

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И САПР ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ И УСТРОЙСТВ**

Учебное пособие  
для студентов направления «Электроника и микроэлектроника»  
(специальность «Электронные приборы и устройства»)

## **Саликаев Юрий Рафаельевич**

Математические модели и САПР электронных приборов и устройств. Конспект лекций: учебное пособие для студентов направления «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства» / Ю.Р. Саликаев; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - 2-е изд. - Томск: ТУСУР, 2012. - 206 с.

Предназначено для студентов очной и заочной форм, обучающихся по направлению «Электроника и микроэлектроника» (специальность «Электронные приборы и устройства») по дисциплине «Математические модели и САПР электронных приборов и устройств».

© Саликаев Ю.Р., 2012

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ  
Зав.кафедрой ЭП  
\_\_\_\_\_ С.М. Шандаров  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 г.

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И САПР ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ И УСТРОЙСТВ**

Учебное пособие  
для студентов направления «Электроника и микроэлектроника»  
(специальность «Электронные приборы и устройства»)

Разработчик  
\_\_\_\_\_ Ю.Р. Саликаев  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2012 г.

## Содержание

1. Введение.....	6
1.1. Цель и предмет автоматизации проектирования (АП).....	6
1.2. История развития САПР.....	9
1.3. Основные особенности построения САПР.....	10
1.4. Аспекты и иерархические уровни проектирования.....	12
2. Процесс проектирования.....	13
2.1. Стадии и этапы проектирования.....	13
2.2. Принципы итерационности проектирования, совместимости, типизации и развития.....	14
2.3. Нисходящее и восходящее проектирование.....	15
2.4. Внешнее и внутреннее проектирование.....	16
2.5. Типовые маршруты и процедуры проектирования.....	17
2.6. Подходы к верификации.....	18
2.7. Классификация проектных процедур.....	19
2.8. Принципы построения маршрутов проектирования.....	21
2.9. Примеры маршрутов проектирования.....	22
2.10. Режимы проектирования в САПР.....	23
3. Классификация САПР.....	25
3.1. Состав и структура САПР.....	27
3.2. Математическое обеспечение (МО) САПР.....	28
3.3. Техническое обеспечение (ТО) САПР.....	29
3.4. Программное обеспечение (ПО) САПР.....	30
3.5. Лингвистическое обеспечение САПР.....	41
3.6. Информационное обеспечение САПР.....	45
3.7. Методическое обеспечение САПР.....	49
3.8. Организационное обеспечение САПР.....	50
4. МО автоматизированного проектирования (АПР).....	50
4.1. Требования к математическим моделям.....	50
4.2. Классификация ММ.....	52
4.3. Многовариантный анализ.....	63
5. Автоматизация схмотехнического проектирования.....	71
5.1. Формы представления моделей элементов схем.....	71
5.2. Математические модели компонентов базовых эквивалентных схем.....	72
5.3. Понятие о многополюсниках.....	74
5.4. Зависимые источники.....	75
5.5. Преобразования Гевенина и Нортонa.....	76
5.6. Нормирование элементов схемы.....	77
5.7. Формирование уравнений на основе метода узловых потенциалов.....	78
5.8. Модели компонентов электронных схем.....	83
5.9. Макромодели.....	104

6. МО процедур синтеза проектных решений.....	111
6.1. Классификация процедур структурного синтеза .....	111
6.2. Решение задач структурного синтеза. Дедуктивные системы .....	113
6.3. Подходы к постановке задач параметрической оптимизации.....	115
6.4. Постановка задач оптимизации при внутреннем проектировании.....	117
6.5. Постановка задач оптимизации при внешнем проектировании.....	120
6.6. Содержание методов оптимизации в САПР.....	121
6.7. Методы безусловной оптимизации .....	123
6.8. Методы условной оптимизации.....	127
6.9. Методы дискретной оптимизации .....	128
Список литературы .....	129

## 1 Введение

### 1.1 Цель и предмет автоматизации проектирования (АП)

*Проектирование* – процесс составления описания, необходимого для создания в заданных условиях еще не существующего объекта, на основе первичного описания этого объекта и (или) алгоритма его функционирования. Проектирование включает в себя комплекс работ по изысканию, исследованию, расчетам и конструированию. Проектирование – это сложный специфический вид созидательной деятельности человека, основанный на глубоких научных знаниях и творческом поиске, использовании накопленного опыта и навыков в определенной сфере, не лишенный, однако, необходимости выполнения трудоемких рутинных работ.

Под *автоматизацией проектирования* (АП) понимается такой способ выполнения процесса разработки проекта, когда проектные процедуры осуществляются разработчиком изделия при тесном взаимодействии с ЭВМ. АП предполагает систематическое использование средств вычислительной техники (ВТ) при рациональном распределении функций между проектировщиком и ЭВМ и обоснованном выборе методов машинного решения задач. Рациональное распределение функций между человеком и ЭВМ подразумевает, что человек должен в основном решать задачи творческого характера, а ЭВМ – задачи, допускающие формализованное описание в виде алгоритма, что позволяет достичь большей эффективности по сравнению с традиционным ручным способом.

Существенное преимущество машинных методов проектирования состоит в возможности проводить на ЭВМ эксперименты на *математических моделях (ММ) объектов проектирования*, отказавшись от дорогостоящего *физического моделирования* или сократив его.

*Цель АП* – повышение качества, снижение материальных затрат, сокращение сроков проектирования и ликвидация тенденции к росту числа инженерно-технических работников, занятых проектированием, повышение производительности их труда.

АП возникла на базе достижений конкретных технических дисциплин, вычислительной математики и ВТ.

В *конкретных технических дисциплинах* зародились и получили развитие принципы построения технических объектов, приемы и типовые последовательности выполнения проектных задач, системы основных понятий, терминов, классификаций, оценок проектируемых объектов. Многие положения, принципы и приемы традиционного инженерного проектирования совместимы с требованиями автоматизации и оказывают определенное влияние на методологию современного автоматизированного проектирования (АПР).

Однако при традиционном проектировании ориентация на ручной счет не позволяла положить расчетные методы в основу выполнения большинства проектных процедур. Поэтому в процессе неавтоматизированного проектирования преимущественно используются экспериментальные методы исследования и оценки качества проектных решений, получаемых на основе инженерного опыта и интуиции без привлечения формальных методов. С ростом сложности проектируемых объектов сроки и стоимость такого проектирования оказываются чрезмерно большими. Поэтому возникла необходимость в переходе *от физического экспериментирования к математическому моделированию*, замене эвристических приемов оценок, определения параметров и оформления документации алгоритмизированными процедурами.

*Вычислительная математика* дала возможность алгоритмизировать и автоматизировать ряд проектных процедур, имеющих известную математическую интерпретацию.

Однако математическая постановка для большинства проектных процедур неочевидна, а их последующая алгоритмическая реализация существующими математическими методами часто неудовлетворительна. Поэтому формализация задач, выбор и разработка ММ, методов и алгоритмов выполнения проектных процедур в значительной мере определяют содержание теории АПР.

Необходимое условие реализации алгоритмизированных проектных процедур – наличие соответствующих **средств ВТ**. Особенностью АПР является существование задач, возможности решения которых без принятия упрощающих предположений находятся за пределами возможностей ВТ. Поэтому в крупных системах автоматизированного проектирования (САПР) находят применение ЭВМ предельной производительности. Приспособление задач к возможностям имеющейся ВТ происходит, во-первых, на основе специальных приемов разделения процесса проектирования на ряд иерархических уровней и аспектов, во-вторых, благодаря сохранению за человеком в САПР тех функций, которые не могут быть выполнены формальными методами с приемлемыми затратами времени и средств. В результате процесс АПР сводится к необходимости решения конечной последовательности задач приемлемой сложности в режиме взаимодействия человека и ЭВМ.

Необходимость взаимодействия человека и ЭВМ и специфика проектных задач порождают много дополнительных требований к техническим средствам (ТС). Кроме устройств программной обработки данных, необходимы специальные устройства оперативного обмена информацией, документирования и архива проектных решений, хранения информации в виде базы знаний, отражающей накопленный опыт проектирования. Вопросы организации совместного функционирования ТС в составе САПР образуют важный раздел теории АПР. Эти вопросы

касаются не только аппаратных средств, но даже в большей мере средств программного обеспечения (ПО) САПР.

Таким образом, *АП как научно-техническая дисциплина включает в себя:*

- 1) методологию АПР;
- 2) МО, объединяющее ММ, методы и алгоритмы для выполнения различных проектных процедур;
- 3) вопросы комплексирования ТС и разработки специализированной аппаратуры для САПР;
- 4) вопросы разработки и использования программно-информационного обеспечения банков данных, пакетов прикладных программ (ППП), операционных систем ЭВМ.

Выделение АП как самостоятельного научно-технического направления связано с тем, что постановка и методы решения проектных задач при автоматизированном и неавтоматизированном проектировании существенно различаются. *Предметом АП* являются формализация проектных процедур, структурирование и типизация процессов проектирования, постановки, модели, методы и алгоритмы решения проектных задач, способы построения ТС, создания языков, описания программ, банков данных, а также вопросы их объединения в единую проектирующую систему.

Применение ЭВМ для решения инженерных задач началось сразу же после появления первых ЭВМ. Однако это применение требовало от пользователя трудоемкой подготовки задач к решению, заключающейся в математической формулировке задачи, выборе численного метода, разработке алгоритма и его записи на одном из языков программирования. АПР отличается от подобного использования ЭВМ прежде всего тем, что почти все из перечисленных операций автоматизированы и выполняются на ЭВМ с помощью заранее разработанного ПО, рассчитанного на многократное применение при решении определенного класса проектных задач. От пользователя требуется лишь описать исходные данные задачи на проблемно-ориентированном языке и быть готовым к оценке результатов и принятию решений по полученным от ЭВМ сведениям.

**Система автоматизированного проектирования (САПР)** - это организационно-техническая система, состоящая из комплекса средств АП, взаимодействующего с подразделениями проектной организации, и выполняющая АПР.

В комплекс средств АП, наряду с техническим, математическим и другими видами обеспечения, входит ПО. Важно отметить, что программы в САПР разрабатываются не инженерами-пользователями, а специалистами по САПР. Программы разрабатываются единожды, а применяются многократно в различных ситуациях, возникающих при проектировании многих объектов. *Несмотря на это, инженеру-пользователю необходимо знать методы и алгоритмы, реализованные*

*в программах САПР, что поможет избежать ошибок в формулировке задач, выборе исходных данных, интерпретации результатов и получить их с наименьшими затратами общего и машинного времени.*

**Основная функция САПР** - осуществление АПР на всех или отдельных стадиях проектирования объектов и их составных частей на основе применения математических и других моделей, автоматизированных проектных процедур и средств ВТ.

Функционирование САПР должно обеспечивать получение проектных решений, выполненных в заданной форме. **Проектное решение** – описание объекта проектирования или его составной части, достаточное для рассмотрения и принятия заключения об окончании проектирования или путях его продолжения. **Результатом проектирования** в САПР является удовлетворяющая заданным требованиям совокупность законченных проектных решений, необходимых для создания объекта проектирования.

## 1.2 История развития САПР

Знание истории помогает лучше понять современное состояние АПР и может стимулировать творческий подход к планированию работ в этой области.

В начале 1950-х годов в Массачусетском технологическом институте был разработан фрезерный станок, автоматически управляемый с помощью ЭВМ. Это событие положило начало эволюции станков с числовым программным управлением. Заметим, что автоматизированное производство не только не является следствием развития АПР, но даже имеет свои собственные истоки развития. Представление о проектировщике, использующем интерактивные графические средства, было сформировано Сазерлендом, одним из пионеров АПР; система SKETCHPAD была разработана им в 1963 году. Такие понятия, как «резиновая нить», поле зрения светового пера, увеличение, вращение и сегментирование изображений, родились в те же дни. В 1964 г. фирма General Motors объявила о создании системы DAC-1, в большей степени предназначенной для получения твердых копий чертежей, чем для интерактивной графики. В 1965 г. фирма Bell Telephone Laboratories заявила о создании системы с удаленными дисплеями GRAPHIC 1, применявшейся для размещения соединяющих проводников и составления и редактирования текста. Эта система явилась ранним воплощением важной идеи распределения вычислительной мощности в САПР между локальными интерактивными рабочими станциями и центральной главной ЭВМ.

В 1966 г. в отделе компонентов фирмы IBM была создана система для проектирования гибридных интегральных схем, применявшихся в ЭВМ IBM. В 1967 г. был предложен алгоритм для решения проблем,

связанных с невидимыми линиями. В 1972 г. фирмой RCA была разработана система, названная GOLD и предназначенная для получения чертежей масок интегральных схем. Система могла взаимодействовать с большой ЭВМ, работающей в режиме разделения времени. В первой половине 70-х годов была проделана огромная теоретическая работа и заложены основы АПР. Ускорилось развитие метода конечных элементов и разработка программ на его основе. В это же время существенные усилия были предприняты для разработки методов удаления невидимых линий и поверхностей. В 1972 г. в Рочестерском университете были созданы системы геометрического моделирования PADL.

В 1973 г. в обзоре фирмы Lockheed было показано, что машинная графика не только может применяться в процессе проектирования, но и является, кроме того, экономически эффективной. В 1975 г. Истмэн описал базу данных для АПР. Как направление АПР начала формироваться машинная графика. В 1978 г. фирма Hewlett-Packard объявила о создании терминала с растровым дисплеем на базе микропроцессора. Конец 70-х годов характеризуется быстрым превращением АПР из исследовательских попыток в экономически привлекательный, а во многих областях и незаменимый промышленный инструмент. В начале 1980-х годов АПР выглядит вполне развитым рыночным продуктом. В 1990-х годах АПР стала обычным инструментом во всех конструкторских бюро, развиваясь в сочетании с постоянным совершенствованием методов разработки. Сейчас не только промышленно развитые, но и развивающиеся страны ясно понимают, что АПР в недалеком будущем станет существенной составной частью практически всех промышленных предприятий.

### 1.3 Основные особенности построения САПР

**САПР – человеко-машинная система.** Все создаваемые с помощью ЭВМ системы проектирования являются автоматизированными. Важную роль в них играет человек – инженер, разрабатывающий проект технического средства.

В настоящее время и, по крайней мере, в ближайшие годы создание САПР «не угрожает» монополии человека при принятии узловых решений в процессе проектирования. Человек должен решать в САПР, во-первых, задачи, формализация которых не достигнута, и, во-вторых, задачи, которые решаются человеком на основе эвристических способностей более эффективно, чем на современной ЭВМ. Тесное взаимодействие человека и ЭВМ в процессе проектирования – один из принципов построения и эксплуатации САПР.

**САПР – иерархическая система.** Она реализует комплексный подход к автоматизации всех уровней проектирования. Блочнo-иерархический подход к проектированию должен быть сохранен при применении САПР. Иерархия уровней проектирования отражается в

структуре специализированного ПО САПР в виде иерархии подсистем.

Следует особо подчеркнуть целесообразность обеспечения комплексного характера САПР, так как АП на одном из уровней при сохранении старых форм проектирования на соседних уровнях оказывается значительно менее эффективной, чем полная автоматизация всех уровней. ТС САПР разделяются на центральный вычислительный комплекс и автоматизированные рабочие места проектировщиков.

**САПР - совокупность информационно согласованных подсистем**, т.е. все или большинство последовательностей задач проектирования обслуживаются информационно согласованными программами. Две программы являются информационно согласованными, если все те данные, которые представляют собой объект переработки в обеих программах, входят в числовые массивы, не требующие изменений при переходе от одной программы к другой. Так, информационные связи могут проявляться в том, что результаты решения одной задачи будут исходными данными для другой задачи. Если для согласования программ требуется существенная переработка массива данных с участием человека, который добавляет недостающие параметры, вручную перекомпоновывает массив или изменяет значения отдельных параметров, то это значит, что программы информационно плохо согласованы. Это ведет к существенным временным задержкам, росту числа ошибок и поэтому снижает эффективность работы САПР. Плохая информационная согласованность превращает САПР в совокупность автономных программ.

**САПР – открытая и развивающаяся система.** Существуют, по крайней мере, две причины, по которым САПР должна быть изменяющейся во времени системой. Во-первых, разработка столь сложного объекта, как САПР, занимает продолжительное время и экономически выгодно вводить в эксплуатацию части системы по мере их готовности. Введенный в эксплуатацию базовый вариант системы в дальнейшем расширяется. Во-вторых, постоянный прогресс ВТ и вычислительной математики приводит к появлению новых, более совершенных ММ и программ, которые должны заменять старые, менее удачные аналоги. Поэтому САПР должна быть открытой системой, т.е. обладать свойством удобства включения новых методов и средств.

**САПР – специализированная система с максимальным использованием унифицированных модулей.** Требования высокой эффективности и универсальности, как правило, противоречивы. Высокой эффективности САПР, выражаемой прежде всего малыми временными и материальными затратами при решении проектных задач, добиваются за счет специализации систем. Очевидно, число различных САПР при этом растет. Чтобы снизить расходы на разработку многих специализированных САПР, целесообразно строить их на основе максимального использования унифицированных составных частей. Необходимое условие унификации – поиск общих положений в моделировании, анализе и синтезе разнородных

технических объектов, например, принципы построения общего и специального ПО, формирование типовых последовательностей задач и программ, организация взаимодействия инженера и ЭВМ, подходы к получению ММ проектируемых объектов и т.д.

#### 1.4 Аспекты и иерархические уровни проектирования

Представления инженера о сложных технических объектах в процессе их проектирования разделяются на аспекты и иерархические уровни.

**Аспекты** характеризуют ту или иную группу родственных свойств объекта. Типичные аспекты в описаниях технических объектов - функциональный, конструкторский и технологический. **Функциональный аспект** отражает физические и (или) информационные процессы, протекающие в объекте при его функционировании. **Конструкторский аспект** характеризует структуру, расположение в пространстве и форму составных частей объекта, **технологический аспект** - технологичность, возможности и способы изготовления объекта в заданных условиях. Вводятся также понятия функционального, конструкторского и технологического проектирования, связанные с решением групп задач, относящихся к соответствующему аспекту.

В ряде случаев целесообразно подразделять описания на большее количество аспектов. Например, при проектировании вычислительных систем отдельный аспект составляет описание алгоритмов и программ, при проектировании электромеханических периферийных устройств выделяют аспекты электронный и механический и т.п.

Представления о сложных объектах внутри каждого аспекта необходимо разделять на **иерархические уровни (уровни абстрагирования)**. На верхнем иерархическом уровне рассматривается весь сложный объект как совокупность взаимодействующих подсистем. При этом описание каждой подсистемы не должно быть слишком подробным, так как это приведет к чрезмерной громоздкости описаний и невозможности решения возникающих проектных задач. На следующем иерархическом уровне каждая выделенная подсистема рассматривается отдельно как система, состоящая из некоторых составных частей, которые имеют уже большую подробность описаний. Данный иерархический уровень называется уровнем подсистем. Процесс декомпозиции описаний и поблочного их рассмотрения с возрастающей детальностью можно продолжить вплоть до получения описаний блоков, состоящих из базовых элементов (нижний иерархический уровень). Разделение описаний проектируемых объектов на иерархические уровни по степени подробности отражения свойств объектов составляет сущность блочно-иерархического подхода к проектированию. Соответственно возможно разделение проектирования как процесса на группы проектных процедур,

связанных с получением и преобразованием описаний выделенных уровней и называемых иерархическими уровнями проектирования.

Типичные иерархические уровни функционального проектирования БИС и СБИС: функционально-логический (на котором проектируются функциональные и логические схемы); схемотехнический (на котором разрабатываются принципиальные электрические схемы функциональных узлов); компонентный (на котором решаются задачи проектирования элементов интегральных схем). К типичным иерархическим уровням функционального проектирования ЭВМ относятся системный и функционально-логический. При этом функционально-логический уровень часто разделяют на уровни регистровых передач и вентиляный.

Иерархические уровни конструкторского проектирования ЭВМ связаны с разработкой конструктивов: стоек, рам и панелей, типовых элементов замены (ТЭЗ).

Иерархические уровни технологического проектирования выделяют в соответствии с группами задач проектирования принципиальных схем технологических процессов, маршрутной и операционной технологии.

**Принцип декомпозиции** предполагает структуризацию (разбиение) представлений *соответствующего уровня описания* объекта на составные части с целью их отдельного проектирования с учетом согласования принимаемых решений (на одном уровне).

**Принцип иерархичности** предполагает структуризацию представлений об объектах и их составных частях по степени конкретизации и детализации описания с целью последовательного наращивания сложности описания объекта в сочетании с декомпозицией (связь между разными уровнями).

## 2 Процесс проектирования

### 2.1 Стадии и этапы проектирования

Проектирование делится на стадии, этапы и процедуры. При проектировании сложных объектов выделяют стадии научно-исследовательских работ (НИР), опытно-конструкторских работ (ОКР), технического проекта, рабочего проекта, испытаний опытного образца.

Стадию НИР во многих случаях можно разделить на стадии предпроектных исследований, технического задания, технического предложения. На этих стадиях последовательно изучаются потребности в получении новых изделий с заданным назначением, исследуются физические, информационные, конструктивные и технологические принципы построения изделий и возможности реализации этих принципов, прогнозируются возможные значения характеристик и параметров объектов. Результатом НИР является формулировка технического задания (ТЗ) на разработку нового объекта.

На стадии ОКР разрабатывается эскизный проект изделия,

проверяются, конкретизируются и корректируются принципы и положения, установленные на стадии НИР.

На стадии технического проекта принимаются подробные технические решения и прорабатываются все части проекта.

На стадии рабочего проекта создается полный комплект конструкторско-технологической документации, достаточный для изготовления объекта.

На стадии испытаний опытного образца (или пробной партии при крупносерийном производстве) получают результаты, позволяющие выявить возможные ошибки и недоработки производства изделий.

