l & -\text{csch}\gamma l \\ \text{csch}\gamma l & -\text{cth}\gamma l \end{bmatrix}.$$

Выполнив перемножение всех матриц, получаем матрицу проводимостей  $y$ :

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_m \text{cth}\gamma l \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{-1} & -\mathbf{Y}_m \text{csch}\gamma l \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{-1} \\ \mathbf{Y}_m \text{csch}\gamma l \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{-1} & -\mathbf{Y}_m \text{cth}\gamma l \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{-1} \end{bmatrix}. \quad (1.73)$$

При определении матрицы проводимостей часто рассматривают токи на входе и выходе связанных линий как втекающие. Для такой схемы токов матрица проводимостей имеет вид:

$$y' = \begin{bmatrix} -\mathbf{Y}_m \text{cth}\gamma l \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{-1} & \mathbf{Y}_m \text{csch}\gamma l \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{-1} \\ -\mathbf{Y}_m \text{csch}\gamma l \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{-1} & \mathbf{Y}_m \text{cth}\gamma l \mathbf{A}_{\mathbf{U}}^{-1} \end{bmatrix}. \quad (1.73)$$

### 1.6.3. Волновая матрица передачи $t$

Обозначим падающие и отраженные составляющие волн напряжений на входе  $\mathbf{U}_{1\text{пад}}$ ,  $\mathbf{U}_{1\text{отр}}$  и выходе  $\mathbf{U}_{2\text{пад}}$ ,  $\mathbf{U}_{2\text{отр}}$  многополюсника так, как это показано на рис. 1.14.

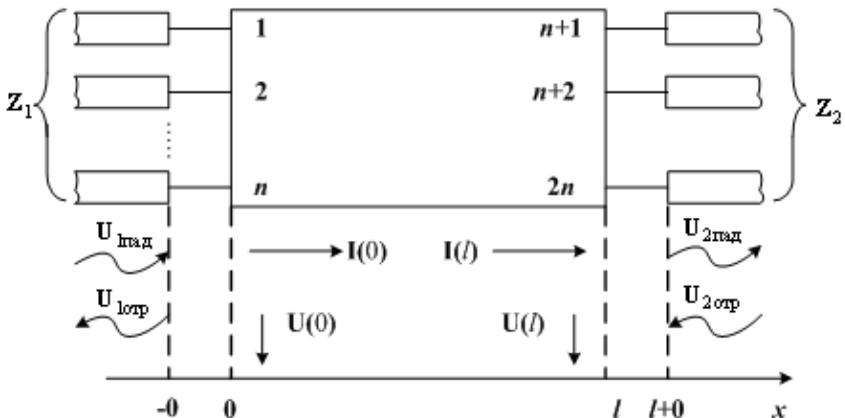


Рис. 1.14. Обозначение падающих и отраженных волн к получению волновых матриц связанных линий

Заметим, что рассматриваемые волны напряжений  $\mathbf{U}_{\text{пад}}$ ,  $\mathbf{U}_{\text{отр}}$ ,  $\mathbf{U}_{2\text{пад}}$ ,  $\mathbf{U}_{2\text{отр}}$  не идентичны ранее введенным падающим и отраженным волнам с амплитудами соответственно  $\mathbf{U}_p$ ,  $\mathbf{U}_r$ , т.к. первые определяются на внешних полюсах многополюсника, а вторые существуют внутри многополюсника в связанных линиях. Их отличие обусловлено тем, что подводящие линии передачи в общем случае совсем необязательно согласованы с входом и выходом отрезка связанных линий. Скачок сопротивлений в точках подключения к многополюснику приводит к отражению волн. Обозначим через  $\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2$  диагональные матрицы характеристических сопротивлений подводящих линий передачи. При вычислении волновой матрицы передачи  $t$  примем граничные условия (1.74):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_1^{-1} & -\mathbf{Z}_1^{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{\text{отр}} \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_2^{-1} & -\mathbf{Z}_2^{-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{2\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{2\text{отр}} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.74)$$

Из определения матрицы передачи  $t$  имеем (см. (1.60)):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U \text{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{A}_U \text{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{B}_I \text{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I \text{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix}. \quad (1.75)$$

Выражение (1.74) позволяет найти

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{\text{отр}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_1^{-1} & -\mathbf{Z}_1^{-1} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{pmatrix}. \quad (1.76)$$

Подставим в последнее выражение (1.76)  $\begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}$  из (1.75), а также

заменяя  $\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix}$  соответствующим выражением из (1.74), получаем:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{\text{отр}} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_1^{-1} & -\mathbf{Z}_1^{-1} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U \text{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{A}_U \text{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{B}_I \text{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I \text{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_1^{-1} & -\mathbf{Z}_1^{-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U \text{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{A}_U \text{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{B}_I \text{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I \text{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_2^{-1} & -\mathbf{Z}_2^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{2\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{2\text{отр}} \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{1.77}$$

Соотношение (1.77) устанавливает связь между  $\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{\text{отр}} \end{pmatrix}$  и

$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{2\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{2\text{отр}} \end{pmatrix}$ , следовательно, получена волновая матрица передачи  $t$  получена:

$$t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_1^{-1} & -\mathbf{Z}_1^{-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U \text{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{A}_U \text{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{B}_I \text{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I \text{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \mathbf{Z}_2^{-1} & -\mathbf{Z}_2^{-1} \end{pmatrix}. \tag{1.78}$$

Выполнив перемножение клеточных матриц, получаем матрицы-клетки:

$$\begin{aligned}
t_{aa} &= 0.5 \mathbf{A}_U \text{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} + \mathbf{A}_U \text{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \mathbf{Z}_2^{-1} + \mathbf{Z}_1 \mathbf{B}_I \text{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} + \\
&\quad + 0.5 \mathbf{Z}_1 \mathbf{B}_I \text{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \mathbf{Z}_2^{-1},
\end{aligned}$$

$$t_{ab} = t_{aa} - \left( \mathbf{A}_U \text{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \mathbf{Z}_2^{-1} + \mathbf{Z}_1 \mathbf{B}_I \text{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \mathbf{Z}_2^{-1} \right),$$

$$t_{ba} = t_{aa} - \left( \mathbf{Z}_1 \mathbf{B}_I \text{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} + \mathbf{Z}_1 \mathbf{B}_I \text{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \mathbf{Z}_2^{-1} \right),$$

$$t_{bb} = t_{aa} - \left( \mathbf{A}_U \text{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \mathbf{Z}_2^{-1} + \mathbf{Z}_1 \mathbf{B}_I \text{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} \right).$$

Таким образом, получена связь между векторами входных и выходных падающих и отраженных волн напряжений [4]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{\text{отр}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{aa} & t_{ab} \\ t_{ba} & t_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{2\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{2\text{отр}} \end{bmatrix}. \tag{1.79}$$

#### 1.6.4. Волновая матрица рассеяния $s$

Воспользуемся определением волновой матрицы рассеяния, данным в работе [4]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\text{отр}} \\ \mathbf{U}_{2\text{пад}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{aa} & s_{ab} \\ s_{ba} & s_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{\text{пад}} \\ \mathbf{U}_{2\text{отр}} \end{bmatrix}. \tag{1.80}$$

Из (1.79) получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{1\text{отр}} &= t_{ba} t_{aa}^{-1} \mathbf{U}_{1\text{пад}} + (t_{bb} - t_{ba} t_{aa}^{-1} t_{ab}) \mathbf{U}_{2\text{отр}}, \\ \mathbf{U}_{2\text{пад}} &= t_{aa}^{-1} \mathbf{U}_{1\text{пад}} - t_{aa}^{-1} t_{ab} \mathbf{U}_{2\text{отр}}. \end{aligned}$$

Отсюда волновая матрица рассеяния  $s$  примет вид:

$$s = \begin{bmatrix} t_{ba} t_{aa}^{-1} & t_{bb} - t_{ba} t_{aa}^{-1} t_{ab} \\ t_{aa}^{-1} & -t_{aa}^{-1} t_{ab} \end{bmatrix}. \quad (1.81)$$

Итак, полученные формулы для вычисления матриц  $a$ ,  $y$ ,  $t$ ,  $s$  дают достаточно полный набор матричных параметров отрезков МСЛ. Вычисление  $a$ ,  $y$ ,  $t$  или  $s$  требует решения полной проблемы собственных значений матриц  $\mathbf{ZY}$  и  $\mathbf{YZ}$ . Поэтому в практике анализа и синтеза устройств на МСЛ часто прибегают к упрощающим предположениям. Например, полагают, что  $\mathbf{R} = \mathbf{G} = 0$ , и вычисляют матрицы  $a$ ,  $y$ ,  $t$ ,  $s$ , используя хорошо отработанные подпрограммы отыскания собственных значений и собственных векторов [57, 58], а также возможности математических пакетов MathCad, MatLab. Другой путь – получение аналитических соотношений для всех элементов матриц двухпроводных, трехпроводных или даже  $n$ -проводных связанных линий с периодической однородностью [23, 26, 59 – 68].

## Литература к разделу 1

1. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1990. – 164 с.
2. Каганов Э.Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248 с.
3. Ковалев И. С. Теория и расчет полосковых волноводов. Минск: Наука и техника, 1967.— 233 с.
4. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполусников на СВЧ, 2-изд., перераб. и доп.— М.: Советское радио, 1971.—388 с.
5. Нефедов Е. И., Фиалковский А. Т. Полосковые линии передачи. Теория и расчет типичных неоднородностей.— М.:

Наука, 1974. – 128 с.

6. Нефёдов Е. И., Фиалковский А. Т. Полосковые линии передачи. 2-е изд., перераб. и доп.—М.: Наука, 1980.— 312 с.

7. Сычёв А.Н. Управляемые СВЧ устройства на многомодовых полосковых структурах. / Под. ред. Н.Д. Малютина. Томск: Том. гос. ун-т, 2001. 318 с.

8. Сычёв А.Н. Комбинированный метод частичных емкостей и конформных отображений для анализа многомодовых полосковых структур: моногр. / А.Н. Сычев. Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиотехники, 2007. – 138 с.

9. Влостовский Э. Г. К теории связанных линий передачи Радиотехника, 1967, № 4, с. 28—35.

10. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы . — М.: Сов. радио, 1966.— 632 с.

11. Сверхширокополосные микроволновые устройства/ А.М. Богданов и др.; под. ред.: А.П. Креницкого, В.П. Мещанова. М.: Радио и связь, 2001. 560 с. ISBN 5-256-01550-8.

12. Нефёдов Е.И. Антенно-фидерные устройства и распространение радиоволн. М.: Изд. центр «Академия», 2006. 320 с.

13. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ/Под ред. В. В. Никольского — М.: Радио и связь, 1982. – 272 с.

14. Гвоздев В. И., Нефёдов Е. И. Объемные интегральные схемы СВЧ.— М.: Наука, 1985.—256 с.

15. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств /С. И. Бахарев, В. И. Вольман, Ю. Н. Либ и др.; Под ред. В. И. Вольмана.—М.: Радио и связь, 1982.—328 с.

16. Пат. США №4027254, кл. H01 P 5/14 (333—10), заявл. 30.07.70, опубл. 31.05.77.

17. Пат. США № 3629733, кл. H01 P 5/14, заявл. 8.06.70, опубл. 21.12.71.

18. Schick B. Hybrid branchline couplers-useful new class of directional couplers.- IEEE Trans, on MTT, 1974, v. MTT-22, № 10, p. 864-869.

19. А. с. № 884008 (СССР). Направленный ответвитель /В. А. Следков. Опубл. бюл., 1981, № 43, с. 267.

20. Лерер А. М., Лерер В. М., Рязанов В. Д., Следков В. А. Исследование периодических неоднородностей в полосковых и микрополосковых линиях. — Радиотехника и электроника, 1984, т.

29, № 10, с. 1877—1886.

21. А. с. № 432843 (СССР). МКИ НОІ Р 1/18. Полосковый фазовращатель / П. А. Воробьев, Н. Д. Малютин.— № 1781634/26—9, заявл. 03.05.72, опубл. бюл., 1975, № 30.

22. Воробьев П. А., Малютин Н. Д., Федоров В. Н. Квази-Т-волны в устройствах на связанных полосковых линиях с неуравновешенной электромагнитной связью. — Радиотехника и электроника, 1982, т. 27, № 9, с. 1711—1718.

23. Allen J. L. Non-symmetrical coupled lines in an inhomogeneous dielectric medium.— Int. J. Electronics, 1975, v. 38, № 3, p. 337—347.

24. Воробьев П. А. Управление параметрами секций связанных линий передачи с сосредоточенными регулируемыми неоднородностями. — Изв. вузов МВ и ССО СССР — Радиоэлектроника, 1982, т. 25, №.11, 52—57.

25. Marx K. D. Propagation modes, equivalent circuits and characteristic terminations for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics. — IEEE Trans, on MTT, 1973, v. MTT-21, № 7. 450—457.

26. Малютин Н. Д. Матричные параметры неодинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком. — Радиотехника и электроника, 1976, т. 21, № 12, с. 2473—2478.

27. Беляев Б.А. Исследование коэффициентов связи сонаправленных резонаторов в полосковых фильтрах на подвешенной подложке / Б.А. Беляев, А.М. Сержантов, Я.Ф. Бальва // Радиотехника и электроника, 2008. — Т.53. — № 4. — С. 432-440.

28. Пистолькорс А.А. Приемные антенны. — М.: Связьтехиздат, 1937. — 287 с.

29. Бессонов Л.А. Линейные электрические цепи. М.: Высшая школа, 1974. — 718 с.

30. Баскаков С.И.. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 1980.— 152 с.

31. Андронов Е.В., Глазов Г.Н. Теоретический аппарат измерений на СВЧ. Том 1. Методы измерения на СВЧ: Томск,: ТМЛ - Пресс, 2010. — 804 с.

32. Лоцилов А.Г. Цифровой измерительный комплекс для измерения частотных и импульсных характеристик четырехполосников / А.Г. Лоцилов, Э.В. Семенов, Н.Д. Малютин // Известия

томского политехнического университета. – Томск: издательство ТПУ. – 2006. – Том 309, № 8, – С. 37–42.

33. Лоцилов А.Г. Экспериментальная установка для исследования характеристик нелинейности СВЧ цепей в режиме сверхширокополосного импульсного воздействия / А.Г. Лоцилов, Э.В. Семенов, Н.Д. Малютин // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2010. – № 2 (22), Ч. 1. – С. 161–165.

34. Wheeler H.A. Skin Resistance of a Transmission-Line Conductor of Polygon Cross Section// Proceedings of the IRE, July 1955. Volume: 43, Issue:7/ P. 805.

35. Matthaei, G.L. Chinn, G.C. Approximate calculation of the high-frequency resistance matrix for multiple coupled lines // Microwave Symposium Digest, 1992., IEEE MTT-S International Issue Date: 1-5 Jun 1992. P. 1353.

36. Arabi, T.R.; Murphy, A.T.; Sarkar, T.K.; Harrington, R.F.; Djordjevic, A.R. On the modeling of conductor and substrate losses in multiconductor, multidielectric transmission line systems // Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on. Volume: 39 , Issue: 7. 1991. – P. 1090 – 1097.

37. Ховратович В. С. Параметры многопроводных передающих линий. — Радиотехника и электроника, 1975, т. 20, № 3, с. 468-473.

38. Ивашка В. П. Фазовые и энергетические характеристики связанных микрополосковых линий. — Литовский физический сборник, 1980, т. 20, № 2, с. 85—94.

39. Захар - Иткин М. Х. Теорема взаимности и матричные телеграфные уравнения для многопроводных линий передачи.— Радиотехника и электроника, 1974, № 11, с. 2338—2348.

40. Краснушкин П. Е. Преобразование нормальных волн в периодических и гладких волноводах без потерь. — Радиотехника и электроника, 1974, т. 19, № 7, с. 1345.

41. Дьяконов В.П. Энциклопедия Mathcad 2001i и Mathcad 11. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. 832 с.

42. Zysman G. I., Johnson A. K. Coupled transmission line networks in an inhomogeneous dielectric medium. — IEEE Trans, on MTT, 1969, v. MTT—17, № 10, p. 753—759.

43. Шлее В.Р. Рельефные связанные микрополосковые линии / В.Р. Шлее, А.В. Ефименко, М.Я. Воронин // Радиотехника и электроника. – 1983. – №6. – С. 1064-1071.

44. Y. Konishi. A Directional Coupler of a Vertically Installed Planar Circuit Structure / Y. Konishi, I. Awai, Y. Fukuoka, M. Nakajima. // The Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1988. – №6.

45. Гвоздев В.И. Реберно-диэлектрическая линия и некоторые устройства на ее основе / В.И.Гвоздев, Е.И.Нефедов, Т.Ю. Черникова, В.А. Шепетина // Радиотехника и электроника. – 1990. – Т. 35. – №3. – С. 465-478.

46. Фуско В. СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.

47. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1967. — 575 с.

48. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М.: Изд-во АН СССР, 1961.

49. Chang Fung-Yuel. Transient analysis of lossless coupled transmission lines in a nonhomogeneous dielectric medium. — IEEE Trans, on MTT, 1970, v. MTT-18. № 9, p. 616-626.

50. Сазонов Д. М., Гридин А. Н., Мишустин Б. А. Устройства СВЧ /Под ред. проф. Д. М. Сазонова. — М.: ВШ, 1981. – 295 с.

51. Машковцев Б. М., Цибизов К. Н., Емелин Б. Ф. Теория волноводов.— Л.: Наука, 1966. – 351 с.

52. Rizzoli V. The calculation of scattering parameters of coupled microstrip arrays of any cross - section. – Alta Freq., 1973, v. 49, № 4, p. 191 — 199.

53. Васильев В. И., Силин Р. А. Расчет согласования штыревых замедляющих систем.— Эл. техника, Сер. Эл. СВЧ, 1977, № 12. – С. 77—81.

54. Кравченко С. И., Бахарев С. И. Расчет матрицы рассеяния многопроводных полосковых линий и устройств на их основе.— Вопросы радиоэлектроники. Сер. ОТ, 1978, вып. 8, с. 45—53.

55. Arndt F. Anwendung der Ähnlichkeits-transformation bei Microstrip-leitungen.— NTZ, 1973, № 3, 46—49.

56. Карпуков Л. М. Анализ элементов и устройств СВЧ на многопроводных связанных микрополосковых линиях.— Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1981, № 3. – С. 60 – 63.

57. Уилкинсон Дж., Райнш К. Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра: Пер, с англ./ Под ред. Ю. И. Топчиева. — М.: Машиностроение, 1976.—390 с.
58. Икрамов Х. Д. Стандартная программа вычисления собственных значений и собственных векторов комплексной матрицы методом типа Якоби (СП-3224). — Тр. /ВЦ МГУ, 1971, вып. 44. - 47 с.
59. Napoli L. S. Hughes J. J. Characteristics of coupled microstrip lines. — RCA Review, 1970, v. 31, № 3, p. 479—498.
60. R.F.Harrington, C.Wei. Losses on multiconductor transmission lines in multilayered dielectric media, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-32, July 1984, pp.705—710.
61. Мельяновский П. А. К теории направленных ответвителей на связанных однородных линиях. — Радиотехника, 1966, т. 21, № 12, с. 4—11.
62. Speciale R. A. Even-and odd-mode waves for nonsymmetrical coupled lines in nonhomogeneous media. — IEEE Trans on MTT, 1975, v. MTT-23, №1, p. 897-908.
63. Pavlidis D., Hartnagle H. L. The design and performance of three-line microstrip couplers.—IEEE Trans. — on MTT, 1976, v. MTT—24, № 10, p. 631-640.
64. Вершинин И. М. Параметры трехпроводной линии с неоднородным диэлектриком. — В кн.: Сложные электромагнитные поля и электрические цепи, 1982, № 10.
65. Costamagna E., Maltese U. Linee accoppiate asimmetriche in dielettrico non omogeneo.—Alta Freq., 1971, v. 40, № 9. 737—741.
66. Daumas R., Poinpei D., Rivier E., Ros A. Meanders lines parameters study of some properties of coupled lines. — Proc. 5-th Colloq. Microwave communic, 1974, v. 3, 85—95 (Budapest).
67. Аристархов Г. М., Вершинин Ю. П. Анализ направленных ответвителей с учетом неравенства фазовых скоростей и потерь в линиях. — Электронная техника. Сер. 10. Микроэлектронные устройства, 1979, вып. 2 (14), с. 50.
68. Аристархов Г. М., Вершинин Ю. П. Анализ фильтров на связанных линиях с неравными фазовыми скоростями.— Радиотехника и электроника, 1983, т. 23 № 9, с. 1714—1724.
69. Маевский Д.А. Математическая модель системы связанных полосковых линий // Электромашинобудовання та електрооб-

ладнання / Міжвідомчий науково-технічний збірник. 2007. Випуск  
68. С. 52 – 55.

## 2. РЕГУЛЯРНЫЕ ДВУХПРОВОДНЫЕ СВЯЗАННЫЕ ЛИНИИ

Двухпроводные связанные линии с регулярными, т.е. не зависящими от продольной координаты, первичными параметрами – весьма распространенный тип линий передачи. Они выполняются в виде самых различных конструкций, но общим является то, что связанные линии (СЛ) содержат два токонесущих проводника, расположенных либо в экране, либо вблизи поверхности с условно нулевым потенциалом.

Пример двухпроводных СЛ в виде конструкции связанных полосковых линий с неоднородным в поперечном сечении диэлектриком показан на рис. 2.1.

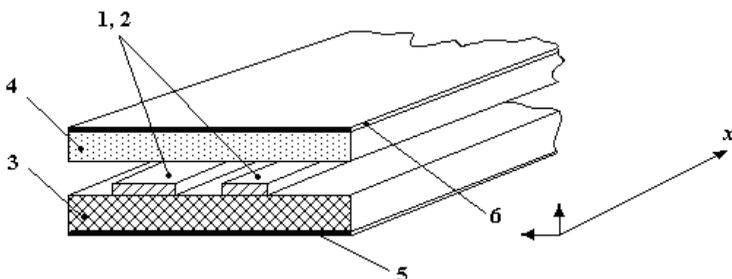


Рис. 2.1. Конструкция связанных полосковых линий с неоднородным в поперечном сечении диэлектриком: 1, 2 – связанные токонесущие проводники в виде полосок; 3, 4 – диэлектрические подложки; 5, 6 – заземляемы основания (экраны)

При этом связанные проводники могут быть симметричными или несимметричными в конструктивном отношении, т.е. иметь одинаковые или неодинаковые первичные параметры. Матричные параметры неодинаковых связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью без учета потерь были получены в работе [1].

Поскольку двухпроводные связанные линии занимают важное место в практике построения различных устройств ВЧ и СВЧ диапазонов, рассмотрим подробно получение их матричных параметров и анализ волновых процессов для наиболее общего случая

неодинаковых СЛ с неуравновешенной электромагнитной связью. Еще одна веская причина подробного анализа двухпроводных связанных линий рассматриваемого класса состоит в том, что нерегулярные связанные линии могут быть представлены как каскадное соединение множества элементарных (коротких) отрезков регулярных СЛ. И в этом случае определение матричных параметров и волновых свойств каждого из элементарных отрезков регулярных СЛ дает возможность построить алгоритмы вычисления нерегулярных структур с произвольной зависимостью первичных параметров от продольной координаты [2, 3].

## **2.1. Матричные параметры неодинаковых связанных линий с неоднородным в поперечном сечении диэлектриком**

Связанные линии с неоднородным по поперечному сечению диэлектриком и устройства на их основе имеют ряд свойств, не характерных для СЛ с однородным диэлектриком [4 – 12].

Детальное исследование и матричные параметры, полученные из решения телеграфных уравнений для неодинаковых связанных линий с однородным диэлектриком, содержатся в работе [14] и ряде других. Впервые матричные параметры одинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком были определены в статье [5] методом суперпозиции волн напряжений и токов четного и нечетного (синфазного и противофазного) возбуждения полосок. В этой же работе приведены первые практически важные результаты о превращении секций устройств, ранее считавшихся всепропускающими, в секции с явно выраженными фильтрующими свойствами. Результаты работы [5] обобщены на случай неодинаковых СЛ в [10]. Стимулом для исследования СЛ послужили экспериментальные данные о распространении импульсов напряжений и токов четного и нечетного возбуждений в СЛ с неоднородным диэлектриком [14]. Результаты, получаемые из решения телеграфных уравнений и методом суперпозиции четных и нечетных волн, очевидно должны совпадать при вычислении матричных параметров [12]. Однако первый из названных методов дает более ясное представление о физической картине волновых процессов и сравнительно просто приводит к обобщениям на случай многопроводных передающих линий [11, 15 – 19].

### 2.1.1. Разностные и телеграфные уравнения. Соотношения амплитуд напряжений и токов в линиях

Эквивалентная схема двухпроводных связанных линий показана на рис. 2.2 [12, 13, 20 – 24]. Линии имеют погонные параметры:  $C_{11}, C_{22}$  – собственные емкости;  $L_{11}, L_{22}$  – собственные индуктивности;  $C_{12}, L_{12}$  – взаимные емкость и индуктивность;  $R_{11}, R_{22}$  – сопротивления проводников;  $G_{11}, G_{22}, G_{12}$  – проводимости. На рисунке выделен элементарный участок СЛ длиной  $dx$ , который имеет показанные на схеме рис.2.2 первичные параметры, вычисляемые как произведение коэффициентов матриц индуктивностей  $\mathbf{L}$ , емкостей  $\mathbf{C}$ , сопротивлений  $\mathbf{R}$  и проводимостей  $\mathbf{G}$  на  $dx$ :  $L_{11}dx, L_{12}dx, L_{22}dx, \dots, G_{11}dx, G_{22}dx$  (см. п. 1.3).

Приведенная эквивалентная схема не является точным отражением физически строгой модели связанных линий, т.к. не учитывает всех возможных особенностей волновых процессов. В частности, схема по рис. 2.2 не позволяет детально исследовать СЛ при наличии частотной зависимости погонных параметров. Однако в практике сложилось так, что именно приведенная эквивалентная схема является базовой для расчета устройств на связанных линиях. Тонкости и особенности определения параметров каждой конструкции СЛ кроются в решении задачи вычисления матриц  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{G}$ . В том же случае, когда это вызывает затруднения, часто прибегают к экспериментальным исследованиям и восстановлению первичных параметров по измеренным волновым параметрам (задача экстракции параметров) [25].

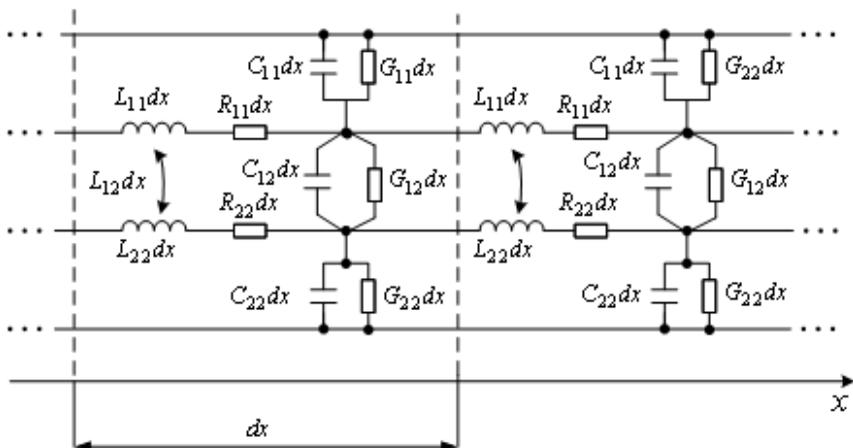


Рис. 2.2. Эквивалентная схема двухпроводных связанных линий

Обозначим напряжения и токи на входе и выходе элементарного отрезка СЛ длиной  $dx$  так, как это показано на рис.2.3. В соответствии с законами Кирхгофа запишем систему конечно-разностных уравнений для эквивалентной схемы (рис. 2.3).

$$\begin{cases}
 U_1(x+dx) - U_1(x) = -L_{11}dx \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - L_{12}dx \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - R_{11}dx I_1, \\
 U_2(x+dx) - U_2(x) = -L_{22}dx \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - L_{12}dx \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - R_{22}dx I_2, \\
 I_1(x+dx) - I_1(x) = -C_{11}dx \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} + C_{12}dx \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} - G_{11}dx U_1 - G_{12}dx U_2, \\
 I_2(x+dx) - I_2(x) = -C_{22}dx \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} + C_{12}dx \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} - G_{22}dx U_2 - G_{12}dx U_1.
 \end{cases}
 \tag{2.1}$$

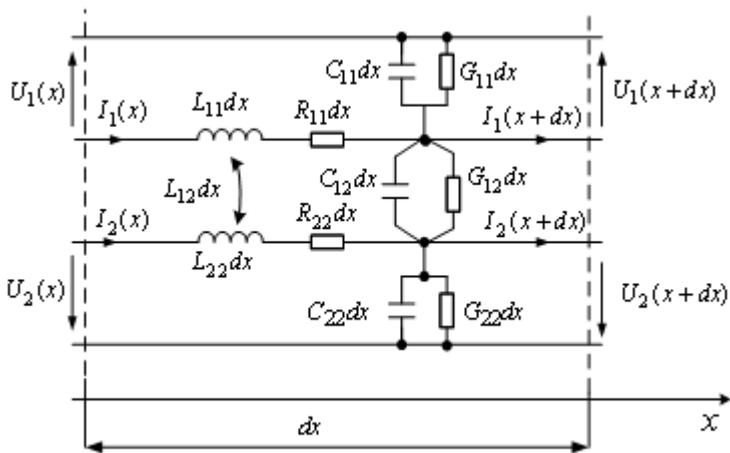


Рис.2.3

Так же, как в п.1.4, зависимость от времени напряжений и токов примем в виде

$$U_{1,2}(x,t) = U_{1,2}(x)e^{j\omega t}, \quad I_{1,2}(x,t) = I_{1,2}(x)e^{j\omega t},$$

где  $\omega$  – круговая частота гармонического сигнала или рассматриваемая гармоническая составляющая периодического сигнала;  $j$  – комплексная единица.

Система уравнений (2.1) при этом упростится и будет иметь следующий вид

$$\begin{cases} U_1(x+dx) - U_1(x) = -j\omega L_{11}dx I_1 - j\omega L_{12}dx I_2 - R_{11}dx I_1, \\ U_2(x+dx) - U_2(x) = -j\omega L_{22}dx I_2 - j\omega L_{12}dx I_1 - R_{22}dx I_2, \\ I_1(x+dx) - I_1(x) = -j\omega C_{11}dx U_1 + j\omega C_{12}dx U_2 - G_{11}dx U_1 - G_{12}dx U_2, \\ I_2(x+dx) - I_2(x) = -j\omega C_{22}dx U_2 + j\omega C_{12}dx U_1 - G_{22}dx U_2 - G_{12}dx U_1. \end{cases} \quad (2.2)$$

Разделив левую и правую части каждого из уравнений системы на  $dx$ , мы получим телеграфные уравнения. Одновременно с этим упорядочим запись слагаемых в уравнениях так, чтобы она соответствовала дальнейшему переходу к матричной форме телеграфных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dU_1}{dx} = -(j\omega L_{11} + R_{11})I_1 - j\omega L_{12}I_2, \\ \frac{dU_2}{dx} = -j\omega L_{12}I_1 - (j\omega L_{22} + R_{22})I_2, \\ \frac{dI_1}{dx} = -(j\omega C_{11} + G_{11})U_1 + (j\omega C_{12} - G_{12})U_2, \\ \frac{dI_2}{dx} = (j\omega C_{12} - G_{12})U_1 + (j\omega C_{11} - G_{11})U_2. \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Продифференцируем уравнения системы (2.3) по  $x$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2U_1}{dx^2} = -(j\omega L_{11} + R_{11})\frac{dI_1}{dx} - j\omega L_{12}\frac{dI_2}{dx}, \\ \frac{d^2U_2}{dx^2} = -j\omega L_{12}\frac{dI_1}{dx} - (j\omega L_{22} + R_{22})\frac{dI_2}{dx}, \\ \frac{d^2I_1}{dx^2} = -(j\omega C_{11} + G_{11})\frac{dU_1}{dx} + (j\omega C_{12} - G_{12})\frac{dU_2}{dx}, \\ \frac{d^2I_2}{dx^2} = (j\omega C_{12} - G_{12})\frac{dU_1}{dx} - (j\omega C_{11} + G_{11})\frac{dU_2}{dx}. \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Подставим в (2.4) первые производные из (2.3). В результате получим систему уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{U}) = (\mathbf{ZY})\mathbf{U}; \quad (2.5)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{I}) = (\mathbf{YZ})\mathbf{I}. \quad (2.6)$$

В (2.5) и (2.6) матрицы  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Y}$  записываются следующим образом:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} (j\omega L_{11} + R_{11}) & j\omega L_{12} \\ j\omega L_{12} & (j\omega L_{22} + R_{22}) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} (j\omega C_{11} + G_{11}) & (-j\omega C_{12} + G_{12}) \\ (-j\omega C_{12} + G_{12}) & (j\omega C_{22} + G_{22}) \end{bmatrix}$$

Рассмотрим сначала определение параметров без учета по-

терь, когда погонные сопротивления и проводимости пренебрежимо малы. Будем считать, что в СЛ существуют гармонические колебания с частотой  $\omega$ .

