



Кафедра конструирования
и производства радиоаппаратуры

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой КИПР
_____ **В.Н. ТАТАРИНОВ**
“ ___ ” _____ 2012 г.

Моделирование динамических режимов подсистем РЭС

Лабораторная работа по дисциплинам «Информатика» для студентов специальностей 211000.62 «Конструирование и технология электронных средств» (бакалавриат) и 162107.65 «Информатика и информационные технологии» (специалитет)

Разработчик:
Доцент кафедры КИПР
_____ Ю.П. Кобрин

Томск 2012

Содержание

1	Цель работы.....	3
2	Порядок выполнения работы	3
3	Содержание отчета	4
4	Краткая характеристика класса задач	4
5	Формирование математических моделей динамических подсистем РЭС.....	6
6	Пример формирования динамической математической модели	11
7	Численные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений ..	13
	7.1 Постановка задачи	13
	7.2 Численные методы для ОДУ первого порядка	14
	7.3 Встроенные функции MathCAD для численного интегрирования одного ОДУ ..	18
	7.4 Встроенные функции для решения систем ОДУ	19
	7.5 Особенности различных численных методов интегрирования ОДУ	21
	7.6 Использование системы схемотехнического моделирования MicroCAP для расчета динамических режимов в РЭС	22
	7.7 Краткие выводы	24
8	Контрольные вопросы	24
9	Список рекомендуемой литературы	24
10	Индивидуальные задания	25

1 Цель работы

В ходе настоящей работы предусматривается:

- 1) изучение методов анализа динамических режимов при проектировании радиоэлектронных средств (РЭС);
- 2) приобретение навыков в формировании функциональных математических моделей (ММ) РЭС, используемых для анализа динамических режимов;
- 3) приобретение практических навыков в работе с системами автоматизации математических расчетов *MathCAD* [1] [2] [3] [4] и *MicroCAP* [5] [6] [7] для решения задач анализа динамических режимов.

2 Порядок выполнения работы

- 1) Приступая к изучению, повторите:
 - из курса "Высшая математика" - раздел интегрирование систем обыкновенных дифференциальных уравнений;
 - из настоящего курса - раздел: анализ статических режимов технических подсистем, топологические уравнения, их виды, количество, правила знаков; уравнения связи фазовых переменных на элементах типа R , C , L [8].
- 2) Изучите разделы 4 - 7 настоящего пособия. Более подробно вопросы, характеризующие динамические режимы, возникающие при коммутации, изложены в [9] [10] [11], численные методы интегрирования дифференциальных уравнений в [12] [13] [14].
- 3) Используя электронный учебник, встроенный в *MathCAD*, а также [1] [2] [3] [4], усвойте основные приемы работы с системой *MathCAD* и примерами реализаций базовых численных методов решения систем ОДУ.
- 4) Используя электронный учебник *MicroCAP*, а также [5] [6] [7], усвойте основные приемы работы с системой *MicroCAP* для анализа динамических режимов в РЭС.
- 5) Качественно проанализируйте динамический режим предложенного Вам варианта схемы электрической цепи (задания в разделе 10).
- 6) Сформируйте математическую модель предложенной Вам схемы электрической цепи методом переменных состояния.
- 7) Определите границы интегрирования и шаг интегрирования для Вашей системы ОДУ.
- 8) Решите систему ОДУ с помощью системы *MathCAD* одним из рассматриваемых ниже методов. Если нужно, уточните время интегрирования, шаг и повторите расчет.
- 9) Проверьте правильность полученных результатов с помощью системы *MicroCAP*.
- 10) Сравните графики зависимостей, полученные с помощью систем *MathCAD* и *MicroCAP*. Определите практическую длительность переходного процесса, экстремальные значения токов и напряжений, наличие в переходном состоянии колебаний и их частоту. Сравните их с теоретическими значениями.
- 11) Ответьте на контрольные вопросы.
- 12) Оформите и защитите отчет по лабораторной работе.

3 Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен состоять из следующих разделов:

- 1) Тема и цель работы.
- 2) Ответы на контрольные вопросы (письменно).
- 3) Условия индивидуального задания.
- 4) Тексты программ на *MathCAD* вместе с вводимыми исходными данными, ограничениями и пояснениями (в электронном виде).
- 5) Результаты выполнения вычислений с помощью систем *MathCAD* и *MicroCAP* (таблицы, графики и т.п.).
- 6) Выводы о результатах проделанной работы.

При защите отчета по работе для получения зачета студент должен уметь:

- пользоваться необходимой терминологией;
- владеть методикой формирования математических моделей для анализа динамических режимов РЭС.
- привести доказательства правильности сформированных математических моделей и полученных результатов;
- проявить знание использованных методов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений и их работоспособность на своих примерах;
- продемонстрировать навыки работы в системах *MathCAD* и *MicroCAP*.

4 Краткая характеристика класса задач

Состояние электрической цепи, при котором токи и напряжения либо неизменны во времени, либо меняются периодически, называется *установившимся (стационарным)*. Как правило, наступлению установившегося состояния, отличного от первоначального режима работы, предшествует *переходный процесс* (переходное состояние), при котором токи и напряжения изменяются *непериодически*.

Динамические (переходные) режимы технических подсистем возникают при любом изменении значений внутренних или внешних параметров технической подсистемы, содержащей накопителя энергии (реактивные элементы типа *C* или типа *L*). Такое изменение структуры цепи или значений параметров ее элементов в общем случае называется в электротехнике *коммутацией* (переключением).

Результатом динамических режимов является *сдвиг по времени* и *искажение формы сигналов*. Во время переходных процессов в электрических цепях часто возникают более тяжелые условия, чем при установившемся режиме. При этом токи и напряжения отдельных участков могут в несколько раз превышать значения, соответствующие установившемуся режиму. В одних цепях переходные процессы нежелательны, а в других - используются.

Теоретически можно считать, что коммутации (переключения) в РЭС производятся мгновенно, однако переход от исходного режима работы к последующему установившемуся процессу происходит *не мгновенно*, а за некоторое время.

Это обстоятельство объясняется тем, что каждому установившемуся (стационарному) состоянию цепи соответствует определенный запас энергии электрических и магнитных полей. Переход к новому режиму связан с изменением энергии этих полей. Однако энергия, запасаемая в магнитном поле индуктивности, и энергия, запасаемая в электрическом поле емкости, не могут измениться мгновенно, так как в противном случае мощность, равная производной энергии по времени, достигала бы бесконечно больших значений.

Таким образом, в цепях с реактивными элементами действуют *два закона коммутации*.

1-й закон коммутации. Ток i_L и потокосцепление самоиндукции Ψ_L в начальный момент коммутации остаются такими же, какими они были до коммутации, а затем начинают изменяться плавно.

Если принять что $t = -0$ – условно соответствует *докоммутационному* режиму, а $t = 0$ – *начальный момент коммутации*, соответствующий началу переходного процесса, то можно записать:

$$i_L(-0) = i_L(0); \quad \Psi_L(-0) = \Psi_L(0). \quad (4.1)$$

2-й закон коммутации. Напряжение и заряд на емкости q_C в начальный момент коммутации остаются такими же, какими они были до коммутации, а затем начинают изменяться плавно, т.е.:

$$q_C(-0) = q_C(0); \quad u_C(-0) = u_C(0). \quad (4.2)$$

Значения величин $i_L(0)$ и $u_C(0)$ называют *начальными условиями*. Если $i_L(0) = 0$ или $u_C(0) = 0$, то начальные условия называют *нулевыми*, если же $i_L(0) \neq 0$ или $u_C(0) \neq 0$, то начальные условия *ненулевые*. При расчете динамических режимов в РЭС знание начальных условий обязательно.

Математические модели (ММ) РЭС в динамическом режиме часто изображаются *системой обыкновенных дифференциальных уравнений* (системой ОДУ) с заданными начальными условиями.

Дифференциальные уравнения – это уравнения, в которых неизвестными являются не переменные (т.е. числа), а функции одной или нескольких переменных. Эти уравнения (или системы) включают соотношения между искомыми функциями и их производными. Если в уравнения входят производные только по одной переменной, то они называются *обыкновенными дифференциальными уравнениями*. В противном случае говорят об *уравнениях в частных производных*. Последние также представляют большой интерес при моделировании тепловых, электромагнитных, влажностных, механических и других полей в РЭС.

Решить (или *проинтегрировать*) дифференциальное уравнение – означает определить неизвестную функцию на определенном интервале изменения ее переменных.

Как известно, одно обыкновенное дифференциальное уравнение или система ОДУ имеет единственное решение, если помимо уравнения определенным образом заданы *начальные* или *граничные* условия. В соответствующих курсах высшей математики доказываются теоремы о существовании и единственности решения в зависимости от тех или иных условий.

Системы нелинейных и линейных алгебраических уравнений (АУ) являются *частным* случаем ОДУ, когда время от момента коммутации теоретически стремится к бесконечности.

Имеются два типа задач, которые возможно решать с помощью систем типа MathCAD:

- **задачи Коши** - для которых определены начальные условия на искомые функции, т.е. заданы **значения** этих функций в начальной точке интервала интегрирования уравнения;
- **краевые задачи** - для которых заданы определенные соотношения сразу на обеих границах интервала.

