

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра ЭМИС

Методические указания для лабораторных работ и самостоятельной работе  
студентов по курсу  
«Информатика 2»

Томск 2012

Даны методические указания к лабораторным работам и выполнению самостоятельной работы по курсу «Информатика 2» по следующей тематике: расширение знаний пакета Microsoft Office Excel и закрепление навыков работы с ним..

Методические указания подготовлены на кафедре «Экономической математики, информатики и статистики» для студентов направления 230100 – Информатика и вычислительная техника.

Составитель: старший преподаватель кафедры ЭМИС Матолыгин А.А.

## Содержание

Лабораторная работа 1. Консолидация данных (связь таблиц)	4
Лабораторная работа 2. Создание простых макросов	8
Лабораторная работа 3. Статистический анализ данных	12
Лабораторная работа 4. Финансовые расчеты.....	21
Лабораторная работа 5. Моделирование развития финансовой пирамиды .....	34
Лабораторная работа 6. Задачи оптимизации в экономике	41

Методические указания построены на основе учебного пособия С.Л. Минькова «Excel» [1] и адаптированы к выполнению на версии Microsoft Office Excel 2007.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1. КОНСОЛИДАЦИЯ ДАННЫХ (СВЯЗЬ ТАБЛИЦ)

Цель работы: научиться составлять итоговые таблицы, связывая данные из других источников.

MS Excel позволяет связывать ячейки электронных таблиц, находящихся на различных рабочих листах одного файла, в разных файлах, на различных логических дисках таким образом, чтобы в результате ввода значений в одну таблицу изменялось бы содержание другой.

Связь данных можно осуществлять различными способами.

**Способ 1.** Формула связи. Связь между листами можно задать путем введения в один лист формулы связи со ссылкой на ячейку в другом листе =НазвЛиста!АдрЯч (восклицательный знак обязателен).

Связь между файлами можно задать путем введения в один файл формулы связи со ссылкой на ячейку в другом файле, указав полный путь к этому файлу, например,

='А:\Папка\[ИмяФайла.xls] НазвЛиста'!АдрЯч .

Путь заключен в одинарные кавычки, имя файла заключено в квадратные скобки.

Используя формулы связи, можно в ячейках итоговой таблицы совершать любые операции над ячейками исходных таблиц.

**Способ 2.** Консолидация данных. Консолидация позволяет объединять данные из областей-источников и выводить их в области назначения. При этом могут использоваться различные функции: суммирования, расчета среднего арифметического, подсчетов минимальных и максимальных значений и т.п.

Для проведения консолидации необходимо, создав итоговую таблицу, выбрать на ленте *Данные* раздел *Работа с данными* функцию *Консолидация*. В результате вызова функции на экране появится диалоговое окно приведенное на рисунке 1.1. В поле *Ссылка* необходимо определить по порядку области-источники (диапазоны ячеек), данные из которых нужно консолидировать, добавляя их в поле *Список диапазонов*. Не забудьте поставить флажок напротив опции *Создавать связи с исходными данными!*

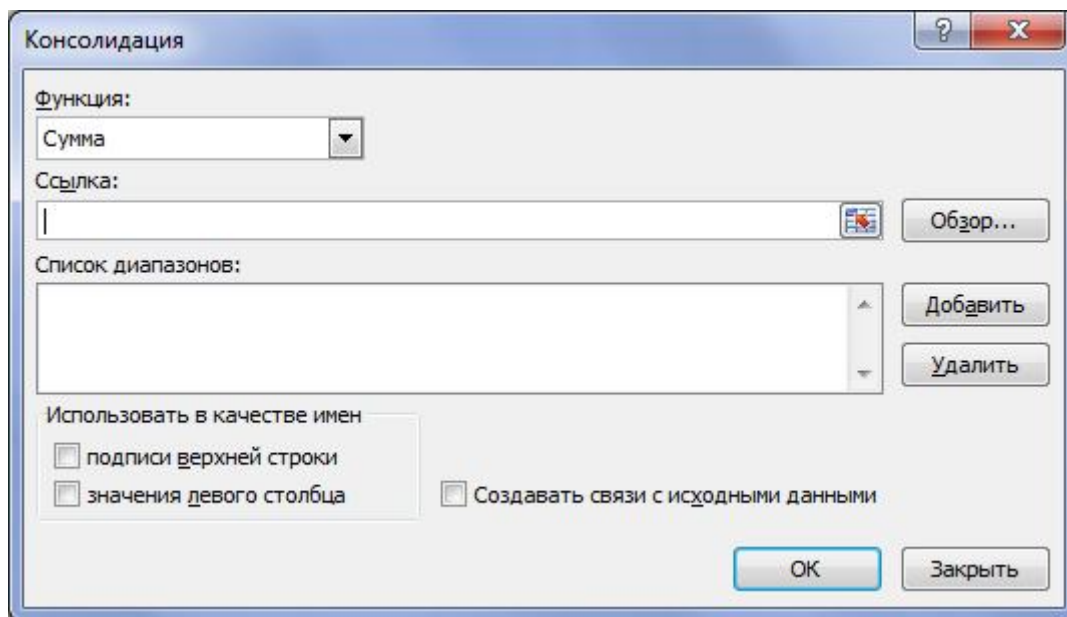


Рисунок 1.1 – Диалоговое окно *Консолидация*.

## Задания

**Задание 1.** Заполните таблицу 1.1, создав ее на листе *Январь*.

Таблица 1.1 – Торговая фирма «Шмидт и сыновья»

Исходные данные за январь			
Наименование продукции	Цена в У.Е.	Продано	Выручка
Телевизоры	350	20	
Видеомагнитофоны	320	65	
Музыкальные центры	750	15	
Видеокамеры	970	30	
Видеоплейеры	200	58	
Аудиоплейеры	40	18	
Радиотелефоны	390	11	
Итого:			

Скопируйте таблицу на два других листа, назвав их *Февраль* и *Март*.

Измените данные второго и третьего столбца (по вашему усмотрению).

На четвертом листе (Квартал. Способ 1) создайте макет таблицы сводных показателей (Продано и Выручка за квартал). Заполните эту таблицу, суммируя данные, находящиеся в соответствующих ячейках листов показателей за январь - март.

На пятом листе (Квартал. Способ 2) получите аналогичную таблицу, но с помощью консолидации.

Изучите структуру полученной консолидированной таблицы. Она содержит скрытые строки, в которых находится информация из других листов. Скрытые строки можно открывать и снова скрывать, нажимая соответственно кнопки «+» и «-». Проверьте, изменяются ли значения консолидированной таблицы при изменениях в исходных таблицах.

Сравните оба способа.

**Задание 2.** Выбрав данные из таблицы 1.2, разнести их поквартально по разным листам одного файла. Определить среднюю цену производителей по каждой позиции в каждом квартале (в тыс. руб.) и соотношение цен на отдельные виды энергоресурсов с ценой на нефть (в процентах). В другом файле с помощью консолидации сформировать таблицу со среднегодовыми данными по ценам и соотношению цен. Для переноса текстовой информации (имена строк и столбцов) используйте опцию Использовать в качестве имен.

Таблица 1.2 – Цены производителей на отдельные виды энергоресурсов \*)

Период	Цены, тыс. руб. за тонну						
	Нефть	Бензин автомо- бильный	Топливо дизельное	Мазут топочный	Газ естественный** )	Уголь	
						энергетический	для коксования
<b>1997 г.</b>							
апрель	370	933	943	443	37,2	144	133
май	373	886	944	433	39,0	143	130
июнь	376	907	947	434	39,0	146	138
июль	371	932	970	440	39,0	141	129
август	372	949	980	437	39,3	141	136
сентябрь	375	968	984	436	39,3	141	129
октябрь	375	968	981	441	39,5	139	127
ноябрь	375	978	981	440	39,6	137	128
декабрь	376	1011	1013	440	39,4	138	124
<b>1998 г.</b>	384	1007	1012	440	40,2	140	125
январь	379	1001	1011	445	40,3	148	122
февраль	353	1054	985	438	44,6	146	123
март							

\*) Цены приведены на энергоресурсы, отгруженные на внутривосстановительный рынок  
 \*\*) За тысячу кубических метров

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2. СОЗДАНИЕ ПРОСТЫХ МАКРОСОВ

Цель работы: используя MacroRecorder, записать простой макрос и обеспечить его вызов с помощью объекта управления *Кнопка*.

Необходимо составить штатное расписание, то есть определить, сколько сотрудников, с каким окладом и на какие должности необходимо принять на работу в гипотетическую больницу. Общий месячный фонд зарплаты составляет \$10.000.

Предположим, что для нормальной работы больницы необходимо 5-7 санитарок, 8-10 медсестер, 10-12 врачей, 1 заведующий аптекой, 3 заведующих отделениями, 1 главный врач, 1 заведующий хозяйством больницы, 1 заведующий больницей.

Предлагается следующая модель решения задачи. За основу берется оклад санитарки, а остальные вычисляются исходя из него с помощью коэффициентов оклада:

$$\text{Оклад} = A * (\text{Оклад санитарки}) + B.$$

Коэффициенты назначаются следующим образом:

- медсестра должна получать в 1,5 раза больше санитарки;
- врач - в 3 раза больше санитарки;
- заведующий отделением - на \$30 больше, чем врач;
- заведующий аптекой в 2 раза больше санитарки;
- заведующий хозяйством на \$40 больше медсестры;
- главный врач в 4 раза больше санитарки;
- заведующий больницей на \$20 больше главного врача.

### Задание 1

1. Оформите таблицу, используя следующие столбцы: *Должность*, *Количество сотрудников*, *Коэффициенты оклада (два столбца)*, *Оклад*, *Итого*.



При решении задачи используйте сервисную функцию Excel «Подбор параметра»: на листе *Данные* раздел *Работа с данными* набор функций *Анализ «что-если»* (рисунок 2.1).

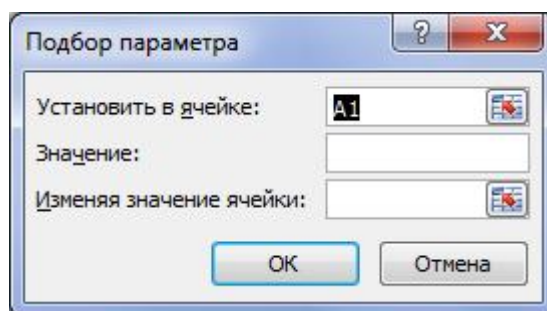


Рисунок 2.1 – Диалоговое окно «Подбор параметра»

В поле *Установить в ячейке* ввести адрес ячейки, где вычисляется общая месячная зарплата всех сотрудников больницы. В поле *Значение* ввести предельное значение месячного фонда зарплаты. В поле *Изменяя значение ячейки* ввести адрес ячейки, где находится оклад санитарки. После нажатия ОК произойдет автоматический подбор значения оклада санитарки таким образом, чтобы общий месячный фонд зарплаты составил \$10.000.

2. Рассчитайте оклады для нескольких вариантов штата, изменяя количество штатных единиц в соответствии с заданными условиями.

3. Для выполнения предыдущего пункта задания вам пришлось несколько раз подряд выполнять рутинные действия по вызову команды *Подбор параметра* и заполнению всех полей ее диалогового окна.

Чтобы упростить эту работу, создайте простейший макрос – подпрограмму для данной книги MS Excel на языке VBA (Visual Basic for Application), встроенном в пакет программ MS Office. Это можно сделать, не зная пока самого языка, с помощью транслятора MacroRecorder, который переводит на язык VBA действия пользователя с момента его запуска до окончания записи макроса.

Для активизации MacroRecorder выбираем на ленте *Вид* раздел *Макросы* из выпадающего списка команду *Запись макроса*. В появившемся диалоговом окне *Запись макроса* (рисунок 2.2) задаем имя макроса (например, «Staff») и описание макроса, которое не является обязательным.

В поле *Сохранить в:* оставляем опцию по умолчанию *Эта книга* (тогда созданный макрос сохранится на новом листе модуля в активной рабочей книге). Будущий макрос можно запускать с помощью сочетания клавиш клавиатуры, например, Ctrl+z, если это указать в поле *Сочетание клавиш*.

После нажатия ОК на экране появляется плавающая панель с кнопкой *Остановить запись*. Теперь все ваши действия над ячейками будут записываться!

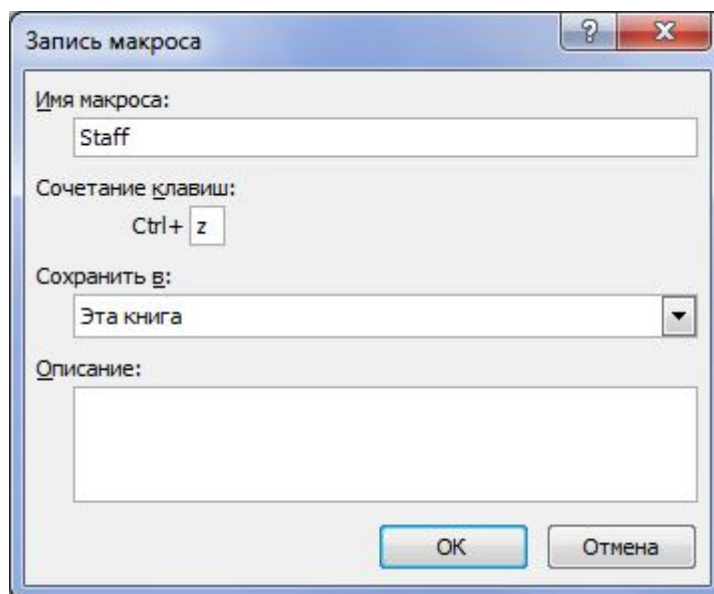


Рисунок 2.2 – Диалоговое окно «Запись макроса».

В данной задаче действия будут чрезвычайно простые. Вызовем сервисную функцию *Подбор параметра*, выполним описанные ранее действия по расчету штатного расписания и остановим запись макроса.

Чтобы посмотреть, какая же все-таки VBA - программа «создана» нами, выполним на ленте *Вид* раздел *Макросы* команду *Макросы*. В появившемся диалоговом окне выберем макрос с именем «Staff» и нажмем кнопку *Изменить*. Откроется главное окно редактора VBA с текстом записанного макроса, например:

```
Sub Staff()  
'  
' Staff Макрос  
' Штатное расписание больницы  
'
```

```
Range("I14").Select
```

```
Range("I14").GoalSeek Goal:=10000, Changing-Cell:=Range("H6")
```

```
End Sub
```

Именно эта процедура и выполняется, если в диалоговом окне *Макросы* нажать кнопку *Выполнить*, или на клавиатуре набрать указанное сочетание Ctrl+z. Для заданного нового количества штатных единиц будут рассчитаны новые оклады.

Но можно и самому создать на листе кнопку, при нажатии на которую будут производиться нужные действия.

