Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

ПРИБОРЫ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ И ФОТОНИКИ

Методические указания к практическим занятиям
для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика»

2012

Мягков Александр Сергеевич.

Приборы квантовой электроники и фотоники: методические указания к практическим занятиям для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика» / А.С. Мягков; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск: ТУСУР, 2012. - 55 с.

Целью практических занятий дисциплины «Приборы квантовой электроники и фотоники» является систематизация, расширение и закрепление теоретических знаний студентов и их применение при решении конкретных задач; развитие инженерных навыков разработки и конструирования технологической оснастки и узлов технологического оборудования, обучение студентов различным методам исследований и анализу полученных результатов, а также развитие навыков самостоятельной творческой работы, что способствует успешному решению конкретных производственных задач и развитию творческой инициативы.

Пособие предназначено для студентов очной и заочной форм, обучающихся по направлению «Фотоника и оптоинформатика» по дисциплине «Приборы квантовой электроники и фотоники»

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ
Зав.кафедрой ЭП
_____________С.М. Шандаров
«___» _____________ 2012 г.

ПРИБОРЫ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ И ФОТОНИКИ

Методические указания к практическим занятиям
для студентов направления «Фотоника и оптоинформатика»

Разработчик
д-р техн. наук, проф. каф.ЭП
________А.С. Мягков
«____»______________2012 г

2012

Содержание

Введение

Целью практических занятий дисциплины «Приборы квантовой электроники и фотоники» является систематизация, расширение и закрепление теоретических знаний студентов и их применение при решении конкретных задач; развитие инженерных навыков разработки и конструирования технологической оснастки и узлов технологического оборудования, обучение студентов различным методам исследований и анализу полученных результатов, а также развитие навыков самостоятельной творческой работы, что способствует успешному решению конкретных производственных задач и развитию творческой инициативы.

1 Статистическое моделирование квантовых переходов

1.1 Основные понятия

В квантовых приборах усиление образуется за счет индуцированного (вынужденного) излучения при квантовом переходе частиц с верхнего уровня на нижний. По статистике при этом существует три вида переходов между уровнями: спонтанные, индуцированные и тепловые. Число переходов пропорционально населенности этого уровня Ni и интервалу времени dt:

$$dn = A_{ik} \cdot N_i dt\,, \tag{1.1}$$

где A_{ik} – вероятность спонтанного перехода в 1 с.

Время, через которое населенность N_i уменьшается в e=2,718 раз по сравнению с начальной величиной, определяется по следующей формуле:

$$\tau_x = 1/A_{ik} \tag{1.2}$$

т.е. τ характеризует время жизни частицы в возбужденном состоянии и называется временем жизни уровня энергии по спонтанным переходам.

Вероятности вынужденных переходов определяются соотношениями:

$$W_{21} = B_{21}\rho_v; \quad W_{12} = B_{12}\rho_v; \quad W_{21} = W_{12}\,, \tag{1.3}$$

где B_{21} и B_{12} – коэффициенты Эйнштейна для вынужденных вероятностных переходов с излучением и поглощением энергии; p_v – единичная объемная плотность энергии внешнего поля, равная 1 Дж/см^2·с)

$$\rho_v = \frac{\varepsilon \cdot E^2}{2}\,. \tag{1.4}$$

Между вынужденными и спонтанными переходами существует связь

$$A_{21} = \frac{8\pi h \nu_{21}^3}{c^3} B. \quad (1.5)$$

В вероятностном перераспределении частиц по энергетическим уровням участвуют безызлучательные переходы, являющиеся также вероятным процессом. Причем вероятность переходов сверху вниз Γ_{21} больше вероятности снизу вверх Γ_{12}:

(1.6)

Спонтанные переходы определяют ширину естественной спектральной линии, так как:

$$\Delta E \geq \frac{h}{\tau_2} \quad (1.7)$$

Форма контура спектральной линии определяется из следующего выражения:

$$g(\nu) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{2(\nu - \nu_0)}{\Delta \nu}\right]^2}}, \quad (1.8)$$

где ν_0 - центральная частота;

$\Delta\nu$ - ширина контура спектральной линии;

ν – текущая частота.

При точных расчетах параметров квантовых систем используют спектральные коэффициенты Эйнштейна. С введением коэффициентов a_{ki}, b_{ki}, b_{ik} следует уточнить также понятие населенности. Под населенностью N_i любого уровня следует понимать наиболее вероятное число частиц в единице объема, энергия которых попадает в пределы размытости этого уровня по энергии. Таким образом, числа спонтанных и вынужденных переходов в единичном частотном интервале вблизи частоты ν в единицу времени можно записать с использованием дифференциальных коэффициентов Эйнштейна:

$$n_{ki} = a_{ki}(\nu) N_k, \; n_{ki} = b_{ki}(\nu) \rho_\nu N_k \text{ и } n_{ki} = b_{ik}(\nu) \rho_\nu N_i. \quad (1.9)$$

Спектральные коэффициенты должны учитываться при получении закона изменения мощности сигнала в процессе прохождения через вещество

, (1.10)

где P(o, ν_0) – мощность на входе в активное вещество;

$\chi(\nu_0)$ – коэффициент, соответствующий центральной частоте, определяемый по формуле:

$$\chi(\nu_0) = \frac{h\nu_0}{\Delta\nu \cdot v_{гр}}\left(B_{12} \cdot N_1 - B_{21} \cdot N_2\right), \quad (1.11)$$

где $v_{гр}$ – групповая скорость волны.

Если $N_1 > N_2$, то $x(\upsilon_0)$ является коэффициентом ослабления, в обратном случае $x(\upsilon_0)$ – коэффициент усиления. При получении инвертированного состояния $n_2 > n_1$ вводится и понятие «***отрицательной температуры***», определяемое соотношением:

$$T = -\frac{E_2 - E_1}{k \ln \frac{n_2}{n_1}} \quad (1.12)$$

Поглощаемая мощность в активном веществе пропорциональна напряженности поля E

$$w\tau_1 = \frac{\varepsilon E^2 \cdot \tau_1}{2}.$$

В случае слабых полей, когда $w\tau_1 << 1$ (τ_1 – время продольной релаксации), поглощаемая мощность равна

(1.13)

Здесь - населенности уровней в состоянии термодинамического равновесия. В случае сильных полей, когда $w\,\tau_1 >> 1$,

(1.14)

1.2 Примеры решения задач по теме

Задача 1 Населенность верхнего (n_j) и нижнего уровней (n_i) равна соответственно $1 \cdot 10^{10}$ и $0{,}5 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$. Кратность вырождения верхнего уровня 2, нижний уровень не вырожден. Возможно ли в рассматриваемой системе усиление? Поглощение?

Решение. Отношение чисел частиц на уровнях i и j с учетом вырождения:

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{\overline{g}_i}{\overline{g}_j}\exp\left(-\frac{E_i - E_j}{kT}\right)$$

Для температурной зависимости можно записать:

$$T = \frac{E_i - E_j}{k\ln\left(\frac{n_j}{\tilde{g}_j} / \frac{n_i}{\tilde{g}_i}\right)} \qquad (1.15)$$

Условие усиления $n_i\tilde{g}_j > n_j\tilde{g}_i$ не выполняется, так как

$$\frac{1\cdot 10^{10}}{2} = 0{,}5\cdot 10^{10},$$

Ответ: В системе нет ни усиления, ни поглощения.

Задача 2 Определить оптимальный коэффициент отражения зеркал $r_{отр}$ (зеркала одинаковые) резонатора лазера, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усилия на проход G_0, коэффициент потерь на проход **α**. Длина резонатора L. Дифракционными потерями можно пренебречь. Для численных оценок считать: L =10см, $\chi^0_{апор}$ = 0,01 см$^{-1}$, $\alpha_а$=0,063 см$^{-1}$, $\vartheta_{гр}$=2,8·10^8 м/с. Активная среда заполняет весь резонатор.

Решение. Условие стационарных колебаний:

$$\chi_a = \alpha_a + \frac{1}{L}\ln\sqrt{\frac{1}{R_1R_2}},$$

где $\chi_а$ – показатель усиления среды, $\alpha_а$ – потери в активной среде, $\frac{1}{L}\ln\sqrt{\frac{1}{R_1R_2}}$ – потери на зеркале ($\alpha_з$), тогда:

$$\chi_{а\ опт} = \frac{1}{L}\ln\sqrt{\frac{1}{R_1R_2}} + \alpha_а = \chi^0_{а\ пор}. \qquad (1.16)$$

Как следует из (1.16), можно построить зависимость $P_{изл} = f(R_1 R_2)$

$$P_{изл} = \left(\frac{\vartheta_{гр}LS}{\delta_{12}}\right)\left(\chi^0_а - \alpha\right)\left(\alpha_з/\alpha\right). \qquad (1.17)$$

В этом случае не известны размеры активной среды (L\`, S - соответственно длина активного элемента и поперечное сечение активной среды), поэтому нужно воспользоваться формулой для удельной мощности излучения $P_{изл.уд} = f(R_1 R_2)$

$$P_{изл.уд.макс} = \frac{\vartheta_{гр}\chi_а^0}{\delta_{12}}\left(1-\sqrt{\frac{\alpha_з}{\chi_а^0}}\right)^2, \tag{1.18}$$

где $\vartheta_{гр}$- групповая скорость, δ_{12}-параметр нелинейности ($\delta_{12}\approx 1$),

χ_a^0 - начальный показатель усиления (χ_a^0=0,01 см$^{-1}$).

Ответ: Для получения максимального излучения необходимо использовать зеркала с коэффициентом отражения равным 0,8 (r=0,8).

Задача 3 Оценить, насколько частота типа колебаний TEM_{01} отличается от частоты основного типа колебаний TEM_{00} для пустого резонатора. Резонатор образован плоским и сферическим (радиус кривизны R = 100 см) зеркалами. Длина резонатора L=50 см.

Решение. Собственные частоты пустого резонатора

(1.19)

где $\upsilon_0 = c/2L$; $g_{1,2}=1-L/R_{1,2}$; q, m, n – целые числа;

R_1 ,R_2 – радиусы кривизны зеркал; L – длина резонатора.

Следовательно,

Одно из зеркал резонатора плоское, т.е. его R = ∞ и $g = 1 - \frac{L}{R} = 1$, для другого зеркала g = 0,5. Для типа колебаний m = 0, n = I имеем:

Ответ: отличие на 74,5 МГц

Задача 4 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний TEM_{00} (основной тип) и TEM_{01}для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора L = 100 см, длина волны излучения λ = 0,63 мкм, апертурный размер зеркал a = 0,5 см. Как изменятся потери, если длина резонатора будет равна L = 10 см

Решение. Оценим число Френеля:

Для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы при N $\geq$10 дифракционные потери за один проход определяются формулой:

(1.20)

где ;

-й корень функции Бесселя порядка n.

Для условия задачи $N^{-3/2} \approx 0{,}0004$, $\lambda^1_0 \approx 2{,}40$, $\lambda^1_1 \approx 3{,}83$. Таким образом, $\alpha_{00} = 1{,}2 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_{01} = 3{,}1 \cdot 10^{-3}$.

Ответ: Потери на проход для типа колебаний TEM_{01} примерно в 2,5 раза выше, чем для основного типа колебаний. При L=10 см прохождение основного типа колебаний увеличится.

Задача 5 Резонатор оптического квантового генератора образован зеркалами с коэффициентами отражения $R_1=R_2=0{,}5$, расположенными на длине L друг от друга. Активная среда занимает все пространство между зеркалами.

Как нужно изменить коэффициент квантового усиления активной среды для выполнения условия самовозбуждения генератора, если в резонатор вносится поглотитель, поглощающий 50% падающего на него излучения? (В расчёте не учитывать дифракционные потери на зеркалах и потери излучения в материале активной среды и зеркал.

Решение. Пусть от зеркала 1 к зеркалу 2 начинает распространяться волна с интенсивностью I_0. Если поглотитель расположен на расстоянии L_1 от первого зеркала, то до поглотителя дойдет волна интенсивностью $I_0 e^{\alpha L_1}$, где α - коэффициент квантового усиления активной среды.

Пусть α_1 определяет долю поглощаемой поглотителем интенсивности и тогда после поглотителя интенсивность волны равна:

$$I_0(1-\alpha_1)e^{\alpha L_1}.$$

Далее волна опять усиливается в среде и на зеркало 2 приходит с интенсивностью

$$I_0(1-\alpha_1)e^{\alpha L_1}e^{\alpha L_2} = I_0(1-\alpha_1)e^{\alpha L}.$$

После отражения от зеркала 2 в направлении зеркала 1 будет распространяться волна с интенсивностью

$$RI_0(1-\alpha_1)e^{\alpha L}.$$

На обратном пути к зеркалу 1 она испытывает усиление в активной среде и поглощение в поглотителе, после отражения от зеркала 1 интенсивность волны составит

$$R^2 I_0(1-\alpha_1)^2 e^{2\alpha L}.$$

Условие существования в резонаторе самоподдерживающейся волны получается, если приравнять интенсивность исходной волны и волны, совершившей обход резонатора.

$$I_0 = R^2 I_0 (1-\alpha_1)^2 e^{2\alpha L},$$
$$R^2 (1-\alpha_1)^2 e^{2\alpha L} = 1,$$

откуда условие для порогового коэффициента усиления имеет вид:

$$\alpha L = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{R^2 (1-\alpha_1)^2} = \ln \frac{1}{R(1-\alpha_1)}.$$

При отсутствии поглотителя $\alpha_1 = 0$

$$\alpha_0 L = \ln \frac{1}{R}.$$

Очевидно, что отношение пороговых коэффициентов усиления для среды без поглотителя и с поглотителем будет:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\ln \frac{1}{R(1-\alpha_1)}}{\ln \frac{1}{R}}.$$

При R=0,5 и при α_1=50%

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = 2.$$

Таким образом, пороговый коэффициент усиления среды с поглотителем вдвое выше.

