

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

КВАНТОВЫЕ И ОПТОЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И УСТРОЙСТВА

Методические указания к практическим занятиям
для студентов направления «Электроника и
микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и
устройства»)

2012

Шангин Александр Серггевич

Квантовые и оптоэлектронные приборы и устройства: методические указания к практическим занятиям для студентов направления «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства») / А.С. Шангин; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск: ТУСУР, 2012. - 53 с.

В данном пособии представлен справочный материал, рассмотрены методы решения задач и представлены задачи для самостоятельного решения.

Пособие предназначено для студентов очной формы и заочной формы обучения, обучающихся по направлению «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства») по дисциплине «Квантовые и оптоэлектронные приборы и устройства»

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ЭП
_____ С.М. Шандаров
« ___ » _____ 2012 г.

КВАНТОВЫЕ И ОПТОЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И УСТРОЙСТВА

Методические указания к практическим занятиям
для студентов направления «Электроника и микроэлектроника»
(специальность «Электронные приборы и устройства»)

Разработчик
_____ А.С. Шангин
_____ 2012 г

Содержание

1	Статистическое моделирование квантовых переходов.....	5
1.1	Основные понятия	5
1.2	Примеры решения типовых задач	7
2	Моделирование процессов в оптическом резонаторе	12
2.1	Основные понятия	12
2.2	Задачи для самостоятельного решения	13
3	Статистическое моделирование добротности оптических систем и характеристик излучения	14
3.1	Основные понятия	14
3.2	Характеристики излучения ОКГ.....	16
3.3	Задачи для самостоятельного решения	17
4	Моделирование явлений в квантовом парамагнитном усилителе (КПУ).....	18
4.1	Основные понятия	18
4.2	Квантовый генератор на молекулах аммиака NH_3	19
4.3	Решение задач по теме	21
4.4	Задачи для самостоятельного решения	23
5	Расчет параметров оптического квантового генератора.....	25
5.1	Основные понятия	25
5.2	Задача для самостоятельного решения	36
6	Моделирование работы фотоприемника	36
6.1	Основные понятия	36
6.2	Параметры и характеристики фотоприемников.....	36
6.3	Решение типовых задач	38
6.4	Задачи для самостоятельного решения	43
7	Расчетное моделирование параметров оптического волокна	43
7.1	Основные понятия	43
7.2	Решение типовых задач	50
7.3	Задачи для самостоятельного решения	50
8	Список литературы	51

1 Статистическое моделирование квантовых переходов

1.1 Основные понятия

В квантовых приборах усиление образуется за счет индуцированного (вынужденного) излучения при квантовом переходе частиц с верхнего уровня на нижний. По статистике при этом существует три вида переходов между уровнями: спонтанные, индуцированные и тепловые. Число переходов пропорционально населенности этого уровня N_i и интервалу времени dt :

$$dn = A_{ik} \cdot N_i dt, \quad (1.1)$$

где A_{ik} – вероятность спонтанного перехода в 1 с.

Время, через которое населенность N_i уменьшается в $e=2,718$ раз по сравнению с начальной величиной, определяется по следующей формуле:

$$\tau_x = 1/A_{ik} \quad (1.2)$$

т.е. τ характеризует время жизни частицы в возбужденном состоянии и называется временем жизни уровня энергии по спонтанным переходам.

Вероятности вынужденных переходов определяются соотношениями:

$$W_{21} = B_{21}\rho_v; \quad W_{12} = B_{12}\rho_v; \quad W_{21} = W_{12}, \quad (1.3)$$

где B_{21} и B_{12} – коэффициенты Эйнштейна для вынужденных вероятностных переходов с излучением и поглощением энергии; ρ_v – единичная объемная плотность энергии внешнего поля, равная $1 \text{ Дж/см}^2 \cdot \text{с}$

$$\rho_v = \frac{\varepsilon \cdot E^2}{2}. \quad (1.4)$$

Между вынужденными и спонтанными переходами существует связь

$$A_{21} = \frac{8\pi h\nu_{21}^3}{c^3} B. \quad (1.5)$$

В вероятностном перераспределении частиц по энергетическим уровням участвуют безызлучательные переходы, являющиеся также вероятным процессом. Причем вероятность переходов сверху вниз больше вероятности снизу вверх:

$$(1.6)$$

Спонтанные переходы определяют ширину естественной спектральной линии, так как

$$(1.7)$$

Форма контура спектральной линии определяется из следующего выражения:

$$, \quad (1.8)$$

где ν_0 - центральная частота;
 $\Delta\nu$ - ширина контура спектральной линии;
 ν - текущая частота.

При точных расчетах параметров квантовых систем используют спектральные коэффициенты Эйнштейна. С введением коэффициентов a_{ki}, b_{ki}, b_{ik} следует уточнить также понятие населенности. Под населенностью N_i любого уровня следует понимать наиболее вероятное число частиц в единице объема, энергия которых попадает в пределы размытости этого уровня по энергии. Таким образом, числа спонтанных и вынужденных переходов в единичном частотном интервале вблизи частоты ν в единицу времени можно записать с использованием дифференциальных коэффициентов Эйнштейна

$$n_{ki} = a_{ki}(\nu)N_k, \quad n_{ki} = b_{ki}(\nu)\rho_\nu N_k \quad \text{и} \quad n_{ki} = b_{ik}(\nu)\rho_\nu N_i. \quad (1.9)$$

Спектральные коэффициенты должны учитываться при получении закона изменения мощности сигнала в процессе прохождения через вещество

$$, \quad (1.10)$$

где $P(0, \nu_0)$ – мощность на входе в активное вещество;
 $\chi(\nu_0)$ – коэффициент, соответствующий центральной частоте, определяемый по формуле:

$$\chi(\nu_0) = \frac{h\nu_0}{\Delta\nu \cdot v_{гр}} (B_{12} \cdot N_1 - B_{21} \cdot N_2), \quad (1.11)$$

где $v_{гр}$ – групповая скорость волны.

Если $N_1 > N_2$, то $\chi(\nu_0)$ является коэффициентом ослабления, в обратном случае $\chi(\nu_0)$ – коэффициент усиления. При получении инвертированного состояния $n_2 > n_1$ вводится и понятие «отрицательной» температуры, определяемое соотношением:

$$(1.12)$$

Поглощаемая мощность в активном веществе пропорциональна напряженности поля ($w\tau_1 = \frac{\varepsilon E^2 \cdot \tau_1}{2}$). В случае слабых полей, когда $w\tau_1 \ll 1$ (τ_1 – время продольной релаксации), поглощаемая мощность равна

$$(1.13)$$

Здесь – населенности уровней в состоянии термодинамического равновесия. В случае сильных полей, когда $w\tau_1 \gg 1$,

$$(1.14)$$

1.2 Примеры решения типовых задач

Задача 1.1 Населенность верхнего (n_j) и нижнего уровней (n_i) равна соответственно $1 \cdot 10^{10}$ и $0,5 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$. Кратность вырождения верхнего уровня 2, нижний уровень не вырожден. Возможно ли в рассматриваемой системе усиление? Поглощение?

Решение. Отношение чисел частиц на уровнях i и j с учетом вырождения:

$$\frac{n_i}{n_j} = \frac{\bar{g}_i}{\bar{g}_j} \exp\left(-\frac{E_i - E_j}{kT}\right)$$

Для температурной зависимости можно записать:

$$T = \frac{E_i - E_j}{k \ln\left(\frac{n_j / \tilde{g}_j}{n_i / \tilde{g}_i}\right)} \quad (1.15)$$

Условие усиления $n_i \tilde{g}_j > n_j \tilde{g}_i$ не выполняется, так как $\frac{1 \cdot 10^{10}}{2} = 0,5 \cdot 10^{10}$,

Ответ: В системе нет ни усиления, ни поглощения.

Задача 1.2 Определить оптимальный коэффициент отражения зеркал $r_{\text{отр}}$ (зеркала одинаковые) резонатора лазера, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усиления на проход G_0 , коэффициент потерь на проход α . Длина резонатора L . Дифракционными потерями можно пренебречь. Для численных оценок считать: $L = 10 \text{ см}$, $\chi_{\text{анор}}^0 = 0,01 \text{ см}^{-1}$, $\alpha_a = 0,063 \text{ см}^{-1}$, $\mathcal{G}_{\text{тр}} = 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Активная среда заполняет весь резонатор.

Решение. Условие стационарных колебаний:

$$\chi_a = \alpha_a + \frac{1}{L} \ln \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2}},$$

где χ_a – показатель усиления среды, α_a – потери в активной среде, $\frac{1}{L} \ln \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2}}$ – потери на зеркале (α_3), тогда:

$$\chi_{a \text{ опт}} = \frac{1}{L} \ln \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2}} + \alpha_a = \chi_{a \text{ пор}}. \quad (1.16)$$

Как следует из (1.16), можно построить зависимость $P_{\text{изл}} = f(R_1, R_2)$

$$P_{\text{изл}} = \left(\frac{\vartheta_{\text{гр}} L S}{\delta_{12}} \right) (\chi_a^0 - \alpha) (\alpha_3 / \alpha). \quad (1.17)$$

В этом случае не известны размеры активной среды (L , S – соответственно длина активного элемента и поперечное сечение активной среды), поэтому нужно воспользоваться формулой для удельной мощности излучения $P_{\text{изл.уд}} = f(R_1, R_2)$

$$P_{\text{изл.уд.макс}} = \frac{\vartheta_{\text{гр}} \chi_a^0}{\delta_{12}} \left(1 - \sqrt{\frac{\alpha_3}{\chi_a^0}} \right)^2, \quad (1.18)$$

где $\vartheta_{\text{гр}}$ – групповая скорость, δ_{12} – параметр нелинейности ($\delta_{12} \approx 1$),

χ_a^0 – начальный показатель усиления ($\chi_a^0 = 0,01 \text{ см}^{-1}$).

Ответ: Для получения максимального излучения необходимо использовать зеркала с коэффициентом отражения равным 0,8 ($r=0,8$).

Задача 1.3 Оценить, насколько частота типа колебаний TEM_{01} отличается от частоты основного типа колебаний TEM_{00} для пустого резонатора. Резонатор образован плоским и сферическим (радиус кривизны $R = 100 \text{ см}$) зеркалами. Длина резонатора $L = 50 \text{ см}$.

Решение. Собственные частоты пустого резонатора

$$(1.19)$$

где $\nu_0 = c/2L$; $g_{1,2} = 1 - L/R_{1,2}$; q, m, n – целые числа;

R_1, R_2 – радиусы кривизны зеркал; L – длина резонатора.

Следовательно,

Одно из зеркал резонатора плоское, т.е. его $R = \infty$ и $g = 1 - \frac{L}{R} = 1$, для другого зеркала $g = 0,5$. Для типа колебаний $m = 0, n = 1$ имеем:

Ответ: отличие на 74,5 МГц

Задача 1.4 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний TEM_{00} (основной тип) и TEM_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора $L = 100$ см, длина волны излучения $\lambda = 0,63$ мкм, апертурный размер зеркал $a = 0,5$ см. Как изменятся потери, если длина резонатора будет равна $L = 10$ см

Решение. Оценим число Френеля:

Для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы при $N \geq 10$ дифракционные потери за один проход определяются формулой:

$$(1.20)$$

где

;

-й корень функции Бесселя порядка n .

Для условия задачи $N^{3/2} \approx 0,0004$, $\lambda^1_0 \approx 2,40$, $\lambda^1_1 \approx 3,83$. Таким образом, $\alpha_{00} = 1,2 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_{01} = 3,1 \cdot 10^{-3}$.

Ответ: Потери на проход для типа колебаний TEM_{01} примерно в 2,5 раза выше, чем для основного типа колебаний. При $L=10$ см прохождение основного типа колебаний увеличится.

Задача 1.5 Резонатор оптического квантового генератора образован зеркалами с коэффициентами отражения $R_1=R_2=0,5$, расположенными на длине L друг от друга. Активная среда занимает все пространство между зеркалами.

Как нужно изменить коэффициент квантового усиления активной среды для выполнения условия самовозбуждения генератора, если в резонатор вносится поглотитель, поглощающий 50% падающего на него излучения? (В расчёте не учитывать дифракционные потери на зеркалах и потери излучения в материале активной среды и зеркал.

Решение. Пусть от зеркала 1 к зеркалу 2 начинает распространяться волна с интенсивностью I_0 . Если поглотитель расположен на расстоянии L_1 от первого зеркала, то до поглотителя дойдет волна интенсивностью $I_0 e^{\alpha L_1}$, где α - коэффициент квантового усиления активной среды.

Пусть α_1 определяет долю поглощаемой поглотителем интенсивности и тогда после поглотителя интенсивность волны равна:

$$I_0(1 - \alpha_1)e^{\alpha L_1}.$$

Далее волна опять усиливается в среде и на зеркало 2 приходит с интенсивностью

$$I_0(1 - \alpha_1)e^{\alpha L_1}e^{\alpha L_2} = I_0(1 - \alpha_1)e^{\alpha L}.$$

После отражения от зеркала 2 в направлении зеркала 1 будет распространяться волна с интенсивностью

$$RI_0(1 - \alpha_1)e^{\alpha L}.$$

На обратном пути к зеркалу 1 она испытывает усиление в активной среде и поглощение в поглотителе, после отражения от зеркала 1 интенсивность волны составит

$$R^2 I_0 (1 - \alpha_1)^2 e^{2\alpha L}.$$

Условие существования в резонаторе самоподдерживающейся волны получается, если приравнять интенсивность исходной волны и волны, совершившей обход резонатора.

$$I_0 = R^2 I_0 (1 - \alpha_1)^2 e^{2\alpha L},$$

$$R^2 (1 - \alpha_1)^2 e^{2\alpha L} = 1,$$

откуда условие для порогового коэффициента усиления имеет вид:

$$\alpha L = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{R^2 (1 - \alpha_1)^2} = \ln \frac{1}{R(1 - \alpha_1)}.$$

При отсутствии поглотителя $\alpha_1 = 0$

$$\alpha_0 L = \ln \frac{1}{R}.$$

Очевидно, что отношение пороговых коэффициентов усиления для среды без поглотителя и с поглотителем будет:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\ln \frac{1}{R(1 - \alpha_1)}}{\ln \frac{1}{R}}.$$

При $R=0,5$ и при $\alpha_1=50\%$

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = 2.$$

Таким образом, пороговый коэффициент усиления среды с поглотителем вдвое выше.