Проектирование разделяется также на этапы. **Этап проектирования** – это условно выделенная часть проектирования, сводящаяся к выполнению одной или нескольких проектных процедур, объединенных по признаку принадлежности получаемых проектных решений к одному иерархическому уровню и (или) аспекту описаний. **Проектная процедура** – часть проектирования, заканчивающаяся получением проектного решения. Примерами проектных процедур служат синтез функциональной схемы устройства, оптимизация параметров функционального узла, трассировка межсоединений на печатной плате и т.п.

## **2.2 Принципы итерационности проектирования, совместимости, типизации и развития**

Принцип итерационности проектирования. При разработке сложных объектов в условиях многоэтапного иерархического проектирования выработать рациональные проектные решения путем однократного прохождения необходимых этапов и уровней удается далеко не всегда. Поэтому чаще всего проектирование ведут как итерационный процесс с возвратом к предшествующим этапам и уровням. Это же относится и к процедурам оптимизации проектных решений.

Принцип совместимости обеспечивает совместное функционирование составных частей САПР и сохраняет открытую систему в целом.

Принцип типизации ориентирует на преимущественное создание и использование типовых и унифицированных элементов САПР.

**Типизация проектных решений** целесообразна при их многократном использовании. Для разработки уникальных объектов типовые решения (ТР) используют в ограниченном объеме (в большей или меньшей степени) при наличии соответствующих возможностей.

**Унификация методологии проектирования** предполагает выбор и разработку методов, обеспечивающих достаточно эффективно проектирование объектов соответствующего класса (группы). **Унификация средств проектирования** предполагает разработку проектных процедур, выполняемых непосредственно проектировщиком

либо с использованием технических и программных средств, для проектирования объектов соответствующего класса (группы).

Глубокая **типизация** проектных решений и методологии средств проектирования лежат в основе рационализации проектирования, позволяя сокращать объем и сроки разработки. Для повышения эффективности и рационализации процесса проектирования типизация используется совместно с оптимизацией и автоматизацией.

В пределах имеющихся в распоряжении проектировщиков материалов эффективность проектируемых объектов в наибольшей степени определяется оптимальностью принимаемых решений. **Оптимизация** предполагает принятие таких решений, которые в наибольшей степени соответствуют требованиям, являющимся критериальными, и удовлетворяют требованиям, используемые в качестве ограничений.

Типизация и оптимизация не дают существенного эффекта без **автоматизации** проектных работ, т.е. внедрения автоматизированного (автоматического) проектирования, определяемого по ГОСТ 22487–77 как проектирование, при котором отдельные преобразования описаний объекта и (или) алгоритма его функционирования или алгоритма процесса, а также представления описаний на различных языках осуществляются взаимодействием человека и ЭВМ (без участия человека). Автоматизируют процедуры ввода и вывода различных данных, поиска, разработки, принятия, оценки, контроля и хранения проектных решений, компоновки, редактирования и вывода (изготовления) проектной документации, информационно-справочного обслуживания. В автоматизированный (частично автоматический) режим выполнения может быть переведено до 90 % всех проектных работ. Только небольшая часть в основном творческих процессов не может быть автоматизирована. Это поиск и принятие оригинальных решений, принятие решений (по выбору вариантов, направленности процесса проектирования и т.п.) в неформализуемых ситуациях, решение наиболее сложных вопросов по согласованию решений. Но и эти работы могут быть значительно интенсифицированы за счет автоматизации информационно-справочного обслуживания.

Принцип развития обеспечивает пополнение, совершенствование и обновление составных частей САПР, а также взаимодействие и расширение взаимосвязи с автоматизированными системами различного уровня и функционального назначения.

### **2.3 Нисходящее и восходящее проектирование**

Если решение задач высоких иерархических уровней предшествует решению задач более низких иерархических уровней, то проектирование называют **нисходящим**. Если раньше выполняются этапы, связанные с

низшими иерархическими уровнями, проектирование называют **восходящим**.

У каждого из этих двух видов проектирования имеются преимущества и недостатки. При нисходящем проектировании система разрабатывается в условиях, когда ее элементы еще не определены и, следовательно, сведения о их возможностях и свойствах носят предположительный характер. При восходящем проектировании, наоборот, элементы проектируются раньше системы, и, следовательно, предположительный характер имеют требования к элементам. В обоих случаях из-за отсутствия исчерпывающей исходной информации имеют место отклонения от потенциально возможных оптимальных технических результатов. Однако нужно помнить, что подобные отклонения **неизбежны** при блочно-иерархическом подходе и что какой-либо приемлемой альтернативы блочно-иерархическому подходу при проектировании сложных объектов не существует. Поэтому оптимальность результатов блочно-иерархического проектирования следует рассматривать с позиций технико-экономических показателей, включающих в себя, в частности, материальные и временные затраты на проектирование.

Поскольку принимаемые предположения могут не оправдаться, часто требуется повторное выполнение проектных процедур предыдущих этапов после выполнения проектных процедур последующих этапов. Такие повторения обеспечивают последовательное приближение к оптимальным результатам и обуславливают итерационный характер проектирования.

На практике обычно сочетают восходящее и нисходящее проектирование. Например, восходящее проектирование имеет место на всех тех иерархических уровнях, на которых используются унифицированные элементы, которые, очевидно, разрабатываются раньше, чем та или иная конкретная система из определенного класса.

## 2.4 Внешнее и внутреннее проектирование

При нисходящем проектировании **формулировка ТЗ** на разработку элементов k-го иерархического уровня относится к проектным процедурам этого же уровня. Иначе обстоит дело с **разработкой ТЗ** на систему высшего иерархического уровня или на унифицированную систему элементов, предназначенную для многих применений. Здесь разработка ТЗ является самостоятельным этапом проектирования, называемым **внешним проектированием**. В отличие от него, этапы проектирования объекта по сформулированным ТЗ называют **внутренним проектированием**.

Основа внешнего проектирования – правильный учет современного состояния техники, возможностей технологии, прогноз их развития на период времени, не меньший жизненного цикла объекта. Наряду с техническими факторами, необходимы учет экономических показателей,

прогноз стоимости и сроков проектирования и изготовления. На основе изучения состояния и перспектив научно-технического прогресса группа экспертов формулирует первоначальный вариант ТЗ на систему. Оценку выполнимости сформулированного ТЗ и рекомендации по его корректировке получают с помощью проектных процедур внутреннего проектирования.

Итак, на начальных стадиях проектирования сложных систем имеет место итерационный процесс, в котором поочередно выполняются процедуры внешнего и внутреннего проектирования – формулировка ТЗ, его корректировка, оценка выполнимости, прогноз материальных и временных затрат на проектирование и изготовление.

## 2.5 Типовые маршруты и процедуры проектирования

*Маршрутом проектирования* называется последовательность проектных процедур, ведущая к получению требуемых проектных решений. Пример типового маршрута проектирования – разрезание принципиальной схемы устройства на части, размещение микросхем на плате, расслоение межсоединений, трассировка, оформление конструкторской документации и управляющей информации для программно-управляемого технологического оборудования.

Проектные процедуры делятся на процедуры синтеза и анализа. Процедуры синтеза заключаются *в создании описаний* проектируемых объектов. В таких описаниях отображаются структура и параметры объекта и соответственно существуют процедуры структурного и параметрического синтеза. Под *структурой объекта* понимают состав его элементов и способы связи элементов друг с другом. *Параметр объекта* – величина, характеризующая некоторое свойство объекта или режим его функционирования. Примерами процедур структурного синтеза служат синтез логической схемы (структура которой выражается перечнем входящих в нее логических элементов и соединений) или синтез алгоритма (его структура определяется составом и последовательностью операторов). Процедура параметрического синтеза заключается в расчете значений параметров элементов при заданной структуре объекта, например, геометрических размеров интегральных компонентов при заданном эскизе топологии микросхемы или номиналов пассивных элементов в заданной принципиальной электрической схеме.

Структурирование объекта иногда может вызвать затруднения. Это относится, например, к проектированию интегральных схем на компонентном уровне. Однако и здесь можно условно выделить участки полупроводникового кристалла и рассматривать их как элементы структуры.

Процедуры анализа заключаются *в исследовании проектируемого объекта* или его описания, направленном на получение полезной

информации о свойствах объекта. Цель анализа – проверка работоспособности объекта. Часто задача анализа формулируется как задача установления соответствия двух различных описаний одного и того же объекта. При этом одно из описаний считается первичным и его корректность предполагается установленной. Другое описание относится к более подробному уровню иерархии или к другому аспекту, и его правильность нужно установить сопоставлением с первичным описанием. Такое сопоставление называется *верификацией*.

## 2.6 Подходы к верификации

Существуют два подхода к верификации проектных процедур: аналитический и численный. Аналитический подход основан на использовании формальных методов доказательства. Для его реализации необходимо в рамках некоторой формальной системы установить язык представления проектных решений и правила преобразования предложений и конструкций этого языка, разработать алгоритмы целенаправленного применения правил для приведения сравниваемых вариантов к виду, по которому можно сделать заключение о наличии или отсутствии соответствия этих вариантов. Этот подход реализуется в дедуктивных системах. В настоящее время класс объектов, для которых удастся реализовать аналитический подход, ограничен.

Численный подход основан на математическом моделировании процессов функционирования проектируемых объектов. Моделирование – это исследование объекта путем создания его модели и оперирования ею с целью получения полезной информации об объекте. При математическом моделировании исследуется ММ объекта.

*ММ* технического объекта называется совокупность математических объектов (чисел, скалярных переменных, векторов, матриц, графов и т.п.) и связывающих их отношений, отражающая свойства моделируемого технического объекта, интересующие инженера-проектировщика.

Типичная форма функциональных ММ – система уравнений, выражающая взаимосвязи между фазовыми  $V$  (характеризуют состояние объекта), внутренними  $X$  (соответствуют параметрам элементов, составляющих модель объекта), внешними  $Q$  (характеризуют состояние внешней по отношению к объекту среды) и независимыми переменными, которыми могут быть время  $t$  и пространственные координаты  $z_1, z_2$  и  $z_3$ . Решением системы уравнений являются зависимости элементов вектора  $V$  фазовых переменных от  $Z = (t, z_1, z_2, z_3)$ , представляемые в виде совокупности графиков или в табличной форме.

Верификация на основе моделирования заключается в установлении соответствия проектного решения, представленного ММ  $M_{пр}$ , исходному (эталонному) описанию, заданному в виде ТЗ или модели  $M_{эт}$  иного иерархического уровня или аспекта, нежели  $M_{пр}$ . Модели  $M_{пр}$  и  $M_{эт}$  в

в общем случае имеют разные размерности и состав векторов фазовых переменных. Однако обе модели должны при совпадающих внешних условиях приводить к одинаковым, в пределах заданной точности, зависимостям  $V_{эт}(Z)$  и  $V_{пр}(Z)$ , где  $V_{эт}$  и  $V_{пр}$  - векторы фазовых переменных на выходах проектируемого объекта (или, что то же самое, на границах, отделяющих объект от внешней среды). Идентичность внешних условий означает, что в моделях  $M_{пр}$  и  $M_{эт}$  должны использоваться одинаковые векторы **внешних параметров**  $Q=(q_1, q_2, \dots, q_i)$ . Типичные внешние параметры – температура окружающей среды, напряжения источников питания, параметры входных сигналов и нагрузки. Соответствие двух описаний (моделей), в указанном выше смысле, называют **функциональной эквивалентностью**. Она подтверждает правильность выбранных в ходе проектирования внутренних параметров модели  $M_{пр}$ .

Если  $Z$ ,  $Q$ ,  $V_{эт}$  и  $V_{пр}$  – векторы дискретных величин (в частности, элементами векторов  $V_{эт}$  и  $V_{пр}$  могут быть булевы переменные), то положительный результат верификации будет при совпадении значений векторов  $V_{эт}$  и  $V_{пр}$  во всех точках дискретного пространства переменных  $Z$  и  $Q$ . Такая ситуация характерна для верификации логических схем. Однако в практических задачах количество точек пространства  $(Z, Q)$  слишком велико, поэтому актуально сокращение числа испытаний при верификации. Эта проблема связана с подбором подходящих тестовых входных воздействий для обнаружения несоответствий в моделях  $M_{пр}$  и  $M_{эт}$ .

При непрерывном характере хотя бы части элементов векторов  $V_{эт}(Z)$  и  $V_{пр}(Z)$  соответствие моделей устанавливается по совпадению выходных параметров  $y_j$ . **Выходные параметры** – это величины, характеризующие свойства системы. Типичные выходные параметры – функционалы зависимостей  $V(Z)$ , например, задержка распространения, амплитуда выходного сигнала, частота генерируемых колебаний. Если в результате моделирования для каждого тестового воздействия получают с оговоренной точностью совпадение выходных параметров, рассчитанных с помощью сравниваемых моделей, то говорят о соответствии (корректности) проверяемого описания.

## 2.7 Классификация проектных процедур

На рис. 2.1 представлена одна из возможных классификаций проектных процедур.

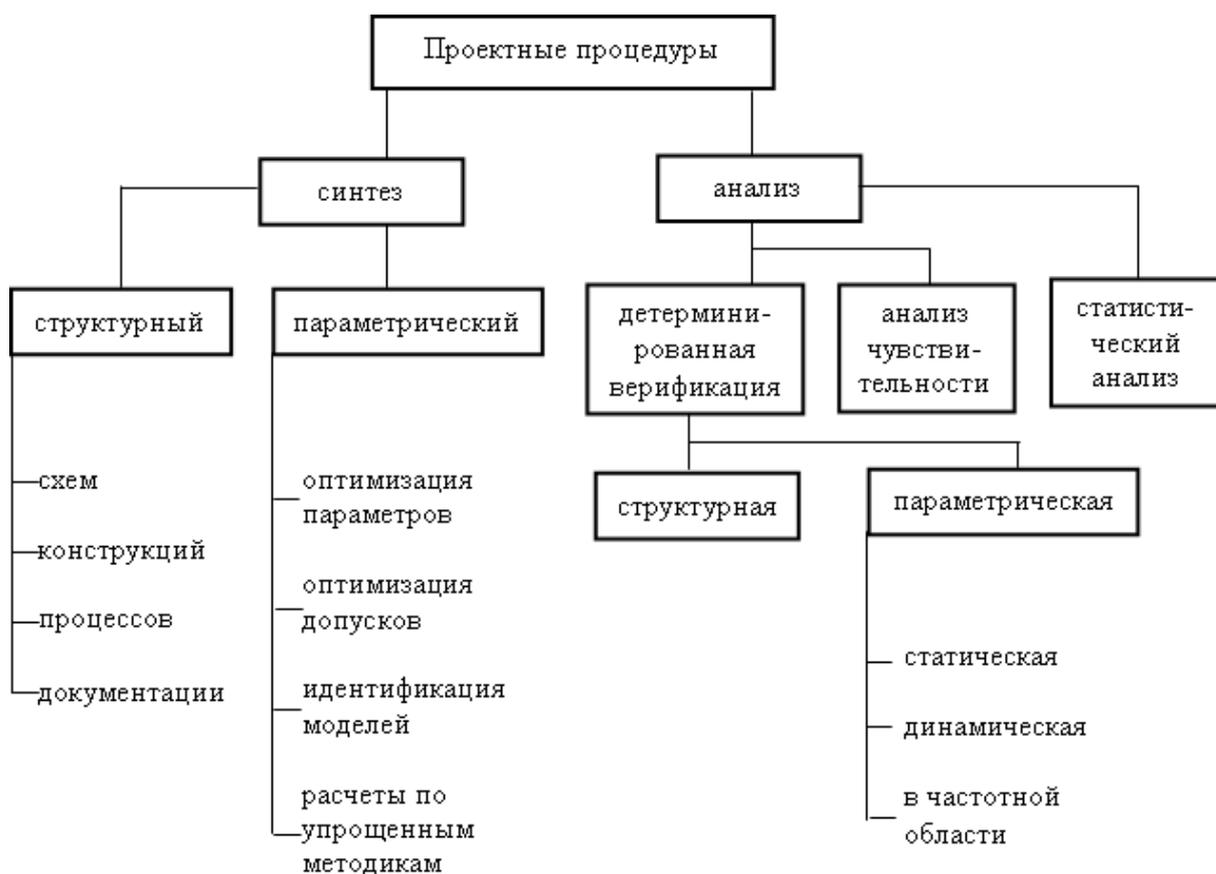


Рисунок 2.1 – Классификация проектных процедур

Процедуры структурного синтеза по характеру проектируемого объекта делятся на синтез схем (принципиальных, функциональных, структурных, кинематических и др.), конструкций (определение геометрических форм, взаимного расположения деталей), процессов (технологических, вычислительных и др.), документации (чертежей, пояснительных записок, ведомостей и др.).

Основные процедуры параметрического синтеза – оптимизация номинальных значений параметров элементов и их допусков. Важная задача назначения технических требований на параметры объекта, решаемая при внешнем проектировании, отнесена к задаче оптимизации допусков. Идентификация моделей заключается в расчете параметров, используемых в ММ. Для процедур оптимизации, как правило, требуется выполнение большого объема вычислений с помощью сложных программных комплексов. В отдельных случаях удовлетворительные результаты параметрического синтеза получаются на основе упрощенных методик, подобных расчетным методикам неавтоматизированного проектирования.

Детерминированная верификация может быть направлена на выявление соответствия структур объектов, заданных двумя различными описаниями (структурная верификация), или значений выходных параметров (параметрическая верификация). Параметрическая

верификация может выполняться по полной совокупности параметров или по их части, в последнем случае различают верификацию статическую, динамическую, в частотной области.

Статистический анализ предназначен для получения статистических сведений о выходных параметрах при заданных законах распределения параметров элементов. Результаты статистического анализа можно представлять гистограммами, оценками числовых характеристик распределений выходных параметров.

Анализ чувствительности заключается в расчете коэффициентов чувствительности выходных параметров  $y_j$  к изменениям параметров элементов  $x_i$  (или внешних параметров  $q_i$ ).

Задачи, в которых исследование свойств объекта сводится к однократному решению уравнений модели при фиксированных значениях внутренних и внешних параметров, называются **задачами одновариантного анализа**. Задачи, требующие многократного решения уравнений модели при различных значениях внутренних и внешних параметров, называются **задачами многовариантного анализа** (см. раздел 4.3).

## 2.8 Принципы построения маршрутов проектирования

Основные принципы построения маршрутов проектирования – расчленение сложной задачи синтеза полного комплекта конструкторско-технологической документации на более простые задачи синтеза промежуточных проектных решений, чередование процедур синтеза и верификации, итерационность проектирования, усиление тщательности анализа (многовариантность, усложнение моделей) по мере приближения к окончательному проектному решению.

Расчленение сложной задачи синтеза на ряд простых выполняется в соответствии с рассмотренными положениями блочно-иерархического подхода к проектированию. Расчленение позволяет распределить работу между соответствующими подразделениями проектного предприятия, организовать параллельно-последовательное выполнение проектных процедур коллективом разработчиков.

Чередование процедур синтеза и верификации обусловлено тем, что для большинства задач структурного синтеза отсутствуют методы, обеспечивающие безошибочное получение проектных решений, удовлетворяющих требованиям ТЗ. Это связано с трудностями формализации задач синтеза, в результате чего основные решения принимает человек на основе эвристических приемов. При этом невозможно учесть все многообразие качественных и количественных требований и избежать ошибок. Поэтому результаты предложенных при синтезе проектных решений контролируются выполнением верификации.

Итерационность проектирования обусловлена двумя факторами. Во-

первых, она вытекает из особенностей блочно-иерархического подхода. Действительно, при нисходящем проектировании на  $n$ -м иерархическом уровне можно лишь предположительно судить о свойствах неспроектированных элементов, которые будут разрабатываться на следующем,  $(n+1)$ -м, уровне. При восходящем проектировании неопределенность связана с требованиями ТЗ, корректность которых может быть установлена только при выполнении процедур самого верхнего иерархического уровня. Поэтому ошибочность или неоптимальность решений, полученных на предыдущих этапах, выявляется в последующем, что требует возврата к предыдущим этапам для перепроектирования. Во-вторых, итерационность связана с чередованием синтеза и верификации, представляющим собой последовательное приближение к приемлемому проектному решению. Очевидно, что на первых итерациях синтезируемые варианты хуже, с точки зрения выполнения ТЗ, чем последующие. Поэтому на первых итерациях с помощью довольно приближенных моделей полученные варианты оцениваются быстро и просто. Чем ближе очередной вариант к окончательному решению, тем более точное исследование требуется для его оценки. Следовательно, в процедурах верификации нужно использовать не одну модель объекта, а *иерархический ряд моделей*, различающихся сложностью и точностью.

Усиление тщательности анализа по мере приближения к окончательному решению выражается также в том, что проверка производится по все большему числу показателей, *оговариваемых в ТЗ*, зачастую с учетом статистического характера параметров и нестабильности внешних условий.

## 2.9 Примеры маршрутов проектирования

Рассмотрим типичный маршрут проектирования ЭВМ на БИС.

1. Проектирование начинается с разработки алгоритмов, реализуемых аппаратной частью ЭВМ. Алгоритмы записываются на одном из языков описания регистровых структур или микропрограмм. Модель ЭВМ, полученная на уровне регистровых передач, обрабатывается с помощью предлагаемых разработчиком тестов.

2. Далее последовательно выполняются процедуры преобразования алгоритмического описания в функциональную схему, в которой элементами являются функциональные узлы, и покрытия этой схемы функциональными ячейками избранной топологии. Функционально-логическое проектирование завершается выполнением логической верификации, во время которой проверяется соответствие полученной схемы из функциональных ячеек исходному алгоритму функционирования. Обнаруженные ошибки устраняются путем возврата и повторного выполнения предыдущих процедур.

