

Министерство образования и науки
Российской Федерации

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

В.М. Шандаров

ОСНОВЫ ФИЗИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ ОПТИКИ

Сборник задач для студентов специальности 210401 –
Физика и техника оптической связи

Учебно-методическое пособие

Томск
ТУСУР
2012

УДК 621.37. (075.8+537.8(0758))

Рецензент:
Зав. каф. СВЧиКР, профессор

Шарангович С.Н.

Шандаров В.М.

Основы физической и квантовой оптики. Сборник задач для студентов очной и заочной форм обучения: Учебно-методическое пособие. – Томск: ТУСУР, 2012. – 59 с.

Учебно-методическое пособие включает краткое изложение основных положений, определений и соотношений физической и квантовой оптики. Приведены примеры решения стандартных задач. Представлен набор задач для самостоятельного решения.

Для студентов очной и заочной форм обучения специальности 210401 – «Физика и техника оптической связи» по дисциплине «Основы физической и квантовой оптики».

УДК 621.37. (075.8+537.8(0758))

© Томск. гос. ун-т систем управления и
радиоэлектроники, 2012
© Шандаров В.М. 2012

Оглавление

1. ПЛОСКИЕ СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ.....	4
Волновые уравнения для безграничной среды	4
Решение волнового уравнения - плоские волны	4
Гармонические плоские волны	5
Распространение плоской волны в произвольном направлении	6
Поляризация плоских световых волн	6
Поляризаторы	9
Фазовые пластинки	10
Примеры решения задач	11
Задачи для самостоятельного решения	13
2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ЩЕЛИ И ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ	17
Примеры решения задач	18
Задачи для самостоятельного решения	20
3. ГАУССОВЫ СВЕТОВЫЕ ПУЧКИ	22
Примеры решения задач	23
Задачи для самостоятельного решения	24
4. РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В НАПРАВЛЯЮЩИХ СТРУКТУРАХ	26
Примеры решения задач	28
Задачи для самостоятельного решения	29
5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕТА С ФИЗИЧЕСКИМИ ПОЛЯМИ..	32
Примеры решения задач	53
Задачи для самостоятельного решения	54
Список литературы	58

1. ПЛОСКИЕ СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ

Волновые уравнения для безграничной среды

Решения для световых волн в диэлектрической безграничной однородной изотропной среде вытекают из уравнений Максвелла в дифференциальной форме при отсутствии в среде сторонних токов и зарядов. Для векторов напряженностей электрического и магнитного полей \bar{E} и \bar{H} эти уравнения в системе СИ принимают вид [1]:

$$\operatorname{rot}\bar{H} = \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \quad (1.1a),$$

$$\operatorname{rot}\bar{E} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \quad (1.1б),$$

$$\operatorname{div}\bar{E} = 0 \quad (1.1в),$$

$$\operatorname{div}\bar{H} = 0 \quad (1.1г),$$

где ε и μ - абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Используя стандартную методику, из (1.1 б и 1.1 а) можно получить волновые уравнения для векторов \bar{E} и \bar{H} :

$$\nabla^2 \bar{E} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2).$$

$$\nabla^2 \bar{H} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.3).$$

Решение волнового уравнения - плоские волны

В предположении зависимости поля \bar{E} лишь от пространственной координаты z , уравнение (1.2) принимает вид:

$$\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.4).$$

С учетом условия $\operatorname{div}\bar{D} = 0$, световое возмущение - решение волнового уравнения (1.2) может иметь только поперечную (относительно направления распространения) компоненту поля \bar{E} .

Пусть $E_y=0$, а $E_x \neq 0$, тогда (1.4) имеет вид скалярного одномерного волнового уравнения:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \quad (1.5).$$

Его решение представляется в виде плоских скалярных волн:

$$E_x(t, z) = E_{x1}\left(t - \frac{z}{v}\right) + E_{x2}\left(t + \frac{z}{v}\right) \quad (1.6).$$

Здесь $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ - скорость распространения волны в среде, а первое и второе слагаемые соответствуют волнам, бегущим в направлениях $+z$ и $-z$.

Но $m \cdot e = m_0 \cdot e_0 \cdot m_r \cdot e_r$. Тогда $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \mu_r \cdot \epsilon_r}} = \frac{c}{n}$, где $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$ и

$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ - относительные магнитная и диэлектрическая проницаемости

среды; $n = \sqrt{\mu_r \cdot \epsilon_r}$ - ее показатель преломления. Постоянные

$m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; $e_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}$ Ф/м; $c = 3 \cdot 10^8$ м/с [2, 3].

Гармонические плоские волны

Если при $z=0$ задано возмущение вида $E(t) = E_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$, то, согласно (1.6):

$$\begin{aligned} E_1(z, t) &= E_{m1} \cdot \cos\left[\omega\left(t - \frac{z}{v}\right) + \varphi\right] \\ E_2(z, t) &= E_{m2} \cdot \cos\left[\omega\left(t + \frac{z}{v}\right) + \varphi\right] \end{aligned} \quad (1.7),$$

т.е. ему соответствуют две гармонические плоские волны, бегущие в направлениях $+z$ и $-z$. Мгновенное значение возмущения в некоторой точке определяется амплитудой E_m волны и ее фазой

$[\omega(t \mp \frac{z}{v}) + \varphi] = [\omega t \mp k \cdot z + \varphi]$, где $k = \frac{\omega}{v}$ - волновое число. Если E_m не

зависит от поперечных координат, то волна называется однородной.

Геометрическое место точек, в которых фаза волны $(\omega t \mp kz + \varphi = const)$ одинакова, называется волновым или фазовым фронтом.

В момент времени $t=t_0$ фаза плоской волны $(\omega t \mp kz + \varphi) = const$ при некотором значении z , то есть волновой фронт является плоскостью,

нормальной к оси z . Отсюда и термин «плоская волна. За время Δt волновой фронт смещается в пространстве на расстояние Δz . При этом $(\omega \cdot \Delta t - k \cdot \Delta z) = 0$, так как фаза волны определяется выбранным волновым фронтом. Отсюда:

$$\frac{\omega}{k} = \frac{\Delta z}{\Delta t} = v_{\phi} \quad (1.8),$$

где v_{ϕ} - фазовая скорость волны. В пространстве изменение ее фазы $\Delta\phi = 2\pi$ соответствует расстоянию, равному длине волны λ . Поскольку

$$\Delta\phi = k \cdot \lambda = 2\pi, \text{ то } k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Распространение плоской волны в произвольном направлении

При распространении плоской волны в произвольном направлении, не совпадающем с какой – либо координатной осью декартовой системы, поле гармонической плоской волны может быть записано в виде:

$$E(\vec{r}, t) = E_m \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (1.9).$$

Здесь полагается, что $\phi = 0$, а вектор \vec{k} - волновой вектор, параллельный единичному вектору нормали к фазовому фронту \vec{n} . Величина и направление вектора \vec{k} определяются соотношением:

$$\vec{k} = \vec{n} \cdot \frac{\omega}{v} = \vec{n} \cdot \omega \cdot \sqrt{\mu\epsilon} = \frac{\omega}{v} (\bar{x}_0 n_x + \bar{y}_0 n_y + \bar{z}_0 n_z),$$

где n_x, n_y и n_z - декартовы координаты единичного вектора \vec{n} . Вектор \vec{k} в этой системе координат имеет вид: $\vec{k} = k(\bar{x}_0 \cos \alpha + \bar{y}_0 \cos \beta + \bar{z}_0 \cos \gamma)$, где α, β, γ - углы между единичным вектором нормали к волновому фронту волны и осями x, y, z . Тогда:

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k(x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma) \quad (1.10).$$

В результате получаем:

$$E(\vec{r}, t) = E_m \cdot \cos[\omega t - k(x \cdot \cos \alpha + y \cdot \cos \beta + z \cdot \cos \gamma)] \quad (1.11).$$

Поляризация плоских световых волн

Световая волна с векторами \vec{E} и \vec{H} , направление которых может быть однозначно определено в любой момент времени в любой точке пространства, называется *поляризованной* [1 - 3].

При случайных положениях векторов \bar{E} и \bar{H} в пространстве световое поле является *неполяризованным*.

Плоскость поляризации – это плоскость, в которой лежат вектор \bar{E} и вектор \bar{k} . В зависимости от того, какую фигуру описывает конец вектора \bar{E} в пространстве при распространении световой волны, различают *линейную, круговую и эллиптическую* поляризации.

Математически волну с произвольной поляризацией, бегущую вдоль оси OZ , можно представить в виде двух составляющих:

$$\bar{E}_x = \bar{x}_0 E_{1m} \cos(\omega t - kz) \quad (1.12 \text{ а}),$$

$$\bar{E}_y = \bar{y}_0 E_{2m} \cos(\omega t - kz - \varphi) \quad (1.12 \text{ б}).$$

В общем случае эти составляющие в плоскости, ортогональной волновому вектору, имеют разные амплитуды и сдвинуты по фазе друг относительно друга. Для плоскости $z=0$ эти выражения принимают вид:

$$\frac{E_x}{E_{1m}} = \cos(\omega t) \quad (1.13),$$

$$\frac{E_y}{E_{2m}} = \cos(\omega t) \cdot \cos \varphi + \sin(\omega t) \cdot \sin \varphi \quad (1.14).$$

Исключив из данных уравнений временной множитель, придем к соотношениям, описывающим изменение положения вектора \bar{E} в плоскости XOY :

$$\left(\frac{E_x}{E_{1m}} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{2m}} \right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{1m}} \cdot \frac{E_y}{E_{2m}} \cdot \cos \varphi = \sin^2 \varphi \quad (1.15).$$

Характерные виды поляризации плоской волны соответствуют различным фазовым сдвигам φ :

1. $\varphi = 0$.

В этом случае:

$$\frac{E_x}{E_{1m}} = \frac{E_y}{E_{2m}} \rightarrow E_y = \frac{E_{2m}}{E_{1m}} E_x \quad (1.16).$$

Это уравнение прямой с наклоном к оси OX , определяемым отношением $\frac{E_{2m}}{E_{1m}}$. Очевидно, что поляризация будет линейной при

$\varphi = n\pi$, ($n = 0, \pm 1, \dots$). Поле плоской волны с линейной поляризацией в общем случае можно записать в форме:

$$\bar{E} = (\bar{x}_0 E_{1m} + \bar{y}_0 E_{2m}) \cos(\omega t - kz) = E_0 (\bar{x}_0 \cos \alpha + \bar{y}_0 \sin \alpha) \cos(\omega t - kz) \quad (1.17),$$

где $\alpha = \arctg(E_{2m}/E_{1m})$. В частных случаях, при поляризации света в плоскостях XOZ и YOZ получим, соответственно: $\bar{E} = E_0 \bar{x}_0 \cdot \cos(\omega t - kz)$, $\bar{E} = E_0 \bar{y}_0 \cdot \cos(\omega t - kz)$.

2. $\varphi = 90^\circ$.

При этом из (1.15):

$$\left(\frac{E_x}{E_{1m}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{2m}}\right)^2 = 1 \quad (1.18).$$

Это уравнение эллипса с большой и малой полуосями, ориентированными по осям x и y . Направление вращения вектора \bar{E} определяется знаком φ . При $\varphi = 90^\circ$ из (1.12) следует: $E_x = E_0 \cos(\omega t)$, а $E_y = E_0 \cos(\omega t - 90^\circ) = E_0 \sin(\omega t)$. Вращение вектора \bar{E} в этом случае происходит по часовой стрелке, если смотреть вдоль направления распространения волны. Такую поляризацию называют левой эллиптической поляризацией. Для фазового сдвига $\varphi = -90^\circ$ вектор \bar{E} вращается в противоположном направлении – это правое вращение. Если выполняется условие $E_{1m} = E_{2m}$, то эллипс превращается в окружность, а поляризацию называют круговой. В этом случае поле плоской волны может быть записано в виде:

$$\bar{E} = E_0 [\bar{x}_0 \cos(\omega t - kz) + \bar{y}_0 \sin(\omega t - kz)] \quad (1.19).$$

Или, при использовании комплексной формы записи:

$$\dot{\bar{E}} = E_0 (\bar{x}_0 \pm i\bar{y}_0) \cdot \exp[i(\omega t - kz)] \quad (1.20).$$

Волна с круговой поляризацией представляется суммой двух линейно поляризованных волн с одинаковыми частотами и фазовым сдвигом $(\pi/2 \pm m\pi)$. В свою очередь, линейно поляризованная волна может быть представлена в виде суммы волн правой и левой круговой поляризации. Действительно, взяв для определенности волну с линейной поляризацией в плоскости XOZ , представим ее поле в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{E}} &= E_0 \bar{x}_0 \exp[i(\omega t - kz)] = \frac{E_0}{2} [(\bar{x}_0 + i\bar{y}_0) + (\bar{x}_0 - i\bar{y}_0)] \exp[i(\omega t - kz)] = \\ &= \frac{E_0}{2} (\bar{x}_0 + i\bar{y}_0) \exp[i(\omega t - kz)] + \frac{E_0}{2} (\bar{x}_0 - i\bar{y}_0) \exp[i(\omega t - kz)] \end{aligned} \quad (1.21).$$

3. *Произвольный фазовый сдвиг φ* . В этом случае поляризация световых волн также эллиптическая, но направления главных осей эллипса поляризации не совпадают с координатными осями X и Y . Эллипс вписан в прямоугольник с размерами сторон $2E_{m1}$ и $2E_{m2}$ (рис. 1.1). Угол Ψ между

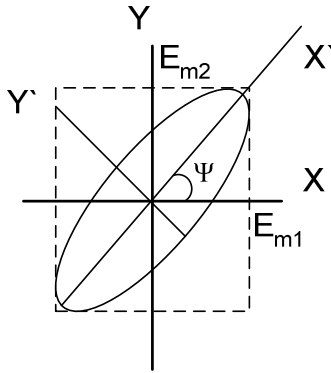


Рис. 1. 1. Ориентация эллипса поляризации при произвольном φ .

