

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования «Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники (ТУСУР)»
Кафедра экономической математики, информатики и статистики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ к лабораторным работам и ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
СТУДЕНТАМИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов»

Составитель ст. преподаватель кафедры ЭМИС

Матолыгин А.А.

Томск 2012

Методическое пособие направлено на развитие знаний по основам математической логики и теории алгоритмов, а так же развитию навыков у студентов по работе с математическим аппаратом математической логики и вычислимыми функциями. Данное методическое пособие предназначено для студентов обучающихся по направлениям 230100 «Информатика и вычислительная техника» и 230200 «Информационные системы».

Составитель ст. преподаватель кафедры ЭМИС

Матолыгин А.А.

СОДЕРЖАНИЕ

Основные разделы	4
Перечень лабораторных работ	6
Задания на лабораторные работы и вопросы к самостоятельно работе	6

Основные разделы

Цель дисциплины – ознакомление с основными понятиями и методами математической логики и теории алгоритмов с ориентацией на их использование в практической информатике и вычислительной технике.

Дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» является обязательной дисциплиной цикла «Математические и общие естественнонаучные дисциплины» для данного направления. Знания и навыки, полученные при ее изучении, используются в последующих дисциплинах общепрофессионального цикла.

В результате изучения дисциплины студенты должны:

1. Знать основные понятия и методы математической логики и теории алгоритмов, используемые в информатике и вычислительной технике.
2. Уметь использовать их для построения несложных логических моделей предметных областей, реализации логического вывода и оценки вычислительной сложности алгоритмов
3. Иметь представление о направлениях развития данной дисциплины и перспективах ее использования в информатике и вычислительной технике.

Самостоятельная работа студентов рассчитана на 128 часов. Из них проработка лекционного материала и подготовка к коллоквиумам по темам лекционных занятий – 36 часов.

1. Основы логики высказываний.

Логика высказываний. Язык логики высказываний. Синтаксис языка: алфавит и правила построения формул. Семантика языка, интерпретация формул. Свойства формул: общезначимость, выполнимость, непротиворечивость. Методы анализа выполнимости и общезначимости формул. Алгоритм преобразования формул в КНФ. Базовый алгоритм проверки общезначимости КНФ. Понятие логического следования, проблема дедукции. Принцип дедукции. Правило резолюций, метод резолюций.

2. Логика предикатов.

Синтаксис и семантика языка логики предикатов: алфавит, термы, атомы, правила построения формул. Свободные и связанные вхождения переменных, замкнутые формулы. Семантика языка логики предикатов, интерпретация формул. Предваренная, сколемовская и клаузуальная формы. Метод резолюций в логике предикатов.

3. Формальные теории или исчисления.

Понятия формальной системы и формального вывода. Аксиоматические системы. Теорема дедукции. Связь выводимости и истинности формул в логике высказываний. Исчисление предикатов как формальная система. Примеры формального вывода. Метатеория формальных систем. Основные свойства формальных систем: непротиворечивость, полнота, разрешимость. Теоремы о неполноте формальных систем, смысл и значение теорем Геделя для практической информатики.

4. Неклассические логики.

Интуиционистская логика. Нечеткая логика. Основы нечеткой логики. Нечеткая арифметика. Модальные логики. Темпоральные логики. Принцип логического программирования. Элементы алгоритмической логики. Алгоритмическая логика Хоара.

5. Теория алгоритмов – 10 часов.

Понятие алгоритмической системы. Рекурсивные функции. Частично-рекурсивные функции. Формализация понятия алгоритма. Тезис Черча. Машины Тьюринга. Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы. Меры сложности алгоритмов: временная и емкостная сложность. Асимптотическая сложность, порядок сложности. Понятие сложности вычислений. Сложность в среднем и в худшем случае. Эффективные алгоритмы.

Языки и задачи. Легко- и трудноразрешимые задачи, классы задач P и NP. NP-полные задачи. Примеры NP-полных задач. Примеры практически значимых NP-полных задач.

По теоретической части курса проводятся четыре коллоквиума по следующим темам:

1. Логика высказываний и предикаты.
2. Формальные теории.
3. Неклассические теории.
4. Теория алгоритмов.