Решение задач Коши для ОДУ и их систем - задача достаточно хорошо разработанная и с вычислительной точки зрения не представляющая особой трудности [2-7]. Большое значение здесь имеет представление результатов и анализ зависимостей решения от различных параметров системы. Хорошие возможности для этого представляют системы автоматизации научных расчетов типа *MathCAD* [8]. Между тем, имеется целый класс ОДУ, называемых *жесткими*, который не поддается решению стандартными методами, например методами Рунге-Кутты. Для них в системе MathCAD имеются специальные возможности. Еще более привлекательными для анализа динамических режимов в РЭС кажутся системы схемотехнического моделирования на персональных компьютерах типа *MicroCAP* [9], *PSPice* и *OrCAD*.

Целью изучения поведения подсистем РЭС в динамическом режиме является получение в функции времени значений фазовых переменных при всевозможных видах коммутации (из-за включения и отключения источников, изменения параметров подсистем и т.п.). В первую очередь при анализе интересуют *практическая длительность переходного процесса, экстремальные значения токов и напряжений, наличие в переходном состоянии колебаний, их частота*, амплитудные и фазовые искажения сигнала и т.д.

5 Формирование математических моделей динамических подсистем РЭС

Система ОДУ, описывающих подсистему РЭС, может быть получена из топологических уравнений. Одним из наиболее распространенных методов формирования ММ электрических цепей является **метод переменных состояния**. При использовании этого метода все относящиеся к схеме электрической цепи переменные разделяются на три множества:

- множество **входных переменных** $U = \{U_1, U_2, \dots, U_p\}$. Это источники фазовых переменных - напряжения $e(t)$ идеальных источников напряжения и токи $j(t)$ идеальных источников тока.
- множество **переменных состояния** $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, т.е. вектор тех фазовых переменных которые характеризуют запасы энергии в физической системе. В качестве переменных состояния принимают токи в индуктивностях $i_L(t)$ напряжения на емкостях $u_C(t)$,
- множество выходных переменных $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$ - все остальные токи и напряжения, определяемые при расчете.

Начальные условия - токи на элементах типа L и напряжения на элементах типа C - определяются из расчета режима подсистемы до коммутации.

Математическая модель может быть получена в **неявной форме** либо в **явной** (нормальной форме Коши) ОДУ. Неявная форма ОДУ

$$\Phi(V, \dot{V}, t) = 0, \quad (5.1)$$

где V - вектор фазовых переменных, достаточных для определения состояния моделируемого объекта, размерностью n .

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} \quad \text{- вектор производных фазовых переменных по времени.}$$

Наиболее удобной формой представления математической модели в методе переменных является система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в нормальной форме (форме Коши):

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = g_1(t, x_1, \dots, x_n); \\ \frac{dx_2}{dt} = g_2(t, x_1, \dots, x_n); \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots; \\ \frac{dx_n}{dt} = g_n(t, x_1, \dots, x_n). \end{cases} \quad (5.2)$$

где t - время (начальные условия $X_0 = X|_{t=0}$).

Систему дифференциальных уравнений (5.2) часто представляют в матричном виде:

$$\frac{dX}{dt} = G(t, X) \quad (5.3)$$

где $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ - вектор переменных состояния;

$G(t, X) = [g_1(t, X), g_2(t, X), \dots, g_n(t, X)]$ - n -мерная вектор-функция.

При необходимости определения выходных переменных система дифференциальных уравнений дополняется системой алгебраических уравнений, связывающих выходные переменные с входными и с переменными состояния:

$$F(X, Y, U) = 0, \quad (5.4)$$

где $Y = [y_1, y_2, \dots, y_k]$ - вектор выходных переменных;

$F(X, Y, U) = [f_1(X, Y, U), f_2(X, Y, U), \dots, f_k(X, Y, U)]$ - k -мерная вектор-функция.

Для линейной электрической цепи с постоянными параметрами математическая модель представляет собой систему линейных неоднородных дифференциальных, а также линейных алгебраических уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} \frac{dX(t)}{dt} &= AX(t) + BU(t), \\ Y(t) &= CX(t) + DU(t), \end{aligned} \quad (5.5)$$

где A, B, C, D - матрицы постоянных коэффициентов уравнении; в частности A - квадратная матрица n -го порядка (n - количество переменных состояния), B - матрица размером $n \times p$ (p - количество входных переменных); C - матрица размером $k \times n$ (k - количество выходных переменных), D - матрица размере $k \times p$.

Для формирования математических моделей электрических цепей, содержащих двухполюсные элементы с постоянными параметрами, обычно применяют первый и второй законы Кирхгофа, а также компонентные соотношения для резистивных, индуктивных и емкостных элементов. Вначале, на первом этапе составляется система уравнений:

$$\begin{cases} L \frac{dI_L}{dt} = U_L; \\ C \frac{dU_C}{dt} = I_C; \\ RI_R = U_R; \\ \Phi(I_L, U_L, I_C, U_C, I_R, U_R, t) = 0. \end{cases} \quad (5.6)$$

Здесь:

- i_L, i_R, i_C - вектора токов индуктивностей, сопротивлений и емкостей соответственно;
- U_L, U_R, U_C - вектора падений напряжений на индуктивностях, сопротивлениях и емкостях;
- L, C, R - диагональные матрицы индуктивностей, емкостей, сопротивлений;
- Φ – вектор, элементы которого являются функциями указанных переменных.

Первые два матричных уравнения представляют собой систему дифференциальных уравнений относительно переменных состояния, два последних - систему алгебраических уравнений, связывающих переменные состояния с остальными переменными.

На втором этапе формирования математической модели систему уравнений (5.7) преобразуют к системе *только* дифференциальных уравнений относительно переменных состояния и входных переменных. Для этого из системы алгебраических уравнений выражают переменные u_L и i_C через переменные состояния и входные переменные и подставляют их в правые части дифференциальных уравнений из (5.7).

Тем не менее, при этом возможны осложнения, вызванные неполнотой системы алгебраических уравнений. Система алгебраических уравнений (5.7) может быть *полной*, то есть количество переменных u_L, i_C, i_R, u_R равно количеству уравнений и система *разрешима* относительно указанных переменных. В этом случае преобразование модели к системе только дифференциальных уравнений возможно, а порядок системы дифференциальных уравнений будет равен числу реактивных элементов в схеме. Если же система алгебраических уравнений *неполная*, то преобразование к системе только дифференциальных уравнений возможно, но порядок системы дифференциальных уравнений будет меньше числа реактивных элементов цепи. Такие цепи носят название *топологически вырожденных*. К топологически вырожденным электрическим цепям относятся цепи, содержащие контуры, состоящие из емкостей и идеальных источников напряжения, а также цепи, содержащие звезды, состоящие из индуктивностей и идеальных источников тока (рис. 5.1).

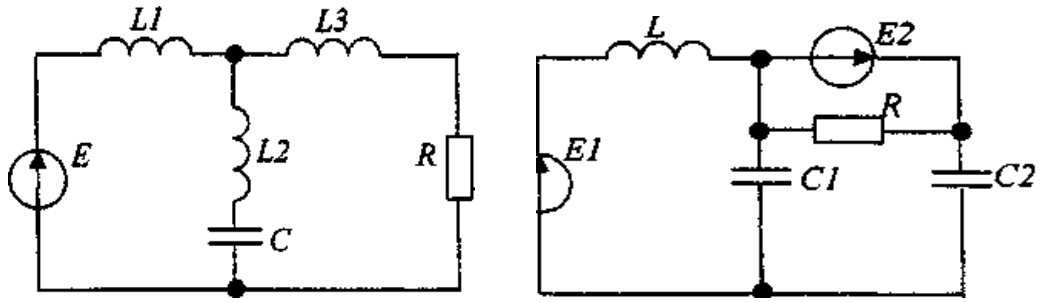


Рисунок 5.1 - Примеры топологически вырожденных схем

Интегрирование системы (5.2) заключается в определении значений $X(t)$ на интервале времени $0 \dots T_{\text{ПЕР}}$, при заданных начальных условиях X_0 . Решение дифференциальных уравнений может быть получено либо аналитически, либо численными методами.