направлением главной оси эллипса поляризации и осью X можно выразить через амплитуды компонент E_{m1} , E_{m2} и фазовый сдвиг φ следующим образом [1, 2]:

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2E_{1m}E_{2m}}{E_{1m}^2 - E_{2m}^2} \cdot \cos\varphi \quad (1.22).$$

Поле плоской световой волны, бегущей в направлении оси OZ , при эллиптической поляризации, можно записать в виде:

$$\vec{E} = [\bar{x}_0 E_{1m} + \bar{y}_0 E_{2m} \exp(-i\varphi)] \cdot \exp[i(\omega t - kz)] \quad (1.23).$$

Поляризаторы

Поляризаторы - это элементы, преобразующие состояние поляризации световых волн. Они используют эффекты оптического дихроизма (анизотропии поглощения света) и оптической анизотропии кристаллических материалов [1 - 4].

Дихроичные поляризаторы имеют в основе полимерные пленки с молекулами в виде длинных цепочек, ориентированных преимущественно в одном направлении. Пример - пленки поливинилового спирта с добавками йода или хинина. Они могут пропускать до 80% света, поляризованного в одном направлении, и менее 1% света, поляризованного в ортогональном направлении. Достоинство таких поляризаторов - низкая цена, основной недостаток - низкая лучевая стойкость.

Кристаллические поляризаторы изготавливаются, как правило, из природного или синтетического исландского шпата (кальцит, $CaCO_3$). Они обладают высоким оптическим качеством, прозрачны в диапазоне длин волн от 0,2 до 2,2 мкм, устойчивы к воздействию интенсивного лазерного излучения. Существует несколько типов таких элементов. Это призмы Николя, Глана, Волластона, Рошона и т.д. Призмы Николя и Глана пропускают излучение лишь одной поляризации, призмы Волластона и Рошона на выходе имеют два ортогонально поляризованных световых луча, распространяющихся под некоторым углом относительно направления падающего излучения.

Интенсивность света при прохождении линейно поляризованной волны через поляризатор определяется законом Малюса:

$$I_{\text{вых}} = I_0 \cdot \cos^2 \theta \quad (1.24),$$

где I_0 - интенсивность падающей световой волны, θ - угол между направлением поляризации света и главным направлением поляризатора.

Фазовые пластинки

Фазовые пластинки преобразуют линейно поляризованный свет в свет с эллиптической (круговой) поляризацией и наоборот [1 - 3]. Это плоскопараллельные образцы с толщиной d , вырезанные из одноосного кристалла, с оптической осью, лежащей в плоскости пластинки. Линейно поляризованная плоская световая волна с вектором \vec{E} , отклоненным от оптической оси на угол в 45° , в пластинке распадается на обыкновенную и необыкновенную волны, распространяющиеся в кристалле со скоростями $v_o = c/n_o$ и $v_e = c/n_e$. Разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами на выходе пластинки толщиной d :

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d \quad (1.25).$$

Поляризация прошедшего через пластинку светового поля определяется величиной Φ . На практике стандартными элементами являются четвертьволновые ($\lambda/4$) и полуволновые ($\lambda/2$) пластинки. Для $\lambda/4$ пластинки $\Phi = \pi/2$ и при линейной поляризации падающей световой волны прошедшая через пластинку будет иметь круговую поляризацию. Для полуволновой пластинки $\Phi = \pi$ и при линейной поляризации падающей волны прошедшая волна остается также линейно поляризованной, но плоскость ее поляризации поворачивается на 90° .

Очевидно, что если падающая на полуволновую пластинку световая волна имеет круговую поляризацию, то пластинка меняет на противоположное направление вращения вектора \vec{E} в прошедшей волне. В подобной ситуации четвертьволновая пластинка преобразует свет с круговой поляризацией в линейно поляризованный.

При заданной толщине пластинки фазовый сдвиг между волнами с ортогональной поляризацией может быть равен π или $\pi/2$ только на определенной длине волны.

Примеры решения задач

Задача 1.

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде вдоль оси Z, если в плоскости XOY фазовый сдвиг между компонентами вектора E вдоль осей X и Y составляет 90° , а отношение их амплитуд $E_{mx}/E_{my}=0,5$.

Решение:

Согласно условиям задачи, плоская световая волна распространяется вдоль оси z. Тогда, исходя из поперечной структуры ее поля, вектор \vec{E} может располагаться лишь в плоскости XOY и имеет составляющие E_x и E_y . В соответствии с (1.12) изменение величины напряженности электрического поля плоской световой волны во времени и пространстве определяется выражением:

$$\vec{E} = [\bar{x}_0 E_{mx} \cos(\omega t - kz) + \bar{y}_0 E_{my} \cos(\omega t - kz - \varphi)].$$
 Поскольку фазовый сдвиг между составляющими вектора \vec{E} вдоль этих осей равен 90° , а $E_{my} = 2E_{mx}$ то это соотношение принимает окончательный вид:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= [\bar{x}_0 E_{mx} \cos(\omega t - kz) + \bar{y}_0 \cdot 2E_{mx} \sin(\omega t - kz)] = \\ &= E_{mx} \cdot [\bar{x}_0 \cos(\omega t - kz) + 2\bar{y}_0 \sin(\omega t - kz)] \end{aligned}$$

Таким образом, рассматриваемый случай соответствует плоской световой волне с эллиптической поляризацией, причем большая ось эллипса параллельна оси Y (поскольку $E_{my} = 2E_{mx}$).

Задача 2.

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок мощностью 1 мВт, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на 30° . Какова величина световой мощности, прошедшей через поляризатор, если поляризующий материал заключен между двумя стеклянными пластинками (для стекла $n=1,51$), а френелевскими отражениями на границе между стеклом и этим материалом можно пренебречь?

Решение:

Уменьшение мощности световой волны, прошедшей через поляроид, обусловлено в реальных элементах эффектами частичного отражения света на границах раздела сред с разными свойствами, поглощения света в материале структуры, а также собственно поляризующим действием такого элемента.

Для наглядности представим схему данного элемента (рис. 1.2). Частичное отражение света может наблюдаться здесь на границах раздела 1 – 4 (отмечены стрелками). Согласно условиям задачи, можно пренебречь эффектом отражения света на границах 2 и 3. Поскольку условиями не определена величина оптического поглощения в материале поляроида, им также пренебрегаем. В итоге, для определения прошедшей световой мощности учитываем эффект частичного отражения света на входной и выходной границах структуры (границы 1 и 4), а также отклонением плоскости поляризации света от главного направления поляроида, определяемым законом Малюса.

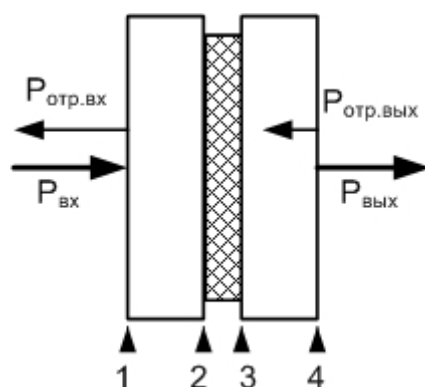


Рис. 1.2. Схема пленочного поляроида.

Поскольку коэффициент отражения света (по интенсивности) на границе диэлектрической среды с показателем преломления n и воздуха определяется соотношением $r = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ [2, 3], то интенсивность (или мощность) прошедшего пучка при полном пропускании поляроида была бы равна $P_{пр} = P_{над} \cdot (1-r)(1-r) = P_{над} \cdot (1-r)^2$. Учет поворота главной оси поляроида относительно плоскости поляризации световой волны приводит это соотношение к виду:

$$P_{пр} = P_{над} \cdot (1-r)^2 \cdot \cos^2 \theta, \text{ где } \theta=30^\circ. \text{ Для } n=1,51 \text{ в итоге получаем:}$$

$$r=0,0413; P_{пр}=1 \cdot (1-0,0413)^2 \cdot \cos^2(30^\circ)=0,9178 \cdot 0,75=0,6884 \text{ мВт.}$$

Таким образом, мощность прошедшего через поляроид светового пучка в данном случае составляет 0,6884 мВт.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.1

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде вдоль оси X , если в плоскости YOZ фазовый сдвиг между компонентами вектора E вдоль осей Y и Z составляет 270° , а отношение их амплитуд $E_{my}/E_{mz}=1$.

Задача 1.2

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде вдоль оси Z , если плоскость поляризации волны совпадает с плоскостью XOZ .

Задача 1.3

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде в направлении, составляющем углы в 45° относительно осей X и Z , если плоскость поляризации волны совпадает с плоскостью XOZ .

Задача 1.4

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде в направлении, составляющем углы в 45° относительно осей X и Z , если плоскость поляризации волны перпендикулярна плоскости XOZ .

Задача 1.5

Запишите выражение для напряженности электрического поля плоской световой волны, распространяющейся в среде вдоль оси X , если в плоскости YOZ фазовый сдвиг между компонентами вектора E вдоль осей Y и Z составляет 60° , а отношение их амплитуд $E_{my}/E_{mz}=1$.

Задача 1.6

Запишите выражение для напряженности электрического поля в плоской световой волне с линейной поляризацией, распространяющейся в среде в плоскости XOZ , под углом 45° к оси Z , если плоскость поляризации параллельна оси Y .

Задача 1.7

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок мощностью 1 мВт, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на 45° . Какова величина световой мощности,

прошедшей через поляризатор, если поляризующий материал с показателем преломления $n_p=1,4$ заключен между двумя стеклянными пластинками (для стекла $n=1,51$), а поглощением света в элементах поляроида можно пренебречь?

Задача 1.8

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок мощностью 1 мВт, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на 60° . Какова величина световой мощности, прошедшей через поляризатор, если поляризующий материал заключен между двумя кварцевыми пластинками (для кварца $n=1,46$), френелевскими отражениями на границе между стеклом и этим материалом можно пренебречь, а поглощение света в материале поляроида составляет 20%?

Задача 1.9

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на 45° . Какова величина световой мощности входного пучка, если мощность прошедшего составляет 1 мВт, поляризующий материал с показателем преломления $n_p=1,4$ заключен между двумя стеклянными пластинками (для стекла $n=1,51$), а поглощением света в элементах поляроида можно пренебречь?

Задача 1.10

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок, плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на 45° . Какова величина световой мощности входного пучка, если мощность прошедшего составляет 1 мВт, поляризующий материал с показателем преломления $n_p=1,4$ заключен между двумя стеклянными пластинками (для стекла $n=1,51$), а в материале поляроида поглощается 10% мощности падающей световой волны?

Задача 1.11

На пленочный поляроид падает линейно поляризованный световой пучок. Плоскость поляризации света отклонена от направления главной оси поляроида на 60° , показатели преломления стеклянных пластин, между которыми находится поляризующий материал, и этого материала одинаковы. Какова величина показателя преломления поляризующего материала, если поглощением света в элементах поляроида можно пренебречь, а суммарное ослабление световой мощности, прошедшей через поляроид, составляет 90%?

Задача 1.12

Определите наименьшую толщину пластинки слюды, при которой эта пластинка может служить для получения монохроматического света, поляризованного по кругу. Длина световой волны 590 нм. Показатели преломления волн, проходящих сквозь пластинку и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, равны: $n_1 = 1,594$ и $n_2 = 1,589$.

Задача 1.13

Определите наименьшую толщину пластинки слюды, при которой эта пластинка может служить для поворота плоскости поляризации монохроматического света с линейной поляризацией на 90° . Длина световой волны 590 нм. Показатели преломления волн, проходящих сквозь пластинку и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, равны: $n_1 = 1,594$ и $n_2 = 1,589$.

Задача 1.14

Определите наименьшую толщину пластинки слюды, при которой пластинка может служить для поворота плоскости поляризации монохроматического света с линейной поляризацией на 270° . Длина световой волны 589 нм. Показатели преломления волн, проходящих сквозь пластинку и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях, равны: $n_1 = 1,594$ и $n_2 = 1,589$.

Задача 1.15

На пластинку слюды падает монохроматическая световая волна с круговой поляризацией. Определите наименьшую толщину пластинки, при которой она преобразует данную световую волну в линейно поляризованную. Длина волны света 590 нм, показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн в слюде на этой длине волны равны $n_1 = 1,594$ и $n_2 = 1,589$.

Задача 1.16

На пластинку кристаллического кварца с оптической осью, лежащей в плоскости пластинки, падает монохроматическая световая волна с круговой поляризацией (длина волны света 633 нм). Определите наименьшую толщину пластинки, при которой прошедшая световая волна будет также иметь круговую поляризацию, но направление вращения вектора E изменится на обратное. Показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн для кристаллического кварца на этой длине волны равны $n_1 = 1,544$ и $n_2 = 1,553$.

Задача 1.17

Каков угол между главными плоскостями идеальных поляризаторов, если световой поток, выходящий из анализатора, составляет 50% от светового потока, проходящего через поляризатор?

Задача 1.18

Световая волна падает по нормали на пластинку кварца, вырезанную параллельно оптической оси. Определите разность хода обыкновенной и необыкновенной волн, прошедших через пластинку, если толщина пластинки 0,040 мм и показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн равны, соответственно, 1,54426 и 1,55337.

Задача 1.19

Плоскопараллельная четвертьволновая пластинка вырезана из кварца. Толщина пластины составляет 16 мкм. На нее падает монохроматическая волна с $\lambda = 590$ нм. Определите показатель преломления необыкновенной волны, если показатель преломления обыкновенной $n_0 = 1,5442$.

Задача 1.20

Плоскопараллельная пластина толщиной 50 мкм вырезана из ниобата лития, оптическая ось кристалла параллельна плоскости пластины. На какую величину нужно изменить толщину пластины, чтобы она могла играть роль полуволновой фазовой пластинки для света с длиной волны $\lambda = 633$ нм, если показатели преломления кристалла для обыкновенной и необыкновенной волн равны 2,286 и 2,202 на данной длине волны?

2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ЩЕЛИ И ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

В явлениях дифракции проявляются волновые свойства световых полей, а под самим термином “дифракция” понимается отклонение свойств световых волн от идеализированных геометрической оптикой. В приближении геометрической оптики при наличии в световом поле, создаваемом точечным излучателем, некоторого непрозрачного препятствия, за ним должна наблюдаться резкая граница между областью «света» и «тени». Реально в предполагаемой области «тени» обнаруживается электромагнитное поле, что объясняется с позиций волновой теории огибанием волной препятствий. Дифракционные задачи относятся к наиболее сложным, их строгое решение может быть получено лишь для ряда частных случаев. При анализе явлений дифракции в большинстве случаев используются приближенные методы, в частности – теория Гюйгенса – Френеля. Важными частными случаями являются дифракция плоской световой волны на прямоугольной щели и периодической структуре – амплитудной дифракционной решетке.

