

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

## **ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ**

Учебное пособие к практическим занятиям  
для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика»

2012

## **Шандаров, Евгений Станиславович**

Теория информации и информационных систем = Теория информации и информационных систем: учебное пособие к практическим занятиям для студентов направления – Фотоника и оптоинформатика / Е.С. Шандаров; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск : ТУСУР, 2012. - 14 с.

Предназначено для студентов очной и заочной форм, обучающихся по направлению «Фотоника и оптоинформатика» по курсу «Теория информации и информационных систем».

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ

Зав.кафедрой ЭП

\_\_\_\_\_ С.М. Шандаров

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

## ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Учебное пособие к практическим занятиям  
для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика»

Разработчик

ст. преподаватель каф.ЭП

\_\_\_\_\_ Е.С. Шандаров

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2012 г.

2012

## Введение

Цель преподавания дисциплины состоит в формировании у студентов понимания фундаментальных основ теории информации, методов кодирования и информационных систем, подготовку учащихся к профессиональной деятельности в области информационных технологий, формирование у них общих представлений о современных методах передачи, преобразования и приема информации в компьютерных и телекоммуникационных системах

Задачи изучения дисциплины заключаются в следующем: овладение методами оптимального и помехоустойчивого кодирования в системах передачи и обработки информации.

Дисциплина «Теория информации и информационных систем» относится к циклу дисциплин направления (федеральная компонента) и базируется на материале дисциплин «Информатика» и «Математика».

## Задания для выполнения на практических занятиях

### Упражнение 1

Каков код букв W и w в ASCII?

### Упражнение 2

В цифровых магнитофонах DAT частота дискретизации — 48 КГц. Какова максимальная частота звуковых волн, которые можно точно воспроизводить на таких магнитофонах?

### Упражнение 3

Сколько бит в одном килобайте?

### Упражнение 4

Какое из соотношений несет в себе больше информации  $x=5$  или  $x > 3$ ?

### Упражнение 5

Найти энтропию д.с.в.  $X$ , заданной распределением

|     |     |     |     |      |     |      |     |     |
|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|-----|-----|
| $X$ | 1   | 2   | 3   | 4    | 5   | 6    | 7   | 8□  |
| $p$ | 0.1 | 0.2 | 0.1 | 0.05 | 0.1 | 0.05 | 0.3 | 0.1 |

### Упражнение 6

Значения д. с. в.  $X_1$  и  $X_2$  определяются подбрасыванием двух идеальных монет, а д.с.в.  $Y$  равна сумме количества “гербов”, выпавших при подбрасывании этих монет. Сколько информации об  $X_1$  содержится в  $Y$ ?

### Упражнение 7

Сколько информации об  $X_1$  содержится в д.с.в.  $Z = (X_1 + 1)^2 - X_2$ , где независимые д.с.в.  $X_1$  и  $X_2$  могут с равной вероятностью принимать значение либо 0, либо 1? Найти  $HX_1$  и  $HZ$ . Каков характер зависимости между  $X_1$  и  $Z$ ?

### Упражнение 8

Д. с. в.  $X_1$ ,  $X_2$  — зависимы и распределены также как и соответствующие д.с.в. из предыдущей задачи. Найти  $I[X_1, X_2]$ , если совместное распределение вероятностей  $X_1$  и  $X_2$  описывается законом

|       |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| $X_1$ | 0   | 0   | 1   | 1   |
| $X_2$ | 0   | 1   | 0   | 1   |
| $p$   | 1/3 | 1/6 | 1/6 | 1/3 |

### Упражнение 9

Д. с. в.  $X_1$  и  $X_2$  определяются подбрасыванием двух идеальных тетраэдров, грани которых помечены числами от 1 до 4. Д.с.в.  $Y$  равна сумме чисел, выпавших при подбрасывании этих тетраэдров, т. е.  $Y = X_1 + X_2$ . Вычислить  $I[X_1, Y]$ ,  $HX_1$  и  $HU$ .

### Упражнение 10

Подсчитать сколько информации об  $X_1$  содержится в д.с.в.  $Z = X_1 + X_2$ , а также  $HZ$ . Д.с.в.  $X_1$  и  $X_2$  берутся из предыдущего упражнения.

### Упражнение 11

Д.с.в.  $X_1$  может принимать три значения  $-1$ ,  $0$  и  $1$  с равными

вероятностями. Д.с.в.  $X_2$  с равными вероятностями может принимать значения

0, 1 и 2.  $X_1$  и  $X_2$  — независимы.  $Y = X_1 + X_2$ . Найти  $I(X_1, Y)$ ,  $I(X_2, Y)$ ,  $HX_1$ ,  $HX_2$ ,  $HY$ .