Рекомендуемая литература к данному разделу самостоятельной работы.

1. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 288 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.)
2. Зюзьков В. М., Шелупанов А. А. Математическая логика и теория алгоритмов : Учебное пособие для вузов /- 2-е изд. - М. : Горячая линия-Телеком, 2007. - 176 с.
3. Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов : Учебное пособие для вузов / - М. : Академия, 2004. - 446 с. - ISBN 5-7695-1363-2
4. Шапорев С. Д. Математическая логика. Курс лекций и практических занятий : Учебное пособие для вузов /- СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 410 с. - ISBN 5-94157-702-8

5. Судоплатов С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник / С.В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. - М. : Инфра-М, 2008 ; Новосибирск : НГТУ, 2008. - 223 с.

Перечень лабораторных работ

На подготовку к лабораторным работам и написание отчетов по лабораторным работам выделяется 36 часов. По курсу предусмотрены следующие лабораторные работы:

№ п/п	Темы лабораторных работ	Часы ауд.
1	Язык логики высказываний, анализ свойств логических формул. Таблицы истинности.	2
2	Преобразование формул в логике высказываний. Равносильные формулы.	2
3	Нормальные формы формул логики высказываний.	2
4	Совершенные нормальные формы формул логики высказываний.	4
5	Проверка правильности рассуждений	2
6	Метод резолюций в логике высказываний	2
7	Язык логики предикатов. Преобразование формул в предваренную форму. Преобразование формул логики предикатов в сколемовскую и клаузальную формы. Метод резолюций в логике предикатов. Унификация атомов, построение наиболее общего унификатора	4
8	Булевы функции. Полином Жегалкина.	4
9	Двойственность булевых функций. Минимизация булевых функций.	4
10	Рекурсивные функции.	4
11	Машина Тьюринга.	4
12	Оценка сложности алгоритмов.	2
	Итого	36

Задания на лабораторные работы и вопросы к самостоятельно работе

Тема 1. Язык логики высказываний, анализ свойств логических формул. Таблицы истинности.

Цель работы: изучение и получение навыков определения свойств формул логики высказываний.

Задания на лабораторную работу

1. Формализация высказывания.
2. Определение формулы.
3. Изучение свойств формул. Понятие общезначимости формул.
4. Построение таблиц истинности, как средства определения свойств формул.
5. Понятие равносильных формул.

Теоретические и практические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994., стр. 7-9.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.) стр. 169-175.

Вопросы и контрольные задания.

1. Какие символы включает алфавит логики высказываний?
2. Перечислите названия логических операций в порядке убывания приоритета.
3. Запишите в виде формулы логики высказываний : «если вечер ясный, и закат красный, то завтра будет ветрено».
4. Расставьте скобки несколькими способами так, чтобы получилось пять разных формул $A \rightarrow \bar{B} \vee B \wedge C$.
5. Определите понятие формулы логики высказываний.

Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы находятся:

Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр. 92-111.

Тема 2. Преобразование формул в логике высказываний. Равносильные формулы.

Цель работы: получение навыков преобразования формул к равносильным.

Задания на лабораторную работу

1. Равносильные преобразования формул.
2. Основные равносильности логики высказываний.
3. Правило подстановки.
4. Правило замены.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994., стр. 9-15.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.) стр. 175-179.

Вопросы и контрольные задания.

1. В каких формах может быть представлена одна и та же формула логики высказываний? Могут ли они совпадать?
2. Что такое формула «с тесными отрицаниями»?

Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы находятся:

Смыслова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр. 92-111.

Вариант задания соответствует Вашему порядковому номеру в группе, номер выполняемого задания №2.

Тема 3. Нормальные формы формул логики высказываний.

Цель работы: получение навыков преобразования формул к равносильным и нахождения нормальных форм формул.

Задания на лабораторную работу

1. Равносильные преобразования формул.
2. Понятие элементарных дизъюнкций и конъюнктов.
3. Формирование дизъюнктивной и конъюнктивной нормальных форм.

Теоретические и практические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смыслова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994., стр. 9-15.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.) стр. 179-187.

Вопросы и контрольные задания.