Согласно положению Гюйгенса, каждая точка волнового фронта волны любой природы играет роль источника вторичных сферических волн. Волновой фронт в некоторый более поздний момент времени является огибающей волновых фронтов всех вторичных волн. Френель объяснил эффекты дифракции, используя положение Гюйгенса, дополненное утверждением об интерференции вторичных волн между собой. Сочетание положения Гюйгенса с дополнением Френеля называется принципом Гюйгенса – Френеля.

При дифракции на щели и периодической структуре рассматривают, как правило, случай дифракции в параллельных лучах, или дифракцию Фраунгофера.

Для одномерной щели шириной b , при нормальном падении на нее плоской световой волны, распределение амплитуды и интенсивности в дальней зоне описываются выражениями:

$$S(\theta) = A_0 \cdot \frac{\sin\left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)\right]}{\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)} \quad (2.1),$$

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)\right]}{\left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)\right]^2} \quad (2.2)$$

где θ - угол наблюдения, A_0 и I_0 – амплитуда поля и его интенсивность в плоскости щели.

При дифракции плоской волны на системе из N щелей шириной b , расположенных с пространственным периодом d в непрозрачном экране, распределение интенсивности света в дальней зоне имеет вид:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \left(\frac{\sin U}{U} \right)^2 \cdot \frac{\sin^2 [N\delta]}{\sin^2 (\delta)} \quad (2.3),$$

где $U = \frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta)$, $\delta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin(\theta)$.

Первый множитель в () описывает дифракцию света на каждой щели, а второй учитывает интерференцию световых полей, излучаемых всеми щелями.

Примеры решения задач

Задача 1.

Плоская монохроматическая волна с $\lambda = 515$ нм падает по нормали к щели шириной 10,0 мкм. За щелью помещена линза с фокусным расстоянием 50,0 см, с помощью которой наблюдают дифракционные полосы на экране. Определите расстояние между светлыми полосами 1-го и 3-го порядков.

Решение:

Найдем углы, при которых наблюдаются дифракционные максимумы первого и третьего порядков. Условие первого (главного) максимума соответствует условию $\theta=0$ в выражении для распределения интенсивности света в дальней зоне при дифракции света на прямоугольной щели:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta) \right]}{\left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta) \right]^2}.$$

Далее дифракционные максимумы появляются в дифрагированном поле при условиях $\frac{b\pi}{\lambda} \sin(\theta) = \frac{\pi}{2} \pm m\pi$, где $m=0, 1, 2, \dots$. Третьему максимуму

соответствует значение $m=1$. Отсюда находим $\sin(\theta) = \frac{3\lambda}{2b}$. Линза

преобразует угловое отклонение дифракционного максимума третьего порядка от направления оптической оси системы в линейное отклонение

соответствующего максимума интенсивности в ее фокальной плоскости от первого максимума интенсивности. Расстояние ΔL между ними в фокальной плоскости определяется соотношением $\Delta L = F \cdot \delta\theta$ или, с учетом малости угла $\delta\theta$, $\Delta L = F \cdot \sin(\theta) = \frac{3\lambda}{2b} \cdot F = \frac{3 \cdot 0,515}{2 \cdot 10} \cdot 50 = 3,8625$ см.

Задача 2.

Определите наибольший порядок дифракционного спектра для спектральной линии с длиной волны 633 нм при наблюдении с использованием решетки, имеющей 500 штрихов на 1,00 мм.

Решение:

Наибольший порядок дифракционного спектра определяется условием формирования дифракционного максимума в направлении, при котором угол наблюдения $\theta = 90^\circ$. Найдем угловое расстояние между соседними дифракционными максимумами: $\Delta\theta = \lambda/\Lambda$, где λ - длина волны света Λ - период дифракционной решетки. Тогда наибольший порядок спектра определится целой частью частного $90^\circ/\Delta\theta$ или $\pi\Lambda/2\lambda = 3,14 \cdot 2/2 \cdot 0,633 = 4,96$. Таким образом, в дифрагированном излучении в данном случае можно наблюдать 4 дифракционных спектра.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 2.1.

Интенсивность центрального максимума дифракционной картины от одной щели равна I_0 . Определите интенсивности последующих трех максимумов.

Задача 2.2.

На узкую щель по нормали падает плоская монохроматическая волна ($\lambda = 633$ нм). Дифракционная картина, даваемая щелью, наблюдается на экране с помощью линзы с фокусным расстоянием 50,0 см. Определите ширину щели, если расстояние на экране между серединами полос спектров 1-го и 2-го порядков равно 7,00 мм.

Задача 2.3.

По нормали к плоскости щели падает плоская монохроматическая волна ($\lambda = 0,546$ мкм). Вычислите ширину щели, если первая светлая полоса, считая от центральной светлой области дифракционной картины, наблюдается под углом 2° к первоначальному направлению излучения.

Задача 2.4.

Плоская монохроматическая волна с $\lambda = 400$ нм падает по нормали к щели шириной 20,0 мкм. За щелью помещена линза с фокусным расстоянием 50,0 см, с помощью которой наблюдают дифракционные полосы на экране. Определите расстояние между светлыми полосами 1-го и 2-го порядков.

Задача 2.5.

На каком расстоянии друг от друга будут находиться на экране две линии спектра ртути с длинами волн 577 и 579 нм в спектре 1-го порядка, полученном при помощи дифракционной решетки с постоянной $4,00 \cdot 10^{-4}$ см? Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, равно 60,0 см. Волны падают по нормали к плоскости решетки.

Задача 2.6.

На щель падает по нормали монохроматическая электромагнитная волна. Угол, отвечающий 3-му дифракционному максимуму, равен 5° . Скольким длинам волн падающего излучения равна ширина щели?

Задача 2.7.

По нормали к плоскости щели падает плоская монохроматическая волна ($\lambda = 0,546$ мкм). Вычислите ширину щели, если первая светлая полоса, считая от центральной светлой области дифракционной картины, наблюдается под углом 2° к первоначальному направлению излучения.

Задача 2.8.

На плоскую дифракционную решетку параллельным пучком падает свет с длиной волны 400 нм. Определите углы, под которыми наблюдаются максимумы 1, 2 и 3-го порядков. Решетка имеет 500 штрихов на 1,00 мм. Плоская волна падает по нормали к плоскости решетки.

Задача 2.9.

Определите постоянную решетки, которая позволяла бы наблюдать спектральную линию для волны 400 нм только в одном порядке.

Задача 2.10.

На плоскую дифракционную решетку параллельным пучком падает свет с длиной волны 633 нм. Определите углы, под которыми наблюдаются максимумы 1 и 4-го порядков. Решетка имеет 250 штрихов на 1,00 мм. Плоская волна падает по нормали к плоскости решетки.

Задача 2.11.

На каком расстоянии друг от друга будут находиться на экране две линии спектра ртути с длинами волн 577 и 579 нм в спектре 1-го порядка, полученном при помощи дифракционной решетки с постоянной $4,00 \cdot 10^{-4}$ см? Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран, равно 60,0 см. Волны падают по нормали к плоскости решетки.

Задача 2.12.

Свет от ртутной лампы падает по нормали на плоскую дифракционную решетку, ширина которой равна 5,00 см. Общее число штрихов 10^4 . Определите угол между фиолетовым ($\lambda_1 = 0,405$ мкм) и желтым ($\lambda_2 = 0,577$ мкм) компонентами в спектре 1-го порядка.

Задача 2.13.

Определите наибольший порядок дифракционного спектра для спектральной линии с длиной волны 405 нм при наблюдении с использованием решетки, имеющей 500 штрихов на 1,00 мм.

3. ГАУССОВЫ СВЕТОВЫЕ ПУЧКИ

Большинство лазерных источников излучает свет в виде слабо расходящихся световых пучков с поперечным распределением интенсивности, описываемым функцией Гаусса $\exp(-r^2/h^2)$, где r – расстояние от центра пучка, а h – полуширина пучка. Такие световые пучки, называемые гауссовыми, имеют целый ряд интересных свойств. Так, поперечный профиль интенсивности в пучке остается гауссовым в любом сечении, а его угловой спектр также имеет гауссово распределение. Выражения для поля кругового гауссова пучка можно получить, как решения параболического уравнения теории дифракции:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} - 2ik \cdot \frac{\partial A}{\partial z} = 0 \quad (3.1),$$

где $A(x, y, z)$ – амплитуда поля пучка, k – волновое число света. Решение ищется в форме:

$$A = A_0 \exp\left\{-i\left[P + \frac{k}{2q}(x^2 + y^2)\right]\right\} \quad (3.2),$$

где P и q – комплексные функции продольной координаты z . Параметр $P(z)$ определяет комплексное изменение фазы, а $q(z)$ характеризует распределения амплитуды в поперечных плоскостях и кривизну волнового фронта в пучке. Подставив (3.2) в (3.1) и проведя формальные преобразования, можно получить выражение для поля кругового гауссова пучка в форме:

$$\begin{aligned} A &= A_0 \exp\left\{-i\left[P + \frac{k}{2q}(x^2 + y^2)\right]\right\} = \\ &= A_0 \cdot \left[1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right]^{-1/2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w^2}\right) \cdot \exp\left[i\Phi - i\left(\frac{k}{2R}(x^2 + y^2)\right)\right] \end{aligned} \quad (3.3),$$

где $z_0 = \frac{kw_0^2}{2} = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ - так называемая Рэлеевская длина или продольный размер перетяжки пучка; $w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right)$; w_0 - полуширина пучка в перетяжке (при $z=0$); $R(z) = z \left(1 + \frac{z_0^2}{z^2} \right)$.

Если заданы длина волны света λ и ширина пучка w_0 , то его параметры оказываются полностью определенными. Добавка $i\Phi$ в (3.3) описывает отличие фазы пучка от фазы плоской волны. Амплитудный множитель перед экспонентой в (3.3) описывает изменение амплитуды пучка вследствие эффекта дифракции. Распределение интенсивности в гауссовом пучке, соответственно, определяется соотношением:

$$I = I_0 \cdot \left[1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right]^{-1} \exp\left(-\frac{2x^2}{w^2}\right) \quad (3.4)$$

Пространственная форма пучка определяется изменением его амплитуды.

Она может быть выражена в виде: $x^2 + y^2 = w_0^2 \cdot \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right)$, что отвечает уравнению однополостного гиперboloида вращения. Угол дифракционной расходимости пучка – это угол между асимптотами гиперboloида и осью пучка:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (3.5).$$

Примеры решения задач

Задача 1.

Круговой гауссов пучок имеет полуширину перетяжки $w_0=10$ мкм. Найдите полуширину пучка на расстоянии 10 м от области перетяжки, если длина волны света $\lambda=1$ мкм.

Решение:

Используем выражение для связи полуширины пучка в произвольном сечении с его шириной в области перетяжки:

$w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right)$ и соотношение для продольного размера перетяжки

$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$. Комбинируя их, получим: $w(z) = w_0 \left(1 + \frac{z^2 \lambda^2}{\pi^2 w_0^4} \right)^{1/2}$. И, подставляя сюда заданные параметры, получим $w = w_0 (1 + 10^9)^{0,5} = 3,2$ см.

Задача 2.

Круговой гауссов пучок имеет полуширину перетяжки $w_0 = 100$ мкм. Найдите расстояние, на котором интенсивность света на оси пучка уменьшится в 10 раз по сравнению с ее величиной в плоскости перетяжки, если длина волны света $\lambda = 0,6$ мкм.

Решение:

Согласно соотношению (3.4), интенсивность гауссова пучка на его оси изменяется в продольном направлении как:

$I = I_0 \cdot \left[1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right]^{-1}$. Соответственно, найдем расстояние, на котором

$\left[1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right]^{-1} = 0,1$. Подставляя сюда полуширину перетяжки и длину волны света, найдем $z = 3z_0 = 3 \cdot 3,14 \cdot 10^{-8} / 0,6 \cdot 10^{-6} = 0,157$ м.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 3.1.

На расстоянии 10 м от области перетяжки полуширина кругового гауссова пучка составляет 1 см. Определите, какова полуширина пучка в перетяжке, если длина волны света $\lambda = 0,5$ мкм.

Задача 3.2.

На расстоянии 10 м от области перетяжки полуширина кругового гауссова пучка составляет 1 см. Определите, какова длина волны светового поля в пучке, если полуширина пучка в перетяжке составляет $w_0 = 40$ мкм.

Задача 3.3.

Круговой гауссов пучок имеет полуширину перетяжки $w_0 = 100$ мкм. Найдите длину волны светового поля, если расстояние, на котором

интенсивность света на оси пучка уменьшится в 10 раз по сравнению с ее величиной в плоскости перетяжки, составляет 10 м.

Задача 3.4.

Дифракционная расходимость кругового гауссова пучка при длине волны света $\lambda=0,6$ мкм составляет 0,01. Какова полуширина данного пучка на расстоянии 10 м от области перетяжки?

Задача 3.5.

Дифракционная расходимость кругового гауссова пучка при длине волны света $\lambda=0,5$ мкм составляет 0,01. Какова интенсивность света на оси пучка в сравнении с таковой в его перетяжке на расстоянии 10 м от области перетяжки?

Задача 3.6.

На расстоянии 10 м от области перетяжки полуширина кругового гауссова пучка возрастает в 10 раз по сравнению с ее величиной в перетяжке и составляет 3 см. Определите величину изменения интенсивности света на оси пучка на расстоянии 1 м от области перетяжки в сравнении с ее величиной в перетяжке.

Задача 3.7.

Дифракционная расходимость кругового гауссова пучка составляет 0,01. Какова длина волны света, если полуширина данного пучка на расстоянии 10 м от области перетяжки составляет 1 см?

Задача 3.8.

На расстоянии 1 м от области перетяжки полуширина кругового гауссова пучка составляет 10 см. Определите полуширину пучка на расстоянии в 10 м от области перетяжки, если длина волны света $\lambda=0,5$ мкм.

Задача 3.9.

Круговой гауссов пучок имеет полуширину перетяжки $w_0=1$ см. Расстояние, на котором интенсивность света на оси пучка уменьшается в 10 раз по сравнению с ее величиной в плоскости перетяжки, составляет 100 м. Найдите, какой будет полуширина пучка на этом расстоянии, если длина волны света возрастет в два раза.