Ответ: пороговый коэффициент усиления среды с поглотителем вдвое выше.

Задача 1.6 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний TEM_{00} (основной тип) и TEM_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора $L = 100$ см, длина волны излучения $\lambda = 0,63$ мкм, апертурный размер зеркал $a = 0,5$ см.

Решение. Оценим число Френеля:

Для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы при $N \geq 10$ дифракционные потери за один проход определяются формулой:

$$(1.22)$$

где x_n - n -й корень функции Бесселя порядка n .

Для условия задачи $N^{3/2} \approx 0,0004$, $\lambda^1_0 \approx 2,40$, $\lambda^1_1 \approx 3,83$. Таким образом, $\alpha_{00} = 1,2 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_{01} = 3,1 \cdot 10^{-3}$. Потери на проход для типа колебаний TEM_{01} примерно в 2,5 раза выше, чем для основного типа колебаний.

Задача 1.7 Рассчитать добротность Q_R и время жизни фотона t_p в резонаторе Фабри-Перо с плоскими зеркалами. Расстояние между зеркалами $L=1$ м. В резонаторе возбуждается основной тип колебаний TEM_{00} , образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами ($\lambda=0,6$ мкм). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощаемая (коэффициент поглощения $\alpha = 0,001 \text{ см}^{-1}$). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеивания в среде и т.д. Коэффициент отражения каждого из зеркал $r_{отр}=95\%$. Диаметр зеркал много больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

Решение. Добротность резонатора, определяемая потерями в активном элементе и потерями на зеркалах, записывается:

$$Q_R = \frac{2\pi\nu L}{c[\alpha L + (1 - r_{отр})]} \quad (1.23)$$

время жизни фотона $\tau_p = Q_R / \nu$, $\nu = c/\lambda = 5 \cdot 10^{14}$.

Подставляя заданные значения параметров из условия задачи, находим:

$$Q_R \approx 7 \cdot 10^7, \quad \tau_p \approx 1,4 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

Задача 1.8 Определить добротность резонатора для инфракрасной области диапазона при длине волны $\lambda = 1$ мкм. Резонатор образован отражающими пластинами на расстоянии $L=10$ см с коэффициентом отражения пластин $r=95\%$.

Решение.

Для решения будем использовать формулу:

$$Q = \frac{2\pi L n_c \nu}{c(1 - r)},$$

где $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, n_c - показатель преломления среды, заполняющей резонатор

(в нашем случае $n_c=1$).

Тогда, подставляя численные значения, получим:

$$Q = \frac{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 10^{-6}(1 - 0.95)} \approx 1,2 \cdot 10^7,$$

где

$$\frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}.$$

Задача 1.9 Рассчитать доплеровскую ширину линии для гелий-неонового лазера с плоско-параллельным резонатором Фабри-Перо длиной $L=1$ м и потерями 2% на переходе 1,15 мкм неона.

Решение.

Произведем оценку $\Delta\nu_D$ с учетом условий задачи:

$$\Delta\nu_D = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT^0 \ln 2}{Mc^2}},$$

$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ - постоянная Больцмана; $T = 300^0 \text{ К}$, $M = 2 \cdot 10^{-24} \text{ г}$,

$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $\nu_0 = 1,15 \cdot 10^{-6} \text{ м}$.

Подставляя числовые значения, получим: $\Delta\nu_D = 800 \text{ МГц}$.

2 Моделирование процессов в оптическом резонаторе

2.1 Основные понятия

Положительная обратная связь в лазерах осуществляется с помощью оптического резонатора - системы обращенных друг к другу отражающих поверхностей. R_1 и R_2 – коэффициенты отражения зеркал, расположенных на расстоянии L друг от друга. Условием образования стоячих волн является

$$L = q \cdot \lambda_q / 2 \quad (q=1,2,3),$$

где q - целое число (продольный тип колебаний),

λ_q - длина волны при выбранном значении L .

Каждому q соответствует своя частота колебаний ν_q , определяемая из соотношения:

$$\nu_q = c/\lambda_q = q c/2L.$$

Интервал между частотами соседних продольных волн составляет

$$\Delta\nu_q = c/2L. \quad (2.1)$$

В резонаторе с активной средой происходит не только усиление мощности, но и потери ее. Можно перечислить разные виды потерь: потери

на поглощение в зеркалах, потери рассеяния на неоднородностях, потери за счет непараллельности зеркал, дифракционные потери α_d . Дифракционные потери различны для квадратных, круглых зеркал, для плоских и сферических, и зависят они от числа Френеля.

$$N = D^2 / (L \lambda), \quad (2.2)$$

где D - размер зеркала.

Таким образом, с учетом всех перечисленных потерь, суммарные потери за один цикл приведут к относительному ослаблению мощности в β раз.

$$\beta = R_1 \cdot R_2 \cdot (1 - \alpha_d) \exp(\alpha_{pac} \cdot 2 \cdot L). \quad (2.3)$$

2.2 Задачи для самостоятельного решения

Задача 2.1 Спектральная ширина линии излучения He-Ne лазера составляет 600 МГц, центральная частота излучательного перехода $\nu_0 = 8,8 \cdot 10^{14}$ Гц. Определить, какое число продольных типов колебаний может возбудиться в лазере, если длина резонатора $L = 80$ см? Определить, при какой длине будет возбуждаться один продольный тип колебаний?

Задача 2.2 Чему равна ширина дифракционного максимума на уровне половинной интенсивности для основной моды резонатора с плоскими зеркалами, диаметром 10 мм? Ответ: $2\theta = 25 \cdot 10^{-21}$.

Задача 2.3. Два сферических зеркала с радиусом кривизны R_1 и R_2 расположены на расстоянии l одно от другого. Найти минимальный размер пятна светового пучка в резонаторе, его положения и размеры пятен на зеркалах, если длина волны излучения λ . Апертурный размер зеркал достаточно велик, так что дифракционными потерями можно пренебречь. Для числовых оценок взять $R_1 = 84$ см, $R_2 = 59$ см, $l = 134$ см, $\lambda = 1,06$ мкм.

Задача 2.4 Вывести выражение, определяющее минимальный коэффициент отражения выходного зеркала, ниже которого генерация возбуждаться не будет.

Задача 2.5 Определить оптимальный коэффициент отражения зеркал $r_{отр}$ (зеркала одинаковые) резонатора лазера, позволяющий получить максимальную выходную мощность. Коэффициент ненасыщенного усиления на проход G_0 , коэффициент потерь на проход α . Длина резонатора L . Дифракционными потерями можно пренебречь. Для численных оценок

считать: $L = 40 \text{ см}$, $N_{\text{пор}} = \frac{1}{2}N = 0,01 \text{ см}^{-1}$, $\alpha_a = 0,063 \text{ см}^{-1}$, $v_{\text{гр}} = 2,8 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. Активная среда заполняет весь резонатор.

Задача 2.6 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний TEM_{00} (основной тип) и TEM_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора $L = 60 \text{ см}$, длина волны излучения $\lambda = 1,15 \text{ мкм}$, апертурный размер зеркал $a = 0,5 \text{ см}$.

Задача 2.7 Открытый оптический резонатор образован плоскими зеркалами квадратной формы с размером D (10 мм). Расстояние между зеркалами L (1 м), а их непараллельность составляет угол δ (1 мин). Резонатор заполнен диэлектриком с показателем преломления n (2,3), коэффициенты отражения зеркал $R_1 = 1$, $R_2 = R$ (0,5).

Определить:

- 1) резонансные частоты продольных типов колебаний (мод);
- 2) расстояние между соседними продольными модами;
- 3) добротность резонатора с учётом связи с нагрузкой непараллельности зеркал, дифракционных потерь на длине волны λ (1,06 мкм). Нарисовать структуру поля в плоскости выходного зеркала для T_{10} поперечного типа колебаний.

Задача 2.8 Оценить угол расхождения пучка основного типа колебаний в конфокальном резонаторе. Для оценок принять $\lambda = 1 \text{ мкм}$, расстояние между зеркалами $L = 2 \text{ м}$. Апертурный размер зеркал велик, а дифракционные эффекты пренебрежимо малы.

Задача 2.9 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний TEM_{00} (основной тип) и TEM_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы. Длина резонатора $L = 100 \text{ см}$, длина волны излучения $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$, апертурный размер зеркал $a = 0,5 \text{ см}$.

Задача 2.10 Имеется резонатор объемом $V = 1 \text{ см}^3$. Найдите, сколько мод резонатора находится в полосе $\Delta\lambda = 0,01 \text{ мкм}$ с центральной длиной волны $\lambda = 600 \text{ нм}$.

3 Статистическое моделирование добротности оптических систем и характеристик излучения

3.1 Основные понятия

Основным параметром резонаторов является добротность, которую можно задать следующей формулой, учитывающей дифракционные потери:

$$Q = \frac{2 \cdot \pi \cdot L}{\lambda \cdot \left(1 - r + \frac{\lambda \cdot L}{D^2}\right)}, \quad (3.1)$$

где $r = R_1 R_2$.

Полная добротность с учетом непараллельности зеркал:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\lambda(1-r)}{2 \cdot \pi \cdot L} + \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot L_0} + \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{\gamma}{2 \cdot L \cdot D}}, \quad (3.2)$$

где γ - угол перекося зеркал.

Первое слагаемое определяет добротность Q_R за счет отражения от зеркал, она также определяет добротность спектральной линии:

$$Q_R = \nu / \Delta\nu = 2\pi\nu\tau.$$

Здесь $\tau = L \cdot n / c(1-r)$ - характеристическое время затухания в среде с показателем преломления n ; c - скорость света.

Второе слагаемое учитывает потери на внутренних дефектах кристалла. L_0 - эффективная длина пути. Величину L_0 непосредственно вычислить затруднительно, но можно считать, что $\lambda \ll L_0$. Третье слагаемое образуется за счет непараллельности зеркал.

Учет потерь через боковые стенки резонатора можно провести по формуле:

$$\frac{1}{Q} = \frac{\lambda^2}{4 \cdot \pi \cdot D^2} \quad (3.3)$$

Условие самовозбуждения является выполнение в генераторе баланса фаз:

$$(3.4)$$

и баланса мощностей, определяющего мощность стационарных колебаний. Самовозбуждение возможно при выполнении условия

$$(3.5)$$

где x_a - коэффициент усиления активного вещества, α_a - потери в активном веществе.

Условие стационарного режима генерации запишем в виде:

$$(3.6)$$

где α - коэффициент полных потерь.

С учетом всех потерь и усиления мощность излучения будет определяться формулой:

$$P_{изл} = \left(\frac{\mathcal{G}_{gp} LS}{\delta_{12}} \right) (\chi_a^0 - \alpha) (\alpha_s / \alpha), \quad (3.7)$$

где \mathcal{G}_{gp} – групповая скорость, S – площадь поперечного сечения активного элемента, δ_{12} – параметр нелинейности.

Для трехуровневой среды в стационарном режиме требуется минимальная (пороговая) мощность накачки, определяющая начало генерации. Ее можно определить из следующего выражения:

$$P_{пор} = \frac{1}{2} h\nu_{31} \cdot l \cdot S \left[\frac{N_0}{\tau \cdot t} \right], \quad (3.8)$$

где ν_{31} – частота излучения накачки, Гц; l – длина активного элемента, м;
 S – площадь поперечного сечения активного элемента, м²;
 N_0 – общее число активных частиц в единице объема вещества 1/см³;
 τ – квантовый выход люминесценции линии на частоте ω_{21} ;
 t – время жизни на метастабильном уровне.

3.2 Характеристики излучения ОКГ

Длина когерентности может быть определена из выражения

$$\delta \ll \lambda^2_0 / \Delta\lambda; \quad \delta \ll L = ct \quad (3.9)$$

где

$\Delta\lambda$ – ширина спектральной полосы.

Пространственная когерентность может определяться с помощью интерферометра Юнга, причем модуль $|\gamma_{12}|$ равен:

$$(3.10)$$

где J_1 и J_2 – интенсивность световых полей выделенных интерферирующих пучков; $\gamma_{эксп}$ – измеряемый в интерферометре контраст интерференционных полос. В случае генерации одной моды на частоте ν_0 , ширина лазерного излучения может быть оценена по формуле:

$$\delta\nu_T \cong \frac{8\pi h\nu_0}{P} \Delta\nu_p^2 \quad (3.11)$$

где P – мощность излучения; ν_0 – резонансная частота ($\nu_0 = Q \cdot \Delta\nu_p$).

Степень монохроматичности можно определить по огибающей спектра, состоящей из нескольких мод:

$$\mu = \delta\nu_{oc} / \nu_0 \approx 10^{-7} . \quad (3.12)$$

Временная когерентность и монохроматичность связаны между собой. Чем выше степень временной когерентности, т.е. чем больше время когерентности, тем меньше частотный спектр $\Delta\nu$, занимаемый излучением, и лучше монохроматичность.