Выпишем телеграфные уравнения для напряжений и токов в связанных линиях [1, 4, 12]:

$$\frac{d^2 U_1}{dx^2} = aU_1 + bU_2, \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2 U_2}{dx^2} = dU_1 + cU_2, \quad (2.8)$$

$$\frac{d^2 I_1}{dx^2} = aI_1 + dI_2, \quad (2.9)$$

$$\frac{d^2 I_2}{dx^2} = bI_1 + cI_2, \quad (2.10)$$

где введены следующие обозначения

$$a = -\omega^2(L_{11}C_{11} - L_{12}C_{12}), \quad b = -\omega^2(L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12}), \\ c = -\omega^2(L_{22}C_{22} - L_{12}C_{12}), \quad d = -\omega^2(L_{12}C_{11} - L_{22}C_{12}).$$

Решение уравнений (2.7) – (2.10) ищется в виде [2]

$$U_1 = A_1 e^{\gamma x}, \quad U_2 = A_2 e^{\gamma x}, \quad (2.11)$$

$$I_1 = B_1 e^{\gamma x}, \quad I_2 = B_2 e^{\gamma x}. \quad (2.12)$$

Коэффициент распространения  $\gamma$  имеет четыре значения [12] (см. также раздел 1, подраздел 1.5, ф-лы (1.41 – 1.44)):

$$\gamma = \pm j \frac{\omega}{\sqrt{2}} (L_{11}C_{11} + L_{22}C_{22} - 2L_{12}C_{12} \mp K)^{1/2}, \quad (2.13)$$

где

$$K = \sqrt{(L_{22}C_{22} - L_{11}C_{11})^2 + 4(L_{22}C_{12} - L_{12}C_{11})(L_{11}C_{12} - L_{12}C_{22})}.$$

Коэффициенты распространения, соответствующие минусу и плюсу перед  $K$ , обозначим соответственно через  $\gamma_e$  и  $\gamma_o$ . Волны,

имеющие коэффициенты распространения  $\gamma_e$  и  $\gamma_o$  называются "быстрой" и "медленной" [16]. Следует иметь в виду, что эти понятия условны, так как, например, в полосковых линиях с неоднородным диэлектриком "быстрая" волна по отношению к "медленной" может иметь не меньший, а наоборот – бóльший по абсолютной величине коэффициент распространения [17].

Подставляя (2.5) в уравнения (2.1) и (2.2), а также учитывая (2.7), устанавливаем связь между амплитудами напряжений "быстрой" и "медленной" волн во второй и первой линиях:

$$A_2^{e,o} = k_{e,o} A_1^{e,o}, \quad (2.8)$$

где

$$k_{e,o} = \frac{L_{22}C_{22} - L_{11}C_{11} \mp K}{2(L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12})}. \quad (2.9)$$

В том случае, когда связанные линии одинаковы, т.е.  $C_{11} = C_{22}$ ,  $L_{11} = L_{22}$ , получаем известное соотношение [13]:

$$A_2^{e,o} = \pm A_1^{e,o}.$$

Подстановка (2.6) в (2.3) и (2.4) позволяют найти связь между амплитудами токов в линиях:

$$I_2^{e,o} = m_{e,o} I_1^{e,o}, \quad (2.10)$$

где

$$m_{e,o} = \frac{L_{22}C_{22} - L_{11}C_{11} \mp K}{2(L_{12}C_{11} - L_{22}C_{12})}. \quad (2.11)$$

Из (2.9) и (2.11) заключаем, что

$$m_{e,o} = \frac{L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12} \mp K}{L_{12}C_{11} - L_{22}C_{12}} k_{e,o}. \quad (2.12)$$

Переписав телеграфные уравнения в форме

$$-\frac{dI_1}{dx} = j\omega C_{11}U_1 - j\omega C_{12}U_2, \quad (2.13)$$

$$-\frac{dI_2}{dx} = -j\omega C_{12}U_1 + j\omega C_{22}U_2, \quad (2.14)$$

получаем зависимость между амплитудами токов и напряжений быстрой и медленной волн:

$$\begin{aligned}
B_1^{e,o} &= -j \frac{\omega}{\gamma_{e,o}} (C_{11} - k_{e,o} C_{12}) A_1^{e,o}, \\
B_2^{e,o} &= -j \frac{\omega}{\gamma_{e,o}} (k_{e,o} C_{22} - C_{12}) A_1^{e,o}.
\end{aligned}
\tag{2.15}$$

В силу взаимных свойств рассматриваемых связанных линий [18] формулы (2.8) и (2.10), очевидно, будут справедливы и для прямой (падающей), и для обратной (отраженной) волн (это также следует из непосредственной подстановки значений  $\gamma$ , найденных из (2.7), в уравнения (2.1) – (2.4).

### 2.1.2. Матрица нормированных амплитуд

Соотношения (2.8) и (2.15) позволяют записать в матричной форме общие решения для напряжений и токов в линиях, содержащие только по две амплитуды (для прямой волны  $A^{e,o}$ , для обратной  $D^{e,o}$ ):

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^e & A^o & D^e & D^o \\ k_e A^e & k_o A^o & k_e D^e & k_o D^o \\ Y_{1e} A^e & Y_{1o} A^o & -Y_{1e} D^e & -Y_{1o} D^o \\ Y_{2e} A^e & Y_{2o} A^o & -Y_{2e} D^e & -Y_{2o} D^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma_e x} \\ e^{-\gamma_o x} \\ e^{\gamma_e x} \\ e^{\gamma_o x} \end{bmatrix}, \tag{2.16}$$

где

$$\begin{aligned}
Y_{1e} &= j \frac{\omega}{\gamma_e} (C_{11} - k_e C_{12}); & Y_{1o} &= j \frac{\omega}{\gamma_o} (C_{11} - k_o C_{12}); \\
Y_{2e} &= j \frac{\omega}{\gamma_e} (k_e C_{11} - C_{12}); & Y_{2o} &= j \frac{\omega}{\gamma_o} (C_{11} - k_o C_{12}).
\end{aligned}$$

Выделим квадратную матрицу, стоящую первым множителем в правой части (2.16), и перепишем ее в виде произведения новой квадратной матрицы на диагональную матрицу постоянных интегрирования, т.е. амплитуд распространяющихся волн:

$$\begin{bmatrix} A^e & A^o & D^e & D^o \\ k_e A^e & k_o A^o & k_e D^e & k_o D^o \\ Y_{1e} A^e & Y_{1o} A^o & -Y_{1e} D^e & -Y_{1o} D^o \\ Y_{2e} A^e & Y_{2o} A^o & -Y_{2e} D^e & -Y_{2o} D^o \end{bmatrix} = \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_e & k_o & k_e & k_o \\ Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ Y_{2e} & Y_{2o} & -Y_{2e} & -Y_{2o} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A^e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D^e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D^o \end{bmatrix}.$$

Квадратная матрица в правой части (2.17), содержащая коэффициенты  $k_e$ ,  $k_o$  и т.д., разбивается на блоки, каждый из которых зависит только от первичных параметров связанных линий. При этом, в силу проведенной нормировки амплитуд напряжений во второй линии относительно амплитуд напряжений в первой линии, первая строка квадратной матрицы состоит из единиц. Отсюда возник термин "матрица нормированных амплитуд" [1]. Обозначим эту матрицу через  $[A_m]$ :

$$[A_m] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_e & k_o & k_e & k_o \\ Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ Y_{2e} & Y_{2o} & -Y_{2e} & -Y_{2o} \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Амплитуды волн  $A^{e,o}$ ,  $D^{e,o}$ , входящие в диагональную матрицу, зависят как от первичных параметров, так и от внешних источников возбуждения связанных линий.

Прибегая к формуле (2.10), получаем еще одну форму  $[A_m]$ :

$$[A_m] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_e & k_o & k_e & k_o \\ Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ m_e Y_{1e} & m_o Y_{1o} & -m_e Y_{1e} & -m_o Y_{1o} \end{bmatrix}.$$

### 2.1.3. Матрица передачи [a]

Из граничных условий, накладываемых на (2.16) в сечении  $x=0$ , где зададимся напряжениями  $U_{10}, U_{20}$  и токами  $I_{10}, I_{20}$ , находим амплитуды нормальных волн:

$$\begin{bmatrix} A^e \\ A^o \\ D^e \\ D^o \end{bmatrix} = [A_m]^{-1} \times \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ I_{10} \\ I_{20} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Таким образом, нахождение амплитуд напряжений и токов нормальных волн свелось к обращению матрицы  $[A_m]$  с элементами, определяемыми через погонные параметры связанных линий.

Представим  $[A_m]$  в блочной форме

$$[A_m] = \begin{bmatrix} [\alpha] & [\alpha] \\ [\beta] & -[\beta] \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

По формуле Фробениуса [19] обращение  $[A_m]$  сводится к обращению матриц-клеток:

$$[A_m]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [\alpha]^{-1} & [\beta]^{-1} \\ [\alpha]^{-1} & -[\beta]^{-1} \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

В результате имеем

$$[A_m]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -k_o w & w & -yY_{20} & yY_{10} \\ k_e w & -w & yY_{2e} & -yY_{1e} \\ -k_o w & w & yY_{20} & -yY_{10} \\ k_e w & -w & -yY_{2e} & yY_{1e} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

где  $w = (k_e - k_o)^{-1}$ ;  $y = (Y_{1o}Y_{2e} - Y_{1e}Y_{2o})^{-1}$ .

Далее используем оставшиеся граничные условия и запишем напряжения и токи при  $x=l$  (т.е. на конце отрезка связанных линий):  $U_{1l}, U_{2l}, I_{1l}, I_{2l}$ . Подставим в (2.16) постоянные интегрирования (амплитуды нормальных волн) из (2.19). Сформируем матрицу диагональной структуры из значений экспоненциальных функций  $e^{-\gamma_e l}, e^{-\gamma_o l}, e^{\gamma_e l}, e^{\gamma_o l}$ . В результате получим уравнения, связывающие напряжения и токи на выходе восьмиполюсника (это

$U_{1l}, U_{2l}, I_{1l}, I_{2l}$ ) с напряжениями и токами на входе ( $U_{10}, U_{20}, I_{10}, I_{20}$ ):

$$\begin{bmatrix} U_{1l} \\ U_{2l} \\ I_{1l} \\ I_{2l} \end{bmatrix} = [A_m] \begin{bmatrix} e^{-\gamma_e l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_o l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\gamma_e l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\gamma_o l} \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ I_{10} \\ I_{20} \end{bmatrix}.$$

Во вновь полученной формуле распишем экспоненциальные множители в тригонометрической форме, имея ввиду, что коэффициенты распространения  $\gamma_{e,o}$  по причине отсутствия потерь в связанных линиях вычисляются по формуле (см. 2.13)

$$\gamma_{e,o} = j \frac{\omega}{\sqrt{2}} (L_{11}C_{11} + L_{22}C_{22} - 2L_{12}C_{12} \mp K)^{1/2}.$$

В результате этих действий получим уравнения, связывающие напряжения и токи на выходе ( $U_{1l}, U_{2l}, I_{1l}, I_{2l}$ ) и входе ( $U_{10}, U_{20}, I_{10}, I_{20}$ ) связанных линий:

$$\begin{bmatrix} U_{1l} \\ U_{2l} \\ I_{1l} \\ I_{2l} \end{bmatrix} = \left( [A_m] \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} + \right. \\ \left. + j [A_m] \begin{bmatrix} -\sin(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \right) \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ I_{10} \\ I_{20} \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

где  $\theta_e = \text{Im}(\gamma_e) \cdot l$ ,  $\theta_o = \text{Im}(\gamma_o) \cdot l$  – электрические длины отрезков связанных линий для четного (синфазного) и нечетного (противофазного возбуждения).

Поменяем направление координаты  $x$  на противоположное. В этом случае изменится знак при коэффициентах распространения  $\gamma_{e,o}$  и формула (2.23) переписется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} U_{1l} \\ U_{2l} \\ I_{1l} \\ I_{2l} \end{bmatrix} &= \left( [A_m] \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} + \right. \\
 &+ j[A_m] \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \left. \right) \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ I_{10} \\ I_{20} \end{bmatrix}, \\
 & \qquad \qquad \qquad (2.24)
 \end{aligned}$$

Классическая матрица передачи  $a$  связывает входные напряжения и токи в зависимости от выходных напряжений и токов [13] (рис.2.4).

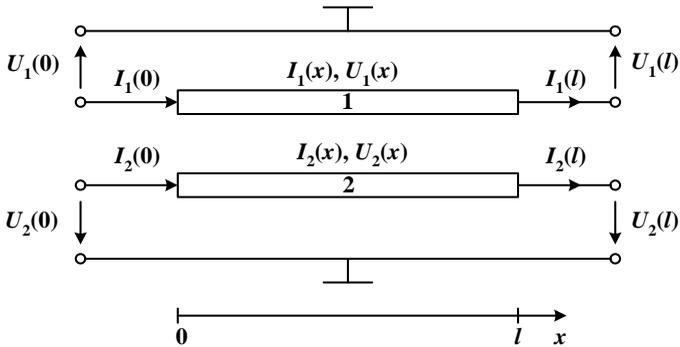


Рис. 2.4. Обозначение напряжений и токов на входе и выходе восьмиполосника, образованного отрезком связанных линий

Поэтому, не нарушая традиции, поменяем местами входные и выходные токи и напряжения, чтобы направление токов от точки  $x = 0$  к  $x = l$  соответствовало принятому в отечественной литературе [13]. В результате получаем классическую матрицу передачи отрезка неодинаковых связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью без потерь энергии в проводниках и диэлектрике:

$$\begin{aligned}
 a = & \left( [A_m] \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} + \right. \\
 & \left. + j[A_m] \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \right). \quad (2.25)
 \end{aligned}$$

Выполнив перемножение матриц в (2.26) и преобразовав получаемые при этом выражения, получаем элементы матрицы передачи  $a$  неодинаковых связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью в отсутствие потерь:

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= a_{33} = -k_o \cos(\theta_e) + k_e \cos(\theta_o), \\
 a_{12} &= a_{43} = w(\cos(\theta_e) - \cos(\theta_o)), \\
 a_{13} &= jy(-Y_{2o} \sin(\theta_e) + Y_{2e} \sin(\theta_o)), \\
 a_{14} &= a_{23} = jy(Y_{1o} \sin(\theta_e) - Y_{1e} \sin(\theta_o)), \\
 a_{21} &= a_{34} = k_e k_o w(-\cos(\theta_e) + \cos(\theta_o)), \\
 a_{22} &= a_{44} = w(k_e \cos(\theta_e) - k_o \cos(\theta_o)), \\
 a_{24} &= jy(k_e Y_{1o} \sin(\theta_e) - k_o Y_{1e} \sin(\theta_o)), \\
 a_{31} &= jw(-k_o Y_{1e} \sin(\theta_e) + k_e Y_{1o} \sin(\theta_o)), \\
 a_{32} &= a_{41} = jw(Y_{1e} \sin(\theta_e) - Y_{1o} \sin(\theta_o)), \\
 a_{42} &= jw(Y_{2e} \sin(\theta_e) - Y_{2o} \sin(\theta_o)),
 \end{aligned} \quad (2.26)$$

где  $w = (k_e - k_o)^{-1}$ ,  $y = (Y_{1o} Y_{2e} - Y_{1e} Y_{2o})^{-1}$ .

Формулы (2.25), (2.26) являются каноническими для рассматриваемого типа связанных линий. На их основе была осуществлена разработка программ анализа и оптимизации широкого класса управляемых устройств ВЧ и СВЧ диапазонов [7, 26, 27], построенных на связанных линиях с неуравновешенной электромагнитной связью.

## **2.2. Квази -Т-волны в устройствах на связанных линиях с неуравновешенной электромагнитной связью и потерями**

Обычно расчет устройств на СЛ осуществляется при помощи классических матричных методов [13, 28, 29]. Очевидно, что такой подход лишь косвенным образом дает представление о волновых процессах, протекающих внутри «черного ящика». Задача исследования связанных волн в устройствах на СЛ с неоднородным диэлектриком решалась в работе [30], но результаты этой работы были ограничены расчетом частотных характеристик.

В данном подразделе на основе работ [7, 31] проведен детальный анализ волновых процессов, протекающих в устройствах на СЛ с неуравновешенной электромагнитной связью. Получены выражения для падающих и отраженных волн напряжений, токов, мощностей, распространяющихся по СПЛ. При этом преследуется цель выяснения и обоснования механизма управления параметрами, в частности, фазовым сдвигом в устройствах на СЛ с неуравновешенной электромагнитной связью. В качестве основного допущения принято, что в СЛ распространяются квази-Т волны.

Изучению волновых процессов в связанных линиях посвящено большое число работ (см., например, [21, 2, 13,32,33]). В этих и других работах рассматриваются СЛ либо со слабо выраженной зависимостью коэффициентов распространения нормальных волн от типа возбуждения (синфазное - противofазное, или – четное - нечетное), либо считается, что таковая зависимость не наблюдается. Причем в последнем случае, что предположение о существовании поперечных волн (Т-волн или в более ранней терминологии ТЕМ-волны) исключает неравенство фазовых скоростей нормальных волн. Однако экспериментальные и теоретические исследования полосковых структур показали, что связанные линии с неоднородным по поперечному сечению диэлектриком (рис. 2.1) могут моделироваться как структуры с квази-Т волнами. Термин «квази» в данном случае означает буквально «почти». Непротиворечивость такого подхода, как всегда, подтверждается экспериментальными данными, и очевидно, необходимо при этом устанавливать верхнюю границу по частоте, при которой моделирование дает удовлетворительный результат. На этом основании связанные линии с неуравновешенной электромагнитной связью выделены как отдель-

ный класс линий [5, 30, 14, 10]. Это обусловлено не только зависимостью коэффициента распространения Квази-Т-волн от типа возбуждения связанных проводников, но и появлением ряда интересных с практической точки зрения свойств, которыми обладают устройства на таких линиях [6, 26, 27, 34 – 50].

Ярким примером СЛ, в которых возможно существование нормальных волн с неравными фазовыми скоростями, является конструкция типа «меандровая линия, связанная со сплошной полоской» [6, 35]. СЛ с неоднородным диэлектриком и линии, предложенные в [35], обладают общим свойством: в рамках теории, основанной на квази-Т приближении: они характеризуются неодинаковыми коэффициентами индуктивной связи  $k_L = L_{12}/\sqrt{L_{11}L_{22}}$  и емкостной связи  $k_C = C_{12}/\sqrt{C_{11}C_{22}}$  [4]. Связанные линии, в частности связанные полосковые линии, для которых  $k_L \neq k_C$  (тождественно по смыслу неравенство коэффициентов связи по напряжению  $K_U$  и по току  $K_I$ , [4]), называются линиями с неуравновешенной электромагнитной связью.

### 2.2.1. Связанные волны напряжений и токов

Рассмотрим связанные линии с потерями энергии, вызванные наличием конечных сопротивлений проводников и конечной проводимости среды заполнения. Первичные параметры связанных линий [4,13, 21] в этом случае задаются в виде матриц  $[Z]$  и  $[Y]$ :

$$[Z] = \begin{bmatrix} (R_{11} + j\omega L_{11}) & (R_{12} + j\omega L_{12}) \\ (R_{12} + j\omega L_{12}) & (R_{22} + j\omega L_{22}) \end{bmatrix},$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} (G_{11} + j\omega C_{11}) & (G_{12} + j\omega C_{12}) \\ (G_{12} + j\omega C_{12}) & (G_{22} + j\omega C_{22}) \end{bmatrix},$$

где  $L_{i,j}, C_{i,j}, R_{i,j}, G_{i,j}$  — соответственно погонные индуктивности, емкости, сопротивления и проводимости.

Запишем систему уравнений, позволяющую найти напряжения и токи в сечении  $x$  [1, 7], если известны напряжения и токи в точке  $x=0$

$$\begin{bmatrix} U_1(x) \\ U_2(x) \\ I_1(x) \\ I_2(x) \end{bmatrix} = [A_m] \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 x} & 0 & & \\ & e^{-\gamma_2 x} & & \\ & & e^{\gamma_1 x} & 0 \\ & 0 & & e^{\gamma_2 x} \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \begin{bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

В системе (2.26) коэффициенты распространения «быстрой» и «медленной» волн находятся по формуле

$$\gamma_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} \pm \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right),$$

где  $\alpha_{i,j}$  – элементы матрицы  $[\alpha] = [Z][Y]$ .

Матрица нормированных амплитуд в (2.26) определяется следующим образом [1]:

$$[A_m] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_e & k_o & k_e & k_o \\ Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ Y_{2e} & Y_{2o} & -Y_{2e} & -Y_{2o} \end{bmatrix},$$

где коэффициенты  $k_e, k_o$ , характеризующие отношения амплитуд «быстрой» и «медленной» волн во второй линии к амплитудам напряжений в первой линии, и проводимости  $Y_{1e}, Y_{1o}$  находятся из следующих выражений:

$$\begin{aligned} k_{e,o} &= (\gamma_{1,2}^2 - \alpha_{11}) / \alpha_{12}, \\ Y_{1e} &= (Y_{11} + k_e Y_{12}) / \gamma_1, \quad Y_{1o} = (Y_{11} + k_o Y_{12}) / \gamma_2, \\ Y_{2e} &= (Y_{12} + k_e Y_{22}) / \gamma_1, \quad Y_{2o} = (Y_{12} + k_o Y_{22}) / \gamma_2. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Чтобы найти напряжения и токи в любом сечении  $x$ , необходимо найти напряжения и токи в точке  $x=0$ . Для этого рассмотрим СЛ как восьмиполосник, возбуждаемый источником ЭДС  $E_1$  (рис. 2.5). Граничные условия для этого случая при  $x=0, x=l$  запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} U_1(0) &= E_1 - I_1(0) z_1, \quad U_1(l) = I_1(l) z_3, \\ U_2(0) &= -I_2(0) z_2, \quad U_2(l) = I_2(l) z_4. \end{aligned} \quad (2.28)$$

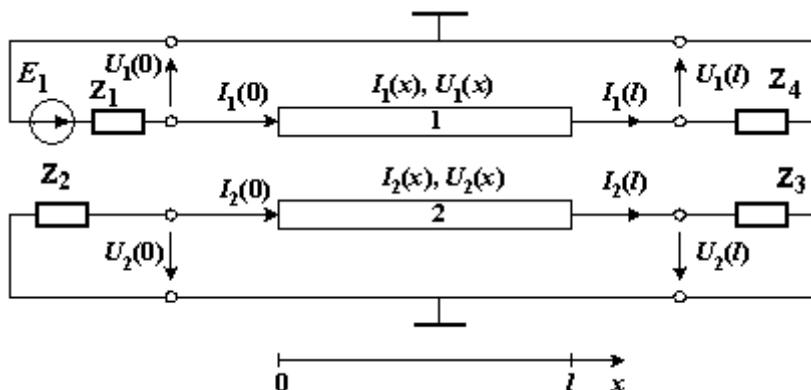


Рис. 2.5. Отрезок связанных линий, возбуждаемый источником ЭДС  $E_1$  (обозначения напряжений и токов на входе и выходе восьмиполюсника соответствуют рис. 2.4)

Связь между напряжениями и токами на зажимах восьмиполюсника (т. е. в точках  $x = 0$  и  $x = l$ ) определяется через матрицу передачи  $[a]$  [13]:

$$\begin{bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = [a] \begin{bmatrix} U_1(l) \\ U_2(l) \\ I_1(l) \\ I_2(l) \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Элементы матрицы  $[a]$  неодинаковых СЛ с неоднородным диэлектриком (неуравновешенной электромагнитной связью) без потерь получены в работе [1] и приведены выше в п.2.1.3. В случае СЛ с потерями написание  $a$ -параметров сводится к формальной замене в выражениях тригонометрических функций гиперболическими и расчету  $k_{e,o}$ ,  $Y_{1e}, \dots, Y_{2o}$  по приведенным формулам (2.27). В результате матрица  $a$ -параметров записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= a_{33} = w(-k_o \operatorname{ch} \gamma_1 l + k_e \operatorname{ch} \gamma_2 l), \\
a_{12} &= a_{43} = w(\operatorname{ch} \gamma_1 l - \operatorname{ch} \gamma_2 l), \\
a_{13} &= y(Y_{2o} \operatorname{sh} \gamma_1 l - Y_{2e} \operatorname{sh} \gamma_2 l), \\
a_{14} &= a_{23} = -y(Y_{1o} \operatorname{sh} \gamma_1 l - Y_{1e} \operatorname{sh} \gamma_2 l), \\
a_{21} &= a_{34} = k_e k_o w(-\operatorname{ch} \gamma_1 l + \operatorname{ch} \gamma_2 l), \\
a_{22} &= a_{44} = w(k_e \operatorname{ch} \gamma_1 l - k_o \operatorname{ch} \gamma_2 l), \\
a_{24} &= -y(k_e Y_{1o} \operatorname{sh} \gamma_1 l - k_o Y_{1e} \operatorname{sh} \gamma_2 l), \\
a_{31} &= -w(-k_o Y_{1e} \operatorname{sh} \gamma_1 l + k_e Y_{1o} \operatorname{sh} \gamma_2 l), \\
a_{32} &= a_{41} = -w(Y_{1e} \operatorname{sh} \gamma_1 l - Y_{1o} \operatorname{sh} \gamma_2 l), \\
a_{42} &= -w(Y_{2e} \operatorname{sh} \gamma_1 l - Y_{2o} \operatorname{sh} \gamma_2 l).
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Чтобы найти напряжения и токи в начале отрезка связанных линий, связав их с ЭДС  $E_1$ , воспользуемся граничными условиями (2.28) и соотношением (2.29):

$$\begin{bmatrix} E_1 - I_1(0)z_1 \\ -I_2(0)z_2 \\ I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = [a] \begin{bmatrix} I_1(l)z_3 \\ I_2(l)z_4 \\ I_1(l) \\ I_2(l) \end{bmatrix}.$$

Выполнив перемножение матриц в правой части и введя обозначения

$$\beta = \begin{bmatrix} a_{11}z_3 + a_{13} & a_{12}z_4 + a_{14} \\ a_{21}z_3 + a_{23} & a_{22}z_4 + a_{24} \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} a_{31}z_3 + a_{33} & a_{32}z_4 + a_{34} \\ a_{41}z_3 + a_{43} & a_{42}z_4 + a_{44} \end{bmatrix},$$

получаем уравнение для отыскания  $I_1(0)$ ,  $I_2(0)$ :

$$[\beta]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_1 - I_1(0)z_1 \\ -I_2(0)z_2 \end{bmatrix} - [\alpha]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = 0. \tag{2.31}$$

Решение (2.31) записывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = \left[ [\beta]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & z_2 \end{bmatrix} + [\alpha]^{-1} \right]^{-1} \cdot [\beta]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Из-(2.28) следует

$$\begin{bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1(0)z_1 \\ -I_2(0)z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

Итак, мы получили выражения для напряжений и токов на входе отрезка связанных линий в зависимости от ЭДС  $E_1$  и  $a$ -параметров:

$$\begin{aligned} U_1(0) &= E_1\sigma_{11}, & U_2(0) &= E_1\sigma_{22}, \\ I_1(0) &= E_1\sigma_{33}, & I_2(0) &= E_1\sigma_{44}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

В формулах (2.34)  $\sigma_{ii}$  ( $i=1, \dots, 4$ ) вычисляются из выражений

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 1 - \sigma_{33}z_1; & \sigma_{22} &= -\sigma_{44}z_2; \\ \sigma_{33} &= \Delta\Delta_1(\beta_{21}\delta_{12} + \beta_{22}\delta_{22}); \\ \sigma_{44} &= -\Delta\Delta_1(\beta_{21}\delta_{11} + \beta_{22}\delta_{21}); \end{aligned} \quad (2.35)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (\beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}\beta_{21})^{-1}, & \Delta_2 &= (\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21})^{-1}, \\ \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Delta_2\alpha_{22} + \Delta_1\beta_{22}z_1 & -\Delta_2\alpha_{12} - \Delta_1\beta_{12}z_2 \\ -\Delta_2\alpha_{21} - \Delta_1\beta_{21}z_1 & \Delta_2\alpha_{11} + \Delta_1\beta_{11}z_2 \end{bmatrix}, \\ \Delta &= (\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}\delta_{21})^{-1}. \end{aligned}$$

Таким образом, распределение напряжений и токов по продольной координате  $x$  в устройствах на СЛ с заданными граничными условиями на концах (рис. 2.5) находится из соотношения

$$\begin{bmatrix} U_1(x) \\ U_2(x) \\ I_1(x) \\ I_2(x) \end{bmatrix} = [a(x)] \left( E_1 \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix} \right). \quad (2.36)$$

Матрица  $[a(x)]$  в (2.36) по форме совпадает с матрицей  $[a]$ , находимой из (2.30), за исключением аргументов гиперболических функций (во всех формулах длина отрезков СЛ  $l$  заменяется на текущую координату  $x$ ). По существу, выражение (2.36) дает полную картину связанных волн напряжений и токов, распространяющихся по полоскам.

Элементы  $\sigma_{ii}$  столбцовой матрицы  $[\sigma]$  в (2.36) зависят от граничных условий и отражают традиционно определяемые свойства нагруженных отрезков СЛ как радиотехнического устройства.

### 2.2.2. Падающие и отраженные волны напряжений и токов

Волны напряжений и токов в каждой из линий, находимые из (2.36), можно разложить на четыре компоненты: быстрые падающие и отраженные и медленные падающие и отраженные. Найдем амплитуды волн напряжений в первой линии, используя (2.36), учитывая граничные условия (2.28) и вводя обозначения  $A_{1,2}$  – амплитуды напряжений падающих волн,  $B_{1,2}$  – амплитуды напряжений отраженных волн (индекс 1 относится к синфазным волнам, а индекс 2 – к противофазным волнам):

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{1}{2} E_1 (-k_o w \sigma_{11} + w \sigma_{22} - y Y_{2o} \sigma_{33} + y Y_{1o} \sigma_{44}), \\
 A_2 &= \frac{1}{2} E_1 (k_e w \sigma_{11} - w \sigma_{22} + y Y_{2e} \sigma_{33} - y Y_{1e} \sigma_{44}), \\
 B_1 &= \frac{1}{2} E_1 (-k_o w \sigma_{11} + w \sigma_{22} + y Y_{2o} \sigma_{33} - y Y_{1o} \sigma_{44}), \\
 B_2 &= \frac{1}{2} E_1 (k_e w \sigma_{11} - w \sigma_{22} - y Y_{2e} \sigma_{33} + y Y_{1e} \sigma_{44}).
 \end{aligned}
 \tag{2.37}$$

Амплитуды волн напряжений во второй линии и токи находятся из условия связи между ними, которая дается матрицей  $[A_m]$ . Тогда падающие и отраженные волны напряжений и токов получатся в следующей форме

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} U_{1\text{пад}} \\ U_{2\text{пад}} \\ I_{1\text{пад}} \\ I_{2\text{пад}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ k_e A_1 & k_o A_2 \\ Y_{1e} A_1 & Y_{1o} A_2 \\ Y_{2e} A_1 & Y_{2o} A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 x} \\ e^{-\gamma_2 x} \end{bmatrix}, \\
 \begin{bmatrix} U_{1\text{отр}} \\ U_{2\text{отр}} \\ I_{1\text{отр}} \\ I_{2\text{отр}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ k_e B_1 & k_o B_2 \\ -Y_{1e} B_1 & Y_{1o} B_2 \\ -Y_{2e} B_1 & Y_{2o} B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\gamma_1 x} \\ e^{\gamma_2 x} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

При рассматриваемых граничных условиях (рис. 2.5) в зависимости от выбираемых сопротивлений  $z_1, \dots, z_4$  получаются различные по функциональному назначению устройства. Рассмотрим устройство, в котором  $z_1, z_3$  – нагрузочные сопротивления, а  $z_2, z_4$  – регулирующие. В этом случае особый интерес представляют падающие волны напряжения и токов в первой из линий

$$\begin{aligned}
 U_{1\text{пад}} &= \frac{1}{2} E_1 [-k_o w \sigma_{11} + w \sigma_{22} - y Y_{2o} \sigma_{33} + y Y_{1o} \sigma_{44}] e^{-\gamma_1 x} + \\
 &+ (k_e \omega \sigma_{11} - \omega \sigma_{22} + y Y_{2e} \sigma_{33} - y Y_{1e} \sigma_{44}) e^{-\gamma_2 x},
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

$$\begin{aligned}
 I_{1\text{пад}} &= \frac{1}{2} E_1 [Y_{1e} (-k_o w \sigma_{11} + w \sigma_{22} - y Y_{2o} \sigma_{33} + y Y_{1o} \sigma_{44}) e^{-\gamma_1 x} + \\
 &+ Y_{1o} (k_e \omega \sigma_{11} - \omega \sigma_{22} + y Y_{2e} \sigma_{33} - y Y_{1e} \sigma_{44}) e^{-\gamma_2 x}].
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

### 2.2.3. Потоки мощности

Потоки мощности в линиях, так же как напряжения и токи, распространяются в направлении  $x$  и обратно. Следовательно, можно определить для первой линии и второй линии [12, 17, 18]

$$P_{1\text{пад}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(U_{1\text{пад}} I_{1\text{пад}}^*), \quad P_{1\text{отр}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(U_{1\text{отр}} I_{1\text{отр}}^*),$$

$$P_{2\text{пад}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(U_{2\text{пад}} I_{2\text{пад}}^*), \quad P_{2\text{отр}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(U_{2\text{отр}} I_{2\text{отр}}^*), \quad (2.41)$$

(\* – знак сопряжения). Поток падающей мощности в первой линии из (2.39), (2.40) и (2.41) можно записать в виде

$$P_{1\text{пад}} = \frac{1}{8} |E_1|^2 \operatorname{Re} \left[ Y_{1e} b_1^2 e^{-2\alpha_1 x} + Y_{10} b_2^2 e^{-2\alpha_2 x} + b_1 b_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)x} \times \right. \\ \left. \times \left( Y_{1e} e^{j(\beta_1 - \beta_2)x} + Y_{10} e^{j(\beta_2 - \beta_1)x} \right) \right]. \quad (2.42)$$

где

$$b_1 = 2A_1 / E_1, \quad b_2 = 2A_2 / E_1, \\ \alpha_{1,2} = \operatorname{Re}(\gamma_{1,2}), \quad \beta_{1,2} = \operatorname{Im}(\gamma_{1,2}).$$

Отметим, что мощность  $P_{1\text{пад}}$ , вычисленная из соотношения

$$P_{1\text{пад}} = |U_{1\text{пад}}|^2 / \sqrt{L_{11} / C_{11}}$$

не совпадает с (2.42), так как в связанных линиях по причине электромагнитной связи  $U_1(x) / I_1(x) \neq \sqrt{L_{11} / C_{11}}$ , в чем нетрудно убедиться из (2.34). Поэтому в работе [30] потоки мощности в СЛ, видимо, определены неверно.