Задача 3.10.

Круговой гауссов пучок имеет угол дифракционной расходимости $0,01$. Расстояние, на котором интенсивность света на оси пучка уменьшается в 10 раз по сравнению с ее величиной в плоскости перетяжки, составляет 100 м. Найдите, какой будет полуширина пучка на этом расстоянии, если длина волны света возрастет в два раза.

4. РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА В НАПРАВЛЯЮЩИХ СТРУКТУРАХ

Узкий световой пучок не может распространяться в однородной среде без изменения своего поперечного размера вследствие дифракции. Сохранение профиля пучка возможно при распространении света в направляющих структурах – волоконных, канальных и планарных оптических волноводах. Эффект направления световой энергии в оптических волноводах основан на явлении полного внутреннего отражения света на границе раздела диэлектрических сред.

Основные понятия и определения

Планарный диэлектрический волновод - это трехслойная структура с размерами, не ограниченными в поперечных направлениях. Средний слой с толщиной h имеет более высокий показатель преломления, в сравнении с двумя другими слоями (рис. 4.1).

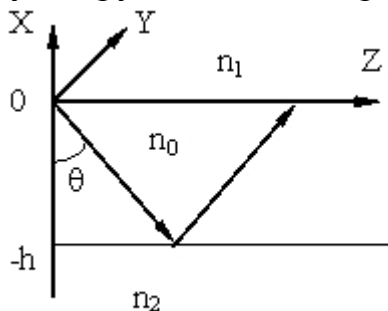


Рис. 4.1. Планарный оптический волновод.

Наиболее простой случай соответствует изотропной и диэлектрической среде в каждой из областей. Свет распространяется в направлении оси z , а в направлении оси y световое поле однородно. Показатели преломления в пределах слоев структуры удовлетворяют соотношению: $n_2 < n_1 < n_0$. Поле направляемых волн представляет собой бегущую волну в направлении z и стоячую – в направлении x :

$$\bar{E}(x, z) = \bar{E}_m(x) \cdot \exp[i(\omega t - \beta z)] \quad (4.1).$$

Подставив это соотношение в уравнения Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot} \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \text{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \end{cases}$$

и проведя стандартные преобразования, получим две независимых системы, соответствующие собственным модам, ТЕ (поперечно-электрическим) и ТМ (поперечно-магнитным) волнам такой структуры (рис. 4.2):

$$\begin{cases} -i\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = i\omega\epsilon E_y \\ \beta E_y = -i\omega\mu H_x \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} = -i\omega\mu H_z \end{cases} \quad \begin{cases} \beta H_y = \omega\epsilon E_x \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} = i\omega\epsilon E_z \\ i\beta E_x + \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu H_y \end{cases}$$

Следует отметить, что в случае, когда хотя бы одна из областей волноводной структуры обладает оптической анизотропией, все компоненты векторов \bar{E} и \bar{H} оказываются связанными между собой. Тогда собственными волнами являются гибридные квази – ТЕ и квази – ТМ волны.

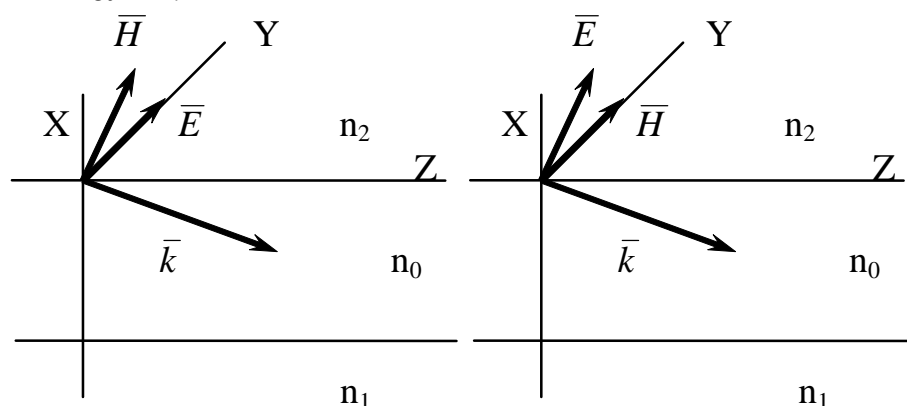


Рис. 4.2. Ориентация векторов поля в ТЕ (слева) и ТМ (справа) волнах.

При проектировании волноводно-оптических элементов необходимо знать связь между параметрами планарного волновода и характеристиками направляемых волн. Такая связь определяется дисперсионным уравнением. Для планарного волновода со ступенчатым профилем оно может быть записано в аналитической форме. Наиболее просто оно может быть получено, используя приближение геометрической оптики и условие фазового синхронизма, определяющего поле моды, как стоячую волну в направлении нормали к границам слоев планарной структуры.

Наиболее просто оно может быть получено, используя приближение геометрической оптики и условие фазового синхронизма, определяющего поле моды, как волну бегущую вдоль структуры и имеющее характер стоячей волны в направлении нормали к границам слоев. Для формирования стоячей волны необходимо, чтобы суммарный фазовый набег, приобретаемый плоской волной при двукратном прохождении по толщине волновода, был кратен 2π :

Дисперсионное уравнение для TE - мод в этом случае имеет вид:

$$k_0 h \sqrt{n_0^2 - N_m^2} = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{N_m^2 - n_1^2}{n_0^2 - N_m^2}} + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{N_m^2 - n_2^2}{n_0^2 - N_m^2}} + m\pi \quad (4.2),$$

где k_0 – волновое число света в вакууме; N_m – эффективные показатели преломления волноводных мод; $m=0, 1, 2, \dots$ - порядок волноводной моды; n_0, n_1, n_2 – показатели преломления пленки, подложки и покровной среды.

Основные выводы из дисперсионного уравнения:

- 1) величина N_m изменяется в пределах $n_1 < N_m < n_0$;
- 2) условие $N_m = n_1$ соответствует отсечке волноводной моды;
- 3) в случае асимметричного волновода ($n_1 \neq n_2$) для каждой моды существует критическая толщина пленки, соответствующая отсечке ($N_m = n_1$), ее величину можно найти из дисперсионного уравнения:

$$k_0 h_{kp} = \frac{m\pi + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_1^2}}}{\sqrt{n_0^2 - n_1^2}} \quad (4.3).$$

- 4) Минимальная критическая толщина соответствует TE_0 -моде, для которой $m=0$:

$$k_0 h_{\min} = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_1^2}}}{\sqrt{n_0^2 - n_1^2}} \quad (4.4).$$

Примеры решения задач

Задача 1.

Найдите критическую толщину волноводного слоя для направляемой TE_3 моды тонкопленочного асимметричного волновода, если он представляет собой пленку стекла с показателем преломления $n_1=1,6$, нанесенную на

подложку из стекла с показателем преломления $n_1=1,5$. Длина волны света $\lambda=1,5$ мкм.

Решение:

Используя соотношение (4.3), найдем:

$$h_{кр} = \frac{3\pi + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_1^2}}}{k_0 \sqrt{n_0^2 - n_1^2}} = \frac{3\pi + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1,5^2 - 1}{1,6^2 - 1,5^2}}}{2\pi \sqrt{1,6^2 - 1,5^2}} \lambda = \frac{3,352\pi}{2\pi \cdot 0,557} \lambda = 3\lambda .$$

Таким образом, критическая толщина волноводного слоя для TE_3 моды равна 4,5 мкм.

Задача 2.

Найдите число направляемых TE мод, которые могут распространяться в симметричном планарном волноводе на длине волны света $\lambda=0,5$ мкм, если он представляет собой пластинку из стекла толщиной 5 мкм с показателем преломления $n=1,5$.

Решение:

Для симметричного планарного волновода дисперсионное уравнение в случае высшей TE -моды, для которой может достигаться отсечка, принимает вид:

$k_0 h \sqrt{n_0^2 - n_2^2} = m\pi$. Действительно, в случае симметричного волновода $n_1=n_2$, а условие отсечки наблюдается при $N_m=n_2$. Отсюда выразим порядок моды m : $m = \frac{2}{\lambda} h \sqrt{n_0^2 - n_2^2}$ или, подставляя сюда параметры структуры и длину волны света, получим $m=20 \cdot 1,118=22,36$. Таким образом, в данном волноводе могут распространяться 22 TE -моды.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 4.1.

Найдите число направляемых TE мод, которые могут распространяться в асимметричном планарном волноводе на длине волны света $\lambda=0,5$ мкм, если он представляет собой пленку стекла толщиной 2,5 мкм с показателем преломления $n_1=1,6$, нанесенную на подложку из стекла с показателем преломления $n_1=1,5$.

Задача 4.2.

Вы проектируете одномодовую (для ТЕ волн) планарную волноводную структуру. Материалом подложки является стекло с показателем преломления 1,5, а материалом волноводной пленки должен служить полимер с показателем преломления 1,6. В каких пределах может изменяться толщина пленки, если структура должна работать на длине волны света в 1 мкм?

Задача 4.3.

Найдите длину волны света, для которой исчезают волноводные свойства планарной трехслойной структуры с показателями преломления в разных слоях $n_1=2$, $n_2=1$, $n_0=2,02$ при толщине слоя с наибольшим показателем преломления, равной 2 мкм.

Задача 4.4.

Вы проектируете одномодовый (для ТЕ волн) планарный волновод. Материалом подложки является ниобат лития с показателем преломления 2,2, а волноводная пленка будет иметь показатель преломления 2,25. В каких пределах может изменяться толщина пленки, если структура должна работать на длине волны света в 0,5 мкм?

Задача 4.5.

Найдите граничную длину волны света, для которой в планарной трехслойной структуре с показателями преломления слоев $n_1=1,5$, $n_2=1$, $n_0=1,7$ и толщиной слоя с наибольшим показателем преломления, равной 1 мкм, возможно существование только одной направляемой ТЕ волны (TE_0).

Задача 4.6.

Волноводная планарная структура представляет собой слой оптически изотропного диэлектрика с показателем преломления $n_0=2,0$, заключенный между двумя полимерными слоями с показателем преломления $n_1=1,9$. Найдите толщину волноводного слоя, при которой в волноводной структуре может распространяться не более одной ТЕ моды при длине волны света $\lambda=1,0$ мкм.

Задача 4.7.

Волноводная планарная структура представляет собой слой оптически изотропного диэлектрика с показателем преломления $n_0=2,0$, нанесенный на диэлектрическую подложку. Найдите величину показателя преломления материала подложки, при которой в волноводе может распространяться

только ТЕ0 мода, если толщина волноводного слоя составляет 0,5 мкм, а длина волны света $\lambda=1,0$ мкм.

Задача 4.8.

Симметричный планарный волновод состоит из пленки полистирола толщиной 0,2 мкм с показателем преломления $n_0=1,6$ между двумя стеклянными пластинами (показатель преломления стекла $n_1=1,51$). Найдите длину волны света, при которой в данной структуре может распространяться только две ТЕ моды.

Задача 4.9.

Планарная волноводная структура состоит из слоя ниобата лития (LiNbO_3) толщиной 0,5 мкм, полученного путем эпитаксиального выращивания на подложке из танталата лития (LiTaO_3). Найдите число ТЕ мод, распространение которых возможно в данной структуре при длине волны света $\lambda=0,5$ мкм, если показатели преломления для этих материалов на данной длине волны равны $n_0=2,4$ и $n_1=2,2$).

Задача 4.9.

Планарная волноводная структура состоит из слоя ниобата лития (LiNbO_3) толщиной 0,5 мкм, полученного путем эпитаксиального выращивания на подложке из танталата лития (LiTaO_3). Найдите число ТЕ мод, распространение которых возможно в данной структуре при длине волны света $\lambda=0,5$ мкм, если показатели преломления для этих материалов на данной длине волны равны $n_0=2,4$ и $n_1=2,2$).

Задача 4.10.

Волноводные свойства планарной трехслойной структуры с показателями преломления в разных слоях $n_1=2$, $n_2=1$, $n_0=2,02$ исчезают при длине волны света $\lambda=1$ мкм. Найдите число ТЕ мод, существующих в данной структуре при длине волны света $\lambda=0,5$ мкм.

5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕТА С ФИЗИЧЕСКИМИ ПОЛЯМИ

5.1. Электрооптический эффект

Электрооптический (ЭО) эффект – это изменение показателя преломления среды под действием приложенного постоянного или переменного электрического поля [3]. В кристаллах, не имеющих центра симметрии, изменение показателя преломления Δn пропорционально напряженности электрического поля E : ($\Delta n \sim E$). Это линейный ЭО эффект (эффект Поккельса), впервые обнаруженный в 1893 году. Существует также квадратичный ЭО эффект (эффект Керра), который может наблюдаться в любой среде, включая жидкости и газы. Величина Δn в этом случае пропорциональна квадрату напряженности поля ($\Delta n \sim E^2$).

Качественно механизм ЭО эффекта можно объяснить следующим образом. Электрическое поле световой волны смещает “центры тяжести” положительного и отрицательного зарядов в нейтральных атомах, превращая их в электрические диполи, осциллирующие с частотой светового поля. Наведенная в среде поляризация, пропорциональная суммарному дипольному моменту единицы объема, характеризует величину диэлектрической проницаемости (или показателя преломления) среды. Но при одинаковой напряженности поля \bar{E} , эта поляризация на оптической частоте будет различной в случаях наличия и отсутствия низкочастотного поля. А это приводит к изменению величины диэлектрической проницаемости среды на заданной частоте света при наличии низкочастотного электрического поля. Для описания ЭО эффекта используется феноменологический подход, основанный на понятии ЭО тензора [3, 13].

Диэлектрическая проницаемость среды является тензором второго ранга. Связь между векторами \bar{E} и \bar{D} имеет вид:

$$\begin{cases} D_x = \epsilon_{xx} \cdot E_x + \epsilon_{xy} \cdot E_y + \epsilon_{xz} \cdot E_z \\ D_y = \epsilon_{yx} \cdot E_x + \epsilon_{yy} \cdot E_y + \epsilon_{yz} \cdot E_z \\ D_z = \epsilon_{zx} \cdot E_x + \epsilon_{zy} \cdot E_y + \epsilon_{zz} \cdot E_z \end{cases} \quad (.1).$$

Эти соотношения принято записывать в сокращенной форме:

$$D_i = \epsilon_{ij} \cdot E_j \quad (.2),$$

где индекс i принимает поочередно все возможные значения (x, y, z в приведенных соотношениях), а по повторяющемуся индексу j проводится суммирование.