Кнопка является одним из элементов управления листа, создаваемых с помощью меню *Элементы управления*. Обычно этой панели нет на экране, поэтому можно ее поместить на панель быстрого доступа выбрав ее из вкладки «Разработчик». Выбираем на ней щелчком мыши форму *Кнопка*. При этом указатель мыши превращается в тонкий крестик. Щелкаем им по листу. На нем появляется кнопка с именем Кнопка1 и одновременно открывается диалоговое окно *Назначение макроса объекту*. В поле *Имя макроса* выбираем имя нашего макроса «Staff».

Теперь указанная выше процедура расчета окладов будет выполняться простым нажатием кнопки.

Можно изменить формат кнопки (шрифт надписи, размер и т.п.). Для этого следует вызвать контекстно-зависимое меню и выполнить необходимые операции.

*Примечание.* Иногда требуется скрыть (не уничтожить!) несколько столбцов или строк в таблице, например, для того, чтобы при печати они не отображались, или с целью спрятать конфиденциальную информацию.

Для этого щелкаем мышью по имени столбца (строки) и, удерживая нажатой левую кнопку, проводим по тем столбцам (строкам), которые необходимо скрыть. Затем вызываем контекстно-зависимое меню и выбираем *Скрыть*. Чтобы снова их показать, необходимо выделить столбцы

(строки), между которыми находится скрытое, и в контекстно-зависимом меню выбрать *Отобразить*.

Чтобы наложить запрет на изменение данных в созданном вами листе MS Excel можно на ленте *Рецензирование* раздел *Изменения* выбрать команду *Защитить лист*.

3. Измените макрос таким образом, чтобы можно было в некоторой ячейке задавать произвольное значение фонда зарплаты и под него рассчитывать оклады сотрудников.

## **Задание 2**

1. Запишите в виде макроса процесс создания шаблона таблицы и построения диаграммы по табличным данным. Варианты выбрать из лабораторной работы 1 дисциплины «Информатика». При вызове макроса на активном рабочем листе должен автоматически создаваться шаблон таблицы. При занесении исходных данных расчет результатных данных (которые помечены знаком вопроса) и построение диаграмм будет происходить автоматически.

При наборе формул предусмотреть возможность возникновения аварийных ситуаций (например, деление на нуль).

2. Откройте окно редактора VBA с текстом записанного макроса и попробуйте сопоставить выполняемые вами действия с соответствующими строчками программного кода.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ**

Цель работы: освоить технологии бизнес-анализа данных в MS Excel, используя функции пакета *Анализ данных* и некоторые статистические функции

Для того чтобы принять верное управленческое решение, прогнозировать и планировать успешную работу предприятия, фирмы, корпорации, менеджеры, экономисты, маркетологи должны уметь ставить и решать задачи статистического анализа данных, характеризующих

деятельность организации. К задачам статистического анализа относятся анализ временных рядов (выявление тренда, сезонной компоненты, циклической компоненты, сглаживание ряда и т.д.), ранжирование данных, корреляционно-регрессионный анализ, экстраполяция, дисперсионный анализ и другие задачи.

Для анализа экономических данных MS Excel предлагает большое количество встроенных функций категории *Статистические*, а также предоставляет информационные технологии, оформленные в виде пакета сервисных программ Анализ данных: *Настройки* которые можно установить через *Параметры Excel* (рисунок. 3.1).

Первичная информация для выполнения работы находится в таблице 3.1 выручки (в тыс. руб.) за 12 месяцев шести магазинов торговой сети фирмы «Шмидт и сыновья», которую нужно построить самостоятельно, внося произвольные данные от 400 до 2000 тыс. руб.

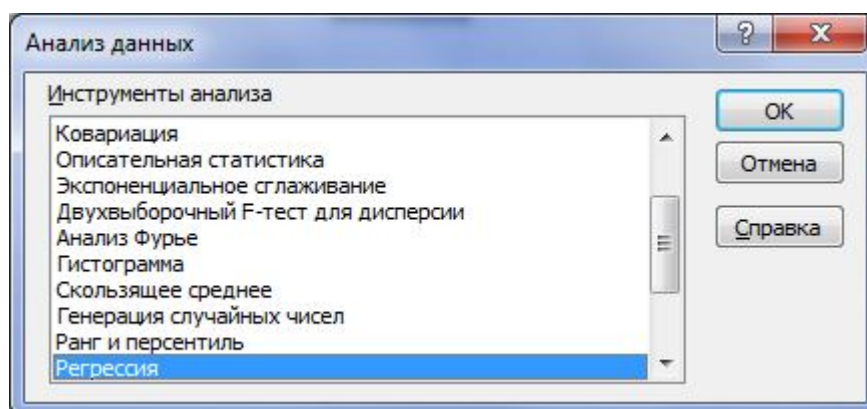


Рисунок 3.1 – Диалоговое окно «Анализ данных»

## Задания

### Задание 1

1. Построить графики месячной выручки всех магазинов на протяжении всего года.
2. Используя функцию СУММ, подсчитать суммарную выручку каждого магазина за год и суммарную выручку в каждом месяце.
3. Задать значение плановой годовой выручки и с помощью функции СЧЕТЕСЛИ подсчитать, сколько магазинов перевыполнили план за год.

4. Используя функцию СРЗНАЧ, подсчитать среднюю ежемесячную выручку всех магазинов и среднюю выручку каждого магазина за год.

5. Используя функцию РАНГ, подсчитать место каждого магазина по объему продаж за год.

Синтаксис этой функции:

РАНГ(число;ссылка;порядок)

Число – это число в массиве, для которого определяется ранг.

Ссылка – это массив чисел, которые необходимо ранжировать. Нечисловые значения в массиве игнорируются.

Порядок определяет способ упорядочения. Если порядок равен нулю или опущен, то ранг числа определяется по убыванию (наибольшему числу – первое место), если порядок – любое ненулевое число, то ранг числа определяется по возрастанию (наименьшему значению – первое место).

6. Используя функцию ПРОЦЕНТРАНГ, оценить для каждого магазина, какова доля значений месячных выручек, не превосходящих значение 2000 тыс. руб.

Синтаксис функции:

ПРОЦЕНТРАНГ(массив;х;разрядность)

Массив – это массив или интервал данных с численными значениями, для которых определяют относительное положение.

х – это значение, для которого определяется процентное содержание.

Разрядность – необязательный аргумент, определяющий количество значащих цифр в возвращаемой величине процентного содержания значения.

По умолчанию равен трем.

7. Найти медианы и первые квартили массивов месячных выручек каждого магазина.

Медиана – это число, которое является серединой множества чисел, то есть половина чисел имеют значения большие, чем медиана, а половина чисел имеют значения меньшие, чем медиана. Медиану заданных чисел возвращает функция МЕДИАНА.

Ее синтаксис:

МЕДИАНА(число1;число2; ...)

Число1, число2, ... – это от 1 до 30 чисел, для которых определяется медиана.

Аргументы должны быть числами или именами, массивами или ссылками, содержащими числа. MS Excel проверяет все числа, содержащиеся в аргументах, которые являются массивами или ссылками. Если аргумент, который является массивом или ссылкой, содержит тексты, логические значения или пустые ячейки, то такие значения игнорируются; но ячейки, которые содержат нулевые значения, учитываются.

Для нахождения медианы (и других показателей ранжирования) также можно использовать функции КВАРТИЛЬ или ПЕРСЕНТИЛЬ. Квартиль – это значения признака, делящего данный ряд на 4, а персентиль – на 100 равных частей.

Синтаксис функций:

КВАРТИЛЬ(массив;к)

Массив – это массив или интервал ячеек с числовыми значениями, для которых определяется значения квартилей.

Если аргумент  $k=0$ , то функция возвращает минимальное значение (т.е. работает аналогично функции МИН); если  $k=1$ , то функция возвращает первую квартиль; если  $k=2$ , то функция возвращает медиану массива (т.е. работает аналогично функции МЕДИАНА); если  $k=3$ , то функция возвращает третью квартиль; если  $k=4$ , то функция возвращает максимальное значение (т.е. работает аналогично функции МАКС).

ПЕРСЕНТИЛЬ(массив;часть)

Массив – это массив или интервал данных с численными значениями, для которых определяется значения персентилей.

Часть – это значение персентили в интервале от 0 до 1 включительно. Например, 0,5-ая персентиль дает значение медианы, 0,75-ая персентиль дает значение третьей квартили и т.п.

8. С помощью пакета сервисных программ Анализ данных (команда Ранг и перцентиль) найти порядковый и процентный ранги для каждого значения в массиве месячных выручек каждого магазина. Эта процедура применяется для анализа относительного взаиморасположения данных в наборе.

Выходная таблица содержит столбцы:

- порядковый номер числа в наборе исходных данных;
- столбец исходных данных, расположенных в порядке возрастания номера ранга и убывания значения данных;
- ранг числа;
- значение процентранга.

Используя функцию ПЕРСЕНТИЛЬ, вычислить значение персентиля для одного из значений процентранга из полученной таблицы и сравнить с соответствующим значением из столбца исходных данных.

9. С помощью пакета сервисных программ Анализ данных (команда Описательная статистика) получить таблицу статистики для массивов месячных выручек каждого магазина (ее примерный вид соответствует таблице 3.1) и прокомментировать полученные результаты, используя ваши знания статистики и справочную систему MS Excel по статистическим функциям.

Найти эти же данные с помощью встроенных функций из категории Статистические.

Таблица 3.1 Таблица описательной статистики

<i>Маг 1</i>	
Среднее	1865,95
Стандартная ошибка	263,24
Медиана	1993,33
Мода	#Н/Д
Стандартное отклонение	911,90
Дисперсия выборки	831563,32
Экссесс	-1,17
Асимметричность	-0,20
Интервал	2693,80
Минимум	500,00



Максимум	3193,80
Сумма	22391,42
Счет	12

10. Подсчитать для множества суммарных годовых выручек магазинов, сколько значений попадает в интервалы от 0 до 5000, от 5001 до 10000, от 10001 до 15000, от 15001 до 20000 тыс. руб., а также свыше 20000 тыс. руб., используя функцию ЧАСТОТА.

Синтаксис этой функции:

ЧАСТОТА(массив\_данных;массив\_карманов)

Массив\_данных – это массив чисел, для которых вычисляются частоты. Если массив\_данных не содержит значений, то функция ЧАСТОТА возвращает массив нулей.

Массив\_карманов – это массив правых концов тех интервалов, в которых группируются значения аргумента массив\_данных.

Функция ЧАСТОТА возвращает распределение частот в виде вертикального массива, причем количество элементов в возвращаемом массиве на единицу больше числа элементов в массив\_карманов. Дополнительный элемент в возвращаемом массиве содержит количество значений, больших чем максимальное значение в интервалах. Для работы с этой функцией необходимо сначала выделить область, куда попадут результаты вычисления, а после задания исходных данных в поле функции выйти не как обычно, нажатием клавиши Enter или кнопки ОК, а нажатием клавиш Ctrl + Shift + Enter.

11. Вычислить эти же частоты с помощью пакета сервисных программ Анализ данных (команда *Гистограмма*) (рисунок 3.2), где поля *Входной интервал* и *Интервал карманов* соответствуют аргументам Массив\_данных и Массив\_карманов функции ЧАСТОТА. Построить гистограмму ЧАСТОТА (ОБЪЕМ РЕАЛИЗАЦИИ). Проанализировать характер поведения графика Интегральный процент.

12. Выбрав из меню *Анализа данных* команду *Корреляция*, получить коэффициенты корреляции выручки трех любых магазинов (попарно) за весь год (рисунок 3.3). Сделать выводы.

Коэффициент корреляции используется для определения наличия взаимосвязи между двумя различными рядами данных  $X_i, Y_i, i = 1..n$  и имеет вид:

$$K = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\sqrt{\left( n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right) \left( n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right)}}$$

О хорошей корреляции говорят значения  $K$ , по модулю близкие к единице. Знак «+» соответствует прямой взаимосвязи, знак «-» – обратной.

Коэффициенты корреляции можно также найти с помощью функции *КОРРЕЛ*, входящей в категорию *Статистические*.

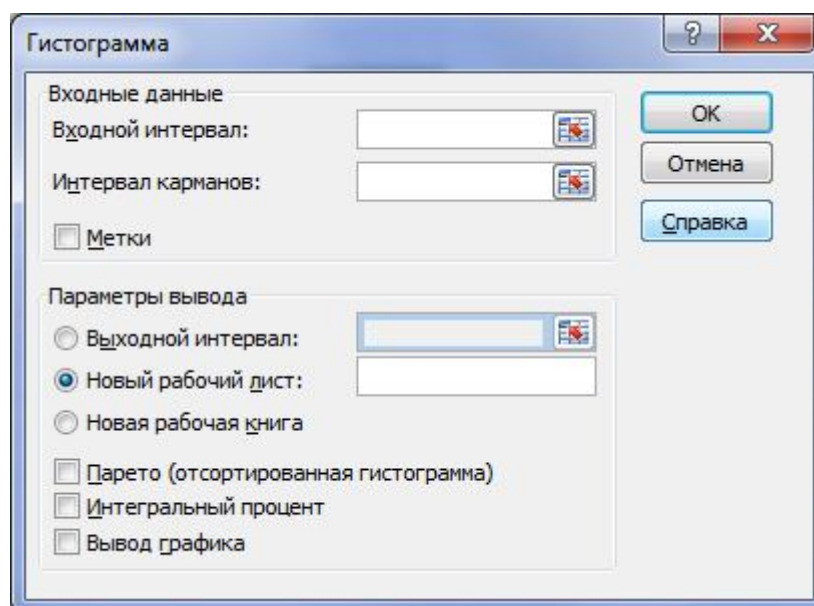


Рисунок 3.2 – Диалоговое окно «Гистограмма».

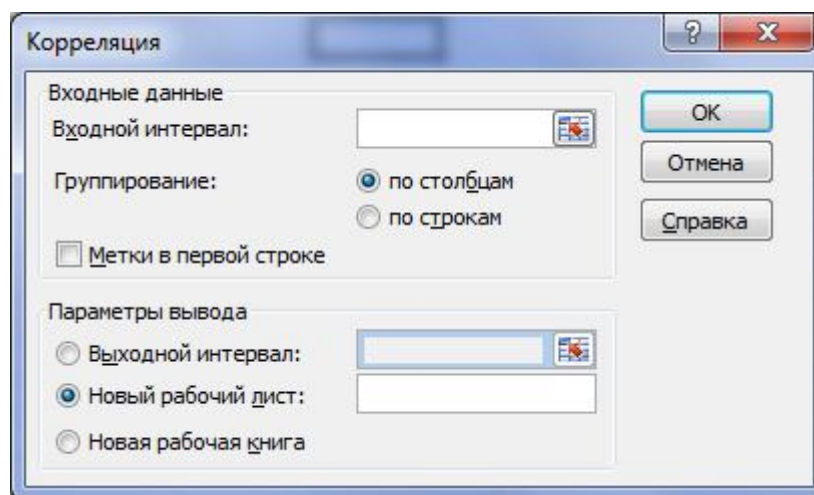


Рисунок 3.3 – Диалоговое окно «Корреляция».