При аналитическом решении линейной схемы, содержащей n реактивных элементов, уравнение относительно какой-либо фазовой переменной имеет вид:

$$\frac{d^n i}{dt^n} + k_1 \frac{d^{n-1} i}{dt^{n-1}} + \dots + k_{n-1} \frac{di}{dt} + k_n i = f(t). \quad (5.7)$$

Это неоднородное дифференциальное уравнение, правая часть которого есть возмущающая функция. Решение (5.3) складывается из общего решения ($i_{\text{СВ}}$ - свободная составляющая) и частного решения ($i_{\text{В}}$ - вынужденная составляющая, определяемая обычно в установившемся режиме после коммутации):

$$i = i_{\text{СВ}} + i_{\text{В}}.$$

Общее решение однородного дифференциального уравнения n -го порядка характеризует поведение электрической цепи в переходном режиме при отсутствии внешних источников электрической энергии и при заданных начальных условиях и называется свободной составляющей. Оно определяется запасенной в схеме энергией и видом схемы и имеет вид

$$i_{\text{СВ}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} + \dots + A_k e^{p_k t} + \dots + A_n e^{p_n t}, \quad \text{где} \quad (5.8)$$

- A_k - постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий;
- p_k - корни характеристического уравнения, соответствующего данному дифференциальному

$$p^n + k_1 p^{n-1} + k_2 p^{n-2} + \dots + k_{n-1} p + k_n = 0.$$

Характеристическое уравнение можно получить также *методом алгебраизации* [4]. При этом в цепи после коммутации разрывается любая ветвь, и находят комплексное входное сопротивление $z(j\omega)$ относительно точек разрыва. При этом внутреннее сопротивление источника напряжения принимается равным нулю, а источника тока - бесконечности. Характеристическое уравнение (характеристический полином) получится после замены символов j на p и приравнивания входного сопротивления к нулю:

$$z(p) = 0.$$

Корни характеристического уравнения p_k в общем случае могут быть вещественными либо сопряженными комплексными числами и определяют время и характер переходного процесса

$$p_k = \operatorname{Re}(p_k) \pm j \operatorname{Im}(p_k) = \delta_k \pm j \omega_k \text{ с.в.}, \text{ где } j = \sqrt{-1}.$$

Если $\operatorname{Re}(p_k) < 0$ для всех k , то все свободные составляющие имеют затухающий характер, а система ОДУ будет устойчивой, т.е. полная погрешность числового решения остается *ограниченной* на каждом шаге вычислительного процесса. Если хотя бы одно $\operatorname{Re}(p_k) > 0$ для некоторого k , то компонента неограниченно возрастает, и система ОДУ неустойчива. Если $\operatorname{Im}(p_k) = 0$ для всех k , то переходные процессы носят *апериодический* характер. Если $\operatorname{Im}(p_k) \neq 0$ для некоторых k , что возможно в схемах, содержащих элементы типа C и типа L , то свободные составляющие содержат затухающую *синусоидальную* составляющую.

Затухание переходного процесса происходит со скоростью, пропорциональной

$$\tau_k = -\frac{1}{\operatorname{Re}(p_k)},$$

называемой *постоянной времени*. За время τ_k значение соответствующей фазовой переменной уменьшается в $e = 2.718$ раз.

Теоретически переходный процесс в цепи длится бесконечно долго - $T_{\text{пер}} = \infty$. Однако считают, что если время переходного процесса превышает *время практического установления* $T_{\text{пер}} = (4..5)\tau_k$, то все динамические составляющие фазовых переменных становятся пренебрежимо малыми (менее 0.5%).

Значения электрических величин при $t = \infty$ называют *конечными условиями*:

$$i(\infty), u_C(\infty), i_R(\infty), u_R(\infty).$$

В совокупности начальные и конечные условия, определяющие граничные значения рассчитываемых величин при переходных процессах называют *граничными условиями*.

Для определения граничных условий в электрических цепях постоянного и переменного тока необходимо:

- 1) после разметки цепи до коммутации рассмотреть этот режим работ, соответствующий $t = -0$, и определить значения

$$i_L(-0) \text{ и } u_C(-0).$$

- 2) Применить законы коммутации при $t = -0$, определив

$$i_L(0) = i_L(-0) \text{ и } u_C(0) = u_C(-0).$$

- 3) Для момента времени $t = 0$ составить систему уравнений по законам Кирхгофа и решить ее, полагая, что $i_L(0)$ и $u_C(0)$ известны.

- 4) Рассмотреть цепь при $t = \infty$, т.е. когда переходный процесс закончился.

Если в системе имеется большой разброс постоянных времени

$$\frac{\text{макс } \tau_k}{\text{мин } \tau_k} \gg 1,$$

то имеют место как быстрозатухающие, так и медленно затухающие компоненты.

Наиболее часто при исследовании динамических режимов подсистем используют численные методы.

Анализ динамических режимов численными методами с помощью персональных компьютеров позволяет учитывать воздействия сложных функций времени, решать системы дифференциальных уравнений высоких порядков, учитывать нелинейности элементов схем за приемлемое время.

Учитывая принцип аналогии процессов [1], рассмотренные выше вопросы моделирования динамических процессов в электрических подсистемах РЭС без труда обобщаются на другие физически однородные подсистемы РЭС (тепловые, механические, гидравлические и т.д.).

6 Пример формирования динамической математической модели

Пример 6.1. Рассчитать переходный процесс в электрической схеме на рис. 6.1 при включении на источник постоянного напряжения классическим методом расчета.

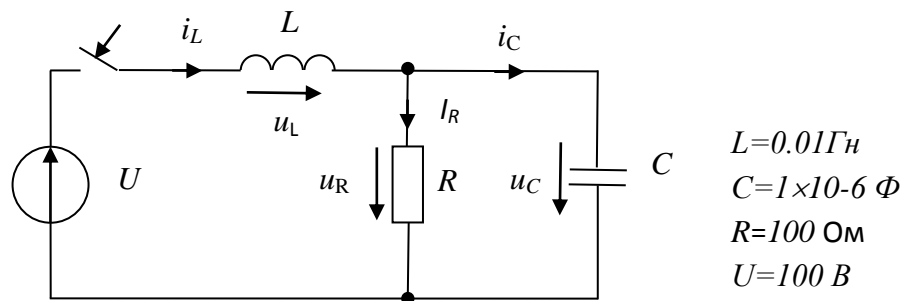


Рисунок 6.1 – Электрическая схема с емкостью и индуктивностью

При анализе *переходных* процессов в *электрических* цепях классическим методом расчеты выполняются в следующей последовательности:

- 1) Утверждение состава переменных состояния (фазовые переменные – токи в индуктивностях и напряжения на емкостях). В нашем случае это i_L и u_C ;
- 2) Определение начальных условий (начальные значения переменных состояния) в соответствии с законами коммутации. В нашем случае считаем, что в момент времени $t = 0$ переменные состояния

$$i_L(0) = i_L(-0) = 0 \text{ и } u_C(0) = u_C(-0) = 0.$$

- 3) Формирование математической модели - системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно мгновенных токов и напряжений (для режима после коммутации). Схема на рис. 6.1 описывается одним уравнением равновесия и двумя уравнениями непрерывности

$$\begin{aligned} i_L &= i_R + i_C; \\ U &= u_L + u_R; \\ 0 &= -u_R + u_C. \end{aligned} \quad (6.1)$$

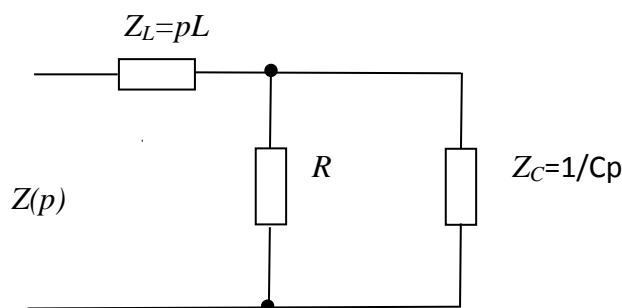
Подставим уравнения связи фазовых переменных в (6.1)

$$\begin{aligned} i_L &= i_R + C \frac{du_C}{dt}; \\ U &= L \frac{di_L}{dt} + i_R \cdot R; \\ 0 &= -i_R \cdot R + u_C. \end{aligned} \quad (6.2)$$

4) Исключаем из полученной системы (6.2) все переменные кроме переменных состояния u_C – напряжения на емкости и i_L – тока в индуктивности и приводим к нормальной форме Коши:

$$\begin{aligned} \frac{du_C}{dt} &= \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{u_C}{R} \right); \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{L} (U - u_C). \end{aligned}$$

Составление характеристического уравнения методом алгебраизации. Операторное сопротивление индуктивности $Z_L = pL$, а емкости - $Z_C = 1/Cp$. Операторная схема замещения и формула для определения полного сопротивления $Z(p)$ имеют вид:



$$Z(p) = Z_L + \frac{R \cdot Z_C}{R + Z_C} = pL + \frac{R \cdot \frac{1}{pC}}{R + \frac{1}{pC}} = \frac{p^2 \cdot L \cdot R \cdot C + p \cdot L + R}{p \cdot R \cdot C + 1} = 0. \quad (6.3)$$

5) Приравняем числитель (6.3) и определяем корни характеристического уравнения:

$$\begin{aligned} LRCp^2 + Lp + R &= 1 \times 10^{-9} \cdot p^2 + 1 \times 10^{-4} \cdot p + 100 = 0. \\ p_1 &= -5000 + j8660, \quad p_2 = -5000 - j8660. \end{aligned}$$

Так как корни комплексно-сопряженные - характер переходного процесса колебательный.