3. Далее выполняются процедуры конструкторского проектирования. Сначала функциональная схема разрезается на части, соответствующие определенным конструктивам. Затем выполняются процедуры размещения и трассировки. Функциональные ячейки размещаются в кристаллах БИС, корпуса БИС – на печатных платах типовых элементов замены (ТЭЗ), сами ТЭЗ – в блоках. Конструирование блоков, ТЭЗ и БИС может осуществляться параллельно. Процедуры конструкторского проектирования являются процедурами синтеза, поэтому после их выполнения требуется верификация для установления соответствия между топологической и принципиальной электрической схемами, контроль задержек с учетом конструктивных параметров и т. п.

Другой пример маршрута проектирования – последовательность проектных процедур конструкторского проектирования радиоэлектронной аппаратуры (РЭА). Задание на конструирование получается после разработки функциональных схем. Конструирование начинается с покрытия функциональной схемы микросхемами заданного набора. Полученная принципиальная электрическая схема разбивается на части, соответствующие отдельным ТЭЗ. Далее для каждого ТЭЗ выполняются размещение микросхем на плате, расслоение (распределение электрических соединений по слоям многослойных печатных плат), трассировка монтажных соединений, оформление конструкторской документации, изготовление машинных носителей с информацией для программно-управляемого технологического оборудования, используемого в производстве печатных плат.

## 2.10 Режимы проектирования в САПР

По характеру и степени участия человека и использования ЭВМ при выполнении некоторого маршрута различают несколько режимов проектирования.

*Автоматический (накетный) режим* имеет место при выполнении маршрута проектирования по формальным алгоритмам на ЭВМ без вмешательства человека в ход решения.

*Ручной (неавтоматизированный) режим* характеризуется выполнением маршрута без помощи ЭВМ.

*Автоматизированный режим.* АПР является частично автоматизированным, если часть проектных процедур в маршруте выполняется человеком вручную, а часть - с использованием ЭВМ. Этот режим обычно отражает невысокую степень АП.

*Диалоговый (интерактивный) режим* является более совершенным режимом, при нем все процедуры в маршруте выполняются с помощью ЭВМ, а участие человека проявляется в оперативной оценке результатов проектных процедур, в выборе продолжений и корректировке хода проектирования. Если инициатором диалога является человек, которому

предоставлена возможность в любой момент прервать автоматические вычисления на ЭВМ, то диалог называется **активным**. Если прерывания вычислений происходят по командам исполняемой на ЭВМ программы в определенные, заранее предусмотренные моменты, т. е. проектировщик не может выступать инициатором диалога, то такой диалог называют **пассивным**.

Частота обращений к человеку в процессе диалога зависит от того, в какие моменты возможны прерывания. Если в маршруте преобладают проектные процедуры, для которых достигнута высокая степень формализации и разработаны достаточно эффективные алгоритмы, то прерывания предусматриваются между проектными процедурами. Человек получает возможность оценить синтезированное проектное решение и выбрать то или иное продолжение проектирования. Если полная формализация процедуры не достигнута или неэффективна, то целесообразен диалог с прерываниями вычислений внутри процедуры, что характерно для многих процедур конструкторского проектирования в машиностроении.

Во многих случаях пользователь САПР в режиме диалога только вводит и редактирует исходные данные для выполнения определенного маршрута проектирования, непосредственное исполнение маршрута производится в автоматическом режиме.

Развитие САПР происходит в направлении повышения степени АП. Однако работа в режиме диалога в САПР остается необходимой в связи с тем, что полностью процесс проектирования сложных систем формализовать не удастся и что участие человека в ряде случаев позволяет ускорить принятие решения.

#### **Краткие выводы**

Проектирование – процесс получения описаний, достаточных для изготовления нового технического объекта в заданных условиях. Описания сложных технических объектов имеют иерархическую структуру и могут относиться к тем или иным сторонам (группам свойств) объекта. Поэтому выделяют ряд иерархических уровней и аспектов описаний.

Процесс проектирования делится на этапы. Этап объединяет выполнение проектных процедур по созданию описаний, относящихся к одному аспекту или иерархическому уровню.

При выполнении проектных процедур решаются задачи синтеза и анализа описаний. При решении задач синтеза определяются состав элементов и способ их связи между собой, а при решении задач анализа оцениваются свойства синтезированной структуры.

### 3 Классификация САПР

В начальный период создания САПР должны быть разработаны единый метод и признаки классификации, основные классификационные группировки и правила обозначения САПР. Основные классификационные группировки САПР приведены в табл. 3.1–3.8.

Таблица 3.1 – Классификационные группировки САПР по типу объекта проектирования

Код	Наименование
1	САПР изделий машиностроения и приборостроения
2	САПР технологических процессов в машиностроении и приборостроении
3	САПР объектов строительства
4	САПР организационных систем
5–9	Резерв

Таблица 3.2 – Классификационные группировки САПР по разновидности объектов проектирования

Код	Наименование
	Код и наименование группировки устанавливаются по действующим обозначениям документации на объекты, проектируемые системой

Таблица 3.3 – Классификационные группировки САПР по сложности объекта проектирования

Код	Наименование	Число составных частей проектируемого объекта
1	САПР простых объектов	$<10^2$
2	САПР объектов средней сложности	$10^2 \dots 10^3$
3	САПР сложных объектов	$10^2 \dots 10^3$
4	САПР очень сложных объектов	$10^4 \dots 10^6$
5	САПР объектов очень высокой сложности	$>10^6$

Таблица 3.4 – Классификационные группировки САПР по уровню автоматизации проектирования

Код	Наименование	Объем автоматизированных работ от общего количества проектных процедур, %
1	Система низкоавтоматизированного проектирования	<25
2	Система среднеавтоматизированного проектирования	25...50
3	Система высокоавтоматизированного проектирования	>50 (применяются методы многовариантного оптимального проектирования)

Таблица 3.5 – Классификационные группировки САПР по комплексности автоматизации проектирования

Код	Наименование
1	Одноэтапная САПР
2	Многоэтапная САПР
3	Комплексная САПР (выполняет все этапы проектирования объекта)

Таблица 3.6 – Классификационные группировки САПР по характеру выпускаемых проектных документов

Код	Наименование	Носитель данных проектного документа
1	САПР текстовых документов	Бумажная лента или лист
2	САПР текстовых и графических документов	То же
3	САПР документов на магнитных носителях	Перфоносители (перфокарты, перфоленты) и магнитные носители (магнитные ленты, диски, барабаны)
4	На фотоносителях	Микрофильмы, микрофиши, фотошаблоны и т.п.
5	На двух типах носителей данных	Два любых типа носителей данных
6	На всех типах носителей данных	Все типы носителей данных
7–9	Резерв	–

Таблица 3.7 – Классификационные группировки САПР по количеству выпускаемых проектных документов

Код	Наименование	Число выпускаемых в год проектных документов в пересчете на формат А4
1	САПР малой производительности	$\leq 10^5$
2	САПР средней производительности	$10^5 \dots 10^6$
3	САПР высокой производительности	$\geq 10^6$
4–9	Резерв	–

Таблица 3.8 – Классификационные группировки САПР по числу уровней в структуре технического обеспечения

Код	Наименование	Характеристика технических средств системы
1	Одноуровневая САПР	ЭВМ среднего или высокого класса со штатным набором периферийных устройств, который может быть дополнен средствами обработки графической информации
2	Двухуровневая САПР	ЭВМ среднего или высокого класса и одно или несколько автоматизированных рабочих мест проектировщика (АРМ), включающих в себя мини-ЭВМ
3	Трехуровневая САПР	ЭВМ высокого класса, одно или несколько АРМ и периферийное программно-управляемое оборудование
4–9	Резерв	–

### 3.1 Состав и структура САПР

Составными структурными частями САПР являются подсистемы, обладающие всеми свойствами системы и создаваемые как самостоятельные системы (ГОСТ 23501. 0-79). По назначению подсистемы САПР разделяют на два типа: проектирующие и обслуживающие. Проектирующие подсистемы выполняют проектные процедуры. Пример: подсистема проектирования деталей и сборочных единиц; подсистема проектирования частей зданий и сооружений; подсистема технологического проектирования. Обслуживающие подсистемы предназначены для поддержания работоспособности проектирующих подсистем, например: подсистема графического отображения объектов проектирования; подсистема документирования; подсистема информационного поиска.

В зависимости от отношения к объекту проектирования различают два вида проектирующих подсистем: объектно-ориентированные (объектные) и объектно-независимые (инвариантные). Объектные подсистемы выполняют одну или несколько проектных процедур, непосредственно зависящих от конкретного объекта проектирования. Инвариантные подсистемы выполняют унифицированные проектные процедуры.

Подсистема состоит из *компонентов САПР* (далее - компонентов), объединенных общей для данной подсистемы целевой функцией и обеспечивающих функционирование этой подсистемы. Компонент представляет собой *элемент обеспечения*, выполняющий определенную функцию в подсистеме.

Средства АП можно сгруппировать по видам обеспечения АПР.

### **3.2 Математическое обеспечение (МО) САПР**

Основу МО САПР составляют алгоритмы, по которым разрабатывается ПО САПР. Элементы МО в САПР чрезвычайно разнообразны. Среди них имеются инвариантные элементы - принципы построения функциональных моделей, методы численного решения алгебраических и дифференциальных уравнений, постановки экстремальных задач, методы поиска экстремума. Разработка МО является самым сложным этапом создания САПР, от которого в наибольшей степени зависят производительность и эффективность функционирования САПР в целом.

По назначению и способам реализации МО САПР делится на две части:

- 1) математические методы и построенные на их основе ММ, описывающие объекты проектирования;
- 2) формализованное описание технологии АПР.

МО САПР должно описывать во взаимосвязи объект, процесс и средства АП. Так как в настоящее время установившейся теоретической базы для решения этой задачи не существует, то практически происходит процесс интеграции в единый комплекс средств моделирования сложных систем различных математических методов.

В развитии этого процесса можно выделить два перспективных направления:

- 1) развитие методов получения оптимальных проектных решений, в том числе ориентированных на АПР;
- 2) совершенствование и типизация самих процессов АПР, инвариантных к видам проектируемых объектов.

### 3.3 Техническое обеспечение (ТО) САПР

Техническое обеспечение (ТО) САПР представляет собой совокупность ТС, среди которых выделяют несколько групп устройств.

#### 3.3.1 Состав ТС САПР

- Устройства программной обработки данных включают ЭВМ (процессоры, оперативные и внешние запоминающие устройства), осуществляющие прием данных с устройств ввода или каналов связи, их обработку, накопление и выдачу на устройства отображения.

- Устройства подготовки и ввода данных с промежуточных носителей включают устройства подготовки данных на магнитных носителях, кодировщики графической информации (дигитайзеры).

- Устройства вывода, документирования данных и архива проектных решений выполняют функции вывода результатов решения задач из ЭВМ и представления их в форме необходимых документов. К ним относятся различные алфавитно-цифровые печатные устройства (АЦПУ), графопостроители, координатографы, устройства микрофильмирования, фотонаборные установки для изготовления фотошаблонов.

- Устройства оперативного взаимодействия человека с ЭВМ, служащие для ввода и вывода данных в интерактивном режиме и их редактирования. Представлены алфавитно-цифровыми (символьными) и графическими дисплеями, клавиатурой, мышью.

- Устройства передачи данных предназначены для обеспечения совместной работы технических средств в составе вычислительных систем и сетей. К ним относятся аппаратура передачи данных, различные устройства сопряжения, адаптеры, мультиплексоры передачи данных.

Выбор типов и числа различных устройств для САПР производят, исходя из требований: достаточной производительности и емкости памяти для выполнения всех процедур АПР; обеспечения одновременной работы необходимого числа проектировщиков путем организации соответствующего числа автоматизированных рабочих мест (АРМ), а также необходимого информационного взаимодействия подразделений проектного предприятия между собой и доступа к соответствующим информационным и программным ресурсам САПР; укомплектования рабочих мест аппаратурой, обеспечивающей взаимодействие с ЭВМ в удобной для человека форме.

### 3.3.2 Уровни ТО САПР

Для выполнения перечисленных выше требований структура ТО САПР должна быть многоуровневой. Выделяют следующие уровни ТО САПР.

Уровень центрального вычислительного комплекса (ЦВК) предназначен для решения наиболее сложных в вычислительном отношении задач. Это задачи математической физики, решаемые на компонентном иерархическом уровне проектирования; моделирования сложных функциональных и принципиальных схем; переборные; конструкторского проектирования и др., требующие больших объемов вычислений. ЦВК комплектуется преимущественно ЭВМ высокой производительности, часто несколько таких ЭВМ объединяют в многомашинный вычислительный комплекс.

Уровень интерактивно-графического комплекса (ИГК) предназначен для обеспечения оперативного взаимодействия проектировщика с ЭВМ (ввода и редактирования данных, просмотра и результатов выполнения проектных процедур) и решения простых и умеренных по сложности задач. ИГК состоит из нескольких программно-технических комплексов, представляющих собой АРМ, состоящее из ЭВМ средней производительности, набора периферийных устройств, обеспечивающих ввод и вывод информации в символьной и графической форме, и необходимого ПО.

Уровень технологического комплекса (ТК) выделяется в структуре ТО САПР с целью сосредоточения устройств подготовки носителей для программно-управляемого технологического оборудования и получения комплектов документации. Например, в САПР БИС в состав ТК включают ЭВМ с внешней памятью большого объема, графопостроители, координатографы, устройства оперативной связи, фотонаборные установки для изготовления фотооригиналов. ТК САПР является связующим звеном между САПР и производством изделий.

Распределение функций между уровнями ТО САПР в значительной мере зависит от технических характеристик используемых ЭВМ и периферийного оборудования.

## 3.4 Программное обеспечение (ПО) САПР

### 3.4.1 Свойства ПО САПР

К ПО САПР предъявляются требования экономичности, удобства использования, надежности, правильности, универсальности, открытости, сопровождаемости и мобильности.

Экономичность ПО оценивается затратами вычислительных ресурсов - машинного (процессорного) времени  $T_m$  и оперативной памяти

$P_m$ . Характер зависимости  $T_m$  и  $P_m$  от размерности задачи определяется в первую очередь свойствами МО. Однако неудачная программная реализация может существенно увеличить  $T_m$  и  $P_m$ . Недостаточная экономичность ПО обычно оказывается основным фактором, ограничивающим возможности исчерпывающего анализа, оптимизации и структурного синтеза проектируемых объектов.

Удобство использования ПО определяется его надежностью, наличием проблемно-ориентированных входных языков и средств диагностики ошибок пользователя.

Надежность ПО - свойство выполнять заданные функции в заданных условиях. Функции и условия формулируются в терминах той области, к которой относятся проектируемые объекты. Основным показателем надежности - вероятность получения правильного результата при использовании программы в сформулированных условиях.

Правильность ПО - свойство, характеризующее соответствие ПО спецификациям математического характера, т.е. правильность реализации в ПО выбранного МО. Несоответствие требований пользователей и выбранного МО снижает надежность, но не влияет на правильность. Например, если в программе анализа статических состояний некоторого класса объектов безошибочно реализован метод Ньютона, то программа будет правильной, но, по-видимому, ненадежной, так как условия сходимости метода Ньютона будут выполняться не для любого объекта из заданного класса при произвольном задании начального приближения.

Универсальность ПО характеризуется ограничениями на его применение. Эти ограничения могут относиться к типам и элементному составу анализируемых или синтезируемых структур, диапазонам числовых значений внутренних и внешних параметров, перечню выполняемых проектных процедур. Универсальность связана с надежностью ПО - чем тщательнее и полнее выявлены и оговорены ограничения, тем ниже степень универсальности программы, но выше ее надежность. В САПР необходимо стремиться к достижению высокой надежности ПО. Поэтому эксплуатация нескольких узкоспециализированных, но надежных программ предпочтительнее применения одной универсальной программы, если за повышение степени универсальности приходится платить снижением надежности.

Открытость ПО характеризуется возможностями внесения в него изменений в процессе эксплуатации (модернизации). Понятие открытости близко к понятию адаптируемости, под которым подразумевается возможность модификации ПО для поддержания его работоспособности и эффективности в изменяющихся условиях применения (выборочная установка).

Сопровождаемость ПО - свойство, близкое свойству открытости, характеризует удобство поддержания ПО в работоспособном состоянии и

обеспечивается структурированностью ПО и наличием необходимой эксплуатационной документации.

Мобильность ПО, называемая также переносимостью, определяется легкостью перестройки ПО, эксплуатировавшегося на ЭВМ с одной системой команд, на ЭВМ с другой системой команд. Программы, записанные на машинно-ориентированных языках, непереносимы. Использование языков высокого уровня создает предпосылки для создания мобильных программ. Однако для повышения мобильности необходимы дополнительные меры по фиксации и выделению в сменяемые блоки элементов ПО, отражающих специфику архитектуры ЭВМ и связанных с ними операционных систем (ОС).

### 3.4.2 Структура ПО САПР

ПО САПР делится на базовое, общесистемное и специализированное (прикладное).

**Базовое ПО** разрабатывается и поставляется совместно с аппаратурой АРМ и предназначено для использования многими проектными организациями. Типичными примерами базового ПО является ПО обслуживающих подсистем САПР - графических редакторов, диалоговых мониторов и т.п.

**Общесистемное ПО** является инвариантным к объектам проектирования и должно быть защищено от пользователей-проектировщиков. Основные функции общесистемного ПО САПР:

- управление процессом вычислений;
- ввод, вывод и обработка инструкций пользователей; диалоговая взаимосвязь с пользователем в процессе проектирования;
- хранение, поиск, анализ, модификация данных, защита их целостности;
- решение общесистемных задач;
- контроль и диагностика в процессе решения задач проектирования.

В состав общесистемного ПО входят:

- мониторная диалоговая система;
- системы управления базами данных (СУБД);
- информационно-поисковые системы;
- геометрические и графические процессоры;
- средства формирования графической и текстовой информации;
- средства для выполнения общетехнических расчетов.

Общесистемное ПО САПР состоит из двух видов программ: обрабатывающие программы и управляющие программы.

**Управляющие программы** осуществляют первоначальную загрузку оперативной памяти и управление всей работой системы, включая

обработку прерываний, распределение работы каналов, загрузку программ из библиотеки в оперативную память. Управляющие программы обеспечивают мультипрограммную работу, осуществляют связь с оператором, представляют пользователю широкие возможности в управлении массивами данных. Управляющие программы включают в себя три группы программ: управление задачами, управление заданиями и управление данными (рис. 3.1).



Рисунок 3.1 – Структура общесистемного ПО САПР

Управление задачами осуществляется программой, которая носит название супервизора (иначе – диспетчер, монитор). Именно супервизор реализует режим мультипрограммирования или режим разделения времени, который состоит в реализации параллельного выполнения нескольких рабочих программ. Супервизор вначале включает в работу первую из задач, находящихся в главной памяти. Если эта задача потребовала обмен данными с ВУ, то после включения в работу этого ВУ управление передается на начало программы второй задачи, а перед этим запоминается адрес возврата на программу первой задачи и организуется защита памяти. Когда работа ВУ будет закончена, работа второй задачи прервется, таким же образом и происходит возврат к запомненному адресу. Режим разделения времени обеспечивает возможность многим пользователям работать в системе, подавая заявки на решение требуемых задач.

Программы управления заданиями выполняют интерпретацию директив командного языка, который в любой ОС служит для расписания последовательности действий вычислительной системы при решении задач. Анализ и исполнение команд пользователя, включая загрузку готовых программ из файлов в оперативную память ЭВМ и их запуск, осуществляется командным процессором ОС, который выполняет важную функцию поддержки взаимодействия с пользователями.

Кроме ввода отдельных команд, которые немедленно выполняются, имеется возможность составления целых программ на командном языке, с помощью которых можно задать довольно сложную последовательность действий, не прибегая к обычному языку программирования. Командный процессор позволяет создать удобную операционную обстановку для конкретного пользователя, избавив его от утомительных служебных операций.

Программы управления данными обеспечивают поиск, хранение, передачу и обработку файлов (данных).

В состав обрабатываемых программ входят:

- файловая система;
- драйверы ВУ;
- трансляторы с алгоритмических языков.

Рассмотрим указанные компоненты подробнее.

Файловая система - хранилище программ и данных. Одна из важнейших функций ОС - организация файловой системы. Файл - это место постоянного хранения информации - программ, данных для их работы, текстов, закодированных изображений и др. Реализуются файлы как участки памяти на жестких магнитных дисках. Каждый файл имеет имя, зарегистрированное в каталоге - оглавление файлов. Каталог (иногда называемый директорией) доступен пользователю через командный язык ОС - его можно просматривать, переименовывать зарегистрированные в нем файлы, переносить их содержимое на новое место и удалять. Каталог может иметь собственное имя и храниться в другом каталоге наряду с обычными файлами; так образуются иерархические файловые структуры.

Структура файловой системы и структура хранения данных определяют удобство работы пользователя, скорость доступа к файлам, возможность создания хороших баз данных и т.д. От файловой системы во многом зависит организация многопользовательской работы.

ЭВМ может иметь довольно широкий набор ВУ. Помимо стандартных ВУ – дисплея, клавиатуры, жестких дисков, принтера, к машине могут подключаться по последовательным и параллельным коммуникационным каналам дополнительные устройства ввода/вывода – графопостроители, модемы, контроллеры локальных сетей, АЦП, ЦАП и др. Более того, даже стандартные устройства, например, принтеры, могут иметь несколько режимов работы и считаться вследствие этого разными устройствами. Каждое ВУ характеризуется своей пропускной способностью и структурой передаваемых данных. Поддержка широкого набора ВУ – одна из важнейших функций ОС. Для ее осуществления введено понятие *драйвера* – программы специального типа, ориентированной на управление ВУ. Каждому типу ВУ сопоставляется свой драйвер. Драйверы стандартных устройств образуют в совокупности базовую систему ввода/вывода BIOS, которая заносится в ПЗУ системного блока ПЭВМ. Драйверы дополнительных устройств могут подключаться к

ОС динамически при запуске машины. Некоторые типы ОС предоставляют средства для составления новых драйверов, ориентированных на особые устройства.