13. С помощью пакета сервисных программ Анализ данных (команда *Регрессия*) (рис. 3.4), выполнить линейный регрессионный анализ итоговой выручки магазинов в зависимости от выручки каждого магазина. Регрессия используется для анализа воздействия на отдельную зависимую переменную значений одной или более независимых переменных.

В результате на листе MS Excel формируется пять таблиц: таблица регрессионной статистики (оценка корреляционной связи), таблица дисперсионного анализа (оценка правомерности модели линейной регрессии), таблица параметров модели и их статистических оценок, таблица расчетных значений по модели регрессии, значений остатков (разность статистических и расчетных регрессионных значений) и таблица перцентилей.

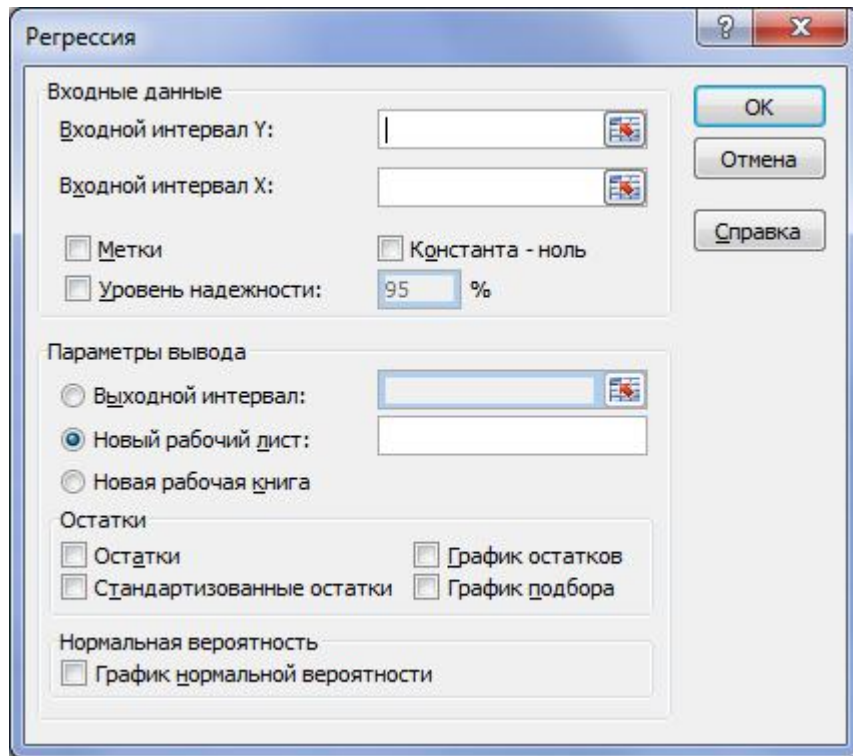


Рисунок 3.4 – Диалоговое окно «Регрессия».

По желанию могут быть выведены три графика:

- остатки как функция независимой переменной;
- сопоставление значений по регрессионной модели с данными статистики;
- расчетные значения как функция значений персентиля (график нормального распределения).

Сделать выводы о правомерности модели линейной регрессии и записать ее уравнение.

Получить уравнение линейной регрессии с помощью функции ЛИНЕЙН.

Синтаксис функции:

ЛИНЕЙН(массив\_У; массив\_Х; константа; статистика)

массив\_У – значения исследуемой статистической функции;

массив\_Х – соответствующие значения независимой переменной;

константа – ИСТИНА (по умолчанию) для вычисления  $b$  в уравнении линейной регрессии  $y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b$  или ЛОЖЬ для  $b=0$ ;

статистика – ИСТИНА для вывода регрессионной статистики.

Эта функция возвращает массив значений, поэтому прежде чем к ней обращаться, необходимо выделить массив ячеек размером  $(n+1) \times 5$ , где  $n$  – число независимых переменных.

Если независимая переменная одна, то при значении аргумента статистика равным ЛОЖЬ, достаточно указать две ячейки (в одной строке!), где окажутся коэффициенты  $a$  и  $b$  линейной регрессии. Если значение аргумента статистика равно ИСТИНА, то следует указать 10 ячеек (массив  $2 \times 5$ ). В первой строке окажутся коэффициенты  $a$  и  $b$ , во второй – стандартные значения ошибок для коэффициентов  $a$  и  $b$ , в третьей – коэффициент детерминации и стандартная ошибка для оценки функции, в четвертой – F-статистика (для оценки взаимосвязи зависимой и независимой переменной) и число степеней свободы (для определения уровня надежности регрессионной модели), в пятой – регрессионная сумма квадратов и остаточная сумма квадратов.

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4. ФИНАНСОВЫЕ РАСЧЕТЫ

Цель работы: с помощью встроенных функций Excel научиться решать задачи финансовой математики, познакомиться с возможностями *Диспетчера сценариев*.

Финансовые расчеты, проводимые с помощью встроенных финансовых функций MS Excel, можно разделить на четыре группы:

- наращение и дисконтирование доходов и затрат (БЗ, ПЗ, КПЕР, НОРМА, ППЛАТ и др.);
- анализ эффективности капитальных вложений (НПЗ, ВНДОХ и др.);
- расчеты по ценным бумагам (ДОХОД, ЦЕНА и др.);
- расчет амортизационных отчислений (АМР, АМГД и др.).

Рассмотрим применение некоторых из них.

**Задание 1.** В банк помещен депозит в размере  $A = 5000$  руб. По этому депозиту в первом году будет начислено  $p_1 = 10\%$ , во втором –  $p_2 = 12\%$ , в третьем –  $p_3 = 15\%$ , в четвертом и пятом –  $p_{4,5} = 16\%$  годовых.

1). Сколько будет на счету в конце пятого года?

2). Сколько будет на счету в конце пятого года при постоянной процентной ставке  $i = 13\%$ ?

3). Сколько надо поместить на счет при постоянной процентной ставке  $i = 13\%$ , чтобы обеспечить ту же сумму, что была получена при ответе на первый вопрос?

Решить аналогичную задачу, взяв данные из таблицы 4.1.

*Примечание.* При использовании финансовых функций необходимо соблюдать следующее правило: то, что вы платите, должно учитываться со знаком «-», а то, что вы получаете, – со знаком «+».

Таблица 4.1

Вариант	$A$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$i$
1	1000	3	4	5	6	7	5
2	2000	4	6	7	8	9	7
3	3000	5	6	7	9	10	9
4	4000	6	7	8	8	9	6
5	5000	7	7	8	8	10	7
6	6000	8	9	10	11	12	11
7	7000	9	9	10	11	12	9
8	8000	10	10	11	12	10	5
9	9000	11	12	13	14	15	4
10	10000	12	13	14	15	16	6
11	11000	13	14	15	16	16	8
12	12000	14	15	15	16	17	9

Для решения этой задачи можно использовать функции БЗРАСПИС, ПС, БС.

Функция БЗРАСПИС возвращает будущее значение единовременного вложения при переменной процентной ставке.

Ее синтаксис:

БЗРАСПИС (Первичное; План)

Аргументы:

Первичное – числовое значение, представляющее собой исходную сумму средств;

План – массив процентных ставок, используемых за рассматриваемый период.

Функция БС возвращает будущее значение вклада на основе периодических постоянных платежей и постоянной процентной ставки (наращение из настоящего в будущее) . Для расчета функции БС используется метод сложных процентов.

Ее синтаксис:

БС (ставка ;кпер;плт;пс;тип)

Аргументы:

ставка — процентная ставка за период.

кпер — общее число периодов платежей по аннуитету.

плт — выплата, производимая в каждый период; это значение не может меняться в течение всего периода выплат. Обычно аргумент «плт» состоит из основного платежа и платежа по процентам, но не включает других налогов и сборов. Если он опущен, аргумент «пс» является обязательным.

пс — приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей. Если аргумент «пс» опущен, предполагается значение 0. В этом случае аргумент «плт» является обязательным.

тип — число 0 или 1, обозначающее срок выплаты. Если аргумент «тип» опущен, предполагается значение 0. Когда платить: 0 в конце периода; 1 в начале периода.

Для ответа на третий вопрос эту функцию необходимо использовать совместно с сервисной функцией Excel Подбор параметра, т.к. искомое является аргументом функции БС.

Функция ПЗ возвращает как текущий (сегодняшний) объем вклада для достижения необходимого финансового результата, так и объем будущих

постоянных периодических платежей и является обратной по отношению к функции БС.

Ее синтаксис:

ПС (ставка;кпер;плт;бс;тип)

Аргументы:

ставка — процентная ставка за период. Например, если получена ссуда на автомобиль под 10 процентов годовых и выплаты производятся ежемесячно, процентная ставка за месяц составит  $10\%/12$  или 0,83%. В качестве значения аргумента «ставка» нужно ввести в формулу  $10\%/12$ , 0,83% или 0,0083.

кпер — общее число периодов платежей по аннуитету. Например, если получена ссуда на 4 года на покупку автомобиля и платежи производятся ежемесячно, то ссуда имеет  $4*12$  (или 48) периодов. В качестве значения аргумента «кпер» в формулу нужно ввести число 48.

плт — выплата, производимая в каждый период и не меняющаяся на протяжении всего периода ренты. Обычно аргумент «выплаты» включается в основные платежи и платежи по процентам, но не включаются другие сборы или налоги. Например, ежемесячная выплата по четырехгодичному займу в 10 000р. под 12 процентов годовых составит 263,33р. В качестве значения аргумента «выплата» нужно ввести в формулу число -263,33.

бс — требуемое значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты. Если аргумент опущен, он полагается равным 0 (будущая стоимость займа, например, равна 0). Предположим, что требуется накопить 50 000р. для оплаты специального проекта в течение 18 лет: в этом случае будущая стоимость равна 50 000р. Затем, предположив, что заданная процентная ставка останется без изменений, можно определить, какую сумму необходимо откладывать каждый месяц.

тип — число 0 или 1, обозначающее срок выплаты.

На рис 4.1 приведено диалоговое окно функции ПС, использованной для решения следующей задачи.



Сколько вы заплатите за холодильник при покупке его в рассрочку на 3 года под неизменную процентную ставку 5% при ежеквартальной выплате 1500 руб.

Ответ: почти 16619 руб.

Задание 2. У вас просят в долг  $P=10000$  руб. и обещают возвращать по  $A=2000$  руб. в течение  $N=6$  лет. У вас есть другой способ использования денег: положить некоторую сумму в банк под 7% годовых и каждый год снимать по 2000 руб.

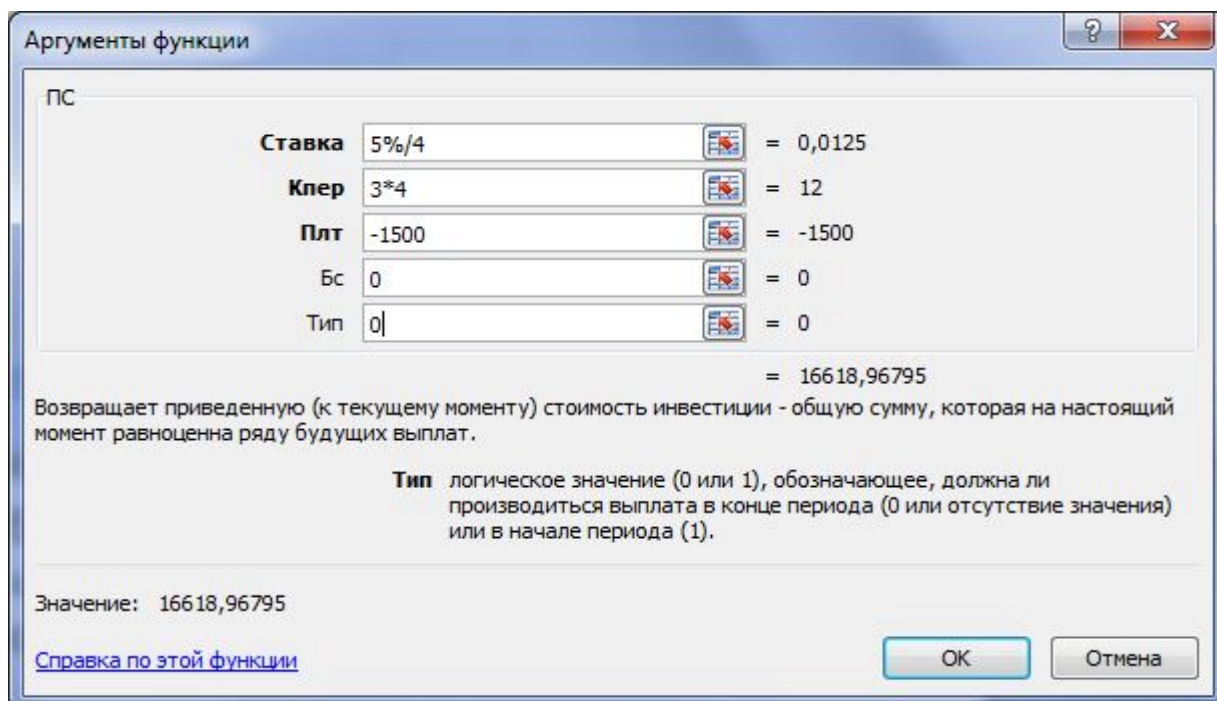


Рисунок 4.1- Диалоговое окно функции «ПС»

1). Сколько же надо положить, чтобы обеспечить те же условия, что вам предлагают?

2). Какая финансовая операция будет более выгодна для вас?

3). С помощью *Диспетчера сценариев* проанализировать ситуацию для нескольких возможных вариантов изменения параметров  $A$ ,  $P$  и  $N$ , взяв их из таблицы 10.2. В качестве выходных данных получить не только числовое значение начального вклада, но и текст-рекомендацию, что нужно делать: нести в банк или давать в долг.

Создание первого сценария производится с помощью на ленте *Данные* раздел *Работа с данным* набор команд *Анализ «что-если» Диспетчер*

сценариев команда *Добавить* (рисунок 4.2) после того, как на листе получено решение задачи для одного (опорного) варианта.

Таблица 4.2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<i>N</i> , лет.	7	8	9	10	11	7	8	9	10	11	3	7
<i>P</i> , тыс. р.	170	200	220	300	350	210	250	310	320	360	10	10
<i>A</i> , тыс. р.	32	31	33	45	41	32	37	48	35	41	4,0	1,6

В поле *Изменяемые ячейки* указываются те ячейки, в которых находятся параметры задачи.

После нажатия кнопки *ОК* в диалоговом окне *Значения ячеек сценария* вводятся значения параметров для первого сценария и с помощью диалогового окна *Диспетчер сценариев* (рис. 10.3) добавляется необходимое число сценариев.

С помощью кнопки *Отчет* открывается диалоговое окно *Отчет по сценарию*, где определяется тип отчета (*Структура* или *Сводная таблица*) и задаются ячейки, где вычисляется результат, т.е. значение функции ПС и текст-рекомендация.