Высокую направленность лазерного излучения, возможность фокусировки излучения в пятно чрезвычайно малых размеров обуславливает пространственная когерентность пучка лазера. Направленность излучения характеризуется телесным углом, в котором распространяется большая часть излучения. Как известно, угловое расстояние первого дифракционного минимума от центра дифракционной картины в случае дифракции плоской волны на круглом отверстии диаметром D равно:

$$(3.13)$$

3.3 Задачи для самостоятельного решения

Задача 3.1 Рассчитать добротность Q_p и время жизни фотона τ_p в резонаторе Фабри-Перо с плоскими зеркалами $L=1$ м. В резонаторе возбуждается один основной тип колебаний TEM_{00q} , образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами ($\lambda=0,6$ мкм). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощающая (коэффициент поглощения $\beta=0,001$ 1/см). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеяния в среде, нерезонансного поглощения и т.д. Коэффициент отражения $R_1, R_2=95\%$. Диаметр зеркал намного больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

Задача 3.2 Определить и сравнить между собой дифракционные потери типов колебаний T_{00} и T_{01} для резонатора с плоскими зеркалами круглой формы, если $L=100$ см, $\lambda=0,63$ мкм, апертурный размер зеркал $a=0,5$ см.

Задача 3.3 Определить добротность резонатора, если $\lambda=1$ мкм, $D=1$ см, $L=100$ см, а коэффициент Френеля $0,5 \cdot 10^{-2}$.

Задача 3.4 Определить время τ жизни волны в резонаторе длиной $L=1$ м с коэффициентом отражения зеркал $R=0,99$ при освещении его зеленым светом ($\lambda_0=0,5$ мкм). Оценить добротность резонатора.

Задача 3.5 Оценить выходную мощность трехуровневого непрерывного оптического квантового генератора на рубине, воспользовавшись формулой:

$$P_{\text{вых}} = \frac{N_{2\text{пор}}}{t_1} (\alpha - 1) \frac{t_p}{t_c} h\nu, \quad (3.14)$$

где $N_{2\text{пор}} = \frac{1}{2}N$ зависит от общей концентрации ионов хрома (Cr^{3+}) в рубине ($N=1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$); $t_p = Q/\nu$ – время затухания поля в резонаторе; t_c – время жизни фотона в резонаторе, обычно ($t_p / t_c \approx 0,5$):

$$(3.15)$$

где за t_0 принято время жизни, обусловленное всеми прочими видами потерь.

Задача 3.6 Определить время τ жизни волны в резонаторе длиной $L=0,5\text{м}$ с коэффициентом отражения зеркал $R=0,96$, при освещении его желтым светом ($\lambda_0 = 0,463 \text{ мкм}$). Оценить добротность резонатора.

Задача 3.7 Рассчитать добротность Q_R и время жизни фотона t_p в резонаторе Фабри-Перо с плоскими зеркалами. Расстояние между зеркалами $L=0,5 \text{ м}$. В резонаторе возбуждается основной тип колебаний TEM_{00} , образуемый двумя бегущими навстречу друг другу плоскими волнами ($\lambda=0,6 \text{ мкм}$). Среда, заполняющая резонатор, слабо поглощаемая (коэффициент поглощения $\alpha = 0,01 \text{ см}^{-1}$). Эти потери могут быть связаны с процессами рассеивания в середине и т.д. Коэффициент отражения каждого из зеркал $r_{\text{отр}}=96\%$. Диаметр зеркал много больше диаметра светового пучка, так что дифракционными потерями можно пренебречь.

4 Моделирование явлений в квантовом парамагнитном усилителе (КПУ)

4.1 Основные понятия

Под действием магнитного поля H_0 спектральные линии вещества расщепляются на $(2J + 1)$ подуровней с интервалами $\Delta\varepsilon$ (J - суммарный магнитный момент):

$$\Delta\varepsilon = gM_B H_0, \quad (4.1)$$

где g – фактор спектроскопического расщепления (для спиновых моментов $g = 2$); M_B – магнетрон Бора $= 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Т}$.

Частота перехода между уровнями определяется выражением:

$$, \quad (4.2)$$

где h – постоянная Планка.

В КПУ применяют как трех-, так и четырехуровневые системы.

Инверсия населенности в 3-уровневой схеме достигается на том переходе, для которого выполняется условие:

$$(4.3)$$

Разность населенностей на сигнальном переходе определится соотношениями:

$$(4.4)$$

Для количественной оценки состояния инверсии населенностей вводится понятие коэффициента инверсии I_{mn} :

$$(4.5)$$

где T_s – эффективная спиновая температура, T – температура среды. Коэффициент инверсии для 3-уровневой схемы имеет вид:

$$I_{21} = \frac{\nu_n}{2\nu_{ген}} - 1. \quad (4.6)$$

Для 4-уровневой схемы коэффициент инверсии записывается как

$$I_{32} = \frac{\nu_n}{\nu_{ген}} - 1. \quad (4.7)$$

Коэффициент усиления в однорезонаторном КПУ может быть определен

$$K_{ус} \Delta\nu \approx \frac{\alpha}{\pi} 2c, \quad (4.8)$$

где $\Delta\nu$ – полоса пропускания усилителя на резонансной частоте ν_0 , α – коэффициент усиления ($\alpha \approx 3 \cdot 10^{-2} \lambda^{-1}$).

На выходе идеального усилителя мощность шума может быть выражена следующей формулой:

$$(4.9)$$

где G – коэффициент усиления по мощности, B – полоса частот, пропускаемых усилителем.

4.2 Квантовый генератор на молекулах аммиака NH_3

В спектре молекулы NH_3 можно выделить два уровня, один из которых отвечает симметричному состоянию E_s , другой – антисимметричному E_a .

$$(4.10)$$

Под действием внешнего электрического поля происходит разделение молекул в верхнем состоянии E_a от молекул с энергией E_s . Частота генерации молекулярного генератора находится из уравнения

$$\nu = \nu_l \left[1 - \frac{Q}{Q_k} \cdot \frac{\nu_l - \nu_0}{\nu_l} \right], \quad (4.11)$$

где Q – добротность резонатора ($Q = 10^4$); $Q_{\text{л}} = \omega t/2$ – добротность молекулярной линии; t – время полета молекул.

Мощность генератора определяется как

$$P = N \tau h \nu W_{12}. \quad (4.12)$$

Тогда, подставляя эти значения в соответствующие значение среднеквадратичных напряжений шумов, получается выражение для $P_{\text{ш.у}}$:

$$P_{\text{ш.у}} = \frac{4 \cdot k (|T_s| \frac{Q_{\text{св}}}{Q_B^0} + T_0 \frac{Q_{\text{св}}}{Q_0}) G_0}{\left(\frac{Q_{\text{св}}}{Q_0} + \frac{Q_{\text{св}}}{Q_B^0} \right)^2} \Delta f, \quad (4.13)$$

где G_0 – коэффициент усиления РКПУ по мощности при резонансе.

При большом коэффициенте усиления $Q_{\text{св}} \ll Q_0$, $Q_{\text{св}} \approx |Q_B|$, тогда последнее выражение можно переписать в виде:

$$P_{\text{ш.у}} = k (|T_s| + T_0 \frac{Q_{\text{св}}}{Q_0}) G_0 \Delta f \quad (4.14)$$

Коэффициент усиления на резонансной частоте определяется выражением:

$$G_0 = \frac{\left(Q_{\text{св}}^{-1} - Q_0^{-1} + |Q_B^0|^{-1} \right)^2}{\left(Q_{\text{св}}^{-1} + Q_0^{-1} - |Q_B^0|^{-1} \right)^2}. \quad (4.15)$$

Из формулы видно, что в режиме усиления, когда инверсия в веществе достигает такой величины, что $|Q_B^0| = Q_0$, коэффициент усиления равен единице, т.е. измеряемая мощность полностью компенсирует собственные потери резонатора.

Значит, в нашем случае $G_0 = 1$. Модуль спиновой температуры определяется отношением температуры активного вещества к коэффициенту инверсии, т.е.

$$|T_s| = T_0 / I.$$

Для четырехуровневой схемы накачки коэффициент инверсии равен:

$$I = \frac{V_{\text{нак}}}{V_{\text{ген}}} - 1. \quad (4.16)$$

4.3 Решение задач по теме

Задача 4.1 Обычно, изучая движение постоянного магнитного момента $\bar{\mu}$ в постоянном магнитном поле \bar{H}_0 , т.е. рассматривая уравнение $d\mu/dt = \gamma [\bar{\mu} \bar{H}_0]$, переходят к вращающейся с ларморовской частотой вокруг направления поля \bar{H}_0 в системе координат. В ней $(d\mu/dt)_B = 0$, т.е. $\mu = const$. Отсюда следует вывод, что магнитный момент вращается с ларморовской частотой вокруг направления поля \bar{H} . Получить тот же результат непосредственным решением уравнения движения магнитного момента.

Решение. Выберем оси декартовой системы координат так, чтобы поле \bar{H}_0 направлено вдоль оси z , $\bar{H} = \{0, 0, \bar{H}_0\}$. Тогда для x -й, y -й, z -й компонент магнитного поля имеем:

$$d\mu_x / dt = \gamma H_0 \mu_y, \quad d\mu_y / dt = -\gamma H_0 \mu_x, \quad d\mu_z / dt = 0. \quad (4.17)$$

Введя обозначение $w_0 = \gamma H_0$ и исключив из первого и второго уравнения системы μ_y , получим:

$$d^2 \mu_x / dt^2 + w_0^2 \mu_x = 0 \quad (4.18)$$

с решением

$$P_{u.y} = k \{ |T_s| + T_0 \frac{Q_{ce}}{Q_0} G_0 \Delta f$$

$$\mu_x = A \cos w_0 t + B \sin w_0 t \quad (4.19)$$

Из первого уравнения системы (4.18) имеем:

$$\mu_y = \frac{1}{w_0} \cdot \frac{d\mu_x}{dt} = -A \sin w_0 t + B \cos w_0 t \quad (4.20)$$

Константы A и B в уравнениях определяются начальными условиями. Из решения этих уравнений видно, что компоненты μ_x и μ_y вектора постоянного магнитного момента вращаются вокруг направления поля \bar{H}_0 с частотой $w_0 = \gamma H_0$ (ларморовская частота).

Задача 4.2 Определить мощность собственных шумов резонаторного КПУ, в котором инверсия населенности в N -уровневой системе осуществляется на частоте f_c (ГГц), частота накачки равна f_n (ГГц). Вещество находится в резонаторе при температуре T_0 , собственная добротность которого Q_0 , добротность связи Q_{cb} , полоса частот равна Δf .

Решить задачу при следующих данных:

$N=4$, $f_c = 4$ ГГц, $f_n = 8$ ГГц, $T_0 = 10$ К, $Q_0 = 1,5 \cdot 10^3$, $Q_{cb} = 35$, $\Delta f = 35$ МГц.

Решение. Мощность собственных шумов квантового парамагнитного усилителя (КПУ) складывается из мощности шума спонтанного излучения ($P_{ш.сп}$) и мощности шумов теплового излучения стенок резонаторов или волноводов в усилителе ($P_{ш.р}$).

$$P_{ш.у} = P_{ш.сп} + P_{ш.р}.$$

Зная мощность этих шумов, можно определить их эффективную температуру. Для простоты рассмотрим случай резонанса в системе на эквивалентной схеме из параллельных элементов.

R_0 – характеризует собственные потери резонатора при температуре T_0 ; $U_{ш.р}$ – эквивалентная Э.Д.С. шумов, создаваемых резонатором. Среднеквадратичное значение напряжения на сопротивлении R генератора шумов рассчитывается из формулы

$$U_{ш.р}^2 = 4RP_{ш} = \frac{4Rhf\Delta f}{e^{hf/kT} - 1} \approx 4kT_{ш}R\Delta f \quad (4.21)$$

Вещество характеризуется отрицательным сопротивлением R_B и отрицательной спиновой температурой T_s ($R = -|R_B|$, $T = -|T_s|$), тогда это выражение можно переписать для $U_{ш.сп}$ в виде:

$$U_{ш.сп}^2 = 4|R_B| \frac{hf\Delta f}{1 - e^{-hf/k|T_s|}} \approx 4|R_B|k|T_s|\Delta f. \quad (4.22)$$

Мощность, выделяемая шумовыми ЭДС на сопротивлении нагрузки, равна:

$$P_{ш.нагр} = J^2 Z_{вх} \frac{(U_{ш.р}^2 + U_{ш.сп}^2) Z_{вн}}{(R_0 - R_B + Z_{вн})^2} \Delta f, \quad (4.23)$$

где $Z_{вн}$ – сопротивление фидера, пересчитанное на контур;

$Z_{вх}$ – сопротивление контура на входе.

Мощность $P_{ш.нагр}$ будет определять собственные шумы резонаторного КПУ, т.е. $P_{ш.нагр} = P_{ш.у}$.

Представим сопротивления R_0 и R_B через добротности:

$$R_0 = \frac{wL}{Q_0} = \frac{Q_{св}}{Q_0} Z_{вн}, \quad R_B = \frac{wL}{Q_B} = \frac{Q_{св}}{Q_B} Z_{вн} \quad (4.24)$$

Тогда, подставляя эти значения в соответствующие выражение среднеквадратичных напряжений шумов, получаем для $P_{ш.у}$:

$$P_{ш.у} = \frac{4 \cdot k(|T_s| \frac{Q_{св}}{Q_B} + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0}) G_0}{(\frac{Q_{св}}{Q_0} + \frac{Q_{св}}{Q_B})^2} \Delta f, \quad (4.25)$$

где G_0 – коэффициент усиления РКПУ по мощности при резонансе.