1. В каких формах может быть представлена одна и та же формула логики высказываний? Могут ли они совпадать?
2. Что такое формула «с тесными отрицаниями»?
3. Что такое элементарная конъюнкция?
4. В какой форме представлены следующие формулы:
 - а) $X \wedge \bar{X} \vee Y \vee \bar{Y}$;
 - б) $(X \vee Y) \wedge \bar{X}$;
 - в) $(X \vee Y) \wedge \neg(X \vee \bar{Y})$
5. Однозначно ли представление в ДНФ?

Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы находятся:

Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр. 92-111.

Вариант задания соответствует Вашему порядковому номеру в группе, номер выполняемого задания №3.

Тема 4.

Цель работы: получение навыков преобразования формул к равносильным и нахождения нормальных форм формул.

Задания на лабораторную работу

1. Равносильные преобразования формул.
2. Основные равносильности логики высказываний.
3. Правило подстановки.
4. Правило замены.
5. Понятие полных элементарных дизъюнкций и конъюнкций. Нахождение совершенных нормальных форм.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994., стр. 9-15.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.) стр. 179-187.

Вопросы и контрольные задания.

1. Что такое полная элементарная конъюнкция?
2. Что такое полная элементарная дизъюнкция?
3. В какой форме представлены следующие формулы:

г) $X \wedge \bar{X} \vee Y \vee \bar{Y}$;

д) $(X \vee Y) \wedge \bar{X}$;

е) $(X \vee Y) \wedge \neg(X \vee \bar{Y})$

4. Однозначно ли представление в СДНФ?

Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы находятся:

Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр. 92-111.

Вариант задания соответствует Вашему порядковому номеру в группе, номер выполняемого задания №5.

Тема 5. Проверка правильности рассуждений.

Цель работы: получение навыков доказательства логического следствия.

Задания на лабораторную работу

1. Формализация посылок и заключений.
2. Изучение правил вывода.
3. Методы косвенного доказательства.
4. Закон контрапозиции.
5. Другие методы косвенного доказательства.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994., стр. 15-21.

Вопросы и контрольные задания.

1. Какие логические рассуждения являются правильными?
2. Перечислите которыми можно доказать правильность логического рассуждения?
3. Является ли правильным рассуждение $A, A \rightarrow B \mapsto \bar{B}$;
4. Запишите правило отделения.

Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы находятся:

Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр. 92-111.

Вариант задания соответствует Вашему порядковому номеру в группе, номер выполняемого задания №4.

Тема 6. Метод резолюций в логике высказываний.

Цель работы: получение навыков определения общезначимости формул логики высказываний методом Робинсона.

Задания на лабораторную работу:

1. Приведение к формул к конъюнктивной нормальной форме.
2. Создание множества дизъюнктов.
3. Создание резольвент.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов. Изд.2, доп. 2009. 120 с. ISBN 978-5-397-00056. стр. 25-29.

Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы находятся:

Смыслова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр. 92-111.

Вариант задания соответствует Вашему порядковому номеру в группе, номер выполняемого задания №5.

Тема 7. Логика предикатов.

Цель работы: получение навыков формирования формул логики предикатов и определения общезначимости формул.

Задания на лабораторную работу:

1. Язык логики предикатов.
2. Преобразование формул в предваренную форму.
3. Преобразование формул логики предикатов в сколемовскую и клаузуальную формы.
4. Метод резолюций в логике предикатов.
5. Унификация атомов, построение наиболее общего унификатора.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смыслова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр.26-33.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.) стр. 206-232.
3. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов. Изд.2, доп. 2009. 120 с. ISBN 978-5-397-00056. стр. 29-32.

Индивидуальные задания находятся на сервере экономического факультета.

Тема 8. Булевы функции. Полином Жегалкина.

Цель работы: выработка навыков работы с булевыми функциями.

Задания на лабораторную работу:

1. Понятие булевой функции.
2. Представление булевых функций формулами
3. Представление булевых функций в СДНФ.
4. Представление булевых функций полиномом Жегалкина.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр.33-42.

Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы находятся:

Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр. 92-111.

Вариант задания соответствует Вашему порядковому номеру в группе, номер выполняемого задания №7.

Тема 9. Двойственность булевых функций. Минимизация булевых функций.