Таким образом, на листе MS Excel будет находиться только одно (опорное) решение; все остальные варианты – в отчете.

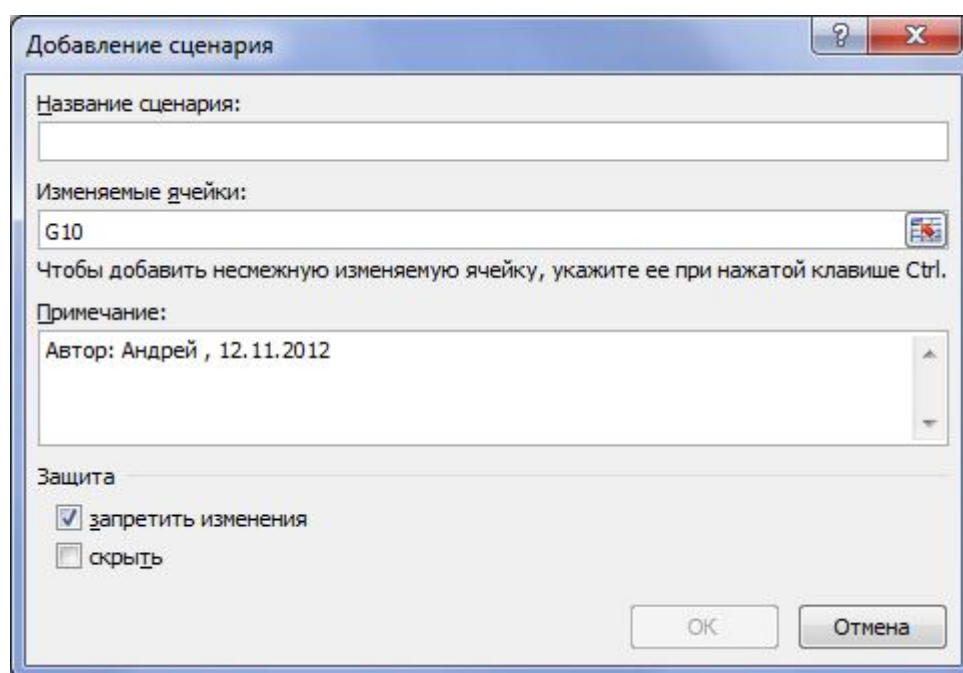


Рисунок 4.2 – Диалоговое команды «Добавить сценарий»

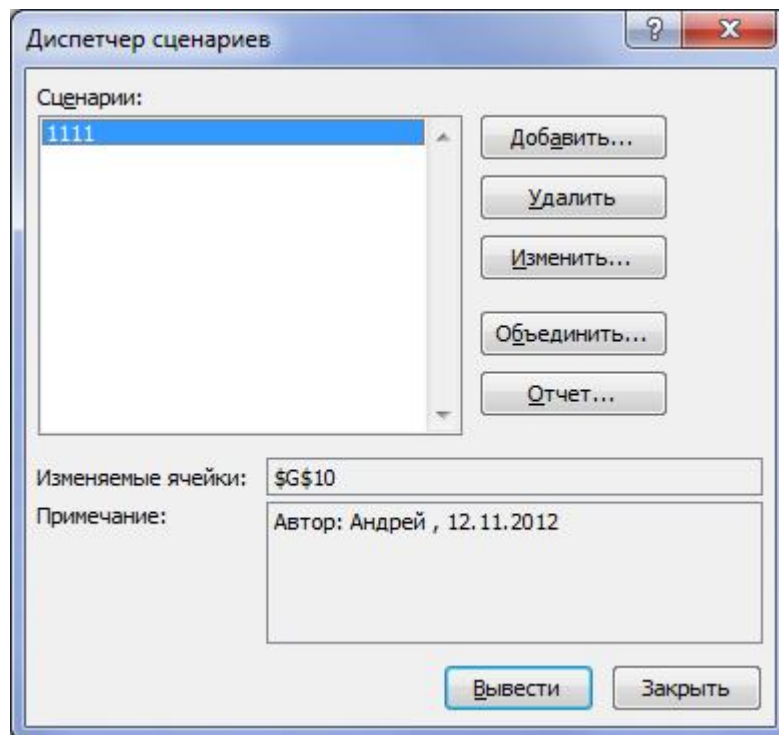


Рисунок 4.3 – Диалоговое окно «Диспетчер сценариев»

Задание 3. У вас есть возможность проинвестировать проект стоимостью  $A=10000$  руб. Через год будет возвращено  $P_1=2000$  руб., через два года -  $P_2=4000$  руб., через три года -  $P_3=7000$  руб. Альтернативный вариант – положить деньги в банк под  $i$  процентов годовых.

При какой годовой банковской процентной ставке деньги выгоднее вкладывать в инвестиционный проект? Решить аналогичную задачу, взяв данные из таблицы 4.3.

Указание. Использовать сервисную функцию Excel Подбор параметра и финансовую функцию ЧПС.

Таблица 4.3

Вариант	$N$	$A$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$
1	3	17000	5000	7000	8000		
2	4	20000	6000	6000	9000	7000	
3	5	22000	5000	8000	8000	7000	5000
4	3	30000	5000	10000	18000		
5	4	35000	5000	9000	10000	18000	
6	5	21000	4000	5000	8000	10000	11000
7	3	25000	8000	9000	10000		
8	4	31000	9000	10000	10000	15000	

9	5	32000	8000	10000	10000	10000	11000
10	3	36000	10000	15000	21000		
11	4	26000	7000	10000	11000	10000	
12	5	40000	8000	12000	15000	15000	16000

Функция ЧПС используется в MS Excel для расчета эффективности планируемых капиталовложений. Она возвращает величину чистой приведенной стоимости инвестиции, используя ставку дисконтирования, а также последовательность будущих выплат (отрицательные значения) и поступлений (положительные значения).

Ее синтаксис:

ЧПС (Ставка; Значение1; Значение 2;...Значение N)

Аргументы:

Ставка – процентная ставка за период;

Значения – от 1 до 254 аргументов, представляющих расходы и доходы (доходы со знаком «+», расходы со знаком «-»).

Рассмотрим применение функции ЧПС для решения следующей задачи.

Пусть в начале первого года вы вкладываете в инвестиционный проект 30000 рублей и предполагаете годовые доходы 8000 руб., 9000 руб., 10000 руб., 12000 руб. в последующие четыре года (начиная со второго). Предположим, что годовая учетная ставка составляет 8 процентов, в таком случае чистый текущий объем инвестиции составит:

$$-30000 + \text{НПЗ}(8\%; 8000; 9000; 10000; 12000) = 1882,14 \text{ руб.}$$

Если платежи происходят в конце рассматриваемых периодов, то формула расчета чистого текущего объема инвестиции примет несколько другой вид:

$$\text{НПЗ}(8\%; -30000; 8000; 9000; 10000; 12000) = 1742,72 \text{ руб.},$$

т.е. первоначальные затраты 30000 руб. были включены в формулу одним из значений.

Задание 4. Вычислить N - годовую ссуду покупки квартиры за A рублей с годовой ставкой i процентов и начальным взносом p процентов.

Используя функцию ПЛТ, сделать расчет отдельно для ежемесячных и ежегодных выплат и сравнить результаты. Какова сумма выплаченных комиссионных в обоих вариантах? Данные взять из таблицы 4.4.

Таблица 4.4

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$N$ , лет	7	8	9	10	11	7	8	9	10	11	7	8
$A$ , тыс. р.	170	200	220	300	350	210	250	310	320	360	180	200
$p$ , %	10	10	20	20	15	15	30	30	25	25	25	15
$i$ , %	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	10	8

Функция ПЛТ вычисляет сумму периодического платежа для аннуитета на основе постоянства сумм платежей и постоянства процентной ставки. Она связана с функцией ПЗ: это то, что в ней называется Выплата.

Ее синтаксис:

ПЛТ (Норма, Кпер, Пс, Бс, Тип)

Аргументы:

Норма – это процентная ставка по ссуде.

Кпер – это общее число выплат по ссуде.

Пс – приведенная к текущему моменту стоимость или общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей, называемая также основной суммой.

Бс – это будущая сумма или баланс наличности, который нужно достичь после последней выплаты.

Тип – это число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата.

Задание 5. Используя функцию СТАВКА, определить процентную ставку для  $N$  - летнего займа в  $A$  рублей с ежегодной выплатой в  $P$  рублей. Данные взять из таблицы 4.5. Каковы будут ваши действия, если банк дает заем под более высокий процент? Введите сами значение этого процента и пересчитайте  $N$  или  $P$ , выбрав нужную финансовую функцию.

Таблица 4.5

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$N$ , лет.	5	6	7	8	10	10	12	15	20	30	40	55
$A$ , млн.р.	1,0	0,8	0,8	0,8	1,7	1,0	7,5	5,9	10	30	35	6,5
$P$ , млн.р.	0,2	0,15	0,12	0,12	0,19	0,15	0,7	0,7	1,0	1,7	1,8	0,24

Функция СТАВКА вычисляет процентную ставку по аннуитету за один период. Функция СТАВКА вычисляется путем итераций и может давать нулевое значение или несколько значений. Если последовательные результаты функции СТАВКА не сходятся с точностью 0,0000001 после 20 итераций, функция СТАВКА возвращает сообщение об ошибке #ЧИСЛО!.

Ее синтаксис:

СТАВКА(кпер;плт;пс;бс;тип;прогноз)

Полное описание аргументов «кпер», «плт», «пс», «бс» и «тип» см. в разделе, посвященном функции ПС.

кпер — общее число периодов платежей по аннуитету.

плт — регулярный платеж (один раз в период), величина которого остается постоянной в течение всего срока аннуитета. Обычно аргумент «плт» состоит из выплат в счет основной суммы и платежей по процентам, но не включает в себя другие сборы или налоги. Если этот аргумент опущен, должно быть указано значение аргумента «бс».

пс — приведенная к текущему моменту стоимость, т. е. общая сумма, которая на текущий момент равноценна ряду будущих платежей.

бс — значение будущей стоимости, т. е. желаемого остатка средств после последней выплаты. Если аргумент «бс» опущен, предполагается, что он равен 0 (например, бс для займа равна 0).

тип — число 0 или 1, обозначающее срок выплаты: 0 или опущен в конце периода, 1 в начале периода.

Прогноз — предполагаемая величина ставки. Если аргумент «прогноз» опущен, предполагается, что его значение равно 10 %.

Если функция СТАВКА не сходится, попробуйте изменить значение аргумента «прогноз». Функция СТАВКА обычно сходится, если значение этого аргумента находится между 0 и 1.

Функция КПЕР возвращает общее количество периодов выплаты для данного вклада на основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки.

Ее синтаксис:

КПЕР(Норма;Выплата;Нз;Бс;Тип)

Аргументы:

Норма – это процентная ставка за период.

Выплата – это выплата, производимая в каждый период.

Нз – это текущая стоимость, или общая сумма всех будущих платежей с настоящего момента.

Бс – это будущая стоимость или баланс наличности, который нужно достичь после последней выплаты.

Тип – это число 0 или 1, обозначающее, когда должна производиться выплата.

Задание 6. Используя нужную финансовую функцию, решить следующие задачи.

1. Рассчитайте, какая сумма будет на счете, если вклад размером 50 тыс. руб. положен под 12% годовых на три года, а проценты начисляются каждые полгода.

2. Рассчитайте, через сколько месяцев вклад размером 50 тыс. руб. достигнет 100 тыс. руб. при ежемесячном начислении процентов и ставке процента 20% годовых.

3. Рассчитайте текущую стоимость вклада, который через три года составит 150 тыс. руб. при ставке процента 20% годовых.

4. Определите текущую стоимость обязательных ежемесячных платежей размером 100 тыс. руб. в течение пяти лет, если процентная ставка составляет 12%.

5. Вклад размером 200 тыс. руб. положен под 10% годовых. Рассчитайте, какая сумма будет на банковском счете через пять лет, если проценты начисляются ежемесячно.

6. Определите эффективность инвестиций размером 200 млн. руб., если ежемесячные доходы за первые пять месяцев составят соответственно 20, 30, 50, 80 и 100 млн руб. Издержки привлечения капитала составляют 13, 5% годовых.

7. Рассчитайте будущую стоимость облигации номиналом 50 тыс. руб., выпущенной на пять лет, если предусмотрен следующий порядок начисления процентов: в первые два года – 12% годовых, в следующие два года – 14%, в последний год – 16% годовых.

8. На банковский счет вносятся обязательные ежемесячные платежи по 20 тыс. руб. Рассчитайте, какая сумма окажется на счете через четыре года при ставке процента 12% годовых.

9. Определите текущую стоимость ежемесячных платежей размером 40 тыс. руб. в течение двух лет при ставке процента 15% годовых.

10. Рассчитайте, какую сумму нужно положить на депозит, чтобы через четыре года она выросла до 2 млн. руб. при норме процента 9% годовых.

11. Рассчитайте, через сколько лет произойдет погашение займа размером 50 млн. руб., если выплаты по 400 тыс. руб. производятся в конце каждого квартала, а ставка процента – 15% годовых.

12. Определите текущую стоимость обычных ежеквартальных платежей размером 350 тыс. руб. в течение семи лет, если ставка процента – 11% годовых.

13. Определите ежемесячные выплаты по займу в 10 млн руб., взятому на восемь месяцев под 10% годовых.

14. Рассматривается проект стоимостью 100 млн руб. Ожидается, что ежемесячные доходы по проекту составят 16, 25, 36, 50 млн. руб. за



четыре месяца. Определите чистую текущую стоимость проекта, если годовая норма процента 19%.

15. Какую сумму необходимо ежемесячно вносить на счет, чтобы через три года получить 10 млн. руб., если годовая процентная ставка 18%?

16. По сертификату, погашаемому выплатой в 250 тыс. руб. через три года, проценты начисляются раз в полугодие. Определите цену продажи, если номинальная ставка 30% годовых.

17. Капитальные затраты по проекту составляют 470 млн. руб., и ожидается, что его реализация принесет следующие доходы за три года: 170, 230, 190 млн руб. соответственно. Издержки привлечения капитала равны 14%. Определите чистую текущую стоимость проекта.

18. Заем в 900 тыс. руб. погашается равномерными периодическими платежами по 100 тыс. руб. каждые полгода в течение семи лет. Определите годовую ставку процента.

19. Предположим, вам предлагают два варианта оплаты: сразу заплатить 600 тыс. руб. или вносить по 110 тыс. руб. в конце каждого месяца в течение полугодия. Вы могли бы обеспечить своим вложениям 9,5% годовых. Какой вариант предпочтительнее?

20. Предполагается, что ссуда размером 5 млн руб. погашается ежемесячными платежами по 140 тыс. руб. Рассчитайте, через сколько лет произойдет погашение, если годовая процентная ставка 16%.

21. Рассчитайте годовую ставку процента по вкладу размером 100 тыс. руб., если за 13 лет эта сумма возросла до 1 млн руб. при ежеквартальном начислении процентов.