В ДОС и ОС ЕС имеются *трансляторы* с языков ПЛ-1, ФОРТРАН, АЛГОЛ, КОБОЛ, АССЕМБЛЕР.

Типовая последовательность исполнения программ ОС при прохождении задачи пользователя на ЭВМ:

- в соответствии с директивами языка управления заданиями осуществляется ввод программы, записанной на алгоритмическом языке;
- вызов соответствующего транслятора;
- транслятор переводит исходную программу в объектный модуль, который включается в каталог;
- программа-редактор связей собирает необходимые модули (например, объектный модуль и некоторые модули библиотек) в загрузочный модуль;
- программа выборки настраивает и размещает в оперативной памяти загрузочный модуль;
- программа выполняется под управлением супервизора.

### 3.4.3 Подходы к созданию общесистемного ПО

ОС оценивается по эффективности управления вычислительной системой, основными показателями которой являются мера накладных расходов, возможности ОС и легкость освоения и использования.

Мера накладных расходов измеряется затратами оперативной памяти, затратами машинного времени на функционирование самой ОС и часто выражается таким параметром как, КПД.

$$\text{КПД} = 1 - T_{\text{ос}} / T_{\text{м}}, \quad (3.1)$$

где  $T_{\text{ос}}$  - время на работу ОС;  $T_{\text{м}}$  - общее машинное время.

ОС по возможности не должна ограничивать пользователя в применении естественных и логических возможных операций. Легкость освоения и использования ОС представляется важным показателем системы.

Возможны два подхода к созданию общесистемного ПО САПР:

- 1) использование одной из существующих ОС (например, типа ДОС) в качестве основы и дополнение ее необходимыми программными средствами, решающими специфические задачи САПР;
- 2) создание проблемно-ориентированной ОС САПР вместо универсальной.

### 3.4.4 Специализированное ПО САПР. Частота использования программ

В специализированном ПО САПР различают несколько подсистем, связанных с определенным уровнем иерархического проектирования или аспектом проектирования. Действительно, имеется заметная разница между программами конструкторского, технологического, схемотехнического, функционально-логического проектирования, которая может проявляться в особенностях входных языков, математических методах прикладных программ.

Программы одного уровня проектирования объединены в одну библиотеку, в которой содержатся по одной или несколько программ на каждую проектно-конструкторскую задачу (ПКЗ). Для большинства задач нельзя назвать также метод и алгоритм, которые были бы наилучшими со всех точек зрения. Несколько программ одинакового целевого назначения, но с разными методами представляют проектировщику возможность выбрать оптимальный способ решения в каждой конкретной ситуации.

Реальные задачи проектирования, как правило, решаются с помощью последовательностей взаимодействующих программ, называемых маршрутами или цепочками программ.

Возможны два вида взаимодействия программ в маршрутах. Первый вид взаимодействия при работе с равноправными программами одного уровня характеризуется тем, что переход из  $i$ -ой программы в  $(i+1)$ -ой происходит после завершения работы  $i$ -ой программы. Из  $(i+1)$ -й программы возврата в  $i$ -ю программу уже не будет, переход осуществляется только в  $(i+2)$ -ю программу (рис. 3.2, а).

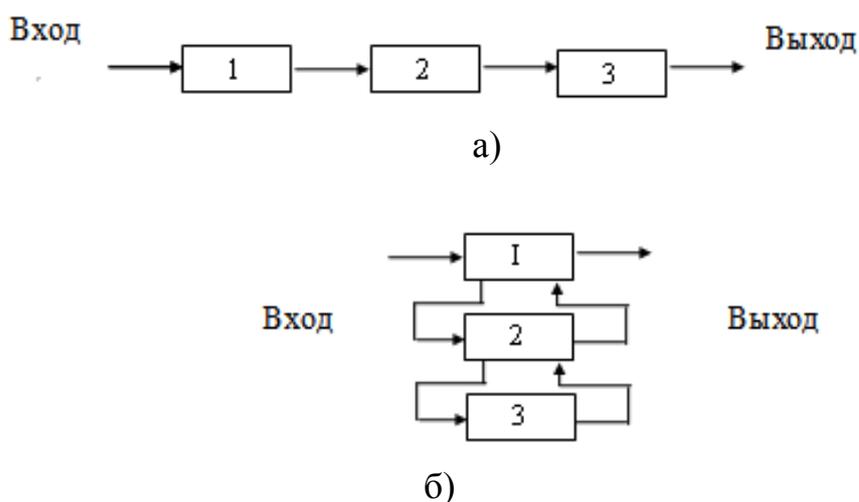


Рисунок 3.2 – Взаимодействие программ в маршрутах проектирования

При взаимодействии модулей разных уровней переход из  $i$ -ой программы в  $i+1$  происходит до завершения работы  $i$ -ой программы.

После завершения работ по  $(i+1)$ -й программе выполняется вновь возврат в  $i$ -ую, чаще всего  $i$ -ая программа заставляет вложенную в нее  $(i+1)$ -ю программу выполняться не один, а  $f$  раз, где  $f$  - частота использования  $(i+1)$ -й программы.

Разнесение прикладных программ по иерархическому уровню и установление частот их использования для типовых последовательностей программ способствует правильному решению ряда задач по созданию ПО САПР. К таким задачам относятся выбор языка программирования, выбор численных методов и выбор методов генерации рабочих программ.

Использование универсальных алгоритмических языков упрощает программирование, но снижает эффективность объектных программ. Программы, имеющие небольшие частоты использования  $f$ , целесообразно разрабатывать на алгоритмических языках. Программы низших иерархических уровней, имеющие высокие  $f$ , должны быть максимально эффективными, для чего целесообразно использовать язык Ассемблера.

Выбор численных методов и тщательность отработки алгоритмов зависят от уровня программы в иерархии ПО. Наибольшее внимание следует уделять отработке экономичности методов и алгоритмов для программ низших уровней.

Важное значение имеет выбор метода генерации рабочих программ: метод компиляции и метод интерпретации. При разработке программ используются элементы обоих методов. Чем выше частота использования  $f$ , тем более обоснованным будет применение метода компиляции, т.к. это заметно сокращает затраты машинного времени.

### 3.4.5 Показатели качества программ проектирования

Одним из важнейших показателей эффективности программ проектирования являются затраты машинного времени  $T_m$ . Однако  $T_m$  зависит не только от особенностей ПКЗ но и от быстродействия применяемой ЭВМ. Поэтому более объективным будет показатель удельной трудоемкости вычислений:

$$N = \frac{1}{C} \frac{T_m}{T_{cp}}, \quad (3.2)$$

где  $T_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i t_i$ ,  $P_i$  - вероятность появления команды  $i$ -го типа при решении задач рассматриваемого класса;  $t_i$  - время исполнения команды  $i$ -го типа;  $C$  - показатель сложности объекта проектирования.

Показатель удельной трудоемкости  $N$  определяется на специально подобранных тестовых примерах. Другим показателем эффективности

является предельная сложность решаемых задач  $C_{\max}$ . Оценка сложности во многом определяется природой ПКЗ, но обычно это некоторый показатель объекта, обуславливающий размерность задачи: порядок системы уравнений, количество управляемых параметров и т.п. Показатель  $C_{\max}$  косвенно характеризует затраты машинной памяти  $P_m$ .

Имеются и другие показатели эффективности программ, такие как точность решения, степень универсальности программы как с позиций применимости к различным объектам проектирования, так и с позиций возможностей решения различных задач проектирования, удобство входного языка и т.п.

### **3.4.6 Пакеты прикладных программ (ППП), программные системы и комплексы**

При структурировании ПО используют понятия ППП, программных систем, комплексов и компонентов. ППП - совокупность программ, объединенных общностью применения, т.е. возможностью совместного исполнения или ориентацией на определенный класс задач. Комплекс по определению в Единой системе программной документации (ЕСПД) - сложная программа, которую можно разделить на составные части. Компоненты - составные части программ, имеющие свое функциональное назначение. Понятия «комплекс-компонент» аналогичны понятиям «система-элемент» в блочно-иерархическом проектировании сложных систем, следовательно, на каждом иерархическом уровне проектирования ПО эти понятия наполняются своим конкретным содержанием. Так, операционная система ОС ЕС - комплекс, а компилятор с ФОРТРАНа - его компонент. На уровне проектирования компилятора он рассматривается как комплекс, а синтаксический анализатор и генератор кода – как его компоненты.

Различают несколько типов ППП в зависимости от состава пакета. ППП *простой структуры* характеризуются наличием только обрабатывающей части – набора функциональных программ, каждая из которых предназначена для выполнения некоторой проектной процедуры. Объединение нужных программ для реализации маршрутов проектирования происходит средствами ОС САПР на основе соответствующего языка управления заданиями. Совместное исполнение этих программ определяется возможностями организации их информационного интерфейса. В ППП простой структуры организация информационного интерфейса в значительной мере возлагается на пользователя. Такие пакеты просты в разработке, но неразвитость средств управления, информационного интерфейса и отсутствие удобного лингвистического обеспечения ограничивают их возможности. Они применяются лишь на маршрутах проектирования, на которых последовательно выполняемые операции достаточно автономны,

информационные связи программ между собой и с пользователем достаточно слабые.

ППП *сложной структуры* и программные системы появились в результате развития прикладного ПО. В первых из них имеется собственная управляющая часть, называемая монитором, а во вторых, кроме этого, - языковой процессор с проблемно-ориентированным входным языком. Программные системы вместе с соответствующим лингвистическим и информационным обеспечением, предназначенные для реализации функций подсистемы САПР, называются программно-методическими комплексами (ПМК) САПР.

### 3.4.7 Основные принципы проектирования ПО САПР

Принципы модульности и иерархичности - основные принципы блочно-иерархического проектирования сложных систем - позволяют организовывать коллективную параллельную разработку различных частей ПО, создавать открытые программные системы, облегчают их комплексную отладку и информационное согласование.

Модуль – структурная составляющая ПО, рассматриваемая как единое целое на определенных стадиях разработки или в процессе эксплуатации. Модули могут задаваться в текстовом виде, на некотором промежуточном языке загрузки, в машинных командах. Различают модули исходные, объектные и абсолютные.

Исходные - это модули на исходном языке текста.

Объектные (модули загрузки) - это модули, полученные в результате трансляции, однако не обработанные еще редактором внешних связей и загрузчиком.

Абсолютные - модули в истинных адресах оперативной памяти, записанные в машинных командах.

Ценность каждого модуля определяется тем, насколько часто он встречается в задачах данного класса.

Совокупность всех модулей пакета входит в тело пакета, который может также включать статистическую информацию об использовании различных компонентов пакета, каталоги, справочные данные и др. Различные компоненты пакета могут храниться на исходном языке, языке загрузки, в машинных кодах и на языке управления заданиями.

Сборка модулей в рабочую программу осуществляется с помощью системных средств пакета. Сборка может производиться в автоматическом режиме или по указанию пользователя. При сборке осуществляется стыковка модулей по управлению и информации.

При стыковке по управлению надо задать управляющей программе порядок включения в работу модулей собираемой программы. Кроме того, каждый модуль должен иметь возможность получать данные от другого модуля, считывая их с определенных областей оперативной памяти и

помещая в соответствующие области свои результаты для другого блока. В этом и состоит установление информационных связей.

Требования, предъявляемые к модулям и средствам связи:

1. Независимость разработки, т.е. возможность вести разработку модулей без взаимного общения разработчиков.

2. Комбинируемость - возможность получения нового модуля при комбинировании имеющихся модулей средствами сборки. Это значительно сокращает сборку и упрощает получение готовых модулей.

3. Контекстная независимость - возможность проводить сборку программы, не зная, как работает каждый модуль. В большой системе всегда происходят изменения, и если при каждой сборке надо выяснять их, то ясно, что такая система неэффективна.

4. Информационная независимость. Если происходят изменения в некоторой группе данных, которые в модуле не используются, то, естественно, это не должно приводить к изменению такого модуля.

Существуют следующие способы сборки модулей текста в рабочую программу:

- библиотечный способ;
- сборка с изначальным заданием связей;
- сборка с изначальным заданием только информационных связей;
- сборка путем установления связей с помощью языка.

Простейший способ сборки основан на использовании библиотек и систем программирования. В библиотеке хранятся модули загрузки. Они транслируются независимо друг от друга и никак не связаны (ни по управлению, ни по информации). Пользователь сам в тексте своей программы организует эти связи указанием обращений к подпрограммам (связи по управлению) и за счет указаний фактических параметров в обращениях и переменных в общих (common-) блоках (связи по информации). В этом случае пользователь целиком берет на себя рутинную работу по сборке: он должен везде указать фактические параметры, внимательно распределить память в общих (common-) блоках.

Сборка с изначальным заданием связей основана на жестком задании связей как по памяти, так и по управлению, причем должны быть предприняты специальные меры для облегчения замены модулей. Такие системы эффективны в случае, когда схема задач остается практически неизменной. Заменяемые модули могут быть одинаковыми по входным и выходным данным, но могут отличаться по физической постановке реализуемой ими задачи (взята другая модель). Все информационные связи модулей при сборке концентрируются в одном месте - модуле памяти. Неудобство таких методов сборки состоит в том, что заранее должны быть запрограммированы все связи, предусмотрены все возможные варианты программ.

### **3.5 Лингвистическое обеспечение САПР**

Лингвистическое обеспечение САПР включает в себя языки для представления информации о проектируемых объектах, процессе и средствах проектирования. Языки САПР делятся на языки программирования и проектирования.

Языки программирования используются для написания программ и применяются главным образом разработчиками САПР. Языки проектирования служат для описания информации об объектах и задачах проектирования и являются средством общения пользователя САПР с ЭВМ. Особую группу составляют языки описания управляющей информации для программно-управляемого технологического оборудования (для фотонаборных установок, графопостроителей, металлообрабатывающих станков с ЧПУ и т.п.), называемые языками управления.

Языки могут быть процедурными и неперечисленными. Процедурные языки применяются для описания процессов в виде последовательностей действий и процедур. В частности, большинство языков программирования служит для описания вычислительных процессов и потому относится к процедурным языкам. Неперечисленные языки применяются для описания семантических сетей, структур проектируемых объектов и других статических систем.

#### **3.5.1 Языки программирования**

Среди языков программирования различают машинно-ориентированные, называемые языками ассемблера и автокодами, и алгоритмические языки высокого уровня. Автокод – язык, предложения которого по структуре подобны машинным командам. Язык ассемблера - автокод, расширенный макрокомандами, выражениями, средствами, обеспечивающими модульность программ.

Использование машинно-ориентированных языков позволяет достигать наивысшей эффективности объектных программ с точки зрения затрат вычислительных ресурсов - машинного времени и памяти. Эти языки универсальны в смысле применимости к решению задач различных классов - научно-технических и экономических, системных и прикладных. Однако программирование на этих языках требует высокой квалификации программиста и приводит к увеличению сроков разработки прикладного ПО. Главный недостаток этих языков - непереносимость программ на ЭВМ с системой команд, отличной от той, на которую ориентирован язык.

Алгоритмические языки высокого уровня не зависят от типа ЭВМ и являются основным средством разработки прикладного ПО. В САПР

наибольшее распространение получили языки ФОРТРАН, ПЛ/1, ПАСКАЛЬ, СИ, СИМУЛА-67 и относительно новые - МОДУЛА-2, АДА, ЛИСП, ПРОЛОГ.

Язык ФОРТРАН относится к наиболее ранним (первая версия языка создана в 1954 г.) и простым алгоритмическим языкам, в нем нет средств для удобного описания разнообразных структур данных, запрещены рекурсивные обращения к процедурам, нет строгого описания языка. Несмотря на недостатки, ФОРТРАН широко использовался в САПР, особенно разработанных в 1960-1970-е годы, благодаря простоте разработки эффективных трансляторов. В настоящее время применяется усовершенствованная версия языка - ФОРТРАН-77.

Язык ПЛ/1 (создан в 1965 г.) обладает широкими возможностями описания различных процессов обработки данных, однако труден для освоения и для разработки эффективных трансляторов. Поэтому, хотя он и применяется при разработке ПО многих САПР, заметна заинтересованность в переходе к более совершенным языкам.

Язык ПАСКАЛЬ и его развитие, МОДУЛА-2, являются претендентами на роль основных языков для написания прикладного ПО. Положительные свойства этих языков - развитые средства для написания хорошо структурированных программ, для представления различных типов и структур данных, удачное сочетание простоты и строгости в описании языков.

Язык СИ является другим претендентом на роль основного языка программирования в САПР. Он сочетает черты языков высокого уровня и языков ассемблера, что делает удобным его применение при разработке общесистемного ПО. Язык СИ остается машинно-независимым и, следовательно, обеспечивает создание мобильных (переносимых) программ.

Язык АДА можно назвать наиболее универсальным среди созданных языков. В этот язык включены средства для описания параллельных процессов. Однако трансляторы с этого языка пока не получили достаточного распространения.

Язык СИМУЛА-67 сочетает в себе возможности универсального алгоритмического языка (в него как составная часть входит алгоритмический язык АЛГОЛ-60) и языка имитационного моделирования систем массового обслуживания. Его применение перспективно в ПМК на верхних иерархических уровнях проектирования.

Языки ЛИСП и ПРОЛОГ ориентированы на обработку символьной информации. С их помощью удобно описывать отношения между различными понятиями той или иной предметной области, программировать действия по выявлению заданных отношений, производить логические действия. Чаще всего эти языки используются в САПР для реализации ПМК, относящихся к экспертным системам.

### 3.5.2 Языки проектирования

Существует большое количество языков проектирования, которые делятся на входные, выходные, сопровождения, промежуточные, внутренние.

Входные языки служат для задания информации об объектах и задачах проектирования, передаваемой от человека к ЭВМ. В большинстве входных языков САПР можно выделить две части: непроцедурную, служащую для описания структур объектов, и процедурную, предназначенную для описания заданий на выполнение определенных проектных процедур. Языковые средства в этих двух частях составляют соответственно язык описания объекта (ЯОО) и язык описания заданий (ЯОЗ). Среди ЯОО различают языки описания схем, чертежей, процессов функционирования. Названия этих разновидностей ЯОО соответственно схемные, графические, моделирования.

Выходные языки используются для представления информации, идущей от ЭВМ к человеку.

Языки сопровождения применяются для корректировки и редактирования данных при выполнении проектных процедур. В диалоговых режимах работы с ЭВМ средства входного, выходного и языка сопровождения тесно связаны и объединяются под названием диалогового языка.

Промежуточные языки используются для описания информации о задачах проектирования на определенной стадии трансляции. Введение единого для ПМК промежуточного языка облегчает адаптацию комплекса к новым входным языкам, т.е. делает ПМК открытым по отношению к новым составляющим лингвистического обеспечения.

Внутренние языки являются языками внутреннего представления данных (ВПД). Введение единого ВПД означает принятие определенных соглашений об интерфейсах отдельных программ в ПМК и делает ПМК открытым по отношению к новым элементам ПО.

### 3.5.3 Языковые процессоры

Исполнение на ЭВМ заданий, представленных на каком-либо языке, отличном от машинного, требует преобразования информации, которое осуществляется программами или техническими устройствами - интерпретаторами или трансляторами. Объединяющее название для интерпретаторов и трансляторов - **языковые процессоры**.

Интерпретатор поочередно анализирует и исполняет задания, выраженные предложениями **входного** языка. В оперативной памяти ЭВМ при решении задачи присутствуют прикладная программа **на входном** языке и интерпретатор.

Транслятор преобразует заданную информацию с одного языка на другой. Программа на входе транслятора и ее язык называются исходными, на выходе транслятора - объектными. Если объектный язык - машинный или близкий к машинному, то трансляция и транслятор называются компиляцией и компилятором соответственно. Если исходный и объектный языки относятся к одному и тому же уровню языков, то транслятор называется конвертором. Решение задач по методу компиляции происходит в два этапа. Сначала в оперативной памяти размещаются исходная программа и компилятор, результатом работы компилятора будет рабочая программа. Затем скомпилированная рабочая программа исполняется.

При интерпретации циклических участков, неизбежно присутствующих в реальных программах, приходится многократно обрабатывать одни и те же предложения исходного текста, что обуславливает повышенные затраты машинного времени по сравнению с затратами при трансляции. Но в большинстве случаев интерпретация экономичнее по затратам памяти, так как не расходует память под скомпилированную программу.

Трансляторы интерпретирующего типа. Вводится некоторый промежуточный язык, обладающий следующими свойствами: объектная программа на таком языке занимает меньший объем памяти, чем на машинном языке; время интерпретации промежуточного описания меньше, чем исходного. Тогда решение задачи осуществляется трансляцией на промежуточный язык с последующей интерпретацией получающегося промежуточного описания.

Другой способ сочетания трансляции и интерпретации - применение шаговых компиляторов, в которых исходная программа транслируется и исполняется достаточно крупными частями.

### **3.5.4 Структура трансляторов**

Типичные функции трансляторов - контроль правильности исходной информации, генерация текста объектной программы. Процесс трансляции состоит из нескольких этапов, называемых фазами трансляции. Основные этапы - лексический и синтаксический анализ, генерация кода.

Лексический анализ, называемый также сканированием, служит для разделения исходного текста на отдельные элементарные языковые единицы - лексемы, в качестве которых фигурируют идентификаторы, числа, метки, знаки операций и т.п. Составляются таблицы лексем, используемые при дальнейшей трансляции. Выявляются недопустимые сочетания символов языка, которые нельзя выделить как лексемы (например, идентификатор, начинающийся с цифры, неразрешенный символ и т.п.).