При большом коэффициенте усиления $Q_{св} \ll Q_0$, $Q_{св} \approx |Q_B|$, тогда последнее выражение можно переписать в виде

$$P_{ш.у} = k(|T_s| + T_0 \frac{Q_{св}}{Q_0}) G_0 \Delta f \quad (4.26)$$

Коэффициент усиления на резонансной частоте определяется выражением:

$$G_0 = \frac{Q_{св}^{-1} - Q_0^{-1} + |Q_B^0|^{-1})^2}{Q_{св}^{-1} + Q_0^{-1} - |Q_B^0|^{-1})^2} \quad (4.27)$$

Из формулы видно, что в режиме усиления, когда инверсия в веществе достигает такой величины, что $|Q_B^0| = Q_0$, коэффициент усиления равен единице, т.е. измеряемая мощность полностью компенсирует собственные потери резонатора.

Значит, в нашем случае $G_0 = 1$. Модуль спиновой температуры определяется отношением температуры активного вещества к коэффициенту инверсии, т.е. $|T_s| = T_0/I$. Для четырехуровневой схемы накачки коэффициент инверсии равен:

$$I = \frac{V_{нак}}{V_{ген}} - 1. \quad (4.28)$$

В нашем случае

тогда $|T_s| = 10/1 = 10$ К и мощность шумов усилителя

Вт.

4.4 Задачи для самостоятельного решения

Задача 4.3 Парамагнитный ион имеет следующую систему энергетических уровней (рис. 4.1). На переходе 1-3 действует поле накачки большой мощности. Считая вероятности тепловых переходов между уровнями Γ_{mn} , частоту переходов f_{mn} , температуру T заданными, определить, между какими уровнями возможно состояние инверсии населенностей. Рассчитать коэффициент инверсии и отрицательную температуру. Исходные данные для восьми вариантов даны в табл. 4.1.

Примечания: 1. $nf/kT = f \text{ ГГц} / 20 \text{ Т}$; 2. $f_{nm} = f_{mn} \exp(hf_{nm}/kT)$ при $E_n > E_m$.

Таблица 4.1

Номер варианта	1	2	3	4	5	6	7	8
$\Gamma_{21}, \text{с}^{-1}$	$0,2 \cdot 10^3$	10^3	10^3	10^3	10^3	$0,2 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^3$	$0,3 \cdot 10^3$
$f_{21}, \text{ ГГц}$	5	10	10	10	10	3	9	10
$f_{32}, \text{ ГГц}$	10	10	5	10	8	9	3	10
$T, \text{ К}$	5	10	5	5	80	15	20	100
$\Gamma_{31}, \text{с}^{-1}$	$1 \cdot 103$	103	103	103	105	103	103	105
$\Gamma_{32}, \text{с}^{-1}$	$1 \cdot 103$	103	103	103	105	$0,5 \cdot 103$	103	$2 \cdot 105$

Задача 4.4. В резонатор, настроенный на частоту 23870 МГц, влетает поток возбужденных молекул аммиака. Определить число молекул, необходимых для сообщения резонатору энергии 1 эрг (мощности 1 мВт).

Задача 4.5 Определить мощность собственных шумов резонаторного квантового парамагнитного усилителя (КПУ), активным веществом которого является N-уровневая система, в которой инверсия осуществляется на частоте f_C (ГГц), частота накачки равна f_H (ГГц). Вещество находится в резонаторе при температуре T_0 , собственная добротность которого Q_0 , добротность связи $Q_{св}$, полоса частот равна Δf . Исходные данные приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2.

№ варианта	1	2	3	4	5
N	3	4	3	4	4
$f_C, \text{ ГГц}$	3	4	5	6	7
$f_H, \text{ ГГц}$	5	8	10	12	14
$T_0, \text{ К}$	5	10	15	20	25
$Q_0 \cdot 10^3$	1	1,5	20	30	25
$\Delta f, \text{ МГц}$	30	35	40	45	50

Задача 4.6. Чему равна частота накачки в 3-уровневой схеме КПУ, если длина волны излучения равна 0,56 мкм?

Задача 4.7. Чему равен коэффициент инверсии, если при комнатной температуре спиновая температура парамагнитного иона равна $2,3 \cdot 10^4 \text{ К}$?

Задача 4.8 Чему равен коэффициент инверсии для 3-уровневой и 4-уровневой схем, если отношение частоты накачки к частоте генерации составляет 0,71?

Задача 4.9 Определить коэффициент усиления в однорезонаторном КПУ, если полоса пропускания ($\Delta\nu$) усилителя на резонансной длине волны в 21 см составляет 15 МГц, а коэффициент усиления (α) равен $\approx 3 \cdot 10^{-2} \lambda^{-1}$.

Задача 4.10 Определить полосу пропускания (МГц) в однорезонаторном КПУ, если, соответственно таблице 4.3, заданы параметры: длина волны, активный материал, коэффициент усиления, рабочая температура.

Таблица 4.3

Длина волны сигнала, см	Активный материал	Коэффициент усиления, дБ	Рабочая температура, °К
21	Рубин 90 ⁰	20	4,2
3,2	Рубин 54 ⁰ 44	21	1,8
1,95	Рубин	26	4,2
0,8	Рутил с Cr ⁺³		1,7

5 Расчет параметров оптического квантового генератора

5.1 Основные понятия

Связь между выходной мощностью (или энергией в импульсе) ОКГ и его конструктивными параметрами получают решением уравнения переноса двух встречных потоков, распространяющихся в активной среде.

С учетом потерь изменение плотности потока E при его распространении вдоль оси z можно описать следующим уравнением:

$$dE = (\chi - \delta)Edz, \quad (5.1)$$

где χ - показатель усиления; δ - показатель распределенных потерь в рассматриваемой среде.

Зная плотность потока u выходного зеркала и его коэффициент пропускания τ , легко найти величину излучаемой мощности:

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+\rho)} \left[\frac{\chi_0 l}{\delta l + \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}} - 1 \right], \quad (5.2)$$

где P - выходная мощность генерации; τ - коэффициент пропускания выходного зеркала; σ - эффективное сечение среды; η - параметр насыщения; ρ - коэффициент отражения выходного зеркала; χ_0 - ненасыщенный показатель усиления среды; l - эффективная длина активного элемента; δ - показатель распределенных потерь в среде (рассеяние); ρ_0 - коэффициент отражения глухого зеркала.

Рассмотрим пороговые условия генерации. Нетрудно видеть, что выражение (5.2) дает положительные значения мощности только при условии

$$[\chi_0 - \delta - \frac{1}{l} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}] > 0, \quad (5.3)$$

поскольку все параметры, входящие в него, положительны и коэффициенты отражения меньше единицы. Условие (5.3) определяет порог генерации.

Рассмотрим несколько примеров использования порогового условия для анализа работы ОКГ.

Задача 5.1. Пусть имеется активный кристалл длиной 5 см, на котором было замерено полуторократное усиление сигнала на длине волны, соответствующей инвертированному переходу при определенном заданном уровне накачки. Показатель рассеяния равен $0,02 \text{ см}^{-1}$. Можно ли получить генерацию на таком кристалле при использовании зеркал с коэффициентами отражения $\rho_0 = 0,8$ и $\rho = 0,5$?

Сравним усиление с потерями за один проход волны. В результате однократного отражения излучения на зеркалах в резонаторе остается относительная величина потока, равная $\rho\rho_0$. Поскольку однократному отражению на каждом зеркале соответствует два перехода, то условие возникновения генерации соответствует неравенству

$$K_0^2(\rho_0 \cdot \rho) > 1, \quad (5.4)$$

где K_0 - ненасыщенный коэффициент усиления. В нашем случае $K_0 = 1,5$; $\rho\rho_0 = 0,4$, поэтому генерация невозможна, ибо потери не компенсируются усилением:

$$1,5^2 \cdot 0,4 = 0,9 < 1.$$

Найдем показатель усиления среды. В линейном режиме работы

$$K_0 = \exp[(\chi_0 - \delta) \cdot l]. \quad (5.5)$$

Отсюда

$$(\chi_0 - \delta) = \frac{1}{l} \ln K_0 = \frac{\ln 1,5}{5} \approx 0,08 \text{ см}^{-1};$$

поскольку $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$, то $\chi = 0,10 \text{ см}^{-1}$.

Используя пороговое условие (5.3)

$$0,08 - \frac{1}{5} \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{0,4}} = -0,01 < 0,$$

получим, что генерация в таком кристалле возникнуть не может.

Задача 5.2. Можно ли добиться генерации, выбирая более длинные кристаллы с теми же параметрами среды и отражающих покрытий (см. Задача 5.1)

Из (5.5) следует, что минимальная длина среды, при которой возникает генерация, равна

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{\chi_0 - \delta} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}. \quad (5.6)$$

В нашем случае

$$l_{\text{мин}} = \frac{1}{0,8} \cdot 0,457 \approx 5,7 \text{ см.}$$

Следовательно, необходимо выбирать кристаллы длиной более 5,7 см.

Задача 5.3. Предположим, что по конструктивным соображениям длину кристалла увеличивать нежелательно. Можно ли на кристаллах (см. Задача 5. 1) получить генерацию, уменьшив показатель рассеяния среды?

Также следует, что минимальная величина разности –

$$(\chi_0 - \delta)_{\text{мин}} = \frac{1}{l} \ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}. \quad (5.7)$$

В нашем случае

$$(\chi_0 - \delta)_{\text{мин}} = \frac{1}{5} \cdot 0,457 = 0,091.$$

В первом случае $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$ и $(\chi_0 - \delta) = 0,08 \text{ см}^{-1}$. Следовательно, если уменьшить показатель рассеяния до величины меньшей, чем $0,009 \text{ см}^{-1}$, можно получить генерацию на кристалле длиной 5см.

Видно, что мощность генерации возрастает с увеличением ненасыщенного показателя усиления χ_0 и уменьшается с увеличением параметра насыщения рабочего перехода η . Максимально возможное значение мощности генерации получается, если положить $l \rightarrow \infty$ в выражении (5.7):

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1+\rho)} \left[\frac{\chi_0}{\delta} - 1 \right]. \quad (5.8)$$

Если основной характеристикой является КПД прибора, то длина должна быть такой, чтобы обеспечить максимум удельной мощности, снимаемой с единицы длины кристалла. В этом случае оптимальная длина находится из условия:

$$l_{\text{орт}} = \frac{\ln(\rho \cdot \rho_0)^{-1/2}}{\sqrt{\chi_0 \delta} - \delta}. \quad (5.9)$$

Для рассмотренного примера:

$$l_{\text{орт}} = \frac{0,457}{\sqrt{0,1 \cdot 0,02} - 0,02} = 18,5 \text{ см.}$$

Обратимся к зависимости мощности генерации от параметров выходного зеркала ρ и τ . Из выражения (5.9) видно, что коэффициент отражения выходного зеркала не должен быть меньше некоторого минимального значения:

$$\rho_{\text{мин}} = \frac{1}{\rho_0} \exp[-2(\chi_0 - \delta)l]. \quad (5.10)$$

При $\rho < \rho_{\min}$ генерация не возбуждается. Но при очень плотных зеркалах выход мощности из резонатора очень мал; в предельном случае, когда $\rho=1$ и, следовательно, $\tau=0$, выходная мощность равна нулю.

С ростом потерь в резонаторе мощность генератора падает. Обычно интересуются зависимостью мощности излучения от какого-либо одного вида потерь на глухом зеркале. При этом, очевидно, в общей величине потерь будут присутствовать переменная α и постоянная α_0 компоненты. Зависимость мощности излучения от переменной компоненты потерь можно записать так:

$$P_0 = \frac{\tau\sigma}{2\eta} \left[\frac{2\chi_0 l}{(\tau + \alpha_0) + \alpha} - 1 \right], \quad (5.11)$$

где α - коэффициент анализируемых потерь. Генерация срывается при значении α , равном

$$\alpha_{\text{пор}} = 2\chi_0 l - \tau - \alpha_0. \quad (5.12)$$

При очень малых значениях τ мощность генерации растет приблизительно пропорционально τ :

$$P = \frac{\tau\sigma}{2\eta} \left[\frac{2\chi_0 l}{\alpha} - 1 \right]. \quad (5.13)$$

Затем рост мощности замедляется, функция $P(\tau)$ имеет максимум при некотором оптимальном значении коэффициента пропускания и, наконец, падает до нуля.

Оптимальное значение легко находится приравниванием к нулю производной $dP/d\tau$. Таким образом, для случая малых усилений

$$\tau_{\text{опт}} = \sqrt{2\chi_0 l \alpha} - \alpha. \quad (5.14)$$

Оптимальная величина мощности получается, если подставить значение в исходное выражение (5.14):

$$P_{\text{max}} = \frac{c}{2\eta} \left(\sqrt{2\chi_0 l \alpha} - \alpha \right) \left(\sqrt{\frac{2\chi_0}{\alpha}} - 1 \right). \quad (5.15)$$

Пространственные характеристики излучения ОКГ.
Характеристики излучения ОКГ в значительной степени определяются резонатором.

В резонаторе, составленном из плоских зеркал ($L/R \ll 1$) с прямоугольной апертурой, нормированное распределение интенсивности на отражающих поверхностях для моды TEM_{mn} определяется выражением:

$$I_{mn}(x, y) = H_m^2\left(\sqrt{2} \frac{x}{\omega}\right) H_n^2\left(\sqrt{2} \frac{y}{\omega}\right) \exp\left(-2 \frac{x^2 + y^2}{\omega^2}\right), \quad (5.16)$$

где x и y - текущие прямоугольные координаты в сечении пучка; ω - параметр, характеризующий масштаб распределения (расстояние от оси пучка до той точки, где интенсивность в сечении основной моды уменьшается в e^2 раз (амплитуда в e раз, его еще называют «размером пятна»), H_m и H_n - полиномы Эрмита порядка, соответствующего индексу поперечной моды.