6) Определяем постоянную времени:

$$\tau_k = -\frac{1}{\operatorname{Re}(p_k)} = \frac{1}{|-5000|} = 2 \times 10^{-4}.$$

7) Определяем время практического установления переходного процесса:

$$T_{\text{пер}} \approx 5 \cdot \tau_k = 1 \times 10^{-3}.$$

8) В общем виде аналитические выражения для расчета зависимостей переменных состояния i_L и u_C от времени если корни $p = \delta \pm j\omega_{CB}$ комплексно-сопряженные имеют вид:

$$\begin{cases} u_C(t) = U + B \cdot e^{-\delta t} \sin(\omega_{CB} \cdot t + \varphi), \\ i_C(t) = C \cdot \delta \cdot B \cdot e^{-\delta t} \sin(\omega_{CB} \cdot t + \varphi) + L \cdot \omega_{CB} \cdot B \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega_{CB} \cdot t + \varphi). \end{cases}$$

Листинг 6.1. Программа MathCAD *korni.xmcd* для расчета корней характеристиче-

$$\begin{cases} i_L(t) = \frac{U}{R} + A \cdot e^{-\delta t} \sin(\omega_{CB} \cdot t + \gamma), \\ u_L(t) = -L \cdot \delta \cdot A \cdot e^{-\delta t} \sin(\omega_{CB} \cdot t + \gamma) + L \cdot \omega_{CB} \cdot A \cdot e^{-\delta t} \cos(\omega_{CB} \cdot t + \gamma), \end{cases}$$

ского уравнения:

Расчет корней характеристического уравнения

Исходные данные:

$$L := 0.01 \text{ Гн} \quad C := 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \quad R := 100 \text{ Ом} \quad U := 100 \text{ В}$$

Исходное характеристическое уравнение (квадратный полином)

$$Z(p) := p \cdot p \cdot L \cdot R \cdot C + p \cdot L + R$$

Коэффициенты полинома записываем в виде вектора.

Первым в векторе должен идти свободный член полинома, вторым - коэффициент при x^1 и т.д. Последним N+1 элементом вектора должен быть коэффициент при старшей степени x^N

$$v := (R \quad L \quad L \cdot R \cdot C)^T$$

Используем встроенную функцию polyroots(v),

где v - вектор, составленный из коэффициентов полинома

$$p := \text{polyroots}(v)$$

Результат: комплексный сопряжённый корень:

$$p = \begin{pmatrix} -5 \times 10^3 + 8.66i \times 10^3 \\ -5 \times 10^3 - 8.66i \times 10^3 \end{pmatrix}$$

Вычисляем постоянную времени:

$$\tau_1 := \frac{1}{|\text{Re}(p_0)|} \quad \tau_1 = 2 \times 10^{-4}$$

Рассчитываем приближенное время переходного процесса:

$$tk := 5 \cdot \tau_1 \quad tk = 1 \times 10^{-3}$$

7 Численные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений

7.1 Постановка задачи

Все численные методы интегрирования системы ОДУ основаны на последовательном нахождении значений y начиная с y_0 , т.е. $y_1, y_2, \dots, y_m, y_{m+1}, \dots, y(T_{\text{пер}})$. При решении

этой задачи на интервале интегрирования выделяется конечное число точек t_i ($i = 0 \dots N$), в которых определяются значения y . Интервал между соседними точками называется *шагом интегрирования* и обозначается $\Delta t = h_m = t_{m+1} - t_m$ (чаще всего $h_m = h = \text{const}$). При этом для $i = 0$ значения t_0 и y_0 должны быть известны как начальные условия, без чего невозможно единственное решение.

Основные характеристики методов интегрирования, от которых зависит их эффективность - *точность* и *устойчивость* методов.

Точность интегрирования можно оценить, проанализировав *полную ошибку* на каждом шаге интегрирования. Полная ошибка зависит от следующих составляющих:

- ошибки аппроксимации (погрешность метода);
- ошибки вычислений, связанных с ошибками округления чисел в компьютере;
- ошибки накопления, равной полной ошибке на предыдущем шаге.

Устойчивость связана с характером изменения накопленной погрешности: если в ходе интегрирования накопленная погрешность не возрастает с увеличением числа шагов, то используемый метод численно устойчив. Устойчивость метода во многом определяется правильностью выбора шага интегрирования. При увеличении шага увеличивается погрешность вычислений, при уменьшении шага увеличиваются затраты машинного времени.

7.2 Численные методы для ОДУ первого порядка

Пусть дано одно дифференциальное уравнение первого порядка, приведенное к нормальной форме Коши:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (7.1)$$

Требуется явно определить функцию $y(t)$ на интервале $t_0 \dots t_N$ ($t_N = T_{\text{пер}}$ – практическое время установления переходного процесса).

Существует множество различных методов численного решения (6.1), отличающихся, прежде всего погрешностью вычислений.

Простой метод Эйлера реализуется применением на каждом шаге вычислений следующих итерационных выражений:

$$t_{i+1} = t_i + h,$$

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(t_i, y_i).$$

Пример 7.1. Решить с помощью простого метода Эйлера на MathCAD уравнение $\frac{dy}{dt} = t \cdot y$. Известно аналитическое решение этого уравнения, которое имеет вид

$$y(t) = A \cdot \exp\left(\frac{t^2}{2}\right), \text{ причем } A = 1, t_0 = 0 \text{ и } y_0 = 1.$$

Наличие аналитического решения позволяет легко оценить погрешность метода, которая, в общем, пропорциональна h^2 . Обычно говорят о порядке метода n , если его по-

грешностью имеет порядок $n - 1$. Следовательно, простой метод Эйлера является методом первого порядка и имеет наибольшую погрешность среди известных методов.

Решение дифференциального уравнения $y' = t \cdot y$ методом Эйлера первого порядка

$h := 0.1$ Шаг интегрирования

$N := 10$ Число шагов интегрирования

$f(t, y) := t \cdot y$ функция, задающая ОДУ $y' = f(t, y)$

$i := 0..N - 1$ задаем цикл интегрирования

$\begin{pmatrix} t_0 \\ y_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ задание начальных условий

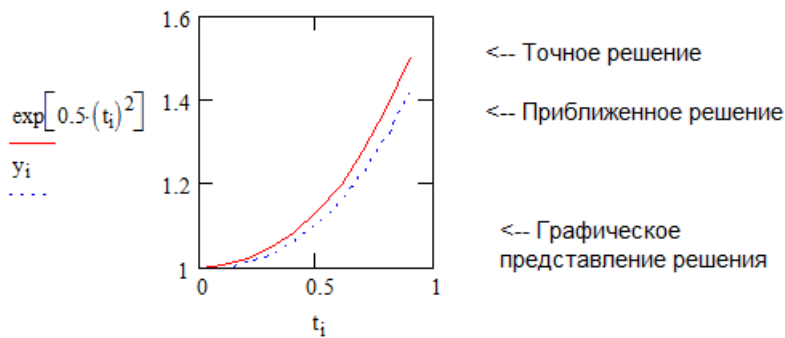
$\begin{pmatrix} t_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} t_i + h \\ y_i + h \cdot f(t_i, y_i) \end{pmatrix}$ итерационное уравнение

Листинг программы *Euler.xmcd*.

В ходе решения на MathCAD формируются таблицы результатов, а также графики точного решения и решения, полученного простым методом Эйлера.

	0		0		$\exp[0.5 \cdot (t_i)^2] = y_i - \exp[0.5 \cdot (t_i)^2]$	
	0	0	0	1	1	0
	1	0.1	1	1	1.005	$-5.013 \cdot 10^{-3}$
	2	0.2	2	1.01	1.02	-0.01
	3	0.3	3	1.03	1.046	-0.016
	4	0.4	4	1.061	1.083	-0.022
	5	0.5	5	1.104	1.133	-0.03
	6	0.6	6	1.159	1.197	-0.038
	7	0.7	7	1.228	1.278	-0.049
	8	0.8	8	1.314	1.377	-0.063
	9	0.9	9	1.419	1.499	-0.08
	10	1	10	1.547		

Значения t Значения y Точное решение Абсолютная ошибка



Как видно из приведенных результатов, численное решение при довольно большом шаге h количественно заметно отличается от точного аналитического решения. Это

хорошо заметно и из рассмотрения графиков решения, однако качественный характер численного решения остается верным.

Для уменьшения погрешности решения следует применять методы более высокого порядка. Модифицированный метод Эйлера, например, является методом второго порядка, и его погрешность пропорциональна h^2 . Данный метод реализуется следующими итерационными выражениями на каждом шаге вычислений:

$$t_{i+1} = t_i + h,$$

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot f(t_i + h/2, y_i + h \cdot f(t_i, y_i) / 2).$$

Пример 7.2. Решить с помощью модифицированного метода Эйлера на MathCAD уравнение из примера 7.1.

