МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФГБОУ ВПО «Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники»
(ТУСУР)

Кафедра механики и графики

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой МиГ
______________ Люкшин Б.А.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению лабораторных и расчетно-графических работ по механике, теоретической и прикладной механике для студентов всех специальностей

Указания рассмотрены и одобрены
на методическом семинаре кафедры МиГ,
протокол № 74 от 19.09.2011 г.

2011

Методическая разработка содержит указания по проведению лабораторных (расчетно-графических) работ по дисциплине «Механика» и предназначена для студентов всех инженерных специальностей, слушающих курсы «Механика», «Прикладная механика», «Теоретическая механика».

Разработчик: профессор кафедры МиГ Люкшин Б.А.

СТАТИКА

Лабораторная работа № 1

НАХОЖДЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ

Данные методические указания позволят закрепить теоретические знания по теме «Центр тяжести тела». Работа формирует представление о методах нахождения центра тяжести однородной плоской фигуры.

Студенты могут использовать полученные представления, знания и опыт для решения задач при выполнении расчетно-практических работ в реальных условиях.

Цель работы

Определить координаты центра тяжести однородной плоской пластины и оценить погрешность полученных значений координат.

Сведения из теории

Центром тяжести твердого тела называется связанная с этим телом точка, через которую проходит линия действия равнодействующей сил тяжести, действующих на частицы данного тела, при любом положении тела в пространстве. Координаты центра тяжести x_c, y_c, z_c как центра параллельных сил F_k определяются формулами

$$x_c = \Sigma F_k x_k/R, \quad y_c = \Sigma F_k y_k/R, \quad z_c = \Sigma F_k z_k/R. \qquad (1)$$

где x_k, y_k, z_k - координаты точек приложения сил F_k, действующих на частицы тела. Центр тяжести может не принадлежать телу в буквальном смысле – например, для кольца центры тяжести и симметрии совпадают, так что центр тяжести находится вне кольца, «в пустом месте».

Основные положения:

1. Если тело обладает симметрией относительно центра, оси или плоскости, то центр тяжести соответственно совпадает с центром, лежит на оси или в плоскости.

2. Если центры тяжести отдельных частей тела лежат на одной прямой (плоскости), то и центр тяжести лежит на этой прямой (плоскости).

3. Если тело имеет полости (пустоты), то его можно рассматривать как систему, состоящую из сплошного тела и тел в форме пустот, имеющих отрицательную массу (метод отрицательных масс).

4. Если тело можно разбить на конечное число частей, для каждой из которых положение центра тяжести известно, то координаты центра тяжести всего тела можно вычислить по формулам (1). Число слагаемых в каждой из сумм будет равно числу частей, на которые разбито тело.

Центр тяжести параллелограмма (ромба, прямоугольника) находится в точке пересечения диагоналей.

Центр тяжести треугольника находится в точке пересечения медиан.

Центр тяжести C сектора находится по формуле

$$x_c = 2R\sin\alpha/3\alpha,$$

где x_c отсчитывается от центра сектора, R – радиус сектора, α – половина центрального угла в вершине сектора (рис. 2). Так, при определении центра тяжести полукруга нужно принять $\alpha = \pi / 2$.

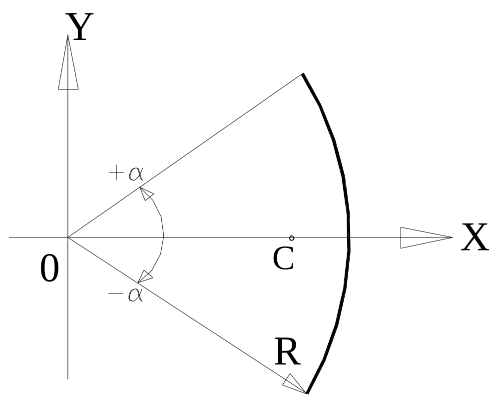

Рис. 1. К определению центра тяжести сектора

Расчетные формулы

Если тело представляет собой однородную плоскую и тонкую пластину, из (1) можно получить следующие формулы:

$$x_c = \Sigma s_k x_k / S, \quad y_c = \Sigma s_k y_k / S. \tag{2}$$

где S – площадь всей пластины; s_k – площади ее частей.

Расчет погрешностей

Различают два вида погрешностей - абсолютную и относительную.
Абсолютная погрешность некоторого числа равна разности между его истинным значением и приближенным значением, полученным в результате вычисления или измерения.