#### 2.2.4. Механизм управления фазовой и групповой скоростями

Перепишем (2.39) в более компактной форме

$$U_{1\text{пад}} = \frac{1}{2} E_1 (b_1 e^{-\alpha_1 x} e^{-j\beta_1 x} + b_2 e^{-\alpha_2 x} e^{-j\beta_2 x}). \quad (2.43)$$

Величины  $b_1$  и  $b_2$ , входящие в (2.43), имеют смысл комплексных амплитуд, причем  $\arg(b_1)$  и  $\arg(b_2)$  – начальные фазовые сдвиги этих составляющих, которые аналогично [12] можно понимать как фазовые углы коэффициентов отражения. Обозначим

$$\arg(b_1) = \varphi_1, \quad \arg(b_2) = \varphi_2.$$

Запишем выражения для  $|U_{1\text{пад}}|$ ,  $\arg(U_{1\text{пад}})$

$$|U_{\text{пад}}| = \left[ |b_1|^2 e^{-2\alpha_1 x} + |b_2|^2 e^{-2\alpha_2 x} + 2|b_1 b_2| e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)x} \times, \right. \\ \left. \times \cos(\beta_2 x - \beta_1 x + \varphi_1 - \varphi_2) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.44)$$

$$\arg(U_{\text{пад}}) = \arctg(D_1/D_2), \quad (2.45)$$

где

$$D_1 = |b_1| e^{-\alpha_1 x} \sin(\varphi_1 - \beta_1 x) + |b_2| e^{-\alpha_2 x} \sin(\varphi_2 - \beta_2 x),$$

$$D_2 = |b_1| e^{-\alpha_1 x} \cos(\varphi_1 - \beta_1 x) + |b_2| e^{-\alpha_2 x} \cos(\varphi_2 - \beta_2 x).$$

Как видно из (2.44), между линиями существует обмен энергией [4, 12], в результате чего слабая зависимость  $|U_{\text{пад}}|$  от  $x$  может быть достигнута при ограниченной длине отрезков связанных линии. Формула (2.44) при заданном изменении  $|U_{\text{пад}}|$  позволяет установить количественные ограничения на выбор исходных первичных параметров СЛ и длину линий, необходимые при создании ряда устройств [6 – 10].

Фазовая задержка  $\psi = \arg(U_{\text{пад}})$  зависит от соотношения между  $|b_1|$  и  $|b_2|$ . Пользуясь полученными выражениями (2.36), (2.39), (2.43), можно показать, что если сопротивления  $z_2 = z_4 = z$  (см. рис. 2.5) имеют емкостной характер, то уменьшение  $z$  (т.е. увеличение емкости) влечет увеличение отношения  $|b_2|/|b_1|$ . При  $\beta_2 > \beta_1$  это, согласно (2.44), вызывает увеличение угла наклона кривой  $\psi(x)$ , т.е. увеличение фазовой задержки. В то же время  $|U_{\text{пад}}|$  может меняться незначительно, так как изменение отношения  $|b_2|/|b_1|$  не означает еще изменение  $|U_{\text{пад}}|$ , что следует из (2.44). В качестве доказательства данного утверждения далее будет показан пример расчета и экспериментальных исследований волновых процессов в отрезке связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью.

Фазовая скорость  $v_\phi$  волны, распространяющейся в первой линии, не может быть определена строго в соответствии с принятыми определениями [4, 12 – 14, 26, 32] по двум причинам: из-за

наличия отраженной волны и ограниченной длины отрезков линий. В то же время при создании, например, многоотводных линий задержки, многосекционных фазовращателей существует потребность знать, с какой скоростью распространяются волны напряжений и токов в полосковых линиях [17]. В этой работе дано не противоречащее телеграфным уравнениям определение скорости электромагнитного сигнала в линиях с неуравновешенной связью; на наш взгляд, такая постановка вопроса весьма своевременна. Однако в [17] не затронуто определение фазовой скорости, необходимое нам. Имея в виду, что в первой линии тем или иным образом обеспечивается режим бегущей волны или близкий к нему, определим фазовую скорость  $v_\phi$  волны по известной зависимости  $\psi = \arg(U_{\text{пад}}(x))$ :

$$v_\phi = \omega / \frac{\partial [\arg(U_{\text{пад}}(x))]}{\partial x}. \quad (2.46)$$

Групповая скорость

$$v_{\text{гр}} = \left[ \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{\partial [\arg U_{\text{пад}}(x)]}{\partial x} \right) \right]^{-1}. \quad (2.47)$$

Из (2.44) – (2.47) следует, что при вариации регулирующих сопротивлений  $z_2 = z_4 = z$  изменяется  $v_\phi$  и  $v_{\text{гр}}$ . Для линий с неуравновешенной электромагнитной связью глубина возможного управления  $v_\phi$  и  $v_{\text{гр}}$  при налагаемых ограничениях на коэффициент передачи (на  $|U_{\text{пад}}|$ ) тем больше, чем больше отношение  $\beta_2/\beta_1$ . Очевидно, что регулирование фазовой задержки  $\psi = \arg(U_{\text{пад}}(x))$  и фазы  $\Phi = \arg(U_1(l))$  в устройствах на СЛ с неуравновешенной связью следует связать с изменением  $v_\phi$ . При уравновешенной связи, т. е. когда  $\beta_1 = \beta_2$ ,  $v_\phi$ ,  $v_{\text{гр}}$  при расчете по формулам (2.46), (2.47) изменяются слабо только за счет других механизмов, связанных с рассогласованием структуры по входу и выходу. В этом случае регулировка  $\psi$  и  $\Phi$  объясняется реакцией устройства на включение сосредоточенных неоднородностей в виде изменения фазы коэффициентов отражения.

Таким образом, отличительная особенность механизма управления фазой в устройствах на СЛ с неуравновешенной связью заключается в возникновении (при определенных условиях) эффекта регулирования  $\nu_{\phi}$  и  $\nu_{\Gamma P}$  падающей волны при изменении граничных условий вследствие перераспределения амплитуд напряжений быстрой и медленной (синфазной и противофазной) волн.

### 2.2.5. Численные и экспериментальные результаты

Для расчета и экспериментальной проверки была выбрана конструкция СЛ, показанная на рис. 2.6. Количество полосок в меандровой линии  $N = 50$ , в качестве материала с  $\epsilon_{r1} = 10$  взят фольгированный диэлектрик, а с  $\epsilon_{r2} = 19$  – керамика. Первичные погонные параметры рассчитывались методом четного и нечетного возбуждения структуры, частичные емкости которой определялись приближенно методом конформных отображений. Вместе с этим погонные емкости и индуктивности были определены экспериментально прямыми измерениями на низкой частоте. Измерения и расчет дали близкий результат, но в качестве расчетных взяты экспериментальные данные:

$$L_{11} = 2.154; \quad L_{22} = 0.215; \quad L_{12} = 0.200, \text{ [мкГ/м]};$$

$$C_{11} = 2080; \quad C_{22} = 1439; \quad C_{12} = 1420, \text{ [пФ/м]}.$$

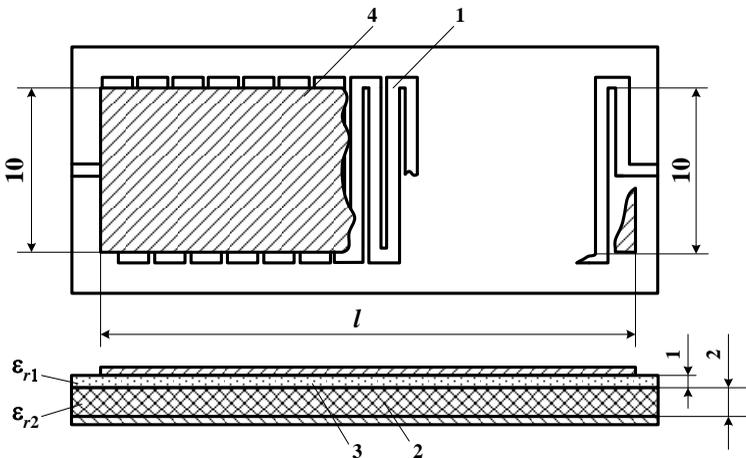


Рис. 2.6. Конструкция секции связанных полосковых линий типа «меандровая линия, связанная со сплошной полоской»: 1 – меандровая линия; 2, 3 – диэлектрические подложки; 4 – сплошная полоска

При расчетах была взята частота  $f=50$  МГц, длина связанных полосок  $l=0,05$  м.

На рис. 2.7 и рис.2.8 показано изменение нормированных напряжений на выходе отрезка связанных линий  $U_1(l)/|E_1|$ ,  $|U_2(l)/|E_1|$ , фазовой  $v_\Phi$  и групповой  $v_{Гр}$  скоростей от регулирующей емкости  $C_p$ , служащей в качестве элементов с сопротивлениями  $z_2 = z_4 = z$ . Сравнивая рис. 2.7 и рис.2.8, мы приходим к выводу, что механизм существенной зависимости фазовой  $v_\Phi$  и групповой  $v_{Гр}$  скоростей от регулирующей емкости  $C_p$  связан с изменением напряжения в линии с номером 2 –  $U_2$ . При этом напряжение в линии 1 (меандровая полоска на рис. 2.5) изменяется незначительно, что свидетельствует о возможности использовать рассматриваемое устройство как управляемую линию задержки или недисперсионный фазовращатель [7, 8].

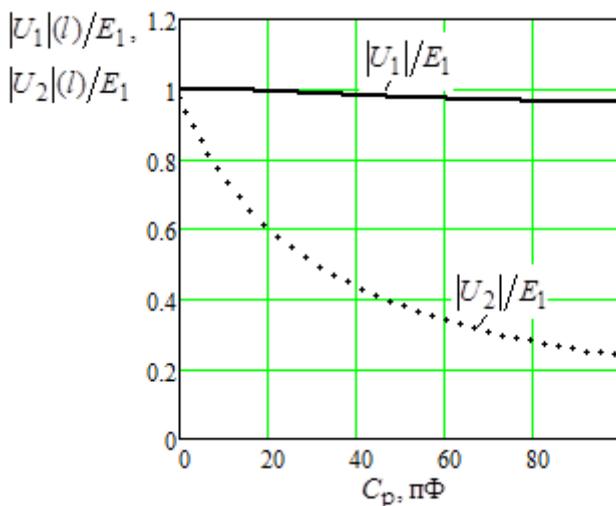


Рис. 2.7. Зависимость напряжений на выходе отрезка СЛ  $U_1(l)/|E_1|$ ,  $|U_2(l)/|E_1|$ , нормированных к ЭДС генератора, от регулирующей емкости  $C_p$

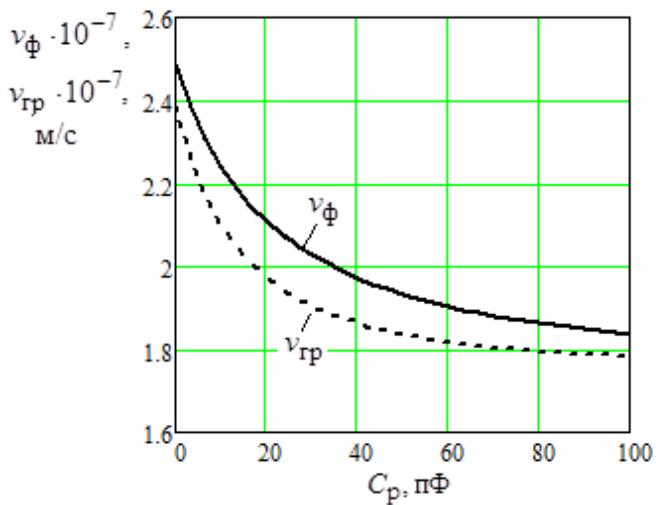


Рис. 2.8. Зависимость фазовой  $v_\phi$  и групповой  $v_{гр}$  скоростей в связанных линиях от регулирующей емкости  $C_p$

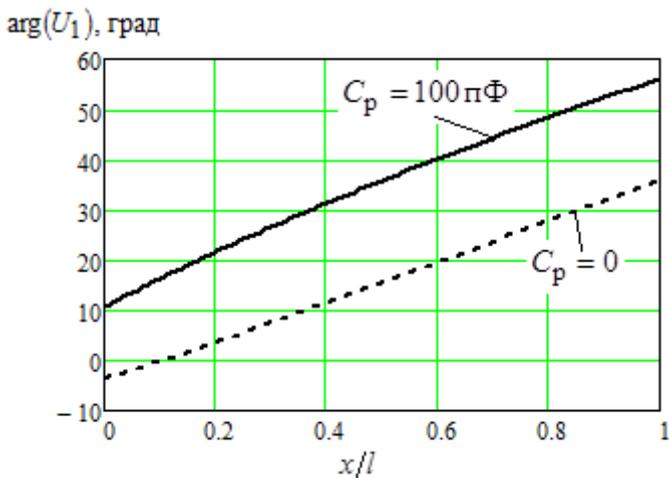


Рис. 2.9. Зависимость фазового сдвига полного напряжения  $U_1$  от нормированной продольной координаты при двух значениях регулирующей емкости  $C_p$

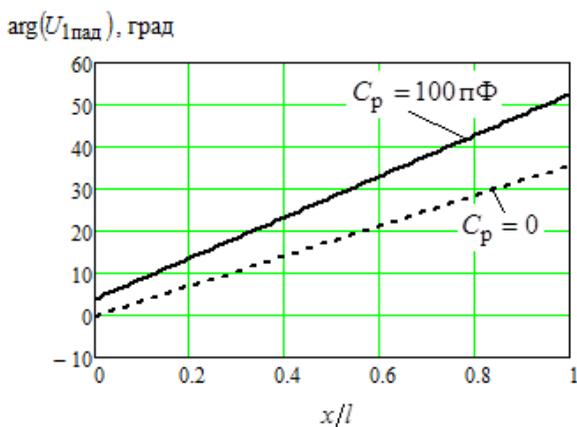


Рис. 2.10. Зависимость фазового сдвига полного напряжения  $U_1$  от нормированной продольной координаты при двух значениях регулирующей емкости  $C_p$

На рис. 2.9, 2.10 показаны соответственно зависимости  $\arg(U_1)$  и  $\arg(U_{1\text{пад}})$  от нормированной координаты  $x/l$  при крайних значениях  $C_p = 0; 100\text{пФ}$ . Нелинейная зависимость  $\arg(U_1)$  указывает на существование отражений на входе и выходе СПЛ «изнутри», т. е. при  $0 \leq x \leq l$  (сравни с более простым случаем, приведенным в [12, рис. 3.6]).

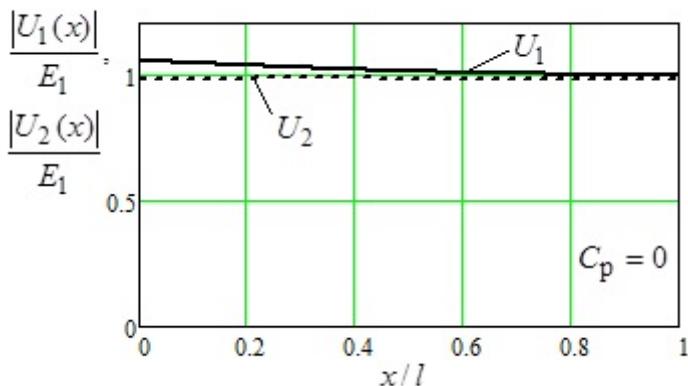


Рис. 2.11. Зависимость амплитуд напряжений на связанных линиях от продольной координаты при значении регулирующей емкости  $C_p = 0$

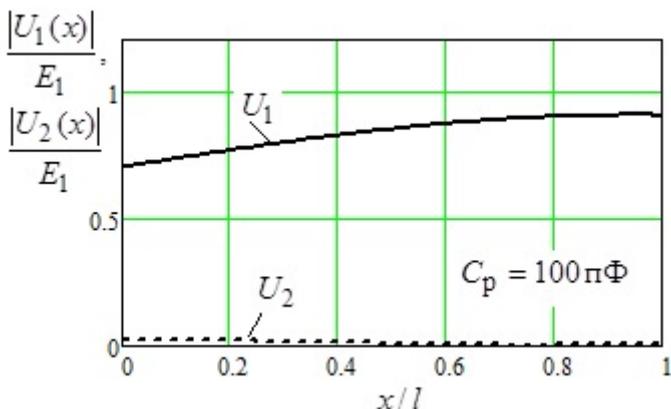


Рис. 2.12. Зависимость амплитуд напряжений на связанных линиях от продольной координаты при значении регулирующей емкости  $C_p = 100 \text{ пФ}$

Зависимости модулей нормированных напряжений  $U_1(x/l)$ ,  $U_2(x/l)$  от координаты при  $C_p = 0; 100 \text{ пФ}$  изображены на рис. 2.11, 2.12.

Рис. 2.13 отражает частотные зависимости  $20 \log(|U_1(f)|)$  в точке  $x=l$ , полученные в результате расчета (сплошная кривая) и эксперимента (прерывистая кривая с точками). Очевидно то, что секция связанных линий даже при  $C_p = 0$  обладает фильтрующими свойствами. Это явление – следствие интерференции нормальных волн, распространяющихся, как было показано, с существенно отличающимися фазовыми скоростями.

Фазовая скорость экспериментально определялась при помощи стробоскопического осциллографа путем наблюдения и сравнения осциллограмм ВЧ-колебаний на выходе устройства в режиме бегущей волны с опорным каналом «нулевой» задержки. Значения  $v_{\text{ф}} = 2,6 \cdot 10^7 \text{ м/с}$  при  $C_p = 0$  и  $v_{\text{ф}} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ м/с}$  при  $C_p = 200 \text{ пФ}$  согласуются с результатами расчета, показанными на рис. 2.8.

Измерение  $\arg(U_1)$  дали значения 40 и 59 град соответственно для  $C_p = 0$  и  $C_p = 200 \text{ пФ}$ , что находится в хорошем согласии с расчетом (рис. 2.9).

экспериментально полученные частотные характеристики, снятые

на приборе Х1-42. Как видно, расчет и эксперимент совпадают хорошо.

Фазовая скорость экспериментально определялась при помощи стробоскопического осциллографа путем наблюдения и сравнения осциллограмм ВЧ-колебаний на выходе устройства в режиме бегущей волны с опорным каналом «нулевой» задержки. Значения  $v_{\Phi}=2,6 \cdot 10^7$  м/с при  $C=0$  и  $v_{\Phi}=1,8 \cdot 10^7$  м/с при  $C=200$  пФ согласуются с результатами расчета, показанными на рис. 5.

Измерение  $\arg(U_1)$  на приборе ФК2-12 дали значения 40 и 59 град соответственно для  $C=0$  и  $C=200$  пФ, что находится в хорошем согласии с расчетом (рис.6).

Таким образом, приведенные результаты исследований волн в устройствах на СЛ с неуравновешенной электромагнитной связью подтверждают наличие эффекта изменения фазовой и групповой скоростей падающей волны вследствие изменения граничных условий на одной из полосок. Наряду с отмеченным, результаты данного подраздела могут быть полезны при расчете распределения фазы колебаний по длине полосок, расчете потоков мощности и волн напряжений и токов в устройствах на связанных линиях разнообразных конструкций с рассмотренными граничными условиями.

## Литература к разделу 2

1. Малютин Н. Д. Матричные параметры неодинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком. — Радиотехника и электроника, 1976, т. 21, № 12, с. 2473 – 2478.
2. Малютин Н.Д. Квази-Т волны в комбинированных структурах на основе нерегулярных линий передачи с сосредоточенными неоднородностями / Н.Д. Малютин, А.Г. Лощилов, Э.В. Семенов // Доклады Томского государственного ун-та систем управления и радиоэлектроники. – 2005. – № 4 (12). – С. 42 – 49.
3. Малютин Н.Д. Квази-Т-волны в комбинированных структурах на нерегулярных связанных линиях / Н.Д. Малютин, А.Г. Лощилов, Э.В. Семенов // Сборник докл. междунар. научн.-практ. конф. «Электронные средства и системы управления».– Томск: Институт оптики атмосферы СО РАН, 2005. В двух частях. – Ч. 1. – С. 125 – 128.
4. Влостовский Э. Г. К теории связанных линий передачи Радиотехника, 1967, № 4, с. 28—35.

5. Zysman G. I., Johnson A. K. Coupled transmission line networks in an inhomogeneous dielectric medium. — IEEE Trans, on MTT, 1969, v. MTT—17, № 10, p. 753—759.
6. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе. — Томск: Изд-во Томского ун-та, 1990. — 164 с.
7. Воробьев П. А., Малютин Н.Д., Федоров В.Н. Квази-Т-волны в устройствах на связанных полосковых линиях с неуравновешенной электромагнитной связью. — Радиотехника и электроника, 1982, т. 27, № 9, с. 1711—1718.
8. Воробьев П.А. Управление параметрами секций связанных линий передачи с сосредоточенными регулируемыми неоднородностями. — Изв. вузов МВ и ССО СССР — Радиоэлектроника, 1982, т. 25, №.11, 52—57.
9. Беляев Б.А. Исследование коэффициентов связи сонаправленных резонаторов в полосковых фильтрах на подвешенной подложке / Б.А. Беляев, А.М. Сержантов, Я.Ф. Бальва // Радиотехника и электроника, 2008. — Т.53. — № 4. — С. 432-440.
10. Allen J. L. Non-symmetrical coupled lines in an inhomogeneous dielectric medium.— Int. J. Electronics, 1975, v. 38, № 3, p. 337—347.
11. Marx K. D. Propagation modes, equivalent circuits and characteristic terminations for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics. — IEEE Trans, on MTT, 1973, v. MTT-21, № 7. 450—457.
12. Баскаков С.И.. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 1980.— 152 с.
13. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполусников на СВЧ, 2-изд., перераб. и доп.— М.: Советское радио, 1971.—388 с.
14. Speciale R.A. Even-and odd-mode waves for nonsymmetrical coupled lines in nonhomogeneous media. – IEEE Trans on MTT, 1975, v. MTT-23, №1. P. 897-908.
15. Белуга И.Ш. Программа расчета нормальных квази-ТЕМ-волн в N-полосковой линии с тонкими проводниками // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1977. Вып. 9. С. 125–127.
16. Ховратович В. С. Параметры многопроводных передающих линий. — Радиотехника и электроника, 1975, т. 20, № 3, с. 468-473.

17. Ивашка В. П. Фазовые и энергетические характеристики связанных микрополосковых линий. — Литовский физический сборник, 1980, т. 20, № 2, с. 85—94.
18. Захар - Иткин М. Х. Теорема взаимности и матричные телеграфные уравнения для многопроводных линий передачи.— Радиотехника и электроника, 1974, № 11, с. 2338—2348.
19. Гипсман А. И., Красноперкин В. М., Силин Р. А. Расчет многополосковых линий и устройств. — Антенны / Под ред. А. А. Пистолькорса. — М.: Радио и связь, 1986. Вып. 34. — С. 52—68.
20. Каганов Э.Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы. — М.: Энергоатомиздат, 1990. — 248 с.
21. Пистолькорс А.А. Приемные антенны. — М.: Связьтехиздат, 1937. — 287 с.
22. Бессонов Л.А. Линейные электрические цепи. М.: Высшая школа, 1974. — 718 с.
23. Маевский Д.А. Математическая модель системы связанных полосковых линий // Электромашинобуд. та електрообладн, 2007. — Вип. 68. — С. 52-55.
24. Фуско В. СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1990. — 288 с.
25. Малютин Н.Д. Алгоритмы синтеза устройств на основе нерегулярных связанных полосковых линий по заданным частотным характеристикам. / Н.Д. Малютин, А.Г. Лоцилов, А.А. Ильин, А.Н. Малютин, И.В. Большанин // Доклады ТУСУРа. — 2011. — № 1 (23).— С. 183 – 190.
26. Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. М.: Сов. радио, 1977. 367 с.
27. Сычёв А.Н. Управляемые СВЧ устройства на многомодовых полосковых структурах. / Под. ред. Н.Д. Малютина. Томск: Том. гос. ун-т, 2001. 318 с.
28. Сазонов Д. М., Гридин А. Н., Мишустин Б. А. Устройства СВЧ /Под ред. проф. Д. М. Сазонова. — М.: ВШ, 1981. — 295 с.
29. Кац Б.М., Мещанов В.П., Фельдштейн А.Л. Оптимальный синтез устройств СВЧ с Т-волнами. М.: Радио и связь. 1984. 288 с.
30. Krage M.K., Haddad G.I. Characteristics of coupled micro-strip transmission lines.— PI: Coupled-mode formulation of inhomogeneous lines. IEEE Trans, on MTT, 1970, v. MTT-18, № 4, p. 217-222.
31. Воробьев П. А., Малютин Н. Д., Федоров В. Н. Эффект регулярирования фазовой и групповой скорости квази-Т-волн в направ-

ляющих двухпроводных системах с неоднородным диэлектриком и неодинаковой длиной в области электромагнитной связи. — В кн.: Измерительные комплексы и системы, — Томск, 1981, ч. 1, с. 114—116.

32. Силин Р. А., Сазонов В. П. Замедляющие системы. М.: Сов. радио. 1966.

33. Мельяновский П. А. К теории направленных ответвителей на связанных однородных линиях. — Радиотехника, 1966, т. 21, № 12, с. 4—11.

34. Воробьев П. А., Малютин Н. Д. Анализ характеристик связанных полосковых линий на неоднородном диэлектрике с сосредоточенными регулируемыми неоднородностями. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1975, т. 18, № 2, с. 97—99.

35. А. с. № 432843 (СССР). МКИ НОІ Р 1/18. Полосковый фазовращатель/ П. А. Воробьев, Н. Д. Малютин.— № 1781634/269, заявл. 03.05.72, опубл. бюл., 1975, № 25, с. 191.

36. Воробьев П. А., Малютин Н. Д. Полосковый перестраиваемый режекторный фильтр.— В кн.: Широкополосные усилители. — Томск: Изд-во ТГУ, 1974, вып. 8, с. 139—144.

37. Воробьев П. А., Вершинин И. М., Малютин Н. Д. Управляемые устройства на основе С-секции с дополнительным проводником. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1977, т. 20, № 2, с. 91—94.

38. Вершинин И. М., Воробьев П. А. Характеристики управляемых устройств из С-секций с дополнительным проводником в неоднородном диэлектрике. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1980, т. 23, № 3, с. 103—105.

39. Воробьев П. А., Репко В. Н. Синтез управляемых широкополосных фазовращателей на секционированных многослойных волноводах. — Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника, 1984, т. 27, № 2, с. 68—70.

40. Малютин Н. Д., Репко В. Н., Солуня Ю. А. Управляемые трансформирующие секции на связанных полосковых линиях с неоднородным диэлектриком как основа построения многофункциональных устройств СВЧ. — В кн.: Расчет и проектирование полосковых антенн. Свердловск, 1985 с. 107—108.

41. Малютин Н. Д., Сорокин Б. Г., Динер А. В. Программа расчета и результаты анализа управляемых полосковых фильтрующих структур на связанных линиях с неоднократным диэлектриком. —

В кн.: Расчет и проектирование полосковых антенн. Свердловск, 1985, с. 109—110.

42. А.с. № 1070630А (СССР). Регулируемый направленный ответвитель/ Н. Д. Малютин, Б. М. Ануфриков. Заявл. 20.01.82, заявка № 3385691/18—09, опубл. 30.01.84, Б. И. № 4.

43. Малютин Н. Д., Воробьев П. А. Анализ частотных характеристик регулируемых меандровых полосковых линий передачи с неоднородным диэлектриком.— Элементы и устройства радиоэлектроники. — Томск: Изд-во ТГУ, 1974, с. 33-36.

44. Жутиков Н. А., Бажанова Г. В., Дуковский Г. В. Полосковые регулируемые линии фазовой задержки. — Изв. вузов Лит. ССР. Сер. Радиоэлектроника, 1974, т. 10, № 2, с. 148—151.

45. Малютин Н. Д., Сорокин Б. Г. Управляемые фильтрующие структуры на связанных полосковых линиях с неоднородным диэлектриком.— В кн.: Проблемы интегральной электроники СВЧ. — Л., 1984, с. 179.

46. Малютин Н. Д., Репко В. Н. Управляемые четвертьволновые трансформаторы на отрезках связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком, — Радиоэлектроника. 1988. Т. 31. № 11. С 71—73. (Известия высш. учеб. заведений).

47. Малютин И. Д. Сычев А. Н. Квасистатические параметры связанных полосковых линий с сильно неуравновешенной электромагнитной связью. — Радиоэлектроника. 1988. Т. 31. № 1. С. 58—62 (Изв. высш. учеб. заведений).

48. Малютин Н. Д., Сорокин Б. Г. Электрически перестраиваемые режекторные фильтры на связанных полосковых линиях с неуравновешенной связью. — Радиоэлектроника. 1988. Т. 31. № 3. С. 63—65 (Известия высш. учеб. заведений).

49. Малютин Н. Д., Федоров В. Н. Оценка предельно достижимой регулировки параметров в управляемых секциях на связанных полосковых линиях с неуравновешенной электромагнитной связью. — В кн.: Вопросы конструирования и технологии производства РЭА.— Томск: Изд-во Том. ун-та, 1986. С. 116—121.

### **3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ СТРУКТУР НА ОСНОВЕ НЕРЕГУЛЯРНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ\***

#### **3.1. Основные термины**

Нерегулярные связанные линии передачи (НСЛП) – связанные линии передачи электрических сигналов с изменяющимися вдоль продольной координаты первичными параметрами.

Комбинированные структуры (КС) – структуры, содержащие регулярные или нерегулярные линии передачи и сосредоточенные цепи, которые для структуры в целом являются сосредоточенными неоднородностями.

#### **3.2. Введение**

В связанных линиях (СЛ), содержащих неоднородное в поперечном сечении магнитное или диэлектрическое заполнение, распространяются волны, которые можно представить как суперпозицию нормальных волн, имеющих отличающиеся фазовые скорости  $v_i$  ( $i$  – номер нормальной моды) [1 – 6]. Степень неоднородности заполнения влияет на соотношение  $V = v_{\max} / v_{\min}$ , где  $v_{\max}, v_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значения фазовых скоростей нормальных волн. Отличие фазовых скоростей, характеризующееся примерным соотношением  $V \leq 1.05$ , имеет место в полосковых связанных линиях на диэлектрических подложках с небольшой диэлектрической проницаемостью, в связанных линиях типа "витая пара", в связанных проводах вблизи подстилающей поверхности и других структурах. При малом значении  $V$  эффект изменения фазовых скоростей нормальных волн [7] несущественно влияет на волновые процессы в СЛ и соответственно на входные параметры устройств на их основе вследствие

---

\* Работа выполнена при поддержке Администрации Томской области, государственный контракт № 102 от 20.09.2005, и поддержке Рособразования, проект 1 (раздел 07.08).

наличия потерь и иных факторов, определяющих картину связанных квази-Т волн в целом. Иная ситуация возникает, когда отличие фазовых скоростей начинает доминировать в образовании волновых процессов в СЛ. Это явление, как частный случай проявления интерференции, хорошо известно в теории связанных линий [8]. Оно может рассматриваться как отрицательно сказывающееся на параметрах устройств [9], или как весьма полезное, позволяющее управлять характеристиками проектируемых функциональных устройств: групповой скоростью бегущих волн, АЧХ, ФЧХ [10, 11].

Существенное отличие фазовых скоростей достигается не только из-за неоднородности диэлектрического заполнения в поперечном сечении СЛ, но и за счет неодинаковой физической длины связанных полосок. В работе [12] на примере СЛ типа "меандровая линия, перекрытая сплошной полоской" (см. также раздел 2 настоящего издания) было показано, что в ограниченном диапазоне частот благодаря конструктивным особенностям связанных линий достигается изменение фазовой и групповой скоростей волн в секциях СЛ более чем в 2 раза при сохранении приемлемого согласования по входу и выходу. В работе [13] осуществлен синтез полосковой структуры и устройства на ее основе, в котором групповая скорость связанных волн изменяется в несколько раз при КСВ  $\leq 1.5$  в диапазоне рабочих частот 10:1.

Данный раздел посвящен мало изученной проблеме исследования связанных волн в комбинированных структурах (КС) на основе нерегулярных связанных линий с неодинаковыми фазовыми скоростями нормальных волн при наличии в них сосредоточенных неоднородностей с конечными размерами по продольной координате. Под термином "комбинированные" понимается сочетание в структуре распределенных цепей (отрезков связанных линий) и сосредоточенных цепей (любых пассивных устройств на элементах с конечными размерами). Такие структуры находят применение при создании различных устройств и антенн [13 – 16].

### **3.3. Модель комбинированных структур**

Комбинированные структуры (КС), рассматриваемые далее, представлены на рис. 3.1 в виде эквивалентной схемы. На схеме отрезки нерегулярных связанных линий возбуждаются эквивалент-

ными генераторами ЭДС  $E_1, E_2, \dots, E_n$ , нагружены на входе сопротивлениями  $Z_{11}, \dots, Z_{n1}$ . Параметры отрезков СЛ описываются матрицами передачи  $AL_1, \dots, AL_m$ , а параметры сосредоточенных элементов – матрицами  $AZ_1, \dots, AZ_m$ . Структура нагружена на выходе на сопротивления  $Z_{1m}, \dots, Z_{nm}$ .

