
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ЭМИС

_____ И. Г. Боровской

«__» _____ 2012 г.

Ю.И. ПАРАЕВ, Е.А. ПАНАСЕНКО

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Методические указания к самостоятельной работе студентов для направления 230100

«Информатика и вычислительная техника»

2012

Параев Ю.И., Панасенко Е.А. Методы оптимизации. Методические рекомендации к самостоятельной работе студентов направления 230100 «Информатика и вычислительная техника» – Томск: Изд-во ТУСУР, 2012. – 9с.

В методических рекомендациях к самостоятельной работе приведены задачи для самостоятельной работы студентов.

Методические указания к самостоятельной работе студентов (СРС)

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|---|
| 1. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 1 | 4 |
| 1.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №1 по теме: «Экстремумы функций многих переменных» | 4 |
| 1.2. Типовые задачи к разделу 1 (пример)..... | 4 |
| 2. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 2 | 7 |
| 2.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №2 по теме: «Линейное программирование» | 7 |
| 2.2. Типовые задачи..... | 7 |

| № п/п | Вид самостоятельной работы | Трудо-емкость (час.) | Контроль выполнения работы (Опрос, тест, Индивидуальные домашние задания (ИДЗ), и т.д) |
|-------|--|----------------------|--|
| 1. | Проработка лекционного материала | 10 | Зачет |
| 2 | Подготовка к практическим занятиям | 18 | Опросы на занятиях и результаты решения задач |
| 3 | Выполнение индивидуальных домашних заданий | 40 | Отчет |

1. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 1

1.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №1 по теме: «Экстремумы функций многих переменных» (15 часов)

Цель занятия: Решение задач с использованием лекций и материала практических занятий.

Форма текущего контроля: отчет по решению практических задач, типовая формулировка которых приведена в следующем разделе.

1.2. Типовые задачи к разделу 1 (пример)

1.2.1. Найти точки экстремума следующих функций:

1.1. $F(x) = \sin x$.

1.2. $F(x) = e^{-x^2}$.

1.3. $F(x) = x^2 e^{-x}$.

1.4. $F(x) = x^2 e^{-x^2}$.

1.5. $F(x) = x + \frac{1}{x}$.

1.6. $F(x) = x^2 + \frac{1}{x}$.

1.7. $F(x) = x e^{-x}$.

1.8. $F(x) = \ln x + \frac{1}{x}$.

1.9. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2}$.

Указание: решение должно сопровождаться построением графиков функций и их производных.

1.2.2. Исследовать на экстремум функции:

$$F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1 - 6x_2.$$

$$F(x_1, x_2) = x_1x_2^2(1 - x_1 - x_2).$$

$$F(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 - 15x_1x_2.$$

$$F(x_1, x_2) = 4 - (x_1^2 + x_2^2)^{2/3}.$$

$$F(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2.$$

$$F(x_1, x_2) = 3x_1 - x_1^3 + 3x_2^2 + 4x_2.$$

$$F(x_1, x_2) = x_1x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{20}{x_2}; (x_1, x_2 > 0).$$

$$F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 2 \ln x_1 - 18 \ln x_2; (x_1, x_2 > 0).$$

$$F(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

1.2.3.

1. Из всех прямоугольников с заданной площадью найти такой, у которого периметр имеет наименьшее значение.
2. Из всех прямоугольных треугольников с заданной площадью найти такой, гипотенуза которого имеет наименьшее значение.
3. Из всех треугольников, вписанных в круг, найти тот, площадь которого наибольшая.
- 3.4. Из всех треугольников, имеющих данный периметр, найти тот, у которого площадь наибольшая.
- 3.5. Для цилиндра с заданным объемом (см. пример 3.2) найти такие r и h , при которых поверхность минимальна.

1.2.4. Найти экстремумы функций при ограничениях типа равенств:

$$F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2; x_1x_2 = 1.$$

$$F(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2; x_1^2 + x_2^2 = 1.$$

$$F(x_1, x_2) = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}; x_1 + x_2 = 1.$$

$$F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2; (x_1 - \sqrt{2})^2 + (x_2 - \sqrt{2})^2 = 9.$$

$$F(x_1, x_2) = x_1x_2^2; x_1 + 2x_2 = 1.$$

$$F(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 + x_2 + x_3; x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 36.$$

Указание: для решения использовать метод исключения переменных и метод множителей Лагранжа.

1.2.5.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ в круге $(x_1 - \sqrt{2})^2 + (x_2 - \sqrt{2})^2 \leq 9$.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - 4x_1$ в замкнутой области: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, 2x_1 + 3x_2 \leq 12$.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = x_1x_2 + x_1 + x_2$ в квадрате $1 \leq x_1 \leq 2, 2 \leq x_2 \leq 3$.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = x_1x_2$ в круге $x_1^2 + x_2^2 \leq 1$.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 + x_1 - x_2$ в треугольнике $x_1 \leq 1, x_2 \leq 1, x_1 + x_2 \geq 1$.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = 1 - x_1^2 - x_2^2$ в круге $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 1$.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = \sin x_1 + \sin x_2 + \cos(x_1 + x_2)$ в замкнутой области: $0 \leq x_1 \leq \frac{3\pi}{2}, 0 \leq x_2 \leq \frac{3\pi}{2}$.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = \sin x_1 + \sin x_2 + \sin(x_1 + x_2)$ в замкнутой области: $0 \leq x_1 \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq x_2 \leq \frac{\pi}{2}$.