Как известно, оптические свойства кристаллической среды можно интерпретировать с помощью оптической индикатрисы или эллипсоида показателей преломления. Она описывается уравнением:

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (5.5).$$

где главные показатели преломления среды n_x , n_y и n_z определяются соотношением $n_i^2 = \epsilon_i$. Это уравнение эллипсоида с главными осями, параллельными направлениям x , y , z , и длинами $2n_x$, $2n_y$, $2n_z$, соответственно. Это уравнение можно представить в виде:

$$B_{ij} \cdot x_i \cdot x_j = 1 \quad (5.6),$$

где B_{ij} – тензор относительной диэлектрической непроницаемости среды. Его компоненты определяются соотношением:

$$B_{ij} = \epsilon_0 \cdot \left(\frac{\partial E_i}{\partial D_j} \right) \quad (5.7).$$

Главные значения этого тензора выражаются через главные показатели преломления, если тензор B_{ij} приведен к главным осям (т.е. только диагональные его компоненты B_{ii} отличны от нуля, а $B_{12}=B_{13}=B_{23}=0$). Тогда:

$$B_{11} = \frac{1}{n_x^2}; \quad B_{22} = \frac{1}{n_y^2}; \quad B_{33} = \frac{1}{n_z^2} \quad (5.8).$$

При таком подходе малое изменение показателя преломления под действием электрического поля (либо других возмущений) соответствует изменению формы, размера и ориентации оптической индикатрисы. Эти изменения выражаются через приращения ΔB_{ij} коэффициентов B_{ij} :

$$\Delta B_{ij} = r_{ijk} \cdot E_k + S_{ijkl} \cdot E_k \cdot E_l \quad (5.9),$$

где первое слагаемое в правой части соответствует линейному ЭО эффекту, а второе – квадратичному. Соответственно, r_{ijk} – тензор коэффициентов линейного ЭО эффекта. ЭО коэффициент определяет изменение диэлектрической непроницаемости среды в зависимости от приложенного электрического поля. Он связывает тензор 2-го ранга с вектором (или тензором 1-го ранга), поэтому также является тензором, но уже третьего ранга.

В общем случае тензор 3-го ранга имеет 27 независимых компонент. Однако тензор B_{ij} симметричен (как и ϵ_{ij}) и имеет только 6 независимых компонент, поэтому тензор r_{ijk} имеет только 18 независимых элементов. Кроме того, симметрия среды накладывает требования инвариантности ее физических свойств и, соответственно, тензора r_{ijk} относительно операций симметрии. В итоге многие из коэффициентов r_{ijk} оказываются равными нулю. В частности, в centrosymmetric среде эффект должен быть одинаков как для поля E , так и для поля $-E$. А это возможно лишь при нулевом тензоре r_{ijk} . Т.е. в среде с центром симметрии линейный электрооптический эффект должен отсутствовать.

Симметрия тензора ϵ_{ij} (и, соответственно, B_{ij}) и наличие только 18 независимых компонент у тензора r_{ijk} позволяет упростить запись соотношений типа (5.9), уменьшая число индексов в записи элементов тензоров. Так, для B_{ij} проводят замену индексов по схеме: (11) \Rightarrow (1); (22) \Rightarrow (2); (33) \Rightarrow (3); (23) \Rightarrow (4); (13) \Rightarrow (5); (12) \Rightarrow (6). Алгоритм замены пары индексов на единственный поясняется диаграммой (рис. 5.1).

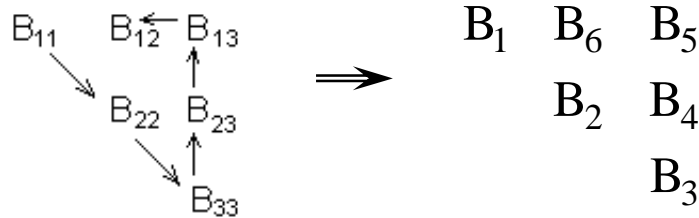


Рис. 5.1.

По такой же схеме проводят замену первых двух индексов у r_{ijk} . В итоге соотношение, определяющее связь между E и ΔB , запишется в матричной форме: $\Delta B_i = r_{ij} \cdot E_j$. Здесь i пробегает значения от 1 до 6; j – от 1 до 3. Таким образом, компоненты тензора r_{ij} могут быть представлены в виде матрицы из 3-х столбцов с 6 строками.

Изменение главных показателей преломления найдем из соотношения: $\Delta B_i = \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_i$. Представляя его в виде: $\Delta B = \frac{dB}{dn} \cdot \Delta n$,

получим: $\Delta B = -2 \cdot \frac{1}{n^3} \cdot \Delta n$. Таким образом:

$$\Delta n_i = -\frac{1}{2} n^3 \cdot \Delta B_i = -\frac{1}{2} n^3 \cdot r_{ij} \cdot E_j \quad (5.10).$$

Пример 1. Тензор r_{ijk} для кристалла ниобата лития (LiNbO_3):

$$\begin{bmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

В случае внешнего электрического поля, имеющего составляющую лишь вдоль оптической оси кристалла: $E = E_3$; $\Delta B_i = r_{i3} \cdot E_3$. Видим, что

для LiNbO_3 из r_{ij} отличны от нуля лишь $r_{13}=r_{23}=r_{13}$; $r_{33}=r_{33}$, а $r_{43}=r_{53}=r_{63}=0$. Соответственно, при обыкновенной поляризации света (вектор \vec{E} перпендикулярен оси z) $\Delta n_1 = \Delta n_2 = -\frac{1}{2}n_0^3 \cdot r_{13} \cdot E_3$; а при необыкновенной – $\Delta n_3 = -\frac{1}{2}n_e^3 \cdot r_{33} \cdot E_3$.

Величины коэффициентов r_{13} и r_{33} для LiNbO_3 существенно различаются. Так, $r_{13}=9,6 \cdot 10^{-10}$ см/В; $r_{33}=30,9 \cdot 10^{-10}$ см/В. Очевидно, что для получения эффекта одинаковой величины, использование компоненты r_{33} требует примерно в три раза меньших электрических полей.

5.1.2. Электрооптическая модуляция фазы световой волны

Простейшие элементы ЭО модуляции света - модуляторы фазы с продольным и поперечным электрическим полем. В первом направлении распространения света и внешнего электрического поля совпадают, во втором они ортогональны. Элемент с продольным полем требует прозрачных электродов на оптических гранях кристалла, отчасти поэтому геометрия с поперечным электрическим полем используется наиболее часто [3].

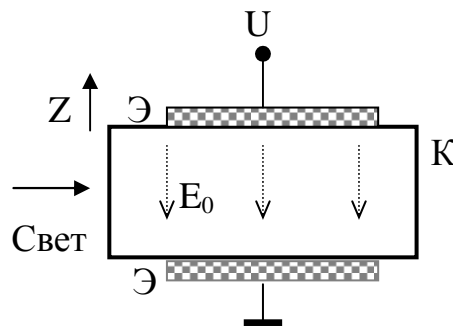


Рис. 5.2. Схема электрооптического модулятора с поперечным электрическим полем. Э – электроды, К – кристалл.

Схема фазового ЭО модулятора с поперечным полем поясняется рисунком 5.2. К ЭО кристаллу (например, к кристаллическому образцу из LiNbO_3) прикладывается электрическое поле, перпендикулярное направлению распространения света. Дополнительная фазовая задержка линейно поляризованной световой волны с необыкновенной поляризацией (вектор \vec{E} параллелен направлению оптической оси кристалла) определяется в этом случае соотношением:

$$\Delta\Phi_e = k_0 \cdot \Delta n \cdot z = -\frac{\pi}{\lambda} n_e^3 r_{33} E_0 \cdot z = -\frac{\pi}{\lambda} n_e^3 r_{33} \frac{U}{d} \cdot L \quad (5.11),$$

где k_0 – волновое число света в вакууме; $E_0=(U/d)$; U – величина напряжения, приложенного к кристаллу; d – размер кристалла в направлении внешнего электрического поля; L – длина электродов в направлении распространения света. Соответственно, для обыкновенно поляризованной волны величина фазовой задержки равна:

$$\Delta\Phi_o = -\frac{\pi}{\lambda} n_o^3 r_{13} \frac{U}{d} \cdot L \quad (5.12).$$

Достоинством ЭО модуляторов с поперечным электрическим полем является возможность увеличения электрически индуцированного фазового сдвига за счет увеличения отношения длины электродов к толщине кристалла L/d . Эффективность ЭО модуляторов характеризуется величиной полуволнового напряжения, определяемого как напряжение, необходимое для изменения фазы световой волны, равного π . В данном случае для необыкновенной волны оно определяется соотношением:

$$\frac{\pi}{\lambda} n_e^3 r_{33} \frac{L}{d} \cdot U_{\lambda/2} = \pi \text{ или } U_{\lambda/2} = \frac{\lambda}{n_e^3 r_{33}} \frac{d}{L} \quad (5.13).$$

Для обыкновенной волны получим:

$$U_{\lambda/2} = \frac{\lambda}{n_o^3 r_{13}} \frac{d}{L} \quad (5.14).$$

Следует отметить, что для достижения чисто фазовой модуляции в модуляторе с поперечным полем необходимо, чтобы свет был линейно поляризован, а плоскость поляризации должна быть параллельной либо перпендикулярной оптической оси кристалла.

5.2. Акустооптический эффект

Акустооптический (АО) эффект – это явление взаимодействия световых волн с акустическими возмущениями, распространяющимися в упругой среде [3, 10]. Физической причиной взаимодействия этих волн является упругооптический (или фотоупругий) эффект, заключающийся в изменении показателя преломления прозрачного материала под действием упругих деформаций (или напряжений).

По сути, фотоупругий эффект сводится также к изменению поляризации среды на частоте световой волны при наличии упругих деформаций кристаллической решетки, т.е. изменения межатомных расстояний или формы элементарной ячейки в кристаллической среде.

При взаимодействии света с акустическими волнами основной интерес представляет эффект дифракции света на акустических возмущениях среды. Этот эффект впервые предсказан Бриллюэном в 1922

г., а обнаружен экспериментально Дебаем и Сирсом в 1932 г. в США и Люка и Бикаром примерно в то же время во Франции. Однако основные работы в этой области выполнены уже после создания лазеров.

Фотоупругий эффект проявляется при любом состоянии вещества – в газах, жидкостях, твердых телах. Феноменологически он, как и электрооптический эффект, описывается также изменением компонент тензора диэлектрической непроницаемости B_{ij} при наличии упругих деформаций S_{kl} :

$$\Delta B_{ij} = \Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_{ij} = p_{ijkl} S_{kl} \quad (5.12),$$

где S_{kl} – компоненты тензора упругих деформаций, а p_{ijkl} – компоненты фотоупругого тензора или фотоупругие коэффициенты. Таким образом, при наличии поля упругих деформаций, уравнение оптической индикатрисы кристалла определяется выражением:

$$(B_{ij} + p_{ijkl} S_{kl}) x_i x_j = 1 \quad (5.13).$$

Вследствие симметрии тензоров B_{ij} и S_{kl} , возможно также сокращение числа индексов, как и в случае электрооптического эффекта. Соотношение (7.12) при этом примет вид:

$$\Delta \left(\frac{1}{n^2} \right)_i = P_{ij} S_j \quad (5.14),$$

где $i, j=1,2,\dots,6$. Здесь значения индексов $i=1, 2, 3$ соответствуют деформации полуосей эллипсоида (индикатрисы), а $i = 4, 5, 6$ – повороту индикатрисы. Последний случай, т.е. поворот оптической индикатрисы, можно интерпретировать как возможность изменения поляризации световой волны при АО взаимодействии. Аналогично случаю электрооптического эффекта, можно показать, что выражение для возмущения показателя преломления среды вследствие фотоупругого эффекта в случае отсутствия поворота оптической индикатрисы определяются соотношением:

$$\Delta n_i = -\frac{1}{2} n_i^3 P_{ij} S_j \quad (5.15).$$

Типы акустических волн в твердом теле

Акустические волны представляют собой распространение упругих возмущений в среде, что обусловлено смещениями частиц вещества и реакцией на эти смещения окружающих частиц, вследствие наличия сил упругости. Акустические волны могут существовать только в материальной среде. По виду смещений или наличия тех или иных

компонент упругих деформаций акустические волны делят на следующие типы.

Продольные волны (волны сжатия).

Смещение частиц параллельно направлению распространения волны. Для них характерны деформации сжатия (и растяжения). Вектор поляризации волны параллелен направлению распространения. Деформации в продольной волне описываются диагональными компонентами S_{ii} .

Поперечные (сдвиговые) волны.

Смещение частиц перпендикулярно волновому вектору. Деформации сдвига соответствуют недиагональные компоненты S_{ij} тензора упругих деформаций ($i \neq j$).

Чисто продольные и чисто сдвиговые акустические волны существуют лишь в изотропных средах. В анизотропных средах в общем случае можно говорить лишь о квазипродольных и квазисдвиговых волнах, т.е. вектор упругого смещения в акустической волне, распространяющейся в произвольном направлении, имеет составляющие как в направлении ее волнового вектора, так и в ортогональном к нему направлении. При распространении в среде, обладающей пьезоэффектом, упругие волны могут сопровождаться полем электрического потенциала.

Сказанное относится к упругим волнам в безграничной среде. В полуограниченной среде, вблизи поверхности твердого тела, возможно существование поверхностных волн. Наибольший интерес представляют следующие типы поверхностных волн.

А) Волны Рэлея. В простейшем случае (изотропная среда) для рэлеевской волны характерно как продольное, так и поперечное смещения частиц (с фазовым сдвигом между этими составляющими в 90°). В результате каждая точка в поле такой волны совершает движение по эллиптической траектории. Амплитуда смещения убывает с удалением от поверхности.

Б) Волны Гуляева-Блюстейна (чисто сдвиговые поверхностные волны). Для данного типа волн смещение частиц параллельно поверхности полупространства и ортогонально направлению распространения волны. Необходимое условие существования чисто сдвиговых поверхностных волн – наличие пьезоэффекта.

Основные представления об акустоопическом взаимодействии.