### Упражнение 12

Найти энтропии д. с. в.  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и количество информации, содержащейся в  $Z = X + Y$  относительно  $Y$ .  $X$  и  $Y$  — независимы и задаются распределениями

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 0   | 1   | 3   | 4   |
| $p$ | 1/8 | 1/8 | 1/4 | 1/2 |

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $Y$ | -2  | 2   |
| $p$ | 3/8 | 5/8 |

### Упражнение 13

Найти энтропию д. с. в.  $X$  и среднюю длину каждого из приведенных кодов для этой д.с.в.

|                   |     |     |      |     |      |
|-------------------|-----|-----|------|-----|------|
| $X$               | 1   | 3   | 4    | 5   | 6    |
| $p$               | 0.4 | 0.2 | 0.1  | 0.2 | 0.1  |
| $code1 \square X$ | 000 | 001 | 010  | 011 | 111  |
| $code2 \square X$ | 0   | 100 | 101  | 110 | 111  |
| $code3 \square X$ | 00  | 01  | 110  | 10  | 111  |
| $code4 \square X$ | 0   | 10  | 1110 | 110 | 1111 |

### Упражнение 14

Д.с.в.  $X$  равна количеству “гербов”, выпавших на двух идеальных монетках. Найти энтропию  $X$ . Придумать минимальный код для  $X$ , вычислить его среднюю длину и обосновать его минимальность.

### Упражнение 15

Д. с. в.  $X$  задана распределением  $P \square X = 2^{-n} \square 1/2^n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Найти энтропию этой д.с.в. Придумать минимальный код для  $X$ ,

вычислить его среднюю длину и обосновать его минимальность.

### Упражнение 16

Про д.с.в.  $X$  известно, что ее значениями являются буквы кириллицы.

Произведен ряд последовательных измерений  $X$ , результат которых — “ТЕОРИЯИНФОРМАЦИИ”. Составить на основании этого результата приблизительный закон распределения вероятностей этой д. с. в. и оценить минимальную среднюю длину кодов для  $X$ .

### Упражнение 17

Вычислить  $\inf(s)$  и  $\text{cont}(s)$  предложения  $s_1$ , про которое известно, что оно достоверно на 50%, и предложения  $s_2$ , достоверность которого 25%.

### Упражнение 18

Вычислить  $ML_1[X]$  для блочного кода Хаффмена для  $X$ . Длина блока — 2 бита. Д.с.в.  $X$  берется из последнего примера.

### Упражнение 19

Вычислить  $HX$  и  $ML[X]$  для кодов Хаффмена и Шеннона-Фэнно для  $X$ .

Д.с.в.  $X$  задается следующим распределением вероятностей:

|     |      |     |     |     |     |
|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 1    | 2   | 3   | 4   | 5   |
| $p$ | 7/18 | 1/6 | 1/6 | 1/6 | 1/9 |

### Упражнение 20

Вычислить среднее количество бит на единицу сжатого сообщения о значении каждой из д. с. в., из заданных следующими распределениями вероятностей, при сжатии методами Шеннона-Фэнно, Хаффмена и арифметическим. Арифметический код здесь и в следующих упражнениях составлять, располагая значения д.с.в. в заданном порядке слева направо вдоль отрезка от 0 до 1.

|       |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| $X_1$ | 1   | 2   | 3   | 4   |
| $p$   | 1/3 | 1/3 | 1/6 | 1/6 |

|       |     |     |     |      |      |
|-------|-----|-----|-----|------|------|
| $X_2$ | 1   | 2   | 5   | 6    | 7    |
| $p$   | 0.2 | 0.1 | 0.3 | 0.25 | 0.15 |

|       |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X_3$ | 1   | 4   | 9   | 16  | 25  | 36  | 49  |
| $p$   | 0.1 | 0.1 | 0.1 | 0.3 | 0.1 | 0.1 | 0.2 |

|       |     |     |     |     |      |
|-------|-----|-----|-----|-----|------|
| $X_4$ | -2  | -1  | 0   | 1   | 2    |
| $p$   | 1/3 | 1/4 | 1/5 | 1/6 | 1/20 |

### Упражнение 21

Вычислить длины кодов Хаффмена и арифметического для сообщения

ААВ, полученного от д. с. в.  $X$  со следующим распределением вероятностей  $P(X = A) = 1/3$ ,  $P(X = B) = 2/3$ .

### Упражнение 22

Декодировать арифметический код 011 для последовательности значений д.с.в. из предыдущего упражнения. Остановиться, после декодирования третьего символа.

### Упражнение 23

Составить арифметический код для сообщения ВААВС, полученного от д.с.в.  $X$  со следующим распределением вероятностей  $P(X = A) = 1/4$ ,  $P(X = B) = 1/2$ ,  $P(X = C) = 1/4$ . Каков будет арифметический код для этого же сообщения, если  $X$  распределена по закону  $P(X = A) = 1/3$ ,  $P(X = B) = 7/15$ ,  $P(X = C) = 1/5$ ?