Ответ: пороговый коэффициент усиления среды с поглотителем вдвое выше.

Задача 6 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний TEM_{00} (основной тип) и TEM_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора L = 100 см, длина волны излучения λ = 0,63 мкм, апертурный размер зеркал a = 0,5 см.

Решение. Оценим число Френеля:

. (1.21)

Для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы при N $\geq$10 дифракционные потери за один проход определяются формулой:

(1.22)

где -й корень функции Бесселя порядка n.

Для условия задачи $N^{-3/2} \approx 0{,}0004$, $\lambda^1{}_0 \approx 2{,}40$, $\lambda^1{}_1 \approx 3{,}83$. Таким образом, $\alpha_{00} = 1{,}2\cdot10^{-3}$, $\alpha_{01} = 3{,}1\cdot10^{-3}$. Потери на проход для типа колебаний TEM_{01} примерно в 2,5 раза выше, чем для основного типа колебаний.

Задача 7 Рассчитать добротность Q_R и время жизни фотона t_p в резонаторе Фабри-Перо с плоскими зеркалами. Расстояние между зеркалами L=1м. В резонаторе возбуждается основной тип колебаний TEM_{00}, образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами (λ=0,6 мкм). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощаемая (коэффициент поглощения α =0,001 см$^{-1}$). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеивания в среде и т.д. Коэффициент отражения каждого из зеркал $r_{отр}$=95%. Диаметр зеркал много больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

Решение. Добротность резонатора, определяемая потерями в активном элементе и потерями на зеркалах, записывается:

$$Q_R = \frac{2\pi \nu L}{c[\alpha L + (1 - r_{отр})]} \tag{1.23}$$

время жизни фотона $\tau_p = Q_R/\nu$, $\nu = c/\lambda = 5\cdot10^{14}$.

Подставляя заданные значения параметров из условия задачи, находим:

$$Q_R \approx 7\cdot10^7, \quad \tau_p \approx 1{,}4\cdot10^{-7}\ \text{с}.$$

Задача 8 Определить добротность резонатора для инфракрасной области диапазона при длине волны $\lambda = 1 мкм$. Резонатор образован отражающими пластинами на расстоянии L=10см с коэффициентом отражения пластин r=95%.

Решение. Для решения будем использовать формулу:

$$Q = \frac{2\pi L n_c \nu}{c(1-r)},$$

где $c = 3\cdot10^8 \frac{м}{с}$, n_c - показатель преломления среды, заполняющей резонатор (в нашем случае n_c=1).

Тогда, подставляя численные значения, получим:

$$Q = \frac{2\pi\cdot10\cdot10^{-2}}{1\cdot10^{-6}(1-0.95)} \approx 1{,}2\cdot10^7,$$

где
$$\frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}.$$

Задача 9 Рассчитать доплеровскую ширину линии для гелий-неонового лазера с плоско-параллельным резонатором Фабри-Перо длинной L=1 м и потерями 2% на переходе 1,15 мкм неона.

Решение. Произведем оценку $\Delta\nu_Д$ с учетом условий задачи:

$$\Delta\nu_D = 2\nu_0\sqrt{\frac{2\kappa T^0 \ln 2}{Mc^2}},$$

$\kappa = 1{,}38\cdot10^{-23}\ \frac{Дж}{К}$ - постоянная Больцмана; $T = 300^0\,K$, $M = 2\cdot10^{-24}\,г$,

$c = 3\cdot10^8\ \frac{м}{с}$, $\nu_0 = 1.15\cdot10^{-6}\,м$.

Подставляя числовые значения, получим: $\Delta\nu_D = 800МГц$.

2 Моделирование процессов в оптическом резонаторе

2.1 Основные понятия

Положительная обратная связь в лазерах осуществляется с помощью оптического резонатора - системы обращенных друг к другу отражающих поверхностей. R_1 и R_2 – коэффициенты отражения зеркал, расположенных на расстоянии L друг от друга. Условием образования стоячих волн является

$$L = q\cdot\lambda_q / 2 \quad (q=1,2,3),$$

где q - целое число (продольный тип колебаний),

λ_q - длина волны при выбранном значении L.

Каждому q соответствует своя частота колебаний υ_q, определяемая из соотношения:

$$\upsilon_q = c/\lambda_q = q\ c/2L.$$

Интервал между частотами соседних продольных волн составляет

$$\Delta\upsilon_q = c/2L\ . \qquad (2.1)$$

В резонаторе с активной средой происходит не только усиление мощности, но и потери ее. Можно перечислить разные виды потерь: потери на поглощение в зеркалах, потери рассеяния на неоднородностях, потери за счет непараллельности зеркал, дифракционные потери $\alpha_д$. Дифракционные потери различны для квадратных, круглых зеркал, для плоских и сферических, и зависят они от числа Френеля.

$$N = D^2/(L\ \lambda), \qquad (2.2)$$

где D - размер зеркала.

Таким образом, с учетом всех перечисленных потерь, суммарные потери за один цикл приведут к относительному ослаблению мощности в β раз.

$$\beta = R_1 \cdot R_2 \cdot (1 - \alpha_{\partial}) \exp\left(\alpha_{рас} \cdot 2 \cdot L\right). \qquad (2.3)$$

2.2 Задачи для проработки темы

Задача 2.1 Спектральная ширина линии излучения He-Ne лазера составляет 600 МГц, центральная частота излучательного перехода ν_0=8,8·10^{14} Гц. Определить, какое число продольных типов колебаний может возбудиться в лазере, если длина резонатора L=80 см? Определить, при какой длине будет возбуждаться один продольный тип колебаний?

Задача 2.2 Чему равна ширина дифракционного максимума на уровне половинной интенсивности для основной моды резонатора с плоскими зеркалами, диаметром 10 мм? Ответ: 2θ = 25·10^{-21}.

Задача 2.3. Два сферических зеркала с радиусом кривизны R_1 и R_2 расположены на расстоянии l одно от другого. Найти минимальный размер пятна светового пучка в резонаторе, его положения и размеры пятен на зеркалах, если длина волны излучения λ. Апертурный размер зеркал достаточно велик, так что дифракционными потерями можно пренебречь. Для числовых оценок взять R_1 = 84см, R_2 = 59 см, l = 134 см, λ = 1,06 мкм.

Задача 2.4 Вывести выражение, определяющее минимальный коэффициент отражения выходного зеркала, ниже которого генерация возбуждаться не будет.

Задача 2.5 Определить оптимальный коэффициент отражения зеркал $r_{отр}$ (зеркала одинаковые) резонатора лазера, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усиления на проход G_0, коэффициент потерь на проход **α**. Длина резонатора L. Дифракционными потерями можно пренебречь. Для численных оценок считать: L =40см, $N_{2пор}=\frac{1}{2}N$ = 0,01 см$^{-1}$, α_a=0,063 см $^{-1}$, $\nu_{гр}$=2,8·10^{8} м/с. Активная среда заполняет весь резонатор.

Задача 2.6 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний TEM_{00} (основной тип) и TEM_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора L = 60 см, длина волны излучения λ = 1,15 мкм, апертурный размер зеркал a = 0,5 см.

Задача 2.7 Открытый оптический резонатор образован плоскими зеркалами квадратной формы с размером D (10 мм). Расстояние между зеркалами L(1м), а их непараллельность составляет угол δ (1мин). Резонатор заполнен диэлектриком с показателем преломления n =2,3; коэффициенты отражения зеркал R_1=1, R_2=R (0,5).

Определить:

1) резонансные частоты продольных типов колебаний (мод);
2) расстояние между соседними продольными модами;
3) добротность резонатора с учётом связи с нагрузкой непараллельности зеркал, дифракционных потерь на длине волны λ (1,06 мкм). Нарисовать структуру поля в плоскости выходного зеркала для T_{10} поперечного типа колебаний.

Задача 2.8 Оценить угол расхождения пучка основного типа колебаний в конфокальном резонаторе. Для оценок принять λ=1 мкм, расстояние между зеркалами L = 2м. Апертурный размер зеркал велик, а дифракционные эффекты пренебрежимо малы.

Задача 2.9 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний TEM_{00} (основной тип) и TEM_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора L = 100 см, длина волны излучения λ = 0,63 мкм, апертурный размер зеркал a = 0,5 см.

Задача 2.10 Имеется резонатор объемом V=1 см^3 . Найдите, сколько мод резонатора находится в полосе Δλ= 0,01 мкм с центральной длинной волны λ=600 нм.

3 Статистическое моделирование добротности оптических систем и характеристик излучения

3.1 Основные понятия

Основным параметром резонаторов является добротность, которую можно задать следующей формулой, учитывающей дифракционные потери:

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\lambda \cdot \left(1 - r + \dfrac{\lambda \cdot L}{D^2}\right)}, \tag{3.1}$$

где r=R_1 R_2.

Полная добротность с учетом непараллельности зеркал:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\lambda(1-r)}{2 \cdot \pi \cdot L} + \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot L_0} + \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{\gamma}{2 \cdot L \cdot D}}, \tag{3.2}$$

где γ - угол перекоса зеркал.

Первое слагаемое определяет добротность Q_R за счет отражения от зеркал, она также определяет добротность спектральной линии:

$$Q_R=\upsilon/\Delta\upsilon=2\pi\upsilon\tau.$$

Здесь $\tau = L\cdot n/c(1-r)$ - характеристическое время затухания в среде с показателем преломления n; c - скорость света.

Второе слагаемое учитывает потери на внутренних дефектах кристалла. L_0 – эффективная длина пути. Величину L_0 непосредственно вычислить затруднительно, но можно считать, что $\lambda \ll L_0$. Третье слагаемое образуется за счет непараллельности зеркал.

Учет потерь через боковые стенки резонатора можно провести по формуле:

$$\frac{1}{Q}=\frac{\lambda^2}{4\cdot\pi\cdot D^2} \tag{3.3}$$

Условием самовозбуждения является выполнение в генераторе баланса фаз:

(3.4)

и баланса мощностей, определяющего мощность стационарных колебаний. Самовозбуждение возможно при выполнении условия

(3.5)

где x_a – коэффициент усиления активного вещества, α_a – потери в активном веществе.

Условие стационарного режима генерации запишем в виде:

(3.6)

где α – коэффициент полных потерь.

С учетом всех потерь и усиления мощность излучения будет определяться формулой:

$$P_{изл}=\left(\frac{\vartheta_{гр}LS}{\delta_{12}}\right)\left(\chi_a^0-\alpha\right)\left(\alpha_з/\alpha\right), \tag{3.7}$$

где $\vartheta_{гр}$ – групповая скорость, S – площадь поперечного сечения активного элемента, δ_{12} – параметр нелинейности.

Для трехуровневой среды в стационарном режиме требуется минимальная (пороговая) мощность накачки, определяющая начало генерации. Ее можно определить из следующего выражения:

$$P_{пор}=\frac{1}{2}h\nu_{31}\cdot l\cdot S\left[\frac{N_0}{\tau\cdot t}\right], \tag{3.8}$$

где ν_{31} – частота излучения накачки, Гц; l - длина активного элемента, м;
S – площадь поперечного сечения активного элемента, м^2;
N_0 – общее число активных частиц в единице объема вещества 1/см^3;
τ - квантовый выход люминесценции линии на частоте w_{21};
t – время жизни на метастабильном уровне.

Характеристики излучения ОКГ

Длина когерентности может быть определена из выражения

$$\delta << \lambda^2{}_0 / \Delta\lambda; \qquad \delta < L = ct \tag{3.9}$$

где $\Delta\lambda$- ширина спектральной полосы.

Пространственная когерентность может определяться с помощью интерферометра Юнга, причем модуль $|\gamma_{12}|$ равен:

(3.10)

где J_1 и J_2 – интенсивность световых полей выделенных интерферирующих пучков; γ $_{эксп}$ – измеряемый в интерферометре контраст интерференционных полос. В случае генерации одной моды на частоте ν_0, ширина лазерного излучения может быть оценена по формуле:

$$\delta\nu_T \cong \frac{8\pi h\nu_0}{P}\Delta\nu_p^2 \tag{3.11}$$

где P – мощность излучения; ν_0 – резонансная частота ($\nu_0 = Q\cdot\Delta\nu_P$).

Степень монохроматичности можно определить по огибающей спектра, состоящей из нескольких мод:

$$\mu = \delta\nu_{oc} / \nu_0 \approx 10^{-7} \quad . \tag{3.12}$$

Временная когерентность и монохроматичность связаны между собой. Чем выше степень временной когерентности, т.е. чем больше время когерентности, тем меньше частотный спектр $\Delta\nu$, занимаемый излучением, и лучше монохроматичность.