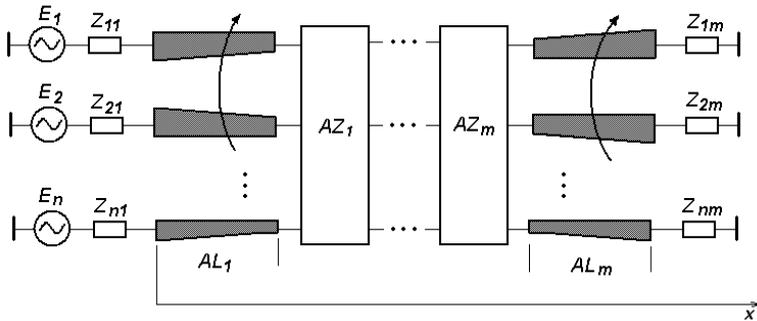


Рис. 3.1. Эквивалентная схема комбинированной структуры

Определение матриц  $AZ_1, \dots, AZ_m$  не вызывает затруднений, т.к. исходными являются уравнения, записываемые по законам Кирхгофа. Матрицы передачи  $AL_1, \dots, AL_m$  для произвольного закона изменения первичных параметров связанных линий и для случая неравенства фазовых скоростей нормальных волн в общем виде в настоящее время не получены. Обычным приемом при расчете  $AL_1, \dots, AL_m$  является разбиение отрезков нерегулярных СЛ на достаточно малые участки, в пределах которых первичные параметры либо постоянны, либо изменяются по выбранному закону, для которого возможно получение матрицы передачи в аналитическом виде. Тогда матрицы  $AL_1, \dots, AL_m$  вычисляются в виде произведения матриц участков (дискретных элементов) связанных линий. При этом остается нерешенной задача определения полной картины волновых процессов в комбинированной структуре.

### 3.4. Разностная схема

Рассмотрим один из возможных методов вычисления квази-

Т волн в нерегулярных СЛ и комбинированных структурах на их основе.

Для вычисления волновых параметров регулярных связанных линий в отсутствие сосредоточенных неоднородностей исходной является система дифференциальных уравнений в матричной форме записи [1, 8, 17]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{U}(x, t) = -\mathbf{L}(x) \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(x, t) - \mathbf{R}(x) \mathbf{I}(x, t); \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{I}(x, t) = -\mathbf{C}(x) \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U}(x, t) - \mathbf{G}(x) \mathbf{U}(x, t), \quad (3.2)$$

где  $\mathbf{U}(x, t)$ ,  $\mathbf{I}(x, t)$  – столбцовые матрицы напряжений и токов в связанных линиях;

$\mathbf{L}(x)$ ,  $\mathbf{C}(x)$ ,  $\mathbf{R}(x)$ ,  $\mathbf{G}(x)$  – матрицы первичных параметров (индуктивностей, емкостей, сопротивлений и проводимостей), зависящие от продольной координаты  $x$ .

Как обычно, примем следующую зависимость напряжений и токов от времени и частоты

$$\mathbf{U}(x, t) = \mathbf{U}(x) \exp(j\omega t), \quad \mathbf{I}(x, t) = \mathbf{I}(x) \exp(j\omega t), \quad (3.3)$$

которая позволяет существенно упростить задачу анализа без потери общности, т.к. при произвольной зависимости  $E_1, E_2, \dots, E_n$  от времени  $t$  можно воспользоваться преобразованием Фурье, и в этом случае  $\omega$  рассматривается как одна из спектральных составляющих в разложении воздействующих сигналов и отклика в ряд Фурье.

С учетом (3) уравнения (1), (2) переписутся таким образом:

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{U}(x) = -j\omega \mathbf{L}(x) \mathbf{I}(x) - \mathbf{R}(x) \mathbf{I}(x), \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{I}(x) = -j\omega \mathbf{C}(x) \mathbf{U}(x) - \mathbf{G}(x) \mathbf{U}(x). \quad (3.5)$$

Проблема интегрирования уравнений (3.4), (3.5) состоит в том, что первичные параметры, напряжения и токи, как функции продольной координаты в комбинированных структурах рассматриваемого класса, разрывные вследствие наличия сосредоточенных неоднородностей и не являются дифференцируемыми в конечном

числе точек [18], соответствующих точкам включения этих неоднородностей.

В работах [24 – 26] рассмотрен численный метод решения поставленной задачи, основывающийся на следующем подходе. Нерегулярные отрезки СЛ разбиваются равномерной сеткой по координате  $x$  с шагом  $\Delta x$ , который выбирается на основе нескольких критериев. Один из них – шаг  $\Delta x$  коррелирует с размерами сосредоточенных неоднородностей. Сами неоднородности рассматриваются как короткие отрезки линий передачи с эквивалентными распределенными параметрами, не зависящими от  $x$  в пределах  $\Delta x$ . Первичные параметры участков отрезков нерегулярных СЛ, образовавшихся в результате дискретизации комбинированной структуры, также считаются постоянными внутри отрезка  $\Delta x$ .

Обозначим через  $k = 0, 1, 2, \dots, N$  номер узла сетки. Будем считать, что условие постоянства первичных параметров выполняется на шаге  $k$  "вперед". Тогда первичные параметры связанных линий и сосредоточенных неоднородностей будут представлены множествами матриц  $\mathbf{L}_k, \mathbf{C}_k, \mathbf{R}_k, \mathbf{G}_k$ .

Вычислим производную "вперед", запишем систему уравнений (3.4), (3.5) в конечно-разностной форме:

$$\frac{1}{\Delta x} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k+1} \\ \mathbf{I}_{k+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} \right\} = -j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k \mathbf{I}_k \\ \mathbf{C}_k \mathbf{U}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k \mathbf{I}_k \\ \mathbf{G}_k \mathbf{U}_k \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Умножив левую и правую части (3.6) на  $\Delta x$  и перенеся матрицу напряжений и токов с индексом  $k$  в правую часть, получаем рекуррентное соотношение (его можно также назвать конечно-разностной схемой):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k+1} \\ \mathbf{I}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} - \Delta x \left\{ j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k \mathbf{I}_k \\ \mathbf{C}_k \mathbf{U}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k \mathbf{I}_k \\ \mathbf{G}_k \mathbf{U}_k \end{bmatrix} \right\}. \quad (3.7)$$

Формула (3.7) в приведенном виде позволяет вычислить волновые параметры комбинированной структуры, если каким-либо образом определены напряжения и токи в узле  $k = 0$ . При этом, разумеется, должны быть определены матрицы первичных парамет-

ров  $\mathbf{L}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$ ,  $\mathbf{R}_k$ ,  $\mathbf{G}_k$  исходя из заданных размеров и свойств материалов связанных линий. Таким образом, через реализацию рекурсивного алгоритма, решается задача анализа волновых свойств НСЛ.

Решение (3.4), (3.5) основывается на определении коэффициентов распространения и амплитуд нормальных волн в СЛ, распространяющихся в противоположных направлениях [1]. Это возможно только при решении задачи отыскания собственных значений и собственных векторов [1 – 8, 10, 11]. Алгоритм, строящийся на основе (3.6), не предусматривает нахождение коэффициентов распространения и амплитуд нормальных волн, поэтому уже с этой точки зрения позволяет существенно упростить решение, если каким-либо образом определить напряжения и токи хотя бы в одной точке  $k$  структуры.

Используя обозначение комплексных матриц сопротивлений  $\mathbf{Z}_k = j\omega\mathbf{L}_k + \mathbf{R}_k$  и проводимостей  $\mathbf{Y}_k = j\omega\mathbf{C}_k + \mathbf{G}_k$ , систему (3.7) приведем следующему виду:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k+1} \\ \mathbf{I}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} - \Delta x \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{Z}_k \\ \mathbf{Y}_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix}.$$

Уравнения (3.4), (3.5) записаны для полных напряжений и токов в связанных линиях, которые являются суперпозицией падающих и отраженных составляющих, т.е.  $\mathbf{U}(x) = \mathbf{U}_{\text{пад}}(x) + \mathbf{U}_{\text{отр}}(x)$ ,  $\mathbf{I}(x) = \mathbf{I}_{\text{пад}}(x) - \mathbf{I}_{\text{отр}}(x)$ . Конечно-разностное уравнение (3.7) позволяет значительно упростить отыскание не только  $\mathbf{U}(x)$  и  $\mathbf{I}(x)$ , но и их составляющих  $\mathbf{U}_{\text{пад}}(x)$ ,  $\mathbf{U}_{\text{отр}}(x)$ ,  $\mathbf{I}_{\text{пад}}(x)$ ,  $\mathbf{I}_{\text{отр}}(x)$ , т.к. (3.6) справедливо для обеих компонент напряжений и токов:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{U}_{k+1})_{\text{пад}} \\ (\mathbf{I}_{k+1})_{\text{пад}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{U}_k)_{\text{пад}} \\ (\mathbf{I}_k)_{\text{пад}} \end{bmatrix} - \Delta x \left\{ j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k (\mathbf{I}_k)_{\text{пад}} \\ \mathbf{C}_k (\mathbf{U}_k)_{\text{пад}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k (\mathbf{I}_k)_{\text{пад}} \\ \mathbf{G}_k (\mathbf{U}_k)_{\text{пад}} \end{bmatrix} \right\}, \quad (3.8)$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{U}_{k+1})_{\text{отр}} \\ (\mathbf{I}_{k+1})_{\text{отр}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{U}_k)_{\text{отр}} \\ (\mathbf{I}_k)_{\text{отр}} \end{bmatrix} - \Delta x \left\{ j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k (\mathbf{I}_k)_{\text{отр}} \\ \mathbf{C}_k (\mathbf{U}_k)_{\text{отр}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k (\mathbf{I}_k)_{\text{отр}} \\ \mathbf{G}_k (\mathbf{U}_k)_{\text{отр}} \end{bmatrix} \right\}.$$

### 3.5. Алгоритм вычислений полных напряжений и токов

Для решения (3.7) необходимо и достаточно определить значения напряжений  $\mathbf{U}_0$  и токов  $\mathbf{I}_0$  в сечении  $x = 0$ , соответствующем значению  $k = 0$ . Решение такой задачи целесообразно провести в матричной форме, как это сделано в работе [16].

Приведем последовательность расчета  $\mathbf{U}_0$ ,  $\mathbf{I}_0$  на примере комбинированной структуры, содержащей отрезки  $n$  – проводных связанных линий.

1. Проводится дискретизация структуры.
2. Находятся первичные параметры каждого участка СЛ в виде множеств  $\mathbf{L}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$ ,  $\mathbf{R}_k$ ,  $\mathbf{G}_k$  [19 – 21].
3. Формируются матрицы передачи  $a_k$  для каждого из элементарных отрезков  $\Delta x$  СЛ [10, 12].
4. Определяются матрицы передачи  $AL_1, \dots, AL_m$  отрезков СЛ в виде произведения матриц  $a_k$  в интервалах  $k = 0, \dots, h_1 - 1$ ;  $h_1 + 1, \dots, h_2 - 1$ ; ...  $h_m + 1, \dots, N$ . Например, матрица  $AL_1$  рассчитывается так:

$$AL_1 = \prod_{k=0}^{h_1-1} a_k .$$

5. Находятся матрицы передач  $AZ_j$ ,  $j \in [h_1, h_2, \dots, m]$ , описывающие неоднородности, включенные в разрывы отрезков нерегулярных СЛ.

6. Вычисляется матрица передачи комбинированной структуры, которая находится в виде произведения матриц передачи всех элементов, входящих в КС:

$$A_{KC} = AL_1 \cdot AZ_1 \cdot AL_2 \cdot AZ_2, \dots, AZ_m \cdot AL_m.$$

7. Формулируются граничные условия на входах и выходах многополюсника, представленного матрицей передачи  $A_{KC}$ , ис-

пользуя значения  $E_1, E_2, \dots, E_n, Z_{11}, \dots, Z_{n1}, Z_{1m}, \dots, Z_{nm}$ . В результате для вычисления напряжений и токов в точке  $x=0$  получается система  $2n$  линейных алгебраических уравнений, сводящаяся благодаря известной связи напряжений и токов на входе и на выходе КС к системе из  $n$  алгебраических уравнений.

8. Решается полученная система, определяются токи на входе  $\mathbf{I}_0$  и с учетом граничных условий вычисляются напряжения  $\mathbf{U}_0$  на входе комбинированной структуры.

Поскольку определены напряжения и токи  $\mathbf{U}_0, \mathbf{I}_0$  в узле  $k=0$ , расчет напряжений и токов в остальных узлах сетки реализуется с помощью рекурсивного алгоритма с использованием (3.7).

### 3.6. Падающие и отраженные волны

Определение  $\mathbf{U}_{\text{пад}}(x), \mathbf{U}_{\text{отр}}(x), \mathbf{I}_{\text{пад}}(x), \mathbf{I}_{\text{отр}}(x)$ , согласно (3.7), (3.8), возможно, если определены векторы отраженных и падающих напряжений  $(\mathbf{U}_0)_{\text{отр}}, (\mathbf{U}_0)_{\text{пад}}$  в точке  $k=0$ . С этой целью для  $k=0$  определяется входное сопротивление  $(Z_{\text{вх}})_p$  каждого из  $n$  входов КС, а затем рассчитываются коэффициенты отражения  $(\Gamma_{\text{вх}})_p$ :

$$(Z_{\text{вх}})_p = (U_0)_p (I_0)_p^{-1}, \quad (3.10)$$

$$(\Gamma_{\text{вх}})_p = \left( (Z_{\text{вх}})_p - Z_{p1} \right) \left( (Z_{\text{вх}})_p + Z_{p1} \right)^{-1}, \quad (3.11)$$

где  $Z_{p1}$  – сопротивления входных нагрузок;  $p=1, 2, \dots, n$ .

В результате находим:

$$(\mathbf{U}_0)_{\text{отр}} = \mathbf{\Gamma}_{\text{вх}} \cdot (\mathbf{U}_0), \quad (3.12)$$

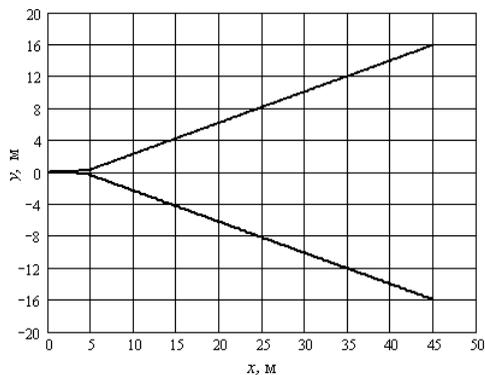
$$(\mathbf{U}_0)_{\text{пад}} = (\mathbf{1} - \mathbf{\Gamma}_{\text{вх}}) \cdot (\mathbf{U}_0), \quad (3.13)$$

где  $\mathbf{\Gamma}_{\text{вх}}$  – диагональная матрица входных коэффициентов отражений, сформированная из  $(\Gamma_{\text{вх}})_p$ ;  $\mathbf{1}$  – единичная матрица.

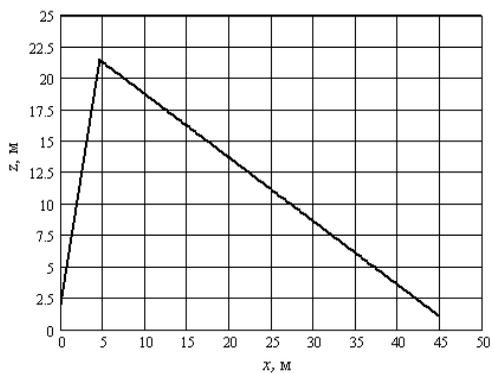
Описанный выше метод расчета применим не только для моделирования комбинированных структур, но и для реализации расчетно-экспериментального метода при исследовании различных устройств, когда, например, имеется возможность измерить значение  $\begin{bmatrix} U_0 \\ I_0 \end{bmatrix}$  и затем, зная конструктивные параметры и схему неоднородностей, рассчитать зависимость напряжений и токов в проводниках СЛ вдоль продольной координаты. Такой подход целесообразен при расчете параметров проводных систем передачи данных, антенн, а также в рефлектометрии .

### 3.7. Пример расчета

Приведем пример расчета комбинированной структуры, содержащей отрезки связанных нерегулярных проволочных линий и сосредоточенные неоднородности [16], образующие приемо-передающую антенну с согласующим снижением и V-образным излучателем [22] над поверхностью Земли. Геометрия проводников в плоскостях  $x - y$ ,  $x - z$  показана на рис. 3.2.



*a*



б

Рис. 3.2. Геометрия комбинированной структуры в плоскостях  $x-y$  (а),  $x-z$  (б)

Зависимости емкостных и индуктивных коэффициентов проводников от продольной координаты  $x$ , рассчитанные по работам [19 – 20], приведены на рис. 3.3.

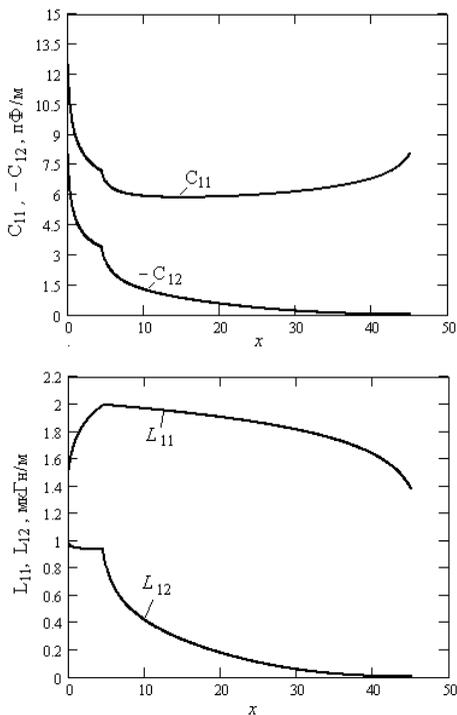


Рис. 3.3. Зависимость первичных параметров связанных линий от координаты  $x$

В расчете рассматривались одинаковые связанные линии, обладающие свойством взаимности, поэтому  $L_{22} = L_{11}$ ,  $L_{21} = L_{12}$ ,  $C_{22} = C_{11}$ ,  $C_{21} = C_{12}$

Рассматриваемые нерегулярные связанные линии характеризуются отношением фазовых скоростей нормальных волн  $V$ , близким к 1. В разрыв каждого из проводников рассматриваемой КС были включены по два корректирующих фильтра [16], которые представляются как сосредоточенные неоднородности с матрицами передачи  $AZ_1$ ,  $AZ_2$ . Эквивалентная схема  $AZ_{1,2}$  и частотные зависимости  $|Z_{r1,2}|$  показаны на рис. 3.4 (при этом полагалось, что  $|Y_{r1,2}| = 0$ ). Комбинированная структура покрывалась сеткой с количеством узлов  $m = 600$ . Неоднородности имели координаты узлов  $k = 463$  и  $k = 399$ . На рис. 3.5 приведены зависимости модулей напряжения и тока в первой линии  $|U_1|$  и  $|I_1|$  от номера узла сетки  $k$  на частоте  $f = 4.35$  МГц. Нагрузки брались следующие:  $Z_{11} = Z_{21} = 300 \text{ Ом}$ ,  $Z_{12} = Z_{22} = 30 \text{ кОм}$ . Значения  $U(x)$ ,  $I(x)$  сравнивались с ранее полученными данными при вычислениях методом, описанным в [16]. Расхождение составило менее 0.5 % при выбранном количестве узлов. Из этого можно сделать заключение о корректности предложенного алгоритма расчета.

Из рис. 3.5 видно, что неоднородности существенно изменяют распределение напряжений и токов в проводниках КС. Важно отметить, что время вычислений параметров связанных волн по описанному алгоритму в несколько раз меньше по сравнению с временем, затрачиваемым при реализации расчетов матричным методом [16].

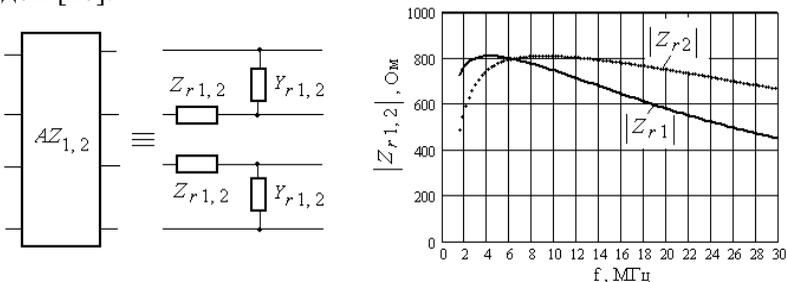


Рис. 3.4

Рассмотренный алгоритм был применен также для расчета падающих отраженных компонент волн напряжений и токов. На рис. 6 показаны рассчитанные по формулам (3.7) – (3.12) зависимости  $|U_{\text{Iпад}}, |U_{\text{Iотр}}, |I_{\text{Iпад}}, |I_{\text{Iотр}}$  от номера узла сетки  $k$ .

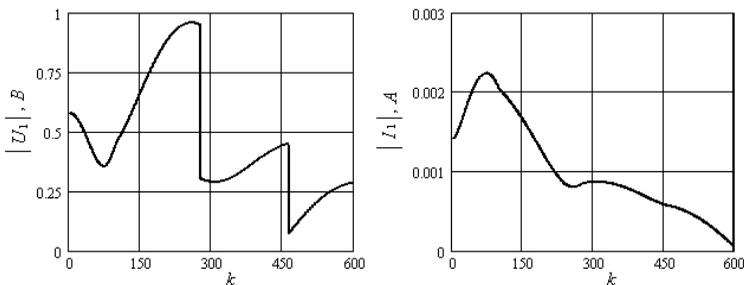


Рис. 3.5

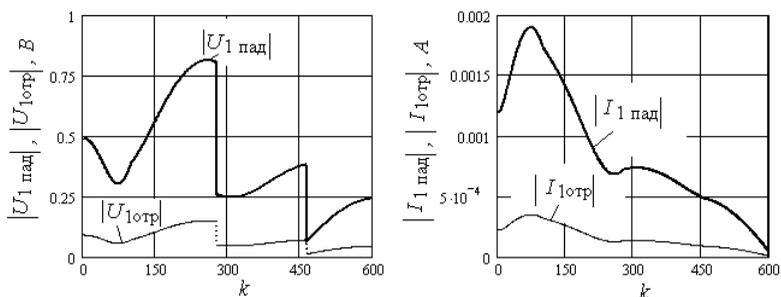


Рис. 3.6

### 3.8. Уточненная разностная схема для анализа нерегулярных структур

Анализ результатов, полученных в предыдущих подразделах, показал, что при расчете параметров нерегулярных структур конечно-разностным методом возникают ошибки, которые слабо зависят от уменьшения шага по продольной координате. Поэтому было принято решение модифицировать разностную схему известным способом перехода от производной, вычисляемой по схеме «вперед» к «центральной» производной [30], уделив при этом особое внимание заданию граничных условий.

Разностные соотношения, основанные на более точном численном определении производной, записываются следующим

образом [30]:

$$\frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2 \cdot \Delta x}, \quad (3.14)$$

Подставив выражение для вычисления “центральной” производной в матричные телеграфные уравнения

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} U(x) \\ I(x) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -(j\omega L(x) + R(x)) \\ -(j\omega C(x) + G(x)) & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U(x) \\ I(x) \end{pmatrix}$$

после несложных математических преобразований получим:

$$\begin{bmatrix} U_{k+1} \\ I_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{k-1} \\ I_{k-1} \end{bmatrix} - 2 \cdot dl_k \begin{bmatrix} 0 & Z_k \\ Y_k & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_k \\ I_k \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

где  $\begin{bmatrix} U_k \\ I_k \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} U_{k-1} \\ I_{k-1} \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} U_{k+1} \\ I_{k+1} \end{bmatrix}$  – матрицы напряжений и токов соот-

ветственно в узлах с номерами  $k$ ,  $k-1$  и  $k+1$  нерегулярных связанных линий;

$Z_k$  – матрица сопротивлений для узла  $k$ , вычисляемая из формулы  $Z_k = j\omega L_k + R_k$ , в которой  $L_k$ ,  $R_k$  – матрицы погонных индуктивностей и погонных сопротивлений связанных линий для элементарного отрезка с номером  $k$ ;

$Y_k$  – матрица проводимостей для узла  $k$ , вычисляемая из формулы  $Y_k = j\omega C_k + G_k$ , где  $C_k$ ,  $G_k$  – матрицы погонных емкостей и погонных проводимостей СЛ для элементарного отрезка с номером  $k$ ;

$dl_k$  – длина элементарного отрезка связанных линий, получаемая в результате дискретизации структуры по продольной координате  $x$ .

Вычисление по разностной схеме (3.15) осложняется тем, что сетка выходит за пределы отрезков связанных линий. Поэтому возникает ситуация, когда необходимо найти некоторые начальные значения напряжений и токов при «запуске» рекуррентного алгоритма.

Для численного решения телеграфных уравнений комбинированных структур с использованием выражений для полных волн напряжений и токов (3.15), а также для падающих и отраженных компонент волн необходимо и достаточно определить значения

полных напряжений  $\mathbf{U}_0$  и токов  $\mathbf{I}_0$ , либо их компонент  $(\mathbf{U}_0)_{\text{пад}}$ ,  $(\mathbf{U}_0)_{\text{отр}}$  и  $(\mathbf{I}_0)_{\text{пад}}$ ,  $(\mathbf{I}_0)_{\text{отр}}$  в сечении  $x = 0$ , соответствующем номеру узла сетки  $k = 0$ . Указанные характеристики могут быть определены экспериментально, либо в результате моделирования [31]. Применительно к задаче синтеза устройств на основе КС наиболее интересен вариант задания  $\mathbf{U}_0$  и  $\mathbf{I}_0$  исходя из того, что требуется получить в результате решения. При этом можно использовать приближенные граничные условия в сечении  $x = 0$ , предварительно задав параметры источника сигнала (ЭДС генератора). Этой проблеме будет посвящен раздел 4 настоящей работы.

### 3.9. Расчет частотных характеристик входных параметров комбинированных антенн (решение внутренней задачи)

Описанные алгоритмы и программы применялись для решения внутренней задачи при анализе частотных характеристик комбинированных антенн: расчета распределения токов в вибраторах, коэффициента отражения от входа (фидера питания) [32 – 34]. Проведенные расчеты сравнивались с известными, полученными с помощью находящихся в свободном доступе программ и экспериментальными данными [35, 36].

Комбинированные антенны включают элементы, показанные условно на структурной схеме рис. 3.7.

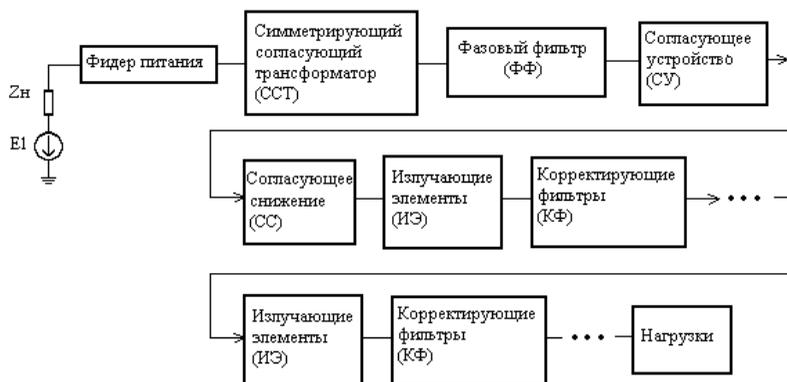


Рис. 3.7. Структурная схема комбинированных антенн

Проведены расчеты параметров комбинированных антенн с учетом всех использованных элементов. Такой подход позволил

разработать программы, в которых учитывается максимально возможное число исходных параметров геометрии проводников, а также включение согласующего симметрирующего трансформатора, фазовых фильтров, согласующих цепей и произвольного числа корректирующих фильтров. Надо отметить, что программа NEC2 не дает таких возможностей в силу отсутствия в ней соответствующих компонент.

Входом/выходом антенны служит фидер питания (см. рис. 3.8). В расчете и эксперименте был использован коаксиальный кабель с волновым сопротивлением 50 Ом (диаметр внутреннего провода 2.8 мм, внутренний диаметр внешней оплетки 8 мм, относительная диэлектрическая проницаемость заполнения около 1.6). Симметрирующий согласующий трансформатор (ССТ) представляет собой шестиполосник, вход которого соединен с фидером питания, а два выхода – с фазовым фильтром. При отсутствии последнего выходы ССТ могут быть нагружены непосредственно на согласующее устройство или на фидер снижения, если согласующее устройство отсутствует. Конструкция ССТ выполнена таким образом, что «нулевой» вывод находится на небольшом расстоянии от сигнальных выводов. Это позволяет включать фазовый фильтр, не прибегая к изменению конструкций этих узлов и не усложнять эквивалентную схему антенной системы. После ФФ включается согласующее устройство (СУ). Необходимость в нем возникает по двум причинам: возможность дополнительной подстройки согласования антенны по входу (это традиционное решение в антенной технике) и необходимость учесть паразитные параметры, неизбежно появляющиеся при монтаже антенны в реальных условиях. Согласующее снижение (СС) выполняется [32] в виде нерегулярной двухпроводной линии. В структурной схеме эта часть представляется как восьмиполосник. Однако для придания однородности схеме и упрощения алгоритма анализа при количестве излучающих элементов больше двух СС может представляться в виде 16-ти полюсника. На рис. 3.8 приведена неполная схема в виде каскадного соединения излучающих элементов и корректирующих фильтров. Вся схема может быть нагружена на произвольные «терминальные» нагрузки.

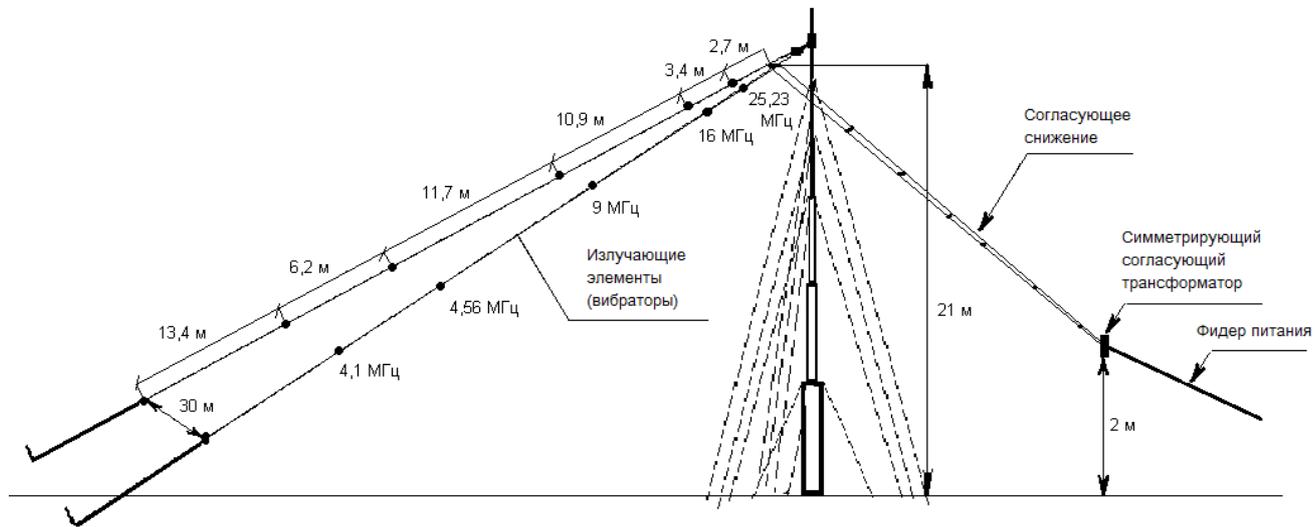


Рис. 3.8. Пример конструкции комбинированной антенны с пятью корректирующими фильтрами

### **3.10. Моделирование, расчет и экспериментальное исследование согласующих симметрирующих трансформаторов на отрезках связанных линий передачи, нагруженных на входные сопротивления комбинированных антенн**

Как отмечалось ранее, в состав КА включаются широкополосные согласующие симметрирующие трансформаторы (ССТ). Известно большое число технических решений для проектирования ССТ [37 – 40]. В настоящем подразделе рассматриваются используемые в широкополосных КА согласующие симметрирующие трансформаторы на связанных линиях передачи с неуравновешенной электромагнитной связью [41 – 43].

При проектировании антенных систем, содержащих ССТ и другие элементы, возникает задача расчета параметров КА как некоего целостного устройства с несимметричным входом через коаксиальный разъем. В результате решения такой задачи стремятся определить входной коэффициент стоячей волны (КСВ), распределение токов в излучающих элементах, электромагнитное поле излучения антенной системы.

В работе [44] решена задача моделирования и расчета параметров согласующих симметрирующих трансформаторов на связанных линиях, нагруженных на входные сопротивления вибраторов КА.

Упрощенная схема СТТ показана на рис. 3.9, где  $R_{Г}$  – сопротивление генератора;  $U_{Г}$  – ЭДС генератора; 1 – отрезок соединительной линии, 2 – 3, 4 – 5 – пары отрезков связанных линий передачи;  $Z_1$ ,  $Z_2$  – эквивалентные сопротивления нагрузок. В качестве,  $Z_1$ ,  $Z_2$  в процессе анализа и отладки ССТ берутся резистивные нагрузки. При эксплуатации ССТ в составе антенной системы нагрузками являются либо согласующее снижение (фидер питания), либо излучающие элементы КА [45].

Рассматривалось два основных варианта КА: с двумя и четырьмя излучающими элементами. Поэтому схема ССТ (рис. 3.9) была преобразована в обобщенную (эквивалентную) (рис. 3.10), в которой число входов и выходов равно четырем с возможностью реализации различных вариантов питания ССТ и объединения (комбинации) выходов.