Синтаксический анализ (грамматический разбор) - фаза, на которой проверяется соблюдение синтаксиса языка, т.е. правильности построения предложений. В процессе анализа должны выявляться все ошибки в исходном описании, которые можно обнаружить по формальным признакам, и выдаваться пользователю соответствующие диагностические сообщения. Результат синтаксического анализа - представление информации на промежуточном языке.

Генерация кода осуществляется генератором кода, который использует данные синтаксического анализа для построения объектной программы.

### **3.6 Информационное обеспечение САПР**

Информационное обеспечение САПР состоит из информационного фонда (ИФ) и средств управления этим фондом. ИФ включает в себя информацию, необходимую для выполнения АПР, и представляется в виде печатных документов, чертежей, файлов, микрофиш и т.п.

Система управления ИФ организует хранение и доступ к информации. Значительная часть ИФ предназначена для многократного использования различными проектировщиками и различными прикладными программами в маршрутах проектирования.

#### **3.6.1 Состав ИФ**

В состав ИФ САПР входят:

а) программные модули, которые хранятся в виде объектных файлов. Как правило, эти данные мало изменяются в течение жизненного цикла САПР, имеют фиксированные размеры и появляются на этапе создания ИФ. Потребителями этих данных являются мониторы различных подсистем САПР;

б) исходные и результирующие данные, которые необходимы при выполнении программных модулей в процессе преобразования. Эти данные часто меняются в процессе проектирования, однако их тип постоянен и полностью определяется соответствующим программным модулем. При организации промежуточных данных возможны конфликтные ситуации в процессе согласования между собой данных различных типов;

в) нормативно-справочная проектная документация (НСПД), включающая в себя справочные данные о материалах, элементах схем, унифицированных узлах и конструкциях. Эти данные, как правило, хорошо структурированы. К НСПД относятся также ГОСТы и ОСТы, руководящие материалы и указания, типовые проектные решения,

регламентирующие документы (слабо структурированные документальные данные);

г) содержание экранов дисплеев, представляющее собой связанную совокупность данных, задающих форму кадра и позволяющих отобразить на экран дисплея информацию с целью организации диалога в ходе проектирования. Обычно эти данные не изменяются в течение жизненного цикла САПР; имеют фиксированный размер и по своим характеристикам занимают промежуточное место между программными модулями (а) и исходными данными (б). Используются диалоговыми системами САПР в процессе реализации заданного графа диалога;

д) текущая проектная информация, отражающая состояние и ход выполнения проекта. Как правило, эта информация слабо структурирована, часто изменяется в процессе проектирования и представляется в форме исходных текстовых документов.

При выборе способов ведения ИФ САПР важно сформулировать принципы и определить средства ведения ИФ, структурирования данных, выбрать способы управления массивами данных.

### **3.6.2 Способы ведения ИФ**

Различают следующие способы ведения ИФ САПР:

- использование файловой системы;
- построение библиотек;
- использование банков данных;
- создание информационных программ адаптеров.

Использование файловой системы и построение библиотек широко распространено в организации ИО вычислительных систем, так как поддерживается средствами ОС. Однако файловые и библиотечные системы неудобны и неэффективны при коллективном использовании большей части ИФ, когда требуется быстрая выборка отдельных записей, добавление и замена данных с сохранением их целостности. Целостность и правильное коллективное использование этой части ИФ достигаются при его организации в виде банка данных.

Банк данных есть система программных, языковых, организационных и технических средств для централизованного хранения, накопления и обновления данных, обеспечивающая прямой доступ и использование информации. Банки данных получили широкое распространение в виде самостоятельных информационно-поисковых или информационно-советующих систем. Наличие банка данных характерно для вычислительного центра коллективного пользования, где банк данных выступает в качестве самостоятельной единицы с собственным ТО.

Строение банка данных можно представить в виде базы данных (БД) и системы управления базой данных (СУБД).

БД можно определить как совокупность взаимосвязанных, хранящихся вместе данных при наличии такой минимальной избыточности, которая допускает их использование оптимальным образом для одного или нескольких приложений: данные запоминаются так, чтобы они были независимы от программ, их использующих; для добавления новых или модификации существующих данных, а также для поиска данных в БД применяется общий управляемый способ. Назначение БД заключается в том, чтобы одну и ту же совокупность данных можно было использовать для максимально возможного числа приложений. БД для САПР можно трактовать как хранилище такой информации, необходимость в которой возникает в процессе решения определенных задач проектирования.

БД рассматривается в виде совокупности физически и логически организованных данных, определенным образом связанных между собой и являющихся аналогом информационной модели семейства проектируемых объектов САПР.

Описание данных и отношений между ними бывает двух видов: физическое и логическое.

Физическое описание отражает совокупность элементов данных, а также связей между ними, осуществляемых в среде их хранения на жестком диске.

Логическое описание отражает совокупность элементов данных *на уровне обращения* к ним пользователя посредством программных средств, а также *связей* информационной модели объекта проектирования. Логическая организация или логическое описание данных подразделяются на файловое и глобальное. Глобальная организация (описание) содержит различные файлы данных и связи между ними, предназначенные для реализации функций банка данных. (Здесь: запись (логическая запись) - родственные данные, рассматриваемые как единица данных; файл - совокупность данных, состоящая из записей, относящихся к одной теме).

Файловая организация (описание) данных представляет собой набор записей и связей между ними, используемых прикладной программой при решении конкретной задачи пользователя.

Для обслуживания глобальной организации данных используется понятие администратора данных, отвечающего за их сохранность, функции которого обычно осуществляет определенное подразделение, имеющее в своем составе соответствующих специалистов.

Комплекс программ, служащих интерфейсом между пользователем и хранимыми данными, образует СУБД.

### 3.6.3 Базы знаний (БЗ)

БЗ - совокупность фактов, метаданных, т.е. описаний закономерностей, которым подчиняются данные, а также правил вывода, с

помощью которых возможен вывод одних данных и метаданных на основе других. Его обеспечивают механизмы специальной программной системы - системы управления базами знаний (СУБЗ), в чьей среде создается и функционирует БЗ.

БЗ отражает систему понятий, их связей и зависимостей некоторой предметной области. БЗ предназначена для машинного вывода новой информации на основе известных фактов, содержащихся в БД, что возможно благодаря способности автоматизированной системы обрабатывать метаинформацию в БЗ. База данных представляет собой организованную семантическую сеть, составленную на языке, близком к естественному.

Направление, в рамках которого решаются научные и практические задачи организации БЗ, называют искусственным интеллектом.

Основные исследования, которые ведутся в области искусственного интеллекта, можно свести к следующим четырем направлениям:

1. Представление знаний и работа с ними (создание моделей и языков для представления знаний в ЭВМ, а также программных и аппаратных средств для их преобразования: пополнения, логической обработки и т.д.).

2. Планирование целесообразного поведения (исследования по созданию методов формирования целей и решения задач планирования действий автоматического устройства, функционирующего в сложной внешней среде).

3. Общение человека с ЭВМ (задачи создания языковых средств, так называемого «дружественного интерфейса», позволяющего эффективно взаимодействовать с ЭВМ непрограммирующему пользователю).

4. Распознавание образов и обучение (исследования по восприятию зрительной, слуховой и других видов информации, методам ее обработки, способам адаптации искусственных технических систем к среде путем обучения).

Любая интеллектуальная деятельность опирается на знания о предметной области, в которой ставятся и решаются задачи. Роль знаний в интеллектуальной деятельности определяет характерную особенность интеллектуальных систем - наличие в них блока представления знаний и интеллектуального банка данных (ИБД), который, в свою очередь, подразделяют на БД и БЗ. БД включает фотографические, количественные данные, характеризующие предметную область.

Переход от данных к знаниям - логическое следствие развития и усложнения информационных структур, обрабатываемых на ЭВМ. Рассмотрим особенности знаний, которые отличают их от данных.

Интерпретируемость. Данные, помещенные в ЭВМ, могут интерпретироваться лишь соответствующими программами. В отрыве от программ они не несут никакой содержательной информации. Знания

отличаются от данных тем, что возможность содержательной интерпретации присутствует в них всегда.

Наличие классифицирующих отношений. Несмотря на разнообразие форм хранения данных, возможности компактного описания всех связей между различными типами данных ограничены. При переходе к знаниям в БЗ устанавливаются многочисленные разнообразные отношения между единицами знаний (например, элемент - множество, тип - подтип, ситуация - подситуация и т.п.), отражающие характер их взаимосвязи. Это позволяет записать и хранить отдельно информацию, одинаковую для всех элементов множества, но при необходимости ее можно непосредственно передать описанию любого элемента множества. Такой процесс передачи называют «наследованием» информации.

Наличие ситуативных связей. Эти связи определяют ситуативную совместимость отдельных событий или фактов, хранимых или вводимых в память, и позволяют строить процедуры анализа знаний.

Появление знаний как информационных объектов для обработки на ЭВМ определило переход от БД к БЗ. Системы управления базами знаний (СУБЗ) являются развитием СУБД и имеют более мощные обслуживающие процедуры. В частности, с помощью СУБЗ пользователь может работать не только с теми структурами информации, которые реализованы в БЗ, но и создавать свои. СУБЗ автоматически обеспечивает связь между структурами пользователя и структурами, хранимыми в БЗ.

Следует отметить, что БЗ не отвергает и не заменяет БД. Они рассматриваются как разные уровни представления информации, хранящейся в ИБД. Основным принципом организации ИБД, построенным, например, на основе семантических сетей, является разделение экстенциональных и интенциональных знаний; при этом экстенциональная семантическая сеть является основой БД, а интенциональная - основой БЗ. Такое «расслоение» системы представления знаний существенно повышает ее возможности по сравнению, например, с логическими моделями.

### 3.7 Методическое обеспечение САПР

Под методическим обеспечением (МетО) САПР понимают входящие в ее состав документы, регламентирующие *порядок ее эксплуатации*. Причем документы, относящиеся к процессу создания САПР, не входят в состав МетО. Так как документы МетО носят в основном инструктивный характер и их разработка является процессом творческим, то о специальных способах и средствах реализации данного компонента САПР говорить не приходится. В последнее время совершенствование организации работ в области автоматизации проектирования направлено на централизованное создание типовых ПМК с целью широкого тиражирования. Такие ПМК должны включать, наряду с программами для

ЭВМ и базами данных, комплекты документации. Таким образом, указанная документация станет частью методического обеспечения САПР.

### 3.8 Организационное обеспечение САПР

Стандарты по САПР требуют выделения в качестве самостоятельного компонента ОО, которое включает в себя положения, инструкции, приказы, штатные расписания, квалификационные требования и другие документы, регламентирующие организационную *структуру подразделений* проектной организации и *взаимодействие* подразделений с комплексом средств АПР.

Функционирование САПР возможно только при наличии и взаимодействии перечисленных средств АПР.

## 4 МО автоматизированного проектирования (АПР)

МО АПР включает в себя ММ объектов проектирования, методы и алгоритмы выполнения проектных процедур.

### 4.1 Требования к математическим моделям

ММ служат для описания свойств объектов в процедурах АПР. Если проектная процедура включает создание ММ и оперирование ею с целью получения полезной информации об объекте, то говорят, что процедура выполняется на основе *математического моделирования*.

К ММ предъявляются требования универсальности, точности, адекватности и экономичности.

Степень универсальности ММ характеризует полноту отображения в модели свойств реального объекта. ММ отражает лишь некоторые свойства объекта. Так, большинство ММ, используемых при функциональном проектировании, предназначено для отображения протекающих в объекте физических или информационных процессов, при этом не требуется, чтобы ММ описывала такие свойства объекта, как геометрическая форма составляющих его элементов. Например, ММ резистора в виде уравнения закона Ома характеризует свойства резистора пропускать электрический ток, но не отражает такие габариты резистора, как детали, его цвет, механическую прочность, стоимость и т.п.

Точность ММ оценивается степенью совпадения значений параметров реального объекта и значений тех же параметров, рассчитанных с помощью оцениваемой ММ. Пусть отражаемые в ММ свойства оцениваются вектором выходных параметров  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ . Тогда, обозначив истинное и рассчитанное с помощью ММ значения  $j$ -го

выходного параметра через  $y_{j \text{ ист}}$  и  $y_{j \text{ м}}$  соответственно, определим относительную погрешность  $\varepsilon_j$  расчета параметра  $y_j$  как

$$\varepsilon_j = (y_{j \text{ м}} - y_{j \text{ ист}}) / y_{j \text{ ист}}. \quad (4.1)$$

Получена векторная оценка  $\mathcal{E} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$ . При необходимости сведения этой оценки к скалярной используют какую-либо норму вектора  $\mathcal{E}$ , например

$$\varepsilon_m = \|\mathcal{E}\| = \max_{j \in [1:m]} \varepsilon_j \quad (4.2)$$

Адекватность ММ - способность отображать заданные свойства объекта с погрешностью не выше заданной. Поскольку выходные параметры являются функциями векторов параметров внешних  $\mathbf{Q}$  и внутренних  $\mathbf{X}$ , погрешность  $\varepsilon_j$  зависит от значений  $\mathbf{Q}$  и  $\mathbf{X}$ . Обычно значения внутренних параметров ММ определяют из условия минимизации погрешности  $\varepsilon_m$  в некоторой точке  $\mathbf{Q}_{\text{ном}}$  пространства внешних переменных, а используют модель с рассчитанным вектором  $\mathbf{X}$  при различных значениях  $\mathbf{Q}$ . При этом, как правило, адекватность модели имеет место лишь в ограниченной области изменения внешних переменных - области адекватности (ОА) ММ:

$$\text{ОА} = \{\mathbf{Q} \mid \varepsilon_m \leq \delta\}, \quad (4.3)$$

где  $\delta > 0$  - заданная константа, равная предельно допустимой погрешности модели.

Экономичность ММ характеризуется затратами вычислительных ресурсов (затратами машинного времени  $T_m$  и памяти  $\Pi_m$ ) на ее реализацию. Чем меньше  $T_m$  и  $\Pi_m$ , тем модель экономичнее. Вместо значений  $T_m$  и  $\Pi_m$ , зависящих не только от свойств модели, но и от особенностей применяемой ЭВМ, часто используют другие величины, например: среднее количество операций, выполняемых при одном обращении к модели, размерность системы уравнений, количество используемых в модели внутренних параметров и т.п.

Требования высокой точности, степени универсальности, широкой ОА, с одной стороны, и высокой экономичности, с другой стороны, противоречивы. Наилучшее компромиссное удовлетворение этих противоречивых требований зависит от особенностей решаемых задач, иерархического уровня и аспекта проектирования. Это обстоятельство обуславливает применение в САПР широкого спектра ММ.

## 4.2 Классификация ММ

Основные признаки классификации и типы ММ, применяемые в САПР, даны в табл.4.1.

Таблица 4.1 – Основные признаки классификации и типы ММ, применяемые в САПР

Признак классификации	Математические модели
Характер отображаемых свойств объекта	Структурные, функциональные
Принадлежность к иерархическому уровню	Микроуровня, макроуровня, метауровня
Степень детализации описания внутри одного уровня	Полные, макромоделли
Способ представления свойств объекта	Аналитические, алгоритмические, имитационные
Способ получения модели	Теоретические, эмпирические

По характеру отображаемых свойств объекта ММ делятся на структурные и функциональные.

Структурные ММ предназначены для отображения структурных свойств объекта. Различают структурные ММ топологические и геометрические.

В *топологических ММ* отображаются состав и взаимосвязи элементов объекта. Их чаще всего применяют для описания объектов, состоящих из большого числа элементов, при решении задач привязки конструктивных элементов к определенным пространственным позициям (например, задачи компоновки оборудования, размещения деталей, трассировки соединений) или к относительным моментам времени (например, при разработке расписаний, технологических процессов). Топологические модели могут иметь форму графов, таблиц (матриц), списков и т.п.

В *геометрических ММ* отображаются геометрические свойства объектов, в них дополнительно к сведениям о взаимном расположении элементов содержатся сведения о форме деталей. Геометрические ММ могут выражаться совокупностью уравнений линий и поверхностей, алгебраических соотношений, описывающих области, составляющие тело объекта; графами и списками, отображающими конструкции из типовых конструктивных элементов, и т.п. Геометрические ММ применяют при решении задач конструирования в машиностроении, приборостроении, радиоэлектронике, для оформления конструкторской документации, при задании исходных данных на разработку технологических процессов изготовления деталей. Используют несколько типов геометрических ММ.

В машиностроении для отображения геометрических свойств со сравнительно несложными поверхностями применяют ММ, представляемые в аналитической или алгебраической форме (аналитические, алгебрологические). *Аналитические ММ* - уравнения поверхностей и линий. Например, уравнение плоскости имеет вид  $ax + by + cz + d = 0$ , а эллипсоида - вид  $(x/a)^2 + (y/b)^2 + (z/c)^2 + d = 0$ , где  $x, y, z$  - пространственные координаты,  $a, b, c, d$  - коэффициенты уравнений. В *алгебрологических ММ* тела описываются системами логических выражений, отображающих условия принадлежности точек внутренним областям тел.

Для сложных поверхностей аналитические и алгебрологические модели оказываются слишком громоздкими, их трудно получать и неудобно использовать. Область их применения обычно ограничивается поверхностями плоскими и второго порядка.

В машиностроении для отображения геометрических свойств деталей со сложными поверхностями применяют ММ каркасные и кинематические.

*Каркасные ММ* представляют собой каркасы - конечные множества элементов, например, точек или кривых, принадлежащих моделируемой поверхности. В частности, выбор каркаса в виде линий, образующих сетку на описываемой поверхности, приводит к разбиению поверхности на отдельные участки. Кусочно-линейная аппроксимация на этой сетке устраняет главный недостаток аналитических моделей, так как в пределах каждого из участков, имеющих малые размеры, возможна удовлетворительная по точности аппроксимация поверхностями с простыми уравнениями. Коэффициенты этих уравнений рассчитываются исходя из условий плавности сопряжений участков.

В *кинематических ММ* поверхность представляется в параметрическом виде  $R(u, v)$ , где  $R = (x, y, z)$ , а  $u$  и  $v$  - параметры. Такую поверхность можно получить в результате перемещения в трехмерном пространстве кривой  $R(u)$ , называемой образующей, по некоторой направляющей линии.

Коэффициенты уравнений во всех рассмотренных моделях, как правило, не имеют простого геометрического смысла, что затрудняет работу с ними в интерактивном режиме. Этот недостаток устраняется в канонических моделях и в геометрических макромоделях.

*Канонические модели* используют в тех случаях, когда удастся выделить параметры, однозначно определяющие геометрический объект и в то же время имеющие простую связь с его формой. Например, для плоского многоугольника такими параметрами являются координаты вершин, для цилиндра - направляющие косинусы и координаты некоторой точки оси, а также радиус цилиндра.

*Геометрические макромодел* являются описаниями предварительно отобранных типовых геометрических фрагментов. Такими

фрагментами могут быть типовые сборочные единицы, а их макромоделями - условные номера, габаритные и стыковочные размеры. При оформлении конструкторской документации макромоделю используют для описания типовых графических изображений, например, зубчатых колес, винтовых соединений, подшипников и т.п.

Функциональные ММ предназначены для отображения физических или информационных процессов, протекающих в объекте при его функционировании или изготовлении. Обычно функциональные ММ представляют собой системы уравнений, связывающих фазовые переменные, внутренние, внешние и выходные параметры.

Одной из основных задач создания САПР является разработка компонентов МО, обеспечивающих наилучшее компромиссное удовлетворение противоречивых требований универсальности, точности, экономичности, надежности.

Использование принципов блочно-иерархического подхода к проектированию приводит к появлению иерархии ММ-проектируемых объектов. Количество иерархических уровней при моделировании определяется сложностью проектируемых объектов и возможностями средств проектирования. Однако для большинства предметных областей можно отнести имеющиеся иерархические уровни к одному из трех обобщенных уровней, называемых далее микро-, макро- и метауровнями.

В зависимости от места в иерархии описаний ММ делятся на ММ, относящиеся к микро-, макро- и метауровням.

#### 4.2.1 Функциональные ММ. Непрерывные ММ

Особенностью ММ на микроуровне является отражение физических процессов, протекающих в непрерывном пространстве и времени.

На микроуровне описывают состояния сплошных сред, составляющих элементы и детали проектируемых объектов. Такими ММ являются уравнения математической физики с соответствующими краевыми условиями, например, дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП). Примерами ДУЧП служат уравнения теплопроводности, диффузии, упругости, электродинамики, газовой динамики, в которых независимыми переменными являются время  $t$  и пространственные координаты  $X_i$ , а зависимыми могут быть температура, концентрация частиц, напряженность поля, деформация, электрические заряды, плотности и т.п. Общий вид ДУЧП:

$$L \varphi(Z) = f(Z), \quad (4.4)$$

где  $Z=(t, z_1, z_2, z_3)$  - вектор независимых переменных;  $f(Z)$ - функция, выражающая заданные внешние воздействия на исследуемую среду;  $L$  -

дифференциальный оператор;  $\varphi(Z)$  - функция, определяемая природой описываемого объекта.

В частных случаях в вектор  $Z$  может входить менее четырех переменных. Если в  $Z$  отсутствует  $t$ , то уравнение называется *стационарным*. Уравнение может быть одно-, двух- и трехмерным в зависимости от числа переменных  $X_i$  в векторе  $Z$ . Например, уравнение теплопроводности является нестационарным одномерным:

$$(\partial T / \partial t) - a_T (\partial^2 T / \partial z^2) = 0,$$

где  $T$  - температура;  $a_T$  - коэффициент температуропроводности.

Здесь, в соответствии с (4.4),  $L = (\partial / \partial t) - a_T (\partial^2 / \partial z^2)$ ,  $\varphi(Z) = T(t, z)$ ,  $f(Z) = 0$ . В качестве  $L$  могут фигурировать также интегральные или интегродифференциальные операторы.