Высокую направленность лазерного излучения, возможность фокусировки излучения в пятно чрезвычайно малых размеров обуславливает пространственная когерентность пучка лазера. Направленность излучения характеризуется телесным углом, в котором распространяется большая часть излучения. Как известно, угловое расстояние первого дифракционного минимума от центра дифракционной картины в случае дифракции плоской волны на круглом отверстии диаметром D равно:

$$D_A = 122\lambda / D \tag{3.13}$$

3.2 Задачи для проработки темы

Задача 3.1 Рассчитать добротность Q_p и время жизни фотона τ_p в резонаторе Фабри-Перо с плоскими зеркалами L=1 м. В резонаторе возбуждается один основной тип колебаний TEM_{ooq}, образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами (λ= 0,6 мкм). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощающая (коэффициент поглощения β= 0,001 1/см). Эти потери могут быть связанны с процессами рассеяния в среде, нерезонансного поглощения и т.д. Коэффициент отражения R_1,R_2=95% . Диаметр зеркал намного больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

Задача 3.2 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний T_{00} и T_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы, если L=100 см, λ= 0,63 мкм, апертурный размер зеркал a=0,5 см.

Задача 3.3 Определить добротность резонатора, если λ=1 мкм, D =1 см, L= 100 см, а коэффициент Френеля $0{,}5\cdot10^{-2}$.

Задача 3.4 Определить время τ жизни волны в резонаторе длинной L=1м с коэффициентом отражения зеркал R=0,99 при освещении его зеленным светом (λ_0 = 0,5 мкм). Оценить добротность резонатора.

Задача 3.5 Оценить выходную мощность трехуровневого непрерывного оптического квантового генератора на рубине, воспользовавшись формулой:

$$P_{вых} = \frac{N_{2пор}}{t_1}(\alpha - 1)\frac{t_p}{t_c}h\nu, \qquad (3.14)$$

где $N_{2пор} = \frac{1}{2}N$ зависит от общей концентрации ионов хрома (Cr^{3+}) в рубине ($N=1{,}6\cdot10^{19}$ $см^3$); $t_p = Q/\nu$ – время затухания поля в резонаторе; t_c – время жизни фотона в резонаторе, обычно ($t_p / t_c \approx 0{,}5$):

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_0}$$

где за t_0 принято время жизни, обусловленное всеми прочими видами потерь.

Задача 3.6 Определить время τ жизни волны в резонаторе длинной L=0,5м с коэффициентом отражения зеркал R=0,96, при освещении его желтым светом (λ_0 = 0,463 мкм). Оценить добротность резонатора.

Задача 3.7 Рассчитать добротность Q_R и время жизни фотона t_p в резонаторе Фабри-Перо с плоскими зеркалами. Расстояние между зеркалами L=0,5 м. В резонаторе возбуждается основной тип колебаний TEM_{oo}, образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами (λ=0,6 мкм). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощаемая (коэффициент поглощения α =0,01 $см^{-1}$). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеивания в середе и т.д. Коэффициент отражения каждого из зеркал $r_{отр}$=96%. Диаметр зеркал много больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

4 Моделирование явлений в квантовом парамагнитном усилителе (КПУ)

4.1 Основные понятия

Под действием магнитного поля H_0 спектральные линии вещества расщепляются на (2J + 1) подуровней с интервалами $\Delta\varepsilon$ (J- суммарный магнитный момент):

$$\Delta\varepsilon = gM_Б H_0, \tag{4.1}$$

где g – фактор спектроскопического расщепления (для спиновых моментов g = 2); $M_Б$ – магнетрон Бора = $0{,}927\cdot10^{-23}$ Дж/Т.

Частота перехода между уровнями определяется выражением:

(4.2)

где *h* – постоянная Планка.

В КПУ применяют как трех-, так и четырехуровневые системы.

Инверсия населенности в 3-уровневой схеме достигается на том переходе, для которого выполняется условие:

. (4.3)

Разность населенностей на сигнальном переходе определится соотношениями:

. (4.4)

Для количественной оценки состояния инверсии населенностей вводится понятие коэффициента инверсии I_{mn}:

(4.5)

где T_s – эффективная спиновая температура, T – температура среды.

Коэффициент инверсии для 3-уровневой схемы имеет вид:

$$I_{21} = \frac{\nu_н}{2\nu_{ген}} - 1. \quad (4.6)$$

Для 4-уровневой схемы коэффициент инверсии записывается как

$$I_{32} = \frac{\nu_н}{\nu_{ген}} - 1. \quad (4.7)$$

Коэффициент усиления в однорезонаторном КПУ может быть определен

$$K_{ус}\Delta\nu \approx \frac{\alpha}{\pi} 2c, \quad (4.8)$$

где $\Delta\nu$ – полоса пропускания усилителя на резонансной частоте ν_0,

α – коэффициент усиления ($\alpha \approx 3 \cdot 10^{-2}\ \lambda^{-1}$).

На выходе идеального усилителя мощность шума может быть выражена следующей формулой:

, (4.9)

где G – коэффициент усиления по мощности,

B – полоса частот, пропускаемых усилителем.

Квантовый генератор на молекулах аммиака NH3

В спектре молекулы NH_3 можно выделить два уровня, один из которых отвечает симметричному состоянию E_s, другой – антисимметричному E_a.

. (4.10)

Под действием внешнего электрического поля происходит разделение молекул в верхнем состоянии E_a от молекул с энергией E_s. Частота генерации молекулярного генератора находится из уравнения

$$\nu = \nu_л \left[1 - \frac{Q}{Q_k} \cdot \frac{\nu_л - \nu_0}{\nu_л} \right], \quad (4.11)$$

где Q – добротность резонатора ($Q = 10^4$); $Q_л = wt/2$ – добротность молекулярной линии; t – время полета молекул.

Мощность генератора определяется как

$$P = N\tau h\nu W_{12}. \quad (4.12)$$

Тогда, подставляя эти значения в соответствующие значение среднеквадратичных напряжений шумов, получается выражение для $P_{ш.у}$:

$$P_{ш.у} = \frac{4 \cdot к\left(\left|T_s\right| \frac{Q_{св}}{Q_в^0} + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0}\right) G_0}{\left(\frac{Q_{св}}{Q_0} + \frac{Q_{св}}{Q_в^0}\right)^2} {}_\Delta f, \tag{4.13}$$

где G_0 – коэффициент усиления РКПУ по мощности при резонансе.

При большом коэффициенте усиления $Q_{св} << Q_0$, $Q_{св} \approx |Q_в|$, тогда последнее выражение можно переписать в виде:

$$P_{ш.у} = k\left(\left|T_s\right| + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0}\right) G_0 {}_\Delta f \tag{4.14}$$

Коэффициент усиления на резонансной частоте определяется выражением:

$$G_0 = \frac{\left(Q_{св}^{-1} - Q_0^{-1} + \left|Q_в^0\right|^{-1}\right)^2}{\left(Q_{св}^{-1} + Q_0^{-1} - \left|Q_в^0\right|^{-1}\right)^2}. \tag{4.15}$$

Из формулы видно, что в режиме усиления, когда инверсия в веществе достигает такой величины, что $|Q_в^0| = Q_0$, коэффициент усиления равен единице, т.е. измеряемая мощность полностью компенсирует собственные потери резонатора.

Значит, в нашем случае $G_0 = 1$. Модуль спиновой температуры определяется отношением температуры активного вещества к коэффициенту инверсии, т.е.

$$|T_s| = T_0 / I.$$

Для четырехуровневой схемы накачки коэффициент инверсии равен:

$$I = \frac{\nu_{нак}}{\nu_{ген}} - 1. \tag{4.16}$$

4.2 Примеры решения задач

Задача 1 Обычно, изучая движение постоянного магнитного момента $\bar{\mu}$ в постоянном магнитном поле $\bar{H}_0$, т.е. рассматривая уравнение $d\mu / dt = \gamma \left[\bar{\mu}\, \bar{H}_0\right]$, переходят к вращающейся с ларморовской частотой вокруг направления поля $\bar{H}_0$ в системе координат. В ней

$(d\mu / dt)_B = 0, \quad т.е. \quad \mu = const$. Отсюда следует вывод, что магнитный момент вращается с ларморовской частотой вокруг направления поля $\overline{H}$. Получить тот же результат непосредственным решением уравнения движения магнитного момента.

Решение. Выберем оси декартовой системы координат так, чтобы поле $\overline{H}_0$ направлено вдоль оси z, $\overline{H}$ ={0,0, $\overline{H}_0$}. Тогда для x-й, y-й, z-й компонент магнитного поля имеем:

$$d\mu_X / dt = \gamma H_0 \mu_y, \quad d\mu_Y / dt = -\gamma H_0 \mu_X, \quad d\mu_Z / dt = 0. \qquad (4.17)$$

Введя обозначение $w_0=\gamma H_0$ и исключив из первого и второго уравнения системы μ_y, получим:

$$d^2 \mu_x / dt^2 + w_0^2 \mu_x = 0 \qquad (4.18)$$

с решением

$$P_{ш.у} = k\{|T_s| + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0} G_0 \Delta f$$

$$\mu_x = A \cos w_0 t + B \sin w_0 t \qquad (4.19)$$

Из первого уравнения системы (4.18) имеем:

$$\mu_y = \frac{1}{w_0} \cdot \frac{d\mu_x}{dt} = -A \cos w_0 t + B \sin w_0 t \qquad (4.20)$$

Константы A и B в уравнениях определяются начальными условиями. Из решения этих уравнений видно, что компоненты μ_x и μ_y вектора постоянного магнитного момента вращаются вокруг направления поля $\overline{H}_0$ с частотой $w_0 = \gamma H_0$ (ларморовская частота).

Задача 2 Определить мощность собственных шумов резонаторного КПУ, в котором инверсия населенности в N-уровневой системе осуществляется на частоте $f_с$ (ГГц), частота накачки равна $f_н$ (ГГц). Вещество находится в резонаторе при температуре T_0, собственная добротность которого Q_0, добротность связи $Q_{св}$, полоса частот равна Δf.

Решить задачу при следующих данных:

$$T = \frac{E_2 - E_1}{k \ln(\frac{n_J}{g_J} / \frac{n_i}{g_i})}$$

N=4, $f_с$ =4ГГц, $f_н$ =8ГГц, T_0=10 К, $Q_0=1{,}5\cdot10^3$, $Q_{св}$ = 35, Δf = 35МГц.

Решение. Мощность собственных шумов квантового парамагнитного усилителя (КПУ) складывается из мощности шума спонтанного излучения

($P_{шсп}$) и мощности шумов теплового излучения стенок резонаторов или волноводов в усилителе ($P_{ш.р}$).

$$P_{ш.у} = P_{ш\ сп} + P_{ш.р}.$$

Зная мощность этих шумов, можно определить их эффективную температуру. Для простоты рассмотрим случай резонанса в системе на эквивалентной схеме из параллельных элементов.

R_0 – характеризует собственные потери резонатора при температуре T_0; $U_{шр}$ – эквивалентная Э.Д.С. шумов, создаваемых резонатором. Среднеквадратичное значение напряжения на сопротивлении R генератора шумов рассчитывается из формулы

$$U_{шр}^{\ 2} = 4RP_{ш} = \frac{4Rhf\,_{\Delta}f}{e^{hf/kT} - 1} \approx 4kT_{ш}R\,_{\Delta}f \tag{4.21}$$

Вещество характеризуется отрицательным сопротивлением $R_в$ и отрицательной спиновой температурой T_s ($R = -|R_B|,\quad T = -|T_S|$), тогда это выражение можно переписать для $U_{ш\ сп}$ в виде:

$$U_{шсп}^{2} = 4|R_B|\frac{hf\Delta f}{1 - e^{-hf/k|T_S|}} \approx 4|R_B|\kappa|T_S|\Delta f\ . \tag{4.22}$$

Мощность, выделяемая шумовыми ЭДС на сопротивлении нагрузки, равна:

$$P_{ш.\,нагр} = J^2 Z_{вх}\,\frac{(U_{ш.р}^{\ 2} + U_{ш.сп}^{\ 2})Z_{вн}}{(R_0 - R_в + Z_{вн})^2}\cdot{}_{\Delta}f, \tag{4.23}$$

где $Z_{вн}$ – сопротивление фидера, пересчитанное на контур;

$Z_{вх}$ – сопротивление контура на входе.

Мощность $P_{ш.нагр}$ будет определять собственные шумы резонаторного КПУ, т.е. $P_{ш.нагр} = P_{ш.у}$.

Представим сопротивления R_0 и R_B через добротности:

$$R_0 = \frac{wL}{Q_0} = \frac{Q_{св}}{Q_0}Z_{вн}\,,\ R_в = \frac{wL}{Q_в} = \frac{Q_{св}}{Q_в}Z_{вн} \tag{4.24}$$

Тогда, подставляя эти значения в соответствующие выражение среднеквадратичных напряжений шумов, получаем для $P_{ш.у}$:

$$P_{ш.у} = \frac{4 \cdot к\left(\left|T_s\right| \frac{Q_{св}}{Q_в^0} + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0}\right) G_0}{\left(\frac{Q_{св}}{Q_0} + \frac{Q_{св}}{Q_в^0}\right)^2} {}_\Delta f,$$

где G_0 – коэффициент усиления РКПУ по мощности при резонансе.