Приведенный ниже листинг программы *EylerMod.xmcd* иллюстрирует реализацию данного метода с выводом результатов расчета:

Решение дифференциального уравнения модифицированным методом Эйлера:
второго порядка

h := 0.1 Шаг интегрирования
 N := 10 Число шагов интегрирования
 f(t,y) := t*y функция, задающая ОДУ $y' = f(t, y)$
 i := 0..N-1 задаем цикл интегрирования

$\begin{pmatrix} t_0 \\ y_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ задание начальных условий

$\begin{pmatrix} t_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} t_i + h \\ y_i + h \cdot f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + h \cdot \frac{f(t_i, y_i)}{2}\right) \end{pmatrix}$ итерационное уравнение

	0
0	0
1	0.1
2	0.2
3	0.3
4	0.4
5	0.5
6	0.6
7	0.7
8	0.8
9	0.9
10	1

t =

	0	1
0	0	1
1	1.005	
2	1.02	
3	1.046	
4	1.083	
5	1.133	
6	1.197	
7	1.277	
8	1.376	
9	1.497	
10	1.646	

y =

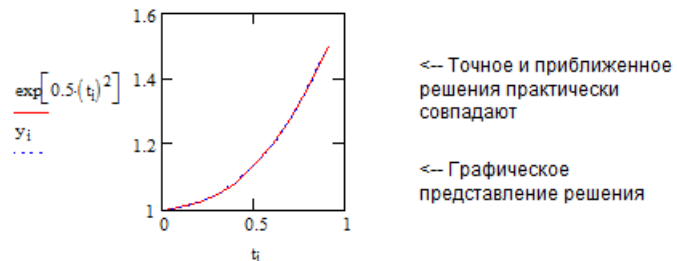
	1
1	1.005
2	1.02
3	1.046
4	1.083
5	1.133
6	1.197
7	1.278
8	1.377
9	1.499

Точное решение

	0
1	-1.252 · 10 ⁻⁵
2	-5.097 · 10 ⁻⁵
3	-1.187 · 10 ⁻⁴
4	-2.22 · 10 ⁻⁴
5	-3.707 · 10 ⁻⁴
6	-5.792 · 10 ⁻⁴
7	-8.683 · 10 ⁻⁴
8	-1.267 · 10 ⁻³
9	-1.815 · 10 ⁻³

Абсолютная ошибка

$\exp[0.5 \cdot (t_i)^2] = y_i - \exp[0.5 \cdot (t_i)^2] =$



При более высоких требованиях к точности решения можно воспользоваться методом Рунге-Кутты четвертого порядка. При этом погрешность расчета пропорциональна h^4 .

Пример 7.3. Решить с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка на MathCAD уравнение из примера 7.1

Решение дифференциального уравнения $y' = t \cdot y$ методом Рунге-Кутты четвертого порядка

$h := 0.1$ Шаг интегрирования
 $N := 10$ Число шагов интегрирования

$f(t,y) := t \cdot y$ функция $y' = f(t, y)$

$k1(t,y) := h \cdot f(t,y)$

$k2(t,y) := h \cdot f\left(t + \frac{h}{2}, y + \frac{k1(t,y)}{2}\right)$

$k3(t,y) := h \cdot f\left(t + \frac{h}{2}, y + \frac{k2(t,y)}{2}\right)$

$k4(t,y) := h \cdot f(t + h, y + k3(t,y))$

$k(t,y) := k1(t,y) + 2 \cdot k2(t,y) + 2 \cdot k3(t,y) + k4(t,y)$

$i := 0..N - 1$ задаем цикл интегрирования

$\begin{pmatrix} t_0 \\ y_0 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ задание начальных условий

$\begin{pmatrix} t_{i+1} \\ y_{i+1} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} t_i + h \\ y_i + \frac{k(t_i, y_i)}{6} \end{pmatrix}$ итерационное уравнение

Задание коэффициентов $k1, k2, k3, k4$ и k как функций пользователя

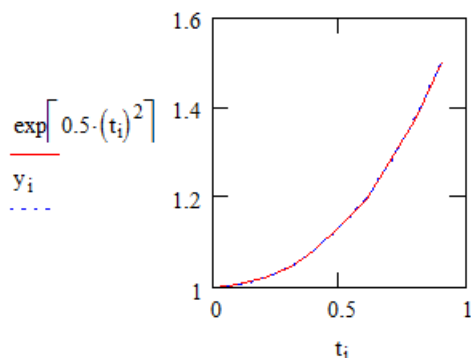
Результаты решения приведены в соответствующих таблицах.

	0		0		$\exp[0.5 \cdot (t_i)^2]$	$= y_i - \exp[0.5 \cdot (t_i)^2] =$
0	0	0	1	1	0	
1	0.1	1.005	1.005	1.005	$-4.167 \cdot 10^{-6}$	
2	0.2	1.02	1.02	1.02	$-1.698 \cdot 10^{-5}$	
3	0.3	1.046	1.046	1.046	$-3.973 \cdot 10^{-5}$	
4	0.4	1.083	1.083	1.083	$-7.486 \cdot 10^{-5}$	
5	0.5	1.133	1.133	1.133	$-1.262 \cdot 10^{-4}$	
6	0.6	1.197	1.197	1.197	$-1.996 \cdot 10^{-4}$	
7	0.7	1.277	1.277	1.278	$-3.031 \cdot 10^{-4}$	
8	0.8	1.377	1.377	1.377	$-4.485 \cdot 10^{-4}$	
9	0.9	1.499	1.499	1.499	$-6.522 \cdot 10^{-4}$	
10	1	1.648	1.648			

Значения t Значения y по методу Рунге- Кутта Точное решение Абсолютная ошибок:

Приведенный ниже листинг программы **Runge.xmcd** иллюстрирует исполнение данного метода с выводом результатов. Анализ результатов показывает, что точность решения методом Рунге-Кутта контрольного примера настолько высока, что на графике погрешность обнаружить невозможно. Небольшие отличия можно выявить лишь внимательно проанализировав табличные данные.

Результаты решения приведены в соответствующих таблицах.



<-- Точное и приближенное решения практически совпадают

<-- Графическое представление решения

7.3 Встроенные функции MathCAD для численного интегрирования одного ОДУ

Для численного интегрирования одного ОДУ в MathCAD имеется выбор - либо использовать вычислительный блок *Given/odesolve*, либо несколько встроенных специальных функций.

Вычислительный блок для решения одного ОДУ, реализующий численный метод Рунге-Кутты, состоит из трех частей:

- *Given* - ключевое слово;
- ОДУ и начальное условие, записанное с помощью *логических* операторов, причем начальное условие должно быть в форме $y(t_0) = b$;
- $odesolve(t, tk)$ ¹ - встроенная функция для решения ОДУ относительно переменной t на интервале (t_0, tk) .

Пример 7.4. Решить с помощью вычислительного блока *Given/odesolve* на MathCAD контрольное уравнение из примера 7.1

Решение дифференциального уравнения $y' = t * y$
методом Рунге-Кутты четвертого порядка
с помощью вычислительного блока *Given/Odesolve*

$h := 0.1$	Шаг интегрирования
$N := 10$	Число шагов интегрирования
<i>Given</i>	
$\frac{d}{dt}y(t) = t \cdot y(t)$	
$y(0) = 1$	задание начальных условий
$y := Odesolve(t, 1, h)$	

Не забывайте о том, что вставлять логические операторы следует при помощи панели инструментов **Boolean** (Булевы операторы). При вводе с клавиатуры помните, что логическому знаку равенства соответствует сочетание клавиш <Ctrl>+<=>. Символ производной можно ввести как средствами панели **Calculus** (Вычисления), так и в виде штриха, набрав его с помощью сочетания клавиш <Ctrl>+<F7> Выбирайте тот или иной способ представления производной из соображений наглядности представления результатов - на ход расчетов он не влияет

MathCAD требует, чтобы конечная точка интегрирования ОДУ лежала правее начальной: $t_0 < tk$, иначе будет выдано сообщение об ошибке. Как можно заметить, ре-

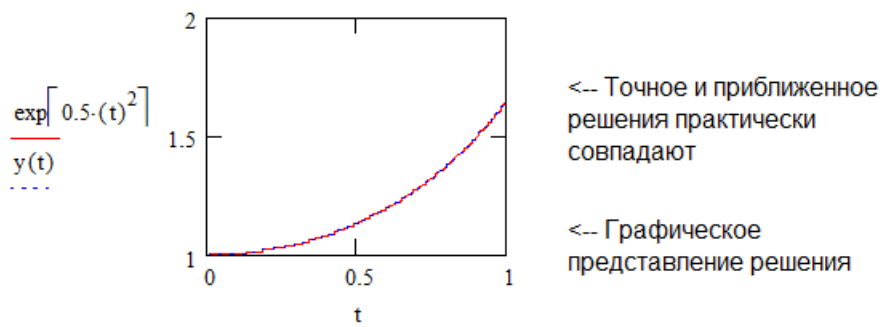
¹ Допустимо, и даже часто предпочтительнее, задание функции $Odesolve(t, tl, step)$ с тремя параметрами, где $step$ - внутренний параметр численного метода, определяющий количество шагов, в которых метод Рунге-Кутты, будет рассчитывать решение дифференциального уравнения. Чем больше $step$, тем с лучшей точностью будет получен результат, но тем больше времени будет затрачено на его поиск. Помните, что подбором этого параметра можно заметно (в несколько раз) ускорить расчеты без существенного ухудшения их точности.

результатом применения блока *Given/odesolve* является функция $y(t)$, определенная на промежутке (t_0, tk) . Следует воспользоваться обычными средствами MathCAD, чтобы построить ее график.