Возможности применения ММ в виде ДУЧП ограничены отдельными деталями, попытки анализировать с их помощью процессы в многокомпонентных средах, сборочных единицах, электронных схемах не могут быть успешными из-за чрезмерного роста затрат машинного времени и памяти.

На макроуровень переход осуществляется путем выделения в моделируемом объекте конечного числа частей (элементов). Такое выделение можно представить как дискретизацию пространства, при которой из независимых переменных исключаются пространственные координаты. Вместо полей фазовых переменных  $\varphi(Z)$  появляется конечное число фазовых переменных  $\varphi(t)$ , каждая из которых относится к определенному элементу дискретизированного пространства.

Например, исследуя электрические свойства некоторого полупроводникового тела, можно в нем выделить конечное число элементарных частей, каждую из них представить электрическими сопротивлением  $R_i$  и емкостью  $C_i$ . Характеристикой электрического состояния тела вместо полей потенциала и тока станет вектор  $V(t)$  падений напряжений и токов через сопротивления  $R_i$  и емкости  $C_i$ .

При переходе к представлениям макроуровня уравнение (4.4) превращается в систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), называемых компонентными уравнениями.

**Компонентные уравнения** можно записать в виде

$$F_1(dU/dt, V, t) = 0, \quad (4.5)$$

где  $V = (U, W)$  - вектор фазовых переменных;  $U$  - подвектор фазовых переменных, непосредственно характеризующих запасы энергии в элементах объекта;  $t$  - время.

Каждое из компонентных уравнений связывает разнотипные фазовые переменные, относящиеся к очередному элементу. Отметим, что фазовые переменные могут быть переменными типа потенциала

(электрические напряжения, температуры, давления, скорости) и переменными типа потока (это электрические токи, тепловые потоки, расходы, силы).

Указание способа связи элементов друг с другом соответствует заданию *топологических уравнений*, представляющих собой соотношения между однотипными фазовыми переменными, относящимися к разным элементам:

$$F_2(V) = 0. \quad (4.6)$$

Топологические уравнения выражают условия равновесия сил, законы сохранения, условия неразрывности и т.п. Их примером могут служить уравнения законов Кирхгофа.

Дискретизация и алгебраизация модели при числовом решении (4.5) и (4.6) основаны на замене переменных  $t$  и  $V$  конечным множеством значений  $t_k$ , принадлежащих заданному отрезку интегрирования, и множеством значений вектора фазовых переменных  $V_k = V(t_k)$ . Если обозначить через  $z_k$  значение вектора производных  $dU/dt$  в точке  $t_k$ , то система алгебродифференциальных уравнений (4.5) и (4.6) оказывается представленной в виде системы алгебраических уравнений

$$F_1(z_k, U_k, W_k, t_k) = 0; \quad (4.7)$$

$$F_2(U_k, W_k) = 0. \quad (4.8)$$

Если состояние каждого элемента объекта характеризуется одной переменной типа потенциала и одной переменной типа потока, а количество элементов в объекте равно  $\alpha$ , то подсистема (4.7) состоит из  $\alpha$  уравнений с  $2\alpha + \gamma$  неизвестными, а подсистема (4.8) - из  $\alpha$  уравнений с теми же неизвестными (здесь  $\gamma$  - размерность вектора  $U$ , равная количеству реактивных элементов, т.е. элементов, в компонентных уравнениях которых имеются производные фазовых переменных по времени). Для решения системы алгебраических уравнений (4.7), (4.8) нужно ее доопределить с помощью  $\gamma$  уравнений с уже введенными переменными  $z_k$ ,  $U_k$ . Такое доопределение осуществляется с помощью формул численного интегрирования:

$$F_3(z_k, U_k) = 0. \quad (4.9)$$

В САПР преимущественно используются формулы вида

$$z_k = \eta_k U_k + \mu_k, \quad (4.10)$$

где  $\eta_k$  зависит от порядка метода интегрирования и величины шага дискретизации переменной  $t$  (шага интегрирования);  $\mu_k$  зависит также от значений подвектора фазовых переменных  $U$  на одном или нескольких

предыдущих шагах. Например, простейшая формула численного интегрирования имеет вид  $z_k = (U_k - U_{k-1})/h_k$ , где  $h_k = t_k - t_{k-1}$  - шаг интегрирования.

Систему алгебраических уравнений (4.7)-(4.9) нужно решать для каждого выделенного момента времени  $t_k$ . Поскольку известны начальные условия  $t_0$  и  $U_0$ , сначала решается система уравнений для момента времени  $t_1$  с неизвестными  $z_1$  и  $V_1$ , далее – для момента времени  $t_2$  и т.д. На каждом очередном шаге значения  $U$  от предыдущих шагов известны и, следовательно, определены коэффициенты  $\eta_k$  и  $\mu_k$  в формуле (4.10).

Таким образом, исходное описание задачи на входном языке при наличии подпрограмм моделей элементов, подпрограмм численных методов и программ, формирующих топологические уравнения, означает задание ММС в виде исходной системы алгебраических уравнений (4.7)-(4.9). Дальнейшие преобразования этой модели обычно направлены на снижение порядка системы уравнений и приведение ее к виду, принятому в выбранном численном методе решения алгебраических уравнений. Порядок системы уравнений зависит от числа выделенных элементов объекта. Если порядок системы приближается к  $10^3$ , то оперирование моделью становится затруднительным, и поэтому необходимо переходить к представлениям на метауровне.

Метауровень характеризуется большим разнообразием типов используемых ММ. Для многих объектов ММ на метауровне по-прежнему представляются системами ОДУ. Но так как в моделях не описываются внутренние для элементов фазовые переменные, а фигурируют только фазовые переменные, относящиеся к взаимным связям элементов, то укрупнение элементов на метауровне означает получение ММ приемлемой размерности для существенно более сложных объектов, чем на макроуровне.

На метауровне при моделировании аналоговых объектов проявляются следующие особенности:

- а) в качестве элементов рассматриваются более сложные объекты, чем на макроуровне;
- б) для описания состояния объекта используются фазовые переменные одного типа (например, только напряжения или только токи), называемые сигналами;
- в) принимается допущение об односторонней передаче сигналов внутри элемента - от входов к выходам;
- г) не учитывается влияние нагрузки на функционирование элементов.

Однако процессы рассматриваются в непрерывном времени с сохранением непрерывного характера фазовых переменных, поэтому ММ аналоговых объектов остаются системами ОДУ вида (4.4).

Для реализации ММ, представляемых ДУЧП или системами ОДУ, используются численные методы непрерывной математики, поэтому рассмотренные ММ называют *непрерывными*.

На рис. 4.1 показаны преобразования непрерывных ММ в процессе перехода от исходных формулировок задач к рабочим программам, представляющим собой последовательности элементарных арифметических и логических операций. Стрелками 1,2 и 3 показаны переходы от описания структуры объектов на соответствующем иерархическом уровне к математической формулировке задачи.

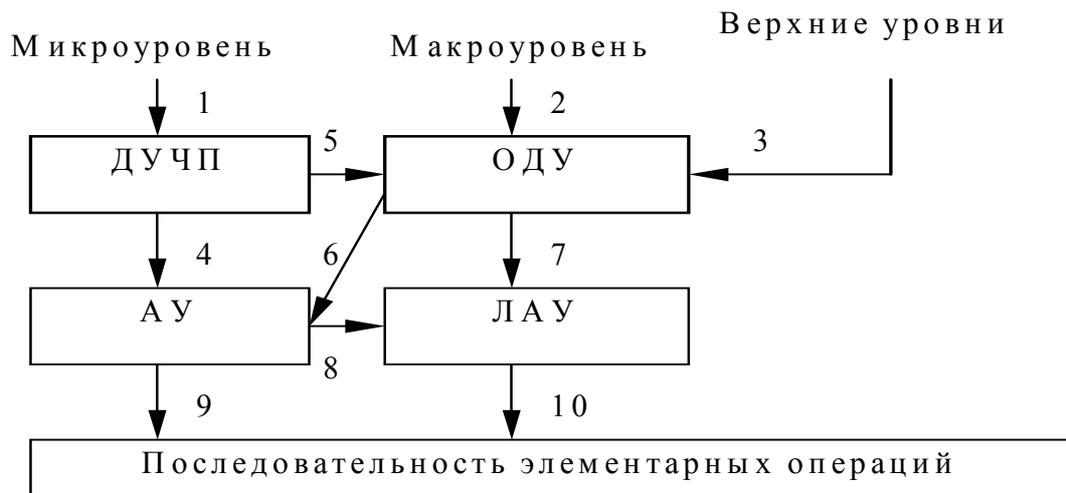


Рисунок 4.1 – Преобразования непрерывных математических моделей

Дискретизация (5) и алгебраизация (4) ДУЧП по пространственным переменным осуществляются методами конечных разностей (МКР) или конечных элементов (МКЭ). Применение МКР и МКЭ к стационарным ДУЧП приводит к системе алгебраических уравнений (АУ), а к нестационарным ДУЧП - к системе ОДУ. Алгебраизация и дискретизация системы ОДУ по переменной  $t$  осуществляются методами численного интегрирования.

Для нелинейных ОДУ (6) это преобразование приводит к системе нелинейных АУ, для линейных ОДУ (7) - к системе линейных алгебраических уравнений (ЛАУ). Нелинейные АУ решаются итерационными методами. Стрелка 8 соответствует решению методом Ньютона, основанному на линеаризации уравнений, стрелка 9 - методами Зейделя, Якоби, простой итерации и т.п. Решение системы ЛАУ сводится к последовательности элементарных операций (4.6) с помощью методов Гаусса или LU-разложения.

В радиоэлектронной промышленности непрерывные ММ применяются в подсистемах проектирования электронных компонентов, фрагментов БИС, источников питания, радиотехнических схем и систем. В САПР ЭВМ непрерывные ММ используются для проектирования

элементной базы, анализа тепловых режимов, электромеханических периферийных устройств, вторичных источников питания.

#### 4.2.2 Дискретные математические модели

В ряде предметных областей удастся использовать специфические особенности функционирования объектов для упрощения ММ. Примером являются электронные устройства цифровой автоматики, в которых возможно применять дискретное представление таких фазовых переменных, как напряжения и токи.

Проектирование ЭВМ и вычислительных систем (ВС) на функционально-логическом и системном уровнях основано на применении дискретных ММ. При моделировании в подсистемах функционально-логического проектирования принимаются те же допущения, что и при моделировании аналоговых систем на верхних уровнях. Кроме того, моделируемый объект представляется совокупностью взаимосвязанных логических элементов, состояния которых характеризуются переменными, принимающими значения в конечном множестве. В простейшем случае это множество  $\{0, 1\}$ . Непрерывное время  $t$  заменяется дискретной последовательностью моментов времени  $t_k$ , при этом длительность такта  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$ . Следовательно, математической моделью объекта является конечный автомат (КА). Функционирование КА описывается *системой логических уравнений*

$$\dot{V} = F(V, U), \quad (4.11)$$

где  $\dot{V}$  - вектор внутренних и выходных переменных, относящихся к моменту времени  $t_k$ ;  $V$  - вектор тех же переменных, но относящихся к данному моменту времени  $t_k + dt$ ;  $U$  - вектор входных переменных в момент времени  $t_k$ .

Такие логические модели существенно более экономичны, чем модели электрические, описывающие изменения напряжений и сил токов как непрерывных функций времени.

Структурные модели также делятся на модели различных иерархических уровней. При этом на низших иерархических уровнях преобладает использование геометрических моделей, на высших иерархических уровнях используются топологические модели.

По степени детализации описания в пределах каждого иерархического уровня выделяют полные ММ и макромоделли.

Полная ММ – модель, в которой фигурируют фазовые переменные, характеризующие состояния всех имеющихся межэлементных связей (т.е. состояния всех элементов проектируемого объекта).

Макромодель - ММ, в которой отображаются состояния значительно меньшего числа межэлементных связей, что соответствует описанию объекта при укрупненном выделении элементов.

Понятия «полная ММ» и «макромодель» относительны и обычно используются для различения двух моделей, отображающих различную степень детальности описания свойств объекта.

По способу представления свойств объекта функциональные ММ делятся на аналитические, алгоритмические и имитационные.

Аналитические ММ представляют собой явные выражения выходных параметров как функций входных и внутренних параметров. Такие ММ характеризуются высокой экономичностью, однако получение уравнения в такой форме удастся лишь в отдельных частных случаях, как правило, при принятии существенных допущений и ограничений, снижающих точность и сужающих область адекватности модели.

Алгоритмические ММ выражают связи выходных параметров с параметрами внутренними и внешними в форме алгоритма. Типичная алгоритмическая ММ включает алгоритм выбранного численного метода решения и алгоритм вычисления вектора выходных параметров как функционалов решения системы уравнений  $V(Z)$ .

Имитационная ММ - алгоритмическая модель, отражающая поведение исследуемого объекта во времени при задании внешних воздействий на объект. Примерами имитационных ММ могут служить модели динамических объектов в виде систем ОДУ и модели систем массового обслуживания, заданные в алгоритмической форме.

Для получения ММ используют методы неформальные и формальные.

На каждом иерархическом уровне проектирования различают понятия математических моделей системы (ММС) и элемента (ММЭ) системы.

Неформальные методы применяют на различных иерархических уровнях для получения ММЭ. Эти методы включают изучение закономерностей процессов и явлений, связанных с моделируемым объектом, выделение существенных факторов, принятие различного рода допущений и их обоснование, математическую интерпретацию имеющихся сведений и т.п. Для выполнения этих операций в общем случае отсутствуют формальные методы, в то же время от их результата существенно зависят показатели эффективности ММ - степень универсальности, точность, экономичность. Поэтому построение ММЭ, как правило, осуществляется квалифицированными специалистами, получившими подготовку как в соответствующей предметной области, так и в вопросах математического моделирования на ЭВМ.

Применение неформальных методов возможно для синтеза ММ теоретических и эмпирических. *Теоретические ММ* создаются в результате исследования процессов и их закономерностей, присущих

рассматриваемому классу объектов и явлений; *эмпирические ММ* - в результате изучения внешних проявлений свойств объекта с помощью измерений фазовых переменных на внешних входах и выходах и обработки результатов измерений.

Решение задач моделирования элементов облегчается благодаря тому, что для построения большинства технических объектов используются типовые элементы (количество типов сравнительно невелико). Поэтому разработка ММЭ производится сравнительно редко. Единожды созданные ММЭ заносятся в библиотеку и в дальнейшем многократно применяются при разработке разнообразных систем из этих элементов. Примерами таких ММ на микроуровне служат описания конечных элементов для анализа напряженно-деформированного состояния деталей, плоские элементы в форме треугольников и четырехугольников, трехмерные элементы типа параллелепипеда, тетраэдра и т.п.; примерами типовых ММ геометрических элементов могут служить уравнения дуг окружностей, плоскостей и поверхностей второго порядка; примерами типовых ММ элементов на макроуровне являются ММ элементов интегральных схем - транзисторов, диодов, резисторов, конденсаторов.

В то же время число систем, создаваемых на заданной элементной базе, может быть очень большим, и для каждого исследуемого варианта каждой проектируемой системы нужно иметь свою ММ системы (ММС). Поэтому задачи получения ММЭ и ММС различные.

Формальные методы применяют для получения ММС при известных ММЭ.

Таким образом, в программах автоматизированного анализа, используемых в САПР, получение ММ проектируемых объектов обеспечивается реализацией ММ элементов и методов формирования ММ систем.

### **4.2.3 Методика получения ММ элементов**

Общая методика получения ММЭ включает в себя выполнения ниже перечисленных процедур.

1. Определение свойств объекта (элемента), которые должна отражать модель. Включение в перечень таких отражаемых свойств, оценка которых не требуется для принятия проектных решений на определенном этапе проектирования, приводит к усложнению модели и нерациональному расходованию ресурсов САПР. Например, для процедур функционально-логического проектирования ММ логической микросхемы должна адекватно отражать свойство задержки сигналов, но излишне включать в нее оценки таких свойств, как габариты, масса, цвет и т.п.

2. Сбор исходной информации о выбранных свойствах объекта. Используются знания о закономерностях функционирования объекта,

справочные данные, планируются и реализуются необходимые экспериментальные исследования и т.д.

3. Получение структуры модели, т.е. математических выражений и уравнений, описывающих в общем виде отношения между фазовыми переменными и параметрами объекта. Иногда вместо системы уравнений модель удобно представлять на некотором формальном графическом языке (например, языке графов или эквивалентных схем), допускающем однозначный перевод на язык математических формул.

4. Расчет числовых значений параметров ММЭ для заданного экземпляра или группы экземпляров объектов. Известны значения выходных параметров объекта  $y_{j \text{ ист}}$ , и необходимо выбрать такие значения внутренних параметров модели  $x_i$ , при которых оценки выходных параметров  $y_{j \text{ м}}$ , полученные на основе моделирования, были максимально приближены к значениям  $y_{j \text{ ист}}$ . Другими словами, задача расчета  $x_i$  формулируется как экстремальная задача:

$$\min_{X \in XD} \varepsilon_M(X), \quad (4.12)$$

где  $\varepsilon_M$  - норма вектора относительных погрешностей  $\varepsilon_j = (y_{jM}(X) - y_{j \text{ ист}})$ ;  $X$  - заданная область возможных значений внутренних параметров.

5. Оценка точности и адекватности модели. Обычно точность определяется в некоторой тестовой ситуации, характеризуемой заданными значениями внешних переменных  $q_k$  и известными значениями  $y_{j \text{ ист}}$ , при этом необходимо, чтобы эта тестовая ситуация не использовалась при решении задачи (4.12). Однако оценки точности, полученные в одной или нескольких точках пространства внешних переменных  $Q=(q_1, q_2, \dots, q_i)$ , не дают полных сведений о возможностях применения модели в других точках этого пространства. Эти сведения можно получить при построении области адекватности (ОА) модели. Определение и представление ОА как области с нелинейными границами в многомерном пространстве требует значительных вычислительных ресурсов. Поэтому вместо истинной ОА используют область адекватности, аппроксимированную (ОАА), например, в виде гиперпараллелепипеда, вписанного в ОА и имеющего ребра, параллельные координатным осям пространства внешних переменных. Область адекватности, аппроксимированная в виде квадрата в двухмерном пространстве с координатными осями  $q_1$  и  $q_2$ , показана на рис. 4.2, граница ОА дана пунктирной линией. Удобство такой ОАА заключается в простоте ее представления в виде совокупности неравенств  $q_{k \text{ min}} \leq q_k \leq q_{k \text{ max}}$ . Построение ОАА осуществляется с помощью методов оптимизации допусков. Несмотря на переход от ОА к ОАА такое построение довольно трудоемкое.

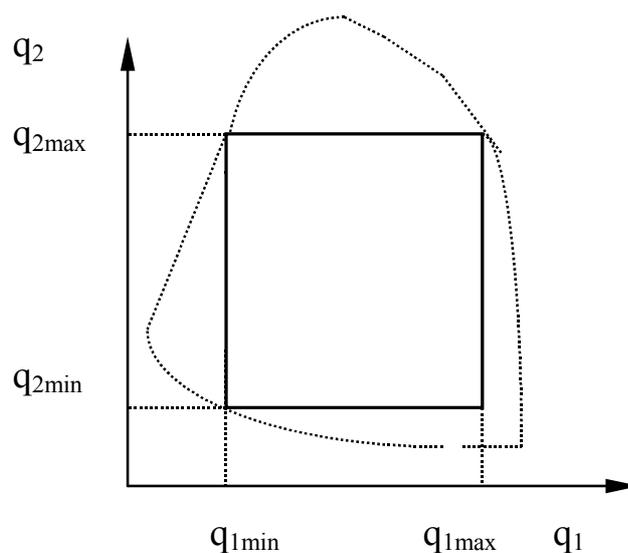


Рисунок 4.2 – Аппроксимация области адекватности

Поэтому практически его целесообразно выполнять только для математических моделей унифицированных элементов, на протяжении длительного времени входящих в элементную базу проектируемой аппаратуры.

Требования к точности моделирования зависят от ряда факторов: характера проектной процедуры, близости к завершающим итерациям и т.п. Использование во всех случаях одних и тех же ММЭ, которые при этом должны быть высокоточными, следовательно, сложными, требующими больших затрат вычислительных ресурсов, нецелесообразно. Поэтому в ПМК для определенных типов элементов желательно иметь несколько ММ, различающихся размерами ОА и экономичностью. ММ элемента, наиболее точно и всесторонне отражающая свойства моделируемого объекта, называется *полной моделью*, а ММЭ, менее универсальные и точные, но более экономичные по сравнению с полной моделью, называются *макромоделями*, таким образом, полная модель и макро модель различаются степенью детализации описания объекта проектирования.

### 4.3 Многовариантный анализ

Верификация проектных решений, как правило, требует выполнения многовариантного анализа. К типовым процедурам многовариантного анализа относятся анализ чувствительности и статистический.

### 4.3.1 Анализ чувствительности

Такой анализ сводится к определению коэффициентов чувствительности выходных параметров  $y_j$  к изменениям параметров элементов  $x_i$  (или внешних параметров  $q_i$ ). Различают абсолютный и относительный коэффициенты чувствительности:

$$a_{ij} = \frac{dy_i}{dx_j}, \quad b_{ij} = a_{ij} \frac{x_i}{y_j}, \quad (4.13)$$

где  $x_{in}$  и  $y_{jn}$  - номинальные значения параметров  $x_i$  и  $y_j$  соответственно внутренних и выходных.

Для случая  $y_{in} = 0$  (например, выходное напряжение уравновешенного моста) вводится коэффициент нулевой чувствительности, который имеет размерность выходного параметра:  $b_{ij}^0 = x_{jn} a_{ij}$ .