Для типов низших порядков полиномы Эрмита таковы:

$$\begin{aligned} H_0(\xi) &= 1, \\ H_1(\xi) &= 2\xi, \\ H_2(\xi) &= 4\xi^2 - 2, \\ H_3(\xi) &= 8\xi^3 - 12\xi. \end{aligned} \quad (5.17)$$

В плоскопараллельном резонаторе с круглым сечением апертуры нормированное распределение интенсивности на отражающих поверхностях имеет вид:

$$I_{pl}(r, \varphi) = \left\{ J_p \left[\frac{v_{p,(l+1)} \cdot r}{a \left(1 + \frac{\beta}{\sqrt{2\pi N}} \right)} \right] \right\}^2 \cos^2(l, \varphi), \quad (5.18)$$

где p и l - радиальный и угловой индексы; r и φ - текущие полярные координаты в сечении пучка; a - радиус сечения резонатора; N - число Френеля; J_p - функция Бесселя p -го порядка; $v_{p,(l+1)}$ - $(l+1)$ -й корень функции Бесселя p -го порядка.

Конфигурация резонатора и сечение пучка определяют «размер пятна». Пучок имеет сечение с минимальным размером пятна - так называемую «перетяжку». В резонаторе с одинаковыми зеркалами перетяжка совпадает с центральным сечением резонатора. Если зеркала резонатора разной кривизны, то перетяжка не совпадает с центральным сечением резонатора. Если одно зеркало плоское, то перетяжка совпадает с ним. Для выпукло - вогнутой конфигурации зеркал перетяжка находится вне резонатора. В общем случае перетяжка смещена от центрального сечения в сторону зеркала меньшей кривизны. Величину смещения перетяжки можно рассчитать по формуле

$$z_0 = \frac{1}{2} L \left[\frac{1 - v}{(1 + v) - 2u\sqrt{v}} \right], \quad (5.19)$$

где L - расстояние между зеркалами; u и v - параметры конфигурации резонатора:

$$u = \sqrt{g_i g_k}, \quad v = \frac{g_k}{g_i}, \quad (5.20)$$

где g_i и g_k - обобщенные параметры резонатора, которые связаны с длиной резонатора и радиусами кривизны зеркал следующим образом:

$$g_i = 1 - L/R_i \quad \text{и} \quad g_k = 1 - L/R_k. \quad (5.21)$$

Минимальный размер пятна ω_0 определяется параметрами резонатора и длиной волны излучения генерации:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{L}{k} \frac{\sqrt{1-u^2}}{\left(\frac{1+v}{2\sqrt{v}}\right) - u}}, \quad (5.22)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, характеризующее излучение.

В практике расчетов принято пользоваться так называемым конфокальным параметром резонатора R_3 :

$$R_3 = L \frac{\sqrt{1-u^2}}{\left(\frac{1+v}{2\sqrt{v}}\right) - u}. \quad (5.23)$$

Минимальный размер пятна определяется через конфокальный параметр следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R_3}{k}}. \quad (5.24)$$

Размер пятна по обе стороны от перетяжки увеличивается по закону

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2z}{R_3}\right)^2}, \quad (5.25)$$

где z - текущая координата вдоль оси пучка, отсчитываемая от перетяжки.

Задача 5.4. Рассчитаем местоположение перетяжки (минимального сечения пучка). Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии $L = 0,45$ м. Радиусы кривизны зеркал $R_1 = 0,84$ м, $R_2 = 2,0$ м.

Находим параметры резонатора:

$$g_1 = 1 - \frac{0,45}{0,84} = 0,465,$$

$$g_2 = 1 - \frac{0,45}{2,0} = 0,775,$$

$$u = \sqrt{0,465 \cdot 0,775} = 0,6,$$

$$v = \frac{0,465}{0,775} = 0,6.$$

ВЫЧИСЛИМ

$$z_0 = \sqrt{\frac{0,45}{6 \cdot 10^6} \sqrt{\frac{0,8}{\frac{1,6}{1,55} - 0,6}}} = 0,37 \cdot 10^{-3} \quad m = 0,37 \text{ мм.}$$

Нетрудно найти конфокальный параметр для рассматриваемого примера ($L=0,45$ м; $g_1 = 0,465$; $g_2 = 0,775$):

$$R_3 = 0,45 \cdot 1,85 = 0,83 \text{ м.}$$

Зная конфокальный параметр, легко определить размер пятна в любом сечении пучка излучения. Подсчитаем минимальный размер пятна в перетяжке:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{0,83}{6 \cdot 10^6}} = 0,37 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,37 \text{ мм.}$$

Определим сечение пучка на расстоянии 1 м от перетяжки

$$\omega = 0,37 \sqrt{1 + \left(\frac{2 \cdot 1}{0,83}\right)^2} = 0,96 \text{ мм.}$$

Следует помнить, что величина ω дает действительный радиус пятна только для основной моды. Моды высших порядков имеют больший радиус пятна. Например, индексам 1 и 2 при прямоугольной симметрии резонатора соответствует $1,49\omega$ и $1,73\omega$. Каждый размер соответствует данному индексу моды. Если мода имеет два различных индекса, то и размер пятна в обоих измерениях разный. В рассматриваемом примере пятно моды TEM_{12} , на расстоянии 1 м от перетяжки имеет следующие размеры: по оси x $1,49 \cdot 0,96 = 1,43$ мм; по оси y $1,73 \cdot 0,96 = 1,66$ мм.

Задача 5.5. Оценить угол расхождения пучка основного типа колебаний конфокального резонатора, если $\lambda = 1$ мкм, расстояние между

зеркалами $L = R_1 = -R_2 = 2$ м. Апертурный размер зеркал велик, и дифракционные эффекты пренебрежимо малы.

Угол расхождения пучка основного колебания определяется по формуле:

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi \rho_0}, \quad (5.26)$$

где ρ_0 - минимальный размер луча в резонаторе.

Воспользуемся формулой:

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{\lambda \omega_0}{2\pi}} = \sqrt{\frac{\lambda L}{2\pi}}, \quad (5.27)$$

тогда
$$\theta = \sqrt{\frac{2\lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 2}} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 1,9'.$$

Угол расхождения можно определить еще как

$$\theta = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\omega}{z} = \frac{2}{\sqrt{kR_3}}. \quad (5.28)$$

Задача 5.6. Найдем угол расхождения пучка основной моды для ОКГ со следующими параметрами. Пусть несимметричный резонатор состоит из двух вогнутых зеркал, отстоящих друг от друга на расстоянии $L = 0,45$ м. Радиусы кривизны зеркал $R_1 = 0,84$ м, $R_2 = 2,0$ м.

Используя выражение (5.3), получим

$$\theta' = \frac{2}{\sqrt{6 \cdot 10^6 \cdot 0,83}} = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 3,7'.$$

Если апертурный размер резонатора положить $a = 8$ мм, то дифракционная поправка составит

$$\theta'' = \frac{3,83}{8 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^6} = 0,08 \cdot 10^{-3} \text{ рад} = 0,275'.$$

Таким образом, полный угол расхождения в рассматриваемом случае равен $\approx 4'$.

Наличие линзы (роль линзы могут сыграть подложки сферических зеркал) на пути распространения излучения ОКГ может существенно изменить характеристики пучка за линзой; при этом линза не влияет на модовую структуру пучка, а изменяет размер пятна и радиус кривизны волнового фронта.

Линза с фокусом f преобразует пучок так, что выполняются следующие соотношения:

$$\frac{R_3'}{f} = \frac{R_3/f}{\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_3}{2f}\right)^2}, \quad (5.29)$$

$$\left(1 - \frac{d'}{f}\right) = \frac{\left(1 - \frac{d}{f}\right)}{\left(1 - \frac{d}{f}\right)^2 + \left(\frac{R_3}{2f}\right)^2}, \quad (5.30)$$

где d - расстояние перетяжки от линзы, R_3 - конфокальный параметр для падающего пучка, а те же параметры для прошедшего через линзу пучка соответственно d' и R_3' .

Задача 5.7. Оценим фокусирующее действие линзы ($f = 0,5$ м), установленной на расстоянии 1 м от перетяжки на пучок ОКГ со следующими параметрами: $L=0,45$ м, $R_1=0,84$ м, $R_2=2$ м.

В рассматриваемом случае имеем

$$\frac{d}{f} = \frac{1}{0,5} = 2,$$

$$\frac{R_3}{f} = \frac{0,83}{0,5} = 1,66.$$

Используя выражения (5.5) и (5.6), получим:

$$\frac{R_3'}{f} = \frac{1,66}{(-1)^2 + (0,83)^2} = 0,98,$$

$$\left(1 - \frac{d'}{f}\right) = \frac{(-1)}{(-1)^2 + (0,83)^2} = -0,59.$$

Отсюда параметры преобразованного линзой пучка таковы:

$$R_3' = 0,98 \cdot 0,5 = 0,49 \text{ м},$$

$$d' = (1 + 0,59) \cdot 0,5 = 0,8 \text{ м}.$$

Положительный знак d' показывает, что линза преобразует пучок ОКГ в сходящийся. Новая перетяжка образуется за линзой на расстоянии 0,8 м. Размер пятна в наименьшем сечении:

$$\omega_0' = \sqrt{\frac{R_3'}{k}} = \sqrt{\frac{0,49}{6 \cdot 10^6}} = 0,29 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 0,29 \text{ мм}.$$

Таким образом, линза фокусирует пучок основной моды ОКГ в пятно радиусом $\approx 0,3$ мм.

Задача 5.8. Оценим выходную мощность трехуровневого непрерывного оптического квантового генератора на рубине, воспользовавшись формулой

$$P_{\text{вых}} = \frac{N_{2\text{пор}}}{t_1} (\alpha - 1) \frac{t_p}{t_c} h\nu. \quad (5.31)$$

где $N_{2\text{пор}} = \frac{1}{2} N$ зависит от общей концентрации ионов хрома (Cr^{3+}) в рубине ($N=1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$); $t_p = Q/\nu$ – время затухания поля в резонаторе; t_c – время жизни фотона в резонаторе, обычно ($t_p / t_c \approx 0,5$):

$$, \quad (5.32)$$

где за t_0 принято время жизни, обусловленное всеми прочими видами потерь.

В четырехуровневых схемах выражение минимальной мощности накачки имеет вид:

$$(5.33)$$

где

$$(5.34)$$

$$P = \frac{4f^3}{c^3 g(\nu)}, \quad (5.35)$$

t_2 – время перехода из состояния 2 в любое другое состояние, отличное от состояния 1; t_{21} – время релаксации с верхнего уровня на нижний.

При оценке $N_{2\text{пор}}$ нужно воспользоваться соотношением:

$$, \quad (5.36)$$

где ν – вероятность индуцированных переходов, которую можно определить из условия:

$$(5.37)$$

зная длину активного элемента, среднюю скорость распространения волны в резонаторе v , длину резонатора L , общее число частиц N и параметр усиления z вещества.

Задача 5.9. Сделайте сравнительную оценку выходных параметров трех- и четырехуровневых схем, если $P_{\text{вых}}$ для рубина при концентрации ионов Cr^{3+} в рубине $1,6 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$, при малых объемах рубиновых элементов, используемых в непрерывном ОКГ ($L = 2 \div 5 \text{ см}$, $d = 2 \div 3 \text{ мм}$), получается равным примерно около 10 Вт. Энергия 1 кванта на длине волны рубинового ОКГ ($\lambda = 0,69 \text{ мкм}$) $h\nu \approx 10^{-19} \text{ Дж}$; $\tau = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$, $\tau_p/\tau_c = 0,5$. Достигнутые выходные мощности непрерывных ОКГ на $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}:\text{Nd}^{3+}$ составляют сотни ватт.

Пороговая накачка для четырехуровневой схемы меньше, чем в трехуровневых. Но нужно отметить следующие обстоятельства.

Величина τ для трехуровневых генераторов (рубин $\tau = 3,4 \cdot 10^{-3}$ в $10 \div 30$ раз больше, чем τ в четырехуровневых ОКГ (стекло с неодимом $\tau = 120 \cdot 10^{-6} \text{ с}$, иттрий-алюминиевые гранаты (АУГ) имеют $\tau = 200 \cdot 10^{-6} \text{ с}$).

Полосы поглощения в рубине шире полос поглощения Nd^{3+} в различных основах, так что эффективность накачки для рубинов является более высокой.

Задача 5.10. Чему равна $\eta_{\text{кв.эф}}$ в %, если для атома Ne энергия верхнего рабочего уровня составляет 20 эВ, а энергия фотона для $\lambda = 0,63 \text{ мкм}$ равна 2 эВ. Как определяется ширина неоднородной уширенной линии (Δw_d).

Видно, что $\eta_{\text{кв.эф}} \approx 10\%$. В когерентное излучение преобразовано лишь 10 % общей энергии, сообщенной атому.

С другой стороны, в процессе возбуждения атома Ne до верхнего рабочего уровня эффективно могут участвовать только те e , энергия которых $> 20 \text{ эВ}$. Так как в He-Ne плазме наиболее вероятная энергия e составляет 6 – 8 эВ, то для возбуждения верхнего рабочего уровня используется лишь небольшая часть энергии, затрачиваемой на поддержание газового разряда. Поэтому КПД He-Ne лазера значительно меньше $\eta_{\text{кван.эф}}$.

Спектр излучения He-Ne ОКГ состоит из отдельных линий, соответствующих продольным и поперечным типам колебаний используемого открытого резонатора. Общая ширина спектра генерации определяется шириной линии усиления активной среды ОКГ, рис. 5.1. Линия усиления ОКГ определяется эффектом Доплера.