Имеется возможность выбирать между двумя модификациями численного метода Рунге-Кутты. Для смены метода необходимо нажатием правой кнопки мыши на области функции *odesolve* вызвать контекстное меню и выбрать в нем один из двух пунктов: **Fixed** (фиксированный шаг) или **Adaptive** (адаптивный). По умолчанию применяется первый из них, т.е. метод Рунге-Кутты с фиксированным шагом.

Результаты решения примера 7.4.

$i := 0..N$		$x_0 := 0$	$x_{i+1} := x_i + h$	Задание цикла	
x =	0	0	$y(x_i) =$	$\exp[0.5(x_i)^2] = y(x_i) - \exp[0.5(x_i)^2]$	
	1	0.1	1	1	
	2	0.2	1.005	1.005	$-2.607 \cdot 10^{-11}$
	3	0.3	1.02	1.02	$-2.684 \cdot 10^{-10}$
	4	0.4	1.046	1.046	$-1.023 \cdot 10^{-9}$
	5	0.5	1.083	1.083	$-2.854 \cdot 10^{-9}$
	6	0.6	1.133	1.133	$-6.949 \cdot 10^{-9}$
	7	0.7	1.197	1.197	$-1.571 \cdot 10^{-8}$
	8	0.8	1.278	1.278	$-3.374 \cdot 10^{-8}$
	9	0.9	1.377	1.377	$-6.943 \cdot 10^{-8}$
	10	1	1.499	1.499	$-1.376 \cdot 10^{-7}$
	11	1.1	1.649	1.649	$-2.636 \cdot 10^{-7}$
Значения t	Значения y по методу Рунге-Кутта		Точное решение	Абсолютная ошибка	



7.4 Встроенные функции для решения систем ОДУ

В MathCAD имеются три встроенные функции, которые позволяют решать поставленную в форме задачи Коши различными численными методами.

- $rkfixed(y_0, t_0, tk, M, D)$ - метод Рунге-Кутты с фиксированным шагом;
- $rkadapt(y_0, t_0, tk, M, D)$ - метод Рунге-Кутты с переменным шагом;
- $buistoer(y_0, t_0, tk, M, D)$ - метод Булирша-Штера;

Здесь

- y_0 - вектор начальных значений в точке t_0 размера $N \times 1$;
- N – порядок системы уравнений;
- t_0 - начальная точка расчета;

- t_k - конечная точка расчета;
- M - число шагов, на которых численный метод находит решение;
- D - векторная функция размера $N \times 1$ двух аргументов - скалярного t и 2 векторного y . При этом y - искомая векторная функция аргумента t того же размера $N \times 1$.

Соблюдайте регистр первой буквы рассматриваемых функций, поскольку это влияет на выбор алгоритма счета, в отличие от многих других встроенных функций MathCAD, например $Find \wedge find$.

Каждая из приведенных функций выдает решение в виде матрицы размера $(M+1) \times (N+1)$. В ее левом столбце находятся значения аргумента t , делящие интервал на равномерные шаги, а в остальных N столбцах - значения искомых функций $y_0(t), y_1(t), \dots, y_{N-1}(t)$, рассчитанные для этих значений аргумента. Поскольку всего точек (помимо начальной) M , то строк в матрице решения будет всего $M+1$.

Пример 7.5. Решить систему уравнений из примера 6.1 методом Рунге Кутты с переменным выбором шага.

Листинг программы *SysRunge4.xmcd*

```

N := 100          Число шагов интегрирования

Исходные данные:
L := 0.01  Āi    C := 1·10-6  Ô    R := 100  ĩ    U := 100  Å

D(t,y) := 
$$\begin{bmatrix} \left( y_1 - \frac{y_0}{R} \right) \\ C \\ \frac{(U - y_0)}{L} \end{bmatrix}$$
      Задание системы дифференциальных уравнений

y0 :=  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$       задание начальных условий

to := 0          начальная точка расчета
tk := 1·10-3    конечное время интегрирования

u := Rkadapt(y0, to, tk, N, D)  Обращение к функции Rkadapt

```

В первой строке листинга определено число шагов, на которых рассчитывается решение.

Самая важная - это строка листинга, в которой, собственно, определяется система ОДУ. Сравните рассматриваемую систему, записанную в стандартной форме с формальной ее записью в MathCAD, чтобы не делать впоследствии ошибок:

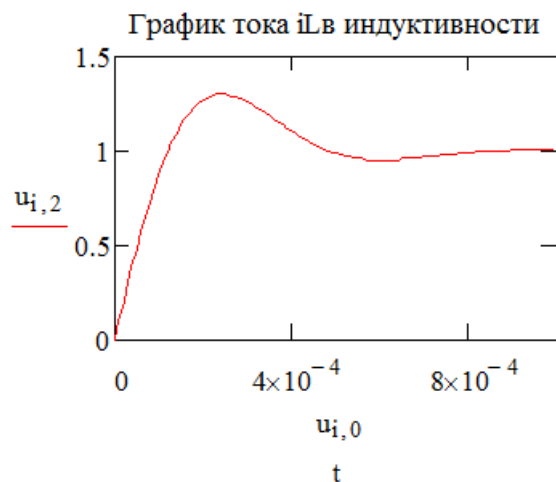
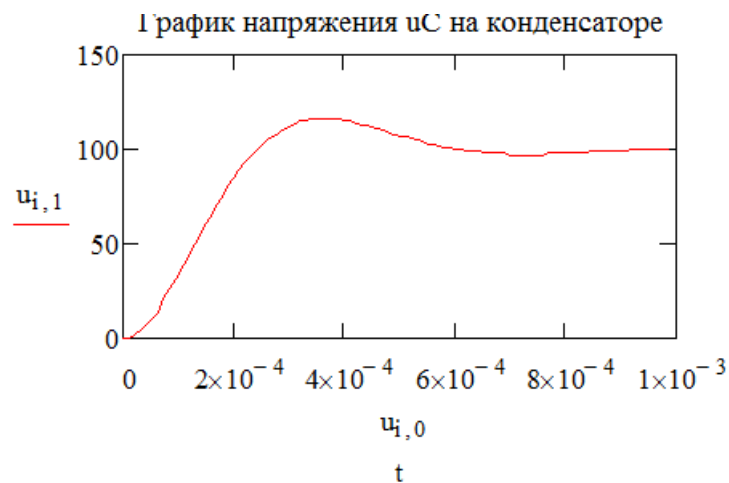
- функция D , входящая в число параметров встроенных функций для решения ОДУ, должна быть функцией обязательно *двух аргументов*;
- второй ее аргумент должен быть вектором того же размера, что и сама функция D ;
- точно такой же размер должен быть и y вектора начальных значений y_0 (он определен во второй строке листинга).

Не забывайте, что векторную функцию $D(t, y)$ следует определять через компоненты вектора y с помощью кнопки нижнего индекса (**Subscript**) с наборной панели **Calculator** (Калькулятор) или нажатием клавиши $\langle \rangle$, а его последняя строка присваивает матричной переменной и результат действия функции $Rkadapt$.

Решение системы ОДУ будет осуществлено на промежутке $(0, 0.001)$

7.5 Особенности различных численных методов интегрирования ОДУ

В заключение следует сказать несколько слов об особенностях различных численных методов. Все они основаны на аппроксимации дифференциальных уравнений разностными аналогами. В зависимости от конкретной формы аппроксимации, получаются алгоритмы различной точности и быстродействия. В MathCAD использован наиболее популярный алгоритм Рунге-Кутты четвертого порядка, описанный в большинстве книг по методам вычислений. Он обеспечивает малую погрешность для широкого класса систем ОДУ за исключением жестких систем. Поэтому в большинстве случаев стоит применять функцию $rkfixed$. Если по различным причинам время расчетов становится критичным или точ-



ность неудовлетворительна, стоит попробовать вместо $rkfixed$ другие функции, благо сделать это очень просто, благодаря одинаковому набору параметров. Для этого нужно только поменять имя функции в программе.

Функция *Rkadapt* может быть полезна в случае, когда известно, что решение на рассматриваемом интервале меняется слабо, либо существуют участки медленных и быстрых его изменений. Метод Рунге-Кутты с переменным шагом разбивает интервал не на равномерные шаги, а более оптимальным способом. Там, где решение меняется слабо, шаги выбираются более редкими, а в областях его сильных изменений - частыми. В результате для достижения одинаковой точности требуется меньшее число шагов, чем для *rkfixed*. Метод Булирша-Штера *pjiistoer* часто оказывается более эффективным для поиска гладких решений.

7.6 Использование системы схемотехнического моделирования MicroCAP для расчета динамических режимов в РЭС

С помощью редактора схем [9] составляем принципиальную схему контрольного примера 7.1 (см. *рис. 7.2*).