Пусть в диэлектрической среде распространяется акустическая волна. За счет фотоупругого эффекта показатель преломления материала оказывается гармонически модулированным в пространстве и времени:

$$n(z, t) = n_s + \Delta n \cdot \cos(\Omega t - Kz) \quad (5.16),$$

где n_s – невозмущенное значение показателя преломления; Δn – амплитудное значение изменения показателя преломления; Ω – частота акустической волны; K – ее волновое число. Таким образом, в рассматриваемой среде существует фазовая решетка с периодом $\Lambda = \frac{2\pi}{K}$, движущаяся вдоль оси Z со скоростью акустической волны $v_A = \frac{\Omega}{K}$.

Поскольку типичная величина скорости акустических волн примерно на 5 порядков меньше скорости света, то для света данная решетка является практически неподвижной. Плоская световая волна проходит через область среды, возмущенную акустической волной, испытывая дифракцию на периодической фазовой решетке. В результате на выходе данной области световое поле состоит из целого набора дифрагированных волн. Обычно выделяют два режима: дифракцию Рамана – Ната и дифракцию Брэгга.

А) Дифракция Рамана-Ната.

Дифракция Рамана – Ната наблюдается при малой ширине акустического пучка в направлении распространения света и соответствует дифракции света на тонкой фазовой решетке. В результате фаза прошедшей световой волны оказывается синусоидально модулированной по ее фронту. Прошедшее световое поле может быть представлено в виде набора дифрагированных плоских световых волн. Направления их распространения θ_m определяются соотношением:

$$\sin \theta_m = \sin \theta_0 \pm m \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (5.17),$$

где $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ и т.д.; θ_0 – угол падения световой волны относительно акустического пучка (угол между волновым вектором световой волны и нормалью к волновому вектору акустической волны); λ – длина волны света.

Термин «тонкая решетка» можно интерпретировать возможностью пересечения световым лучом только одного фазового фронта акустической волны. Дифракция Рамана – Ната наблюдается, как правило, при низких частотах акустических волн. Поскольку мощность дифрагированного света распределена в нескольких дифракционных максимумах, то такой режим не очень выгоден с энергетической точки зрения.

Б) Дифракция Брэгга.

Этот случай соответствует дифракции света на «толстых решетках», т.е. на акустических пучках, у которых несколько фазовых фронтов пересекаются падающим световым лучом. В этом случае уже нельзя

говорить о синусоидальной модуляции фазового фронта светового пучка, прошедшего через акустический пучок. Процесс дифракции света на толстой решетке (широком акустическом пучке) качественно интерпретируется как процесс частичного отражения света от волновых фронтов акустической волны или параллельных слоев, соответствующих максимальной амплитуде акустического поля. Вследствие интерференции многих отраженных слабых пучков, при некотором угле падения света относительно акустического пучка возможна их конструктивная интерференция лишь для одного направления. При этом в прошедшем световом поле присутствуют лишь два дифракционных максимума – максимум нулевого порядка (положение которого соответствует направлению падающего светового пучка) и дифракционный максимум +1 или -1 порядка. Угол падения световой волны на акустический пучок (угол между волновым вектором падающей световой волны и фазовым фронтом акустической волны) определяется условием, аналогичным известному условию Брэгга для дифракции рентгеновских лучей на кристаллической решетке:

$$\sin \theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda \cdot n} \quad (7.18)$$

где n – показатель преломления материала. Благодаря этой аналогии, этот угол называют углом Брэгга, а данный режим дифракции – дифракцией Брэгга. Рис. 7.4 иллюстрирует геометрию брэгговского отражения плоской световой волны от структуры с периодом Λ . Очевидно, что отраженные от разных фронтов лучи могут конструктивно интерферировать в том случае, когда их разность хода, определяемая суммой отрезков $AO+OB$, равна длине волны света λ . Таким образом, $AO + OB = 2\Lambda \cdot \sin \theta = \lambda$, откуда получим (7.18). Показатель преломления n в (7.18) учитывает изменение длины волны света в среде.

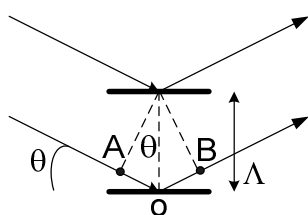


Рис. 7.4.

Дифракция Брэгга наблюдается при высоких частотах акустических волн (определение высоких частот можно истолковать здесь как значения частот, для которых световой луч пересекает хотя бы несколько волновых фронтов акустической волны при падении на акустический пучок под углом Брэгга). Данный режим более выгоден в энергетическом отношении, чем режим дифракции Рамана – Ната.

Корпускулярная интерпретация акустооптического взаимодействия

Дифракция света на акустической волне может рассматриваться как

процесс столкновения фотона (кванта света) с фононом (акустическим квантом). В результате взаимодействия рождается новый фотон, а в процессе взаимодействия должны выполняться законы сохранения энергии и квазиимпульса. Эти законы выражаются соотношениями:

$$\omega_i \pm \Omega = \omega_d \quad (7.19),$$

$$\bar{k}_i \pm \bar{K} = \bar{k}_d \quad (7.20),$$

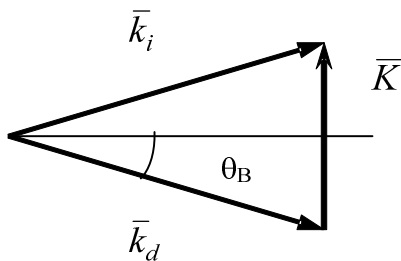
где индексы (i) и (d) соответствуют падающей и дифрагированной световым волнам. Первое из этих выражений показывает, что частота дифрагированной волны отличается от частоты падающей на частоту акустической волны вследствие эффекта Доплера. Второе условие указывает на замкнутость векторного треугольника, построенного из волновых векторов падающей, дифрагированной и акустической волн. Использование данных соотношений и векторных диаграмм дает наглядную интерпретацию возможности разных режимов и особенностей акустооптического взаимодействия в разных материальных средах. Рассмотрим несколько подобных примеров.

Брэгговское акустооптическое взаимодействие плоских волн в оптически изотропной среде.

Для оптически изотропной среды, учитывая, что $\Omega \ll \omega$, можно записать следующее соотношение:

$$|\bar{k}_i| = \frac{\omega_i}{c} \cdot n \approx \frac{\omega_d}{c} \cdot n = |\bar{k}_d| \quad (7.21).$$

Таким образом, векторный треугольник, выражающий закон сохранения квазиимпульса, для оптически изотропной среды является равнобедренным (по крайней мере, при реально рассматриваемых частотах акустических волн, когда различие в частоте падающего и дифрагированного световых пучков не приводит к существенному различию их скоростей в среде вследствие материальной дисперсии). Поэтому легко получить соотношение для угла Брэгга прямо из данного треугольника (рис. 7.5):



$$\sin \theta_B = \frac{|\bar{K}|}{2|\bar{k}_i|} = \frac{2\pi\lambda}{2\Lambda 2\pi n} = \frac{\lambda}{2\Lambda n} = \frac{\lambda}{2v_A n} \cdot f_A \quad (7.22),$$

где f_A – частота акустической волны.

Рис. 7.5.

Брэгговское акустооптическое взаимодействие в оптически

анизотропной среде

В случае оптически анизотропной среды падающая и дифрагированная световые волны могут иметь разную поляризацию и тогда $|\vec{k}_i| \neq |\vec{k}_d|$. Соответственно, для взаимодействия такого типа векторный треугольник равнобедренным не является, что позволяет наблюдать в оптически анизотропной среде дифракционные процессы, недопустимые для изотропной среды. К таким процессам относится, например, коллинеарная брэгговская дифракция, когда волновые векторы падающей и дифрагированной волн коллинеарны. Из условия (7.16) можно получить выражение для частоты акустических волн, соответствующей такому типу дифракции:

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_i \pm \frac{2\pi}{v_A} \cdot f_A = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_d \Rightarrow f_A = \frac{v_A}{\lambda} |(n_i - n_d)| \quad (7.23).$$

Векторные диаграммы на рис. 7.6 иллюстрируют геометрию коллинеарного акустооптического взаимодействия и широкополосного акустооптического взаимодействия в оптически анизотропной среде. Для последнего случая при некоторой частоте акустической волны волновой вектор дифрагированной волны оказывается ортогональным волновому вектору акустической волны. Частота, для которой выполняется это условие, выбирается в качестве центральной частоты акустооптических модуляторов и дефлекторов.

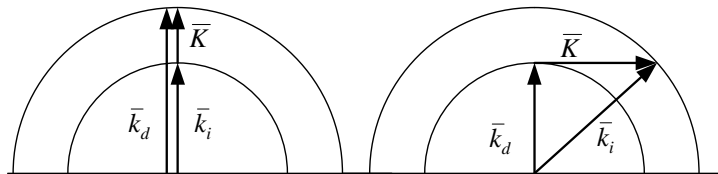


Рис. 7. 6.

Иллюстрация векторными треугольниками дифракции Рамана – Ната и Брэгга

Выше отмечена роль ширины акустического пучка в направлении распространения света при разных режимах дифракции. Этот параметр определяет дифракционную расходимость акустического пучка на рассматриваемой частоте. При малой ширине пучка дифракционная расходимость велика, т.е. велика неопределенность направления акустического волнового вектора. Соответственно, становятся возможными процессы многократной последовательной дифракции света на акустической волне, которым удовлетворяют допустимые направления

акустического волнового вектора, диапазон которых определяется расходимостью акустического пучка. Количественно для этого необходимо, чтобы угловая расходимость акустического пучка была больше, чем угол между отдельными дифрагированными пучками:

$$\frac{\Lambda}{L} > \frac{\lambda}{2n\Lambda} \quad (7.24).$$

Это условие принято записывать в следующем виде:

$$\frac{\lambda L}{2n\Lambda^2} < 1 \quad (7.25).$$

При большой ширине акустического пучка, когда его дифракционная расходимость значительно меньше величины угла Брэгга, процессы многократной дифракции не могут происходить. Это соответствует режиму брэгговской дифракции, для которого должно выполняться условие:

$$\frac{\lambda L}{2n\Lambda^2} \gg 1 \quad (7.26).$$

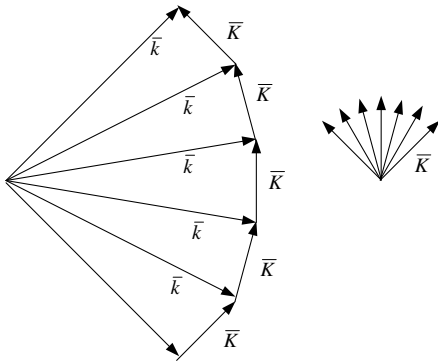


Рис. 7.7.

Очевидно, что граница между данными режимами дифракции не может быть резкой, существует переходной режим, для которого вероятность многократной дифракции отлична от нуля. Возможность возникновения многих дифракционных максимумов при дифракции света на узком акустическом пучке иллюстрирует схема на рис. 7.6. Здесь при заданном направлении падающей световой волны, при ее дифракции на акустических волнах каждая дифрагированная волна “находит”

необходимую компоненту в угловом спектре акустического поля для очередного акта дифракции.

5.2.6. Эффективность дифракционных процессов.

При дифракции Рамана-Ната световой пучок, прошедший через область, занятую акустической волной, имеет синусоидальную фазовую модуляцию амплитудного фронта. В результате, величина дифракционной эффективности (отношение интенсивности дифрагированного пучка к интенсивности падающего) для максимума порядка m может быть найдена из соотношения []:

$$\eta_m = J_m^2(\delta) = J_m^2\left(\frac{2\pi L \cdot \Delta n_0}{\lambda \cdot \cos \theta}\right) \quad (7.27),$$

где J_m – функция Бесселя.

При дифракции Брэгга дифракционная эффективность определяется соотношением []:

$$\eta = \frac{I_d}{I_0} = \sin^2 \xi \quad (7.28),$$

где

$$\xi^2 = \left(\frac{\pi \cdot \cos \theta \cdot L}{\lambda_0} \right)^2 \frac{M_2}{2} P_a \quad (7.29).$$

В (7.25) P_a – акустическая мощность, L – ширина акустического пучка, а M_2 – постоянная, называемая коэффициентом акустооптического качества материала. Величина коэффициента M_2 определяется физическими свойствами упругой среды:

$$M_2 = \frac{n^6 p^2}{\rho V^3} \quad (7.30),$$

где ρ – плотность вещества, V – скорость упругой волны в заданном направлении. Для кристаллических материалов их физические свойства могут изменяться достаточно сильно при изменении ориентации и поляризации взаимодействующих световых и акустических волн. В результате и величина коэффициента M_2 обладает сильной анизотропией и существенно отличается для разных материалов. В таблице 7.4 приведены значения физических характеристик и коэффициента M_2 для некоторых ориентаций наиболее интересных акустооптических материалов. Приведенные значения коэффициента M_2 нормированы относительно данной величины для плавленого кварца, поэтому для них не указана размерность. Можно видеть, что некоторые материалы “лучше” кварца по акустооптическим свойствам почти в 1000 раз (например, TeO_2). Это обусловлено, в первую очередь, очень низкой скоростью сдвиговой акустической волны в некоторых направлениях в данном кристалле.

Таблица 7.4

МАТЕРИАЛ	λ , МКМ	N	ρ , Г/СМ ³	ПОЛЯР. И НАПР. АК. ВОЛНЫ	V, 10 ³ М/С	ПОЛЯР. И НАПР. СВЕТА	M_2
LiNbO_3	0,63	2,2	4,7	Прод. в [1120]	6,57		6,99
As_2S_3	0,63	2,61	3,2	Продольная	2,6	433	433
TeO_2	0,63		5,99	$[\bar{1}10]$ в [110]	0,617	Произв. в [001]	793
SBN:75	0,63	2,3		Прод. в [001]		[001] поляр.	38,6

5.2.7. Акустооптический модулятор.

АО эффект широко используется в элементах управления параметрами лазерного излучения. Базовый АО элемент называют акустооптическим модулятором, хотя он может выполнять функции дефлектора излучения, а также рассматриваться как преобразователь частоты света. Не останавливаясь на особенностях различных АО элементов и их характеристиках, рассмотрим основную схему АО модулятора (рис. 7.8).