Найти наименьшее и наибольшее значение функции $F(x_1, x_2) = \sin x_1 \sin x_2 \sin(x_1 + x_2)$ в замкнутой области: $0 \leq x_1 \leq \pi, 0 \leq x_2 \leq \pi$.

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 1) Измайлов А.Ф. Численные методы оптимизации. М.: Физико-математическая литература, 2005. - 300 с.
- 2) Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления. СПб.: Питер, 2004. - 255 с.
- 3) Самостоятельный интернет-поиск.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 1

| №п/п | Наименование разделов | Формы контроля | | | |
|------|-----------------------|----------------|--------|---------|---------------------------|
| | | Знаний | Умений | Навыков | Оценка личностных качеств |
| | | | | | |

| | | | | |
|---|--------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|--|
| 1 | Экстремумы функций многих переменных | Сдача индивидуальных заданий | Отчет по решению практических задач | Соблюдение установленных сроков для отчета и теста |
|---|--------------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|--|

2. УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ по разделу 2

2.1. Выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) №2 по теме: «Линейное программирование» (25 часов)

Цель занятия: Решение задач линейного программирования.

Форма текущего контроля: отчет по решению практических задач, типовая формулировка которых приведена в разделе 2.

2.2. Типовые задачи

Вариант 1

1. Решить геометрически и симплекс-методом задачи линейного программирования

а) $F(x) = -3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$-x_1 + 5x_2 - 3x_3 \geq -28$$

$$-2x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 26$$

$$5x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -48$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

б) $F(x) = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$

$$-3x_2 + 5x_3 - 3x_4 \geq -3$$

$$-5x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 2x_4 \geq -40$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0.$$

2. Решить транспортные задачи. Провести сбалансирование задач. Первый план перевозок построить методом северо-западного угла.

| | | | | |
|---------------------|----|----|----|----|
| $a_i \setminus b_j$ | 18 | 40 | 51 | 20 |
| 35 | 25 | 16 | 71 | 19 |
| 45 | 41 | 13 | 27 | 15 |
| 20 | 18 | 54 | 75 | 17 |
| 15 | 12 | 21 | 35 | 10 |

| | | | | | |
|---------------------|----|----|----|----|----|
| $a_i \setminus b_j$ | 18 | 40 | 51 | 20 | 30 |
| 35 | 25 | 16 | 71 | 19 | 8 |
| 45 | 41 | 13 | 27 | 15 | 9 |
| 20 | 18 | 54 | 75 | 17 | 7 |
| 15 | 12 | 21 | 35 | 10 | 11 |
| 21 | 17 | 20 | 9 | 7 | 31 |

3. Решить задачи о назначениях для следующих матриц стоимостей.

| | | | |
|---|---|----|----|
| 2 | 5 | 8 | 8 |
| 4 | 1 | 11 | 3 |
| 5 | 6 | 4 | 12 |
| 8 | 8 | 9 | 9 |

| | | | | |
|----|---|----|----|----|
| 2 | 8 | 3 | 1 | 4 |
| 11 | 2 | 18 | 7 | 5 |
| 1 | 1 | 1 | 14 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Вариант 2

1. Решить геометрически и симплекс-методом задачи линейного программирования

а) $F(x) = 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$

$$-2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 5$$

$$-x_2 + 5x_3 \leq 33$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

б) $F(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min$

$$5x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 \leq -16$$

$$-x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 6x_4 \geq -10$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0.$$

2. Решить транспортные задачи. Провести сбалансирование задач. Первый план перевозок построить методом северо-западного угла.

| | | | | |
|---------------------|----|----|----|----|
| $a_i \setminus b_j$ | 18 | 40 | 51 | 20 |
| 35 | 25 | 16 | 71 | 19 |
| 45 | 41 | 13 | 27 | 15 |
| 20 | 18 | 54 | 75 | 17 |
| 15 | 12 | 21 | 35 | 10 |

| | | | | | |
|---------------------|----|----|----|----|----|
| $a_i \setminus b_j$ | 18 | 40 | 51 | 20 | 30 |
| 35 | 25 | 16 | 71 | 19 | 8 |
| 45 | 41 | 13 | 27 | 15 | 9 |
| 20 | 18 | 54 | 75 | 17 | 7 |
| 15 | 12 | 21 | 5 | 10 | 11 |
| 21 | 17 | 20 | 9 | 7 | 31 |

3. Решить задачи о назначениях для следующих матрицу стоимостей:

| | | | |
|---|---|----|----|
| 8 | 5 | 8 | 8 |
| 4 | 1 | 11 | 3 |
| 5 | 6 | 4 | 12 |
| 8 | 8 | 11 | 9 |

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 2 | 8 | 3 | 1 | 4 |
| 11 | 2 | 18 | 7 | 5 |
| 1 | 11 | 1 | 14 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Дополнительная литература для подготовки к занятию:

- 4) Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах. Высш. шк. М.: 2005. - 544 с.
- 5) Аттетков А.В. Методы оптимизации: учеб. для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. - 440 с.
- 6) Струченков В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009. – 320 с.
- 7) Самостоятельный интернет-поиск.

Ознакомиться с формами текущего контроля

Таблица 2

| №п/п | Наименование разделов | Формы контроля | | | Оценка личностных качеств |
|------|---------------------------|------------------------------|--------|-------------------------------------|--|
| | | Знаний | Умений | Навыков | |
| 1 | Линейное программирование | Сдача индивидуальных заданий | | Отчет по решению практических задач | Соблюдение установленных сроков для отчета и теста |