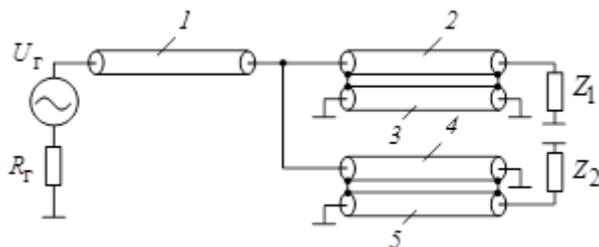


Рис. 3.9. Упрощенная схема согласующего симметрирующего трансформатора

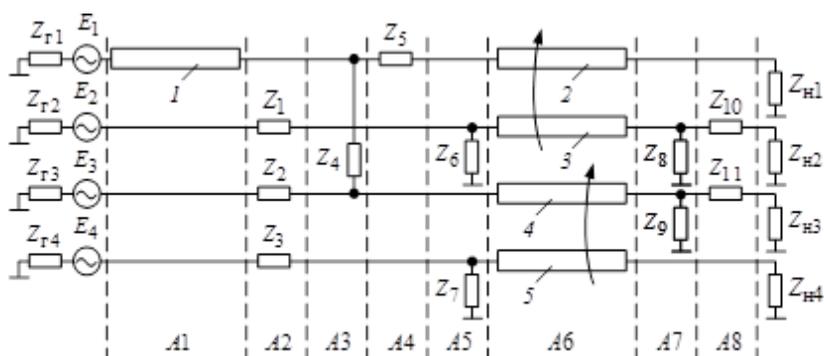


Рис. 3.10. Обобщенная эквивалентная схема согласующего симметрирующего трансформатора

Таким образом, схема ССТ (рис. 3.10) при анализе представлена в виде шестнадцатиполусника. Это позволяет, во-первых, определить параметры ССТ с нагрузками в виде четырех различающихся по входному сопротивлению излучающих элементов, во-вторых, определить влияние сопротивления, индуктивности перемычек и емкости конструктивных элементов на характеристики ССТ, в-третьих, получить при анализе соединения ССТ и антенны однородную по структуре эквивалентную схему в виде каскадного соединения многополусников (восьмиполусников при двух излучающих элементах и шестнадцатиполусников, если используется четыре излучающих вибратора) [45].

На эквивалентной схеме через  $A1, \dots, A8$  обозначены матрицы

передачи каскадно включенных шестнадцатиполосников.  $A1$  – матрица передачи подводящей фидерной линии, записываемая следующим образом:

$$A1 = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} \operatorname{ch}(\gamma l_0) & 0 & 0 & 0 & Y^{-1}[\operatorname{sh}(\gamma l_0)] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline Y[\operatorname{sh}(\gamma l_0)] & 0 & 0 & 0 & \operatorname{ch}(\gamma l_0) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right],$$

где  $\gamma$  – коэффициент распространения;  $l_0$  – длина линии передачи под номером 1;  $Y$  – волновая проводимость.

Матрицы  $A2$ – $A8$  представляют межсоединения, получаемые включением сопротивлений. Матрицы передачи  $A2$ – $A5$  записываются следующим образом:

$$A2 = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & Z_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & Z_3 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right],$$

$$A3 = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline Z_4^{-1} & 0 & -Z_4^{-1} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -Z_4^{-1} & 0 & Z_4^{-1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right],$$

$$A4 = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right],$$

$$A5 = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_6^{-1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_7^{-1} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

Матрица  $A6$  – матрица передачи связанных линий 2–5, из которых состоит трансформатор. Пары линий 2–4, 2–5, 3–4 и 3–5 имеют между собой слабую связь. Это позволяет упростить матрицу  $A6$ , т. к. она разбивается на блоки элементов, вычисляемые через матрицы  $A0'$  и  $A0''$  восьмиполусников – двухпроводных свя-

занных линий. В результате  $A_6$  имеет вид

$$A_6 = \begin{bmatrix} AO'_{11} & AO'_{12} & 0 & 0 & AO'_{13} & AO'_{14} & 0 & 0 \\ AO'_{21} & AO'_{22} & 0 & 0 & AO'_{23} & AO'_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & AO''_{11} & AO''_{12} & 0 & 0 & AO''_{13} & AO''_{14} \\ 0 & 0 & AO''_{21} & AO''_{22} & 0 & 0 & AO''_{23} & AO''_{24} \\ \hline AO'_{31} & AO'_{32} & 0 & 0 & AO'_{33} & AO'_{34} & 0 & 0 \\ AO'_{41} & AO'_{42} & 0 & 0 & AO'_{43} & AO'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & AO''_{31} & AO''_{32} & 0 & 0 & AO''_{33} & AO''_{34} \\ 0 & 0 & AO''_{41} & AO''_{42} & 0 & 0 & AO''_{43} & AO''_{44} \end{bmatrix},$$

Не равные нулю элементы матрицы  $A_6$  находятся как элементы матриц передачи  $AO'$  и  $AO''$  [11, 12]:

$$AO' = A1_m \exp(\gamma_1 l_1) A1_m^{-1}, \quad AO'' = A2_m \exp(\gamma_2 l_2) A2_m^{-1},$$

где  $A1_m$ ,  $A2_m$  – матрицы нормированных амплитуд;  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  – диагональные матрицы коэффициентов распространения падающих и отраженных волн соответственно;  $l_1$ ,  $l_2$  – длина пар отрезков связанных линий 2, 3 и 4, 5 соответственно.

Матрицы нормированных амплитуд  $A1_m$  и  $A2_m$  вычисляются через первичные параметры соответствующих пар связанных линий. Одна из пар линий наматывается на ферритовом сердечнике [4–7], поэтому индуктивности линий 2 и 3 (см. рис. 2) отличаются от индуктивностей линий 4 и 5. Это учитывается введением поправочных коэффициентов в матрицу первичных параметров.

Матрицы  $A_7$ ,  $A_8$  находятся так:

$$A7 = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_8^{-1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_9^{-1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right];$$

$$A8 = \left[ \begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & Z_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

Общая матрица передачи эквивалентной схемы как шестнадцатиполосника находится в виде произведения составляющих матриц [13]:

$$A = \prod_{k=1}^8 Ak, \quad (3.16)$$

Поскольку часть элементов матриц в произведении (1) равна нулю, матрица  $A$  упрощается и выглядит следующим образом:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} & A_{17} & A_{18} \\ A_{21} & A_{22} & 0 & 0 & A_{25} & A_{26} & 0 & 0 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} & A_{37} & A_{38} \\ 0 & 0 & A_{43} & A_{44} & 0 & 0 & A_{47} & A_{48} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} & A_{57} & A_{58} \\ A_{61} & A_{62} & 0 & 0 & A_{65} & A_{66} & 0 & 0 \\ A_{71} & A_{72} & A_{73} & A_{74} & A_{75} & A_{76} & A_{77} & A_{78} \\ 0 & 0 & A_{83} & A_{84} & 0 & 0 & A_{87} & A_{88} \end{bmatrix}.$$

Переход от эквивалентной схемы рис. 3.10 к реальной схеме делается с учетом того, что сопротивления  $Z_4, Z_5, Z_6, Z_7, Z_8, Z_9 \rightarrow 0$  (достаточно малы, поскольку отражают сопротивления коротких перемычек), а  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_{10}, Z_{11} \rightarrow \infty$  (достаточно велики, так как отражают режим "холостого хода" в соответствующих сечениях схемы).

В расчетах было важно, чтобы порядки сопротивлений разрывов и перемычек различались на определенную величину. В процессе численного эксперимента с последующей экспериментальной проверкой было установлено, что достаточно принять следующие соотношения между сопротивлениями:

$$Z_4 = Z_5 = Z_6 = Z_8 = Z_9 = Z; \quad Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_{10} = \\ = Z_{11} = Z^{-5},$$

где  $Z$  – сопротивление, приблизительно равное реальному сопротивлению проводника перемычки.

Далее, задав граничные условия (сопротивления нагрузок и ЭДС), вычисляем  $U_1, \dots, U_4$  и  $I_1, \dots, I_4$  – напряжения и токи на входе устройства соответственно;  $U_5, \dots, U_8$  и  $I_5, \dots, I_8$  – напряжения и токи на выходе устройства соответственно. Опуская промежуточные выкладки, приводим окончательные выражения.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \left( M2 \times M1^{-1} + \begin{bmatrix} Z_{r1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_{r2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{r3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_{r4} \end{bmatrix} \right)^{-1} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix},$$

где

$$M1 = \begin{bmatrix} (A_{51}Z_{н1} + A_{55}) & (A_{52}Z_{н2} + A_{56}) & (A_{53}Z_{н3} + A_{57}) & (A_{54}Z_{н4} + A_{58}) \\ (A_{61}Z_{н1} + A_{65}) & (A_{62}Z_{н2} + A_{66}) & (A_{63}Z_{н3} + A_{67}) & (A_{64}Z_{н4} + A_{68}) \\ (A_{71}Z_{н1} + A_{75}) & (A_{72}Z_{н2} + A_{76}) & (A_{73}Z_{н3} + A_{77}) & (A_{74}Z_{н4} + A_{78}) \\ (A_{81}Z_{н1} + A_{85}) & (A_{82}Z_{н2} + A_{86}) & (A_{83}Z_{н3} + A_{87}) & (A_{84}Z_{н4} + A_{88}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1 Z_{Г1} \\ -I_2 Z_{Г2} \\ -I_3 Z_{Г3} \\ -I_4 Z_{Г4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \end{bmatrix} = A \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}.$$

Нагрузочные сопротивления  $Z_{н1}, \dots, Z_{н4}$  определялись в результате решения внутренней задачи анализа распределения токов в проводниках КА [45].

Поскольку математическая модель на основе эквивалентной схемы ССТ (рис. 3.10) построена и известна матрица  $A$ , расчет антенной системы в целом при двух или четырех излучающих вибраторах сводится к вычислению результирующей матрицы передачи. Для этого достаточно записать матрицу  $A$ -параметров каскадного соединения ССТ, проводников антенны и входящих в нее элементов (см. [45]). Зная токи и напряжения на входе и на выходе, можно найти рабочие параметры устройства [23].

**Экспериментальная проверка.** Проведен расчет и экспериментальная проверка в лаборатории и на полигоне нескольких вариантов антенных систем, содержащих ССТ, экспериментальный образец которого изготовлен на четырех отрезках коаксиального кабеля с волновым сопротивлением 50 Ом. Входное сопротивление подводящей линии принималось равным также 50 Ом. Далее приведены результаты расчетов и экспериментальных измерений для двух вариантов нагрузки на выходе ССТ.

В первом варианте на выходе ССТ устанавливались сопротивления нагрузки, равные  $Z_{н1} = Z_{н4} = 100 \text{ Ом}$ ;  $Z_{н2} = Z_{н3} = 10^6 \text{ Ом}$ , что соответствовало нагрузке 200 Ом при включении ее между двумя симметричными выходами трансфор-

матора. Рассчитанные и экспериментально определенные частотные зависимости КСВ и разности фаз между входом и двумя выходами трансформатора  $\Delta\varphi_1$ ,  $\Delta\varphi_2$  показаны на рис. 3.11 и рис. 3.12 соответственно. Сплошными кривыми изображены расчетные зависимости, штриховыми – экспериментальные. Максимальное значение КСВ составили: расчетное – 1.15, экспериментальное – 1.14.

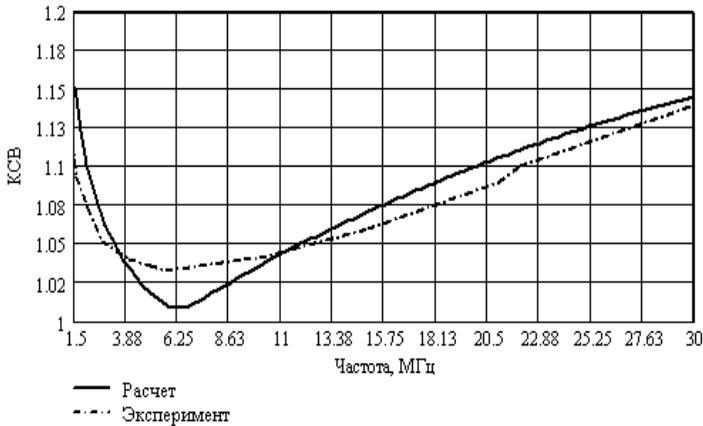


Рис. 3.11. График зависимости КСВ согласующе-симметрирующего трансформатора от частоты

Таким образом, полученная модель согласующих симметрирующих трансформаторов обеспечивает возможность расчета параметров ССТ и входных параметров комбинированных антенн, содержащих такие трансформаторы, и может быть использована в решении задач анализа и оптимизации при построении широкополосных (многодиапазонных) антенных и других систем.

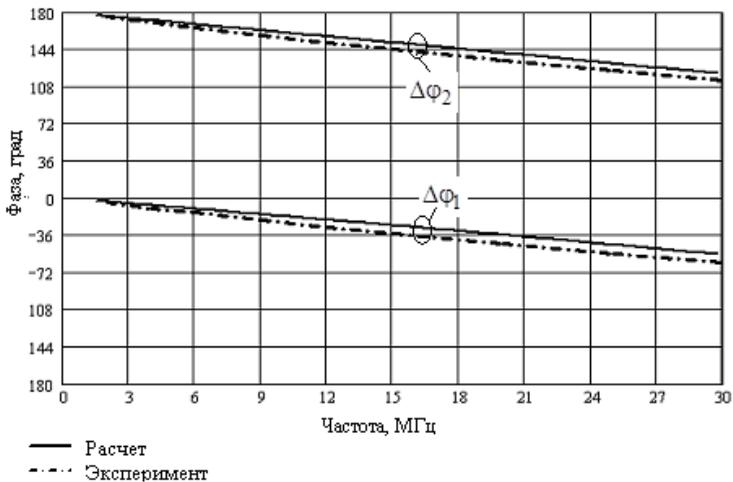


Рис. 3.12. График зависимости фазы от частоты

### 3.11. Моделирование комбинированных антенн, расчет и эксперимент

Базовыми элементами схемы комбинированных структур являются двухпроводные и четырехпроводные системы излучающих элементов. Однако следует заметить, что согласующее снижение имеет электромагнитную связь с излучающими элементами, что было подтверждено экспериментально в процессе испытания различных антенн с включенным снижением и питанием непосредственно от фидера. В случае существенного влияния связи снижения и излучающих элементов система становится шестипроводной с объемной связью. В принципе в разработанных алгоритмах предусмотрен вариант шестипроводной системы, однако далее будут рассматриваться двухпроводные и четырехпроводные системы.

Вибраторы комбинированных антенн представляют в электродинамическом отношении нерегулярные волноведущие структуры в том смысле, что их параметры зависят от всех трех координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Анализ таких структур возможен с наименьшими затратами времени при разбиении отрезков на  $m$  частей, каждая из которых имеет однородные параметры по любой из координат. При таком представлении комбинированная антенна представляет набор "элементарных" вибраторов в виде прямолинейных проводников,

первичные параметры которых изменяются ступенчато.

Алгоритм решения внутренней задачи строился по блочному принципу. Сначала был проведен анализ всех составляющих блоков, показанных на схеме (см. рис. 3.13). Затем разрабатывалась библиотека подпрограмм общих и специальных для блоков, позволяющая существенно уменьшить объем основной программы для реализации внутренней задачи.

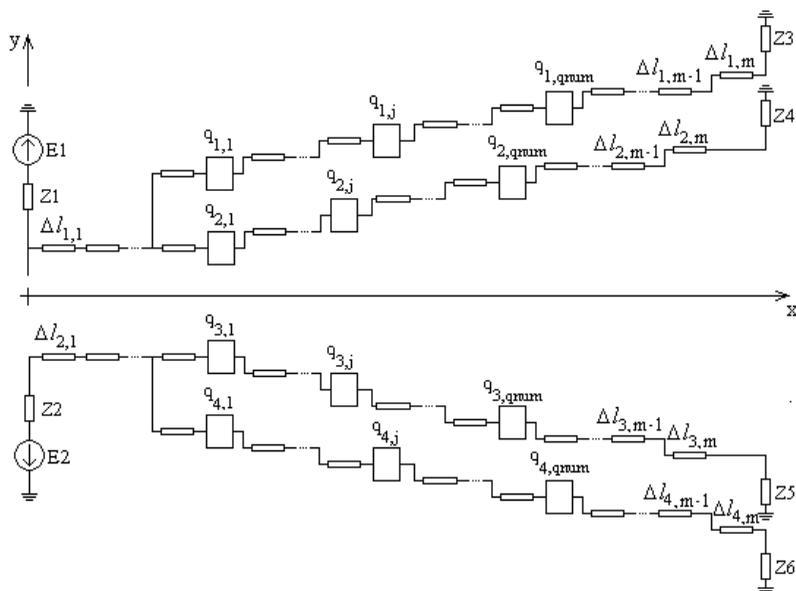


Рис. 3.13. Неполная расчетная эквивалентная схема комбинированной антенны

Рассмотрим более подробно расчетную эквивалентную схему комбинированной антенны на основе четырехпроводной линии, показанную на рис. 3.13. Здесь изображена та часть схемы, в которой рассчитывается цепочка излучающих элементов и корректирующих фильтров. На схеме  $E_1$ ,  $E_2$  – эквивалентные генераторы ЭДС;  $Z_1, \dots, Z_6$  – нагрузки;  $\Delta l_{k,j}$  – отрезки элементарных вибраторов;  $q_{k,j}$  – корректирующие фильтры;  $k$  – номер вибратора;  $j$  – номер фильтра в вибраторе;  $qm$  – число фильтров в вибраторе;  $m$

– число дискретов, на которые разбивается каждый вибратор антенны.

Ниже приведена последовательность расчета параметров на примере четырехпроводной комбинированной антенны.

1. Проводим дискретизацию структуры антенны, условное разбиение каждого вибратора КА на достаточно короткие части отрезков  $\Delta l_{k,i}$ ,  $k \in [1,4]$ ,  $i \in [1,m]$ , длина которых много меньше минимальной длины волны диапазона.

2. Находим первичные параметры каждого из элементарных вибраторов (дискретов) – погонные емкости и индуктивности.

3. Формируем матрицы передач шестнадцатиполюсников  $AD_j$  для каждой части отрезков с номерами  $i \in [1, m]$ .

4. Находим  $n$  – число сечений геометрии антенны плоскостью  $YZ$ , при котором хотя бы один из фильтров КА лежит между  $\Delta l_{k,i}$  и  $\Delta l_{k,i+1}$ , для всего множества  $i \in [1, m]$ ,  $k \in [1, 4]$ .

5. Находим значения матриц передач, соответствующих включенным в разрывы вибраторов корректирующим фильтрам  $AZ_j$ ,  $j \in [1, n]$ .

6. Находим значения матриц передач, соответствующих отрезкам вибраторов КА, в разрывы которых включены корректирующие фильтры  $AL_j$ ,  $j \in [1, n]$ .

7. В результате матрица передачи антенны находится в виде произведения матриц передачи всех элементов, входящих в КА:

$$A_{KA} = AL_1 \times AZ_1 \times AL_2, \dots, AZ_n \times AL_{n+1}.$$

8. Формулируем граничные условия на входах и выходах шестнадцатиполюсника, представленного матрицей передачи  $A_{KA}$ .

9. Сводим систему 16 линейных алгебраических уравнений к системе четырех уравнений.

10. Решаем полученную СЛАУ.

11. Получаем значения токов и напряжений на концах вибраторов антенны  $UI_{in}$ ,  $UI_{out}$ , вычисляем величину входного сопротивления  $Z_{in}$  и КСВ.

Для получения распределения тока в антенне рассчитываем матрицы передач фрагментов антенны  $Afr_i$ ,  $i \in [1, m]$ :

$$Afr_i = \left[ \prod_{k=i}^p A\Delta_i \right] \times AZ_t \times AL_t \times AZ_{t+1} \times AL_{t+1}, \dots, AZ_n \times AL_{n+1},$$

где:  $t$  – индекс ближайшего по направлению к концам вибраторов антенны фильтра;

$p$  – индекс элементарного вибратора, стоящего перед этим фильтром.

Находятся значения векторов  $UIf_i$  модальных токов и напряжений в точке антенны, которая соответствует началу  $i$ -го элементарного вибратора, путем умножения матриц передач фрагментов антенны на вектор токов и напряжений на концах вибраторов антенны для всех  $i \in [1, m]$ :

$$UIf_i = Afr_i \times UI_{out}.$$

В результате были созданы программы «Krushon2WL.mcd», «Krushon2WS.mcd», «Krushon4W.mcd», «Krushon4WL.mcd» в среде MathCAD 2001 для расчета входных параметров и распределения токов в проводниках комбинированных антенн. Кроме этого создана библиотека подпрограмм «lib.mcd». Для расчета трансформатора разработана программа «Trans&Cable.mcd» и вспомогательная программа дискретизации антенной системы в трехмерном пространстве «descrete.exe».

Представленный метод расчета апробирован и показал положительные результаты, на основе расчетов было создано несколько экспериментальных образцов антенн.

### 3.12. Вычисление функций распределения токов

Проделан расчет базовой двухпроводной комбинированной антенны со следующими параметрами. Длины отрезков вибраторов, а также номиналы параллельных RLC-фильтров, установленных на концах этих отрезков приведены в таблице 3.1. Угол по азимуту для вибраторов антенны  $\Theta_1=30^\circ$ , для согласующего снижения  $\Theta_2=60^\circ$ . Расстояния между проводниками снижения снизу  $d_1=3$  см, на вершине  $d_2=40$  см. Угол между вибраторами антенны в горизонтальной плоскости  $\Phi = 60^\circ$ . Высота подвеса антенны  $H=21.5$  м. Радиус проводника вибраторов 1 мм. Профили вибраторов в плоскостях  $XY$  и  $XZ$  приведены на рис. 3.14 и рис.3.15.

Таблица 3.1.

Длины вибраторов, м	22.5	2.6	0.65	0.63	0.68	0.89	1.26	1.46
R, кОм	-	1	1	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
L, мкГн	-	1.1	1.37	2.03	2.7	3.46	6.17	9.5
C, пФ	-	27.4	34.3	32.5	34.5	38.4	30.5	31.5

Продолжение таблицы 3.1

Длины вибраторов, м	2.26	2.5	3.03	6.10	7.94	7.5	12.5
R, кОм	1.5	1.5	1.5	2	2	2	2
L, мкГн	12.2	14.8	28.8	68.2	79.6	99.5	-
C, пФ	40.2	49	39.8	30.3	50.9	63.7	-

На рис. 3.16 и рис.3.17 показаны результаты вычисления КСВ по входу и распределение тока по длине вибратора. Из графика рис. 3.16 можно наблюдать достаточно хорошее качественное совпадение результат расчета и экспериментальных данных.

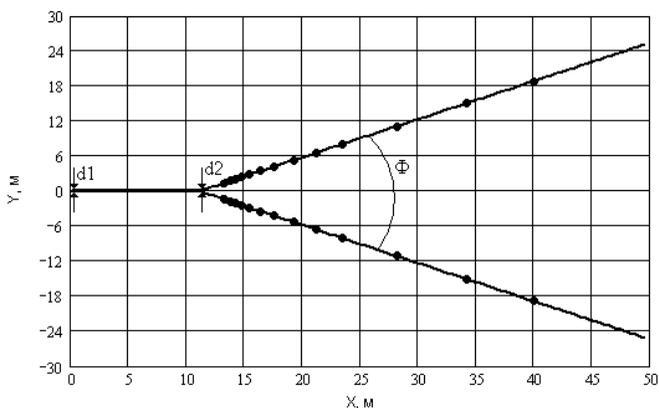


Рис. 3.14. Профиль антенны в плоскости XY

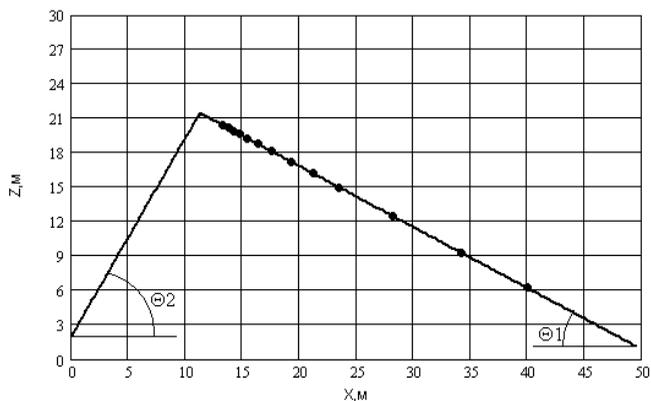


Рис. 3.15. Профиль антенны в плоскости XZ

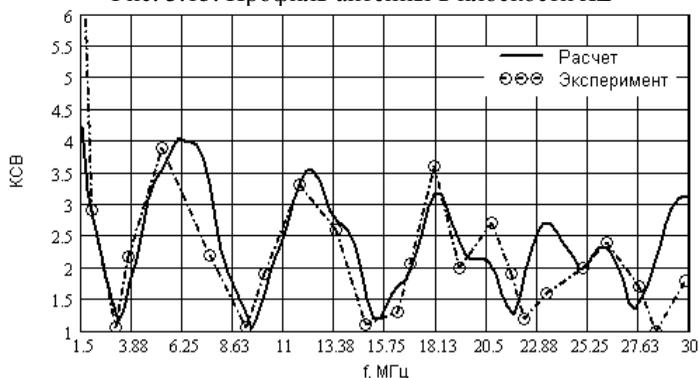


Рис. 3.16. КСВ комбинированной двухпроводной антенны

Проведен расчет четырехпроводной базовой комбинированной антенны. Ее геометрические размеры и параметры корректирующих фильтров следующие. Длины отрезков вибраторов W1(W4) и W2(W3), а также номиналы параллельных RLC-фильтров, установленных на концах отрезков этих вибраторов, приведены в таблице 3.2 (согласующее снижение задается как первый отрезок вибратора в вибраторах W2 и W3 антенны). Угол по азимуту для вибраторов антенны  $\Theta_1=26^\circ$ , для согласующего снижения  $\Theta_2=60^\circ$ . Угол между вибраторами антенны W1 и W4 в горизонтальной плоскости  $\Phi_1=44^\circ$ , между вибраторами W2 и W3  $\Phi_2=39^\circ$ .

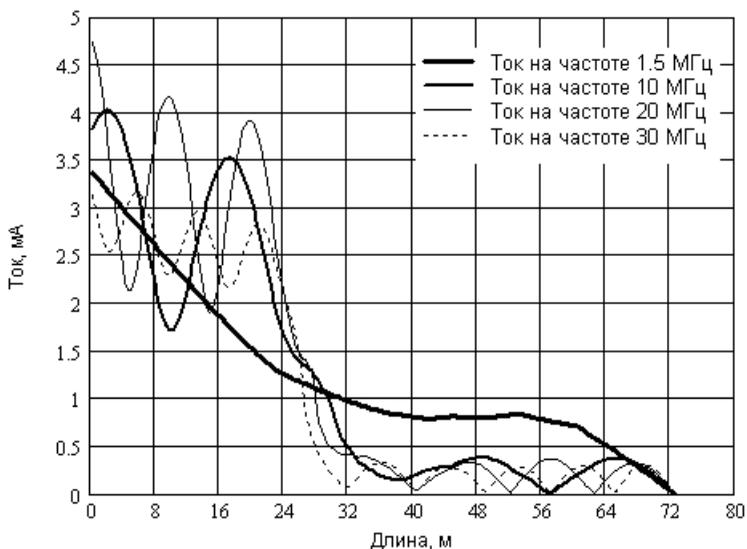


Рис. 3.17. Распределение токов в двухпроводной комбинированной антенне

Расстояния между проводниками снижения снизу  $d1=3$  см, на вершине  $d2=40$  см. Высота подвеса антенны  $H=21.4$  м. Радиус проводников вибраторов 2 мм. Профили вибраторов в плоскостях XY и XZ приведены на рис.3.18 и рис.3.19.

Таблица 3.2. Параметры вибраторов четырехпроводной антенны

	Вибраторы W1 и W4					
Длины отрезков вибраторов, м	4.1	3.4	9.2	12.9	6.1	12.3
R, Ом	810	810	810	810	810	--
L, мкГн	7.85	19.8	62.5	121.8	150.7	--
C, пФ	5	5	5	10	10	--

Продолжение таблицы 3.2

	Вибраторы W2 и W3 (+согласующее снижение)					
Длины отрезков вибраторов, м	22.5	7	9.37	12.7	6.0	12.1
R, Ом	--	810	810	810	810	--
L, мкГн	--	19.8	62.5	121.8	150.7	--
C, пФ	--	5	5	10	10	--

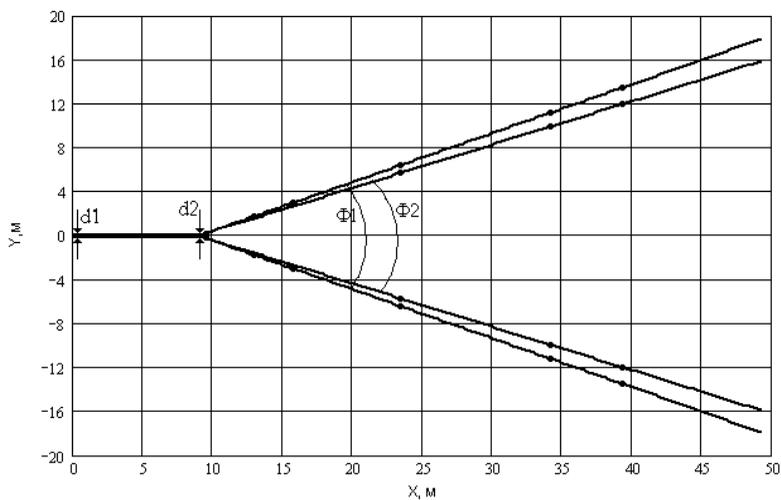


Рис. 3.18. Профиль четырехпроводной антенны в плоскости XY

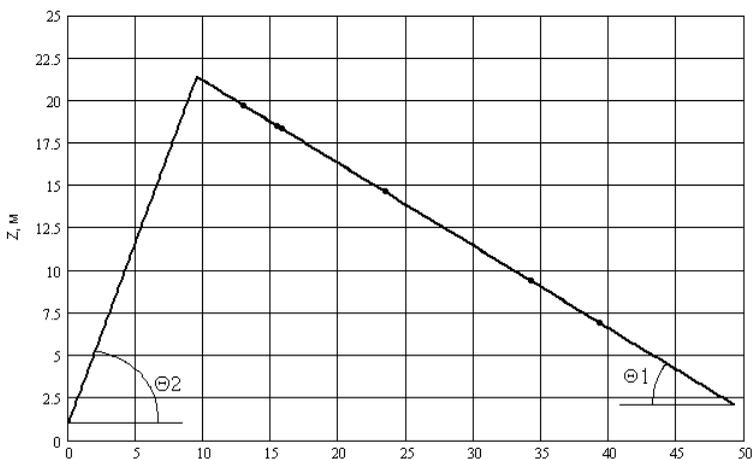


Рис. 3.19. Профиль четырехпроводной антенны в плоскости XZ

На рис. 3.20 показано сравнение расчетной и экспериментальной зависимостей КСВ четырехпроводной комбинированной антенны. Видно, что экспериментально получен КСВ не более 3.8. В верхней части диапазона на частотах выше 19 МГц КСВ не превышает значения 2.25.

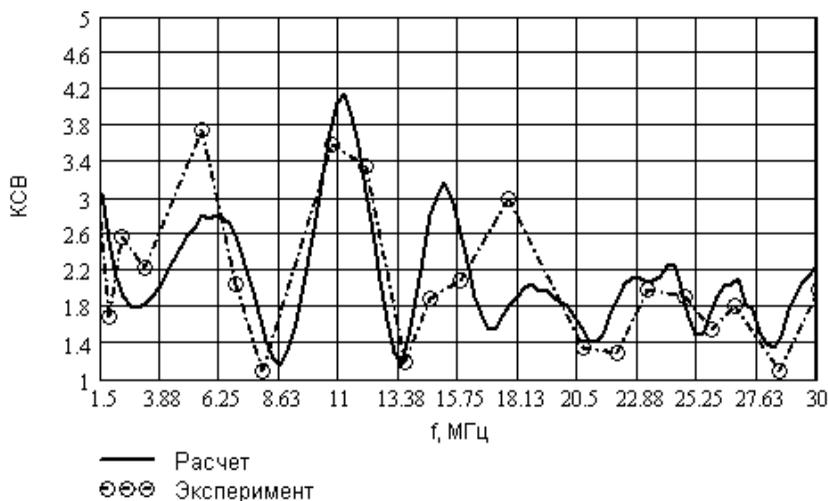


Рис. 3.20. КСВ четырехпроводной антенны

Рассчитанное распределение токов по вибраторам, изображенное на рис. 3.21 – 3.26, показывает, что реализуется ранее высказанное предположение [33] о возможности частотного разделения вибраторов и улучшения за счет этого согласования.