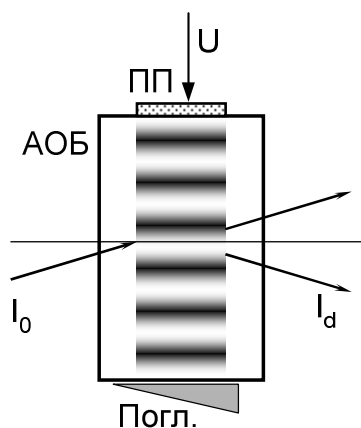


Рис. 7. 8.

Здесь на блоке из акустооптического материала (АОБ) размещен пьезопреобразователь (ПП), на который подается электрический сигнал, преобразуемый в бегущую акустическую волну. На противоположной поверхности блока размещен акустический поглотитель (Погл.), препятствующий возникновению в АОБ стоячих акустических волн. Световой пучок с интенсивностью I_0 падает на акустический пучок под углом Брэгга. Световое поле на выходе АО модулятора состоит из недифрагированного и дифрагированного световых пучков. Величина

угла дифракции определяется соотношением $\sin \theta = \frac{\lambda}{v} \cdot f$, т.е. при

изменении частоты управляющего сигнала АО модулятор играет роль дефлектора. Частота дифрагированного излучения отличается от частоты падающего на величину f , что используется в устройствах сдвига частоты света.

5.3. Фоторефрактивный эффект

Фоторефрактивный эффект (ФРЭ) или эффект фоторефракции заключается в изменении показателя преломления диэлектрических или полупроводниковых материалов под действием света. Впервые он был обнаружен в 1965 году в электрооптических кристаллах (в ниобате лития) при проведении экспериментов в области нелинейной оптики. В подобных кристаллах с течением времени наблюдался эффект искажения пространственной структуры световых пучков, и значительно возрастала интенсивность рассеяния излучения. Было ясно, что причиной данных явлений служили индуцированные световым полем в кристалле оптические неоднородности. Сначала данный эффект рассматривался как

паразитное явление, что послужило поводом для относящегося к нему термина “optical damage” – “оптическое повреждение”. Затем было выявлено, что эффект наведенных оптических неоднородностей обладает свойством реверсивности, поскольку оптическая однородность кристаллов восстанавливалась в результате нагревания до температуры около 170°C либо их экспозиции в течение некоторого времени при однородном освещении. Такая реверсивность указывала на возможность использования эффекта фоторефракции в качестве механизма голографической записи в кристаллах ниобата лития и некоторых других электрооптических кристаллах. Дальнейшие исследования показали, что фоторефрактивный эффект проявляется, если в рассматриваемой среде развиваются следующие элементарные процессы [12].

1. Возбуждение свободных носителей электрического заряда с донорных примесных центров в запрещенной зоне под действием света, что приводит к появлению электронов в зоне проводимости, либо фотовозбуждения валентных электронов с их захватом на примесные акцепторные уровни, что приводит к появлению дырок в валентной зоне. Для излучения ультрафиолетового диапазона возможны также прямые межзонные переходы электронов вследствие фотоионизации.
2. Пространственное перераспределение носителей заряда вследствие тепловой диффузии, либо их дрейфа в приложенном к кристаллу внешнем электрическом поле. Дрейф носителей может быть обусловлен также фотогальваническим (фотовольтаическим) эффектом, который ранее ассоциировался с наличием в кристалле неких внутренних электрических полей.
3. Захват носителей заряда в неосвещенных областях кристалла ловушками (в качестве которых могут выступать, например, ионизированные донорные центры) и формирование, вследствие этого, неоднородного поля пространственного электрического заряда E_{sc} .

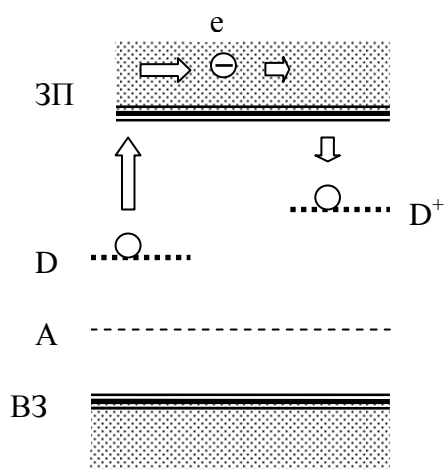


Рис. 7.9.

4. Модуляция показателя преломления кристалла полем E_{sc} вследствие линейного электрооптического эффекта.

Схема, иллюстрирующая процесс разделения зарядов при фотовозбуждении электрона с донорного уровня (D) с последующим его транспортом в зоне проводимости и захватом на ловушку (D⁺) представлена на рис. 7.9.

Фоторефрактивные свойства электрооптических кристаллов существенно зависят от наличия в них

различных легирующих примесей. К подобным активным примесям, в первую очередь, относятся ионы некоторых переходных элементов, склонные к перезарядке (*Fe, Cr, Cu, Rh* и т.д.). В номинально чистых кристаллах проявление ФРЭ может быть обусловлено присутствием неконтролируемых примесей, либо дефектами кристаллической решетки.

5.3.1. Механизмы пространственного перераспределения носителей электрического заряда

Как отмечено, пространственное перераспределение носителей электрического заряда может быть обусловлено процессами тепловой диффузии, дрейфа носителей во внешнем электрическом поле и фотовольтаическим эффектом [12]. Во многих случаях в суммарный эффект вносят вклад все или несколько из этих механизмов. В общем случае, плотность тока проводимости, обусловленного движением носителей заряда, определяется соотношением:

$$\bar{\delta}_{\Sigma} = \bar{\delta}_{drift} + \bar{\delta}_{dif} + \bar{\delta}_{phv} \quad (7.31),$$

где отдельные слагаемые соответствуют вкладам дрейфового ($\bar{\delta}_{drift}$), диффузионного ($\bar{\delta}_{dif}$) и фотовольтаического ($\bar{\delta}_{phv}$) механизмов.

а) Дрейфовый механизм.

В случае дрейфа носителей электрического заряда (электронов или дырок) под действием приложенного к кристаллу внешнего электрического поля \bar{E}_0 , свободные носители перемещаются из освещенных областей кристалла в неосвещенные, где захватываются глубокими ловушечными центрами. Плотность дрейфового тока определяется законом Ома:

$$\bar{\delta}_{drift} = \hat{\sigma} \cdot \bar{E} \quad (7.32),$$

$$\hat{\sigma} = e \cdot \hat{\mu} \cdot n_e \quad (7.33),$$

где $\hat{\sigma}$ - тензор проводимости; \bar{E} - локальное электрическое поле внутри кристалла, учитывающее вклад внешнего поля \bar{E}_0 и поля пространственного заряда \bar{E}_{SC} ; $\hat{\mu}$ - тензор подвижности носителей заряда; n_e - концентрация подвижных носителей. В общем случае подвижность носителей различна для направлений разных осей кристаллов, поэтому при непараллельности внешнего электрического поля и кристаллофизических осей возможно возникновение компонент дрейфового тока, ортогональных направлению поля \bar{E} .

Перераспределение носителей продолжается до тех пор, пока наведенное поле пространственного заряда \bar{E}_{SC} не скомпенсирует в

освещенных областях приложенное внешнее поле \bar{E}_0 . Предельное изменение показателя преломления при этом определяется величиной внешнего поля E_0 . Для большинства известных фоторефрактивных кристаллов величина внешнего поля может достигать $(2\div 3) \cdot 10^4$ В/см.

Для дрейфового механизма пространственного перераспределения носителей заряда характерно формирование несмещенных фоторефрактивных решеток. В этом случае отклик фоторефрактивной среды является локальным, т.е. пространственное распределение изменения показателя преломления повторяет картину пространственного распределения интенсивности светового поля.

б) Тепловая диффузия носителей заряда.

Распределение концентрации фотовозбужденных носителей в пространстве является неоднородным при неоднородности интенсивности возбуждающего светового поля. Вследствие эффекта тепловой диффузии возникает диффузионный ток, локальная величина которого пропорциональна градиенту концентрации носителей в данной точке пространства. Диффузия приводит к переносу зарядов из освещенных областей в неосвещенные. Носители заряда захватываются ловушками, что приводит к возникновению наведенного поля пространственного заряда E_{sc} . Стационарное состояние достигается, когда диффузионный ток компенсируется встречным током свободных носителей заряда, вызываемым наведенным полем E_{sc} .

Плотность диффузионного тока определяется соотношением:

$\delta_{dif} = eD \cdot \frac{dn}{dz}$, где D – величина коэффициента диффузии носителей заряда,

а e – заряд электрона. Диффузионный ток движения электронов в области их неоднородного распределения обусловлен тепловой энергией среды, его можно представить как результат движения электронов в некотором эффективном электрическом поле, величина которого определяется соотношением:

$$E_D(z) = \frac{k_B T}{e} \cdot \frac{1}{n(z)} \cdot \frac{dn(z)}{dz} \quad (7.34).$$

Здесь k_B – постоянная Больцмана, T – температура, $n(z)$ – локальная концентрация электронов, $dn(z)/dz$ – градиент концентрации электронов. Наведенное поле \bar{E}_{sc} и поле \bar{E}_D направлены навстречу друг другу. При выполнении условия $|\bar{E}_{sc}| = |\bar{E}_D|$ достигается стационарный режим.

в) Фотовольтаический эффект

Еще один механизм транспорта электрических зарядов обусловлен фотогальваническим (фотовольтаическим) эффектом. Суть данного эффекта заключается в том, что в некоторых кристаллах без центра

симметрии, при их однородном освещении, вдоль полярной оси кристалла возникает стационарный ток, плотность которого пропорциональна интенсивности света.

$$|\bar{\delta}_{phv}| = G \alpha I ,$$

где G – постоянная Гласса; α - оптическое поглощение, I – интенсивность света.

При неоднородном освещении плотность фотовольтаического тока зависит от пространственной координаты, а величина наведенного поля пространственного заряда определяется соотношением: $E_{sc} = \frac{|\bar{\delta}_{phv}|}{\sigma}$,

где σ - проводимость кристалла, в которую вносят вклад как темновая проводимость, так и фотопроводимость среды ($\sigma = \sigma_d + \sigma_{ph} \cdot I$); σ_{ph} – постоянная фотопроводимости среды. Считается, что механизм возникновения фотовольтаического тока связан с асимметрией элементарных процессов фотовозбуждения и рекомбинации носителей заряда. В таких материалах, как $LiNbO_3:Fe$, $LiNbO_3:Cu$ фотовольтаический эффект является доминирующим, а величина поля E_{sc} , обусловленного данным эффектом, может достигать значений до $\approx 10^5$ В/см.

5.3.2. Схема формирования элементарных фоторефрактивных решеток.

Рассмотрим кинетику записи и релаксации элементарных фоторефрактивных решеток в простейшем случае, когда учитывается только один механизм пространственного перераспределения носителей заряда.

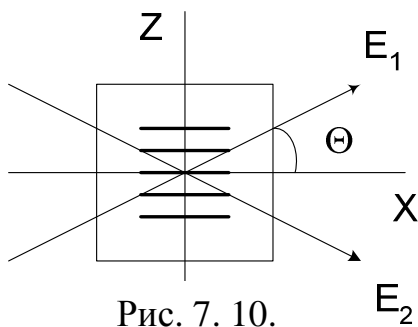


Рис. 7. 10.

Такая ситуация может быть реализована в материалах с выраженным фотовольтаическим эффектом при отсутствии приложенного внешнего электрического поля и при периодах интерференционной картины более 5 мкм. Пусть две плоские световые волны распространяются в фоторефрактивном кристалле под малыми углами θ к оси X (рис. 7. 10). При поляризации волн в плоскости XOZ и малых углах пересечения можно записать их поля в скалярном приближении в виде:

$$\dot{E}_1 = E_{01} \cdot \exp[i(\omega t - k \cdot \cos \theta \cdot x - k \cdot \sin \theta \cdot z)] \quad (7.40),$$

$$\dot{E}_2 = E_{02} \cdot \exp[i(\omega t - k \cdot \cos \theta \cdot x + k \cdot \sin \theta \cdot z)] \quad (7.41).$$

Пересекаясь, световые волны формируют интерференционную картину, поле которой находим в виде суммы:

$$\dot{E}_{\Sigma} = \dot{E}_1 + \dot{E}_2$$

Распределение интенсивности в данной картине:

$$\begin{aligned} I_{\Sigma} &= (\dot{E}_1 + \dot{E}_2) \cdot (\dot{E}_1^* + \dot{E}_2^*) = \dot{E}_1 \dot{E}_1^* + \dot{E}_2 \dot{E}_2^* + \dot{E}_1 \dot{E}_2^* + \dot{E}_1^* \dot{E}_2 = \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(2k \cdot \sin \theta \cdot z) \end{aligned}$$

или $I_{\Sigma} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos(K \cdot z)$, где $K = \frac{2\pi}{\Lambda} = 2k \cdot \sin \theta$,

а Λ - период решетки.

В области интерференционной картины, вследствие неоднородного распределения интенсивности света $I(z)$, возникает фотовольтаический ток с плотностью:

$$\delta_{ph} = G \cdot \alpha \cdot I(z) \quad (7.42).$$

Это приводит к пространственному перераспределению электрических зарядов и возникновению электрического поля E_{sc} . Наличие этого поля, в свою очередь, приводит к появлению тока проводимости с локальной плотностью $\delta_c = \sigma \cdot E_{sc}$ и тока смещения $\delta_s = \varepsilon \frac{\partial E_{sc}}{\partial t}$.

Вкладом механизма диффузии, как отмечалось, пренебрегаем, так как его следует учитывать при $\Lambda < 5 \div 2$ мкм. Это обусловлено обратно пропорциональной зависимостью величины диффузионного поля и пространственного периода световой интерференционной картины, что иллюстрируется соотношением (7.34).

При формировании фоторефрактивных решеток возможны два режима:

- а) короткозамкнутый кристалл;
- б) разомкнутый кристалл.