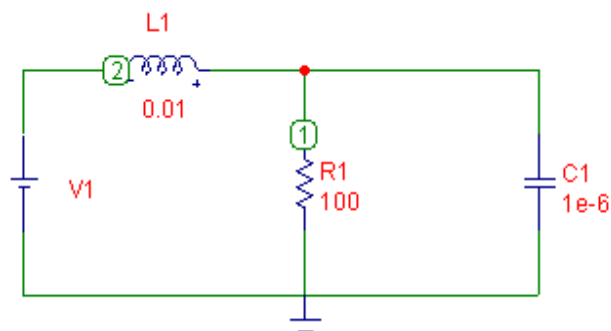


Рисунок 7.1 - Схема электрическая принципиальная примера 7.1 в системе Micro-CAP

Для задания параметров моделирования переходных процессов в главном меню выбираем клавишу **Analysis**, режим анализа переходных процессов **Transient Analysis** и далее **Limits**. В окне задания параметров расчета переходных процессов устанавливаем необходимые параметры (см. *рис. 7.3*).

После нажатия кнопки **Run** выполняется анализ переходного режима и выводятся результаты моделирования в виде двух графиков (см. *рис. 7. 4*).

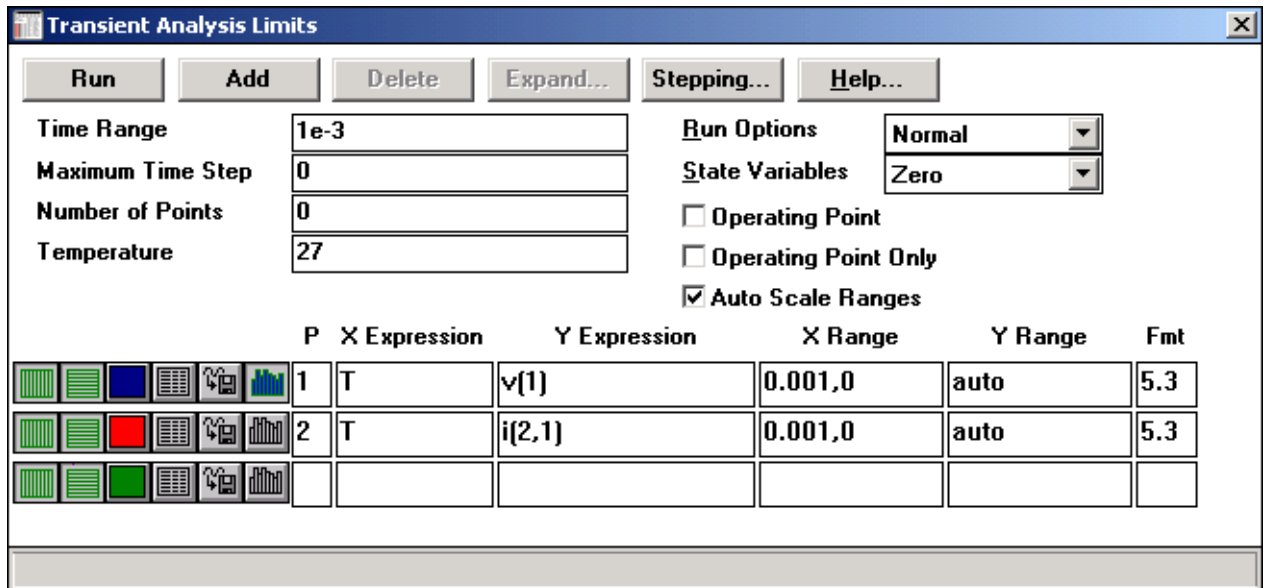


Рисунок 7.2 - Задание параметров расчета переходных процессов

С помощью функциональных кнопок (инструментов) можно осуществить перемещение электронного курсора к экстремальным точкам графика, определить численно необходимые параметры зависимостей фазовых переменных на графиках. Кроме этого, система MicroCAP V предоставляет широкие возможности по редактированию характера изображения результатов, масштабированию и оформлению. Допустим многовариантный

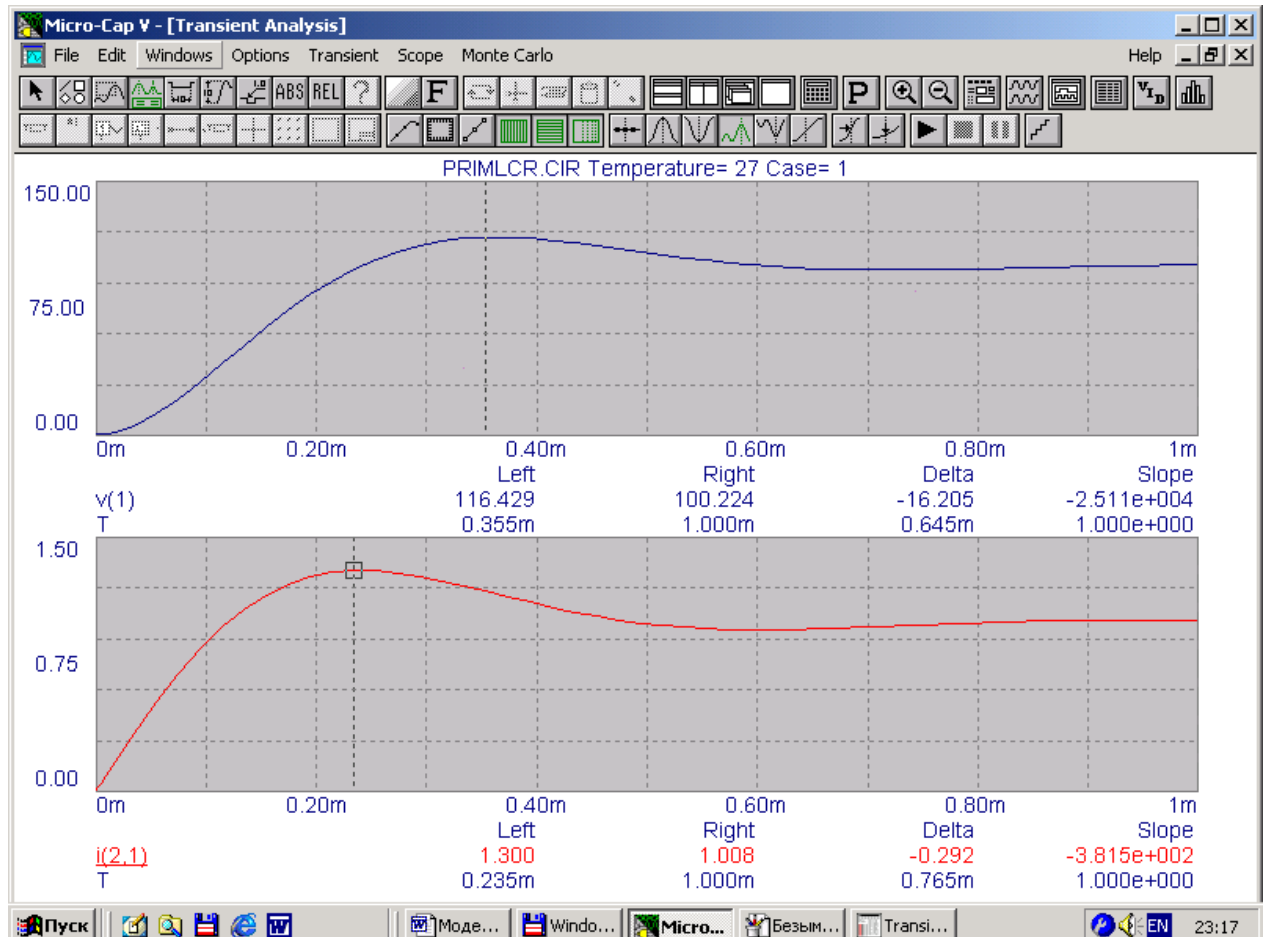


Рисунок 7.3 - Вид окна с результатами моделирования

анализ (несколько графиков в зависимости от вариации параметров схемы, например температуры, изменения параметров элементов и т.п.).

7.7 Краткие выводы

Анализ переходных процессов сводится к решению систем ОДУ. Основные характеристики методов интегрирования систем ОДУ - точность, устойчивость и стратегия автоматического выбора величины шага.

Методы численного интегрирования ОДУ делятся на явные и неявные. Явные методы требуют меньших вычислительных затрат на шаг интегрирования, но имеют ограниченную область устойчивости и неэффективны при решении ОДУ с большим разбросом постоянных времени. Неявные метода более универсальна, но на каждом шаге интегрирования требуют решения систем АУ. Комбинированные алгоритмы интегрирования позволяют совместить достоинства явных и неявных методов.

К достоинствам метода переменных состояния следует отнести малое число уравнений в системе. Обычно оно меньше, чем при использовании других подходов. На всех этапах формирования и реализации математических моделей широко используется аппарат матричной алгебры, что позволяет подходить к анализу электрических цепей с единых позиций в общей форме. Кроме того, существует большое количество разнообразных эффективных машинных методов решения систем дифференциальных уравнений первого порядка.

8 Контрольные вопросы

1. Как записываются уравнения связи фазовых переменных не элементах типа R , L , C ?
2. Как получить ММ технической подсистемы в динамическом режиме?
3. В чем сущность метода переменных состояния?
4. Чем определяется свободная и вынужденная составляющие фазовой переменной?
5. В какой схеме возможен колебательный переходный процесс?
6. Чем определяется длительность и характер переходного процесса?
7. Как определяются начальные условия?
8. Что называется постоянной времени?
9. Как определяется длительность переходного процесса?
10. Как ориентировочно определить время интегрирования системы ОДУ?
11. Как определяется шаг интегрирования системы ОДУ?
12. От каких параметров зависит устойчивость численных методов интегрирования?
13. Какие существуют метода интегрирования систем ОДУ? Объясните смысл программных переменных стандартных подпрограмм.