При большом коэффициенте усиления $Q_{св} << Q_0$, $Q_{св} \approx | Q_в|$, тогда последнее выражение можно переписать в виде

$$P_{ш.у} = k\left(\left|T_s\right| + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0}\right) G_0 {}_\Delta f \tag{4.26}$$

Коэффициент усиления на резонансной частоте определяется выражением:

$$G_0 = \frac{Q_{св}^{-1} - Q_0^{-1} + | Q_в^0 |^{-1})^2}{Q_{св}^{-1} + Q_0^{-1} - | Q_в^0 |^{-1})^2} \tag{4.27}$$

Из формулы видно, что в режиме усиления, когда инверсия в веществе достигает такой величины, что $|Q_в^0| = Q_0$, коэффициент усиления равен единице, т.е. измеряемая мощность полностью компенсирует собственные потери резонатора.

Значит, в нашем случае $G_0 = 1$. Модуль спиновой температуры определяется отношением температуры активного вещества к коэффициенту инверсии, т.е. $|T_s|=T_0/I$. Для четырехуровневой схемы накачки коэффициент инверсии равен:

$$I = \frac{\nu_{нак}}{\nu_{ген}} - 1. \tag{4.28}$$

В нашем случае: ,

тогда $|T_s|$ =10/1=10 K и мощность шумов усилителя

Вт.

4.3 Задачи для проработки темы

Задача 4.1 Парамагнитный ион имеет следующую систему энергетических уровней (рис. 4.1).

На переходе 1-3 действует поле накачки большой мощности. Считая вероятности тепловых переходов между уровнями Γ_{mn}, частоту переходов f_{mn}, температуру T заданными, определить, между какими уровнями возможно состояние инверсии населенностей. Рассчитать коэффициент инверсии и отрицательную температуру. Исходные данные для восьми вариантов даны в табл. 4.1.

Примечания: 1. nf/kT= f ГГц/ 20 T; 2. $f_{nm}=f_{mn}\exp(hf_{nm}/kT)$ при $E_n>E_m$.

Таблица 4.1

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
Γ_{21},c^{-1}	0,2·10 3	10^3	10^3	10^3	10^3	$0{,}2\cdot10^3$	$5\cdot10^3$	$0{,}3\cdot10^3$
f_{21}, ГГц	5	10	10	10	10	3	9	10
f_{32}, ГГц	10	10	5	10	8	9	3	10
Т, К	5	10	5	5	80	15	20	100
Γ_{31},c-1	1·103	103	103	103	105	103	103	105
Γ_{32},c-1	1·103	103	103	103	105	0,5·103	103	2·105

Задача 4.2 В резонатор, настроенный на частоту 23870 МГц, влетает поток возбужденных молекул аммиака. Определить число молекул, необходимых для сообщения резонатору энергии 1 эрг (мощности 1 мВт).

Задача 4.3 Определить мощность собственных шумов резонаторного квантового парамагнитного усилителя (КПУ), активным веществом которого является N-уровневая система, в которой инверсия осуществляется на частоте f_C (ГГц), частота накачки равна f_H (ГГц). Вещество находится в резонаторе при температуре T_0, собственная добротность которого Q_0, добротность связи $Q_{св}$, полоса частот равна Δf. Исходные данные приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2.

№ варианта	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
N	3	4	3	4	4
f_C, ГГц	3	4	5	6	7
f_H, ГГц	5	8	10	12	14
T_0, К	5	10	15	20	25

$Q_0 \cdot 10^3$	1	1,5	20	30	25
Δf, МГц	30	35	40	45	50

Задача 4.4 Чему равна частота накачки в 3-уровневой схеме КПУ, если длина волны излучения равна 0,56 мкм?

Задача 4.5 Чему равен коэффициент инверсии, если при комнатной температуре спиновая температура парамагнитного иона равна 2,3 ^{0} К?

Задача 4.6 Чему равен коэффициент инверсии для 3-уровневой и 4-уров-невой схем, если отношение частоты накачки к частоте генерации составляет 0,71?

Задача 4.7 Определить коэффициент усиления в однорезонаторном КПУ, если полоса пропускания (Δv) усилителя на резонансной длине волны в 21 см составляет 15 МГц, а коэффициент усиления (α) равен $\approx 3 \cdot 10^{-2}\ \lambda^{-1}$.

Задача 4.8 Определить полосу пропускания (МГц) в однорезонаторном КПУ, если, соответственно таблице 4.3, заданы параметры: длина волны, активный материал, коэффициент усиления, рабочая температура.

Таблица 4.3

Длина волны сигнала, см	Активный материал	Коэффициент усиления, дБ	Рабочая температура, ^{0}К
21	Рубин 90^0	20	4,2
3,2	Рубин 54^0 44	21	1,8
1,95	Рубин	26	4,2
0,8	Рутил с Cr^{+3}		1,7

5 Расчет параметров оптического квантового генератора

5.1 Некоторые расчетные соотношения, используемые в технике ОКГ

5.1.1 Основные понятия

Связь между выходной мощностью (или энергией в импульсе) ОКГ и его конструктивными параметрами получают решением уравнения переноса двух встречных потоков, распространяющихся в активной среде.

С учетом потерь изменение плотности потока E при его распространении вдоль оси z можно описать следующим уравнением:

$$dE = (\chi - \delta)Edz\,, \tag{5.1}$$

где χ- показатель усиления; δ - показатель распределенных потерь в рассматриваемой среде.

Зная плотность потока у выходного зеркала и его коэффициент пропускания τ, легко найти величину излучаемой мощности:

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+\rho)}\left[\frac{\chi_0 l}{\delta l + \ln(\rho\cdot\rho_0)^{-1/2}} - 1\right], \tag{5.2}$$

где P - выходная мощность генерации; τ - коэффициент пропускания выходного зеркала; σ - эффективное сечение среды; η - параметр насыщения; ρ - коэффициент отражения выходного зеркала; χ_0 - ненасыщенный показатель усиления среды; l - эффективная длина активного элемента; δ - показатель распределенных потерь в среде (рассеяние); ρ_0 - коэффициент отражения глухого зеркала.

Рассмотрим пороговые условия генерации. Нетрудно видеть, что выражение (5.2) дает положительные значения мощности только при условии

$$[\chi_0 - \delta - \frac{1}{l}\ln(\rho\cdot\rho_0)^{-1/2}] > 0, \tag{5.3}$$

поскольку все параметры, входящие в него, положительны и коэффициенты отражения меньше единицы. Условие (5.3) определяет порог генерации.

Рассмотрим несколько примеров использования порогового условия для анализа работы ОКГ.

5.1.2 Примеры решения задач

Задача 1 Пусть имеется активный кристалл длиной 5 см, на котором было замерено полуторократное усиление сигнала на длине волны, соответствующей инвертированному переходу при определенном заданном уровне накачки. Показатель рассеяния равен 0,02 см$^{-1}$. Можно ли получить генерацию на таком кристалле при использовании зеркал с коэффициентами отражения ρ_0 = 0,8 и ρ =0,5?

Сравним усиление с потерями за один проход волны. В результате однократного отражения излучения на зеркалах в резонаторе остается относительная величина потока, равная $\rho\rho_0$. Поскольку однократному отражению на каждом зеркале соответствует два перехода, то условие возникновения генерации соответствует неравенству

$$K_0^2(\rho_0\cdot\rho) > 1, \tag{5.4}$$

где K_0 - ненасыщенный коэффициент усиления. В нашем случае $K_0 = 1{,}5$; $\rho\rho_0 = 0{,}4$, поэтому генерация невозможна, ибо потери не компенсируются усилением:

$$1{,}5^2 \cdot 0{,}4 = 0{,}9 < 1.$$

Найдем показатель усиления среды. В линейном режиме работы

$$K_0 = \exp[(\chi_0 - \delta) \cdot l]. \qquad (5.5)$$

Отсюда

$$(\chi_0 - \delta) = \frac{1}{l} \ln K_0 = \frac{\ln 1{,}5}{5} \approx 0{,}08 \text{ см}^{-1};$$

поскольку δ=0,02 см$^{-1}$, то χ = 0,10 см$^{-1}$.

Используя пороговое условие (5.3)

$$0{,}08 - \frac{1}{5} \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{0{,}4}} = -0{,}01 < 0,$$

получим, что генерация в таком кристалле возникнуть не может.

Задача 2 Можно ли добиться генерации, выбирая более длинные кристаллы с теми же параметрами среды и отражающих покрытий (см. задачу 1)

Из формулы (5.5) следует, что минимальная длина среды, при которой возникает генерация, равна

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{\chi_0 - \delta} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}. \qquad (5.6)$$

В нашем случае

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{0{,}8} \cdot 0{,}457 \approx 5{,}7 \text{ см.}$$

Следовательно, необходимо выбирать кристаллы длиной более 5,7 см.

Задача 3 Предположим, что по конструктивным соображениям длину кристалла увеличивать нежелательно. Можно ли на кристаллах (см. задачу 1) получить генерацию, уменьшив показатель рассеяния среды?

Также следует, что минимальная величина разности –

$$(\chi_0 - \delta)_{\text{мин}} = \frac{1}{l} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}. \qquad (5.7)$$

В нашем случае

$$(\chi_0 - \delta)_{\text{мин}} = \frac{1}{5} \cdot 0{,}457 = 0{,}091.$$

В первом случае $\delta = 0{,}02$ см$^{-1}$ и $(\chi_0 - \delta) = 0{,}08$ см$^{-1}$. Следовательно, если уменьшить показатель рассеяния до величины меньшей, чем 0,009 см$^{-1}$, можно получить генерацию на кристалле длиной 5см.

Видно, что мощность генерации возрастает с увеличением ненасыщенного показателя усиления χ_0 и уменьшается с увеличением параметра насыщения рабочего перехода η. Максимально возможное значение мощности генерации получается, если положить $l \to \infty$ в выражении (5.7):

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+\rho)}\left[\frac{\chi_0}{\delta} - 1\right]. \tag{5.8}$$

Если основной характеристикой является КПД прибора, то длина должна быть такой, чтобы обеспечить максимум удельной мощности, снимаемой с единицы длины кристалла. В этом случае оптимальная длина находится из условия:

$$l_{орт} = \frac{\ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}}{\sqrt{\chi_0\delta} - \delta}. \tag{5.9}$$

Для рассмотренного примера:

$$l_{орт} = \frac{0{,}457}{\sqrt{0{,}1 \cdot 0{,}02} - 0{,}02} = 18{,}5\,\text{см}.$$

Обратимся к зависимости мощности генерации от параметров выходного зеркала ρ и τ. Из выражения (5.9) видно, что коэффициент отражения выходного зеркала не должен быть меньше некоторого минимального значения:

$$\rho_{мин} = \frac{1}{\rho_0}\exp[-2(\chi_0 - \delta)l]. \tag{5.10}$$

При $\rho < \rho_{мин}$ генерация не возбуждается. Но при очень плотных зеркалах выход мощности из резонатора очень мал; в предельном случае, когда $\rho=1$ и, следовательно, $\tau=0$, выходная мощность равна нулю.

С ростом потерь в резонаторе мощность генератора падает. Обычно интересуются зависимостью мощности излучения от какого-либо одного вида потерь на глухом зеркале. При этом, очевидно, в общей величине потерь будут присутствовать переменная α и постоянная α_0 компоненты. Зависимость мощности излучения от переменной компоненты потерь можно записать так:

$$P_0 = \frac{\tau\sigma}{2\eta}\left[\frac{2\chi_0 l}{(\tau + \alpha_0) + \alpha} - 1\right], \tag{5.11}$$

где α - коэффициент анализируемых потерь. Генерация срывается при значении α, равном

$$\alpha_{пор} = 2\chi_0 l - \tau - \alpha_0 . \qquad (5.12)$$

При очень малых значениях τ мощность генерации растет приблизительно пропорционально τ:

$$P = \frac{\tau\sigma}{2\eta}\left[\frac{2\chi_0 l}{\alpha} - 1\right]. \qquad (5.13)$$

Затем рост мощности замедляется, функция $P(\tau)$ имеет максимум при некотором оптимальном значении коэффициента пропускания и, наконец, падает до нуля.

Оптимальное значение легко находится приравниванием к нулю производной $dP/d\tau$. Таким образом, для случая малых усилений

$$\tau_{опт} = \sqrt{2\chi_0 l\alpha} - \alpha . \qquad (5.14)$$

Оптимальная величина мощности получается, если подставить значение в исходное выражение (5.14):

$$P_{мах} = \frac{c}{2\eta}\left(\sqrt{2\chi_0 l\alpha} - \alpha\right)\left(\sqrt{\frac{2\chi_0}{\alpha}} - 1\right). \qquad (5.15)$$

5.2 Пространственные характеристики излучения ОКГ
5.2.1 Основные понятия

Характеристики излучения ОКГ в значительной степени определяются резонатором.