22. Рассчитайте будущую стоимость облигации номиналом 100 тыс. руб., выпущенной на семь лет, если в первые три года проценты начисляются по ставке 17%, а в остальные четыре года – по ставке 22% годовых.

23. Какую сумму необходимо положить на депозит под 16% годовых, чтобы получить через три года 44 млн. руб. при полугодовом начислении процентов?

24. Определите, какая сумма окажется на счете, если вклад размером 90 тыс. руб. положен под 9% годовых, а проценты начисляются ежеквартально.

25. Сколько лет потребуется, чтобы платежи размером 3 млн. руб. в конце каждого месяца достигли значения 10 млн. руб., если ставка процента 14,5%?

26. Какая сумма должна быть выплачена, если шесть лет назад была выдана ссуда 1,5 млн руб. под 15% годовых с ежемесячным начислением процентов.

27. Взносы на банковский счет составляют 200 тыс. руб. в начале каждого месяца. Определите, сколько будет на счете через семь лет при ставке процента 10%?

28. Рассчитайте чистую текущую стоимость проекта, затраты по которому составили 400 млн. руб., а доходы за первые два года составили 40 и 75 млн. руб. Процентная ставка 15% годовых.

29. Рассчитайте процентную ставку для трехлетнего займа размером 5 млн. руб. с ежеквартальным погашением по 800 тыс. руб.

30. Рассчитайте, через сколько лет обязательные ежемесячные платежи размером 150 тыс. руб. принесут доход в 10 млн. руб. при ставке процента 13,5% годовых.

31. Рассчитайте, через сколько месяцев вклад размером 50 тыс. руб. достигнет 100 тыс. руб. при ежемесячном начислении процентов и ставке процента 20% годовых.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ФИНАНСОВОЙ ПИРАМИДЫ

Цель работы: освоить приемы решения обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью MS Excel, провести их

параметрические исследования и познакомиться с функциями ВПР, СМЕЩ, ПОИСКПОЗ.

Развитие финансовой пирамиды во многом напоминает развитие эпидемии, когда число заболевших (купивших акции) в конкретный день пропорционально числу больных в городе (числу проданных акций)  $n$ , перемноженному на число еще не переболевших (не купивших акции)  $M \times n$ . В случае эпидемии коэффициент пропорциональности зависит от мер профилактики. В случае финансовой пирамиды этот коэффициент (назовем его коэффициентом ажиотажа  $K_A$ ) зависит от уровня инфляции, рекламы, наличия других параллельных пирамид, от срока, прошедшего с момента шумного краха предыдущей пирамиды, и т.д.

Тогда процесс можно описать обыкновенным дифференциальным уравнением

$$\frac{dn}{dt} = K_A(M - n)n.$$

Применяя к этому уравнению разностную схему Эйлера, имеем

$$\frac{n_{D+1} - n_D}{\Delta t} = K_A(M - n_D)n_D.$$

При  $\Delta t=1$  (один день) получаем формулу для определения числа акций  $SNK_{D+1}$ , купленных жителями на  $(D+1)$ -й день (предположим, что один житель покупает одну акцию):

$$SNK_{D+1} = SNK_D + NK_{D+1},$$

где  $NK_{D+1} = K_A * (M - SNK_D) * SNK_D$  – общее число купивших акции в день  $D+1$ ,  $M$  число жителей в городе.

За волной купивших акции идет волна желающих их сдать (продать) - вернуть свои «кровные» и причитающиеся дивиденды. Будем считать, что волна продающих акции отстает от волны их купивших на число дней  $T$ .

Тогда число акций, проданных жителями в день  $D$ , можно подсчитать по формуле

$$NP_D \begin{cases} 0, & \text{если } D \leq T, \end{cases}$$

$$NK_{D-T}, \text{ если } D > T.$$

Количество денег на счету организаторов пирамиды завтра ( $\Pi_{D+1}$ ) можно выразить через количество денег сегодня ( $\Pi_D$ ), если известен курс акций и количество покупок  $NK_D$  и продаж  $NP_D$  акций населением.

Пусть динамика изменения курсов продажи и покупки рублевых акций выражается таблицей 11.1:

Таблица 11.1 – Курс покупки-продажи акций населению

Дни, прошедшие с начала эмиссии акций, $D$	1	2	3	...	51	...	365	...
Курс продажи акций $K(D)$ , руб.	1,05	1,07	1,09	...	2,05	...	8,33	...
Курс покупки акций $P(D)$ , руб.	1,00	1,02	1,04	...	2,00	...	8,28	...

Тогда с учетом ежедневного дохода организатора пирамиды ( $\Sigma$  процентов от суммы в кассе) и затрат на организацию пирамиды  $R$  (налоги, оплата текущих расходов, реклама и т.п.) имеем :

$$\Pi_{D+1} = \Pi_D + NK_D \cdot K(D) - NP_D \cdot P(D) - \Pi_D \cdot \Sigma / 100 - R.$$

### Задание

1. Построить таблицу, состоящую из следующих граф (столбцов): День; Курс продаж; Продано в день; Продано всего; Курс покупки; Куплено в день; Куплено всего; Сумма в кассе; Доход в день; Доход всего. Исходные данные использовать с абсолютной адресацией, выбирая их из Таблицы исходных данных. Сдвиг волны «покупка-продажа» задать программно с помощью функций Excel из категории Ссылки и массивы, например, СМЕЩ или ВПР, используя их как аргумент функции ЕСЛИ.

Функция СМЕЩ возвращает ссылку на ячейку или диапазон ячеек, отстоящие от ячейки или диапазона ячеек на заданное число строк и столбцов. Возвращаемая ссылка может быть как отдельной ячейкой, так и

диапазоном ячеек. Можно задавать количество возвращаемых строк и столбцов.

Синтаксис функции:

СМЕЩ(ссылка;смещ\_по\_стр;смещ\_по\_столбц;выс;шир)

Ссылка – это ссылка на ячейку или на диапазон смежных ячеек, от которых вычисляется смещение, в противном случае функция СМЕЩ возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!.

Смещ\_по\_стр – это количество строк, которые нужно отсчитать вверх или вниз, так чтобы верхняя левая ячейка результата ссылалась на это место. Если значение положительное, то отсчитывается ниже начальной ссылки, если отрицательное, то выше начальной ссылки.

Смещ\_по\_столбц – это количество столбцов, которые нужно отсчитать влево или вправо, так чтобы верхняя левая ячейка результата ссылалась на это место. Если значение положительное, то отсчет ведется вправо от начальной ссылки, если отрицательное, то влево от начальной ссылки.

Выс – это высота (число строк) возвращаемой ссылки. Высота должна быть положительным числом.

Шир – это ширина (число столбцов) возвращаемой ссылки. Ширина должна быть положительным числом.

Если высота или ширина опущена, то предполагается, что используется такая же высота или ширина как в аргументе Ссылка.

Функция ВПР ищет значение в крайнем левом столбце таблицы и возвращает значение в той же строке из указанного столбца таблицы .

Синтаксис функции:

ВПР(иск\_знач;таблица;номер\_столбца;интерв\_просмотр)

Иск\_знач – это значение, которое должно быть найдено в первом столбце массива. Иск\_знач может быть значением, ссылкой или текстовой строкой.

Таблица – это таблица с информацией, в которой ищутся данные. Можно использовать ссылку на интервал или имя интервала. Значения в

первом столбце таблицы могут быть текстом, числами или логическими значениями. Регистр не учитывается (т.е. строчные и заглавные буквы не различаются).

Номер\_столбца – это номер столбца, в котором должно быть найдено соответствующее значение. Если номер\_столбца меньше 1, то функция ВПР возвращает значение ошибки #ЗНАЧ!; если номер\_столбца больше, чем количество столбцов в таблице, то функция ВПР возвращает значение ошибки #ССЫЛ!.

Интерв\_просмотр – это логическое значение, которое определяет, нужно ли, чтобы ВПР искала точное или приближенное соответствие. Если этот аргумент имеет значение ИСТИНА или опущен, то возвращается приблизительно соответствующее значение (наибольшее значение, которое меньше, чем иск\_знач). Если этот аргумент имеет значение ЛОЖЬ, то функция ВПР ищет точное соответствие. Если таковое не найдено, то возвращается значение ошибки #Н/Д. Кроме того, если параметр интерв\_просмотр имеет значение ИСТИНА, то значения в первом столбце таблицы должны быть расположены в возрастающем порядке, в противном случае функция ВПР может выдать неправильный результат. Если интерв\_просмотр имеет значение ЛОЖЬ, то таблица не обязана быть сортированной.

*Примечание.* Для удобства работы с таблицей рекомендуется использовать одновременный просмотр двух частей листа.

Для того, чтобы разбить лист на две части, наведите указатель на узкую полосу, расположенную в верхней части вертикальной полосы прокрутки или в правой части горизонтальной полосы прокрутки (см. рис.). Когда указатель примет вид двунаправленной стрелки, перетащите его вниз (или влево). Так как при выполнении данной лабораторной работы таблица вытянута вниз, то имеет смысл поставить полосу разделения сразу за заголовками таблицы, чтобы постоянно держать их перед глазами при прокрутке строк таблицы.

2. Построить в одной системе координат графики изменения количества денег в кассе П и изменения суммарных доходов организатора пирамиды Д, взяв реальный диапазон дней.

3. Определить сумму максимального дохода организатора пирамиды ДМАХ и день ее достижения DMAH, используя при этом функции Excel МАКС и ПОИСКПОЗ.

Функция ПОИСКПОЗ возвращает относительное положение (позицию) элемента массива, который соответствует заданному значению указанным образом .

Синтаксис функции:

ПОИСКПОЗ(иск\_знач,интервал,тип\_сопост)

Иск\_знач – это значение, которое сопоставляется со значениями в аргументе интервал. Может быть значением (числом, текстом или логическим значением) или ссылкой на ячейку, содержащую число, текст или логическое значение.

Интервал – это непрерывный интервал ячеек, возможно содержащих искомые значения. Интервал может быть массивом или ссылкой на массив.

Тип\_сопост – это число -1, 0 или 1. Если тип\_сопост равен 1 или опущен, то функция находит наибольшее значение, которое равно или меньше, чем иск\_знач. Интервал должен быть упорядочен по возрастанию. Если тип\_сопост равен 0, то функция находит первое значение, которое в точности равно аргументу иск\_знач. Интервал может быть в любом порядке. Если тип\_сопост равен -1, то функция находит наименьшее значение, которое равно и больше чем иск\_знач. Интервал должен быть упорядочен по убыванию.

Использование этой функции для решения поставленной задачи облегчается тем, что номер строки в таблице в точности соответствует дню.

4. Любое дело требует начальных расходов, иногда весьма существенных. С помощью сервисного средства Excel Подбор параметра подобрать такое минимальное значение начального капитала П1MIN,

которое бы позволило не уйти в отрицательную сумму в кассе на начальном этапе развития пирамиды.

Указание. Найти предварительно локальный минимум функции Сумма в кассе на начальном участке строительства пирамиды (в диапазоне дней от  $D=1$  до  $D_{MAX}$ ).

5. Изменяя исходные данные, проследить за изменением дохода организатора (в каждом варианте изменять только один параметр!). Результаты исследований оформить на новом листе в виде таблицы параметрического исследования модели (табл. 11.2). Можно использовать Диспетчер сценариев. Сделать выводы.

Исходные данные для расчета.

Число жителей в городе  $M=1000000$ .

Коэффициент ажиотажа  $K_A=0,0000001$ .

Ежедневные расходы (руб.)  $R=1200$ .

Время между покупкой и продажей акции (дни)  $T=50$ .

Норма прибыли (ежедневный процент от суммы в кассе)  $\ast=3$ .

Состояние на первый день:

- начальный капитал (руб.)  $P_1=100000$ ;
- число купивших акции в первый день  $NK_1=100$ .

Таблица 11.2 – Параметрическое исследование модели

Изменяемый параметр	Увеличиваем параметр			Уменьшаем параметр		
	Значение	День $X$	Доходы на день $X$	Значение	День $X$	Доходы на день $X$
$M$						
$K_A$						
...						



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6. ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИКЕ

Цель работы: с помощью сервисной программы MS Excel *Поиск решения* научиться решать экономические оптимизационные задачи и проводить анализ решения типа «что-если».

Excel предлагает мощный инструмент для решения оптимизационных задач, то есть таких задач, в которых необходимо найти экстремальное значение (минимум или максимум) некоторой функции, называемой *целевой*, при заданных *ограничениях*.

Если целевая функция и/или ограничения – линейны, то такие задачи принято называть *задачами линейного программирования*.

Многие экономические задачи решаются в рамках линейного программирования. Целевой функцией в них является либо прибыль или объем производства, которые надо максимизировать, либо затраты (издержки), которые надо минимизировать. Ограничения – обычно это условия, которые накладываются на используемые ресурсы для производства продукции. Построив математическую модель и решив задачу в заданных ограничениях, можно поварьировать ограничениями, то есть речь уже идет о *математическом моделировании экономических систем* с помощью Excel.

Рассмотрим задачу.

*В цехе площадью 74 м<sup>2</sup> необходимо установить станки, на приобретение которых отпущено 420 тыс. руб.*

*Существует два типа станков. Станок первого типа стоимостью 60 тыс. руб., требующий 12 м<sup>2</sup> производственных площадей, обеспечивает изготовление 70 изделий в смену. Аналогичные характеристики станка второго типа составляют соответственно 40 тыс. руб., 6 м<sup>2</sup>, 40 изделий в смену.*

*Найти оптимальный вариант приобретения станков, обеспечивающий максимальное производство изделий в цехе.*

Обозначим  $X_1$  количество станков первого типа, а  $X_2$  – количество станков второго типа, которые предполагается установить в цехе. Тогда количество изделий, которое будет произведено на этих станках, равно

$$F(X_1, X_2) = 70 * X_1 + 40 * X_2.$$

Это и есть целевая функция, которую нужно максимизировать.

Теперь запишем ограничения. Их в задаче два.

Ограничения по финансам:

$$60 * X_1 + 40 * X_2 \leq 420 \text{ тыс. руб.}$$

Ограничения по площади размещения станков:

$$12 * X_1 + 6 * X_2 \leq 74 \text{ м}^2.$$

Кроме этих ограничений следует добавить очевидные ограничения:

– переменные задачи должны быть неотрицательные

$$X_1 \geq 0; X_2 \geq 0;$$

– переменные задачи должны быть целочисленные

$$X_1, X_2 \in Z.$$

Итак, математическая модель сформулирована.

Решение оптимизационных задач в Excel проводится с помощью специализированной программы *Поиск решения*, вызываемой на ленте *Данные* раздел *Работа с данными* набор функций *Анализ «что-если»*.

Таким образом, теперь задача состоит в том, чтобы перенести математическую модель в MS Excel.

Порядок действий следующий.

1. Отводим ячейки для каждой независимой переменной задачи. В нашем примере это ячейка B4 для  $X_1$  и ячейка B5 для  $X_2$  (рисунок 5.1). Их можно оставить пустыми.