Рисунок 5.1

$1/\tau$ - естественная ширина линии, обусловленная принципом неопределенности

w_d - ширина неоднородной уширенной линии; растет с увеличением интенсивности накачки. Для перехода $\lambda = 0,63$ мкм она достигает 2000 МГц, для $\lambda = 1,152$ мкм она достигает 1000 МГц, для $\lambda = 3,394$ мкм – 400 МГц.

При длине резонатора 1 м в ОКГ может генерировать на $\lambda = 0,63$ мкм до 10 – 12, на $\lambda = 1,152$ мкм до 5 – 6 продольных колебаний.

5.2 Задача для самостоятельного решения

Величина излучаемой мощности определена следующим уравнением

$$P = \frac{\tau\sigma}{\eta(1 + R_1)} \left[\frac{\chi_0 l}{\delta l + \ln(R_1 R_0)^{-1/2}} - 1 \right], \quad \text{где } \tau - \text{ коэффициент пропускания}$$

выходного зеркала; σ - эффективное сечение среды; η - параметр насыщения; χ_0 - ненасыщенный показатель усиления среды; R_1 - коэффициент отражения выходного зеркала; l - эффективная длина активного элемента; δ - показатель распределенных потерь в среде; R_0 - коэффициент отражения глухого зеркала.

При заданных значениях $\chi_0 = 0,1 \text{ см}^{-1}$, $\delta = 0,02 \text{ см}^{-1}$, $l = 5 \text{ см}$, $R_1 = R_0 = 0,4$ определить показатель рассеяния $(\chi_0 - \delta)_{\min}$, при котором возможна генерация в кристалле.

6 Моделирование работы фотоприемника

6.1 Основные понятия

Принципиальная особенность оптоэлектронных приборов состоит в использовании оптического излучения. Оптическое излучение – это электромагнитные волны с длиной волны от 10 нм до 1 мм⁻¹.

Оптическое излучение характеризуется фотометрическими параметрами. Различают фотометрические параметры энергетические и световые. Энергетические параметры характеризуют излучение безотносительно к его действию на какой-либо приемник излучения и связаны с переносимой излучением энергией.

6.2 Параметры и характеристики фотоприемников

Рассмотрим явление фотоэффекта, излучение фотонов твердыми телами, а также основные параметры и характеристики фотоприемных устройств. Чувствительность фотоприемников (ФП) – определяется тем, насколько сильно изменяются его характеристики при облучении светом:

а) токовая чувствительность – это:

$$S_i = \Delta I_\Phi / \Delta \Phi, \quad (6.1)$$

где $\Delta \Phi$ [Вт · лм] - изменение потока излучения, падающего на прибор;

б) вольтовая чувствительность – это:

$$S_v = U_\Phi / \Phi.$$

Чувствительность зависит от G (G – скорость генерации пар).

Квантовый выход внутреннего фотоэффекта. η_1 - определяет, сколько неравновесных носителей (пар), созданы каждым поглощенным фотоном.

Определение скорости генерации пар G . Пусть на единичную поверхность приемника по направлению $x \perp$ этой поверхности, падает поток $\Phi_1(x)$ (плотность потока излучения). Зная, что $-d\Phi_1(x) = \alpha\Phi_1(x)dx$, получим, что поглощаемая энергия в расчете на 1 см^3 составляет:

$$-\frac{d\Phi_1}{dx} = \alpha\Phi_1. \quad (6.2)$$

Число Q_1 фотонов, поглощенных за 1с в 1 см^3 на глубине x таково:

$Q_1 = \frac{\alpha\Phi_1}{h\nu}$. Число неравновесных носителей, возникающих в 1с в 1 см^3 (скорость образования носителей):

$$G(x) = \eta_1 Q_1(x) = \eta_1 \frac{\alpha\Phi_1}{h\nu}. \quad (6.3)$$

В области собственного поглощения $\eta_1 = 1$, а $Q_1 \sim \frac{1}{V}$, поэтому при $\Phi_1 = \text{const}$ скорость генерации G уменьшается обратно пропорционально частоте, чем больше ν , тем меньше G .

У ФП $I_\Phi = f(G)$. В лавинных ФД, фоторезисторах, фототранзисторах $I_\Phi = f[G(x) \cdot K_{yc}(E)]$, $K_{yc}(E)$ – коэффициент усиления, зависящий от E .

ФД инерционны. Инерционность характеризуется постоянной времени нарастания и спада фототока. Фототок уменьшается по закону:

$$I_\Phi = I_M \exp(-t/\tau_2), \quad (6.4)$$

где τ_2 - постоянная времени нарастания.

Пороговая чувствительность – это уровень светового потока Φ_n , когда сигнал равен шуму, т. е. $\bar{I}_\Phi^2 = \Delta \bar{I}^2$. Т. к. $\sqrt{\Delta \bar{I}^2}$ и Φ_n могут зависеть от площади S приемника и полосы Δf , то

$$\Phi_n^* = \frac{\Phi_n}{\sqrt{S \cdot \Delta f}}, \quad (6.5)$$

где Φ_n^* - приведенный пороговый ток.

Фотодиодные матрицы. При разработке видеодатчиков широко используются различные твердотельные преобразователи. Многоэлементные фотоприемники – один из таких преобразователей. Принцип восприятия изображения фотоприемниками сводится к следующему: распределение яркости объекта наблюдения превращается в оптическое изображение и

фокусируется на фоточувствительную поверхность. Здесь световая энергия преобразуется в электрическую, отклик каждого элемента пропорционален его освещенности. Яркостная картина преобразуется в электрический рельеф. Схема сканирования производит периодический опрос каждого элемента и считывание содержащейся в нем информации. В конечном счете на выходе устройства мы получаем последовательность видеоимпульсов, в которой закодировано воспринимаемое изображение.

6.3 Решение типовых задач

Задача 6.1 Вычислить энергию фотонов, работу выхода. Использовать уравнение фотоэффекта Эйнштейна.

Решение:

- а) вычислим энергию фотонов в ультрафиолетовой (УФ) области спектра ($\lambda=330$ и 250 нм);
- б) желтого света ($\lambda=580$ нм);
- в) красного света ($\lambda=644$ нм).

Задача 6.2 Свет падает на поверхность натрия, работа выхода которого равна $1,1$ эВ. Найдите максимальные скорости всех фотоэлектронов, если длина волны падающего света принимает указанные выше значения.

Решение:

Подставив в формулу $E=h \cdot \nu = hc/\lambda = 1,24/\lambda$ значения, получим:

- а) $1,24/0,33=3,76$ эВ;
- б) $1,24/0,589=2,11$ эВ, $1,24/0,25=4,96$ эВ;
- в) $1,24/0,644=1,93$ эВ.

Скорости фотоэлектронов, обладающих наибольшей энергией, определяется из уравнения Эйнштейна

$$(1/2)m \cdot v_{\max}^2 = h\nu - \phi, \quad (6.6)$$

где ϕ - фотоэлектрическая работа выхода данного материала, а $h\nu$ -энергия падающего излучения.

При освещении красным светом электроны испускаться не будут.

На длине λ желтого света энергии равны (хотя электроны имеют достаточную энергию выхода для преодоления потенциального барьера, но они остаются на поверхности).

В УФ электроны эмигрируют с максимальными скоростями:

для $\lambda=0,33$ мкм

$$v_{\max} = \sqrt{2(h\nu - \phi)m} = \sqrt{2(3,76 - 2,11) \cdot 1,6^{-19} / 9,11 \cdot 10^{-31}} = 0,76 \cdot 10^6 \text{ м/с}, \quad (6.7)$$

для $\lambda=0,25$ мкм

$$v_{\max} = 1,0 \cdot 10^6 \text{ м/с} \quad v_{\max} = 1,0 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Задача 6.3 Уравнение фотоэффекта Эйнштейна. Фотоэлектрическая работа выхода для калия равна 2,0 эВ. На поверхность калия падает свет $\lambda=0,35$ мкм.

Определить:

- а) запирающий потенциал V_s ;
- б) кинетическую энергию E_k самых быстрых электронов;
- в) скорости этих электронов;
- г) вычислить, насколько изменится запирающий потенциал, если длина волны уменьшится до 348 Нм.

Решение:

$$\begin{aligned} \text{Энергия фотона} \quad E &= 1,24/\lambda \text{ эВ}, & (6.8) \\ E &= 1,24/0,35 = 3,54 \text{ эВ}. \end{aligned}$$

Энергия эмиттированного электрона (E_e) представляет собой разность между энергией падающего излучения и работой выхода материала ϕ , т.е.

$$E_e = E_{\text{изл}} - \phi = 3,54 - 2 = 1,54 \text{ эВ}.$$

Запирающий потенциал будет $V_s = 1,54$ эВ.

E_k наиболее быстрых электронов также равна 1,54 эВ.

Скорость наиболее быстрых электронов определяется как

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right) m v^2 &= 2,46 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; \\ v_{\text{макс}} &= 0,74 \cdot 10^6 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Уравнение Эйнштейна

$$\left(\frac{1}{2}\right) m v^2 = h\nu - \phi \text{ или } e \cdot V_s = (hc/\lambda) - \phi, \quad (6.9)$$

предполагая, что λ мало, запишем в дифференциальной форме:

$$\delta V_s = hc/l - \delta\lambda/\lambda^2.$$

Поскольку $\delta\lambda = 348 - 350$ Нм, а $\lambda = 350$ Нм, получаем, что запирающий потенциал уменьшается на величину $\delta V_s = 20,4$ мВ.

Задача 6.4. Здесь определяются следующие параметры: фотоэлектронная эмиссия, квантовый выход (Q), спектральная чувствительность (S), вывод соотношения $S/Q = l/h\nu$, пороговая частота (длина волны).

Пусть фотодиод имеет работу выхода 2,08 эВ и спектральная чувствительность 20 мкА/пм при освещении его $\lambda = 0,546$ мкм. Считая, что световой поток 0,625 мкм на этой λ эквивалентен 1Вт, вычислить:

- а) пороговую частоту,
- б) запирающий потенциал, при котором фототок равен нулю,
- в) квантовый выход.

Решение.

Работа выхода – это разница между падающей энергией излучения и энергией, характеризующей эмиссионные свойства материала. Квантовый

выход (Q) – это есть отношение числа испускаемых электронов к числу падающих. Квантовый выход

$$Q = n_e / n_p = (I/l) / (P/h\nu) = I \cdot h\nu / lP,$$

где n_e – число фотонов, падающих на фотокатод в 1с, а излучение с частотой ν несет мощность P . Спектральная чувствительность $S = I/P$; $S/Q = l/h\nu$.

Пороговая частота находится из условия $\phi = h\nu$ где $\nu = \phi/h = 502 \cdot 10^{12}$ Гц, а пороговая длина волны $\lambda = c/\nu = 5,98$ Нм, $V_s = h\nu - \phi = 1,24/0,546 = 2,27$ эВ.

Запирающий потенциал, при котором фототок уменьшается до нуля, равен $V_s = h\nu - \phi/l = 2,27 - 2,08 = 0,19$ В.

$$\text{Квантовый выход } Q = I h\nu / lP = 0,03.$$

Задача 6.5 Дайте описание фотоэффекта и объясните, каким образом с его помощью можно определить работу выхода для некоторой поверхности. Вычислите максимальную скорость электронов, эмитируемых из фотокатода, имеющего работу выхода 1,9 эВ и освещаемого монохроматическим светом с длиной волны $0,59 \cdot 10^{-6}$ м.

Решение.

При падении электромагнитных волн на металлическую поверхность некоторое количество электронов этой поверхности может поглотить энергию падающего излучения и превратить ее в кинетическую энергию своего движения. Электрон поглощает энергию излучения квантами, равными $h\nu$, где ν - частота излучения, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

Электроны могут покидать поверхность только в том случае, если $h\nu > \phi$, где ϕ - работа выхода материала. Работу выхода материала можно определить как минимальную величину энергии, необходимую для получения эмиссии с поверхности материала; эта величина измеряется в электронвольтах. Электронвольт равен энергии, приобретаемой электроном при ускоряющем напряжении 1 В (1 В = $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж). Для вольфрама $\phi = 4,55$ эВ = $4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Каждому материалу соответствует максимальная длина волны, при длинах волн больше которой эмиссия электронов происходить не может; ее называют *пороговой длиной волны*.

Пороговую частоту ν_0 для вольфрама можно найти следующим образом:

$$h\nu_0 = 4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19},$$

$$\nu_0 = \frac{4,55 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,1 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Пороговая длина волны λ_0 определяется как

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,1 \cdot 10^{15}} = 272 \text{ нм.}$$

Полученная длина волны соответствует ультрафиолетовой области спектра.

Для цезия $\varphi = 1,75$ эВ, а $\lambda_0 = 0,707$ мкм, т.е. пороговая длина волны лежит в видимой области спектра (красная область).

Эйнштейн сформулировал основное уравнение фотоэффекта:

$$h\nu = \varphi + \frac{1}{2}mv^2,$$

или

$$\frac{1}{2}mv_{\text{макс}}^2 = h\nu - h\nu_0. \quad (6.10)$$

Отсюда следует, что фотон с частотой ν выше пороговой (ν_0) будет выбивать на поверхности электроны с кинетической энергией, определяемой уравнением (6.10), где $h\nu_0$ – работа выхода, $V_{\text{макс}}$ – максимальная скорость эмиттированных электронов, ν – частота кванта света.

Два основных закона внешнего фотоэффекта гласят, что

1) кинетические энергии отдельных фотоэлектронов не зависят от интенсивности освещения;

2) число фотоэлектронов, испускаемых в 1 с, пропорционально интенсивности освещения.