Цель работы: выработка навыков работы с булевыми функциями.

Задания на лабораторную работу:

1. Понятие булевой функции.
2. Понятие двойственности формул.
3. Минимизация булевой функции.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр.33-42.

Индивидуальные задания для выполнения лабораторной работы находятся:

Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр. 92-111.

Вариант задания соответствует Вашему порядковому номеру в группе, номер выполняемого задания №6 и №9.

Тема 10. Рекурсивные функции.

Цель работы: введение понятие алгоритма и получение навыков работы с рекурсивными функциями.

Задания на лабораторную работу:

1. Понятие алгоритма.
2. Понятие вычислимой функции.
3. Простейшие функции.
4. Примитивная рекурсия.
5. Минимизация.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр.73-76.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.) стр. 234-237.
3. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов. Изд.2, доп. 2009. 120 с. ISBN 978-5-397-00056. стр. 78-82.

Индивидуальные задания находятся на сервере экономического факультета.

Тема 11. Машина Тьюринга.

Цель работы: введение понятие алгоритма и получение навыков работы с рекурсивными функциями.

Задания на лабораторную работу:

1. Понятие алгоритма.
2. Понятие вычислимой функции.
3. Простейшие функции.
4. Примитивная рекурсия.
5. Минимизация.
6. Машина Тьюринга-Поста.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. стр.68-71.
2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.) стр. 238-243.
3. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов. Изд.2, доп. 2009. 120 с. ISBN 978-5-397-00056. стр. 83-86.

Индивидуальные задания находятся на сервере экономического факультета.

Тема 12. Оценка сложности алгоритмов..

Цель работы: введение понятие сложности алгоритма и получение навыков работы по сравнению алгоритмов.

Задания на лабораторную работу:

1. Понятие сложности алгоритма.
2. Классы задач.

3. Недетерминированная машина Тьюринга.

Теоретические разделы курса необходимые для выполнения заданий находятся:

1. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов. Изд.2, доп. 2009. 120 с. ISBN 978-5-397-00056. стр. 93-96.

Индивидуальные задания находятся на сервере экономического факультета.

Рекомендуемая литература к данному разделу самостоятельной работы.

1. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 288 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.)
2. Смылова З. А. Математическая логика и ее приложения : Учебное пособие /. - Томск : ТАСУР, 1994. - 111 с.
3. Игошин В. И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов : Учебное пособие для вузов /- 2-е изд., стереотип. - М. : Академия, 2006. - 302 с. - ISBN 5-7695-2914-8
4. Шапорев С. Д. Математическая логика. Курс лекций и практических занятий : Учебное пособие для вузов /- СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 410 с. - ISBN 5-94157-702-8.

В рабочей программе предусмотрены темы на самостоятельное изучение и подготовку рефератов по ним. Объем самостоятельной работы составляет 56 часов.

Темы выносимые на самостоятельную работу:

1. Автоматический вывод теорем.
2. Создание программ автоматического вывода теорем.
3. Логическое программирование.
4. Языки логического программирования.
5. Решение логических задач на Прологе.
6. Эгалитарные теории.
7. Генератор виртуальной реальности.
8. Практическое применение нечеткой логики.

Рекомендуемая литература к данному разделу самостоятельной работы.

2. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения: Учебное пособие. –СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 288 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/231/> (дата обращения 06.06.2012 г.)
3. Зюзьков В. М., Шелупанов А. А. Математическая логика и теория алгоритмов : Учебное пособие для вузов /- 2-е изд. - М. : Горячая линия-Телеком, 2007. - 176 с.

4. Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов : Учебное пособие для вузов / - М. : Академия, 2004. - 446 с. - ISBN 5-7695-1363-2
5. Шапорев С. Д. Математическая логика. Курс лекций и практических занятий : Учебное пособие для вузов /- СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 410 с. - ISBN 5-94157-702-8
6. Гуц А.К. Математическая логика и теория алгоритмов. Изд.2, доп. 2009. 120 с. ISBN 978-5-397-00056.
7. Роганов Е.А. Практическая информатика. Лекция 10: логическое программирование. URL: <http://www.intuit.ru/department/se/pinform/10/> (дата обращения 13.07.2012г.)