Относительная погрешность - это отношение абсолютной погрешности к приближенному значению числа.
Таким образом, если a - приближенное значение числа x, то выражения для абсолютной и относительной погрешностей запишутся соответственно в виде

$$\Delta x = x - a, \quad \delta x = \frac{\Delta x}{a}$$

При сложении или вычитании чисел их абсолютные погрешности складываются. Относительная погрешность суммы заключена между наибольшим и наименьшим значениями относительных погрешностей слагаемых; на практике принимается наибольшее значение. При умножении или делении чисел друг на друга их относительные погрешности складываются. При возведении в степень приближенного числа его относительная погрешность умножается на показатель степени. Для случая двух приближенных чисел a и b эти правила можно записать в виде формул:

$$\Delta\,(a \pm b) = \Delta\, a + \Delta\, b$$

$$\Delta\,(a \times b) = \Delta\, a \times b + \Delta\, b \times a,$$

и.т.д.

Справедлива следующая теорема.

Теорема. Предельная абсолютная погрешность вычисления функции равна произведению абсолютной величины ее производной на предельную абсолютную погрешность аргумента.

Абсолютная погрешность прямых измерений задана в условиях задач.

Абсолютные погрешности более сложных выражений определяются по правилам, приведенным выше.

Порядок выполнения работы

1. Разбиваем плоскую фигуру на простые отдельные части, положение центра тяжести которых известны.
2. Выбираем систему координат. Вычисляем площади и координаты x_k, y_k центров тяжести отдельных частей. Площади вырезанных частей берем со знаком минус.
3. Находим общую площадь фигуры по формуле
4. Определяем координаты центра тяжести фигуры.
5. Рассчитываем погрешность определения координат центра тяжести.

Большинство задач на определение центра тяжести допускает несколько способов разбиения фигуры. Этим можно воспользоваться для проверки результата.

Далее принять, что все линейные размеры даны с погрешностью не более 0.5 мм, а углы с погрешностью не более 1°.

Определить максимальную абсолютную погрешность определения координат центра тяжести.

Результаты:

$S =$ $\pm$ $x_c =$ $\pm$ $y_c =$ $\pm$

Вариант 1

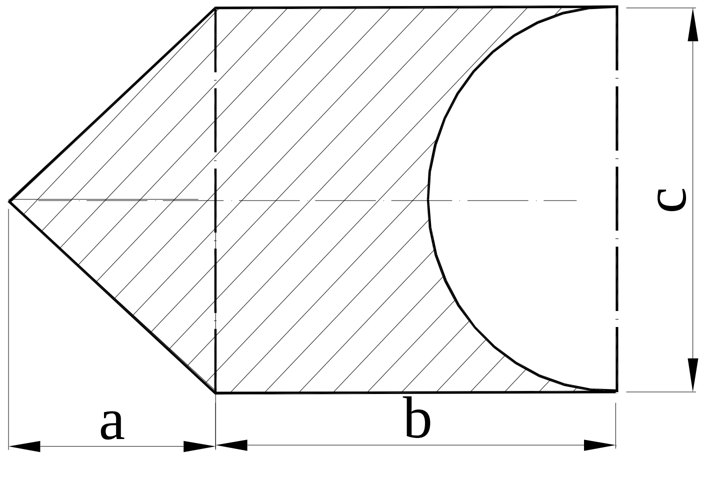

Рис. 2. Чертеж плоской фигуры (заштрихованная область) и пример разбиения ее на части штриховыми линиями

Схема на рис. 2. Здесь и далее размеры в см. Начало отсчета в левой вершине треугольника.

№ варианта	*a*	*b*	*c*
1	8	12	10
2	6	12	12
3	8	10	10
4	5	8	8
5	12	12	12

Вариант 2

Схема на рис. 3. Начало отсчета в точке A.