### Упражнение 24

Д. с. в.  $X$  может принимать три различных значения. При построении блочного кода с длиной блока 4 для  $X$  необходимо будет рассмотреть д.с.в.  $X$  — выборку четырех значений  $X$ . Сколько различных значений может иметь  $X$ ? Если считать сложность построения кода пропорциональной количеству различных значений кодируемой д.с.в., то во сколько раз сложнее строить блочный код для  $X$  по сравнению с неблочным?

### Упражнение 25

Составить коды Хаффмена, блочный Хаффмена (для блоков длины 2 и 3) и арифметический для сообщения АВАААВ, вычислить их длины.

Приблизительный закон распределения вероятностей д.с.в., сгенерировавшей сообщение, определить анализом сообщения.

### Упражнение 26

Закодировать сообщение ВВСВВС, используя адаптивный алгоритм Хаффмена с упорядоченным деревом.

### Упражнение 27

Закодировать сообщения “ААВСДААССССДВВ”, “КИБЕРНЕТИКИ” и “СИНЯЯ СИНЕВА СИНИ”, используя адаптивный алгоритм Хаффмена с упорядоченным деревом. Вычислить длины в битах исходного сообщения в коде ASCII+ и его полученного кода.

### Упражнение 28

Распаковать сообщение 'A'0'F'00'X'0111110101011011110100101, полученное по адаптивному алгоритму Хаффмена с упорядоченным деревом, рассчитать длину кода сжатого и несжатого сообщения в битах.

### Упражнение 29

Составить адаптивный арифметический код с маркером конца для сообщения ВААВС.

### Упражнение 30

Закодировать сообщения “ААВСДААССССДВВ”, “КИБЕРНЕТИКИ” и “СИНЯЯ СИНЕВА СИНИ”, вычислить длины в битах полученных кодов, используя алгоритмы

- LZ77 (словарь — 12 байт, буфер — 4 байта),
- LZ78 (словарь — 16 фраз),
- LZSS (словарь — 12 байт, буфер — 4 байта),
- LZW (словарь — ASCII+ и 16 фраз).

### Упражнение 31

Может ли для первого символа сообщения код LZ78 быть короче кода LZW при одинаковых размерах словарей? Обосновать. Для LZW в размер

словаря не включать позиции для ASCII+.

### Упражнение 32

Распаковать каждое приведенное сообщение и рассчитать длину кода каждого сжатого сообщения в битах. Сообщение, сжатое LZ77 (словарь — 12 байт, буфер — 4 байта), — 0,0,'A' 0,0,'F' 0,0,'X' 9,2,'F' 8,1,'F' 6,2,'X' 4,3,'A'. Сообщение, сжатое LZSS (словарь — 12 байт, буфер — 4 байта), — 0'A' 0'F' 0'X' 1 9,2 1 8,2 1 6,3 1 4,4 1 9,1. Сообщение, сжатое LZ78 (словарь — 16 фраз), — 0,'A' 0,'F' 0,'X' 1,'F' 2,'X' 5,'A' 3,'A' 2,'F' 0,'A'. Сообщение, сжатое LZW (словарь — ASCII+ и 16 фраз), — 0'A' 0'F' 0'X' 256 257 257 0'A' 258 0'F' 0'F' 0'A'.

### Упражнение 33

По каналу связи без шума могут передаваться четыре сигнала длительностью 1 мс каждый. Вычислить емкость такого канала.

### Упражнение 34

Три передатчика задаются случайными величинами со следующими законами распределения вероятностей:

$$1) P(X_1 = 1) = 1/4, P(X_1 = 0) = 1/2, P(X_1 = 1) = 1/4;$$

$$2) P(X_2 = 1) = 1/3, P(X_2 = 0) = 1/3, P(X_2 = 1) = 1/3;$$

$$3) P(X_3 = n) = 2^{-n}, n = 1, 2, \dots$$

Емкость канала связи с шумом равна 4000 бод. Вычислить максимальную скорость передачи данных по этому каналу каждым из передатчиков, обеспечивающую сколь угодно высокую надежность передачи.

### Упражнение 35

Пусть двоичный симметричный канал используется для передачи строк из двух бит. Построить таблицу вероятностей приема.

### Упражнение 36

По двоичному симметричному каналу передаются строки длины 14. Какова вероятность того, что ровно пять символов будут приняты неправильно? Какова вероятность того, что менее пяти символов будут приняты неправильно? Сколько имеется строк, отличающихся от данной не

больше, чем в четырех позициях?