Рассмотрим второй случай, который ближе к реальности. Для разомкнутого кристалла ток проводимости в цепи отсутствует, т.е. выполняется условие: $\delta_{полн} = 0$, что приводит к дифференциальному

уравнению: $\sigma E_{sc} + \varepsilon \frac{\partial E_{sc}}{\partial t} + G\alpha I = 0$, или:

$$\frac{dE_{sc}}{dt} + \frac{\sigma}{\varepsilon} E_{sc} = -G\alpha \frac{I}{\varepsilon} \quad (7.43).$$

Общее решение однородного уравнения $\frac{dE_{sc}}{dt} + \frac{\sigma}{\varepsilon} E_{sc} = 0$ имеет вид:

$$E_{sc} = A \cdot \exp\left(-\frac{\sigma}{\varepsilon} t\right) + C \quad (7.44).$$

Для определения констант интегрирования A и C используем условия, определяющие величину поля E_{sc} в начальный момент времени $t=0$ после

«включения» светового поля, и значение E_{sc} в стационарном режиме. Первое из них – $E_{sc}(0)=0$ дает: $A + C = 0$, откуда получаем: $A = -C$. Итак, решение для E_{sc} теперь имеет вид:

$$E_{sc} = C \left[1 - \exp\left(\frac{\sigma}{\varepsilon} t\right) \right] \quad (7.45).$$

Стационарное значение E_{sc}^{st} достигается при условии $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. При этом:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} E_{sc}^{st} = -G\alpha \frac{I}{\varepsilon} \text{ или } E_{sc}^{st} = -\frac{G\alpha I}{\sigma}. \text{ Очевидно, что } E_{sc}^{st} = E(\infty) = C. \text{ Итак,}$$

окончательно получаем выражение для величины поля E_{sc} в виде:

$$E_{sc} = -\frac{G\alpha I}{\sigma} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (7.46),$$

где $\tau = \frac{\varepsilon}{\sigma}$ – время Максвелловской релаксации электрического заряда в

среде. Данное соотношение описывает временную эволюцию наведенного поля пространственного заряда E_{sc} в процессе записи фоторефрактивной решетки в среде с фотовольтаическим механизмом транспорта носителей заряда при сделанных предположениях. Как уже отмечено, удельная проводимость среды характеризуется двумя составляющими – темновой проводимостью σ_d и фотопроводимостью $\sigma_{ph} \cdot I$. Соответственно, можно видеть, что стационарное значение поля E_{sc} зависит от соотношения этих составляющих. При высокой темновой проводимости ($\sigma_d \gg \sigma_{ph} I$) из (7.46) получим:

$$E_{sc} = -\frac{G\alpha I}{\sigma_d} \quad (7.47).$$

При пренебрежимо малой величине темновой проводимости ($\sigma_d \ll \sigma_{ph} I$) имеем:

$$E_{sc} = -\frac{G\alpha}{\sigma_{ph}} \quad (7.48),$$

т.е. в этом случае стационарное значение поля пространственного заряда не зависит от величины интенсивности света.

5.3.3. Стирание (релаксация) решетки

Представляет интерес временная зависимость величины поля пространственного заряда фоторефрактивной решетки в процессе ее темновой релаксации, поскольку это определяет потенциально достижимое время хранения голографической информации в фоторефрактивных голографических средах. Очевидно, релаксация поля E_{sc} описывается тем же уравнением (7.43), но без правой части, т.е. при

$I=0$. Как отмечалось, общее решение данного однородного уравнения имеет вид:

$$E_{sc}(t) = A \cdot \exp\left[-\frac{\sigma}{\varepsilon} t\right] + C, \text{ где для определения постоянных } A \text{ и } C$$

используем условия:

$E(0) = E_0$; $E(\infty) = 0$, где E_0 – величина поля E_{sc} в момент «выключения» света. Из второго условия вытекает соотношение $C=0$, а первое дает: $A=E_0$. Таким образом, процесс темновой релаксации решетки определяется зависимостью:

$$E_{sc}(t) = E_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (7.49).$$

Как отмечалось, изменение показателя преломления среды под действием света при фоторефракции обусловлено линейным электрооптическим эффектом. Соответственно, временная зависимость амплитуды элементарной фоторефрактивной решетки $n(t, z)$ может быть представлена в форме:

$$\begin{aligned} n(t, z) &= n_0 - \frac{1}{2} n^3 r E_{sc} = n_0 - \frac{1}{2} n^3 r G \alpha \cdot \frac{I}{\sigma} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] = \\ &= n_0 - \Delta n_{sc} \left[I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(Kz) \right] \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] = \\ &= n_0 - \Delta n_{sc} (I_1 + I_2) \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] + \\ &+ \Delta n_{sc} \cdot 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(Kz) \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \end{aligned} \quad (7.50).$$

Из приведенного соотношения видно, что возмущенная часть показателя преломления среды состоит из двух составляющих: постоянной, не зависящей от координаты z , и переменной, с гармонической зависимостью от этой координаты.

5.3.4. Некоторые характеристики ФРЭ и фоторефрактивных материалов

Важными характеристиками фоторефрактивных кристаллов являются фоторефрактивная чувствительность, дифракционная эффективность и время записи – релаксации ФР решеток, определяющее, в конечном итоге, время хранения голографической информации.

Понятие **чувствительности** характеризует величину световой энергии, необходимой для записи информации в фоторефрактивном кристалле. Она определяется следующим образом:

$$S_h = \sqrt{\eta} / W_l m \quad (7.51),$$

где W_l – полная энергия светового поля, необходимая для записи одиночной решетки на площади в 1 см^2 ; m – видность (контраст) интерференционной картины. Голографическая чувствительность измеряется в $\text{см}^2/\text{Дж}$.

Дифракционная эффективность фоторефрактивных решеток определяется формулой Когельника:

$$\eta = \sin^2\left(\frac{\pi L \Delta n}{\lambda \cos \theta}\right) \quad (7.52),$$

где L – толщина решетки; Δn – максимальное изменение показателя преломления.

Время записи – стирания ФР решеток является также очень важной характеристикой, поскольку оно определяет возможности материалов для их использования в качестве среды для долговременного хранения голографической информации или для нужд динамической голографии, где требуется как можно более быстрый отклик на изменения светового поля.

Примеры решения задач

Задача 1.

Найдите критическую толщину волноводного слоя для направляемой TE_3 моды тонкопленочного асимметричного волновода, если он представляет собой пленку стекла с показателем преломления $n_1=1,6$, нанесенную на подложку из стекла с показателем преломления $n_1=1,5$. Длина волны света $\lambda=1,5 \text{ мкм}$.

Решение:

Используя соотношение (4.3), найдем:

$$h_{kp} = \frac{3\pi + \text{arctg} \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2 - n_1^2}}}{k_0 \sqrt{n_0^2 - n_1^2}} = \frac{3\pi + \text{arctg} \sqrt{\frac{1,5^2 - 1}{1,6^2 - 1,5^2}}}{2\pi \sqrt{1,6^2 - 1,5^2}} \lambda = \frac{3,352\pi}{2\pi \cdot 0,557} \lambda = 3\lambda .$$

Таким образом, критическая толщина волноводного слоя для TE_3 моды равна $4,5 \text{ мкм}$.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 5.1.

Линейно поляризованная световая волна распространяется в направлении оси X кристалла ниобата лития. Найти величину изменения показателя преломления, если к электродам, нанесенным на грани кристалла, перпендикулярные оси Z (толщина кристалла в этом направлении – 1 см), приложено электрическое напряжение в 1 кВ. Плоскость поляризации света совпадает с плоскостью XOY , длина волны света $\lambda=633$ нм.

Справка: Величина обыкновенного и необыкновенного показателей преломления на данной длине волны составляет 2,286 и 2,2.

Задача 5.2.

Линейно поляризованная световая волна распространяется в направлении оси Z кристалла ниобата лития. Найти величину изменения показателя преломления, если к электродам, нанесенным на грани кристалла, перпендикулярные оси Y (толщина кристалла в этом направлении – 0,5 см), приложено электрическое напряжение в 1 кВ. Плоскость поляризации света совпадает с плоскостью YOZ , длина волны $\lambda=633$ нм. Величина обыкновенного и необыкновенного показателей преломления на данной длине волны составляет 2,286 и 2,2.

Задача 5.3.

Линейно поляризованная световая волна распространяется в направлении оси X кристалла стронций – бариевого ниобата. Найти величину изменения показателя преломления, если к электродам, нанесенным на грани кристалла, перпендикулярные оси Z (толщина кристалла в этом направлении – 0,5 см), приложено электрическое напряжение в 1 кВ. Плоскость поляризации света совпадает с плоскостью XOZ , длина волны $\lambda=633$ нм. Величина необыкновенного показателя преломления на данной длине волны составляет 2,3; электрооптические коэффициенты $r_{13}=46$ пм/В; $r_{33}=340$ пм/В.

Задача 5.4.

Записать выражения для приращения компонент тензора относительной диэлектрической непроницаемости $\Delta\epsilon_{ij}$ ниобата лития, обусловленных линейным электрооптическим эффектом, если электрическое поле E приложено вдоль оси X ($E = E_1$).

Задача 5.5.

Записать выражения для приращения компонент тензора относительной диэлектрической непроницаемости ΔB_{ij} ниобата лития, обусловленных линейным электрооптическим эффектом, если электрическое поле E приложено вдоль оси Y ($E = E_2$).

Задача 5.6.

Записать выражения для приращения компонент тензора относительной диэлектрической непроницаемости ΔB_{ij} ниобата лития, обусловленных линейным электрооптическим эффектом, если электрическое поле E приложено вдоль оси Z ($E = E_3$).

Задача 5.7.

Вам необходим модулятор фазы линейно поляризованной световой волны ($\lambda = 0,63$ мкм). Найдите размеры электродов модулятора для обеспечения фазового сдвига в 90° , если электрическое напряжение Вашего источника - 2 кВ и имеется кристалл LiNbO_3 , из которого может быть изготовлен модулятор. Диаметр модулируемого светового пучка - 3 мм. Величину r_{33} считать равной $30 \cdot 10^{-10}$ см/В, $n_e = 2,2$.

Задача 5.8.

Вам необходим модулятор фазы линейно поляризованной световой волны ($\lambda = 0,488$ мкм). Найдите требуемое электрическое напряжение для обеспечения фазового сдвига в 180° , если размер имеющегося у Вас кристалла LiNbO_3 вдоль оси Z - 8 мм, а диаметр модулируемого светового пучка - 1 мм. Величину r_{33} считать равной $30 \cdot 10^{-10}$ см/В, $n_e = 2,2$.

Задача 5.9.

Какому режиму дифракции (Рамана – Ната или Брэгга?) соответствует случай дифракции света с длиной волны $\lambda = 633$ нм на акустическом пучке шириной $L = 5$ мм при частоте продольных акустических волн 30 МГц в плавленом кварце ($n = 1,46$)? Скорость продольной волны в кварце $v = 5,95 \cdot 10^3$ м/с.

Задача 5.10.

Какому режиму дифракции (Рамана – Ната или Брэгга?) соответствует случай дифракции света с длиной волны $\lambda=633$ нм на акустическом пучке шириной $L=5$ мм при частоте продольных акустических волн 360 МГц в ниобате лития ($n=2,2$)? Скорость продольной волны в ниобате лития $v=6,42 \cdot 10^3$ м/с.

Задача 5.11.

Какому режиму дифракции (Рамана – Ната или Брэгга?) соответствует случай дифракции света с длиной волны $\lambda=633$ нм на акустическом пучке шириной $L=1$ мм при частоте поперечных акустических волн 900 МГц в ниобате лития ($n=2,2$)? Скорость поперечной волны в ниобате лития $v=3,7 \cdot 10^3$ м/с.

Задача 5.12.

Возможен ли режим дифракции Рамана – Ната при длине волны света $\lambda=800$ нм на акустическом пучке шириной $L=1$ мм при частоте поперечных акустических волн 900 МГц в ниобате лития ($n=2,2$)? Скорость поперечной волны в ниобате лития $v=3,7 \cdot 10^3$ м/с.

Задача 5.13.

Возможен ли режим дифракции Брэгга при длине волны света $\lambda=800$ нм на акустическом пучке шириной $L=1$ мм при частоте продольных акустических волн 1000 МГц в ниобате лития ($n=2,2$)? Скорость продольной волны в ниобате лития $v=6,42 \cdot 10^3$ м/с.

Задача 5.14.

Возможен ли режим дифракции Брэгга при длине волны света $\lambda=633$ нм на акустическом пучке шириной $L=2$ мм при частоте продольных акустических волн 30 МГц в плавленом кварце ($n=1,46$)? Скорость продольной волны в плавленом кварце $v=5,99 \cdot 10^3$ м/с.

Задача 5.15.

Дифракционная эффективность фоторефрактивной решетки составляет 1%. Оценить величину поля пространственного заряда E_{sc} , если решетка сформирована в пластине ниобата лития толщиной 1 мм, вектор решетки

параллелен оси Z , считывание осуществляется излучением He-Ne лазера с необыкновенной поляризацией, а период решетки равен 3 мкм.

Задача 5.16.

Дифракционная эффективность фоторефрактивной решетки составляет 10%. Оценить величину поля пространственного заряда E_{sc} , если решетка сформирована в пластине ниобата лития толщиной 1 мм, вектор решетки параллелен оси Z , считывание осуществляется излучением He-Ne лазера с обыкновенной поляризацией, а период решетки равен 5 мкм.

Задача 5.17.

Дифракционная эффективность фоторефрактивной решетки составляет 25%. Оценить толщину решетки, если напряженность поля пространственного заряда $E_{sc}=10$ кВ/см, решетка сформирована в пластине ниобате лития, вектор решетки параллелен оси Z , считывание осуществляется излучением He-Ne лазера с обыкновенной поляризацией, а период решетки равен 5 мкм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.М.Шандаров. Волоконно-оптические устройства технологического назначения: учеб. пособие. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007.. – 190с. ISBN 978-5-86889-377-3.
2. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. - 720 с.
3. Ярив А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – М.: Мир, 1987.– 616 с.
4. Н.И. Калитеевский. Волновая оптика. - СПб.: Лань, 2006. - 465 с. **(30)**
5. .М. Шандаров, В.М. Шандаров, А.Е. Мандель, Н.И. Буримов. Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах. – Томск: Томск. гос. Ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 230 с. **(30)**

Учебное издание

Шандаров Владимир Михайлович

**ОСНОВЫ ФИЗИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ
ОПТИКИ**

Сборник задач для студентов очной и заочной форм обучения:
Учебно-методическое пособие.

Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л.-----.
Тираж 30 экз. Заказ-----.

Отпечатано в Томском государственном университете
систем управления и радиоэлектроники.
634050, Томск, пр. Ленина, 40. Тел. (3822) 701518.