2. Отводим ячейку C13 для целевой функции и набираем в ней формулу, соответствующую виду целевой функции:

$$= B4 * E4 + B5 * E5.$$

В формуле в качестве переменных фигурируют адреса ячеек, где эти переменные расположены. Константы задачи заданы не числами, а также ссылками на ячейки, в которых их необходимо предварительно разместить. Рекомендуется для этого оформить таблицу, например так, как это показано на рисунок 5.1.

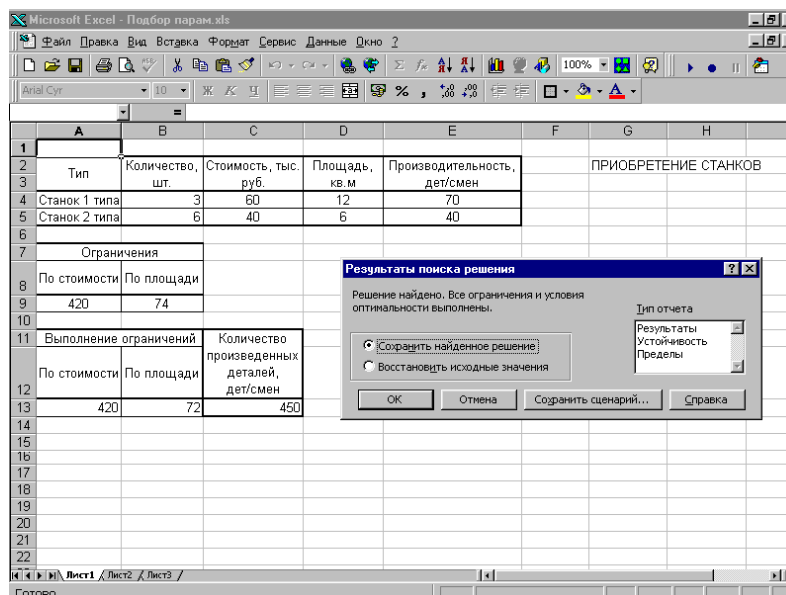


Рисунок 5.1 – Рабочий лист с результатом решения задачи оптимизации

3. Отводим ячейки (A13 и B13) для создания формул, соответствующих левой части каждого ограничения:

$$=B4*C4+B5*C5$$

$$=B4*D4+B5*D5.$$

4. Открываем диалоговое окно *Поиск решения* (рисунок 5.2).

5. В поле *Установить целевую ячейку* указываем адрес ячейки, в которой находится формула для расчета целевой функции (ячейка C13). Ниже указываем тип оптимизации (поиск максимума или минимума).

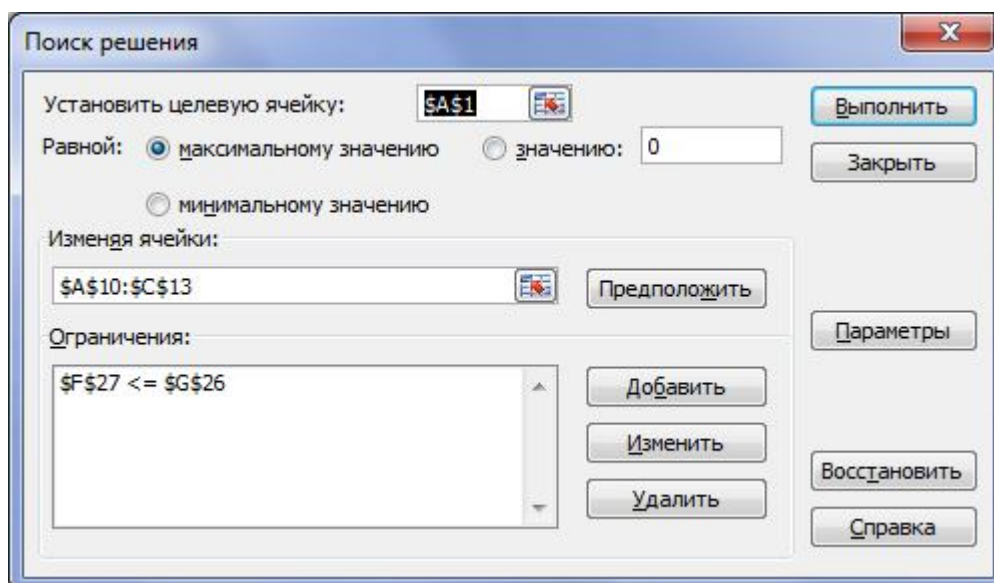


Рисунок 5.2 – Диалоговое окно «Поиск решения»

6. В поле *Изменяя ячейки* отмечаем адреса ячеек, где находятся независимые переменные задачи (B4 и B5).

7. Для того чтобы ввести ограничения, нужно нажать на кнопку *Добавить*. Появляется диалоговое окно *Добавление ограничения* (рисунок 5.3).

В левое поле вводим адрес ячейки, где находятся ограничения (или диапазон адресов ячеек). В центральном поле выбираем знак операции отношения, а также задаем целочисленность или бинарность<sup>1</sup> переменных, если это необходимо по условию задачи. В правом поле задаем адрес ячейки (или диапазон адресов), где находятся правые части ограничений. Вместо адресов в правой части можно просто задать числовые значения.

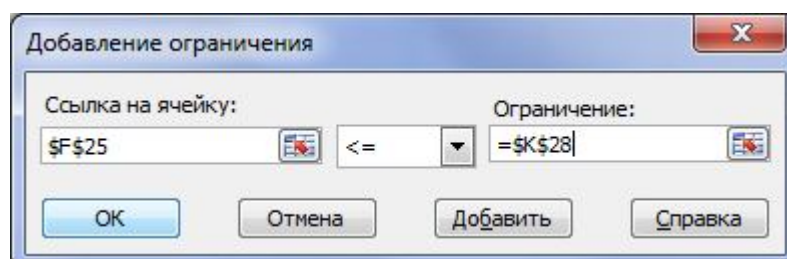


Рисунок 5.3 – Диалоговое окно **Добавление ограничения**

<sup>1</sup> Бинарные переменные могут принимать одно из двух значений: 0 или 1 и используются в задачах назначения.

Нажатием клавиши *Добавить* переходим в режим добавления следующего ограничения, нажатием клавиши **ОК** заканчиваем ввод ограничений.

Теперь, если необходимо, в поле *Ограничения* окна *Поиск решения* можно выбирать какие-либо ограничения и редактировать их или удалять.

8. Запускаем процесс вычислений нажатием кнопки *Выполнить*.

В появившемся окне *Результаты поиска решения* пользователю предлагается составить отчеты, полученные по результатам оптимального решения. Они будут располагаться на отдельных листах данной рабочей книги.

Выделив строку *Результаты*, получим отчет, состоящий из целевой ячейки и списка влияющих ячеек модели, их исходных и конечных значений, а также формул ограничений и дополнительных сведений о наложенных ограничениях. Если ресурс использован полностью, то в графе **Статус** появляется запись **Связанное**, если нет, то **Не связан** и в графе **Разница** показывается количество неиспользованного ресурса. Эта информация может быть использована при проведении анализа «что-если» для выяснения дефицитности ресурсов.

**Устойчивость** используется для создания отчета, содержащего сведения о чувствительности решения к малым изменениям в целевой функции или в формулах ограничений. Такой отчет не создается для моделей, переменные в которых – целые числа. В случае нелинейных моделей отчет содержит данные для градиентов и множителей Лагранжа. В отчет по линейным моделям включаются ограничение по затратам, фиктивные (теневые) цены, объективный коэффициент (с некоторым допуском), а также диапазоны ограничений справа. Эта информация может быть использована при анализе двойственной задачи линейного программирования.

**Пределы** используется для создания отчета, состоящего из целевой ячейки и списка влияющих ячеек модели, их значений, а также нижних и верхних границ. Такой отчет не создается для моделей, переменные в

которых – целые числа. Нижним пределом является наименьшее значение, которое может содержать влияющая ячейка, в то время как значения остальных влияющих ячеек фиксированы и удовлетворяют наложенным ограничениям. Соответственно, верхним пределом называется наибольшее значение.

Опция **Сохранить сценарий** служит для отображения на экране диалогового окна, в котором можно выполнить сохранение сценария решения задачи, чтобы использовать его в дальнейшем с помощью *Диспетчера сценариев* Microsoft Excel (см. лаб.10).

Результат решения поставленной задачи приведен на рис. 5.1. Заданным ограничениям удовлетворяет следующий парк станков: 3 – первого типа, 6 – второго типа; при этом будет изготовлено максимальное количество деталей – 450.

В окне **Поиск решения** с помощью кнопки **Параметры** можно вызвать диалоговое окно **Параметры поиска решения** (рис. 12.4).

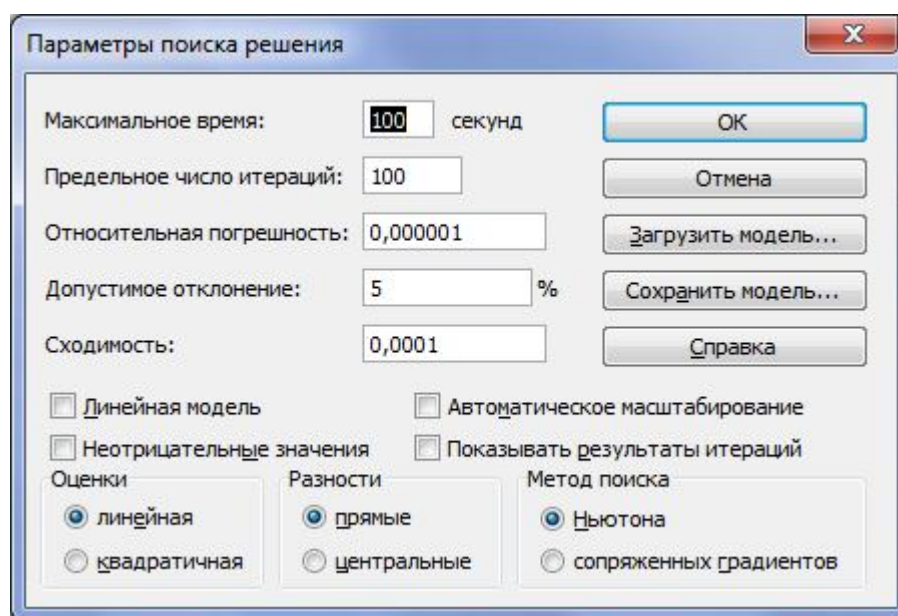


Рисунок 5.4 – Диалоговое окно **Параметры поиска решения**

Рассмотрим элементы этого окна.

Поля **Максимальное время** и **Предельное число итераций** определяют время, отпущенное на поиск решения задачи, и число промежуточных вычислений, соответственно.

Поля **Относительная погрешность**, **Допустимое отклонение** и **Сходимость** служат для задания точности, с которой ищется решение (последнее используется только для нелинейных моделей). Рекомендуется после решения задачи повторить его с большей точностью (особенно для целочисленных моделей), чтобы проверить точность модели.

Флажок **Линейная модель** устанавливается для линейных задач и снимается для нелинейных.

Флажок **Неотрицательные значения** позволяет установить нулевую нижнюю границу для тех ячеек, для которых она не была указана в поле **Ограничение** диалогового окна **Добавить ограничение**.

Флажок **Автоматическое масштабирование** служит для включения автоматической нормализации входных и выходных значений, качественно различающихся по величине, например, максимизация прибыли в процентах по отношению к вложениям, исчисляемым в миллионах рублей.

Флажок **Показывать результаты итераций** служит для пошагового проведения итераций с целью просмотра промежуточных результатов.

Опция **Оценки** служит для указания метода экстраполяции, используемого при поиске решения.

Опция **Разности** служит для указания метода численного дифференцирования, который используется для вычисления производных при поиске решения.

Опция **Метод поиска** служит для выбора алгоритма оптимизации (метод Ньютона или сопряженных градиентов) для указания направления поиска.

Более подробную информацию можно получить, нажав кнопку **Справка** в том же диалоговом окне.

**Задание 1.** Пусть уже построена математическая модель некоторой оптимизационной задачи. Найти оптимальное значение целевой функции  $R(x)$  при заданных ограничениях с помощью сервисной программы Excel

*Поиск решения.*

1.  $R(x) = 626x_1 + 656x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$5x_1 + 8x_2 \leq 81; 6x_1 + 4x_2 \leq 70; 3x_1 + x_2 \leq 26; x_1 + x_2 \leq 12;$$

$$x_1 \leq 8; x_1, x_2 \geq 0.$$

2.  $R(x) = -5x_1 + 4x_2 - x_3 - 3x_4 - 5x_5 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$3x_1 - x_2 + 2x_4 + x_5 = 5; 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 6;$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 9; x_i \geq 0, i=1...5.$$

3.  $R(x) = -2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 - x_5 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_2 + 2x_4 - x_5 = 1; x_1 - x_4 - x_5 = 1;$$

$$2x_2 + x_3 + 2x_5 = 4; x_i \geq 0, i=1...5.$$

4.  $R(x) = 2x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 - 2x_5 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1; 2x_1 + x_2 + x_3 - x_5 = 7;$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 + x_5 = 6; x_i \geq 0, i=1...5.$$

5.  $R(x) = -x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$2x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3; 3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_5 = 1;$$

$$-3x_1 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 = 1; x_i \geq 0, i=1...5.$$

6.  $R(x) = -4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$3x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 3; x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2;$$

$$x_i \geq 0, i=1...4.$$

7.  $R(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$10x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 25; -x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10;$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 6; x_i \geq 0, i=1...5.$$

8.  $R(x) = 4x_1 - 3x_2 - x_4 + x_5 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$-x_1 + 3x_2 + x_4 = 13; 4x_1 + x_2 + x_5 = 2;$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 = 1; x_1 - 3x_2 + x_6 = 0; x_i \geq 0, i=1...6.$$

9.  $R(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях



$$2x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = -3; 4x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 6;$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 + x_5 = 15; x_i \geq 0, i=1...5.$$

10.  $R(x) = x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 3x_4 + 4x_5 + 14x_6 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + x_4 = 20; x_2 + x_5 = 50; x_3 + x_6 = 30;$$

$$x_4 + x_5 + x_6 = 60; x_i \geq 0, i=1...6.$$

11.  $R(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$x_1 + x_2 \geq 1; x_1 - x_2 \geq -1; x_1 - x_2 \leq 1;$$

$$x_1 \leq 2; x_2 \leq 2; x_i \geq 0, i=1...2.$$

12.  $R(x) = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + x_2 \leq 20; x_1 + 3x_2 \geq 30; 8x_1 + 6x_2 \geq 72;$$

$$8x_1 + 6x_2 \leq 128; x_i \geq 0, i=1...2.$$

13.  $R(x) = 3x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$x_1 + 7x_2 \leq 57; 2x_1 + 5x_2 \leq 42; 3x_1 + 4x_2 \leq 56;$$

$$2x_1 + x_2 \leq 34; x_i \geq 0, i=1...2.$$

14.  $R(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 15x_2 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$2x_1 + 3x_2 \leq 13; 2x_1 + x_2 \leq 10; x_i \geq 0, i=1...2.$$