В резонаторе, составленном из плоских зеркал (L/R<<1) с прямоугольной апертурой, нормированное распределение интенсивности на отражающих поверхностях для моды TEM_{mn} определяется выражением:

$$I_{mn}(x, y) = H_m^2\left(\sqrt{2}\,\tfrac{x}{\omega}\right)H_n\left(\sqrt{2}\,\tfrac{y}{\omega}\right)\exp\left(-2\frac{x^2 - y^2}{\omega^2}\right), \qquad (5.16)$$

где x и y - текущие прямоугольные координаты в сечении пучка; ω - параметр, характеризующий масштаб распределения (расстояние от оси пучка до той точки, где интенсивность в сечении основной моды уменьшается в e^2 раз (амплитуда в - е раз, его еще называют «размером пятна»), H_m и H_n - полиномы Эрмита порядка, соответствующего индексу поперечной моды.

Для типов низших порядков полиномы Эрмита таковы:

$$\begin{aligned} &H_0(\xi)=1,\\ &H_1(\xi)=2\xi,\\ &H_2(\xi)=4\xi^2-2,\\ &H_3(\xi)=8\xi^2-12. \end{aligned} \qquad (5.17)$$

В плоскопараллельном резонаторе с круглым сечением апертуры нормированное распределение интенсивности на отражающих поверхностях имеет вид:

$$I_{pl}(r,\varphi)=\left\{J_p\left[\frac{\nu_{p,(l+1)}\cdot r}{a\left(1+\frac{\beta}{\sqrt{2\pi N}}\right)}\right]\right\}^2\cos^2(l,\varphi), \tag{5.18}$$

где p и l - радиальный и угловой индексы; r и φ - текущие полярные координаты в сечении пучка; a - радиус сечения резонатора; N - число Френеля; J_p - функция Бесселя p-го порядка; $\nu_{p(l+1)}$ - (l+1)-й корень функции Бесселя p-го порядка.

Конфигурация резонатора и сечение пучка определяют «размер пятна». Пучок имеет сечение с минимальным размером пятна - так называемую «перетяжку». В резонаторе с одинаковыми зеркалами перетяжка совпадает с центральным сечением резонатора. Если зеркала резонатора разной кривизны, то перетяжка не совпадает с центральным сечением резонатора. Если одно зеркало плоское, то перетяжка совпадает с ним. Для выпукло - вогнутой конфигурации зеркал перетяжка находится вне резонатора. В общем случае перетяжка смещена от центрального сечения в сторону зеркала меньшей кривизны. Величину смещения перетяжки можно рассчитать по формуле

$$z_0=\frac{1}{2}L\left[\frac{1-\nu}{(1+\nu)-2u\sqrt{\nu}}\right], \tag{5.19}$$

где L - расстояние между зеркалами; u и ν - параметры конфигурации резонатора:

$$u=\sqrt{g_i g_k},\quad \nu=\frac{g_k}{g_i}, \tag{5.20}$$

где g_i и g_k - обобщенные параметры резонатора, которые связаны с длиной резонатора и радиусами кривизны зеркал следующим образом:

$$g_i = 1- L/R_i \quad \text{и} \quad g_k = 1- L/R_k. \tag{5.21}$$

Минимальный размер пятна ω_0 определяется параметрами резонатора и длиной волны излучения генерации:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{L}{k}\sqrt{\frac{\sqrt{1-u^2}}{\left(\frac{1+\nu}{2\sqrt{\nu}}\right)-u}}}, \tag{5.22}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, характеризующее излучение.

В практике расчетов принято пользоваться так называемым конфокальным параметром резонатора $R_э$:

$$R_э = L\frac{\sqrt{1-u^2}}{\left(\frac{1+\nu}{2\sqrt{\nu}}\right)-u}. \qquad (5.23)$$

Минимальный размер пятна определяется через конфокальный параметр следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_э}{k}}. \qquad (5.24)$$

Размер пятна по обе стороны от перетяжки увеличивается по закону

$$\omega(z) = \omega_0\sqrt{1+\left(\frac{2z}{R_э}\right)^2}, \qquad (5.25)$$

где z - текущая координата вдоль оси пучка, отсчитываемая от перетяжки.

5.2.2 Примеры решения задач

Задача 1 Рассчитаем местоположение перетяжки (минимального сечения пучка). Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии $L = 0{,}45$ м. Радиусы кривизны зеркал $R_1 = 0{,}84$ м, $R_2 = 2{,}0$ м.

Находим параметры резонатора:

$$g_1 = 1-\frac{0{,}45}{0{,}84} = 0{,}465,$$

$$g_2 = 1-\frac{0{,}45}{2{,}0} = 0{,}775,$$

$$u = \sqrt{0{,}465\cdot 0{,}775} = 0{,}6,$$

$$\nu = \frac{0{,}465}{0{,}775} = 0{,}6.$$

вычислим

$$z_0 = \sqrt{\frac{0{,}45}{6\cdot 10^6}\sqrt{\frac{0{,}8}{\frac{1{,}6}{1{,}55}-0{,}6}}} = 0{,}37\cdot 10^{-3} \quad \text{м} = 0{,}37\ \text{мм}.$$

Нетрудно найти конфокальный параметр для рассматриваемого примера (L=0,45 м; $g_1 = 0{,}465$; $g_2 = 0{,}775$):

$R_э$=0,45·1,85=0,83 м.

Зная конфокальный параметр, легко определить размер пятна в любом сечении пучка излучения. Подсчитаем минимальный размер пятна в перетяжке:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{0{,}83}{6\cdot 10^6}} = 0{,}37\cdot 10^{-3}\,\text{м} = 0{,}37 \quad \text{мм}.$$

Определим сечение пучка на расстоянии 1м от перетяжки

$$\omega = 0{,}37\sqrt{1+\left(\frac{2\cdot 1}{0{,}83}\right)^2} = 0{,}96 \quad \text{мм}.$$

Следует помнить, что величина ω дает действительный радиус пятна только для основной моды. Моды высших порядков имеют больший радиус пятна. Например, индексам 1 и 2 при прямоугольной симметрии резонатора соответствует 1,49ω и 1,73ω. Каждый размер соответствует данному индексу моды. Если мода имеет два различных индекса, то и размер пятна в обоих измерениях разный. В рассматриваемом примере пятно моды TEM_{12}, на расстоянии 1 м от перетяжки имеет следующие размеры: по оси x 1,49·0,96=1,43 мм; по оси y 1,73·0,96=1,66 мм.

Задача 2. Оценить угол расхождения пучка основного типа колебаний конфокального резонатора, если $\lambda = 1\,\text{мкм}$, расстояние между зеркалами L= R_1 = - R_2 = 2 м. Апертурный размер зеркал велик, и дифракционные эффекты пренебрежимо малы.

Угол расхождения пучка основного колебания определяется по формуле:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi\rho_0}, \tag{5.26}$$

где ρ_0 - минимальный размер луча в резонаторе.

Воспользуемся формулой:

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{\lambda\omega_0}{2\pi}} = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}, \tag{5.27}$$

тогда
$$\theta = \sqrt{\frac{2\lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{2\cdot 10^{-6}}{3{,}14\cdot 2}} = 5{,}6\cdot 10^{-4}\,\text{рад} = 1{,}9'.$$

Угол расхождения можно определить еще как

$$\theta = \lim_{z\to\infty}\frac{\omega}{z} = \frac{2}{\sqrt{kR_э}}. \tag{5.28}$$

Задача 3 Найдем угол расхождения пучка основной моды для ОКГ со следующими параметрами. Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии L = 0,45 м. Радиусы кривизны зеркал R_1= 0,84 м, R_2 = 2,0 м.

Используя выражение (5.3), получим

$$\theta' = \frac{2}{\sqrt{6\cdot 10^6 \cdot 0{,}83}} = 1{,}08\cdot 10^{-3} \text{ рад} = 3{,}7'.$$

Если апертурный размер резонатора положить a=8 мм, то дифракционная поправка составит

$$\theta'' = \frac{3{,}83}{8\cdot 10^{-3}\cdot 6\cdot 10^6} = 0{,}08\cdot 10^{-3} \text{ рад} = 0{,}275'.$$

Таким образом, полный угол расхождения в рассматриваемом случае равен $\approx 4'$.

Наличие линзы (роль линзы могут сыграть подложки сферических зеркал) на пути распространения излучения ОКГ может существенно изменить характеристики пучка за линзой; при этом линза не влияет на модовую структуру пучка, а изменяет размер пятна и радиус кривизны волнового фронта.

Линза с фокусом f преобразует пучок так, что выполняются следующие соотношения:

$$\frac{R_э'}{f} = \frac{R_э/f}{\left(1-\frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_э}{2f}\right)^2}, \tag{5.29}$$

$$\left(1-\frac{d'}{f}\right) = \frac{\left(1-\frac{d}{f}\right)}{\left(1-\frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_э}{2f}\right)^2}, \tag{5.30}$$

где d - расстояние перетяжки от линзы, $R_э$ - конфокальный параметр для падающего пучка, а те же параметры для прошедшего через линзу пучка соответственно d' и $R_э'$.

Задача 4 Оценим фокусирующее действие линзы (f = 0,5 м), установленной на расстоянии 1 м от перетяжки на пучок ОКГ со следующими параметрами: L=0,45 м, R_1=0,84 м, R_2= 2 м.

В рассматриваемом случае имеем

$$\frac{d}{f} = \frac{1}{0{,}5} = 2,$$

$$\frac{R_э}{f} = \frac{0{,}83}{0{,}5} = 1{,}66.$$

Используя выражения (5.5) и (5.6), получим:

$$\frac{R_э^{/}}{f} = \frac{1{,}66}{(-1)^2 + (0{,}83)^2} = 0{,}98,$$

$$\left(1 - \frac{d}{f}\right) = \frac{(-1)}{(-1)^2 + (0{,}83)^2} = - - 0{,}59.$$

Отсюда параметры преобразованного линзой пучка таковы:

$R_э^{/}$=0,98·0,5=0,49 м,

$d^{/}$=(1+0,59) ·0,5=0,8 м.

Положительный знак $d^{/}$ показывает, что линза преобразует пучок ОКГ в сходящийся. Новая перетяжка образуется за линзой на расстоянии 0,8 м. Размер пятна в наименьшем сечении:

$$\omega_0^{/} = \sqrt{\frac{R_э^{/}}{k}} = \sqrt{\frac{0{,}49}{6 \cdot 10^6}} = 0{,}29 \cdot 10^{-3}\text{м} = 0{,}29\text{мм}.$$

Таким образом, линза фокусирует пучок основной моды ОКГ в пятно радиусом ≈0,3 мм.

Задача 5 Оценим выходную мощность трехуровневого непрерывного оптического квантового генератора на рубине, воспользовавшись формулой

$$P_{вых} = \frac{N_{2пор}}{t_1}(\alpha - 1)\frac{t_p}{t_c}h\nu. \qquad (5.31)$$

где $N_{2пор} = \frac{1}{2}N$ зависит от общей концентрации ионов хрома (Cr^{3+}) в рубине ($N=1{,}6\cdot10^{19}$ $см^3$); $t_p = Q/\nu$ – время затухания поля в резонаторе; t_c – время жизни фотона в резонаторе, обычно (t_p / t_c ≈ 0,5):

, (5.32)

где за t_0 принято время жизни, обусловленное всеми прочими видами потерь.

В четырехуровневых схемах выражение минимальной мощности накачки имеет вид:

(5.33)

где

,

(5.34)

$$P = \frac{4f^3}{c^3 g(v)}, \quad (5.35)$$

t_2 – время перехода из состояния 2 в любое другое состояние, отличное от состояния 1; t_{21} – время релаксации с верхнего уровня на нижний.

При оценке $N_{2пор}$ нужно воспользоваться соотношением:

, (5.36)

где *в* – вероятность индуцированных переходов, которую можно определить из условия:

,

(5.37)

зная длину активного элемента, среднюю скорость распространения волны в резонаторе v, длину резонатора L, общее число частиц N и параметр усиления z вещества.

Задача 6 Сделайте сравнительную оценку выходных параметров трех- и четырехуровневых схем, если $P_{вых}$ для рубина при концентрации ионов Cr^{3+} в рубине $1{,}6\cdot10^{19}$ см$^{-3}$, при малых объемах рубиновых элементов, используемых в непрерывном ОКГ (L = 2÷5см, d = 2÷3мм), получается равным примерно около 10Вт. Энергия 1 кванта на длине волны рубинового ОКГ (λ=0,69мкм) hw ≈ 10^{-19}дж; $\tau = 3{,}4\cdot10^{-3}$сек, $\tau_p/\tau_c = 0{,}5$. Достигнутые выходные мощности непрерывных ОКГ на $Y_3Al_5O_{12}$:Nd^{3+} составляют сотни ватт.

Пороговая накачка для четырехуровневой схемы меньше, чем в трехуровневых. Но нужно отметить следующие обстоятельства.

Величина τ для трехуровневых генераторов (рубин $\tau=3{,}4\cdot10^{-3}$ в 10÷30 раз больше, чем τ в четыхуровневых ОКГ (стекло с неодимом $\tau=120\cdot10^{-6}$с, иттрий-алюминиевые гранаты (AYG) имеют $\tau=200\cdot10^{-6}$с).