9 Список рекомендуемой литературы

1. **Кобрин, Ю.П.** *Применение системы автоматизации научно-технических расчетов MathCAD при проектировании РЭС.* - Томск : ТУСУР, кафедра КИПР, 2012. - 52 с.

2. **Каганов, В.И.** *Радиотехника + компьютер + Mathcad*. - М. : Горячая линия - Телеком, 2001. - 416 с.
3. **Гурский Д.А., Турбина Е.С.** *Вычисления в Mathcad 12*. - СПб. : Питер , 2006. - 544 с.
4. **Очков , В.Ф.** *Mathcad 14 для студентов, инженеров и конструкторов*. . —СПб. : БХВ-Петербург, 2007. — 368 с.
5. **Амелина М.А., Амелин С.А.** *Программа схемотехнического моделирования Micro-Cap 8*. - М. : Горячая линия-Телеком, 2007. - 464 с.
6. **Касьянов, А.Н.** *Micro-Cap в схемотехнике: Учебное пособие*. - Тамбов Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. - 112 с.
7. **Разевиг, В.Д.** . *Схемотехническое моделирование с помощью Micro-Cap 7* . - М. : Горячая линия-Телеком, 2003. - 368 с.
8. **Кобрин, Ю.П.** *Моделирование статических режимов подсистем РЭС*. - Томск : ТУСУР, кафедра КИПР, 2012. - 29 с.
9. *САПР: в 9 кн. Кн. 4: Математические модели технических объектов: Учеб. пособие для вузов / В.А. Трудоношин, М.В. Пивоварова: Под ред. И.П. Норенкова*. - Мн. : Высш. шк., 1988. - 159 с.
10. *САПР: в 9 кн. Кн. 5: Автоматизация функционального проектирования: Учеб. пособие для вузов / П.К. Кузьмик, В.Б. Маничев; Под ред. И.П. Норенкова*. - Мн. : Высш. шк., 1988. – 141 с.
11. **Ненашев, А.П.** *Конструирование радиоэлектронных средств*. - М. : Высш. шк., 1990. - 432 с.
12. **Д. Мак-Кракен, У. Дорн.** *Численные методы и программирование на ФОРТРАНЕ*. – М. : МИР, 1977. – 583 с.
13. **Мудров, А.Е.** . *Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль*. - Томск : МП "РАСКО", 1991. - 272 с.
14. **Шуп Т.** *Решение инженерных задач на ЭВМ: Практическое руководство*. - М. : Мир, 1962. - 238 с.
15. **Поршнева С.В., Беленкова И.В.** *Численные методы на базе MathCAD*. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 464 с.
16. **Бессонов, Л.А.** *Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Л. А. Бессонов*. - 10-е изд. - М. : Гардарики, 2001. - 640 с.
17. **Фриск, В.В.** *Основы теории цепей. Расчеты и моделирование с помощью пакета компьютерной математики MathCAD*. — М. : СОЛОН-Пресс, 2006. — 88 с.

10 Индивидуальные задания

Для заданной электрической схемы и ее параметров рассчитать и построить кривые переходных процессов тока и напряжения реактивных элементов.

По номеру варианта задания, выданному преподавателем, по таблице 10.1 определяется его трёхзначный код.

В этом коде

- первая цифра - номер схемы на рис. 10.1;
- вторая цифра - номер строки с параметрами индуктивностей и емкостей, заданных таблицей 10.2;
- Третья цифра - номер строки с параметрами сопротивлений и напряжение питания, заданных таблицей 10.3.

Таблица 10.1 - Варианты заданий и их коды

№ Варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Код	094	183	272	361	450	549	638	727	816	905
№ Варианта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Код	152	263	374	485	596	607	718	829	930	041
№ Варианта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Код	976	885	794	603	512	421	330	249	158	067

Таблица 10.2 - Параметры индуктивностей и емкостей

2-я цифра	L_1 , Гн	L_2 , Гн	L_3 , Гн	L_4 , Гн	C_1 , мкФ	C_2 , мкФ	C_3 , мкФ
0	0,1	0,2	0,05	0,05	20	50	15
1	0,15	0,4	0,1	0,02	10	60	20
2	0,2	0,5	0,2	0,1	15	70	25
3	0,25	0,6	0,4	0,05	20	40	20
4	0,3	0,7	0,3	0,08	15	35	15
5	0,15	0,8	0,4	0,02	20	25	20
6	0,2	0,9	0,6	0,01	30	20	30
7	0,25	0,8	0,5	0,02	40	40	25
8	0,1	0,5	0,4	0,06	50	45	40
9	0,4	0,5	0,2	0,05	50	50	40

Таблица 10.3 - Параметры сопротивлений и напряжение питания

3-я цифра	U , В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом
0	100	10	5	20	50
1	110	20	4	10	40
2	120	40	8	30	20
3	130	25	10	40	50
4	140	20	20	50	40
5	150	50	5	25	20
6	160	40	4	80	20
7	170	25	16	50	40
8	180	15	10	25	50
9	200	50	10	40	20

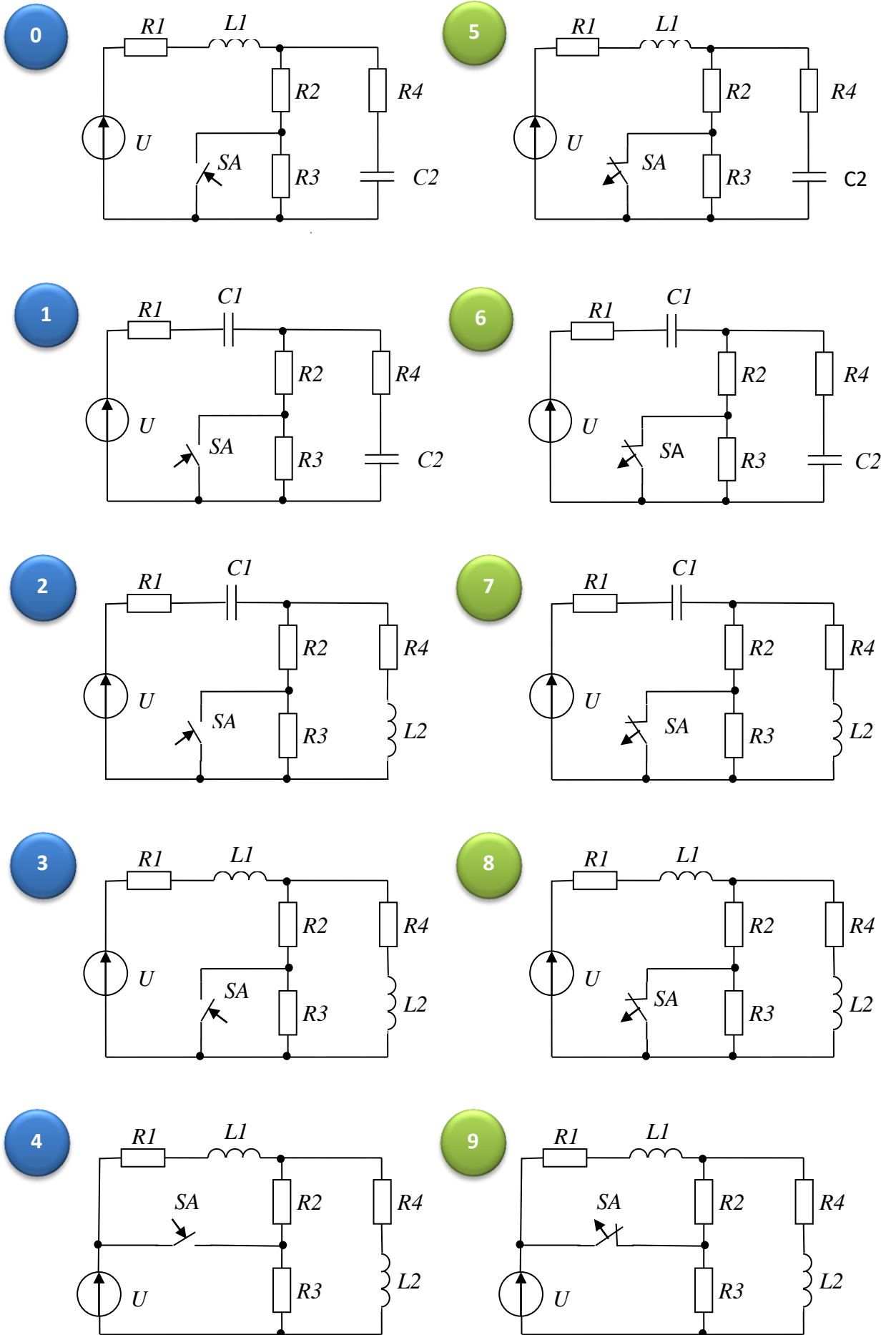


Рисунок 10.1 - Номер схемы - первая цифра кода варианта