15.  $R(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + 3x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 16; 3x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 4;$$

$$x_i \geq 0, i=1...4.$$

16.  $R(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_2 - 2x_3 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6; 3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12; x_i \geq 0, i=1...3.$$

17.  $R(x) = -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 - 2x_2 + x_4 = 3; x_2 + x_3 - 2x_4 = 5;$$

$$3x_2 + x_4 + x_5 = 6; x_i \geq 0, x_i \in Z, i=1...5.$$

18.  $R(x) = x_1 - x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$x_1 + 2x_3 + x_4 = 8; x_1 + x_2 - x_4 = 4;$$

$$-x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 6; x_i \geq 0, x_i \in Z, i=1...4.$$

19.  $R(x) = x_1 + 2x_2 + x_5 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5; x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 2;$$

$$x_3 - x_4 + x_5 = 1; x_i \geq 0, x_i \in Z; i=1...5.$$

20.  $R(x) = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 8; 4x_1 + x_2 + x_4 = 10;$$

$$x_i \geq 0, x_i \in Z; i=1...4.$$

21.  $R(x) = -x_3 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$-6x_2 + 5x_3 + x_5 = 6; 7x_2 - 4x_3 + x_4 = 4;$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 9; x_i \geq 0, x_i \in Z; i=1...5.$$

22.  $R(x) = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 10; 2x_1 + 4x_3 \geq 14; 2x_2 + x_3 \geq 7;$$

$$x_i \geq 0, x_i \in Z; i=1...3.$$

23.  $R(x) = -2x_1 - x_2 - x_3 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 16; x_1 + x_2 \leq 7; 3x_1 + 2x_2 \geq 18;$$

$$x_i \geq 0, x_i \in Z; i=1...3.$$

24.  $R(x) = -4x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$4x_1 + x_2 \leq 44; x_1 \leq 22; x_2 \leq 18;$$

$$x_i \geq 0, x_i \in Z; i=1...2.$$

25.  $R(x) = -6x_1 + 2x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + x_2 \leq 2; x_1 + 3x_2 \leq 3; x_i \geq 0, i=1...2.$$

26.  $R(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$0 \leq x_1 + x_2 \leq 3; -1 \leq x_1 - x_2 \leq 0; 0 \leq x_1 \leq 1; 0 \leq x_2 \leq 3;$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

27.  $R(x) = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$x_1 + 2x_2 \geq -1; 2x_1 + x_2 \leq 4; x_1 - x_2 \geq -1; -2x_1 - 2x_2 \leq -3;$$

$$3x_1 + 3x_2 \geq -2; x_1, x_2 \geq 0.$$

28.  $R(x) = x_1 - x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$1 \leq x_1 + x_2 \leq 2; -1 \leq x_1 - 2x_2 \leq -0,5; 1 \leq 2x_1 - x_2 \leq 2;$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

29.  $R(x) = -9x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$  при ограничениях

$$-x_1 - x_2 \leq 0; -x_1 + x_2 \leq 0; -3x_1 - x_2 \leq 0; -4x_1 + x_2 \leq -1;$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

30.  $R(x) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$  при ограничениях

$$x_1 + x_2 \leq 4; 3x_1 + x_2 \geq 4; x_1 + 5x_2 \geq 4; x_1 \leq 3;$$

$$x_2 \leq 3; x_1, x_2 \geq 0.$$

**Задание 2.** Сформулировать экономико-математическую модель предложенной задачи оптимизации (выбрать переменные, записать целевую функцию и систему ограничений). С использованием сервисной программы Excel *Поиск решения* найти оптимальное значение целевой функции. Определить дефицитные ресурсы. Исследовать влияние изменения ресурсов задачи на решение задачи. Результаты решения оформить в виде наглядных таблиц, снабдив их комментариями и примечаниями.

**Задача 1.** Для изготовления сплава из меди, олова и цинка в качестве сырья используют два сплава тех же металлов, отличающиеся составом и стоимостью. Данные об этих сплавах приведены в таблице.

Компоненты сплава	Содержание компонентов, %	
	Сплав №1	Сплав №2
Медь	10	10
Олово	10	30
Цинк	80	60
Стоимость 1 кг	40 руб.	60 руб.

Получаемый сплав должен содержать не более 2 кг меди, не менее 3 кг олова, а содержание цинка может составлять от 7,2 до 12, 8 кг.

Обеспечить количества  $X_j$  ( $j=1,2$ ) сплавов каждого вида, обеспечивающие получение нового сплава с минимальными затратами на сырье.

**Задача 2.** Для изготовления двух видов изделий  $A_1$  и  $A_2$  завод использует в качестве сырья алюминий и медь. На изготовлении изделий заняты токарные и фрезерные станки. Исходные данные задачи приведены в таблице.

Вид ресурсов	Объем ресурсов	Нормы расхода на 1 изделие	
		Изделие $A_1$	Изделие $A_2$
Алюминий ,кг	570	10	70
Медь, кг	420	20	50
Токарные станки, станко-час.	5600	300	400
Фрезерные станки, станко-час.	3400	200	100
Прибыль на 1 изделие, тыс.руб.		30	80

Определить количества  $X_j$  ( $j=1,2$ ) изделий  $A_j$ , которые необходимо изготовить для достижения максимальной прибыли.

**Задача 3.** Из одного города в другой ежедневно отправляются пассажирские и скорые поезда. В таблице указано количество вагонов в поездах различного типа и максимальное число пассажиров, на которое рассчитан вагон.

Поезда	Вагоны				
	Багажный	Почтовый	Плацкартный	Купейный	Мягкий
Скорый	1	1	5	6	3
Пассажирский	1	–	8	4	1
Парк вагонов	12	8	81	70	26
Число пассажиров	–	–	58	40	32

Определить число скорых  $X_1$  и пассажирских  $X_2$  поездов, которые необходимо формировать ежедневно из имеющегося парка вагонов, чтобы число перевозимых пассажиров было максимальным.

**Задача 4.** В начале рабочего дня автобусного парка на линию выходит  $X_1$  автобусов, через час к ним добавляется  $X_2$  автобусов, еще через час – дополнительно  $X_3$  машин.

Каждый автобус работает на маршруте непрерывно в течение 8 часов. Минимально необходимое число машин на линии в  $i$ -й час рабочего дня ( $i = 1, 2, \dots, 10$ ) равно  $b_i$ . Превышение этого числа приводит к дополнительным издержкам в течение  $i$ -го часа в размере  $c_i$  рублей на каждый дополнительный автобус.

Определить количества машин  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ , выходящих на маршрут в первые часы рабочего дня, с таким расчетом, чтобы дополнительные издержки в течение всего рабочего дня были минимальными. Исходные данные приведены в таблице.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$b_i$	10	20	22	23	25	22	20	15	10	5
$c_i$	5	5	6	6	6	6	10	15	15	20

**Задача 5.** На товарных станциях  $C_1$  и  $C_2$  имеется 75 и 90 комплектов мебели соответственно. Стоимости перевозки одного комплекта со станций в

магазины  $M_1, M_2, M_3$  указаны в таблице. Необходимо доставить в указанные магазины 80, 25 и 60 комплектов мебели соответственно.

Составить план перевозок так, чтобы затраты на транспортировку мебели были наименьшими. Сколько нужно сделать рейсов, чтобы перевезти все комплекты, если за один рейс машина может увезти 6 комплектов?

Пункт отправления	Стоимость перевозки, руб./компл.		
	В магазин $M_1$	В магазин $M_2$	В магазин $M_3$
Станция $C_1$	10	30	50
Станция $C_2$	20	50	40

**Задача 6.** Предприятие, располагающее ресурсами сырья трех видов  $B_i$  ( $i=1,2,3$ ), может производить продукцию четырех видов  $A_j$  ( $j=1,2,3,4$ ). В таблице указаны затраты ресурсов  $B_i$  на изготовление 1 т продукции  $A_j$ , объем ресурсов и прибыль, получаемая от изготовления 1 т продукции  $A_j$ .

Вид сырья	Вид продукции				Объем ресурсов, т
	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	
$B_1$	4	5	2	3	60
$B_2$	30	14	18	22	400
$B_3$	16	14	8	10	128
Прибыль, руб.	480	250	560	300	—

Определить ассортимент выпускаемой продукции, при котором полученная прибыль будет максимальной, при условии:

а) продукции  $A_2$  необходимо выпустить не менее 8 т, продукции  $A_4$  – не более 5 т, а продукции  $A_1$  и  $A_3$  – в отношении 2:1;

б) производственные издержки на 1 т продукции  $A_j$ ,  $j=1...4$ , составляют соответственно 30, 90, 120 и 60 руб., а суммарные издержки не должны превышать 960 руб.

**Задача 7.** Пусть вашей фирме необходимо заключить контракт на поставку товаров на некоторую сумму, меньшую или равную  $P$  условных единиц. При этом имеется выбор из  $N$  партнеров, которые могут поставить товар на  $K_i$  ( $i=1...N$ ) условных единиц каждый. Ожидаемая прибыль от сделки с  $i$ -м партнером составляет  $C_i$  процентов от суммы заключенной сделки, но при этом риск от сделки с  $i$ -м партнером составляет  $H_i$  процентов

от суммы сделки. Требуется определить наиболее выгодных партнеров и сумму сделки с каждым из них, обеспечив при этом максимальное значение прибыли при значении суммарного риска от сделок, не превышающего суммы прибыли.

Как изменится решение задачи, если минимизировать суммарный риск?

Исходные данные приведены в таблице.

Параметры контракта	Фирмы				
	СтикС	КомплекТ	Тэтрон	ЭлекТ	Играм
Максимальная сумма контракта с фирмой $K_i$ , у.е.	30000	20000	12000	15000	10000
Ожидаемая прибыль $C_i$ , %	10	11	11,8	10	12
Возможные убытки $H_i$ , %	8	8,5	8,85	8,2	9
Максимальная сумма контракта равна 50000 у.е.					

**Задача 8.** Ваше предприятие выпускает телевизоры, музыкальные центры и акустические системы, используя общий склад комплектующих. В связи с ограниченностью запаса необходимо найти оптимальное соотношение объемов выпуска изделий для получения максимального дохода от продаж.

Для обеспечения договоров с заказчиками необходимо выпускать не менее 100 единиц каждого наименования.

Склад		Наименование	Телевизор	М. центр	Ак. сист.
		Количество	$X_1$	$X_2$	$X_3$
		Цена изделия	5000	4500	1500
Комплекующие	Кол-во	Использовано	Требуется деталей		
Шасси	450	$Y_1$	1	1	0
Кинескоп	250	$Y_2$	1	0	0
Динамик	800	$Y_3$	2	2	1
Блок питания	450	$Y_4$	1	1	1
Электрическая плата	600	$Y_5$	2	1	1

Следует учитывать уменьшение дохода при увеличении объемов производства (в связи с дополнительными затратами на сбыт) по степенному

закону с показателем  $\kappa=0,9$ . Данные для расчета приведены в таблице.

**Задача 9.** Для работников с пятидневной рабочей неделей и двумя выходными подряд требуется составить график работы, обеспечивающий требуемый уровень обслуживания при наименьших затратах на оплату труда. Дневная оплата каждого работника – 100 руб. За работу в воскресенье – надбавка 15%.

Дни недели	Вс	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб
Требуется работников	22	17	13	14	15	18	24

*Указание.* Разбить всех работников на 7 групп и обозначить  $X_1$  – количество работников, отдыхающих в воскресенье-понедельник,  $X_2$  – количество работников, отдыхающих в понедельник-вторник, и т.д.

**Задача 10.** Требуется минимизировать затраты на перевозку товаров от предприятий-производителей на торговые склады. При этом необходимо учесть возможности поставок каждого из производителей при максимальном удовлетворении запросов потребителей. Данные для расчета приведены в таблице.

Сколько необходимо сделать рейсов, если за один рейс можно перевезти 20 т груза?

Заводы	Произв. мощности, т	Затраты на перевозку от завода к складу, у.е./т			
		Томск	Новосибирск	Омск	Тюмень
1	320	20	20	16	18
2	260	10	8	6	5
3	280	22	18	18	20
Потребности складов, т		100	200	140	300

**Задача 11.** Маркетологи фирмы установили, что между расходами на рекламу  $R$  (руб.) и числом продаж  $N$  (шт.) существует связь, выражаемая формулой

$$N = 35d(R + 3000)^{0,5},$$

где коэффициент  $d$  – сезонная поправка.

Определить бюджет на рекламу в каждом квартале, соответствующий наибольшей прибыли за год, при фиксированных затратах на торговый



персонал. Оценить поквартально норму прибыли (отношение производственной прибыли к выручке от реализации). Годовые затраты на рекламу не должны превышать 40000 руб. Цена одного изделия – 40 р., затраты на сбыт одного изделия – 25 р.

Статьи	Квартал				За год
	1	2	3	4	
1. Сезонная поправка, $d$	0,9	1,1	0,8	1,2	—
2. Число продаж, $N$	?	?	?	?	?
3. Выручка от реализации	?	?	?	?	?
4. Затраты на сбыт	?	?	?	?	?
5. Валовая прибыль	?	?	?	?	?
6. Затраты на торговый персонал	8 000	8 000	9 000	9 000	34 000
7. Затраты на рекламу	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R$
8. Косвенные затраты (15% от ст. 3)	?	?	?	?	?
9. Суммарные затраты	?	?	?	?	?
10. Производств. прибыль (ст.5–ст.9)	?	?	?	?	?

**Задача 12.** Фабрика выпускает кожаные брюки, куртки и пальто специального назначения в ассортименте, заданном отношением 2:1:3. В процессе изготовления изделия проходят три производственных участка – дубильный, раскройный и пошивочный.

Данные для расчета приведены в таблице.

Показатели	Брюки	Куртки	Пальто
Норма времени на участках, чел. ч			
дубильном	0,3	0,4	0,6
раскройном	0,4	0,4	0,7
пошивочном	0,5	0,4	0,8
Полная себестоимость, руб.	15	40,5	97,8
Оптовая цена предприятия, руб.	17,5	42	100

Ограничения на фонд времени для участков составляют соответственно 3360, 2688, 5040 чел. ч. Учитывая заданный ассортимент, максимизировать прибыль от реализованной продукции.

**Задача 13.** На заводе ежемесячно скапливается около 14 т отходов

металла, из которого можно штамповать большие и малые шайбы. Месячная потребность завода в больших шайбах 600 тыс. шт., в малых – 1100 тыс. шт. Расход металла на тысячу больших шайб – 22 кг, на тысячу малых – 8 кг. Для изготовления шайб используются два прессы холодной штамповки. Производительность каждого за смену 9 тыс. шт. больших шайб либо 11,5 тыс. шт. малых. Завод работает в две смены.