С помощью фотоэффекта можно определять работу выхода для некоторой поверхности методом Милликена. При измерении работы выхода используются две металлические пластины, одна из которых выполняет роль катода, а другая служит анодом, собирающим электроны, испускаемые металлической поверхностью катода. Если анод заряжен по отношению к катоду отрицательно, то электроны достигают анода благодаря запасу кинетической энергии, с которой они вылетают из катода. При отрицательном потенциале анода V электрон, пройдя расстояние от катода к аноду, совершит работу eV . Пусть при некотором отрицательном потенциале анода V_a ток прекращается. Это условие определяет максимальную кинетическую энергию, которую будут иметь вылетающие из катода электроны:

$$\frac{1}{2}mv_{\text{макс}}^2 = eV_s. \quad (6.11)$$

Потенциал eV_s называют запирающим потенциалом.

Пусть на катод падает свет с длинами волн λ_1 , λ_2 и λ_3 , а запирающий потенциал при этом равен V_{s1} , V_{s2} и V_{s3} . Запишем уравнение Эйнштейна:

$$h\nu = \varphi = eV_s \quad (6.12)$$

и преобразуем его к виду

$$V_s = \left(\frac{h}{e} \right) \nu - \frac{\varphi}{e}, \quad (6.13)$$

что соответствует уравнению прямой линии.

Если в качестве осей координат выбрать V_s и ν , то наклон прямой даст отношение h/e , а из него можно определить постоянную Планка. Пересечение этой прямой с осью координат дает величину $-\varphi/e$, из которой можно определить работу выхода. По условию задачи

$$\varphi = 1,9 \text{ эВ}, \quad \lambda = 0,59 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 590 \text{ нм},$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{0,59 \cdot 10^{-6}} = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Гц}.$$

Подставляя эти численные результаты в уравнение Эйнштейна

$$h\nu = \varphi + \frac{1}{2} m V_{\text{макс}}^2, \quad \text{имеем} \quad (6.14)$$

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5,1 \cdot 10^{14} = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,9 + \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot V_{\text{макс}}^2,$$

откуда получаем максимальную скорость фотоэлектронов:

$$V_{\text{макс}}^2 = 2,73 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Задача 6.6 На сурьмяно-цезиевый фотоэлемент с интегральной чувствительностью $K=100$ мкА/лм падает световой поток Φ , равный 0,15 лм. Последовательно с фотоэлементом включен резистор $R=400$ кОм, с которого сигнал снимается на усилитель, управляющий реле с током срабатывания 10 мА при напряжении 220 В. Определить необходимые коэффициенты усиления по мощности и по напряжению, если входной нагрузкой усилителя является сопротивление R и темновой ток фотоэлемента равен нулю.

Решение.

Определяем ток фотоэлемента:

$$I_{\Phi} = K_{\Phi} \Phi = 100 \cdot 0,15 = 15 \text{ мкА}.$$

Входная мощность усилителя:

$$P_{\text{вх}} = I^2 R = (15 \cdot 10^{-6})^2 \cdot 4 \cdot 10^5 = 225 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 10^5 = 9 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}.$$

Мощность срабатывания реле:

$$P_p = 220 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2,2 \text{ Вт}.$$

Коэффициент усиления по мощности:

$$K_p = P_p / P_{\text{вх}} = 2,2 / 9 \cdot 10^{-5} = 2,44 \cdot 10^4.$$

Коэффициент усиления по напряжению:

$$K_U = U_p / U_R = U_p / (I_\phi R) = 220 / (15 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^3) = 36,7.$$

6.4 Задачи для самостоятельного решения

Задача 6.7 Нарисуйте графики зависимости фототока от светового потока для трех различных сопротивлений резисторов нагрузки $R_n = 1, 10$ и 20 МОм, если напряжение источника $E_a = 200$ В.

Задача 6.8 Определить число каскадов фотоэлектронного умножителя для получения выходного тока 2 мА, если ток эмиссии фотокатода $0,01$ мкА, а коэффициент вторичной эмиссии $\sigma = 6$.

Ответ: 7.

Задача 6.9 В девятикаскадном фотоэлектронном умножителе ток эмиссии фотокатода равен 10^{-8} А, а выходной ток составляет 100 мА. Найти коэффициент вторичной эмиссии материала электродов.

Ответ: примерно 6.

Задача 6.10 Определить коэффициент усиления фототока в фотоэлектронном умножителе, если известно, что число эмиттеров в приборе равно 6, коэффициент вторичной эмиссии материала эмиттера $\sigma = 4$.

Ответ: 4096.

7 Расчетное моделирование параметров оптического волокна

7.1 Основные понятия

Луч будет распространяться по оптическому волокну при условии превышения угла падения над критическим углом ($Q > Q_c$). Для этого необходимо, чтобы угол наклона луча к оптической оси φ был меньше φ_m , где $\varphi_m = \pi/2 - Q_c$.

Расчет показателя преломления сердцевин. Оптическое волокно представляет собой диэлектрическую среду, в которой содержится основная часть световой энергии, передаваемой по волокну. Рассмотрим два основных применяющихся типа волокна: волокно со скачкообразным изменением показателя преломления и волокно с градиентным показателем.

У первого типа волокна показатель преломления не меняется в сердцевине и распространение света обеспечивается за счет отражения на границе между сердцевиной и оболочкой.

Если показатель преломления изменяется в зависимости от расстояния r от оптической оси по параболическому закону вида

$$n(r) = n(o) - [n(o) - n(a)] \left(\frac{r}{a} \right)^2, \quad (7.1)$$

то такие волокна называют волокнами с градиентом показателя преломления или градиентными волокнами.

Многомодовые волокна это волокна, диаметр которых составляет несколько десятков микрон, а разница показателей преломления ($\Delta_{\text{МОВ}}$) – порядка 10^{-2} .

У одномодовых волокон, диаметр которых составляет несколько единиц микрон, а разница показателей преломления ($\Delta_{\text{ООВ}}$) – порядка 10^{-3} .

$$n_{1\text{МОВ}} = \frac{n_2}{1 - \Delta_{\text{МОВ}}}, \quad n_{1\text{ООВ}} = \frac{n_2}{1 - \Delta_{\text{ООВ}}}, \quad (7.2)$$

$$\Delta = (n_1^2 - n_2^2) / 2n_1^2 \approx (n_1 - n_2) / n_1.$$

Расчет критического угла ввода. При прохождении луча вдоль сердцевины волокна с n_1 будет наблюдаться полное внутреннее отражение от оболочки с n_1 , если выполняется условие

$$\sin \alpha = n_1 \sin \varphi_m = n_2 \cos \theta_c.$$

При угле падения, равном критическому:

$$\cos \theta_c = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} / n_1, \quad \sin \alpha_m = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}, \quad \sin \alpha_m = (2n\Delta n)^{1/2}.$$

Чем больше угол, тем большая часть падающего на торец волокна света может быть введена в волокно. Критический угол, определяющий границу полного внутреннего отражения, выразится следующим образом:

$$\theta_c = \arccos(\sin \alpha_m / n_1) = \arcsin(n_2 / n_1). \quad (7.3)$$

Расчет числовой апертуры. Луч, входящий в волокно с торца, из окружающего волокно воздуха (с показателем преломления n_a) будет распространяться вдоль волокна путем многократных отражений от границы сердцевины – оболочки и не будет ослабляться при условии, что угол падения луча на границу раздела будет больше критического угла θ_c . Число, выраженное через $\sin \alpha_m$, называют числовой апертурой волокна (NA).

$$(NA) = \sin \alpha_m = (2n\Delta n)^{1/2}, \quad \Delta n = n_1 - n_2, \quad n = (n_1 + n_2) / 2, \quad (7.4)$$

$$\sin \alpha_m = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}.$$

Временная дисперсия в объемной среде. Слово «дисперсия» в системах связи связано с явлением уширения световых импульсов после прохождения через дисперсионную среду. Под дисперсией материала понимается величина $\lambda d^2 n / d\lambda^2$. Любая помеха или сигнал, налагаемые на световую волну, распространяются не с фазовой скоростью волны, равной

$$v_\phi = \omega / \beta, \quad (7.5)$$

а с групповой скоростью, определяемой соотношением

$$v_{\text{гр}} = d\omega / d\beta = 1 / (d\omega / d\beta) = v_\phi / (1 - (\omega / v_\phi) (dv_\phi / d\omega)). \quad (7.6)$$

Это обстоятельство важно, так как групповая скорость является скоростью распространения сигнала, с которой постоянно имеют дело в технике связи.

При прохождении сигнала через дисперсионную среду сигнал ослабляется и искажается.

Время прохождения t световым импульсом расстояния l равно

$$t = \frac{l}{v_{гр}} = \frac{Nl}{c} = \left[n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right] \frac{l}{c}, \quad (7.7)$$

где N - групповой показатель преломления ($N = c/v_{гр} = n - \lambda dn/d\lambda$).

Групповая скорость может быть изображена в виде

$$v_{гр} = \frac{c}{N} = c / \left[n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right]. \quad (7.8)$$

Если свет имеет ширину спектра $\Delta\lambda$ относительно λ и если среда дисперсионная, то световой импульс расширяется в процессе распространения и поступает на выход на протяжении интервала времени Δt , определяемого соотношением:

$$\Delta t = \frac{dt}{d\lambda} \Delta\lambda = \frac{1}{c} \frac{dN}{d\lambda} \Delta\lambda = -\frac{1}{c} \lambda \frac{d^2n}{d\lambda^2} \Delta\lambda. \quad (7.9)$$

Обычно ширину спектра источника излучения определяют как диапазон длин волн, в пределах которого излучаемая мощность превышает 50% максимального значения. Часто удобно использовать относительную ширину спектра излучения γ , равную

$$\gamma = |\Delta\lambda / \lambda| = |\Delta\omega / \omega|. \quad (7.10)$$

Таким образом, после прохождения световым импульсом расстояния l в дисперсионной среде импульс расширяется, причем его длительность τ на уровне половинной мощности определяется выражением:

$$\tau = \frac{1}{c} \gamma \left| \lambda^2 \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right|. \quad (7.11)$$

Длительность импульса можно записать в таком виде:

$$\tau/l = (\gamma/c) |Y_m|, \quad (7.12)$$

где
$$Y_m = \lambda^2 \frac{d^2n}{d\lambda^2} \quad (7.13)$$

представляет собой коэффициент дисперсии материала.

При $\lambda_m = \lambda_0$ дисперсия в объеме материала становится минимальной и равной

$$\tau/l = (-) \frac{\gamma^2 \lambda^3}{8c} \left(\frac{d^3n}{d\lambda^3} \right)_{\lambda_0}. \quad (7.13a)$$

Ширина полосы частот связана с общей межмодовой дисперсией

$$\Delta f = 1/4\tau \quad \text{или} \quad \Delta f = 1/2\Delta T, \quad (7.14)$$

$$\text{где} \quad \Delta T / l = (N_1 / n_2)(\Delta n / c) \quad (7.15)$$

определяет разницу времени распространения импульсов вдоль осевого и наиболее наклоненного лучей. Более простое определение:

$$\Delta T / l = \frac{n_0 \Delta}{c}. \quad (7.16)$$

Влияние дисперсии материала и межмодовой дисперсии. При определении общей дисперсии оптического волокна необходимо обязательно учитывать оба вида дисперсии: дисперсию в материале и межмодовую дисперсию. Например, уширение импульса происходит под влиянием как межмодовой, так и материальной дисперсии. Оба механизма независимы друг от друга, и каждый из них приводит к появлению гауссова импульса длительностью τ_1 и τ_2 соответственно, измеренной на уровне 0,5. Тогда в результате их совместного влияния образуется импульс, который будет оставаться приближенно гауссовым по форме, а его длительность на уровне 0,5 будет определяться выражением $\tau = (\tau_1^2 + \tau_2^2)^{1/2}$. В конечном виде можно записать

$$\tau = \left[(\tau_0^2 / l^2) + (\tau_1^2 / l^2) + (\tau_2^2 / l^2) \right]^{1/2} \cdot l. \quad (7.17)$$

Здесь τ_0 обозначает ширину передаваемого импульса на уровне половинной мощности, а величины (τ_1/l) и (τ_2/l) учитывают влияние межмодовой и материальной дисперсии соответственно.

Приведенные значения дисперсий можно отнести к ступенчатым волокнам. С градиентными волокнами необходимо разобраться поподробнее.

Межмодовую дисперсию для градиентных волокон запишем следующим образом:

$$\Delta T = \frac{n_0 l}{c} \frac{|\alpha - 2|}{(\alpha + 2)} \Delta, \quad (7.18)$$

где $\Delta = 0,01$, n_0 - показатель преломления на оси волокна, $\alpha = 2(1 - \Delta)$ - профиль показателя преломления.

$$\text{Или более простое определение:} \quad \Delta T / l = \frac{n_0 \Delta}{c} (\Delta / 8). \quad (7.19)$$

Межмодовая дисперсия с учетом материальной дисперсии в градиентных волокнах. Оптимальный профиль показателя преломления с учетом дисперсионных свойств материала его сердцевины можно определять следующим образом:

$$\alpha_{\text{опт}} \approx 2(1 + 2\delta - \Delta),$$

$$\text{где} \quad \delta = \frac{n_0}{2N_0} \frac{\omega}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\omega} = - \frac{n_0}{2N_0} \frac{\lambda}{\Delta} \frac{d\Delta}{d\lambda}. \quad (7.20)$$

Среднеквадратичная длительность импульсов. Другой мерой длительности импульса является среднеквадратичная длительность

импульсов σ , которая ценна при неизвестной форме импульса. Под среднеквадратической длительностью импульсов σ понимают величину, определяемую соотношением

$$\sigma^2 = \frac{1}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \Phi(t) dt - t_0^2, \quad (7.21)$$

где за $\Phi(t)$ принято распределение принимаемой мощности, t_0 – среднее время прихода импульса.