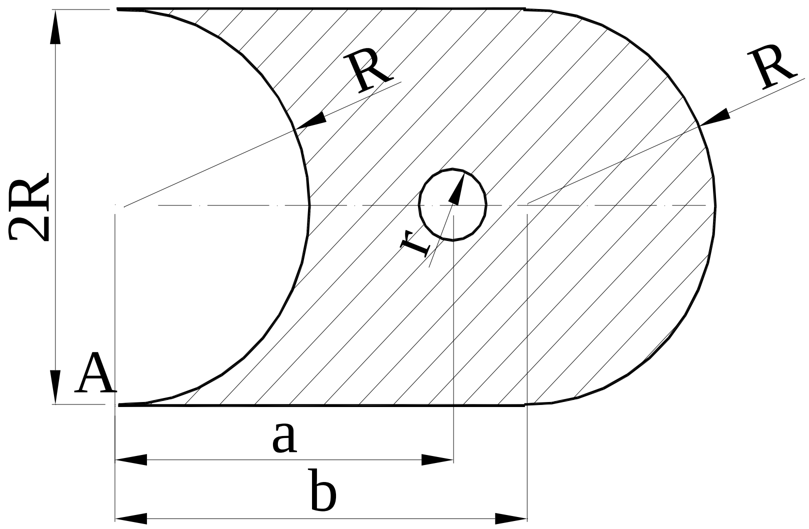

Рис. 3

№ варианта	a	b	r	R
1	14	16	4	8
2	10	12	3	6
3	12	14	3	6
4	14	18	4	8
5	16	18	4	8

Вариант 3

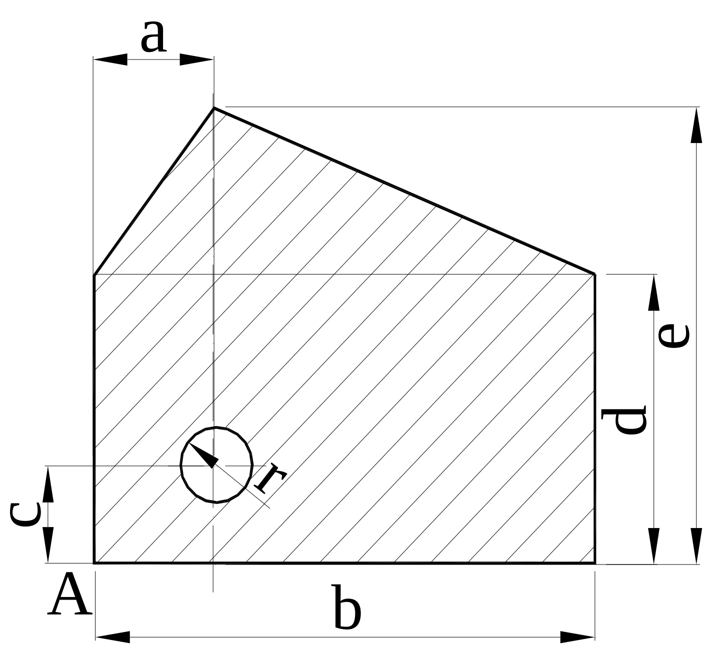

Рис. 4

№ варианта	a	b	c	d	e	r
1	15	35	15	23	33	6
2	14	34	14	25	32	6
3	13	33	13	25	31	5
4	12	32	12	25	32	5
5	9	33	12	33	38	7

Вариант 4

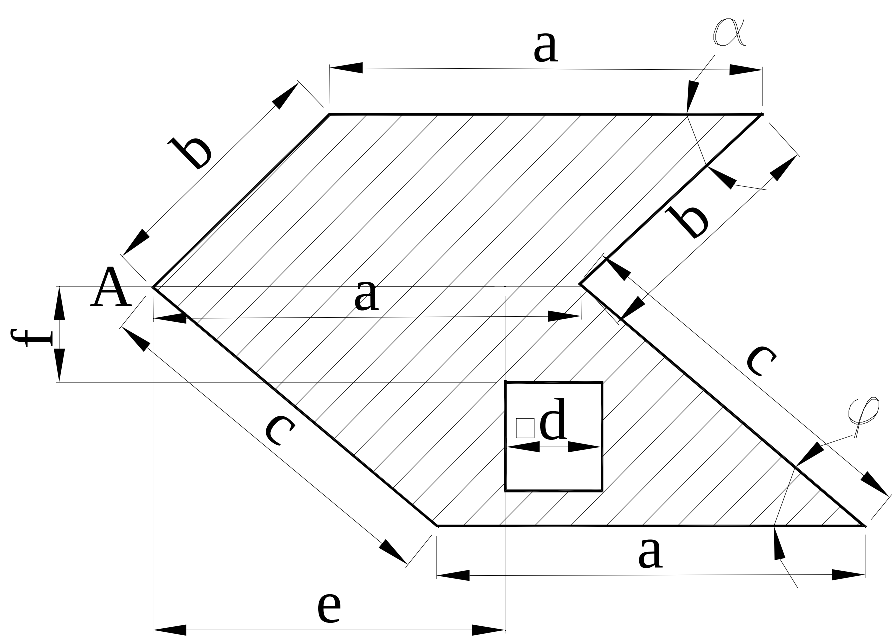

Рис. 5

№	a	b	c	d	e	f	α^o	φ^o
1	10	10	10	2	6	2	30	45
2	12	10	12	3	6	1	45	45
3	12	10	12	3	7	4	30	30
4	10	12	10	3	7	2	45	45
5	12	12	12	4	6	1	30	30

Контрольные вопросы:

1. Что называется центром тяжести?
2. Где находится центр тяжести симметричной фигуры?
3. Как находится центр тяжести сложной плоской фигуры?
4. Может ли находиться центр тяжести вне тела?
5. По каким формулам рассчитывается центр тяжести однородной плоской фигуры?