Полосы поглощения в рубине шире полос поглощения Nd^{3+} в различных основах, так что эффективность накачки для рубинов является более высокой.

Задача 7 Чему равна $\eta_{кв.эф}$ в % , если для атома Ne энергия верхнего рабочего уровня составляет 20 эВ, а энергия фотона для λ = 0,63 мкм равна 2 эВ. Как определяется ширина неоднородной уширенной линии ($\Delta w_д$).

Видно, что $\eta_{кв.эф.} \approx 10\%$. В когерентное излучение преобразовано лишь 10 % общей энергии, сообщенной атому.

С другой стороны, в процессе возбуждения атома Ne до верхнего рабочего уровня эффективно могут участвовать только те $\vec{e}$, энергия которых > 20 эВ. Так как в He-Ne плазме наиболее вероятная энергия $\vec{e}$ составляет 6 – 8 эВ, то для возбуждения верхнего рабочего уровня используется лишь небольшая часть энергии, затрачиваемой на поддержание газового разряда. Поэтому КПД He-Ne лазера значительно меньше $\eta_{кван.\ эф}$.

Спектр излучения He-Ne ОКГ состоит из отдельных линий, соответствующих продольным и поперечным типам колебаний используемого открытого резонатора. Общая ширина спектра генерации определяется шириной линии усиления активной среды ОКГ, рис. 5.1. Линия усиления ОКГ определяется эффектом Доплера.

$1/\tau$ - естественная ширина линии, обусловленная принципом неопределенности

$\Delta w_д$ – ширина неоднородной уширенной линии; растет с увеличением интенсивности накачки. Для перехода λ = 0,63 мкм она достигает 2000 МГц, для λ = 1,152 мкм она достигает 1000 МГц, для λ = 3,394 мкм – 400 МГц.

При длине резонатора 1 м в ОКГ может генерировать на λ = 0,63 мкм до 10 – 12, на λ = 1,152 мкм до 5 – 6 продольных колебаний.

5.3 Задачи для проработки темы

Задача 5.1 Величина излучаемой мощности определена следующим уравнением $P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+R_1)}\left[\frac{\chi_0 l}{\delta\, l + \ln(R_1R_0)^{-1/2}} - 1\right]$, где τ- коэффициент пропускания выходного зеркала; σ- эффективное сечение среды; η - параметр насыщения; χ_0 - ненасыщенный показатель усиления среды; R_1 – коэффициент отражения выходного зеркала; l - эффективная длина активного элемента; δ - показатель распределенных потерь в среде; R_0 – коэффициент отражения глухого зеркала.

При заданных значениях χ_0 = 0,1 см$^{-1}$, δ= 0,02 см$^{-1}$, l =5 см, R_1=R_0=0,4 определить показатель рассеяния $(\chi_0 - \delta)_{min}$, при котором возможна генерация в кристалле.

6 Моделирование работы фотоприемника

6.1 Основные понятия

Принципиальная особенность оптоэлектронных приборов состоит в использовании оптического излучения. Оптическое излучение – это электромагнитные волны с длиной волны от 10 нм до 1 мм$^{-1}$.

Оптическое излучение характеризуется фотометрическими параметрами. Различают фотометрические параметры энергетические и световые. Энергетические параметры характеризуют излучение безотносительно к его действию на какой-либо приемник излучения и связаны с переносимой излучением энергией.

Параметры и характеристики фотоприемников

Рассмотрим явление фотоэффекта, излучение фотонов твердыми телами, а также основные параметры и характеристики фотоприемных устройств. Чувствительность фотоприемников (ФП) – определяется тем, насколько сильно изменяются его характеристики при облучении светом:

а) токовая чувствительность – это:

$$S_i = \Delta I_ф / \Delta \Phi, \qquad (6.1)$$

где ΔΦ [Вт · лм] - изменение потока излучения, падающего на прибор;

б) вольтовая чувствительность – это отношение:

$$S_v = U_ф / \Phi.$$

Чувствительность зависит от G (G – скорость генерации пар).

Квантовый выход внутреннего фотоэффекта. η_1 - определяет, сколько неравновесных носителей (пар), созданы каждым поглощенным фотоном.

Определение скорости генерации пар G. Пусть на единичную поверхность приемника по направлению x⊥ этой поверхности, падает поток $\Phi_1(x)$ (плотность потока излучения). Зная, что $-d\Phi_1(x) = \alpha\Phi_1(x)dx$, получим, что поглощаемая энергия в рассчете на 1 см^3 составляет:

$$-\frac{d\Phi_1}{dx} = \alpha\Phi_1 . \qquad (6.2)$$

Число Q_1 фотонов, поглощенных за 1 с в 1 см^3 на глубине x таково: $Q_1 = \dfrac{\alpha\Phi_1}{h\nu}$. Число неравновесных носителей, возникающих в 1с в 1 см^3 (скорость образования носителей):

$$G(x) = \eta_1 Q_1(x) = \eta_1 \frac{\alpha\Phi_1}{h\nu}. \tag{6.3}$$

В области собственного поглощения $\eta_1 = 1$, а $Q_1 \sim \dfrac{1}{V}$, поэтому при Φ_1 – const скорость генерации G уменьшается обратно пропорционально частоте, чем больше ν, тем меньше G.

У ФП $I_ф = f(G)$. В лавинных ФД, фоторезисторах, фототранзисторах $I_ф = f\,[G(x)\cdot K_{ус}(E)]$, $K_{ус}(E)$ – коэффициент усиления, зависящий от E.

ФД инерционны. Инерционность характеризуется постоянной времени нарастания и спада фототока. Фототок уменьшается по закону:

$$I_{ф} = I_{м} \exp(-t/\tau_2), \tag{6.4}$$

где τ_2 - постоянная времени нарастания.

Пороговая чувствительность – это уровень светового потока $\Phi_п$, когда сигнал равен шуму, т. е. $\overline{I_ф^2} = \overline{\Delta I^2}$. Т. к. $\sqrt{\overline{\Delta I^2}}$ и $\Phi_п$ могут зависеть от площади S приемника и полосы Δf, то

$$\Phi_n^* = \frac{\Phi_n}{\sqrt{S \cdot \Delta f}}, \tag{6.5}$$

где Φ^* - приведенный пороговый ток.

Фотодиодные матрицы. При разработке видеодатчиков широко используются различные твердотельные преобразователи. Многоэлементные фотоприемники – один из таких преобразователей. Принцип восприятия изображения фотоприемниками сводится к следующему: распределение яркости объекта наблюдения превращается в оптическое изображение и фокусируется на фоточувствительную поверхность. Здесь световая энергия преобразуется в электрическую, отклик каждого элемента пропорционален его освещенности. Яркостная картина преобразуется в электрический рельеф. Схема сканирования производит периодический опрос каждого элемента и считывание содержащейся в нем информации. В конечном счете на выходе устройства мы получаем последовательность видеоимпульсов, в которой закодировано воспринимаемое изображение.

6.2 Примеры решения задач

Задача 1 Вычислить энергию фотонов, работу выхода. Использовать уравнение фотоэффекта Эйнштейна.

Решение:

а) вычислим энергию фотонов в ультрафиолетовой (УФ) области спектра (λ=330 и 250 Нм);

б) желтого света (λ=580 Нм);

в) красного света (λ=644 Нм).

Задача 2 Свет падает на поверхность натрия, работа выхода которого равна 2,11 эВ. Найдите максимальные скорости всех фотоэлектронов, если длина волны падающего света принимает указанные выше значения.

Решение: Подставив в формулу $E=h\cdot\nu=hc/\lambda=1,24/\lambda$ значения, получим:

а) 1,24/0,33=3,76 эВ;

б) 1,24/0,589=2,11 эВ, 1,24/0,25=4,96 эВ;

в) 1,24/0,644=1,93 эВ.

Скорости фотоэлектронов, обладающих наибольшей энергией, определяется из уравнения Эйнштейна

$$(1/2)m\cdot v_{max}^2 = h\nu - \varphi, \tag{6.6}$$

где φ - фотоэлектическая работа выхода данного материала, а $h\nu$-энергия падающего излучения.

При освещении красным светом электроны испускаться не будут.

На длине λ желтого света энергии равны (хотя электроны имеют достаточную энергию выхода для преодоления потенциального барьера, но они остаются на поверхности).

В УФ электроны эмигрируют с максимальными скоростями:

для λ=0,33 мкм

$$\vartheta_{max} = \sqrt{2(h\nu-\varphi)m} = \sqrt{2(3,76-2,11)\cdot 1,6^{-19}/9,11\cdot 10^{-31}} = 0,76\cdot 10^6 \text{ м/с}, \tag{6.7}$$

для λ=0,25 мкм

$$\upsilon_{макс}=1,0\cdot 10 \text{ м/с} \quad \upsilon_{max}=1,0\cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Задача 3 Уравнение фотоэффекта Эйнштейна. Фотоэлектрическая работа выхода для калия равна 2,0 эВ. На поверхность калия падает свет λ=0,35 мкм.

Определить:

а) запирающий потенциал Vs;

б) кинетическую энергию $E_к$ самых быстрых электронов;

в) скорости этих электронов;

г) вычислить, насколько изменится запирающий потенциал, если длина волны уменьшится до 348 Нм.

Решение: Энергия фотона $E=1,24/\lambda$ эВ, (6.8)

$E=1,24/0,35=3,54$ эВ.

Энергия эмиттированного электрона (E_e) представляет собой разность между энергией падающего излучения и работой выхода материала φ, т.е.

$$E_e=E_{изл}-\varphi = 3,54-2=1,54 \text{ эВ}.$$

Запирающий потенциал будет V_s=1,54 эВ.

$E_к$ наиболее быстрых электронов также равна 1,54 эВ.

Скорость наиболее быстрых электронов определяется как

$(½)m\upsilon^2 = 2{,}46\cdot10^{-19}$ дж;

$\upsilon_{макс}=0{,}74\cdot10^6$ м/с.

Уравнение Эйнштейна

$$(½)m\upsilon^2 = h\nu-\varphi \text{ или } e\cdot Vs=(hc/\lambda)-\varphi, \tag{6.9}$$

предполагая, что λ мало, запишем в дифференциальной форме:

$$\delta V_s=hc/l\ -\ \delta\lambda/\lambda^2.$$

Поскольку δλ=348-350 Нм, а λ=350 Нм, получаем, что запирающий потенциал уменьшается на величину δVs=20,4 mВ.

Задача 4. Здесь определяются следующие параметры: фотоэлектронная эмиссия, квантовый выход (Q), спектральная чувствительность(S), вывод соотношения S/Q=l/hν, пороговая частота (длина волны).

Пусть фотодиод имеет работу выхода 2,08 эВ и спектральная чувствительность 20 мкА/пм при освещении его λ=0,546 мкм. Считая, что световой поток 0,625 мкм на этой λ эквивалентен 1Вт, вычислить:

а) пороговую частоту,

б) запирающий потенциал, при котором фототок равен нулю,

в) квантовый выход.

Решение. Работа выхода – это разница между падающей энергией излучения и энергией, характеризующей эмиссионные свойства материала. Квантовый выход (Q) – это есть отношение числа испускаемых электронов к числу падающих. Квантовый выход

$$Q=n_e/n_p=(I/l)/(P/h\nu)=I\cdot h\nu/lP,$$

где n_e – число фотонов, падающих на фотокатод в 1с, а излучение с частотой ν несет мощность P. Спектральная чувствительность S=I/P; S/Q=l/hν.

Пороговая частота находится из условия $\varphi = h\nu$ где $\nu=\varphi/h=502\cdot10^{-12}$ Гц, а пороговая длина волны λ=c/F=5,98 Нм, Vs=hν–φ E=1,24/0,546=2,27 эВ.

Запирающий потенциал, при котором фототок уменьшается до нуля, равен Vs=hν–φ/l=2,27-2,08=0,19 В.

Квантовый выход Q=Ihν/lP=0,03.

Задача 5 Дайте описание фотоэффекта и объясните, каким образом с его помощью можно определить работу выхода для некоторой поверхности. Вычислите максимальную скорость электронов, эмитируемых из фотокатода, имеющего работу выхода 1,9 эВ и освещаемого монохроматическим светом с длиной волны $0{,}59\cdot10^{-6}$ м.

Решение._При падении эдектромагнитных волн на металлическую поверхность некоторое количество электронов этой поверхности может поглотить энергию падающего излучения и превратить ее в кинетическую энергию своего движения. Электрон поглощает энергию излучения квантами, равными hν, где ν - частота излучения, h – 6,63· 10^{-34} Дж·с – постоянная Планка.

Электроны могут покидать поверхность только в том случае, если hν>φ, где φ - работа выхода материала. Работу выхода материала можно определить как минимальную величину энергии, необходимую для получения эмиссии с поверхности материала; эта величина измеряется в электронвольтах. Электронвольт равен энергии, приобретаемой электроном при ускоряющем напряжении 1 В (1 В = 1,6· 10-19 Дж). Для вольфрама φ = 4,55 эВ =4,55· 1,6· 10-19 Дж.