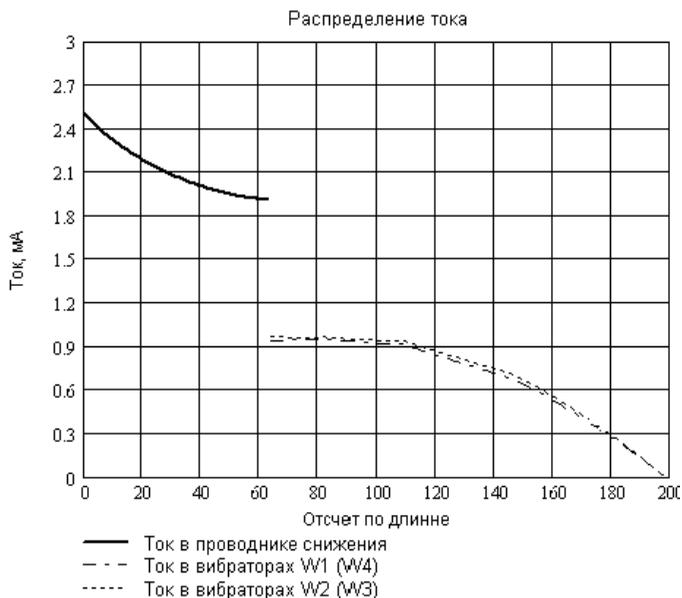


Рис. 3.21. Распределение токов в вибраторах КА на частоте 1.5 МГц

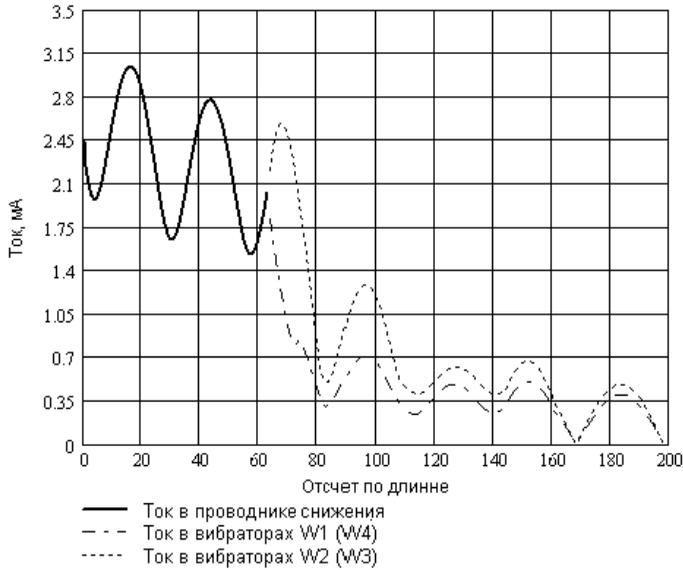


Рис. 3.22. Распределение тока в вибраторах КА на частоте 10 МГц

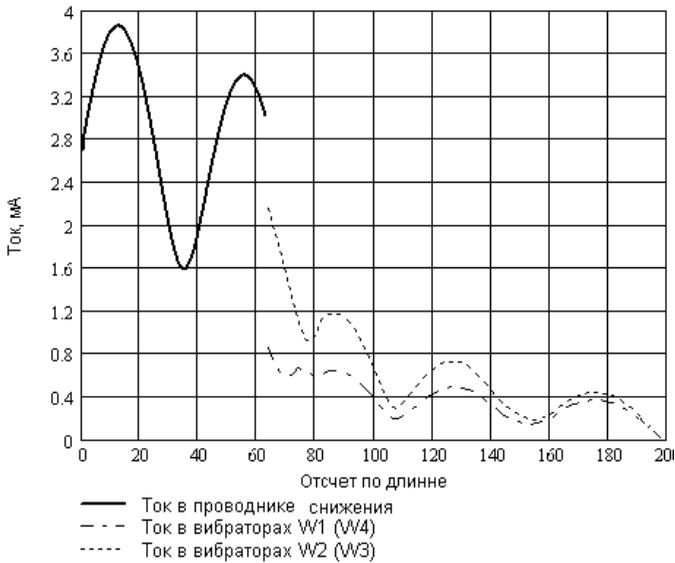


Рис. 3.23. Распределение тока в вибраторах КА на частоте 15 МГц

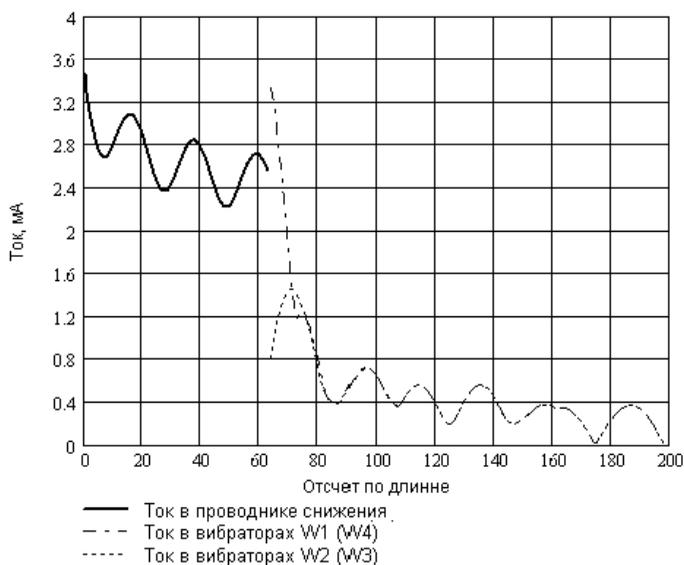


Рис. 3.24. Распределение тока в вибраторах КА на частоте 20 МГц

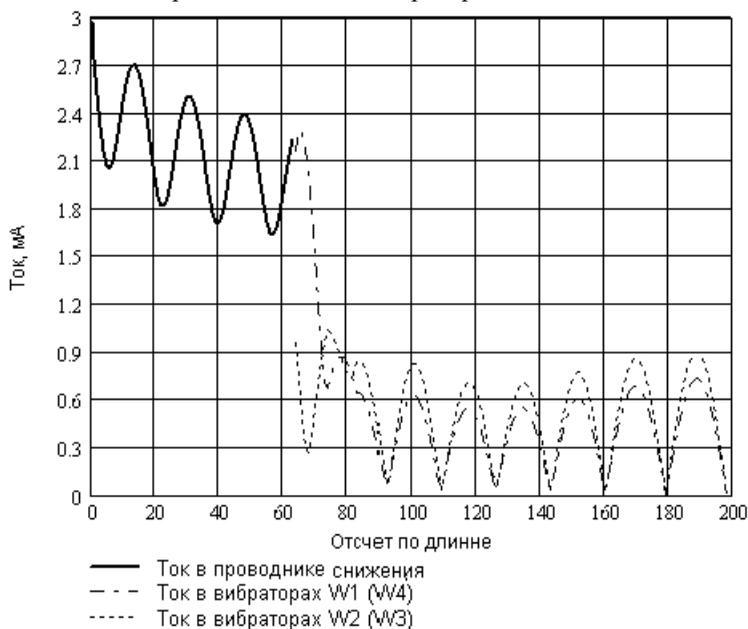


Рис. 3.25. Распределение тока в вибраторах КА на частоте 25 МГц.

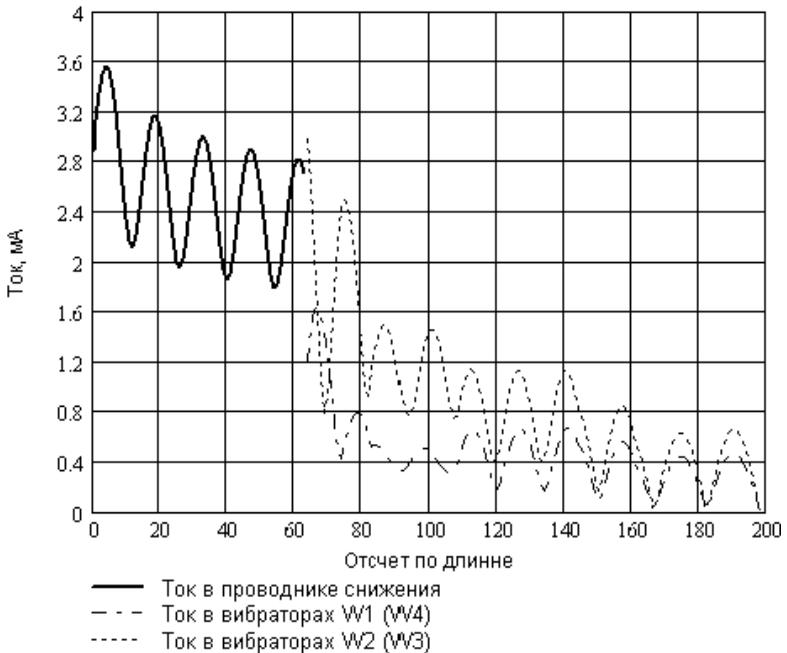


Рис. 3.26. Распределение тока в вибраторах КА на частоте 30 МГц

Таким образом, в данном пункте описаны теоретические и экспериментальные результаты создания двух базовых вариантов и одной модификации комбинированных антенн. С помощью разработанного программного обеспечения с достаточной для практики точностью рассчитываются входные параметры антенн согласно ТТЗ на разработку.

### 3.9. Заключение

Приведенный метод расчета квази-Г волн в нерегулярных связанных линиях с сосредоточенными неоднородностями позволяет детально исследовать картину волновых процессов в комбинированных структурах без ограничений на закон изменения первичных параметров связанных линий, характер и количество включенных сосредоточенных неоднородностей.

### Литература к разделу 3

1. Влостовский Э.Г. К теории связанных линий передачи // Радиотехника, 1967. №4. – С. 28 – 35.
2. Беляев Б.А., Тюрнев В.В. Исследование частотно зависимых коэффициентов связи микрополосковых резонаторов // Препринт № 695 Ф. ИФ СО АН СССР, Красноярск, 1991. – 43 с.
3. Аристархов Г.М., Чернышев В.П. Эквивалентное модовое представление микрополосковых фильтров на основе многопроводных линий с неравными фазовыми скоростями // Радиотехника и электроника, 1985. Т. 30. №12. – С. 2289 – 2297.
4. Вершинин И.М., Воробьев П.А. Применение метода возмущений для расчета элементов матрицы передачи многопроводной линии в неоднородном диэлектрике // Радиотехника и электроника, 1980. Т. 25. – С. 1079 – 1080.
5. Белуга И.Ш. Программа расчета нормальных квази-ТЕМ волн в N-полосковой линии с тонкими проводниками // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ, 1977. Вып. 9. – С. 125 – 127
6. Marx K.D. Propagation modes, equivalent circuits and characteristic terminations for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics // IEEE Trans. on MTT, 1973 V. MTT-21. №7. – P. 450–457.
7. Harrington R.F., Wei Cao. Losses on multiconductor transmission lines in multilayered dielectric media // IEEE Trans. on MTT, 1984. V. MTT-32. №6. – P. 705–710.
8. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 1980.
9. Дрогалев С.В., Малютин Н.Д. Использование С-секции с неуравновешенной электромагнитной связью в корректорах группового времени замедления // Радиотехника, 1994. № 12. С. 30 □ – 32.
10. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе. – Томск: издательство Том. ун-та, 1990. – 164 с.
11. Сычев А.Н. Управляемые СВЧ устройства на многомодовых полосковых структурах. – Томск: издательство Том. ун-та, 2001, 316 с

12. Воробьёв П.А., Малютин Н.Д., Фёдоров В.Н. Квази-Т-волны в устройствах на связанных полосковых линиях с неуравновешенной электромагнитной связью // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 17 – С. 1711 – 1718.

13. Малютин Н.Д., Сычев А.Н. Управляемые устройства на основе двухмерных полосковых структур с неоднородным диэлектриком. Препринт № 6. Томск: издательство Том. ун-та, 1990. – 30 с.

14. Малютин Н.Д., Солуня Ю.А. Управляемые устройства на неоднородных связанных полосковых линиях с дискретно-непрерывным спектром фазовых скоростей. Препринт №7. Изд-во Том. ун-та. Томск, 1990. 28 с.

15. Вершинин И.М., Малютин Н.Д. Широкополосные вибраторно-щелевые антенны // Мат-лы Всерос. конф. “Проблемы современной радиоэлектроники и систем управления”. Томск, 2-4 октября, 2002. Т. 1. С. 108 – 111.

16. Малютин Н.Д., Серебrenников Л.Я., Перевалов Н.Я., Федоров А.Е., Гошин Г.Г., Рыбин А.П., Лошилов А.Г., Газизов Т.Р., Газизов Т.Т., Мелкозеров А.О., Семенов Э.В., Семенов А.В. Широкодиапазонные приемопередающие комбинированные антенны. Принципы построения. Решение внутренней задачи // Материалы международной научно- практической конференции “Электронные средства и системы управления.”. Томск, 6-8 октября, 2004, Ч.1. С. 107 – 111.

17. Шлее В.Р., Аубакиров К.Я., Воронин М.Я. Численный метод анализа неоднородной многопроводной линии. // Радиотехника и электроника, 1983. №6. С. 1058 – 1063.

18. Батухтин В.Д., Майборода Л.Н. Разрывные экстремальные задачи. Изд-во "Гиппократ", 1995. 358 с.

19. Газизов Т.Р. Уменьшение искажений электрических сигналов в межсоединениях. Изд-во научно-техн. Литературы, Томск, 2003. 212 с.

20. Мелкозеров А.О., Газизов Т.Р. Исследование точности вычисления емкостных матриц конфигурации из двух проводов малого диаметра // Тр. Всерос. конф. студентов и молодых ученых. Красноярск, май 2004 г. С. 669- 672.

21. Tesche F.M., Ianoz M.V., Karlsson T. EMC analysis methods and computational models. A Wiley-Interscience publication, 1992. 623 p.

22. Высокочастотная приемопередающая антенная система. Пат. РФ №2262783, МПК Н 01 Q 9/44. Малютин Н.Д., Рыбин А.П., Перевалов Н.Я., Федоров А.Е. Оpubл. 20.10.2005. Бюл. №29.

23. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р. Синтез четырехполосников и восьмиполосников на СВЧ. 2-изд., перераб. и доп. М.: Советское радио, 1971. 388 с.

24. Малютин Н.Д., Лошилов А.Г., Семенов Э.В. Квази-Т-волны в комбинированных структурах на нерегулярных связанных линиях. / Электронные средства и системы управления: Доклады Международной научно-практической конференции. Томск: Издательство Института оптики атмосферы СО РАН, 2005. В двух частях. Ч. 1. – С. 125 – 128.

25. Малютин Н.Д., Лошилов А.Г., Семенов Э.В. Квази-Т волны в комбинированных структурах на основе нерегулярных линий передачи с сосредоточенными неоднородностями. // Доклады Томского государственного ун-та систем управления и радиоэлектроники, 2005, № 4 (12). С. 42 – 49.

26. Лошилов А.Г. анализ и оптимизация широкополосных устройств и антенн на основе нерегулярных структур комбинированного типа. / Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, Томск. 23 с.

27. Семенов Э. В. Нелинейная рефлектометрия с применением видеоимпульсных тестовых сигналов. Известия Томского политехнического университета, 2006, Т. 309, № 3, с. 153–155.

28. Semyonov E. V., Semyonov A. V. Applying the Difference between the Convolutions of Test Signals and Object Responses to Investigate the Nonlinearity of the Transformation of Ultrawideband Signals // Journal of Communications Technology and Electronics. 2007. Vol. 52. No. 4. P. 451—456.

29. Instrumentation for nonlinear distortion measurements under wideband pulse probing / A. G. Loschilov, E. V. Semyonov et al. // Proc. of 19th Int. Crimean Conference «Microwave & Telecommunication Technology» (CriMiCo'2009) (Sevastopol, September 14—18, 2009). Sevastopol, 2009. Vol. 2. P. 754—755.

30. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. - М.: Наука, 1987. – 626 с.

31. Синтез топологии устройств формирования импульсов с заданными спектральными характеристиками на основе нерегулярных рельефных связанных микрополосковых линий / А.А. Ильин, Н.Д. Малютин, А.О. Мисюнас, А.Г. Лощилов // Доклады ТУ-СУРа. – 2010. – № 2 (22). – С. 7–19.

32. Исследование научно-технических принципов и изыскание инженерно-технических решений по созданию широкодиапазонных быстроразворачиваемых антенн для радиолиний ДКМВ диапазона / Промежуточный отчет о научно-исследовательской работе (второй этап). Шифр «Крюшон-Т». Тема 14-02. Томск, 2003.

33. Широкодиапазонные приемо-передающие комбинированные антенны. Принципы построения. Решение внутренней задачи./ Н.Д. Малютин, Л.Я. Серебренников, Н.Я. Перевалов, А.Е. Федоров, Г.Г. Гошин, А.П. Рыбин, А.Г. Лощилов, Т.Р. Газизов, Т.Т. Газизов, А.О. Мелкозеров, Э.В. Семенов, А.В.Семенов. Электронные средства и системы управления: Материалы Международной научно-практической конференции. Томск: Издательство Института оптики атмосферы СО РАН, 2004. В трех частях. Ч. 1. – С. 107 – 110.

34. Лощилов А.Г., Малютин Н.Д. Алгоритм решения внутренней задачи расчета параметров комбинированных антенн ДКМВ-диапазона. Электронные средства и системы управления: Материалы Международной научно-практической конференции. Томск: Издательство Института оптики атмосферы СО РАН, 2004. В трех частях. Ч. 1. – С. 99 – 101.

35. Nitch D.C., Fourie A.P.C. Parallel Implementation of the Numerical Electromagnetics Code // Applied Computational Electromagnetics Society Journal, 1994, Vol 9, №1, P. 51-57.

36. Givati O., Fourie A.P.C. The NEC2 radiation patterns of under-segmented wire grid models of a fighter aircraft compared to measurements // Applied Computational Electromagnetics Society Journal, 10(1):5-14, March 1995.

37. Лондон С. Е., Томашевич С. В. Справочник по высокочастотным трансформаторным устройствам. М.: Радио и связь, 1984. 216 с.

38. Семенов А. В. Симметрирующие устройства на основе

связанных линий. Ч. 1. Ч. 2. Анализ устройств при работе на активную нагрузку с заземленной средней точкой. Деп. рук. № № 9022/83, 9024/83. Реф. опубли. в МПС ВИМИ "Техника, технология, экономика". Сер. "ЭР". 1983. № 26.

39. Кулинич А. П., Семенов А. В. Компенсация реактивностей в трансформаторах-инверторах на линиях. // Радиотехника. 1980. Т. 35. С.55–57.

40. Кулинич А. П. Экспоненциальный фазоинвертирующий трансформатор импедансов. // Электронная техника. Сер. 1: Электроника СВЧ. 1980. Вып. 4. С. 87–89.

41. Рыбин А. П. Широкополосный симметрирующий трансформатор на связанных линиях для диапазона 1–30 МГц. // Электронные средства и системы управления: Мат-лы Междунар. науч.-практ. конф. Томск, 2004 г. В 3 ч. Томск: Изд-во ин-та оптики атмосферы СО РАН, 2004. Ч. 1. С. 74–76.

42. Лоцилов А. Г. Моделирование широкополосного симметрирующего трансформатора // Электронные средства и системы управления: Мат-лы Междунар. науч.-практ. конф. Томск, 2004 г. В 3 ч. Томск: Изд-во ин-та оптики атмосферы СО РАН, 2004. Ч. 1. С. 105–107.

43. Рыбин А. П., Лоцилов А. Г., Малютин Н. Д. Моделирование и экспериментальное исследование широкополосных антенн в ДКМВ-диапазоне // Научная сессия ТУСУР–2004: Мат-лы Всерос. науч.-технич. конф. Томск, 18–20 мая 2004. Томск: ТУСУР. 2004. Т. 1. С.122–125.

44. Малютин Н.Д., Рыбин А.П., Лоцилов А.Г. Моделирование, расчет и экспериментальное исследование согласующих симметрирующих трансформаторов на отрезках связанных линий передачи, нагруженных на входные сопротивления комбинированных антенн.// Известия вузов России. Радиоэлектроника, 2007. № 1. С. 37 – 45.

## **4. АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ТОПОЛОГИИ УСТРОЙСТВ ФОРМИРОВАНИЯ ИМПУЛЬСОВ С ЗАДАНЫМИ СПЕКТРАЛЬНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ НА ОСНОВЕ НЕРЕГУЛЯРНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ**

### **4.1. Постановка задачи**

В радиотехнических системах по мере их развития возникают задачи формирования и обработки сигналов специальной формы с наперед заданными спектральными характеристиками. Так в работе [1] В.А. Котельниковым поставлена и решена задача синтеза сигналов с минимальной энергией вредного спектра. Применение импульсных и видеоимпульсных сверхширокополосных сигналов в радиолокации и нелинейной радиолокации [2, 3] позволяет получить значительно больший объем информации о характеристиках объектов исследования. В радиосвязи применение импульсных сигналов [4 – 6] дает возможность повысить помехозащищенность систем.

В последние два десятилетия одновременно с развитием радиотехнических систем интенсивно развивались средства измерений нано - пикосекундного диапазона [7]. Естественно, что перечисленные и многие другие направления, связанные с практической радиотехникой и с исследованиями физики материалов и волновых процессов в различных линейных и нелинейных средах потребовали разработки методов и технических средств формирования и обработки импульсов с заданными спектрами. При этом стремительно росли требования к форме сигналов (допуски вплоть до долей процентов), фазовой и временной стабильности. Например, решение задач измерения нелинейных искажений импульсных сигналов [8, 9] напрямую связано с формированием импульсов сложной формы с заданной зависимостью группового времени запаздывания спектральных составляющих.

Достижения современной микроэлектроники позволяют решить большинство проблем формирования импульсов и импульсных последовательностей на основе применения как пассивных, так и активных устройств. Однако остается актуальной проблема синтеза и изготовления устройств формирования импульсных сигналов с наперед заданными частотными (спектральными) характеристиками в нано- и пикосекундном диапазонах. Одна из подобных

задач возникла в измерительной технике в связи с необходимостью получения двух жестко связанных импульсов синтезируемой формы, один из которых необходимо подвергнуть фазовой обработке [10].

Известно, что при распространении импульсных сигналов в многопроводных линиях передачи происходит их разложение на моды вследствие интерференции нормальных волн [11], имеющих разные фазовые скорости. Это явление, как было показано в работе [12], может быть с успехом использовано для построения новых функциональных устройств.

Решение поставленной задачи формирования импульсов с заданными спектральными характеристиками возможно путем применения связанных линий. Однако при этом весьма остро стоит вопрос о синтезе устройств такого типа и о создании конструкции связанных линий с широким диапазоном вариации коэффициентов электрической и магнитной связи с минимальными потерями и размерами.

Задачам синтеза СВЧ устройств на связанных линиях посвящено большое число работ, среди которых можно отметить монографии А.Л. Фельдштейна, Л.Р. Явича [13], Б.М. Каца, В.П. Мещанова, [14]. В этих и других публикациях рассматриваются связанные линии с однородным в поперечном сечении диэлектриком и, следовательно, считается, что распространяющиеся в них нормальные волны имеют одинаковые фазовые скорости. Но связанные полосковые и микрополосковые линии, как правило, конструктивно выполняются с неоднородным в поперечном сечении диэлектрическим заполнением и характеризуются неодинаковыми фазовыми скоростями нормальных волн [15 – 23]. Поэтому результаты, полученные в [13, 14], применимы к синтезу устройств рассматриваемого типа лишь в качестве первого приближения. Основы подхода к синтезу полосковых устройств на связанных линиях с учетом зависимости коэффициентов распространения от типа возбуждения проводников были рассмотрены в работе [20] применительно к проектированию управляемых устройств на секциях связанных линий.

В настоящей работе поставлена и решена задача синтеза устройств формирования импульсов с заданными спектральными характеристиками на основе нерегулярных полосковых или микро-

полосковых рельефных связанных линий.

## 4.2. Построение математической модели

На рис. 4.1 схематично показана эквивалентная схема устройств рассматриваемого типа. Нерегулярные связанные линии (НСЛ) 1, 2 имеют в общем случае произвольные зависимости первичных параметров от продольной координаты. Исходный импульс подается с генератора  $E_1$ . Сформированные импульсные сигналы снимаются с нагрузок  $z_2$  и  $z_3$ . Нагрузки  $z_1 - z_4$  и первичные параметры структуры выбираются таким образом, чтобы потери на отражение со стороны генератора были минимальны.

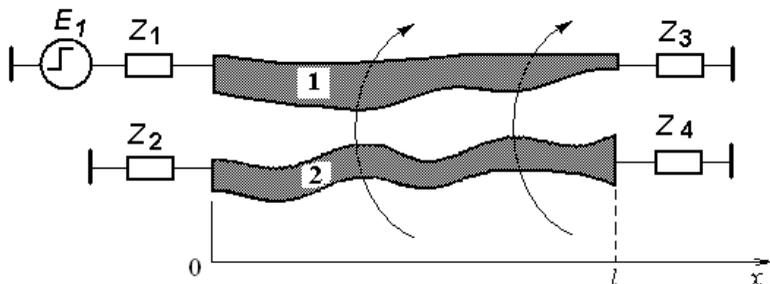


Рис. 4.1. Эквивалентная схема устройств формирования импульсов с заданной спектральной характеристикой

Получение импульсов с заданной спектральной характеристикой основывается на формировании соответствующего волнового процесса в нерегулярных связанных линиях, содержащих участки сильной и слабой связи. Эти участки расположены по координате  $x$ , вдоль которой распространяется система нормальных волн с различающимися фазовыми скоростями. Анализ квази-Т волн в регулярных связанных полосковых линиях такого типа был проведен в работах [21 – 24]. Применительно к рассматриваемым нерегулярным связанным линиям результаты этих и других работ применимы лишь для участков небольшой длины  $\Delta x$ . Решение для общего случая произвольной зависимости погонных параметров от координаты  $x$ , в том числе при наличии сосредоточенных неоднородностей, получено в работах [24, 25]. Амплитуды и коэффициенты нормальных волн в нерегулярных связанных линиях определя-

ются в зависимости от координаты  $x$ , поэтому классическая форма общего решения телеграфных уравнений [13, 14] преобразуется к виду

$$U_{1,2}(x) = A_{1,2}(x) e^{\gamma(x)x}, \quad (4.1)$$

$$I_{1,2}(x) = B_{1,2}(x) e^{\gamma(x)x}, \quad (4.2)$$

где  $A_{1,2}(x)$ ,  $B_{1,2}(x)$  – матрицы амплитуд напряжений и токов синфазной и противофазной волн в первой (индекс 1) и второй (индекс 2) линиях;

$\gamma(x)$  – матрица коэффициентов распространения синфазной и противофазной волн.

Воспользуемся результатами работы [24, 25] для определения параметров НСЛ. Отрезки НСЛ разбиваются равномерной сеткой по координате  $x$  с шагом  $\Delta x$ , который выбирается путем численного эксперимента. Первичные параметры участков отрезков НСЛ, образовавшихся в результате дискретизации структуры, будем считать постоянными внутри отрезка  $\Delta x$ . Обозначим через  $k = 0, 1, 2, \dots, N$  номер узла сетки. Полагаем, что условие постоянства первичных параметров выполняется на шаге  $k$  "вперед". Тогда первичные параметры связанных линий и сосредоточенных неоднородностей будут представлены множествами матриц индуктивностей  $\mathbf{L}_k$ , емкостей  $\mathbf{C}_k$ , сопротивлений  $\mathbf{R}_k$ , проводимостей  $\mathbf{G}_k$ .

Вычислив производную "вперед", переходим от системы телеграфных уравнений к системе алгебраических уравнений:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{k+1} \\ \mathbf{I}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_k \\ \mathbf{I}_k \end{bmatrix} - \Delta x \left\{ j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k \mathbf{I}_k \\ \mathbf{C}_k \mathbf{U}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k \mathbf{I}_k \\ \mathbf{G}_k \mathbf{U}_k \end{bmatrix} \right\}, \quad (4.3)$$

где  $\mathbf{U}_k$ ,  $\mathbf{I}_k$  – матрицы напряжений и токов в точке  $k$ ;  $\omega$  – круговая частота спектральной составляющей.

Формула (4.3) в приведенном виде позволяет вычислить волновые параметры комбинированной нерегулярной структуры, построив рекурсивный алгоритм. При этом алгоритм, строящийся на основе (4.3), не предусматривает нахождение коэффициентов распространения и амплитуд нормальных волн, поэтому уже с этой

точки зрения позволяет существенно упростить решение, если каким-либо образом определены напряжения и токи хотя бы в одной точке  $k$  структуры.

Система уравнений (4.3) записана для полных напряжений и токов в связанных линиях, которые являются суперпозицией падающих и отраженных составляющих, т.е.  $\mathbf{U}(x) = \mathbf{U}_{\text{пад}}(x) + \mathbf{U}_{\text{отр}}(x)$ ,  $\mathbf{I}(x) = \mathbf{I}_{\text{пад}}(x) - \mathbf{I}_{\text{отр}}(x)$ . Конечно-разностное уравнение (4.3) позволяет значительно упростить отыскание не только  $\mathbf{U}(x)$  и  $\mathbf{I}(x)$ , но и их составляющих  $\mathbf{U}_{\text{пад}}(x)$ ,  $\mathbf{U}_{\text{отр}}(x)$ ,  $\mathbf{I}_{\text{пад}}(x)$ ,  $\mathbf{I}_{\text{отр}}(x)$ , т.к. (4.3) справедливо для обеих компонент напряжений и токов:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{U}_{k+1})_{\text{пад}} \\ (\mathbf{I}_{k+1})_{\text{пад}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{U}_k)_{\text{пад}} \\ (\mathbf{I}_k)_{\text{пад}} \end{bmatrix} - \Delta x \left\{ j\omega \begin{bmatrix} \mathbf{L}_k(\mathbf{I}_k)_{\text{пад}} \\ \mathbf{C}_k(\mathbf{U}_k)_{\text{пад}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_k(\mathbf{I}_k)_{\text{пад}} \\ \mathbf{G}_k(\mathbf{U}_k)_{\text{пад}} \end{bmatrix} \right\}, \quad (4.4)$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{U}_{k+1})_{\text{отр}} \\ -(\mathbf{I}_{k+1})_{\text{отр}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{U}_k)_{\text{отр}} \\ -(\mathbf{I}_k)_{\text{отр}} \end{bmatrix} - \Delta x \left\{ j\omega \begin{bmatrix} -\mathbf{L}_k(\mathbf{I}_k)_{\text{отр}} \\ \mathbf{C}_k(\mathbf{U}_k)_{\text{отр}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{R}_k(\mathbf{I}_k)_{\text{отр}} \\ \mathbf{G}_k(\mathbf{U}_k)_{\text{отр}} \end{bmatrix} \right\}. \quad (4.5)$$

Для решения (4.3) необходимо и достаточно определить значения напряжений  $\mathbf{U}_0$  и токов  $\mathbf{I}_0$  в сечении  $x = 0$ , соответствующем значению  $k = 0$ . Решение такой задачи целесообразно провести в матричной форме, как это сделано в работе [26]. Приведем последовательность расчета  $\mathbf{U}_0$ ,  $\mathbf{I}_0$  на примере рассматриваемой эквивалентной схемы (см. рис. 4.1).

9. Проводится дискретизация структуры путем покрытия равномерной сеткой с шагом  $\Delta x$ .

10. Находятся первичные параметры каждого элементарного отрезка  $\Delta x$  НСЛ в виде множеств матриц  $\mathbf{L}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$ ,  $\mathbf{R}_k$ ,  $\mathbf{G}_k$ .

11. Формируются матрицы передачи  $a_k$  для каждого элементарного отрезка  $\Delta x$  с номерами  $k = 0, 1, \dots, N-1$  [21, 22].

12. Определяется матрица передачи  $as$  отрезков НСЛ длиной  $l$  в виде произведения матриц  $a_k$  :

$$as = \prod_{k=0}^{N-1} a_k . \quad (4.6)$$

13. Формулируются граничные условия на входах и выходах многополюсника, представленного матрицей передачи  $as$ , используя значения  $E_1, z_1 - z_4$ . В результате для вычисления напряжений и токов в точке  $x = 0$  получается система 4-х линейных алгебраических уравнений, сводящаяся благодаря известной связи напряжений и токов на входе и на выходе к системе из 2-х алгебраических уравнений [24].

14. Решается полученная система и определяется  $\mathbf{I}_0$ , и, используя граничные условия, вычисляется  $\mathbf{U}_0$  :

$$\mathbf{I}_0 = \left[ A2 \cdot (A1)^{-1} + \begin{pmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & z_2 \end{pmatrix} \right]^{-1} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{U}_0 = \begin{bmatrix} -(I_0)_1 \cdot z_1 \\ -(I_0)_2 \cdot z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где

$$A1_i = \begin{bmatrix} \left[ (as)_{3,1} \cdot z_3 + (as)_{3,3} \right] & \left[ (as)_{3,2} \cdot z_4 + (as)_{3,4} \right] \\ \left[ (as)_{4,1} \cdot z_3 + (as)_{4,3} \right] & \left[ (as)_{4,2} \cdot z_4 + (as)_{4,4} \right] \end{bmatrix},$$

$$A2_i = \begin{bmatrix} \left[ (as)_{1,1} \cdot z_3 + (as)_{1,3} \right] & \left[ (as)_{1,2} \cdot z_4 + (as)_{1,4} \right] \\ \left[ (as)_{2,1} \cdot z_3 + (as)_{2,3} \right] & \left[ (as)_{2,2} \cdot z_4 + (as)_{2,4} \right] \end{bmatrix}.$$

Итак, поскольку вектор  $\begin{bmatrix} \mathbf{U}_0 \\ \mathbf{I}_0 \end{bmatrix}$  определен, расчет напряжений и токов в остальных узлах сетки реализуется с помощью рекурсивного алгоритма с использованием (4.3).

### 4.3. Анализ параметров. Экспериментальные данные

Анализ частотных и импульсных характеристик был проведен на модели-прототипе устройства, выполненного на нерегулярных связанных полосковых линиях с зависимостями коэффициентов электрической  $k_C$  и магнитной  $k_L$  связи от координаты  $x$ , показанными на рис. 4.2.

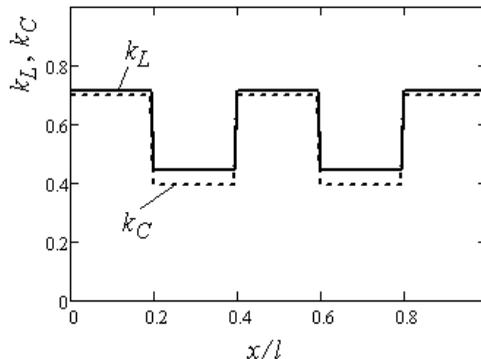


Рис. 4.2. Зависимость коэффициентов электрической  $k_C$  и магнитной  $k_L$  связи от нормированной координаты  $x/l$

В качестве базовой структуры взята конструкция нерегулярных рельефных связанных полосковых линий (НРСПЛ) [25 – 30], поперечное сечение которых показано на рис. 4.3, а. Топология проводников, соответствующая выбранной зависимости  $k_C(x)$ ,  $k_L(x)$  (см. рис. 4.2), изображена на рис. 4.3, б.

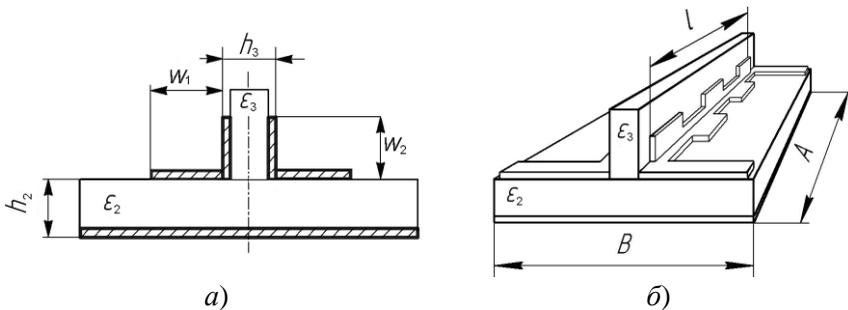


Рис. 4.3. Конструкция поперечного сечения рельефных связанных линий (а) и топология модели - прототипа устройства формирования импульсов (б)

Размеры проводников нерегулярных рельефных связанных линий модели-прототипа обозначены на рис. 4.4, а их значения даны в таблице 1.