Лабораторная работа № 2

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОСТЕЙШЕЙ СТЕРЖНЕВОЙ КОНСТРУКЦИИ

Данные методические указания позволят закрепить теоретические знания по разделу теоретической механики «Статика». Работа формирует представление о методах нахождения усилий в простейших стержневых системах, об исследовании зависимости этих усилий от приложенных нагрузок и конфигурации систем, о способах оценки погрешности расчетов при известных ошибках измерений.

Студенты могут использовать полученные представления, знания и опыт для решения задач при выполнении расчетно-практических работ в реальных условиях.

Цель работы

Определить усилия в простейшей стержневой системе и найти конфигурацию, обеспечивающую равные напряжения в стержнях.

Сведения из теории

В простейшей стержневой системе, состоящей из 2 – 3 прямолинейных шарнирно скрепленных стержней, отдельные элементы могут работать (по определению) лишь на растяжение или сжатие. Когда заранее невозможно оценить характер усилий – растягивающие или сжимающие – направления усилий в схеме указываются произвольно.

Если решение дает отрицательное значения усилия, то это усилие направлено в противоположном направлении, нежели указано в схеме. Схему перерисовывать не нужно – ответ указывать с полученным значением и знаком.

Для сходящихся стержней момент относительно точки схождения (центра) равен нулю, и из уравнений равновесия в векторной форме остается единственное – равенство нулю главного вектора, который в данном случае становится равнодействующей.

Разрешающие уравнения получаются после проецирования всех сил, сходящихся в узле, на оси координат.

Задача

Крепление мачты антенны проводится с помощью специальных оттяжек, которые крепятся к фундаменту с помощью стержневой системы. Схема показана на рис. 6. Стержни шарнирно соединены с фундаментом, R – нагрузка, приложенная со стороны оттяжки.

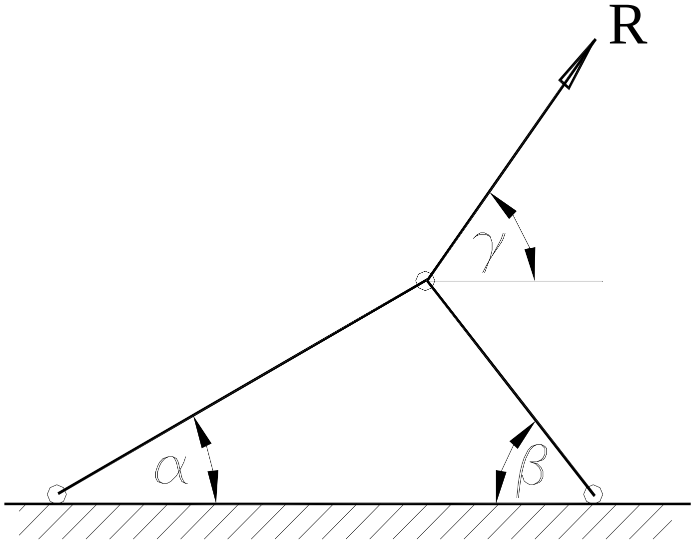

Рис. 6

При условии α + β = π/2 найти такие значения углов α и β, при которых усилия в стержнях S_1 и S_2 будут равны друг другу. Для заданных параметров найти усилия в стержнях и погрешность их определения, если углы заданы с точностью 1 градус, натяжение R с погрешностью 100 Н.

Варианты

№	R (Н)	γ	α	$S_1 \approx S_2$
1	1000	60	30	

2	1000	45	30	
3	1200	60	45	
4	1200	60	30	
5	1500	75	45	
6	1500	75	30	
7	1500	60	30	

Контрольные вопросы:

1. Какие уравнения равновесия (и сколько) нужно использовать при расчете равновесия тела под действием плоской системы сил в общем случае?
2. Какие уравнения равновесия (и сколько) нужно использовать при расчете равновесия тела под действием сходящейся системы сил?
3. В векторной форме условия равновесия для сходящейся системы сил сводятся к одному уравнению. Если определению подлежат две величины, как на схеме рис. 6, как получить два уравнения?
4. Почему в условии задачи задается $\gamma > \alpha$?