Каждому материалу соответствует максимальная длина волны, при длинах волн больше которой эмиссия электронов происходить не может; ее называют *пороговой длиной волны.*

Пороговую частоту ν_0 для вольфрама можно найти следующим образом:

$$h\nu_0 = 4{,}55 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19},$$

$$\nu_0 = \frac{4{,}55 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 1{,}1 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Пороговая длина волны λ_0 определяется как

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}1 \cdot 10^{15}} = 272 \text{ нм.}$$

Полученная длина волны соответствует ультрафиолетовой области спектра.

Для цезия φ = 1,75 эВ, а λ_0 = 0, 707 мкм, т.е. пороговая длина волны лежит в видимой области спектра (красная область).

Эйнштейн сформулировал основное уравнение фотоэффекта:

$$h\nu = \varphi + \tfrac{1}{2} m v^2,$$

или

$$\tfrac{1}{2} m v_{макс}^2 = h\nu - h\nu_0. \qquad (6.10)$$

Отсюда следует, что фотон с частотой ν выше пороговой (ν_0) будет выбивать на поверхности электроны с кинетической энергией, определяемой уравнением (6.10), где $h\nu_0$ – работа выхода, $V_{макс}$ – максимальная скорость эмиттированных электронов, ν - частота кванта света.

Два основных закона внешнего фотоэффекта гласят, что

1) кинетические энергии отдельных фотоэлектронов не зависят от интенсивности освещения;

2) число фотоэлектронов, испускаемых в 1 с, пропорционально интенсивности освещения.

С помощью фотоэффекта можно определять работу выхода для некоторой поверхности методом Милликена. При измерении работы выхода используются две металлические пластины, одна из которых выполняет роль катода, а другая служит анодом, собирающим электроны, испускаемые металлической поверхностью катода. Если анод заряжен по отношению к катоду отрицательно, то электроны достигают анода благодаря запасу кинетической энергии, с которой они вылетают из катода. При отрицательном потенциале анода V электрон, пройдя расстояние от катода к аноду, совершит работу eV. Пусть при некотором отрицательном потенциале анода V_a ток прекращается. Это условие определяет максимальную кинетическую энергию, которую будут иметь вылетающие из катода электроны:

$$\tfrac{1}{2} m v^2_{макс} = eV_s. \qquad (6.11)$$

Потенциал eV_s называют запирающим потенциалом.

Пусть на катод падает свет с длинами волн λ_1, λ_2 и λ_3, а запирающий потенциал при этом равен V_{s1}, V_{s2} и V_{s3}. Запишем уравнение Эйнштейна:

$$h\nu = \varphi = eV_s \qquad (6.12)$$

и преобразуем его к виду

$$V_s = \left(\frac{h}{e}\right)\nu - \frac{\varphi}{e} \quad , \qquad (6.13)$$

что соответствует уравнению прямой линии.

Если в качестве осей координат выбрать V_s и ν, то наклон прямой даст отношение h/e, а из него можно определить постоянную Планка. Пересечение этой прямой с осью координат дает величину $-\varphi / e$, из которой можно определить работу выхода. По условию задачи

$$\varphi = 1{,}9\ эВ, \quad \lambda = 0{,}59 \cdot 10^{-6}\, м = 590\, нм,$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0{,}59 \cdot 10^{-6}} = 5{,}1 \cdot 10^{14}\, Гц.$$

Подставляя эти численные результаты в уравнение Эйнштейна

$$\mathrm{h}\nu = \varphi + \tfrac{1}{2} m V^2_{макс}, \quad \text{имеем} \qquad (6.14)$$

$$6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{14} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}9 + \tfrac{1}{2} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot V^2_{макс},$$

откуда получаем максимальную скорость фотоэлектронов:

$$V^2_{макс} = 2{,}73 \cdot 10^5 \quad м/с.$$

Задача 6 На сурьмяно-цезиевый фотоэлемент с интегральной чувствительностью К=100 мкА/лм падает световой поток Ф, равный 0,15 лм. Последовательно с фотоэлементом включен резистор R=400 кОм, с которого сигнал снимается на усилитель, управляющий реле с током срабатывания 10 мА при напряжении 220 В. Определить необходимые коэффициенты усиления по мощности и по напряжению, если входной нагрузкой усилителя является сопротивление *R* и темновой ток фотоэлемента равен нулю.

Решение. Определяем ток фотоэлемента:

$$I_Ф = K_ф Ф = 100 \cdot 0{,}15 = 15\ мкА.$$

Входная мощность усилителя:

$$P_{вх} = I^2 R = (15 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 4 \cdot 10^5 = 225 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^5 = 9 \cdot 10^{-5}\ Вт.$$

Мощность срабатывания реле:

$$P_р = 220 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2{,}2\ Вт.$$

Коэффициент усиления по мощности:

$$K_р = P_р / P_{вх} = 2{,}2/9 \cdot 10^{-5} = 2{,}44 \cdot 10^4.$$

Коэффициент усиления по напряжению:

$$K_U = U_р/U_R = U_р/(I_ф R) = 220/(15 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^3) == 36{,}7.$$

6.3 Задачи для проработки темы

Задача 6.1 Нарисуйте графики зависимости фототока от светового потока для трех различных сопротивлений резисторов нагрузки $R_н$ = 1, 10 и 20 МОм, если напряжение источника $E_а$=200 В.

Задача 6.2 Определить число каскадов фотоэлектронного умножителя для получения выходного тока 2 мА, если ток эмиссии фотокатода 0,01 мкА, а коэффициент вторичной эмиссии σ=6.

Задача 6.3 В девятикаскадном фотоэлектронном умножителе ток эмиссии фотокатода равен 10^{-8} А, а выходной ток составляет 100 мА. Найти коэффициент вторичной эмиссии материала электродов.

Задача 6.4 Определить коэффициент усиления фототока в фотоэлектронном умножителе, если известно, что число эмиттеров в приборе равно 6, коэффициент вторичной эмиссии материала эмиттера $\sigma = 4$.

7 Расчетное моделирование параметров оптического волокна

7.1 Основные понятия

Луч будет распространяться по оптическому волокну при условии превышения угла падения над критическим углом ($Q>Q_c$). Для этого необходимо, чтобы угол наклона луча к оптической оси φ был меньше φ_m, где $\varphi_m=\pi/2-Q_c$.

Расчет показателя преломления сердцевины. Оптическое волокно представляет собой диэлектрическую среду, в которой содержится основная часть световой энергии, передаваемой по волокну. Рассмотрим два основных применяющихся типа волокна: волокно со скачкообразным изменением показателя преломления и волокно с градиентным показателем.

У первого типа волокна показатель преломления не меняется в сердцевине и распространение света обеспечивается за счет отражения на границе между сердцевиной и оболочкой.

Если показатель преломления изменяется в зависимости от расстояния r от оптической оси по параболическому закону вида

$$n(r) = n(o) - [n(o) - n(a)]\left(\frac{r}{a}\right)^2, \tag{7.1}$$

то такие волокна называют волокнами с градиентом показателя преломления или градиентными волокнами.

Многомодовые волокна это волокна, диаметр которых составляет несколько десятков микрон, а разница показателей преломления ($\Delta_{мов}$) – порядка 10^{-2}.

У одномодовых волокон, диаметр которых составляет несколько единиц микрон, а разница показателей преломления ($\Delta_{оов}$) – порядка 10^{-3}.

$$n_{1мов} = \frac{n_2}{1-\Delta_{мов}}, \qquad n_{1оов} = \frac{n_2}{1-\Delta_{оов}}, \tag{7.2}$$

$$\Delta = \left(n_1^2 - n_2^2\right)/2n_1^2 \approx \left(n_1 - n_2\right)/n_1 .$$

Расчет критического угла ввода. При прохождении луча вдоль сердцевины волокна с n_1 будет наблюдаться полное внутреннее отражение от оболочки с n_1, если выполняется условие

$$\sin\alpha = n_1 \sin\varphi_m = n_2 \cos\theta_C .$$

При угле падения, равном критическому:

$$\cos\theta_C = \left(n_1^2 - n_2^2\right)^{1/2} / n_1, \ \sin\alpha_m = \left(n_1^2 - n_2^2\right)^{1/2}, \ \sin\alpha_m = (2n\Delta n)^{1/2} .$$

Чем больше угол, тем большая часть падающего на торец волокна света может быть введена в волокно. Критический угол, определяющий границу полного внутреннего отражения, выразится следующим образом:

$$\theta_c = \arccos(\sin\alpha_m/n_1) = \arcsin(n_2/n_1). \qquad (7.3)$$

Расчет числовой апертуры. Луч, входящий в волокно с торца, из окружающего волокно воздуха (с показателем преломления na) будет распространяться вдоль волокна путем многократных отражений от границы сердцевина – оболочка и не будет ослабляться при условии, что угол падения луча на границу раздела будет больше критического угла θc. Число, выраженное через $\sin\alpha m$, называют числовой апертурой волокна (NA).

$$(NA) = \sin\alpha_m = (2n\Delta n)^{1/2}, \quad \Delta n = n_1 - n_2, \quad n = n_1 + n_2)/2, \qquad (7.4)$$
$$\sin\alpha_m = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}.$$

*Временная дисперсия в объемной среде***.** Слово «дисперсия» в системах связи связано с явлением уширения световых импульсов после прохождения через дисперсионную среду. Под дисперсией материала понимается величина $\lambda d^2 n / d\lambda^2$. Любая помеха или сигнал, налагаемые на световую волну, распространяются не с фазовой скоростью волны, равной

$$v_ф = \omega / \beta, \qquad (7.5)$$

а с групповой скоростью, определяемой соотношением

$$v_{гр} = d\omega / d\beta = 1/\left(d\omega / d\beta\right) = v_ф / \left(1 - \left(\omega / v_ф\right)\left(dv_ф / d\omega\right)\right). \qquad (7.6)$$

Это обстоятельство важно, так как групповая скорость является скоростью распространения сигнала, с которой постоянно имеют дело в технике связи.

При прохождении сигнала через дисперсионную среду сигнал ослабляется и искажается.

Время прохождения t световым импульсом расстояния l равно

$$t = \frac{l}{v_{гр}} = \frac{Nl}{c} = \left[n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right] \frac{l}{c}, \qquad (7.7)$$

где N- групповой показатель преломления ($N = c / v_{гр} = n - \lambda dn / d\lambda$).

Групповая скорость может быть изображена в виде

$$v_{гр} = \frac{c}{N} = c / \left[n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right]. \quad (7.8)$$

Если свет имеет ширину спектра $\Delta\lambda$ относительно λ и если среда дисперсионная, то световой импульс расширяется в процессе распространения и поступает на выход на протяжении интервала времени Δt, определяемого соотношением:

$$\Delta t = \frac{dt}{d\lambda}\Delta\lambda = \frac{1}{c}\frac{dN}{d\lambda}\Delta\lambda = -\frac{1}{c}\lambda\frac{d^2n}{d\lambda^2}\Delta\lambda. \quad (7.9)$$

Обычно ширину спектра источника излучения определяют как диапазон длин волн, в пределах которого излучаемая мощность превышает 50% максимального значения. Часто удобно использовать относительную ширину спектра излучения γ, равную

$$\gamma = \left|\Delta\lambda / \lambda\right| = \left|\Delta\omega / \omega\right|. \quad (7.10)$$

Таким образом, после прохождения световым импульсом расстояния l в дисперсионной среде импульс расширяется, причем его длительность τ на уровне половинной мощности определяется выражением:

$$\tau = \frac{1}{c}\gamma\left|\lambda^2\frac{d^2n}{d\lambda^2}\right|. \quad (7.11)$$

Длительность импульса можно записать в таком виде:

$$\tau / 1 = (\gamma / c)\left|Y_m\right|, \quad (7.12)$$

где

$$Y_m = \lambda^2\frac{d^2n}{d\lambda^2} \quad (7.13)$$

представляет собой коэффициент дисперсии материала.

При $\lambda_m = \lambda_0$ дисперсия в объеме материала становится минимальной и равной

$$\tau / 1 = (-)\frac{\gamma^2\lambda^3}{8c}\left(\frac{d^3n}{d\lambda^3}\right)_{\lambda_0}. \quad (7.13а)$$

Ширина полосы частот связана с общей межмодовой дисперсией

$$\Delta f = 1/4\tau \quad \text{или} \quad \Delta f = 1/2\Delta T, \quad (7.14)$$

где

$$\Delta T / l = (N_1 / n_2)(\Delta n / c) \tag{7.15}$$

определяет разницу времени распространения импульсов вдоль осевого и наиболее наклоненного лучей. Более простое определение:

$$\Delta T / l = \frac{n_0 \Delta}{c}. \tag{7.16}$$

Влияние дисперсии материала и межмодовой дисперсии. При определении общей дисперсии оптического волокна необходимо обязательно учитывать оба вида дисперсии: дисперсию в материале и межмодовую дисперсию. Например, уширение импульса происходит под влиянием как межмодовой, так и материальной дисперсии. Оба механизма независимы друг от друга, и каждый из них приводит к появлению гауссова импульса длительностью τ_1 и τ_2 соответственно, измеренной на уровне 0,5. Тогда в результате их совместного влияния образуется импульс, который будет оставаться приближенно гауссовым по форме, а его длительность на уровне 0,5 будет определяться выражением $\tau = \left(\tau_1^2 + \tau_2^2\right)^{1/2}$. В конечном виде можно записать

$$\tau = \left[\left(\tau_0^2 / l^2\right) + (\tau_1^2 / l^2) + (\tau_2^2 / l^2)\right]^{1/2} \cdot l. \tag{7.17}$$

Здесь τ_0 обозначает ширину передаваемого импульса на уровне половинной мощности, а величины (τ_1/l) и (τ_2/l) учитывают влияние межмодовой и материальной дисперсии соответственно.