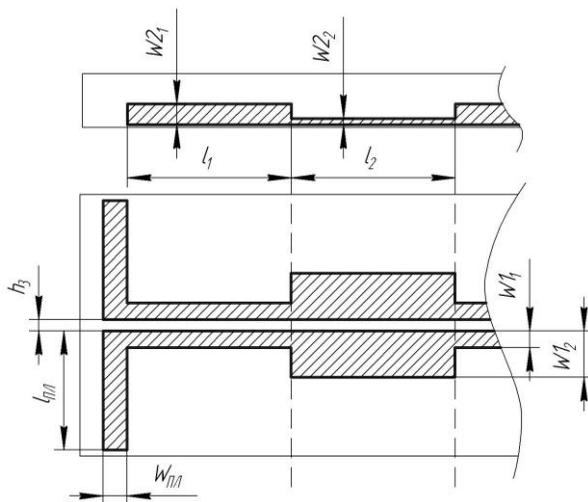


Рис. 4.4. Размеры полосок нерегулярных рельефных связанных линий

Таблица 1

Параметр, единица измерения	Обозначение	Значение
Длина структуры, мм	$A$	214
Ширина структуры, мм	$B$	38
Толщина подложки, мм	$h_2$	2

Диэлектрическая проницаемость подложки	$\varepsilon_2$	5
Длина связанных линий, мм	$l$	200
Диэлектрическая проницаемость вертикальной вставки	$\varepsilon_3$	2.8
Длина гребня с коэффициентом связи $\sqrt{k_C k_L} = 0,7$ , мм	$l_1$	40
Длина гребня с коэффициентом связи $\sqrt{k_C k_L} = 0,45$ , мм	$l_2$	40
Зазор между связанными линиями, мм	$h_3$	0.52

Таблица 1 (продолжение)

Ширина горизонтального проводника с коэффициентом связи $\sqrt{k_C k_L} = 0,7$ , мм	$w_{11}$	0.71
Ширина вертикального проводника с коэффициентом связи $\sqrt{k_C k_L} = 0,7$ , мм	$w_{21}$	1.56
Ширина горизонтального проводника с коэффициентом связи $\sqrt{k_C k_L} = 0,45$ , мм	$w_{12}$	2.05
Ширина вертикального проводника с коэффициентом связи $\sqrt{k_C k_L} = 0,45$ , мм	$w_{22}$	0.45
Длина подводящей линии, мм	$l_{ПД}$	18.3
Ширина подводящей линии, мм	$w_{ПД}$	3.58

Расчет параметров модели - прототипа проводился с целью исследования закономерностей формирования импульсов в устройствах на основе НРСПЛ. Расчетная модель в виде эквивалентной схемы показана на рис. 4.5. Схема (см. рис. 4.5) разделена на три части, обозначенные римскими цифрами. Части I и III представляют собой регулярные несимметричные полосковые линии, матрицы передачи которых находятся по известным соотношениям [13]. Часть II – это отрезок нерегулярных связанных линий, основной элемент формирователя импульсов.

Через подводящую линию 1 импульс с генератора  $E_1$  подается на нерегулярную связанную линию 3. Часть ответвленной энергии поступает в линию 4, другая часть проходит в линию 5.

Требуемый импульсный сигнал выделяется на нагрузке  $z_2$ . На нагрузке  $z_3$  также получается импульсный сигнал, жестко связанный по времени с сигналом на выходе линии 2. В идеальном случае вся мощность, обеспечиваемая генератором, попадает в нагрузки  $z_2, z_3$ , а в линию 6 и соответственно в нагрузку  $z_4$  энергия не проходит.

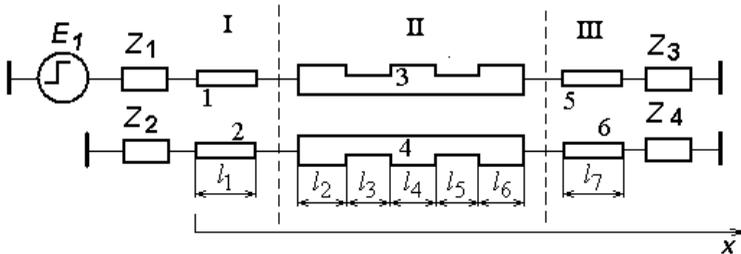


Рис. 4.5. Эквивалентная схема модели-прототипа формирователя импульсов

Для определения частотных характеристик устройства на нерегулярных связанных линиях (НСЛ) отрезки НСЛ с продольными размерами  $l_2, \dots, l_6$  в соответствии с ранее описанным алгоритмом разбиваются на  $N$  регулярных элементарных отрезков  $\Delta l$ . Для каждого из этих отрезков методом сеток [31] находятся матрицы первичных параметров  $C_k, L_k, k=0, \dots, N-1$  [32]. Матрицы передачи элементарных отрезков  $a_k$  рассчитывались по соотношениям, полученным в работах [21, 22] с учетом неодинаковых коэффициентов распространения синфазной и противофазной составляющих нормальных волн.

Осуществив нормирование результирующей матрицы передачи отрезков НСЛ  $as$ , запишем классическую нормированную матрицу передачи  $As$  в клеточном виде, а затем перейдем к волновой матрице передачи [13]

$$[T] = \begin{bmatrix} [1] & [1] \\ [1] & -[1] \end{bmatrix}^{-1} [As] \begin{bmatrix} [1] & [1] \\ [1] & -[1] \end{bmatrix},$$

где  $[1]$  – единичная матрица размером  $2 \times 2$ . Матрица коэффициентов рассеяния

$$[S] = \begin{bmatrix} [T_{ba}][T_{aa}]^{-1} & [T_{bb}] - [T_{ba}][T_{aa}]^{-1}[T_{ab}] \\ [T_{aa}]^{-1} & -[T_{aa}]^{-1}[T_{ab}] \end{bmatrix}.$$

Расчет и экспериментальные измерения проводились в частотной и во временной области. Частотные характеристики были получены с помощью прибора OBZOR-103. Измерения частотных характеристик проводились в согласованном режиме, в полосе частот от 300 кГц до 1,4 ГГц, а измерения во временной области осуществлены на установке, содержащей стробоскопический осциллограф Tektronix 11801B и измерительную головку SD-24. Установка содержит также генератор ступенчатого скачка напряжения с длительностью фронта порядка 70 пс, и позволяет регистрировать отклик от устройства с частотой  $256 \times 10^9$  выборок в секунду (длительность выборки 3.9 пс).

На рис. 4.6, 4.7 приведены частотные характеристики, полученные в результате моделирования и эксперимента. Наблюдается достаточно хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

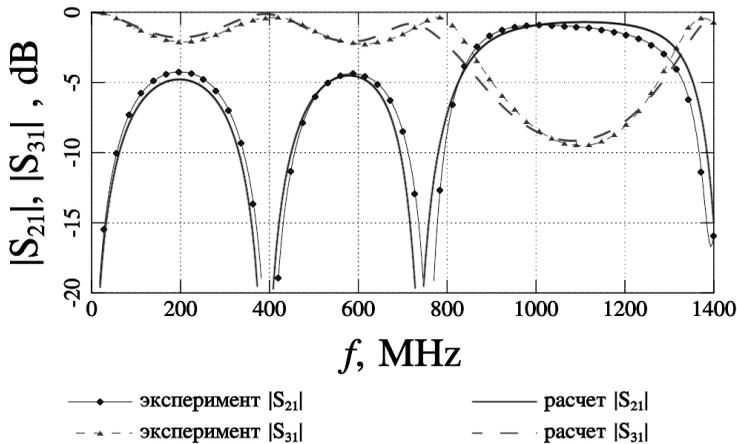


Рис. 4.6. Частотные зависимости коэффициентов передачи (модуль матрицы коэффициентов матрицы рассеяния  $|S_{21}|$ ,  $|S_{31}|$ )

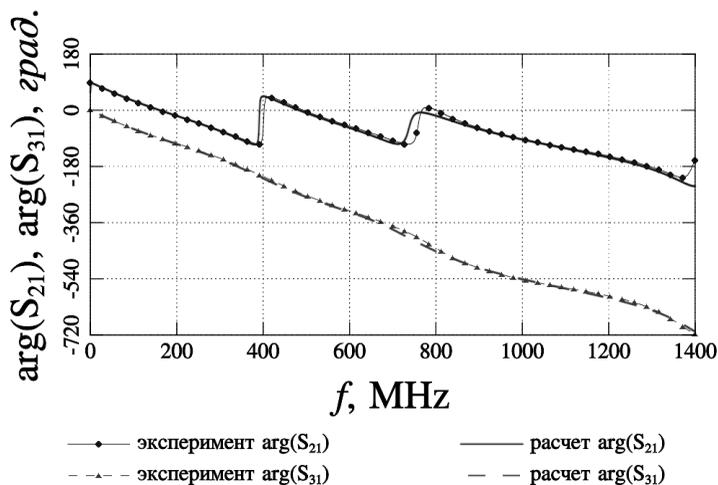


Рис. 4.7. Частотные зависимости вносимых фазовых сдвигов (фазы коэффициентов матрицы рассеяния  $S_{21}$ ,  $S_{31}$ )

Из анализа частотных характеристик следуют важные выводы:

1) Наблюдается периодичность зависимости  $|S_{21}(f)|$  и  $|S_{31}(f)|$  в диапазоне частот, соответствующем нарастанию  $arg(S_{31})$  до 360 град, т.е. до частоты, на которой длина участка связи линий соответствует длине волны;

2) На более высоких частотах периодичность нарушается и, судя по зависимости  $|S_{21}(f)|$ , происходит сложение обратных волн, распространяющихся по структуре НСЛ, в нагрузке  $z_2$ .

3) Учитывая, что в исследуемой модели-прототипе в пределах отрезков  $l_2, \dots, l_6$  первичные параметры зависят от продольной координаты ступенчато, и структура является ступенчато-нерегулярной, вариация параметров внутри  $l_2, \dots, l_6$  дает дополнительные степени свободы в изменении вида зависимости коэффициентов связи от  $x$  и в изменении их амплитуды. Следовательно, будут существенно изменяться частотные характеристики устройства в целом в пределах физически возможной реализации.

На рис. 4.8 показаны импульсные характеристики макета-прототипа. На вход устройства подавался сигнал от генератора с ЭДС  $E_1$ , напряжение на нагрузке  $z_1 - U_1(t)$ . Импульс  $U_1(t)$  имеет фронт нарастания 0.1 нс. На выходе порта 3 напряжение  $U_3(t)$  (рис. 4.8, а) повторяет форму сигнала  $U_1(t)$  с затянутым фронтом 0.6 нс. На рис. 4.8, б) показана зависимость  $U_2(t)$  – импульса, сформированного на нагрузке  $z_2$ . Фронт импульса  $U_2(t)$  практически идентичен фронту  $U_1(t)$ , но импульс имеет три ярко выраженных максимума, что свидетельствует о механизме его образования за счет перекачки части энергии падающей волны в линии 1 в волну в линии 2, распространяющуюся в обратном направлении. При этом четко просматривается задержка максимумов  $U_2(t)$ , обусловленная групповым временем запаздыванием волны, сформированной на участках сильной связи между линиями (см. рис. 4.3).

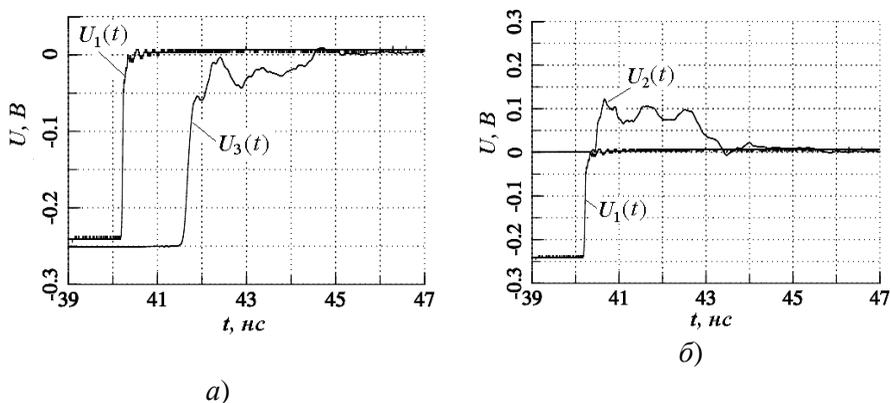


Рис. 4.8. Реакция устройства на ступенчатое изменение напряжения на входе

#### 4.4. Алгоритм синтеза

Выявленные на примере модели-прототипа закономерности формирования импульсов, а также численные эксперименты позволили разработать алгоритм синтеза устройств рассматриваемого

типа на основе нерегулярных связанных линий. Его суть состоит в следующем:

1. Задается форма импульса  $U_2(t)$ , который необходимо получить на выходе линии 2 (см. рис. 4.5) при известных параметрах исходного импульса  $E_1(t)$ .

2. По заданным функциям  $U_2(t)$  и  $E_1(t)$  проводится спектральный анализ входного и выходного сигналов. Затем определяется коэффициент передачи  $S_{21}(f)$ , например, с помощью пакета Signal - CAD, предназначенного для решения задач исследования и инженерного анализа негармонических волн и устройств, реализующих заданную обработку сигналов [33].

3. В предположении, что на выход линии 6 в нагрузку  $z_4$  сигнал не поступает, вычисляются спектральные характеристики функции напряжения  $U_3(t)$  и затем рассчитывается  $S_{31}(f)$ .

4. Решается обратная задача вычисления множества матриц погонных параметров  $\mathbf{L}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$  в предположении, что  $\mathbf{R}_k = \mathbf{G}_k = 0$ . Для этого строится система уравнений (4.7), записанная в матричной форме. Данная система определена на множестве частот  $f_i$ , где  $i$  – номер гармоники в спектральном разложении функций напряжений, определенных ранее.

$$\begin{bmatrix} U_1(f_i) \\ U_2(f_i) \\ I_1(f_i) \\ I_2(f_i) \end{bmatrix} = \prod_{k=0}^{N-1} a_k \cdot \begin{bmatrix} U_3(f_i) \\ U_4(f_i) \\ I_3(f_i) \\ I_4(f_i) \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Система (3.7) упрощается, если пренебречь энергией, поступающей в нагрузку  $z_4$ . В этом случае имеем:

$$\begin{bmatrix} U_1(f_i) \\ U_2(f_i) \\ I_1(f_i) \\ I_2(f_i) \end{bmatrix} = \prod_{k=0}^{N-1} a_k \cdot \begin{bmatrix} U_3(f_i) \\ 0 \\ I_3(f_i) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Используя граничные условия в точках  $x=0$  и  $x = \sum_{i=2}^m l_i$ ,

преобразуя систему (4.8), получаем функцию  $\Psi(f)$ , которая в неявной форме зависит от элементов матриц  $\mathbf{L}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$ :

$$\Psi(f) = (1 - z_2^{-1}) \cdot S_{21}(f) - (a_{S21}(f) + a_{S23}(f) \cdot z_3^{-1} + a_{S41}(f) + a_{S43}(f) \cdot z_3^{-1}) \cdot S_{31}(f). \quad (4.9)$$

Минимизация  $\Psi(f)$  путем вариации элементов  $\mathbf{L}_k$ ,  $\mathbf{C}_k$  приводит к синтезу топологии нерегулярных связанных полосковых или микрополосковых линий и, в конечном итоге, – устройства формирования импульсов заданной формы и с заданными спектральными характеристиками. При этом, если  $|\Psi(f)| \rightarrow 0$ , автоматически обеспечивается условие  $S_{41}(f) \rightarrow 0$ .

4.5. Решается задача определения геометрических размеров структуры [32]. Ее суть заключается в получении функции, аппроксимирующей связь между первичными параметрами и геометрическими размерами поперечного сечения нерегулярных связанных линий в каждом  $k$ -том сечении. Рельефные связанные микрополосковые линии (РСМПЛ) обеспечивают возможность вариации коэффициентов электрической и магнитной связи в широких пределах: от величины, близкой к нулю, до значения, близкого к единице. Нами применялась конструкции РСМПЛ, показанные на рис. 4.3,а и рис. 4.9.

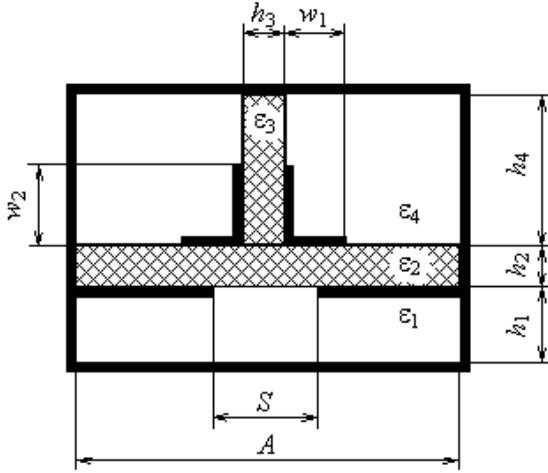


Рис. 4.9. Рельефные связанные микрополосковые линии с зазором в заземляемом основании

Обозначим размеры РСМПЛ в соответствии с рис. 4.9. Опустив индекс  $k$ , запишем исходные данные в виде матриц погонных параметров: емкостей  $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & -C_{12} \\ -C_{12} & C_{22} \end{bmatrix}$ , индуктивностей

$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix}$ . Матрица  $\mathbf{L}$  определяется через матрицу емкостей

$\mathbf{C}(1)$  структуры, заполненной воздухом:  $\mathbf{L} = c^{-2} (\mathbf{C}(1))^{-1}$ , где  $c$  – скорость света.

Будем считать, что связанные линии имеют одинаковые параметры и справедливы равенства  $C_{11} = C_{22}$ ,  $L_{11} = L_{22}$ ,  $C(1)_{11} = C(1)_{22}$ . Поскольку элементы матрицы  $\mathbf{L}$  определяются через  $\mathbf{C}(1)$ , число исходных электрических параметров для решения поставленной задачи составляет  $N = 4$ , а именно:  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C(1)_{11}$ ,  $C(1)_{12}$ . Количество неизвестных параметров  $n = 12$ :  $w_1, w_2, s, A, h_1, \dots, h_4, \epsilon_1, \dots, \epsilon_4$ . Очевидно, что точное

решение задачи определения геометрических параметров и диэлектрических свойств подложек, если  $n > N$ , невозможно, поэтому в процессе постановки задачи необходимо уменьшить число  $n$  до приемлемого значения.

Синтез размеров РСМПЛ предполагает, что при проектировании у разработчика нет полного набора исходных данных ни о геометрических размерах, ни о свойствах материалов подложек. Но, с другой стороны, всегда существуют ограничения на выбор размеров и типов подложек. Это существенно облегчает постановку задачи определения геометрических параметров и типоразмеров подложек.

Рассматриваемые связанные микрополосковые линии обладают следующими отличительными особенностями:

1) составляющие погонных емкостей полосок на горизонтально и вертикально ориентированных подложках в различной степени зависят от размеров  $w_1$  и  $w_2$  при прочих равных условиях;

2) наличие зазора в заземляемом основании и воздушного промежутка между ним и экраном снижает собственные частичные емкости преимущественно горизонтальных полосок с размером  $w_1$ ;

3) ортогональное расположение диэлектрических подложек и соответственно полосок при вариации  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_3$  позволяет в различной степени изменять частичную емкость  $C_{10}$  между проводниками и заземляемым основанием и взаимную емкость  $C_{12}$  между проводниками.

Расчет первичных параметров проводился тремя методами: конформных отображений, методом сеток и методом моментов. При этом ставилась задача вне зависимости от выбранного метода обосновать алгоритм синтеза размеров по заданным первичным параметрам.

Алгоритм решения задачи определения  $w_1, w_2$  в виде последовательности шагов состоит в следующем.

1) Задаются исходные значения емкостей РСМПЛ  $C_{10}^{(0)}, C_{12}^{(0)}, C(1)_{10}^{(0)}, C(1)_{12}^{(0)}$ , где  $C_{10}^{(0)}, C(1)_{10}^{(0)}$  – частичные соб-

ственные емкости полосок на заземляемое основание при реальном и воздушном заполнении поперечного сечения соответственно.

2) Исходя из конструктивных и технологических ограничений, задаются параметры  $A, h_1, \dots, h_4, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_4, s = 0$ . Искомые параметры –  $w_1, w_2$ .

3) Проводится численная проверка существования решения. С этой целью на шаге 1 на горизонтальной подложке размещается «зародыш» в виде достаточно узких полосок так, как это показано на рис. 10, а. Вычисляются значения емкостей  $C_{10}^{(1)}, C_{12}^{(1)}$ ,

$C(1)_{10}^{(1)}, C(1)_{12}^{(1)}$ . Затем полоски «выращиваются» до предельного значения (показано пунктирной линией) и определяются емкости  $C_{10}^{(2)}, C_{12}^{(2)}, C(1)_{10}^{(2)}, C(1)_{12}^{(2)}$ . На шаге 2 возвращаемся к первоначальному размеру горизонтальной полоски и разрешаем рост вертикальных полосок в соответствии с рис. 10, б. Получаем

$C_{10}^{(3)}, C_{12}^{(3)}, C(1)_{10}^{(3)}, C(1)_{12}^{(3)}$  и  $C_{10}^{(4)}, C_{12}^{(4)}, C(1)_{10}^{(4)}, C(1)_{12}^{(4)}$ . На шагах 1, 2 проверяются условия попадания всех заданных емкостей в интервал их изменения при вариации размера вертикальных полосок. Условия существования решения:

$$C_{10}^{(0)} \in \left( C_{10}^{(1)}, C_{10}^{(2)} \right),$$

$$C(1)_{10}^{(0)} \in \left( C(1)_{10}^{(1)}, C(1)_{10}^{(2)} \right),$$

$$C_{12}^{(0)} \in \left( C_{12}^{(3)}, C_{12}^{(4)} \right),$$

$C(1)_{12}^{(0)} \in \left( C(1)_{12}^{(3)}, C(1)_{12}^{(4)} \right)$ . Если эти условия выполняются, тогда принимается решение о нахождении более точного соответствия параметров тем или иным методом в более узком интервале вариации размеров горизонтальных и вертикальных полосок. В противном случае переходим к шагу 3: возвращаемся в диапазон размера вертикальных полосок, в наибольшей степени соответствующий поставленным условиям.

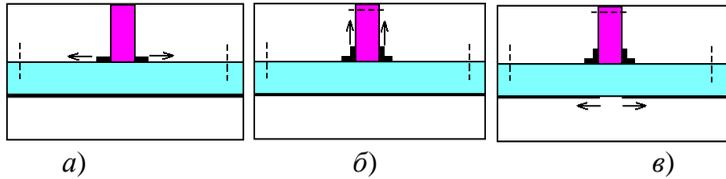


Рис. 4.10. «Выращивание» полосок структуры

Разрешаем рост зазора  $S$  в заземляемом основании (рис. 10, в). Проверяются условия попадания всех емкостей в интервал их изменения при вариации зазора. Если данное событие не состоялось, тогда изменяются исходные параметры и процедура повторяется пошагово.

4). Учитывая, что емкости  $C_{10}^{(0)}$ ,  $C(1)_{10}^{(0)}$  в большей степени зависят от  $w_1$ , в результате решения обратной задачи методом конформных отображений определяем зависимость  $w_1$  от  $C_{10}^{(0)}$ :

$$w_1 = \frac{h_2}{\pi} \operatorname{arcch} \left( - \left( b(1 - ke^2) / ke^2 \right) + ch(\pi\alpha) \right) - \alpha h_2,$$

где  $ke$  – модуль полных эллиптических интегралов первого рода, определяется из отношения

$$K'/K = C_{10}^{(0)} / (\varepsilon_0 \varepsilon_2); \quad \alpha = (h_3/2 + ih_2) / h_2;$$

$$b = \left| -\operatorname{ch}(\pi s/2h_2) + \operatorname{ch}(\pi(h_3/2 + ih_2)/h_2) \right|.$$

5). По заданной емкости  $C_{12}^{(0)}$  находим

$$w_2 = h_3 / \pi \cdot \operatorname{arcch} \left( 2ke / (1 - ke) \right), \quad (11)$$

где  $ke$  – модуль эллиптического интеграла, определяемый из условия  $K(ke) / K(ke') = C_{12}^{(0)} / (\varepsilon_0 \varepsilon_3)$ .

6). Найденные параметры РСМПЛ являются начальным приближением, которое используется при оптимизации на основе численных методов расчета матриц  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$ .

7). Как уже отмечалось, для нерегулярных РСМПЛ  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$  зависят от продольной координаты  $x$ , поэтому процедура синтеза размеров повторяется  $n$  раз ( $n$  – число узлов сетки, покрывающей

проводники в продольном направлении).

### Заключение

По представленным алгоритмам с учетом знаний о свойствах модели-прототипа была синтезирована топология устройства, формирующего импульс на нагрузке  $z_2$ , показанный на рис. 12 в виде зависимости  $U_2(t)$ .

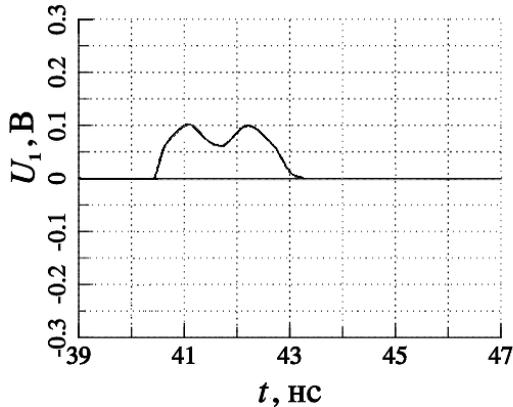


Рис. 4.12. Зависимость  $U_1(t)$ , заданная в качестве исходной

Входной импульс  $U_1(t)$  при этом брался в соответствии с рис. 4.8, *a*. Синтез элементов  $C_k$ ,  $L_k$  показал, что зависимость коэффициентов связи, физически реализуемая в конструкции НРСПЛ, имеет вид, показанный на рис. 4.13. Расчетные и экспериментальные частотные зависимости коэффициентов  $S_{21}$ ,  $S_{31}$  матрицы рассеяния показаны на рис. 4.14, а сформированные импульсные характеристики – на рис. 4.15.

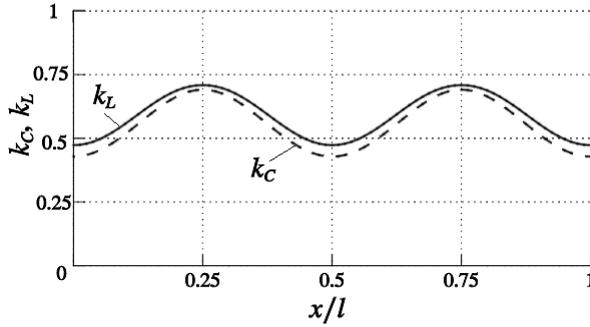


Рис. 4.13. Зависимость коэффициентов электрической  $k_C$  и магнитной  $k_L$  связи от нормированной координаты  $x/l$  синтезируемого формирователя импульсов

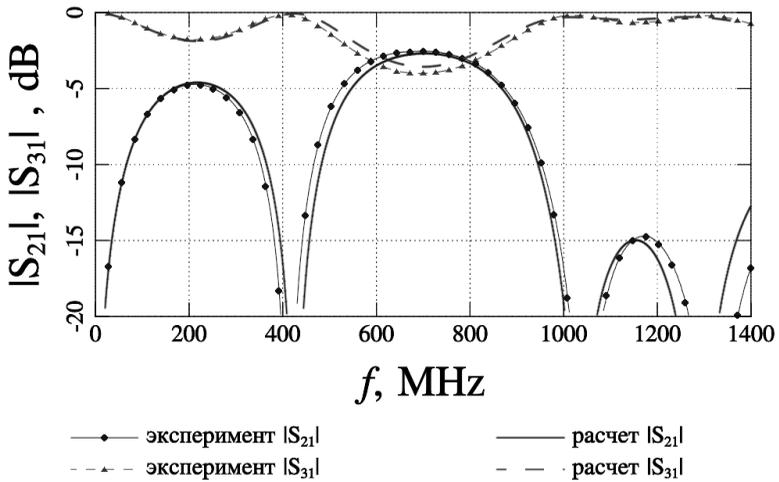


Рис. 4.14. Частотные зависимости коэффициентов передачи (модулей матрицы коэффициентов матрицы рассеяния  $|S_{21}|$ ,  $|S_{31}|$ ), полученные в результате синтеза устройства

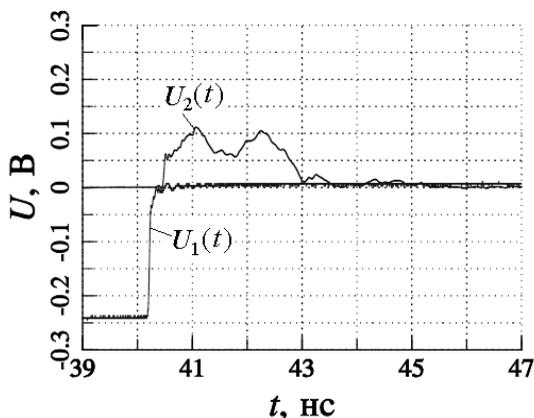
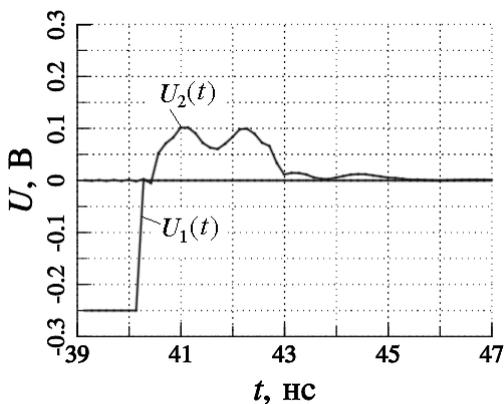


Рис. 4.15. Расчетные (а) и экспериментальные (б) зависимости напряжений  $U_1(t)$  и  $U_2(t)$ , полученные в результате синтеза

Данная работа поддержана грантом в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (направление «Микроэлектроника», мероприятие 1.2.1, проект П-690).

#### Литература к разделу 4

1. Котельников В.А. Сигналы с минимальной энергией вредного спектра // Радиотехника и электроника. – 1996. – Т. 41. – №7. – С. 773-780.

2. Иммореев И.Я. Сверхширокополосные радары: новые возможности, необычные проблемы, системные особенности // Вестник МГТУ, Сер. Приборостроение. – 1998 – №4. – С. 25-56.

3. Вернигоров Н.С. Процесс нелинейного преобразования и рассеяния электромагнитного поля электрически нелинейными объектами // Радиотехника и электроника. – 1997. – Т. 42. – № 10. – С. 1181–1185.

4. Об использовании сверхширокополосных сигналов на скоростных линиях радиосвязи / Г.Я. Шайдунов, А.В. Алексеев, С.Н. Савкин, А.В. Кулаев // Труды международной научно-технической конференции «Спутниковые системы связи и навигации», Красноярск, 30 сентября - 3 октября. – 1997. – Т. 1. – С.66-71.

5. Scholtz R.A. Time-hopping SSMA techniques for impulse radio with an analog modulated data subcarrier / R.A. Scholtz, M.Z. Win, L.W. Fullerton // Proceedings of the IEEE Fourth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA'96), Mainz, Germany, September 22-25. – 1996. – P. 359-364.

6. Withington P. Impulse Radio Overview: [http://www.time-domain.com/paper\\_iro.html](http://www.time-domain.com/paper_iro.html).

7. Ильюшенко В.Н. Пикосекундная импульсная техника / В.Н. Ильюшенко, Б.И. Авдоченко, В.Ю. Баранов и др.; Под ред. В.Н. Ильюшенко. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 368 с.

8. Штейншлейгер В.Б. Нелинейное рассеяние радиоволн металлическими объектами // Успехи физических наук. – 1984. – Т. 142. – Вып. 1. – С. 131–145.

9. Семёнов Э.В. Синтез сверхширокополосных тестовых сигналов для обнаружения нелинейного преобразования сигнала путем наблюдения за нулями его спектральной плотности мощности // Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике: Сб. докл. Всеросс. научной конф. – Муром, 2003. – С. 99–103.

10. Пат. RU 2263929 С1, Российская федерация, G 01 S 13/00. Способ исследования нелинейности преобразования сигналов объектом / Э.В. Семёнов. – № 2004110640; Заявлено 07.04.2004; Опубликован 10.11.2005; Бюл. № 31, Приоритет 07.04.2004.

11. Семёнов Э.В. Особенности импульсных последовательностей, формируемых фазовыми фильтрами на основе С-секций с периодической характеристикой группового времени запаздывания / Э.В.Семёнов, А.Н.Маничкин, Н.Д.Малютин // Радиотехника. – 2006. – № 6. – С. 27–30.

12. Пат. РФ на полезную модель №79355. Модальный фильтр / Т.Р. Газизов, А.М. Заболоцкий, И.Г. Бевзенко, И.Е. Самотин, П.Е. Орлов, А.О. Мелкозеров, Т.Т. Газизов, С.П. Куксенко, И.С. Костарев (РФ). – Заявка №2008127527/22(033781). Приоритет полезной модели 07.07.2008; опубл. 27.12.2008; Бюл. №36.

13. Фельдштейн А.Л. Синтез четырехполосников и восьми-полосников на СВЧ / А.Л. Фельдштейн., Л.Р. Явич. – М.: Связь, 1971. – 352 с.

14. Кац Б.М. Оптимальный синтез устройств СВЧ с Т-волнами / Б.М. Кац, В.П. Мещанов, А.Л. Фельдштейн; под ред. В.П. Мещанова. – М.: Радио и связь, 1984. – 288 с.