Недостающее количество шайб закупается. Оптовая цена больших шайб 11,9 руб. (за тысячу штук), а малых – 5,2 руб. Определить месячный план производства шайб, обеспечивающий минимальные затраты на их покупку.

**Задача 14.** Цех мебельного комбината выпускает трельяжи, трюмо и тумбочки под телевизор. Норма расхода материала на одно изделие, плановая себестоимость, оптовая цена продукции, плановый (месячный) ассортимент и трудоемкость единицы продукции приведены в таблице. Общее ограничение на трудоемкость на планируемый период составляет 6500 чел. час.

Показатели	Трельяжи	Трюмо	Тумбочки	Складские запасы, м <sup>3</sup>
Норма расхода материала, м <sup>3</sup>				
ДСП	0,032	0,031	0,038	1500
Доски: сосновые	0,02	0,02	0,008	1300
березовые	0,005	0,005	0,006	3000
Трудоемкость, чел. ч	10,2	7,5	5,8	
Плановая себестоимость, руб.	88,81	63,98	29,6	
Оптовая цена, руб.	93	67	30	
Плановый ассортимент, шт.	350	290	1200	

Исходя из необходимости выполнения плана по ассортименту и возможности его перевыполнения по отдельным (или по всем) показателям, построить модели, на основе которых можно сформулировать следующие экстремальные задачи:

- 1) задачу максимизации объема реализации (за плановый период);
- 2) задачу максимизации прибыли (за тот же период).

**Задача 15.** Предприятие выпускает обычный, специальный и декоративный сплавы латуни и реализует их соответственно по 30; 45 и 60 руб. за единицу веса. Его производственные мощности позволяют производить (за плановый период) не более 500 ед. веса обычного сплава, 700 ед. – специального и 250 ед. – декоративного. Обязательными составляющими сплавов являются медь, цинк, свинец и никель, цена которых соответственно 9; 7; 5 и 11 руб. за единицу веса.

По технологии декоративный сплав должен содержать не менее 7% никеля, 49% меди и не более 29% свинца; специальный – не менее 3% никеля, 71% меди, 9% цинка и не более 21% свинца. В обычный сплав составляющие входят без ограничений. Эти металлы поставляются в плановый период в количестве до 300 ед. веса каждый.

Считая, что себестоимость сплавов складывается только из стоимости его ингредиентов:

- 1) составить план выпуска сплавов, обеспечивающий максимальную прибыль;
- 2) определить, какова будет прибыль, если поставить целью максимальное использование общего запаса металлов.

**Задача 16.** Рацион стада крупного рогатого скота из 220 голов включает пищевые продукты  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  и  $E$ . В сутки одно животное должно съесть не менее 2 кг продукта  $A$ , 1,5 кг продукта  $B$ , 0,9 кг продукта  $C$ , 3 кг продукта  $D$  и 1,8 кг продукта  $E$ . Однако в чистом виде указанные продукты не производятся. Они содержатся в концентратах  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ . Их цена и содержание в них продуктов (в процентах) приведены в таблице.

Концентраты	Продукты, %					Цена, руб.
	$A$	$B$	$C$	$D$	$E$	
$K_1$	15	22	0	0	4	5
$K_2$	19	17	0	14	7	4
$K_3$	5	12	25	5	8	9

Минимизировать затраты на покупку концентратов при рациональном кормлении скота.

**Задача 17.** Нефтеперерабатывающий завод получает за плановый период четыре полуфабриката – 600 тыс. л алкилата, 316 тыс. л крекинг-бензина, 460 тыс. л бензина прямой перегонки и 200 тыс. л изопентана. В результате смешивания этих ингредиентов в пропорциях 2:3:1:5, 2:4:3:4, 5:1:6:2 и 7:1:3:2 получают бензин четырех сортов Б-1, Б-2, Б-3, Б-4. Цена его реализации соответственно 8 руб.; 8 руб.10 коп.; 8 руб.60 коп.; 8 руб.30 коп. за литр.

1. Какое количество бензина всех сортов нужно производить для получения максимальной прибыли?

2. Как изменится решение задачи, если ввести ограничение снизу на ассортимент выпускаемой продукции (требуемый минимум задать самостоятельно по каждому сорту бензина).

**Задача 18.** Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку ежедневно необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ, содержащихся в 1 кг каждого вида потребляемых продуктов, а также цена 1 кг каждого из этих продуктов приведены в таблицах.

Питательные вещества	Содержание питательных веществ в 1 кг продуктов, г						
	Мясо	Рыба	Молоко	Масло	Сыр	Крупа	Картофель
Белки	180	190	30	10	260	130	21
Жиры	20	3	40	865	310	30	2
Углеводы	–	–	50	6	20	650	200
Минеральные соли	9	10	7	12	60	20	10

Цена за 1 кг продуктов, руб.						
Мясо	Рыба	Молоко	Масло	Сыр	Крупа	Картофель
31,8	21	4,28	58,3	67,5	8,1	2,5

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы питательных веществ, необходимых человеку так, чтобы общая стоимость продуктов была минимальной.

**Задача 19.** Четверо работников могут выполнять шесть видов работ. Стоимости  $c_{ij}$  выполнения  $i$  – м работником  $j$  – й работы приведены в

таблице. Для выполнения работ 3 и 6 требуется по два работника, для выполнения остальных работ – по одному.

Рабочие	Стоимость отдельных видов работ, у.е.					
	1	2	3	4	5	6
1. Иванов	7	4	6	3	4	7
2. Петров	9	10	7	9	5	5
3. Сидоров	4	5	11	7	6	7
4. Кузнецов	8	7	8	5	9	4

Необходимо составить план работ так, чтобы все работы были выполнены, каждый работник был задействован не менее, чем в двух работах, а суммарная стоимость выполнения всех работ была минимальной.

*Указание. Использовать переменные назначения*

$$t_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й работник назначен на } j\text{-ю работу;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Эти переменные образуют матрицу назначений  $T = \{t_{ij}\}$ , которая показывает распределение рабочих по работам.

**Задача 20.** Небольшая фабрика выпускает два типа красок: для внутренних (В) и наружных (Н) работ. Продукция обоих видов поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта А и Б. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн соответственно. Расходы продуктов А и Б на 1 т соответствующих красок приведены в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на тонну краски, т		Максимально возможный запас, т
	В	Н	
А	2	1	6
Б	1	2	8

Маркетинговые исследования установили, что суточный спрос на краску В никогда не превышает спроса на краску Н более, чем на 1 т. Кроме того, спрос на краску В никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны красок равны: 20000 руб. для краски В и 30000 руб. для краски Н.

Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

**Задача 21.** Предприятие электронной промышленности выпускает две модели радиоприемников, причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства первой линии – 60 изделий, второй линии – 75 изделий. На радиоприемник первой модели расходуется 10 однотипных элементов электронных схем, на радиоприемник второй модели – 8 таких же элементов. Максимальный суточный запас используемых элементов равен 800 единицам. Прибыль от реализации одного радиоприемника первой и второй моделей равна 30 и 20 долл., соответственно.

Определить оптимальный суточный объем производства первой и второй моделей.

**Задача 22.** Фирма имеет возможность рекламировать свою продукцию, используя местное радио и телевидение. Затраты на рекламу в бюджете фирмы ограничены суммой \$1000 в месяц. Каждая минута радиорекламы обходится в \$5, а каждая минута телерекламы – в \$100. Фирма хотела бы использовать радиосеть, по крайней мере, в два раза чаще, чем телевидение. Опыт прошлых лет показал, что объем сбыта, который обеспечивает каждая минута телерекламы, в 25 раз больше объема сбыта, обеспечиваемого одной минутой радиорекламы.

Определить оптимальное распределение ежемесячно отпускаемых средств между радио- и телерекламой.

**Задача 23.** Фирма имеет 4 фабрики и 5 центров распределения ее товаров. Фабрики фирмы расположены в Томске, Новосибирске, Ачинске и Саяногорске с производственными возможностями соответственно 200, 150, 225 и 175 единиц продукции ежедневно. Центры распределения товаров фирмы располагаются в Томске, Красноярске, Абакане, Барнауле и Стрежевом с потребностями соответственно в 100, 200, 50, 250 и 150 единиц продукции ежедневно. Хранение на фабрике единицы продукции, не поставленной в центр распределения, обходится в \$0,75 в день, а штраф за

просроченную поставку единицы продукции, заказанной потребителем в центр распределения, но там не находящейся, равен \$2,5 в день.

Стоимость перевозки единицы продукции с фабрик в пункты распределения приведена в таблице.

Центры производства	Транспортные расходы, \$				
	Томск	Красноярск	Абакан	Барнаул	Стрежевой
Томск	0,5	1,5	2	2	1,5
Новосибирск	0,9	1,7	2,5	1,1	1,5
Ачинск	1,2	1,1	1,5	2,3	2,0
Саяногорск	2,5	1,2	0,7	2,7	2,8

Необходимо спланировать перевозки, обеспечив минимум транспортных расходов: а) при сбалансированной модели; б) при несбалансированной модели (перепроизводство или дефицит).

**Задача 24.** Бройлерное хозяйство птицеводческой фермы насчитывает 20000 цыплят, которые выращиваются до восьминедельного возраста и после соответствующей обработки поступают в продажу. Будем считать, что в среднем недельный рацион одного цыпленка составляет 500 граммов.

Для того чтобы цыплята достигли к восьмой неделе необходимого веса, кормовой рацион должен удовлетворять определенным требованиям по питательности. Этим требованиям могут соответствовать смеси различных видов кормов или ингредиентов. Ограничимся рассмотрением только трех ингредиентов: известняка, зерна и соевых бобов. В таблице приведены данные, характеризующие содержание питательных веществ в каждом из ингредиентов и удельную стоимость каждого ингредиента.

Ингредиент	Содержание питательных веществ, %			Стоимость, \$/кг
	Кальций	Белок	Клетчатка	
Известняк	38	–	–	0,08
Зерно	0,1	9	2	0,30
Соевые бобы	0,2	5	8	0,80

Смесь должна содержать не менее 0,8% и не более 1,2% кальция, не менее 22% белка и не более 5% клетчатки.

Необходимо определить количество каждого из трех ингредиентов, образующих смесь минимальной стоимости, при соблюдении требований к общему расходу кормовой смеси и ее питательности.

**Задача 25.** Изделия четырех типов проходят последовательную обработку на двух станках. Время обработки одного изделия каждого типа на каждом из станков приведено в таблице.

Станок	Время обработки одного изделия, ч			
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
1	2	3	4	2
2	3	2	1	2

Затраты на производство одного изделия каждого типа определяются как величины, прямо пропорциональные времени использования станков (в машино-часах). Стоимость машино-часа составляет \$10 и \$15 для станков 1 и 2 соответственно. Допустимое время использования станков для обработки изделий всех типов ограничено следующими значениями: 500 машино-часов для станка 1 и 380 машино-часов для станка 2. Цены изделий типов 1, 2, 3 и 4 равны \$80, 70, 75 и 55 соответственно.

Составить план производства, максимизирующий чистую прибыль:

- а) без ограничений на количество изделий разного типа;
- б) с условием, что изделий каждого типа необходимо произвести не менее 10 штук.

**Задача 26.** Фирма производит два вида продукции – А и В. Объем сбыта продукции А составляет не менее 60% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 100 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 2 кг, а на единицу продукции В – 4 кг. Цены продукции А и В равны 20 и 40 долл. соответственно.

Определить оптимальное распределение сырья для изготовления продукции А и В.

**Задача 27.** Завод получает 4 вида полуфабрикатов  $B_i$  ( $i=1...4$ ) в количествах:  $B_1$  – 400 т,  $B_2$  – 250 т,  $B_3$  – 350 т и  $B_4$  – 100 т. В результате смешения этих компонентов получают 3 вида продукции  $A_j$  ( $j=1...3$ ). Пропорции смешиваемых полуфабрикатов следующие: для  $A_1$  – 2:3:5:2, для



$A_2 - 3:1:2:1$ , для  $A_3 - 2:2:1:3$ . Стоимость 1 т продукции  $A_j$  составляет:  $A_1 - 1200$  руб.,  $A_2 - 1000$  руб.,  $A_3 - 1500$  руб.

Составить оптимальный план выпуска продукции по критерию:

- максимальной стоимости выпущенной продукции;
- максимального использования полуфабрикатов.

**Задача 28.** Потребность области в однородном продукте (на перспективу) составляет 150 тыс. т. В области функционирует одно предприятие мощностью 30 тыс. т. Удовлетворение перспективной потребности может быть осуществлено как за счет расширения мощности действующего предприятия, так и за счет строительства новых. Затраты на годовой выпуск продукции (в млн руб.) для всех вариантов строительства в трех возможных пунктах, а также при расширении мощности действующего предприятия приведены в таблице.

Номер пункта	Мощность, тыс. т				
	10	20	30	40	50
1	8	10	15	21	40
2	10	13	17	25	45
3	6	16	20	19	23
4 (действующее предприятие)	9	14	16	19	39

Минимизировать производственные затраты с учетом удовлетворения потребностей области на перспективу.

*Указание.* Использовать переменные назначения  $t_{ij}$  ( $i=1...4$ ;  $j=10,20,30,40,50$ ):

$$t_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если в } i\text{-м пункте строится предприятие} \\ & \text{соответствующей мощности } j; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

**Задача 29.** В цехе размещены 100 станков 1-ого типа и 200 станков 2-ого типа, на каждом из которых можно производить детали  $A_1$  и  $A_2$ . Производительность станков в сутки, стоимость одной детали каждого вида и минимальный суточный план представлены в таблице.

Детали	Производительность станков, дет./сут.		Стоимость одной детали, руб.	Минимальный суточный план, шт.
	Тип 1	Тип 2		
$A_1$	20	15	6	1510
$A_2$	35	30	4	4500

1. Найти количества станков каждого типа, которые необходимо выделить для производства деталей  $A_j$  ( $j=1,2$ ), с таким расчетом, чтобы стоимость продукции, производимой в сутки, была максимальной.

2. Найти количества станков каждого типа, которые необходимо выделить для производства деталей  $A_j$  ( $j=1,2$ ), чтобы обеспечить выполнение минимального суточного плана.

**Задача 30.** На заготовительный участок поступили стальные прутья длиной 111 см. Необходимо разрезать их на заготовки по 19, 23 и 30 см.

1. Построить и решить экстремальную задачу выбора вариантов выполнения работы, при котором число разрезаемых прутьев минимально, если этих заготовок требуется соответственно 311, 215 и 190 шт.

2. Учитывая, что число заготовок должно соответствовать требованию по комплектности, задаваемому соотношением 1:4:2, построить и решить экстремальную задачу максимизации комплектов заготовок.

*Указание.* Стандартная методика решения задач раскройного типа заключается в составлении возможных вариантов раскроя (для этого оформляется отдельная таблица) и постановке экстремальной задачи выбора их наилучшей комбинации по заданным критериям.