Приведенные значения дисперсий можно отнести к ступенчатым волокнам. С градиентными волокнами необходимо разобраться поподробнее.

Межмодовую дисперсию для градиентных волокон запишем следующим образом:

$$\Delta T = \frac{n_0 l}{c} \frac{|\alpha - 2|}{(\alpha + 2)} \Delta, \tag{7.18}$$

где Δ=0,01, n_0 - показатель преломления на оси волокна, $\alpha = 2(1 - \Delta)$ - профиль показателя преломления.

Или более простое определение:

$$\Delta T / l = \frac{n_0 \Delta}{c} (\Delta / 8). \tag{7.19}$$

Межмодовая дисперсия с учетом материальной дисперсии в градиентных волокнах. Оптимальный профиль показателя преломления с учетом дисперсионных свойств материала его сердцевины можно определять следующим образом:

$$\alpha_{опт} \approx 2(1 + 2\delta - \Delta),$$

где

$$\delta = \frac{n_0}{2N_0}\frac{\omega}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\omega} = -\frac{n_0}{2N_0}\frac{\lambda}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\lambda}. \quad (7.20)$$

Среднеквадратичная длительность импульсов. Другой мерой длительности импульса является среднеквадратичная длительность импульсов σ, которая ценна при неизвестной форме импульса. Под среднеквадратической длительностью импульсов σ понимают величину, определяемую соотношением

$$\sigma^2 = \frac{1}{\varepsilon}\int_{-\infty}^{\infty} t^2 \Phi(t) dt - t_0^2 , \quad (7.21)$$

где за Φ(t) принято распределение принимаемой мощности, t_0 – среднее время прихода импульса.

Если импульс уширяется под влиянием как межмодовой, так и материальной дисперсии и оба механизма уширения приводят к формированию приблизительно гауссовых импульсов, имеющих среднеквадратичные длительности, равные соответственно σ1 и σ2, то оба механизма будут объединяться, чтобы сформировать импульс, который по форме останется приблизительно гауссовым и среднеквадратичная длительность σ которого будет определяться выражением

$$\sigma = \left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)^{1/2}. \quad (7.22)$$

Приведенные соотношения получены простым вычислением по формуле (7.20) для каждого случая:

а) прямоугольный импульс τ=ΔT, σ=ΔT/2√3, τ – длительность импульса на уровне половинной мощности, σ=0,289t=0,289τ;

б) треугольный импульс τ=0,5ΔT, σ=ΔT/2√6, σ=0,204ΔT =0,408τ;

в) пилообразный импульс τ=0,5ΔT, σ=ΔT/3√2, σ=0,236ΔT =0,471τ;

г) экспоненциальный импульс τ=0,693τ_c, σ=τ_c=1,44τ;

д) усеченный лоренцевский импульс:

$$\sigma = \frac{\tau}{2}\left|X / tg^{-1} \cdot X\right|^{1/2}, \quad (7.23)$$

где X=ΔT/τ. Отметим, что σ→∞ при X→∞.

Расчет нормированной частоты. При распространении волноводных мод в идеальном ступенчатом волокне вводится такой параметр как нормализованный параметр частоты, определяемый соотношением:

$$V=\omega/\omega_0, \quad \omega_0 = \frac{c}{\alpha}\left(n_1^2 - n_2^2\right)^{1/2}. \quad (7.24)$$

Зная нормализованный параметр частоты, можно определить максимально допустимый параметр сердцевины для одномодового волокна по следующей формуле:

$$d_{max} = \frac{v_{max}}{\pi\sqrt{n_{1оов}^2 - n_2^2}} \ . \tag{7.25}$$

Для ступенчатого и градиентного волокона эта формула несколько изменятся. Так для ступенчатого волокна

$$d_{ст}(v) = \frac{v \cdot \lambda \cdot 10^6}{\pi\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}, \tag{7.26}$$

для градиентного $d_{гр}(v) = \sqrt{2}\,\dfrac{v \cdot \lambda \cdot 10^6}{\pi\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}$. (7.27)

Определение числа мод. В большинстве многомодовых волокон, используемых в оптических системах связи, одновременно распространяется много мод. Приближенная формула, определяющая число мод, для ступенчатого изменения показателя преломления следующая:

$$M \approx \pi^2 Q^2 / 8. \tag{7.28}$$

Воспользовавшись формулой

$$Q = 2V / \pi, \tag{7.29}$$

получим

$$M_{мов} \approx \frac{\eta^2 Q^2}{8} = \frac{v^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^2 (n_{1мов}^2 - n_2^2) = 2\pi\frac{A_C}{\lambda^2}(NA)^2, \tag{7.30}$$

где (NA) – числовая апертура волокна, A_C – площадь сердцевины, Q – число модовых групп ($Q=2V/\pi$).

Потери в оптических волокнах. Материал, пригодный для изготовления оптического волокна, должен иметь высокую прозрачность для электромагнитного излучения в области 1 мкм. Поэтому нужно указать физические эффекты, которые вызывают потери света в диапазоне длин волн 0,5 … 2,0 мкм. Это потери на поглощение в материале, на рассеяние, влияние ионизирующего излучения, оптимальная длина кварцевых оптических волокон. То есть в общем виде все потери можно разделить по подгруппам: обусловленные поглощением света, обусловленные рассеянием излучения, соединением световодов.

Собственное поглощение вызывается воздействием световой волны с одним или несколькими компонентами веществ, входящих в состав материала сердцевины и оболочки волокна (α<1 дБ/км).

Несобственное поглощение обусловлено наличием примесей ионов металлов и равно α=0,2-0,35 дБ/км.

Потери на рассеивание могут быть определены из следующего выражения:

$$\alpha_p = \frac{8\pi^3\left(n_1^2 - 1\right)}{3\lambda^4}\cdot\beta kT, \qquad (7.31)$$

где $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$- постоянная Больцмана, $\beta = 10{,}5\cdot10^{-11}$- изотермический коэффициент сжимаемости см^2/дин, $T = 1500$К – температура, n_1=1,4, λ=0,8 мкм. Подставив эти значения в формулу (7.31), получим

$\alpha_p \approx 11\cdot10^{-6}$ см$^{-1}$=4,7 дБ/км, $\alpha_п$=0,2α_p, тогда α=5,64 дБ/км.

Потери, полученные при соединении волокон. Рассогласование в волокне возникает из-за имеющихся в соседних волокнах различий в числовой апертуре (Δn), профиле показателя преломления, диаметре сердцевины, ошибок при соединении. Потери в таких соединениях ≈0,2 дБ.

Способность одномодовых волокон «подключаться» к источникам света, а также жесткие допуски, которые должны выдерживаться в их соединении, - самые большие недостатки одномодовых волокон.

Если волокна строго соосны, без осевого зазора, но характеризуются разными значениями эффективного радиуса моды ω_{01} и ω_{02} параметра ω_0, то коэффициент передачи по мощности записывается в виде

$$T_W = \left(\frac{2\omega_{01}\omega_{02}}{\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2}\right)^2. \qquad (7.32)$$

Потери будут ниже 0,5 дБ при $\omega_{01}/\omega_{02}<1{,}25$.

Потери, связанные с рассогласованием апертур, могут быть рассчитаны следующим образом:

$$\alpha_{NA} = 10\cdot\log\left[\left(\frac{NA_{пер}}{NA_{пр}}\right)^2\right], \qquad (7.33)$$

где $(NA)_{пер}$ – числовая апертура передающего волокна,

$(NA)_{пр}$ – числовая апертура приемного волокна.

Если наблюдается угловое рассогласование, то для многомодовых волокон потери определяются выражением

$$\alpha_{МОВ} = -10\cdot log\left(1 - \frac{zn_1\sqrt{2\Delta}}{4an}\right), \qquad (7.34)$$

а для одномодовых -

$$\alpha_{OOB} = 10 \cdot log\left(4 \cdot \frac{\left(4z^2+1\right)\left(4+z^2\right)}{\left(4z^2+2\right)^2}\right), \qquad (7.35)$$

потери, вызванные кривизной поверхности торцов

$$\alpha = 10 \cdot log\left(1 - \frac{\left(\frac{n}{n_1}\right)(n-1)(d_1+d_2)}{2n_1 d_1 \sqrt{2\Delta}}\right). \qquad (7.36)$$

7.2 Примеры решения задач

Задача 1 Определите частоту и энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при λ=0,63 мкм; б) лазер на неодиме (Nd^{3}+) при λ=1,06 мкм; в) лазер на углекислом газе при λ= 10,6 мкм.

Решение. Частота при известной длине волны равна

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

где $c = 3{\cdot}10^8$ м/с;

$$\text{а)}\ \ f = \frac{3 \cdot 10^8}{0{,}63 \cdot 10^{-6}} = 4{,}72{\cdot}10^{14}\ \text{Гц},$$

$$\text{б)}\ \ f = \frac{3 \cdot 10^8}{1{,}06 \cdot 10^{-6}} = 2{,}85{\cdot}10^{14}\ \text{Гц},$$

$$\text{в)}\ \ f = \frac{3 \cdot 10^8}{10{,}6 \cdot 10^{-6}} = 2{,}83{\cdot}10^{14}\ \text{Гц}.$$

Задача 2 Определите энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при λ=0,63 мкм; б) лазер на неодиме (Nd^{3}+) при λ=1,06 мкм; в) лазер на углекислом газе при λ= 10,6 мкм.

Решение.

Энергия фотона для каждого источника света определяется по формуле $E = h\nu$: , где $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с , для перевода энергии фотона из [Дж] в [ЭВ] необходимо результат поделить на $q=1{,}6{\cdot}10^{-19}$ К – заряд электрона. Получим:

$$\text{а)}\ \ \varepsilon = \frac{h \cdot f}{q} = \frac{4{,}74 \cdot 10^{14} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 1{,}96\ \text{(ЭВ); б)}$$

$$\varepsilon = \frac{2{,}83 \cdot 10^{14} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 1{,}17\ \text{(ЭВ)},$$

$$в)\ \varepsilon = \frac{2{,}83 \cdot 10^{13} \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}12 \text{ (ЭВ)}.$$

7.3 Задачи для проработки темы

Задача 7.1 Исходя из формулы $\beta_c = kn_2 \le kn_1$, найдите максимальное значение критического угла ввода θ_c из соотношения, за пределами которого постоянная распространения β меньше критического значения $\beta_c = kn_2$ и распространение света в световоде становится невозможным.

Задача 7.2 Светоизлучающий диод с P_e=7мВт, m=3 и A_e, определяемой толщиной t=60мкм и шириной w=170мкм, соединен с волокном с NA=0,19 и диаметром сердцевины 68 мкм. Определить мощность, введенную в волокно.

Задача 7.3 Ступенчатый волоконный световод имеет диаметр сердцевины 200 мкм и числовую апертуру NA = 0,19. Определить число направляемых мод при λ=1,16 нм.

Задача 7.4 Найти нормализованные частоты V_c, ниже которых распространение света в волокне ограничивается единственной модой, для волокон со следующими видами профиля показателя преломления: а) ступенчатый профиль (a=∞); б) параболический профиль (a=2); в) треугольный профиль (a=1).

Задача 7.5 Определить диаметр одномодового волокна, работающего на длине волны 0,85 мкм, показатель преломления сердцевины которого n_1=1,47, Δn=0,005.

Задача 7.6 Определить число мод в ступенчатом многомодовом и одномодовом волокне, у которого n_2=1,4, $2a_{мов}$ = 85 мкм и λ= 0,85 мкм, $2a_{оов}$ = 8 мкм, $\Delta_{мв}$=0,05, $\Delta_{ов}$=0,007.

Задача 7.7 Определить число мод в градиентном многомодовом волокне, если n_2=1,4, $d_{мв}$=85 мкм, $d_{ов}$=8 мкм и λ= 0,85 мкм, $\Delta_{мв}$=0,04.

Задача 7.8 Межмодовая дисперсия ΔT/l для волокна со скачкообразным показателем преломления равна 34 нс/км и 2500 нс/км для волокна без оболочки. Определить полосу пропускания для этих волокон.

Задача 7.9 Определите частоту и энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при λ=0,6328 мкм; б) лазер на неодиме (Nd^{3}+) при λ=1,16 мкм; в) лазер на углекислом газе при λ= 9,8 мкм.

Задача 7.10 Вычислить ширину полосы частот излучения на уровне 0,5 следующих источников:

а) лазер на GaAlAs, имеющий ширину спектральной линии 6 нм, при средней длине волны излучения 1,26 мкм.

Учебное пособие

Мягков Александр Сергеевич

Методические указания к практическим занятиям
по дисциплине «Приборы квантовой электроники и фотоники»

Усл. печ. л. ______ . Препринт
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40