15. Влостовский Э.Г. К теории связанных линий передачи // Радиотехника. – 1967. – №4. – С. 28 – 35.

16. Белуга И.Ш. Программа расчета нормальных квази-ТЕМ волн в N-полосковой линии с тонкими проводниками // Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ, 1977. Вып. 9. – С. 125 – 127.

17. Беляев Б.А., Тюрнев В.В. Исследование частотно зависящих коэффициентов связи микрополосковых резонаторов // Препринт № 695 Ф. ИФ СО АН СССР, Красноярск, 1991. – 43 с.

18. Аристархов Г.М., Чернышев В.П. Эквивалентное модовое представление микрополосковых фильтров на основе многопроводных линий с неравными фазовыми скоростями // Радиотехника и электроника. – 1985. – Т. 30. – №12. – С. 2289 – 2297.

19. Вершинин И.М., Воробьев П.А. Применение метода возмущений для расчета элементов матрицы передачи многопроводной линии в неоднородном диэлектрике // Радиотехника и электроника – 1980. – Т. 25. – С. 1079 – 1080.

20. Малютин Н.Д. Синтез полосковых устройств для аналоговой обработки сверхширокополосных сигналов / Н.Д. Малютин, А.Н. Сычев, Э.В. Семенов // Известия ВУЗов. Электроника. – 1998. – №3. – С. 95-101.

21. Воробьев П.А. Квази-Т-волны в устройствах на связанных полосковых линиях с неуравновешенной электромагнитной связью / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин, В.Н. Федоров // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27. – № 9. С. 1711—1718.

22. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1990. –

164 с.

23. Сычёв А.Н. Управляемые СВЧ устройства на многомодовых полосковых структурах / Под. ред. Н.Д. Малютина. – Томск: Том. гос. ун-т, 2001. – 318 с.

24. Малютин Н.Д. Квази-Т волны в комбинированных структурах на основе нерегулярных линий передачи с сосредоточенными неоднородностями / Н.Д. Малютин, А.Г. Лоцилов, Э.В. Семенов // Доклады Томского государственного ун-та систем управления и радиоэлектроники. – 2005. – № 4 (12). – С. 42 – 49.

25. Малютин Н.Д. Квази-Т-волны в комбинированных структурах на нерегулярных связанных линиях / Н.Д. Малютин, А.Г. Лоцилов, Э.В. Семенов // Сборник докл. междунар. научн.-практ. конф. «Электронные средства и системы управления». – Томск: Институт оптики атмосферы СО РАН, 2005. В двух частях. – Ч. 1. – С. 125 – 128.

26. Широкодиапазонные приемопередающие комбинированные антенны. Принципы построения. Решение внутренней задачи / Н.Д. Малютин, Л.Я. Серебренников, Н.Я. Перевалов, А.Е. Федоров, Г.Г. Гошин, А.П. Рыбин, А.Г. Лоцилов, Т.Р. Газизов, Т.Т. Газизов, А.О. Мелкозеров, Э.В. Семенов, А.В. Семенов // Материалы междунар. научн.-практ. конф. “Электронные средства и системы управления”. – Томск, 6-8 октября, 2004. – Ч.1. – С. 107 – 111.

27. Шлее В.Р. Рельефные связанные микрополосковые линии / В.Р. Шлее, А.В. Ефименко, М.Я. Воронин // Радиотехника и электроника. – 1983. – №6. – С. 1064-1071.

28. Y. Konishi. A Directional Coupler of a Vertically Installed Planar Circuit Structure / Y. Konishi, I. Awai, Y. Fukuoka, M. Nakajima. // The Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1988. – №6.

29. Гвоздев В.И. Реберно-диэлектрическая линия и некоторые устройства на ее основе / В.И. Гвоздев, Е.И. Нефедов, Т.Ю. Черникова, В.А. Шепетина // Радиотехника и электроника. – 1990. – Т. 35. – №3. – С. 465-478.

30. Дрогалев С.В. Использование С - секции с неуравновешенной электромагнитной связью в корректорах группового времени замедления / С.В. Дрогалев, Н.Д. Малютин // Радиотехника – 1994. – №12. – С. 30-32.

31. Фуско В. СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.

32. Малютин Н.Д. Синтез нерегулярных рельефных связанных микрополосковых линий методом «выращивания» / Н.Д. Малютин, А.А. Ильин, А.Г. Лошилов // 20-я Межд. Крымская конф. "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии" (КрымиКо'2010): материалы конф. в 2 т. – Севастополь: "Вебер". – 2010. – Т. 2. – С. 745–747.

33. Малютин Н.Д. Пакет Signal-CAD. Решение задач исследования и инженерного анализа негармонических волн и устройств, реализующих заданную обработку сигналов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1996. – 38 с. [Электронный ресурс

## **5 МЕТОД И АЛГОРИТМЫ ЭКСТРАКЦИИ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПЕРВИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЙ С ПОТЕРЯМИ И ДИСПЕРСИЕЙ**

Как известно [1 –4], связанные линии (СЛ), отличительным конструктивным признаком которых является неравенство длины проводников в области связи, характеризуются неравенством и дисперсией фазовых скоростей нормальных волн. К связанным линиям такого класса относятся, например, меандровая линия, перекрытая сплошной полоской [1], СЛ типа витая пара в экране [5] и др. В данной работе поставлена цель решения задачи экстракции первичных параметров СЛ по данным измерения матриц рассеяния в частотном диапазоне, а также построения модели связанных линий, в которой используются полученные эквивалентные первичные параметры.

### **5.1 Постановка задачи экстракции эквивалентных первичных параметров по данным измерений**

Одним из путей определения первичных параметров СЛ является измерение матриц коэффициентов рассеяния  $s$  устройств, содержащих связанные линии, на современных приборах: векторных анализаторах цепей при воздействии ЛЧМ сигналов [6], импульсных векторных анализаторах цепей [7 – 9]. При этом первичные параметры (матрицы емкостей  $\mathbf{C}$ , индуктивностей  $\mathbf{L}$ , сопротивлений  $\mathbf{R}$  и проводимостей  $\mathbf{G}$ ) связанных линий определяются лишь косвенно. Определение  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{G}$  с помощью LCRG-измерителей, если в связанных проводниках имеет место частотная зависимость первичных параметров, некорректны, поскольку изменение частоты приводит к изменению электрической длины линий передачи. В этом случае прямыми измерениями получаются уже не  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{G}$ , а зависящие от них вторичные параметры.

Исходя из сказанного, была поставлена задача разработки метода экстракции первичных параметров, базирующегося на получении данных измерения матрицы  $s$  в заданном диапазоне частот и данных расчета матриц  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{G}$  на низких частотах, при ко-

торых электрическая длина проводников не превышает значения  $\approx 0.05$  радиан. Возникающее при такой постановке задачи противоречие в определении первичных параметров (согласно теории Т-волн  $C$ ,  $L$  не должны зависеть от частоты [10 – 12]) устраняется введением эквивалентных первичных параметров. Критерий корректности отыскания эквивалентных первичных параметров – соответствие матриц  $s$ , рассчитанных и экспериментально полученных в определенном диапазоне частот. При этом за основу берется модель для анализа квази-Т-волн в связанных линиях, позволяющая учитывать потери и дисперсию фазовых скоростей нормальных волн [2 – 4].

## **5.2. Исходные данные для определения первичных параметров по данным измерения матричных параметров**

Измерение матричных параметров, в частности, матрицы  $s$ , в настоящее время наиболее распространено при несимметричной схеме включения проводников связанных линий, т.к. выход генератора и сигнальные входы анализаторов цепей – коаксиальные. В соответствии с этим эквивалентная схема связанных линий представляется в виде восьмиполюсника, показанного схематично на рис. 3.1. Связанные линии в общем случае нерегулярные, проводники 1, 2 имеют произвольные зависимости первичных параметров от продольной координаты  $x$ . Сигнал генератора с ЭДС  $E_1$  подается либо на порт 1 (рис.5.1, а), либо на порт 2 (рис.5.1, б) в зависимости от того, какие матричные параметры определяются. Связанные линии 1, 2 нагружены на известные сопротивления  $z_1 - z_4$ . Нагрузки  $z_1, z_2, z_3, z_4$  выбираются таким образом, чтобы потери на отражение со стороны генератора были минимальны. При использовании тракта 50 Ом при анализаторе цепей целесообразно взять  $z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = 50$  Ом, что и было сделано в процессе измерений.

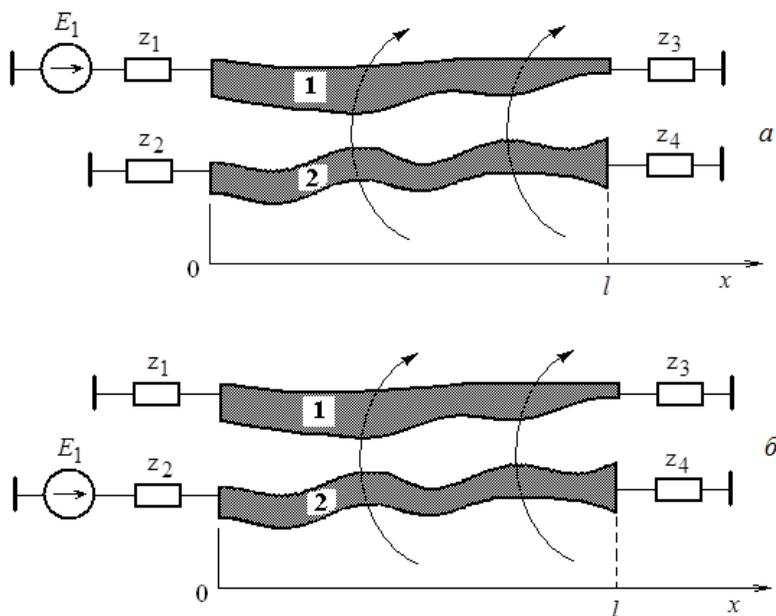


Рис. 5.1. Эквивалентная схема отрезка связанных линий

В качестве объекта исследований был выбран кабель КВСФМ-75, представляющий витую пару в экране, поперечное сечение которого показано на рис. 5.2. Данный тип связанных линий представляет определенную сложность для анализа по следующим причинам. Размеры проводников, слоя диэлектрика и, в особенности, форма внешней оплетки витой пары достаточно сильно отличаются от той идеальной формы, которая изображена на рис. 5.2.

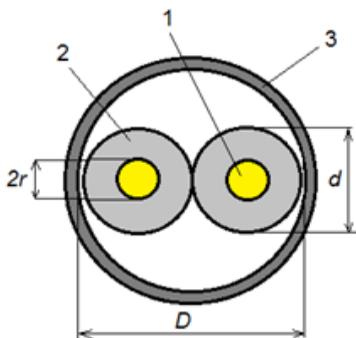


Рис. 5.2. Конструкция поперечного сечения витой пары в экране: 1 – многожильный проводник; 2 – изоляция проводника с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{r1}$ ; 3 – внешний экран (оплетка)

Это связано как с технологией изготовления кабеля, так и с

особенностями конструкции. Например, практически в любом сечении внешний экран деформируется, приобретая форму эллипса по внешним обводам изоляции проводников.

В поперечном и продольном сечениях проводники и изоляция несимметричны, имеют отличия размеров. Исходя из приведенных факторов ясно, что витая пара, являясь системой трех связанных проводников (два внутренних проводника и внешний экран), представляет нерегулярную структуру. Точный анализ таких структур представляет значительные трудности по причине сложности определения конструктивных размеров в любом сечении связанных проводников. Поэтому в данной работе делается допущение о возможности вычисления первичных параметров по результатам измерения рабочих характеристик отрезка витой пары. При таком подходе, тем не менее, необходимы расчет или измерения  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{G}$  - матриц на низких частотах для получения начального квазистатического приближения при определении первичных параметров. Эти матрицы также берутся в качестве исходных при сравнении экспериментально полученных и расчетных параметров рассеяния в процессе решения поставленной задачи – определения эквивалентных первичных параметров связанных линий с учетом потерь и дисперсии.

Рассмотрим теперь некоторые результаты получения исходных данных для экстракции параметров связанных линий. Расчет первичных параметров проводился с помощью программы Talgat [13, 14] со следующими размерами связанных проводников:  $2r = 0,35$  мм,  $d = 0,7$  мм,  $D = 1,4$  мм,  $\epsilon_{r1} = 2,1$ . Результаты вычисления матриц  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$ :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 113,9450 & -19,4784 \\ -19,4784 & 113,9450 \end{bmatrix}, \text{ пФ/м}, \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,209294 & 0,034877 \\ 0,034877 & 0,209294 \end{bmatrix},$$

мкГн/м.

Матрицы  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{G}$  взяты следующие:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,05 \\ 0,05 & 0,6 \end{bmatrix}, \text{ Ом/м}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 0 & 1 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}, \text{ См/м}$$

Измерение коэффициентов матрицы рассеяния  $s$  проводилось на векторном анализаторе цепей «Обзор-103» и импульсном векторном анализаторе Р4-И-01 [6, 7] по схеме рис. 1. Расчет частот-

ных зависимостей параметров выполнялся матричным методом на основе работ [12, 15, 16]. Сравнение результатов измерения и расчета частотных зависимостей  $|s_{11}|$ ,  $|s_{21}|$ ,  $|s_{31}|$ ,  $|s_{41}|$  показано на рис. 5.3 – рис. 5.6. Наибольшее расхождение частотных зависимостей наблюдается для коэффициента передачи  $|s_{31}|$ , что характерно при анализе связанных линий с потерями [17, 16].

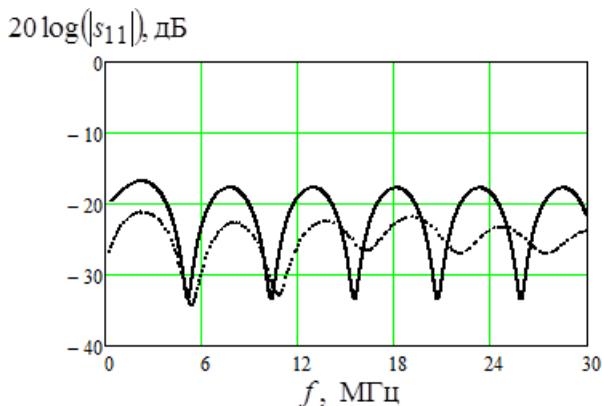


Рис. 5.3

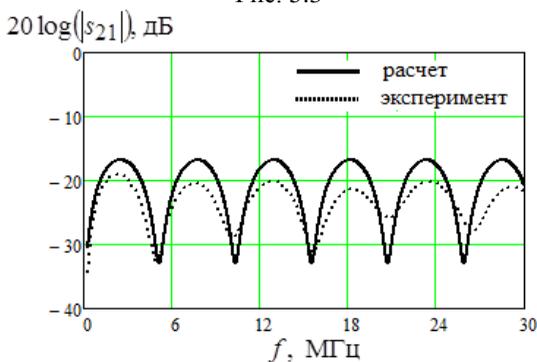


Рис. 5.4

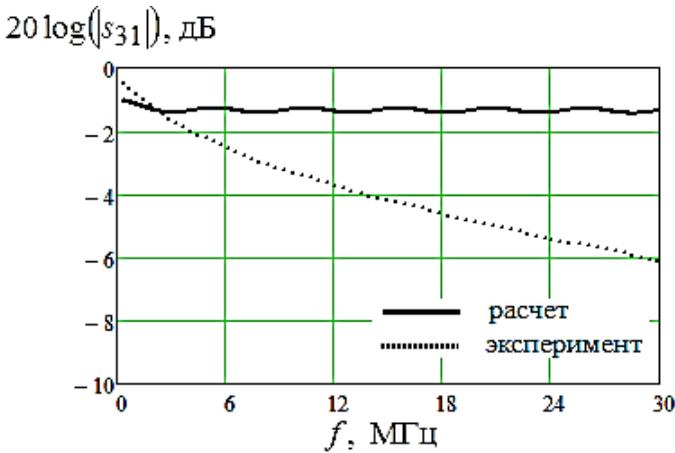


Рис. 5.5

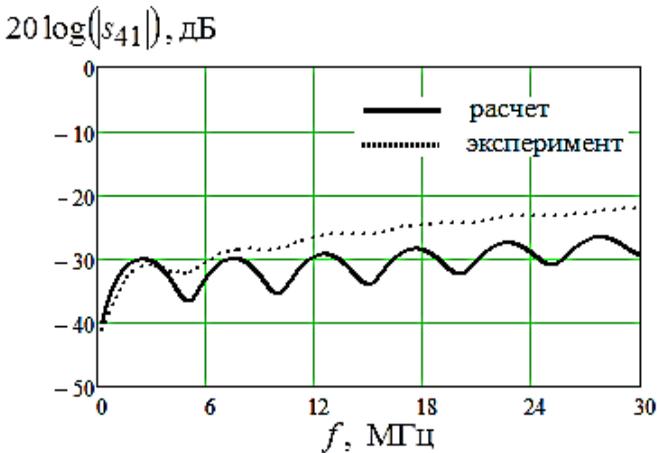


Рис. 5.6

### 5.3. Получение частотно-зависимой матрицы сопротивлений $\mathbf{R}$

Воспользуемся тем физически обоснованным фактором, что частотная зависимость  $|s_{31}|$  вызвана преимущественно увеличением коэффициентов  $R_{11}$ ,  $R_{22}$  матрицы  $\mathbf{R}$  с ростом частоты. При этом влиянием на другие элементы матрицы  $s$  можно пренебречь в силу относительно небольших потерь. Поскольку несимметрия

связанных линий мала, на первом этапе отыскания коэффициентов матрицы  $\mathbf{R}$  полагаем  $R_{11} = R_{22}$ . Запишем в виде неравенства уравнение для отыскания  $R_{11}$ :

$$\left| 20 \log |s_{31}^3(f)| - \left| 20 \log |s_{31}^p(f)| \right|_{\text{var} R_{11}} \leq \delta_{31}, \quad (1)$$

где  $s_{31}^3(f)$  – экспериментальная зависимость коэффициента передачи от частоты  $f$ ;

$s_{31}^p(f)$  – рассчитанная зависимость коэффициента передачи от частоты  $f$ ;

$\delta_{31}$  – допуск на расхождение рассчитанной и экспериментальной зависимостей коэффициента передачи от частоты  $f$ .

Варьирование  $R_{11}$  осуществляется на равномерной сетке. Решением (1) является множество частот  $f_j, j = 0, 1, \dots, m$ , которые соответствуют элементам множества  $R_{11j}$ . Величина  $m$  зависит от шага изменения коэффициента  $R_{11}$ :  $\Delta R_{11} = R_{11(j+1)} - R_{11j}$ . Выбор начального значения  $R_{110}$ , соответствующего минимальной частоте  $f_0$ , может не удовлетворять решению (1), т.к.  $R_{110}$  не определяется экспериментально, а берется лишь его оценочное значение исходя из опыта или в результате расчета. Поэтому следует эту точку рассматривать особо и запускать процедуру поиска  $R_{110}$  отдельно. Один из способов нахождения  $R_{110}$  состоит в том, что организуется вспомогательный цикл для прохождения  $R_{11}$  от заранее заниженного начального значения до получения  $R_{110}$ , соответствующего частоте  $f_0$ , на которой получено значение  $s_{31}^3(f_0)$  с заданным допуском  $\delta_{31}$ . Далее решение (1) ищется путем изменения  $R_{11j}$  с шагом  $\Delta R_{11}$  до достижения максимальной частоты  $f_m$  диапазона частот, в котором были измерены  $s$ -параметры.

Реализация алгоритма определения  $R_{11j}$  путем обработки данных, показанных на рис. 5.5, позволила получить соответствие

множества значений  $R_{11j}$  и  $f_j$ ,  $j = 0, 1, \dots, 13$ , как результат решения (1) (таблица 1).

Таблица 1. Результат восстановления элемента  $R_{11j}$  матрицы  $\mathbf{R}$

$R_{11j}$ , Ом/м	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5
$f_j$ , МГц	0,60	1,80	2,92	4,05	5,23	7,19	9,09
$R_{11j}$ , Ом/м	1,7	1,9	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9
$f_j$ , МГц	11,30	13,78	16,70	19,49	22,65	25,88	29,39

Зависимость  $R_{11}(f)$ , полученная в результате решения (1) в 14 точках при шаге  $\Delta R_{11} = 0,2$  Ом/м, показана на рис. 5.7. Зависимость  $R_{11}(f)$  во всем диапазоне изменения частоты  $f$  полученная

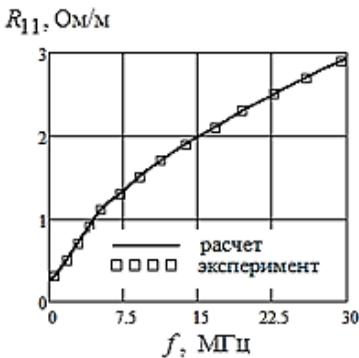


Рис. 5.7

на посредством сплайн-аппроксимации и показана на рис. 5.7. Использование полученной функции  $R_{11}(f)$  при расчете  $|s_{31}(f)|$  дало совпадение с экспериментальными результатами в пределах погрешности  $\delta_{31}$ .

Получение матриц  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$  без учета дисперсии на низких частотах

Анализ характера несоответствия расчетных и экспериментальных зависимостей  $|s_{11}|$ ,  $|s_{21}|$ ,  $|s_{31}|$ ,  $|s_{41}|$  позволяет сформулировать систему уравнений в виде неравенств, решение которых дает второе приближение для элементов  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  матрицы  $\mathbf{C}$  и  $L_{11}$ ,  $L_{12}$  матрицы  $\mathbf{L}$  (считаем, что  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$  – симметричные):

$$\left| \max \left( 20 \log |s_{11}^3(f)| \right) - \max \left( 20 \log |s_{11}^p(f)| \right) \right| \leq \delta_{11}, \quad (2)$$

$$\left| \max \left( 20 \log |s_{21}^3(f)| \right) - \max \left( 20 \log |s_{21}^p(f)| \right) \right| \leq \delta_{21}, \quad (3)$$

где  $s_{11}^{\text{э}}(f)$  – экспериментальная зависимость коэффициента отражения от частоты  $f$  ;

$s_{11}^{\text{р}}(f)$  – рассчитанная зависимость коэффициента отражения от частоты  $f$  ;

$s_{21}^{\text{э}}(f)$  – экспериментальная зависимость коэффициента передачи из порта 1 в порт 2 от частоты  $f$  ;

$s_{21}^{\text{р}}(f)$  – рассчитанная зависимость коэффициента передачи из порта 1 в порт 2 от частоты  $f$  ;

$\delta_{11}$  – допуск на расхождение рассчитанной и экспериментальной зависимостей коэффициента отражения от частоты  $f$  ;

$\delta_{21}$  – допуск на расхождение рассчитанной и экспериментальной зависимостей коэффициента передачи из порта 1 в порт 2 от частоты  $f$  .

Заметим, что в уравнениях (2) и (3) берутся максимальные значения соответствующих параметров на низкой частоте (первые экстремумы на графиках рис. 3 и рис. 4), поскольку именно эти максимальные значения определяются параметрами  $C_{11}, C_{12}, L_{11}, L_{12}$  и их отношением.

В результате было получено второе приближение матриц  $\mathbf{C}, \mathbf{L}$  :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 108,248 & -14,609 \\ -14,609 & 108,248 \end{bmatrix}, \text{ пФ/м}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,234 & 0,028 \\ 0,028 & 0,234 \end{bmatrix}, \text{ мкГн/м}.$$

#### 5.4 Получение матрицы $\mathbf{L}$ с учетом дисперсии

Анализ и сравнение рассчитанных и экспериментальных зависимостей  $|s_{11}(f)|, |s_{21}(f)|, \arg(s_{31}(f))$  показывает, что фазовая скорость распространения связанных волн в СЛ зависит от частоты. Это особенно наглядно видно на рис. 5.8, на котором приведено сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей  $\arg(s_{31}(f))$ .

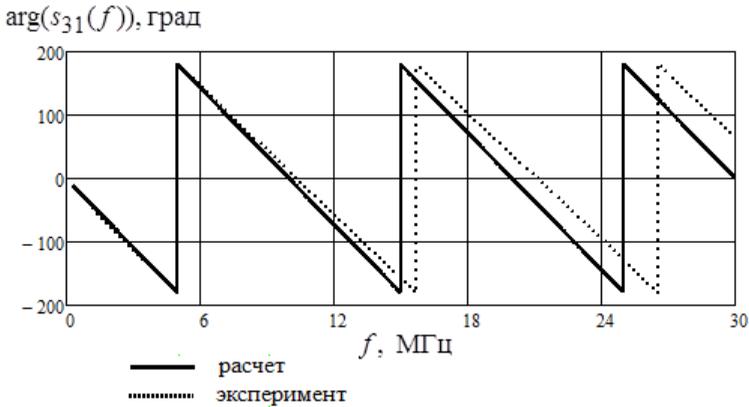


Рис. 5.8

Поэтому следующий этап реализации алгоритма направлен на решение задачи определения эквивалентных первичных параметров, ответственных за дисперсию. В рассматриваемом случае решалось уравнение (2), в основе которого лежит критерий соответствия расчетного фазового сдвига  $\arg(s_{31}(f))$  экспериментальным данным:

$$\left| \arg(s_{31}^{\text{э}}(f)) - \arg(s_{31}^{\text{р}}(f)) \right|_{\text{var } L_{11}, L_{12}} \leq \delta\varphi_{31}, \quad (4)$$

где  $\arg(s_{31}^{\text{э}}(f))$  – экспериментальная зависимость фазы коэффициента передачи  $s_{31}$  от частоты  $f$  ;

$\arg(s_{31}^{\text{р}}(f))$  – рассчитанная зависимость фазы коэффициента передачи  $s_{31}$  от частоты  $f$  ;

$\delta\varphi_{31}$  – допуск на расхождение рассчитанной и экспериментальной зависимостей фазы коэффициента передачи  $s_{31}$  от частоты  $f$  .

Варьируемые параметры – коэффициенты  $L_{11}$ ,  $L_{12}$  матрицы индуктивностей  $\mathbf{L}$ . Выбор этих параметров физически обоснован тем, что проводники связанных линий расположены под углом по отношению друг к другу, выполнены как многожильные. Для таких структур типична частотная зависимость индуктивной связи, которая моделируется через частотную за-

висимость коэффициентов матрицы  $\mathbf{L}$ . Заметим, что в рассматриваемом случае нельзя определить матрицу  $\mathbf{L}$  через матрицу емкостей  $\mathbf{C}$ , рассчитанную при воздушном заполнении пространства поперечного сечения СЛ, как это обычно делается в теории связанных линий [10, 11].

Результат решения уравнения (4) в виде зависимостей  $L_{11}(f)$  и  $L_{12}(f)$  показан на рис. 5.9.

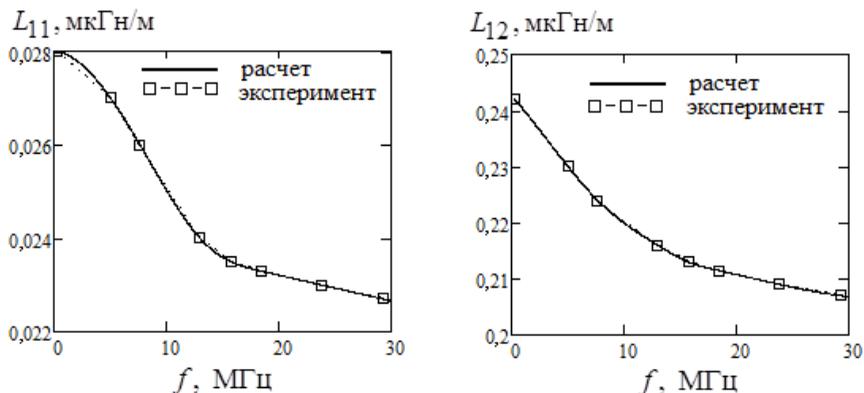


Рис. 9

Аппроксимация  $L_{11}(f)$  и  $L_{12}(f)$  проведена сплайнами по методике и алгоритму, аналогичным тем, которые были описаны выше применительно к определению  $R_{11}(f)$ . Расчет  $\arg(s_{31}^p(f))$  с использованием полученных  $L_{11}(f)$  и  $L_{12}(f)$  показал незначительное отклонение от экспериментально измеренной фазы  $\arg(s_{31}^3(f))$ .

### Заключение

Таким образом, разработанный метод и алгоритмы экстракции (восстановления) эквивалентных первичных параметров связанных линий с потерями и дисперсией по экспериментальным данным измерения параметров рассеяния отрезка связанных линий позволяют построить модель для расчета характеристик СЛ с учетом отмеченных особенностей. Точность определения первичных параметров определяется погрешностями измерения параметров рассеяния и задаваемыми допусками на расхождение расчетных и экспериментальных ча-

стотных характеристик. Использование полученных первичных параметров при расчете матрицы  $s$  обеспечивает возможность моделирования более сложных магистралей для передачи данных по связанным линиям или витым парам.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в соответствии с договором № 2148 от 05.07.2010 г. в порядке реализации Постановления № 218 Правительства РФ.

### Литература к разделу 5

1. Воробьев П.А. Эффект регулирования фазовой и групповой скорости квази-Т-волн в направляющих двухпроводных системах с неоднородным диэлектриком и неодинаковой длиной в области электромагнитной связи / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин, В.Н. Федоров. – В кн.: Измерительные комплексы и системы. – Томск, 1981, ч. 1, С. 114 – 116.
2. Воробьев П.А. Квази-Т-волны в устройствах на связанных полосковых линиях с неуравновешенной электромагнитной связью / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин, В.Н. Федоров // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, № 9. – С. 1711 – 1718.
3. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе. – Томск: Изд-во Томского ун-та. – 1990. – 164 с.
4. Сычѳв А.Н. Управляемые СВЧ устройства на многомодовых полосковых структурах / Под. ред. Н.Д. Малютина. – Томск: Том. гос. ун-т. – 2001. – 318 с.
5. Ацюковский В.А. Электродинамические основы электромагнетизма. Раздел: Обеспечение помехоустойчивости проводных связей. Издание 2-е. – Энергоатомиздат, 2011. – С. 186–194.
6. Андронов Е.В. Теоретический аппарат измерений на СВЧ / Е.В. Андронов, Г.Н. Глазов. // Методы измерений на СВЧ. – Томск: ТМЛ-Пресс, 2010. – Т. 1. – 804 с.
7. Векторный импульсный измеритель цепей P4-И-01. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.sibtronika.ru/product/hardware/r4-i-01.php> свободный (дата обращения: 24.09.2011).

8. Векторный импульсный измеритель характеристик цепей и проводных систем / А.А. Бомбизов и др. // Приборы. – 2007. – № 9. – С. 28—31.
9. Loschilov A.G. Instrumentation for nonlinear distortion measurements under wideband pulse probing / A.G. Loschilov, E.V. Semyonov et al. // Proc. of 19th Int. Crimean Conference «Microwave & Telecommunication Technology» (CriMiCo'2009) (Sevastopol, September 14—18, – 2009). Sevastopol. 2009. Vol. 2. – P. 754—755.
10. Влостовский Э.Г. К теории связанных линий передачи. – Радиотехника, 1967. – № 4. – С. 28 – 35.
11. Фельдштейн А.Л. Синтез четырехполосников и восьми-полосников на СВЧ / А.Л. Фельдштейн, Л.Р. Явич. – Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Советское радио, 1971. – 388 с.
12. Малютин Н.Д. Квази-Т-волны в комбинированных структурах на основе нерегулярных линий передачи с сосредоточенными неоднородностями / Н.Д. Малютин, А.Г. Лоцилов, Э.В. Семенов // Доклады Томского государственного университета управления и радиоэлектроники. – 2005. – № 4 (12) – С. 42–49.
13. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2009614871. TALGAT 2008. Авторы: Газизов Т.Р., Мелкозеров А.О., Газизов Т.Т., Куксенко С.П., Заболоцкий А.М. Заявка №2009613644. Дата поступления 9 июля 2009 г. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 8 сентября 2009 г.
14. Газизов Т.Р. Система компьютерного моделирования сложных структур проводников и диэлектриков TALGAT / Т.Р. Газизов, А.О. Мелкозеров, Т.Т. Газизов, С.П. Куксенко, А.М. Заболоцкий, И.С. Костарев. – Компьютерные учебные программы и инновации. – М: ГОСКООРЦЕНТР, МФЮА, РУИ, 2007. – № 10. – С. 89–90.
15. Широкодиапазонные приемо-передающие комбинированные антенны. Принципы построения. Решение внутренней задачи / Н.Д. Малютин, Л.Я. Серебренников, Н.Я. Перевалов, А.Е. Федоров, Г.Г. Гошин, А.П. Рыбин, А.Г. Лоцилов, Т.Р. Газизов, Т.Т. Газизов, А.О. Мелкозеров, Э.В. Семенов, А.В. Семенов // Электронные средства и системы управления: Материалы Международной научно-практической конферен-

ции. – Томск: Издательство Института оптики атмосферы СО РАН, 2004. В трех частях. Ч. 1. – С. 107–110.

16. Малютин Н.Д. Алгоритмы синтеза устройств на основе нерегулярных связанных полосковых линий по заданным частотным характеристикам. / Н.Д. Малютин, А.Г. Лошилов, А.А. Ильин, А.Н. Малютин, И.В. Большанин // Доклады ТУСУРа. – 2011. – № 1 (23). – С. 183–190.

17. On the modeling of conductor and substrate losses in multiconductor, multielectric transmission line systems / T.R. Arabi, A.T. Murphy, T.K. Sarkar, R.F. Harrington, A.R. Djordjevic. // IEEE trans. microwave theory tech. – July 1991. – Vol. MTT-39. – P. 1090–1097.

18. Harrington R.F. Losses on multiconductor transmission lines in multilayered dielectric media / R.F. Harrington, C. Wei // IEEE trans. microwave theory tech. – July 1984. – Vol. MTT-32. – P. 705–710.