### Упражнение 37

Имеется (8, 9)-код с проверкой четности. Вычислить вероятность того, что в случае ошибки этот код ее не обнаружит, если вероятность ошибки при передаче каждого бита равна 1%. Вычислить также вероятность ошибочной передачи без использования кода. Сделать аналогичные расчеты для случая, когда вероятность ошибки в десять раз меньше.

### Упражнение 38

Вычислить минимальную и максимальную оценки количества дополнительных разрядов  $r$  для кодовых слов длины  $n$ , если требуется, чтобы минимальное расстояние между ними было  $d$ . Рассмотреть случаи  $n=32$ ,  $d=3$  и  $n=23$ ,  $d=7$ .

### Упражнение 39

Вычислить минимальную оценку по Плоткину количества дополнительных разрядов  $r$  для кодовых слов матричного кода, если требуется, чтобы минимальное расстояние между ними было  $d$ . Рассмотреть случаи из предыдущего упражнения.

### Упражнение 40

Для кодирующих матриц  $E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

1. Построить соответственно (2, 5)-код и (3, 4)-код.
2. Найти основные характеристики полученных кодов: минимальное расстояние между словами кода; вероятность необнаружения ошибки; максимальную кратность ошибок, до которой включительно они все исправляются или обнаруживаются.
3. Построить таблицы декодирования.
4. Уточнить характеристики полученных кодов, при использовании их для исправления ошибок, т. е. найти вероятность правильной передачи и описать ошибки, исправляемые этими кодами.
5. Во что будут декодированы слова: 10001, 01110, 10101, 1001, 0110,

1101?

**Упражнение 41**

Может ли (6, 14)-код, минимальное расстояние между кодовыми словами которого 5, быть совершенным?

**Упражнение 42**

Построить кодовые слова квазисовершенного (9, n)-кода, исправляющего однократные ошибки, для тех сообщений, которые соответствуют

числам 55, 200 и декодировать слова 1000001000001, 1100010111100, полученные по каналу связи, использующему этот код.

**Упражнение 43**

По кодирующему многочлену  $x^7 + x^5 + x + 1$  построить полиномиальные коды для двоичных сообщений 0100, 10001101, 11110.

**Упражнение 44**

Принадлежат ли коду Голя кодовые слова 10000101011111010011111 и 11000111011110010011111?

**Упражнение 45**

Найти кодирующий многочлен БЧХ-кода  $g(x)$  с длиной кодовых слов 15 и минимальным расстоянием между кодовыми словами 7. Использовать примитивный многочлен  $m_1(x) = 1 + x + x^4$  с корнем  $\alpha$ . Проверить, будут ли  $\alpha^3$  и  $\alpha^5$  корнями соответственно многочленов  $m_3(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4$  и  $m_5(x) = 1 + x + x^2$ .

**Упражнение 46**

Построить CRC-4 код для сообщений 10000000 и 101111001, используя полином-генератор  $x^4 + 1$ .

**Упражнение 47**

Зашифровать сообщение “КИБЕРНЕТИКА” ключом “ДИСК”.

### Упражнение 48

Между абонентами  $A$  и  $B$  установлен секретный канал связи без передачи ключей при заданных  $p=167$  и их первых ключах 15 и 21.

Описать процесс передачи сообщений 22 (от  $A$  к  $B$ ) и 17 (от  $B$  к  $A$ ).

### Упражнение 49

Нужно послать секретные сообщения 25 и 2 для JB и 14 для CIA, используя следующие записи открытой книги паролей криптосистемы RSA:

- JB: 77,7;
- CIA: 667,15.

### Упражнение 50

Пользователь системы RSA выбрал  $p_1=11$  и  $p_2=47$ . Какие из чисел 12, 33, 125, 513 он может выбрать для открытого ключа? Вычислить для них закрытый ключ.

### Упражнение 51

Пользователь системы RSA, выбравший  $p_1=17$ ,  $p_2=11$  и  $a=61$ , получил зашифрованное сообщение  $m_1=3$ . Дешифровать  $m_1$ .

### Рекомендуемая литература

1. Самсонов Б.Б., Плохов Е.М., Филоненков А.И., Кречет Т.В. Теория информации и кодирование: учебное пособие для вузов - Ростов н/Д : Феникс, 2002. - 288 с.
2. Котоусов А.С. Теория информации: учебное пособие для вузов - М.: Радио и связь, 2003. – 77 с.
3. Лидовский В.В. Теория информации: учебное пособие. - М.: Компания Спутник+, 2004. - 111 с.
4. Ожиганов А.А., Тарасюк М.В. Передача данных по дискретным каналам: учебное пособие. - СПб.: ГИТМО (ТУ), 1999.

Учебное пособие

Шандаров Е.С.

Теория информации и информационных систем

Методические указания к практическим занятиям

Усл. печ. л. \_\_\_\_\_ Препринт  
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники  
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40