*Матрица чувствительности A и B* размером  $n \times m$  (или  $n \times l$ ) состоят из значений  $a_{ij}$  и  $b_{ij}$  для  $n$  выходных,  $m$  внутренних или  $l$  внешних параметров. Методы анализа чувствительности ориентированы на расчет всех элементов матрицы чувствительности A или ее части, например градиента одного из выходного параметра:

$$A_i = \text{grad } y_i(X) = (\partial y_i / \partial x_1, \partial y_i / \partial x_2, \partial y_i / \partial x_m). \quad (4.14)$$

Рассмотрим методы анализа чувствительности применительно к внутренним параметрам, они в равной степени применимы к внешним параметрам. Наиболее просто анализ чувствительности выполняется для аналитических моделей объекта  $Y=F(X)$ , где F - известная вектор-функция. Матрица чувствительности определяется непосредственным дифференцированием аналитических выражений

$$A = [\partial F / \partial X]_{n \times m}. \quad (4.15)$$

В большинстве случаев зависимости выходных параметров от входных в явном виде неизвестны и определяются с помощью методов одновариантного анализа (как правило, через решение систем ОДУ, НАУ или ЛАУ). Поэтому необходимо применять численные методы анализа чувствительности, наиболее универсальные среди них - методы приращений и прямой.

**Метод приращений** применим для любых способов получения выходных параметров и основан на численном дифференцировании зависимостей  $y_i(x_i)$  в некоторой точке  $X_n$  пространства внутренних параметров:

$$a_{ij} = \partial y_i / \partial x_j = (y_i - y_{in}) / \Delta x_j = \Delta y_i / \Delta x_j, \quad (4.16)$$

где  $y_i$  - значение  $i$ -го выходного параметра при изменении  $j$ -го внутреннего параметра на  $\Delta x_j$ ;  $y_{in}$  - значение  $i$ -го выходного параметра в точке  $X_H$ ;  $\Delta x_j$  - малое приращение  $j$ -го внутреннего параметра относительно  $x_{jn}$  при условии, что остальные внутренние параметры не изменяются.

В одновариантном анализе объекта рассчитываются все элементы  $Y$  при заданном значении  $X$ , следовательно, по результатам одного варианта можно определять  $j$ -й столбец матрицы чувствительности. Обозначим через  $X_j$  вектор внутренних параметров, отличающийся от  $X$  изменением  $j$ -го элемента  $x_{jn}$ . В первом варианте анализа задаются исходные значения вектора  $X_H$  и рассчитываются исходные значения выходных параметров  $Y_H = Y(X_H)$ . Для определения  $j$ -го столбца матрицы чувствительности необходимо выполнить одновариантный анализ при заданном векторе  $X_j$  и вычислить:

$$A_j = \partial y_i / \partial x_j = (Y(X_j) - Y(X_H)) / \Delta x_j. \quad (4.17)$$

Таким образом, для вычисления всех элементов матрицы чувствительности необходимо выполнить  $(m+1)$  раз одновариантный анализ независимо от количества выходных параметров  $n$ . Для нахождения вектор-градиента любого выходного параметра надо выполнить  $(m+1)$  раз одновариантный анализ объекта, где  $m$  - количество изменяемых (варьируемых) внутренних параметров. При больших  $m$  это составит значительный объем вычислений. Основным недостатком метода приращений - сравнительно невысокая точность определения частных производных, тем меньшая, чем сильнее выражена нелинейность выходных параметров в точке  $X_H$ . Сложность заключается в выборе  $\Delta x_j$  велика методическая погрешность для нелинейных зависимостей, при очень малых  $\Delta x_j$  сказываются погрешности округления при вычислении  $\Delta y_j$ . Так, если  $\Delta x_j$  будет сравнимо с машинной точностью (обычно  $10^{-7} \dots 10^{-8}$ ), то  $X_j \cong X_H$  и  $\Delta y_j = 0$ . Для каждого внутреннего параметра  $x_j$  имеется оптимальное значение  $\Delta x_{j \text{ опт}}$  с точки зрения точности вычисления  $a_{ij}$ . Точность определения коэффициентов  $a_{ij}$  можно повысить применением формул численного дифференцирования более высокого порядка точности, чем (4.16), при этом значительно возрастают вычислительные затраты. Например, для внутреннего параметра  $x_j$  можно задавать два приращения  $\Delta x_j$  в обе стороны от  $x_{jn}$ , т.е.  $x_{jn} \pm \Delta x_j$ ; обозначим соответствующие векторы  $X_j^+$  и  $X_j^-$ . Формула для вычисления  $a_{ij}$ :

$$a_{ij} = (Y(X_j^+) - Y(X_j^-)) / 2 \Delta x_j. \quad (4.18)$$

В данном случае для вычисления всех элементов матрицы чувствительности необходимо выполнить  $2m$  раз одновариантный анализ объекта.

Прямой метод анализа чувствительности применяется в случае, когда ММС – это система ОДУ, выходные параметры определяются по результатам интегрирования этой системы. Пусть ММС представлена в виде:

$$F(V, \dot{V}, X, t) = 0, \quad (4.19)$$

где  $V$ - вектор фазовых переменных размерностью  $k$ ;  $\dot{V} = \partial V / \partial t$ ;  $X$  - вектор изменяемых внутренних параметров размерностью  $m$ ;  $t$ - время. Заданы начальные условия  $V_0$ .

Продифференцируем систему (4.19), которая называется основной, по  $j$ -ому элементу вектора  $X$ :

$$\frac{\partial F}{\partial V} Z_j + \frac{\partial F}{\partial \dot{V}} \dot{Z}_j + \frac{\partial F}{\partial x_j} = 0, \quad (4.20)$$

где

$$Z_j = \partial V / \partial x_j; \dot{Z}_j = \partial \dot{V} / \partial x_j. \quad (4.21)$$

Система (4.20) из  $k$  линейных дифференциальных уравнений относительно вектора  $Z_j$  называется *вспомогательной*. Вектор  $Z_j$  – вектор чувствительности фазовых переменных к изменениям  $j$ -го внутреннего параметра. Так как  $j = 1, 2, \dots, m$ , то  $Z_j$  -  $j$ -й столбец матрицы чувствительности фазовых переменных  $Z = [\partial V / \partial X]_{k \times m}$ . В начальный момент времени  $Z=0$ ,  $V=V_0$ , поэтому (4.20) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестного вектора:

$$[\partial F / \partial V_0]_{k \times m} Z_{j_0} = -[\partial F / \partial x_j]. \quad (4.22)$$

Решая систему (4.22)  $m$  раз ( $j=1, 2, \dots, m$ ) с разными правыми частями, получим матрицу чувствительности  $Z_0$  в начальный момент времени  $t=0$ .

В общем случае можно сформировать  $m$  вспомогательных линейных систем ОДУ вида (4.20) с начальными условиями  $Z_{j_0}$  каждая. Линейность систем (4.20) и одинаковость их матриц Якоби позволяют сократить затраты памяти и времени ЭВМ при решении этих систем.

Выходные параметры объекта  $y_i$  являются функционалами зависимостей  $V(t)$ , полученных в результате интегрирования основной системы (4.19), поэтому для определения итоговой матрицы чувствительности  $A$  выходных параметров необходимо установить функциональную связь коэффициентов  $a_{ij}$  с элементами матрицы  $Z$ . Часто выходной параметр  $y_i$  является определенным интегралом:

$$y_i = \int_0^{t_0} \psi(V(X, t), X, t) dt, \quad (4.23)$$

где  $\psi$  - известная функция;  $t_\phi$  - фиксированный момент времени.

Обозначим через  $A_i$   $i$ -ю строку матрицы чувствительности  $A$  и продифференцируем (4.23) по вектору  $X$  :

$$A_i = \int_0^{t_\phi} [(\partial\psi / \partial X)Z + (\partial\psi / \partial X)]dt. \quad (4.24)$$

Интеграл (4.24) можно вычислять одновременно с решением основной и вспомогательной систем ОДУ, подставляя в (4.24)  $Z(t)$  на каждом шаге интегрирования. Таким образом, для вычисления матрицы  $A$  или вектор-градиента  $A_i$  прямым методом необходимо решить  $m$  вспомогательных линейных систем ОДУ (4.20) независимо от количества выходных параметров  $n$ . При больших  $m$  это составит большой объем вычислений. Этот недостаток устранен в вариационном методе анализа чувствительности, где для определения строки матрицы чувствительности  $A_i$  интегрируется только одна дополнительная система ОДУ, называемая сопряженной. Вариационный метод применяется для выходных параметров - функционалов вида (4.23).

Основное достоинство прямого и вариационного методов анализа чувствительности - высокая точность вычисления элементов матрицы чувствительности, это обычно необходимо при решении сложных задач оптимизации.

### 4.3.2 Статистический анализ

Статистический анализ сводится к определению основных статистических характеристик выходных параметров проектируемого объекта: плотности распределения этих параметров (гистограмм), математических ожиданий (номинальных значений), средних квадратических отклонений (дисперсий), коэффициентов корреляции и т.п. Исходные данные для статистического анализа: технические требования на выходные параметры, предельно допустимые отклонения внешних параметров, сведения о законах распределения внутренних параметров.

Для определения разброса выходных параметров объекта относительно номинальных значений применяются метод наихудшего случая и вероятностные методы. Метод наихудшего случая используется для оценки влияния изменений внешних параметров на разброс выходных, поскольку правильное функционирование проектируемого объекта должно обеспечиваться при любых значениях внешних параметров внутри заданных диапазонов. С помощью вероятностных методов оценивается влияние случайного разброса значений внутренних параметров на разброс выходных параметров. В отношении внутренних параметров ориентация на наихудший случай приводит к неоправданно жестким требованиям к диапазонам их изменений. Это связано с тем, что вероятность возникновения наихудшего случая крайне мала и реальный разброс

выходных параметров намного меньше, чем предсказанный для наихудшего сочетания внутренних параметров с учетом их разброса.

Метод наихудшего случая - в качестве исходных данных указываются максимально возможные отклонения  $\Delta q_i$  элементов вектора внешних параметров  $Q$  от номинальных значений. Эта информация всегда имеется в техническом задании на проектирование.

Наихудший случай по  $i$ -ому выходному параметру  $y_i$  соответствует максимальным отклонениям всех элементов вектора  $Q$  от номинальных значений  $Q_{\text{ном}}$  в сторону ухудшения выходного параметра  $y_i$  с точки зрения требований ТЗ. Условия работоспособности по выходному параметру, указанные в ТЗ, представляются в виде  $y_i < TT_i$  или  $y_i > TT_i$ , где  $TT_i$  - техническое требование на параметр  $y_i$ . Следовательно, прежде всего необходимо определить направление отклонения  $q_i$  от номинального значения, т.е. знак  $\Delta q_i$  для каждого  $y_i$  с учетом его  $TT_i$ . Задача сводится к анализу чувствительности выходного параметра  $y_i$  к изменению внешнего параметра  $q_i$  и определению знака коэффициента чувствительности  $\text{sign}(a_{ij})$ . Внешние параметры  $q_i$  для наихудшего случая рассчитываются по формуле:

$$q_{j\text{нс}} = q_{j\text{ном}} \pm \text{sign}(a_{ij}) \Delta q_i, \quad (4.25)$$

где плюс соответствует условию  $y_i < TT_i$ , минус -  $y_i > TT_i$ .

В общем случае для  $n$  выходных и  $l$  внешних параметров определяется матрица чувствительности  $A$  с элементами  $a_{ij} = \partial y_i / \partial q_j$ . Специальные требования на точность вычисления элементов  $a_{ij}$  не накладываются (важно определить знаки  $a_{ij}$ ), поэтому для определения матрицы используется метод приращений, требующий выполнения  $(l+1)$  раз одновариантного анализа. Для расчета каждого выходного параметра в наихудшем случае  $y_{\text{нс}}$  необходимо выполнить один вариант анализа, общее количество вариантов анализа по методу наихудшего случая  $(n+l+1)$ .

Вероятностные методы - исходными данными для них служат условия работоспособности по всем выходным параметрам  $Y$  и законы распределения вероятностей внутренних параметров  $X$ , представленные в любом виде: аналитическом, гистограмм, таблиц результатов измерений параметров. Статистические связи внутренних параметров между собой задаются в виде коэффициентов корреляций, вычисленных на основании результатов измерения этих параметров. Для получения таких данных выполняются экспериментальные измерения для большого количества комплектующих изделий и разрабатываются соответствующие программы статистической обработки полученных результатов.

Наибольшее распространение получили вероятностные методы статистического анализа - аналитический и численный. Основанный на применении метода Монте-Карло (метод статистических испытаний).

Законы распределения параметров  $y_i$  можно характеризовать функциями распределения  $F_i(Y_i)$ , равными вероятности того, что  $y_i$  окажется меньше некоторой величины  $Y_i$ . Вероятность годности по каждому параметру  $y_i$  равна  $P_i(y_i < TT_i) = 1 - F_i(TT_i)$  либо  $P_i(y_i < TT_i) = F_i(TT_i)$  в зависимости от условий работоспособности.

Аналитический метод статистического анализа характеризуется тем, что с помощью метода моментов находится аппроксимация функции  $F_i(Y_i)$ . Этот метод обладает сравнительно невысокой точностью и чрезвычайной трудоемкостью при большом количестве внутренних параметров.

Метод Монте-Карло - один из наиболее эффективных численных методов статистического анализа - основан на многократном моделировании ( $N$  раз) числовых значений вектора  $X$  для  $m$  случайных внутренних параметров  $x_j$  и вычислении для каждой конкретной реализации (очередного испытания) соответствующих значений всех выходных параметров  $Y$ . Алгоритмы моделирования случайных значений  $X$  должны обеспечивать требуемую точность воспроизведения законов распределения параметров  $x_j$  с сохранением реальных статистических связей между ними, которые определяются по данным экспериментальных измерений.

Стандартное программное обеспечение ЭВМ позволяет моделировать случайные величины, распределенные по теоретическим законам (обычно равномерному в интервале  $[0, 1]$  или нормированному нормальному с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией), без учета корреляционных связей между параметрами. Поэтому необходимо найти преобразование исходных статистических данных в многомерное теоретическое распределение с независимыми составляющими. Тогда обратное преобразование позволит моделировать произвольно распределенные случайные векторы  $X$  с реально существующими статистическими связями между его элементами. Обозначим:  $L$  -  $m$ -мерный нормированный нормально распределенный вектор с некоррелированными элементами;  $P$  -  $m$ -мерный нормально распределенный вектор с коррелированными элементами, отражающими реальные связи элементов исходного вектора  $X$ . Подготовительный этап для проведения статистических испытаний заключается в определении вектор-функций  $F$  и  $H$  прямого  $P=F(X)$  и обратного  $X=H(P)$  преобразований; матриц  $A_{PL}$  и  $A_{LP}$  прямого  $L=A_{PL}P$  и обратного  $P=A_{LP}L$  преобразований. Этот этап основан на статистической обработке результатов измерений различных конкретных реализаций вектора  $X$ .

Алгоритм рабочего этапа метода Монте-Карло включает следующие операции:

- 1) задание случайных значений вектора  $L$  с помощью стандартной подпрограммы;
- 2) преобразования векторов  $L$  в  $P=A_{LP}L$  и  $P$  в  $X=H(P)$ ;

- 3) одновариантный анализ работы объекта с расчетом вектора выходных параметров  $Y$  при данном  $X$ ;
- 4) повторение 1...3 пунктов до конечного числа испытаний  $N$ ;
- 5) статистическая обработка результатов расчета (построение гистограмм, вычисление математических ожиданий  $M_i$  и дисперсий  $\sigma_i$  всех выходных параметров  $y_i$ ).

Точность метода Монте-Карло во многом зависит от заданного количества испытаний  $N$ . Если, например, задать погрешность оценки  $M_i$  и  $\sigma_i$  в пределах 0,01...0,001 % с доверительной вероятностью 0,9...0,95, то потребуется большое число испытаний (до  $10^8$ ). Однако в практических задачах часто оказываются приемлемыми погрешности оценок  $M_i$  и  $\sigma_i$  в пределах 10...24 % с доверительной вероятностью 0,9...0,95, что обеспечивается при  $N=50...200$ .

Для проведения статистического анализа требуются значительные затраты машинного времени, поэтому актуальной задачей является поиск методов ускорения такого анализа.

Метод последовательного анализа позволяет в пределах допустимой погрешности оценки  $M_i$  и  $\sigma_i$  сократить время, затрачиваемое на проведение статистических испытаний. Метод основан на том, что число наблюдений заранее не определено. Решение об окончании эксперимента на каждой стадии зависит от результатов предыдущих наблюдений. При равных требованиях к надежности метод последовательного анализа сокращает объем испытаний в два раза и более по сравнению с проведением фиксированного количества испытаний. Значительные резервы сокращения затрат машинного времени заложены в повышении эффективности одновариантного анализа и упрощения ММ объектов. В частности, перспективны статистические макромоделли (факторные макромоделли), синтезируемые на основе методов планирования экспериментов.

### **Контрольные вопросы**

1. Приведите примеры ММ, используемых на различных иерархических уровнях.
2. Что такое область адекватности модели?
3. Назовите отличительные особенности дискретных математических моделей.
4. Дайте сравнительную оценку методам наихудшего случая и статистических испытаний.
5. Каким образом определяют число требуемых испытаний в методе Монте-Карло?

## 5 Автоматизация схемотехнического проектирования

Схемотехническое проектирование – это процесс разработки технической документации (принципиальных электрических схем, спецификаций и др.) в соответствии с требованиями технического задания. Основные типы проектируемых схем: 1) аналоговые (генераторы, усилители, фильтры, модуляторы и др.); 2) цифровые (разнообразные логические схемы – вентили, триггеры, дешифраторы и др.); 3) цифроаналоговые.

Автоматизация схемотехнического проектирования предполагает решение на ЭВМ следующих задач:

- 1) выбора конфигурации электронной схемы (структурный синтез);
- 2) предварительный расчет параметров элементов схемы на основе упрощенных формул и соотношений;
- 3) определение выходных параметров схемы в зависимости от изменения внутренних и внешних параметров (одновариантный и многовариантный анализ);
- 4) определение значений внутренних параметров схемы, обеспечивающих наилучшие значения выходных параметров (параметрическая оптимизация).

Автоматизированное решение задач анализа и оптимизации основано на инвариантных методах и алгоритмах. Специфика МО схемотехнического проектирования проявляется в моделировании элементов электронных схем и анализе конкретных типов проектируемых схем.

### 5.1 Формы представления моделей элементов схем

При моделировании компонентами электронной схемы являются резистор, конденсатор, катушка индуктивности, отдельный электронный прибор в дискретном или интегральном исполнении, источник тока или напряжения, диод, транзистор и т.п. Элементом электронной схемы может быть как компонент, так и типовой фрагмент схемы (вентиль, триггер и т.п.). В соответствие с введенной классификацией, можно выделить два основных типа моделей элементов электронных схем: модели компонентов и макромоделли функциональных узлов.

ММЭ электронной схемы представляет собой систему ОДУ относительно фазовых переменных: тока  $I$  и потенциала  $\varphi$  (или напряжения  $U_{ij} = \varphi_i - \varphi_j$ , где  $\varphi_i$  и  $\varphi_j$  – потенциалы  $i$ -го и  $j$ -го узлов схемы,  $i \neq j$ ). Существует несколько форм представления такой модели: инвариантная, алгоритмическая (программная) и схемная.

Инвариантная форма – это запись системы ОДУ безотносительно к методу ее численного решения. Систему ОДУ можно получить в

нормальной форме Коши или в виде системы алгебродифференциальных уравнений. Недостаток инвариантной формы – отсутствие наглядности при синтезе структуры модели и сложность включения ММЭ в библиотеку моделей конкретной программы анализа электронных схем, так как возникают трудности с представлением системы уравнений для дальнейшего формирования ММС.

Алгоритмическая (программная) форма – это программа вычисления всех необходимых функций и коэффициентов конкретной ММЭ при ее включении в библиотеку моделей программы анализа электронной схемы. Структура алгоритма модели зависит от метода формирования ММС, заложенного в конкретную программу анализа.

Схемная форма – представление ММЭ в виде эквивалентной электрической схемы, состоящей из определенного набора электрических компонентов и связей между ними. В зависимости от состава допустимых компонентов различают базовые и обобщенные эквивалентные схемы.

Базовые эквивалентные схемы состоят из двухполюсников: резистора  $R$ , емкости  $C$ , индуктивности  $L$ , источников тока  $J$  и напряжения  $E$ .

## 5.2 Математические модели компонентов базовых эквивалентных схем

Для линейных сосредоточенных не зависящих от времени элементов существуют следующие уравнения модели.

Резистором называют элемент, для которого текущий через него ток  $i$  и приложенное к нему напряжение  $v$  связаны законом *Ома*:

$$v = Ri = i / G, \quad (5.1)$$

где  $R$  - *сопротивление* резистора, измеряемое в омах;  $G$  - проводимость, измеряемая в сименсах. Напряжение измеряется в вольтах, а ток - в амперах.

Для линейной не зависящей от времени емкости

$$i = Cdv / dt, \quad (5.2)$$

а обратная зависимость выражается через интеграл

$$v(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau, \quad (5.3)$$

где  $V$  - напряжение на конденсаторе в момент  $t=0$ .

Для линейной не зависящей от времени индуктивности

$$v = L di/dt, \quad (5.4)$$

а обратную зависимость можно представить в форме

$$i(t) = I_0 + 1/L \int_0^t i(\tau) d\tau, \quad (5.5)$$

где  $I_0$  - ток, протекающий через катушку индуктивности в момент  $t=0$ . Соотношения (5.1), (5.2), (5.4) определяют характеристики компонент, и мы их назовем *компонентными уравнениями*.