Если импульс уширяется под влиянием как межмодовой, так и материальной дисперсии и оба механизма уширения приводят к формированию приблизительно гауссовых импульсов, имеющих среднеквадратичные длительности, равные соответственно σ_1 и σ_2 , то оба механизма будут объединяться, чтобы сформировать импульс, который по форме останется приблизительно гауссовым и среднеквадратичная длительность σ которого будет определяться выражением

$$\sigma = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}. \quad (7.22)$$

Покажем связь между среднеквадратичной длительностью импульса σ и его длительностью τ на уровне 0,5, а также другими его параметрами. Приведенные соотношения получены простым вычислением по формуле (7.20) для каждого случая: а) прямоугольный импульс $\tau = \Delta T$, $\sigma = \Delta T / 2\sqrt{3}$, τ – длительность импульса на уровне половинной мощности, $\sigma = 0,289\tau = 0,289\tau$; б) треугольный импульс $\tau = 0,5\Delta T$, $\sigma = \Delta T / 2\sqrt{6}$, $\sigma = 0,204\Delta T = 0,408\tau$; в) пилообразный импульс $\tau = 0,5\Delta T$, $\sigma = \Delta T / 3\sqrt{2}$, $\sigma = 0,236\Delta T = 0,471\tau$; г) экспоненциальный импульс $\tau = 0,693\tau_c$, $\sigma = \tau_c = 1,44\tau$; д) усеченный лоренцевский импульс:

$$\sigma = \frac{\tau}{2} \left| X / \operatorname{tg}^{-1} \cdot X \right|^{1/2}, \quad (7.23)$$

где $X = \Delta T / \tau$. Отметим, что $\sigma \rightarrow \infty$ при $X \rightarrow \infty$.

Расчет нормированной частоты. При распространении волноводных мод в идеальном ступенчатом волокне вводится такой параметр как нормализованный параметр частоты, определяемый соотношением:

$$V = \omega / \omega_0, \quad \omega_0 = \frac{c}{\alpha} (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}. \quad (7.24)$$

Зная нормализованный параметр частоты, можно определить максимально допустимый параметр сердцевины для одномодового волокна по следующей формуле:

$$d_{\max} = \frac{V_{\max}}{\pi \sqrt{n_{\text{loob}}^2 - n_2^2}}. \quad (7.25)$$

Для ступенчатого и градиентного волокна эта формула несколько изменится. Так для ступенчатого волокна

$$d_{\text{ст}}(v) = \frac{v \cdot \lambda \cdot 10^6}{\pi \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}, \quad (7.26)$$

$$\text{для градиентного } d_{\text{гр}}(v) = \sqrt{2} \frac{v \cdot \lambda \cdot 10^6}{\pi \sqrt{n_1^2 - n_2^2}}. \quad (7.27)$$

Определение числа мод. В большинстве многомодовых волокон, используемых в оптических системах связи, одновременно распространяется много мод. Рассмотрим кратко способ оценки числа распространяющихся в волокне мод. Большая часть оптической мощности переносится в сердцевине волокна с помощью мод высоких порядков. Приближенная формула, определяющая число мод, для ступенчатого изменения показателя преломления следующая:

$$M \approx \pi^2 Q^2 / 8. \quad (7.28)$$

Воспользовавшись формулой

$$Q = 2V / \pi, \quad (7.29)$$

получим

$$M_{\text{мод}} \approx \frac{\eta^2 Q^2}{8} = \frac{v^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \right)^2 (n_{1\text{мод}}^2 - n_2^2) = 2\pi \frac{A_c}{\lambda^2} (\text{NA})^2, \quad (7.30)$$

где (NA) – числовая апертура волокна, A_c – площадь сердцевины, Q – число модовых групп ($Q=2V/\pi$).

Потери в оптических волокнах. Материал, пригодный для изготовления оптического волокна, должен иметь высокую прозрачность для электромагнитного излучения в области 1 мкм. Поэтому нужно указать физические эффекты, которые вызывают потери света в диапазоне длин волн 0,5 ... 2,0 мкм. Это потери на поглощение в материале, на рассеяние, влияние ионизирующего излучения, оптимальная длина кварцевых оптических волокон. То есть в общем виде все потери можно разделить по подгруппам: обусловленные поглощением света, обусловленные рассеянием излучения, соединением световодов.

Собственное поглощение вызывается воздействием световой волны с одним или несколькими компонентами веществ, входящих в состав материала сердцевины и оболочки волокна ($\alpha < 1$ дБ/км).

Несобственное поглощение обусловлено наличием примесей ионов металлов и равно $\alpha = 0,2 - 0,35$ дБ/км.

Потери на рассеивание могут быть определены из следующего выражения:

$$\alpha_p = \frac{8\pi^3 (n_1^2 - 1)}{3\lambda^4} \cdot \beta kT, \quad (7.31)$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ - постоянная Больцмана, $\beta = 10,5 \cdot 10^{-11}$ - изотермический коэффициент сжимаемости $\text{см}^2/\text{дин}$, $T = 1500\text{К}$ – температура, $n_1=1,4$, $\lambda=0,8$ мкм. Подставив эти значения в формулу (7.31), получим

$$\alpha_p \approx 11 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-1} = 4,7 \text{ дБ/км}, \alpha_n = 0,2\alpha_p, \text{ тогда } \alpha = 5,64 \text{ дБ/км}.$$

Потери, полученные при соединении волокон. Рассогласование в волокне возникает из-за имеющихся в соседних волокнах различий в числовой апертуре (Δn), профиле показателя преломления, диаметре сердцевин, ошибок при соединении. Потери в таких соединениях $\approx 0,2$ дБ.

Способность одномодовых волокон «подключаться» к источникам света, а также жесткие допуски, которые должны выдерживаться в их соединении, - самые большие недостатки одномодовых волокон.

Если волокна строго соосны, без осевого зазора, но характеризуются разными значениями эффективного радиуса моды ω_{01} и ω_{02} параметра ω_0 , то коэффициент передачи по мощности записывается в виде

$$T_w = \left(\frac{2\omega_{01}\omega_{02}}{\omega_{01}^2 + \omega_{02}^2} \right)^2. \quad (7.32)$$

Потери будут ниже 0,5 дБ при $\omega_{01}/\omega_{02} < 1,25$.

Потери, связанные с рассогласованием апертур, могут быть рассчитаны следующим образом:

$$\alpha_{NA} = 10 \cdot \log \left[\left(\frac{NA_{nep}}{NA_{np}} \right)^2 \right], \quad (7.33)$$

где $(NA)_{nep}$ – числовая апертура передающего волокна,

$(NA)_{np}$ – числовая апертура приемного волокна.

Если наблюдается угловое рассогласование, то для многомодовых волокон потери определяются выражением

$$\alpha_{MOB} = -10 \cdot \log \left(1 - \frac{zn_1 \sqrt{2\Delta}}{4an} \right), \quad (7.34)$$

а для одномодовых -

$$\alpha_{OOB} = 10 \cdot \log \left(4 \cdot \frac{(4z^2 + 1)(4 + z^2)}{(4z^2 + 2)^2} \right), \quad (7.35)$$

потери, вызванные кривизной поверхности торцов

$$\alpha = 10 \cdot \log \left(1 - \frac{\left(\frac{n}{n_1} \right) (n-1)(d_1 + d_2)}{2n_1 d_1 \sqrt{2\Delta}} \right). \quad (7.36)$$

7.2 Решение типовых задач

Пример 7.1 Определите частоту и энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при $\lambda=0,63$ мкм; б) лазер на неодиме (Nd^{3+}) при $\lambda=1,06$ мкм; в) лазер на углекислом газе при $\lambda=10,6$ мкм.

Решение.

Частота при известной длине волны равна

$$f = \frac{c}{\lambda},$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с;

$$\text{а) } f = \frac{3 \cdot 10^8}{0,63 \cdot 10^{-6}} = 4,72 \cdot 10^{14} \text{ Гц,}$$

$$\text{б) } f = \frac{3 \cdot 10^8}{1,06 \cdot 10^{-6}} = 2,85 \cdot 10^{14} \text{ Гц,}$$

$$\text{в) } f = \frac{3 \cdot 10^8}{10,6 \cdot 10^{-6}} = 2,83 \cdot 10^{14} \text{ Гц.}$$

Пример 7.2 Определите энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при $\lambda=0,63$ мкм; б) лазер на неодиме (Nd^{3+}) при $\lambda=1,06$ мкм; в) лазер на углекислом газе при $\lambda=10,6$ мкм.

Решение.

Энергия фотона для каждого источника света определяется по формуле $E = h\nu$, где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, для перевода энергии фотона из [Дж] в [ЭВ] необходимо результат поделить на $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ К – заряд электрона. Получим:

$$\text{а) } \varepsilon = \frac{h \cdot f}{q} = \frac{4,74 \cdot 10^{14} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,96 \text{ (ЭВ); б)}$$

$$\varepsilon = \frac{2,83 \cdot 10^{14} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,17 \text{ (ЭВ),}$$

$$\text{в) } \varepsilon = \frac{2,83 \cdot 10^{13} \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,12 \text{ (ЭВ).}$$

7.3 Задачи для самостоятельного решения

Задача 7.1 Исходя из формулы $\beta_c = kn_2 \leq kn_1$, найдите максимальное значение критического угла ввода θ_c из соотношения, за пределами которого

постоянная распространения β меньше критического значения $\beta_c = kn_2$ и распространение света в световоде становится невозможным.

Задача 7.2 Светоизлучающий диод с $P_e=7\text{мВт}$, $m=3$ и A_e , определяемой толщиной $t=60\text{мкм}$ и шириной $w=170\text{мкм}$, соединен с волокном с $NA=0,19$ и диаметром сердцевины 68 мкм . Определить мощность, введенную в волокно.

Задача 7.3 Ступенчатый волоконный световод имеет диаметр сердцевины 200 мкм и числовую апертуру $NA = 0,19$. Определить число направляемых мод при $\lambda=1,16\text{ нм}$.

Задача 7.4 Найти нормализованные частоты V_c , ниже которых распространение света в волокне ограничивается единственной модой, для волокон со следующими видами профиля показателя преломления: а) ступенчатый профиль ($a=\infty$); б) параболический профиль ($a=2$); в) треугольный профиль ($a=1$).

Задача 7.5 Определить диаметр одномодового волокна, работающего на длине волны $0,85\text{ мкм}$, показатель преломления сердцевины которого $n_1=1,47$, $\Delta n=0,005$.

Задача 7.6 Определить число мод в ступенчатом многомодовом и одномодовом волокне, у которого $n_2=1,4$, $2a_{\text{моб}} = 85\text{ мкм}$ и $\lambda= 0,85\text{ мкм}$, $2a_{\text{обв}} = 8\text{ мкм}$, $\Delta_{\text{мб}}=0,05$, $\Delta_{\text{обв}}=0,007$.

Задача 7.7 Определить число мод в градиентном многомодовом волокне, если $n_2=1,4$, $d_{\text{мб}}=85\text{ мкм}$, $d_{\text{обв}}=8\text{ мкм}$ и $\lambda= 0,85\text{ мкм}$, $\Delta_{\text{мб}}=0,04$.

Задача 7.8 Межмодовая дисперсия $\Delta T/l$ для волокна со скачкообразным показателем преломления равна 34 нс/км и 2500 нс/км для волокна без оболочки. Определить полосу пропускания для этих волокон.

Задача 7.9 Определите частоту и энергию фотона для каждого из ниже перечисленных источников оптического излучения: а) гелий-неоновый лазер при $\lambda=0,6328\text{ мкм}$; б) лазер на неодиме (Nd^{3+}) при $\lambda=1,16\text{ мкм}$; в) лазер на углекислом газе при $\lambda= 9,8\text{ мкм}$.

Задача 7.10 Вычислить ширину полосы частот излучения на уровне $0,5$ следующих источников:

а) лазер на GaAlAs , имеющий ширину спектральной линии 6 нм , при средней длине волны излучения $1,26\text{ мкм}$.

8 Список литературы

1. Киселев Г.Л. Квантовая и оптическая электроника. – СПб.: Изд-во "Лань", 2011. – 320 с. - 2-е изд. испр. и доп.. ISBN: 978-5-8114-1114-6 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=627
2. Игнатов А.Н. Оптоэлектроника и нанофотоника. – СПб.: Изд-во "Лань", 2011. – 528 с ISBN: 978-5-8114-1136-8 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=684
3. Верещагин И.К., Косяченко Л.А., Кокин С.М. Введение в оптоэлектронику: Учебное пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 1991. - 191 с
4. Квасница М.С. Квантовые и оптоэлектронные приборы: Учебное пособие. – Томск: ТУСУР, Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2002.– 73 с.
5. Малышев В. А. Основы квантовой электроники и лазерной техники: Учебное пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 2005. - 542 с.
6. Пихтин А.Н. Оптическая и квантовая электроника. Учебник для ВУЗов.- М.: Высшая школа, 2001. – 574 с.
7. Семенов А.С., Смирнов В.Л., Шмалько А.В. Интегральная оптика для систем передачи и обработки информации. - М.: Радио и связь, 1990. - 225 с.
8. Шангин А.С. Квантовая и оптическая электроника: учебное пособие. – Томск: ТУСУР, 2008. – 112 с.
9. Шандаров С.М., Башкиров А.И. Введение в квантовую и оптическую электронику. Учебное пособие. – Томск: ТУСУР, 2007. – 93 с.

Учебное пособие

Шангин А.С.

Квантовые и оптоэлектронные приборы и устройства
Методические указания к практическим занятиям

Усл. печ. л. _____. Препринт
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40