КИНЕМАТИКА

Данные методические указания позволят закрепить теоретические знания по разделу теоретической механики «Кинематика». Работа формирует представление о методах нахождения параметров уравнения движения по данным измерений положения точки в разные моменты времени, о способах оценки погрешности расчетов при известных ошибках измерений.

Студенты могут использовать полученные представления, знания и опыт для решения задач при выполнении расчетно-практических работ в реальных условиях.

Лабораторная работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЗАДАННОГО ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЙ

Сведения из теории

Закон движения точки может быть задан тремя способами.

1) векторный, когда известна зависимость радиуса-вектора точки $\boldsymbol{r}$ от времени t:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}\,(t);$$

2) координатный, когда задаются координаты точки (в случае декартовых координат это x, y, z) как функции времени t:

$$x = x\,(t),\;\; y = y\,(t),\;\; z = z\,(t),$$

3) траекторный или естественный, когда при известной траектории движения задано начальное положение точки $s = 0$, положительное направление движения и закон движения

$$s = s\,(t).$$

В последнем случае необходимо помнить и понимать, что заданная зависимость описывает текущее положение точки, а не пройденный ею путь к данному моменту времени. Например, при гармоническом законе движения по закону sin или cos значение величины s, описывающей положение точки с интервалом в период колебаний будет повторяться, а пройденный путь будет со временем увеличиваться.

Задача

Закон движения описывается квадратичной зависимостью координаты s от времени:

$$s = at^2 + bt + c.$$

В моменты времени t_1, t_2, t_3 определены положения точки, соответственно это значения s_1, s_2, s_3. Погрешность измерения моментов времени не превышает 0.2 с, а положение определяется с максимальной погрешностью 1 мм.

Найти:

1) конкретную зависимость s от t;
2) скорость и ускорение точки в местах измерений;
3) абсолютные погрешности определения скорости и ускорения точки в местах проведения измерений.

№	t_1	t_2	t_3	s_1	s_2	s_3
1	0	1	2	1	4	9

2	0	3	4	3	6	15
3	0	1	2	1	7	23
4	1	2	3	4	9	16
5	1	2	3	0	1	6

Контрольные вопросы

1. В чем отличие векторного и координатного способов описания движения, если переход от одного способа к другому достаточно прост?
2. В чем разница между координатой s, фигурирующей в описании закона движения траекторным способом, и пройденным этой точкой путем?
3. В чем разница между средними и мгновенными значениями скоростей и ускорений?
4. В каком случае средняя скорость равна мгновенной на всей траектории?

ДИНАМИКА

Данные методические указания позволят закрепить теоретические знания по разделу теоретической механики «Динамика». Работа формирует представление о методах расчета параметров движения материальной точки с учетом приложенных к ней сил, в том числе сил трения. Выполнение работы предполагает получение погрешности этих параметров на основе данных о погрешностях измерений.

Студенты могут использовать полученные представления, знания и опыт для решения задач при выполнении расчетно-практических работ в реальных условиях.

Лабораторная работа № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ПО НАКЛОННОЙ ПЛОСКОСТИ С УЧЕТОМ СИЛ ТРЕНИЯ

Цель работы

Определить закон движения тела по негладкой наклонной плоскости.

Сведения из теории

Сила трения скольжения (сухого трения) определяется законом Кулона $F_{тр} = k \times N$, где k – коэффициент трения, величина безразмерная, N – сила нормального взаимодействия движущегося тела и поверхности, по которой происходит перемещение.

Сила трения всегда направлена против движения (в состоянии покоя против направления, куда направления сдвигающая сила).

На наклонной плоскости реакция взаимодействия определяется по формуле

$$N = P \times cos\alpha,$$

где α – угол наклона плоскости к горизонтальной поверхности. Величина скатывающей силы F определяется значением

$$F = P \times sin\alpha.$$

С ростом угла наклона N скатывающая сила F увеличивается, а сила нормального взаимодействия N убывает. Движение начнется при равенстве силы трения скатывающей силе.

Задача

В эксперименте установлено, что движение тела по наклонной плоскости (с трением) начинается при значении угла наклона, равном α.

Написать уравнение движения тела по наклонной плоскости, если ее наклон изменился до значения $\beta > \alpha$..

Варианты

№	α	β
1	30	45
2	30	60
3	45	60
4	30	75
5	45	75

Определить погрешность вычисления коэффициентов в полученном уравнении движения, если погрешность измерения углов наклона составляет 1 градус.

Контрольные вопросы

1. Какова размерность коэффициента трения скольжения?
2. Муха бегает по вертикальной стене. Почему нельзя объяснить то, что она не падает, эффектами трения?
3. Почему задано $\beta > \alpha$?