Независимый источник напряжения (рис. 8, а) обеспечивает заданное значение напряжения на его полюсах независимо от того, какой ток (в любом направлении) течет через него. Теоретически он поддерживает это напряжение даже при коротком замыкании его полюсов. Хотя создать идеальный источник напряжения невозможно. Можно легко представить реальный источник в виде *комбинации резисторов* или каких-либо иных *элементов с идеальным источником*. Характеристика источника напряжения на плоскости  $i - v$  показана на рис. 5.1, б. Сравнивая эту характеристику с вольт-амперной характеристикой резистора, можно видеть, что независимый источник напряжения ведет себя как специфический нелинейный резистор. Если напряжение меняется, то эта прямая линия поднимается или опускается. Особым является случай, когда напряжение источника тождественно равно нулю. При этом характеристика совпадает с осью абсцисс и через источник может течь любой ток, хотя никакого напряжения на его полюсах не возникает. Отсюда заключаем, что идеальный источник напряжения при  $E=0$  ведет себя как короткозамкнутая цепь.

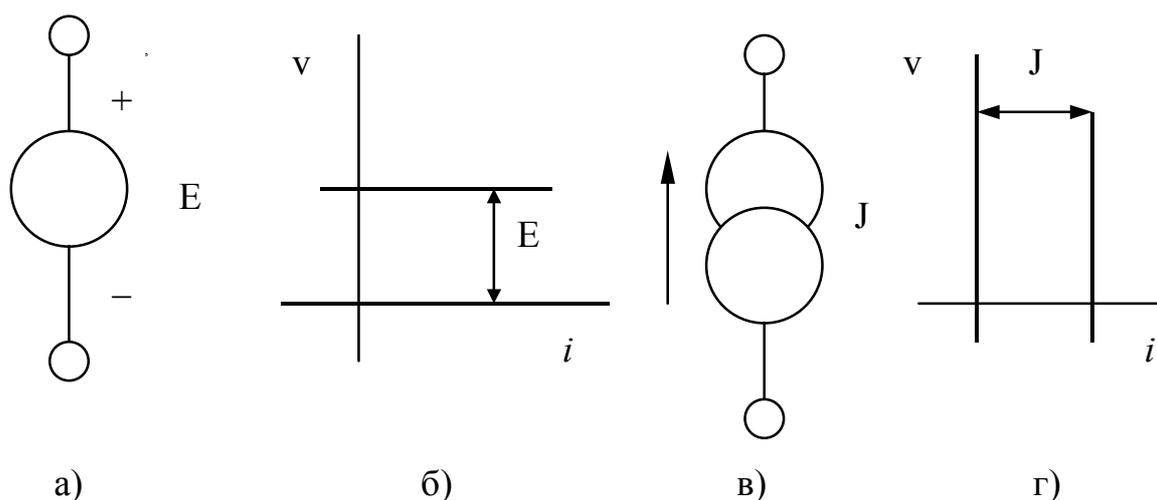


Рисунок 5.1 –Обозначения и характеристики независимых источников напряжения (а, б) и тока (в, г)

Независимый источник тока показан на рис. 5.1, в. Напряжение на его плюсах зависит от цепи, подключенной к источнику. Теоретически

идеальный источник тока будет создавать заданный ток даже в короткозамкнутой цепи, что возможно только в предположении бесконечно большого напряжения между его полюсами. Этот элемент является идеализированным, но в комбинации с другими элементами он может быть использован для моделирования реальных источников. Характеристикой источника является вертикальная линия на плоскости  $i - v$ , как это показано на рис. 5.1, г. При различных значениях тока источника эта линия сдвигается влево или вправо. Если ток равен нулю, то характеристика совпадает с вертикальной осью  $v$  и ток равен нулю вне зависимости от приложенного напряжения. Отсюда заключаем, что идеальный источник тока при  $i = 0$  эквивалентен разомкнутой цепи.

Базовые эквивалентные схемы отвечают требованиям, предъявляемым при синтезе структуры модели и включении ее в библиотеку моделей элементов электронных схем. Недостаток таких схем – при моделировании сложных функциональных узлов они теряют свою наглядность, становятся громоздкими и неудобными, поэтому используются в основном при моделировании компонентов электронных схем.

Обобщенные эквивалентные схемы допускают использование, помимо перечисленных двухполюсников, произвольных многополюсных элементов.

### 5.3 Понятие о многополюсниках

Каждый двухполюсный компонент характеризуется током, протекающим через него, и напряжением между его полюсами. В многополюсном элементе один из полюсов принимается за базисный, относительно которого определяются напряжения остальных полюсов. Пусть количество полюсов многополюсника  $n$  и узел с номером  $n$  – базисный. Каждый полюс характеризуется током  $I_i$ , втекающим в него, и напряжением относительно базового узла  $U_{in}$  (для базисного узла  $U_{nn} = 0$ ,  $\sum_{i=1}^n I_i = 0$ ), которые образуют два вектора неизвестных –  $I_m$  и  $U_m$ , оба размерностью  $n$  (ток имеет положительное направление, если он вытекает из многополюсника через данный вывод). При этих условиях многополюсник можно рассматривать как совокупность  $n$  двухполюсников (рис. 5.2), поэтому его, наравне с другими двухполюсниками, можно включить в обобщенную схему для формирования ММС. Математическая модель двухполюсника имеет вид

$$F(I_m, U_m, \dot{I}_m, \dot{U}_m, t) = 0, \quad U_{nn} = 0, \quad \sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (5.6)$$

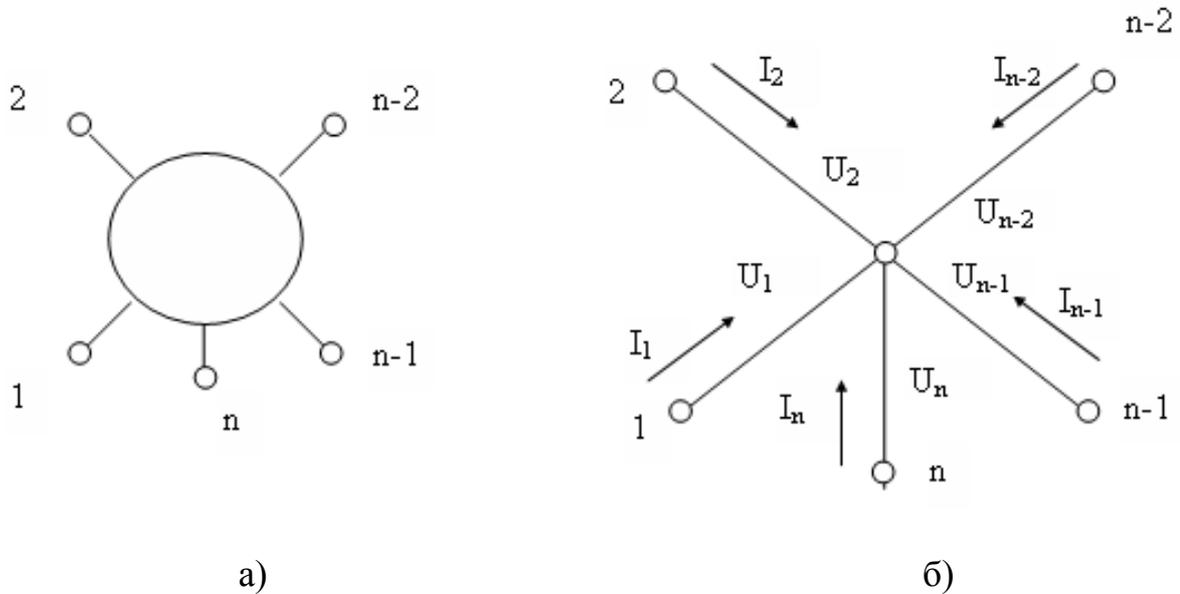


Рисунок 5.2 – Многополюсник (а) и его полюсный граф (б)

Таким образом, с помощью двухполюсника можно представить любой функциональный узел электронной схемы. Важным классом цепей являются четырехполюсники, имеющие только четыре вывода или две пары зажимов.

#### 5.4 Зависимые источники

Рассмотрим зависимые источники как четырехполюсники. Они содержат идеальный источник тока или напряжения, такой же как и независимый источник, описанный ранее. Отличие состоит лишь в том, что напряжение или ток источника зависят от напряжения или тока в каком-либо другом месте схемы.

**Управляемый напряжением источник** тока показан на рис. 5.3, а. Он может быть описан уравнениями

$$I_1=0, \quad I_2=gV_1, \quad (5.7)$$

где  $g$  - передаточная проводимость.

В матричной форме уравнения имеют вид

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

**Управляемый током источник** напряжения представлен на рис. 5.3,б и описывается следующими уравнениями четырехполюсника:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

где  $r$  - передаточное сопротивление.

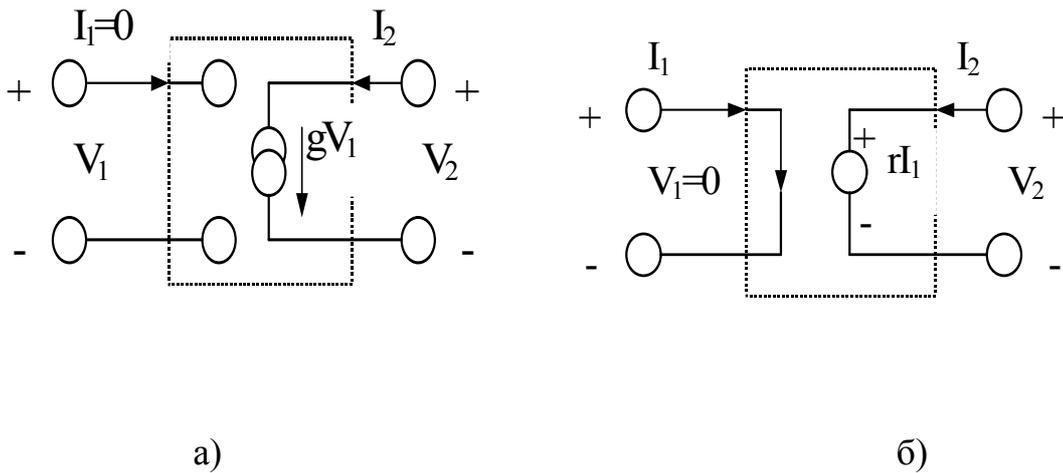


Рисунок 5.3 – Типы управляемых источников: управляемый напряжением источник тока (а), управляемый током источник напряжения (б)

Другие примеры четырехполюсников: трансформатор, гиратор, нулор. Обобщенные эквивалентные схемы применяются для получения макромоделей.

Далее рассмотрим два важных вопроса, касающихся преобразования моделей электрических схем.

## 5.5 Преобразования Тевенина и Нортон

Независимые источники идеальны и физически не реализуемы. Однако они могут быть использованы для моделирования реализуемых источников при добавлении других идеальных элементов. Одна из моделей источника напряжения показана на рис. 5.4, а. Резистор  $R_{и}$  моделирует внутреннее сопротивление источника. Напряжение между выводами А - А' равно напряжению источника только в случае, когда ток равен нулю. Модель реального источника тока показана на рис. 5.4, б, где резистор  $R_{и}$  включен параллельно идеальному источнику.

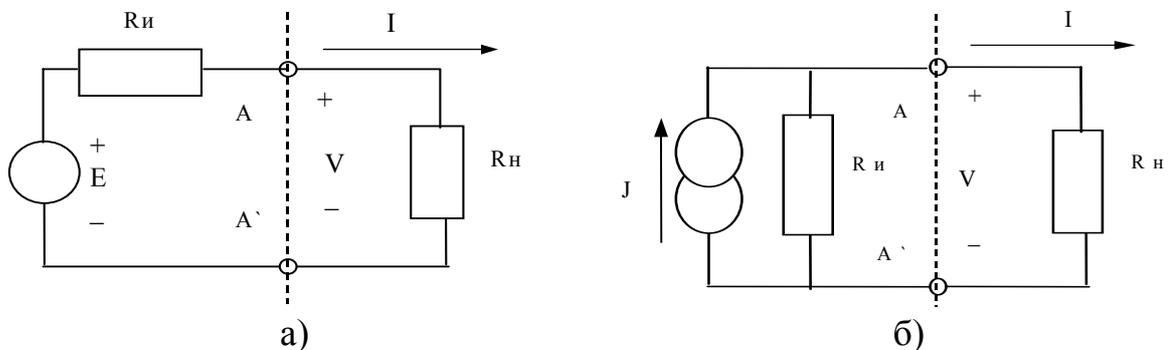


Рисунок 5.4 – Одна из моделей источника напряжения

Теперь возникает следующий вопрос: какова должна быть связь между напряжением  $E$  на рис. 5.4, а и током  $J$  на рис. 5.4, б, если требуется,

чтобы в обеих цепях напряжение  $V$  на сопротивлении  $R_{И}$  и ток  $I$  через него были одинаковыми?

Для цепи на рис. 5.4, а

$$V = ER_{Н} / (R_{И} + R_{Н}),$$

и для цепи на рис. 5.4, б

$$J = (1/R_{И} + 1/R_{Н}) V.$$

Подставляя величину  $V$  из первого уравнения во второе, получаем

$$J = E / R_{И} \quad (5.10)$$

Следовательно, источник напряжения с последовательно включенным резистором с сопротивлением  $R_{И}$  может быть преобразован в источник тока с параллельно включенным резистором с сопротивлением  $R_{И}$ , если напряжение и ток источников связаны соотношением (5.10).

## 5.6 Нормирование элементов схемы

Для многих практических приложений такие единицы СИ, как Ом и герц, слишком малы, в то время как фарад и генри слишком велики. Обычно проектируют цепи на частотах от 100 Гц до 100 МГц и выше и при этом используют индуктивности, измеряемые в милли- и микрогенри, и емкости в микро- или пикофарадах. Такое существенное различие в порядках величин является неудобным и часто приводит при использовании ЭВМ к переполнению ее разрядной сетки.

Для практических расчетов, а также и для теоретических построений нормирование параметров элементов схемы удобно вводить следующим образом:

Сопротивление произвольного резистора нормируется к значению 1 Ом (нормирование импедансов).

Параметры частотно-зависимых элементов нормируются так, чтобы рабочая частота приводилась к значению 1 рад/с (частотное нормирование).

Вначале рассмотрим нормирование импедансов. Будем обозначать фактическую величину индексом «ф», а нормированную - индексом «н».

Нормируя каждый импеданс на величину  $k$ , получаем

$$R_{н} = R_{ф} / k.$$

Частотное нормирование не изменяет сопротивления резисторов. Обозначим нормированную частоту как  $\omega_{н}$ , а нормирующую - как  $\omega_{о}$ :

$$\omega_{н} = \omega / \omega_{о}. \quad (5.11)$$

Комбинируя эти оба вида нормирования, получаем следующие формулы для всех трех пассивных элементов:

$$R_{н} = R_{ф} / k \quad \text{или} \quad G_{н} = kG_{ф};$$

$$L_n = L_\phi \omega_n = \omega_0 / k; \quad (5.12)$$

$$C_n = C_\phi \omega_0 k.$$

Зависимые источники нормируются следующим образом:

- 1) управляемый напряжением источник напряжения и управляемый током источник тока остаются без изменения;
- 2) передаточная проводимость управляемого напряжением источника тока умножается на  $k$ ;
- 3) передаточное сопротивление управляемого током источника напряжения делится на  $k$ .

## 5.7 Формирование уравнений на основе метода узловых потенциалов

В разделе 5.2 для основных элементов схемы были рассмотрены компонентные уравнения, которые связывают разнотипные фазовые переменные (токи и напряжения) для каждого элемента в отдельности. Метод узловых потенциалов позволяет получить для цепи топологические уравнения, связывающие однотипные фазовые переменные, в частности токи, протекающие через различные элементы этой цепи.

Метод базируется на 1-м законе Кирхгофа для токов (ЗКТ) – алгебраическая сумма токов, вытекающих из любого узла, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (5.13)$$

Рассмотрим многополюсник, содержащий элементы  $R$ ,  $L$  и  $C$  и имеющий  $N+1$  выход. Кроме того, есть  $(N+2)$ -й заземленный узел, обозначенный как нулевой. Напряжения  $U_k$  на выходах измеряются по отношению к нулевому узлу (рис. 5.5). Источники токов или напряжений могут подключаться между любыми выводами и нулевым узлом. Любой вывод может быть соединен короткозамыкающей цепью с любым другим.

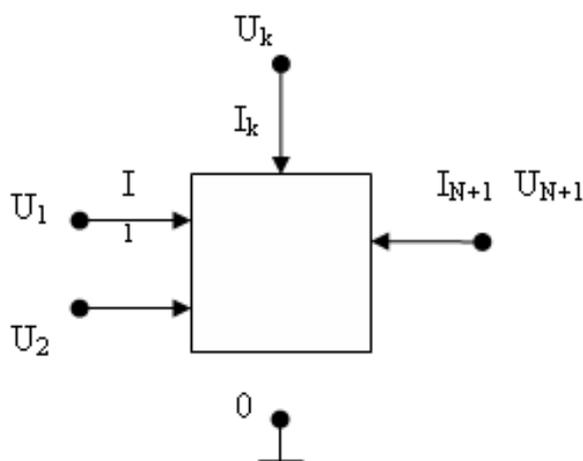


Рисунок 5.5 – Многополюсник с  $N+1$  выходами

Данную цепь можно описать системой уравнений:

$$Y \cdot U = I$$

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1,N+1} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2,N+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{N+1,1} & y_{N+1,2} & \dots & y_{N+1,N+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_{N+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_{N+1} \end{pmatrix}, \quad (5.14)$$

где  $I_k$  – ток втекающий в  $k$ -ый узел из нулевого узла, обычно задаваемый источником тока. Напряжения на выводах зависят от токов различных источников и от соединений внутри многополюсника ( $y$ -параметры).

Чтобы найти элемент матрицы  $y_{ij}$ , рассматривая многополюсник как «черный ящик», нужно соединить все выводы, за исключением  $j$ -го, с нулевым узлом и подключить источник напряжения к  $j$ -му выводу. После этого необходимо измерить токи во всех выводах. При этом в матрице (5.14) останется только  $j$ -й столбец и она примет следующий вид:

$$y_{ij} U_j = I_i,$$

где  $j$  – фиксированный,  $i=1,2,\dots,N+1$ , отсюда

$$y_{ij} = \frac{I_i}{U_j} \text{ все выводы, кроме } j\text{-го, заземлены.} \quad (5.15)$$

Повторив эту процедуру для всех остальных  $j$  можно найти все элементы матрицы  $Y$ .

Выясним свойства матрицы узловых проводимостей. Просуммируем все уравнения (5.13) по  $i$ :

$$U_j \sum_{i=1}^{N+1} y_{ij} = \sum_{i=1}^{N+1} I_i = 0 \text{ (по закону Кирхгофа).}$$

Отсюда следует: так как напряжение  $U_j$ , приложенное к  $j$ -ому выводу, не равно нулю, то должно выполняться первое свойство:

$$\sum_{i=1}^{N+1} y_{ij} = 0 \quad (5.16)$$

сумма проводимостей, входящих в  $j$ -й столбец матрицы  $Y$ , равна нулю.

Рассмотрим случай, когда источник напряжения включен между  $j$ -м выводом и нулевым узлом. Все остальные выводы не подключены. Никакой ток протекать не будет. Все узлы имеют один и тот же потенциал  $U_j$  относительно нуля.

Для  $j$ -го уравнения имеем:

$$U_j \sum_{i=1}^{N+1} y_{ji} = 0$$

Так как подключен ненулевой источник напряжения, должно выполняться второе свойство:

$$\sum_{i=1}^{N+1} y_{ji} = 0 \quad (5.17)$$

сумма проводимостей, входящих в  $j$ -ую строку матрицы  $Y$ , равна нулю.

Поскольку нулевой узел не входит в цепь, то существует линейная зависимость между строками и столбцами матрицы проводимостей и определитель этой матрицы равен нулю. Такая матрица называется **неопределенной** матрицей узловых проводимостей.

Будем считать, что проведено преобразование Тевенина-Норттона и цепь содержит только источники токов, резисторы, конденсаторы и катушки. Покажем, как формируется матрица проводимостей  $Y$  и векторов токов  $I$  (вектор  $U$  является искомым).

Сумма токов, вытекающих из узла через пассивные компоненты, равна сумме токов, втекающих в узел через независимые источники. Направление токов через пассивные элементы можно выбрать произвольным. Запишем ЗКТ для этого узла (рис. 5.6):

$$I_L + I_C + I_G = I.$$

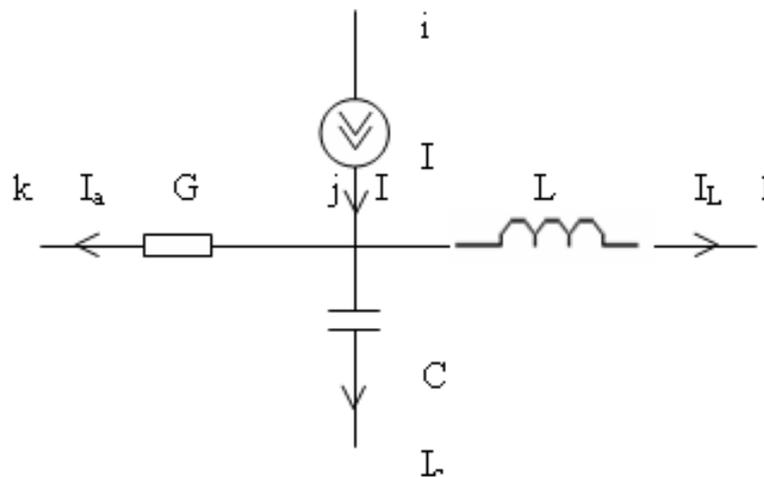


Рисунок 5.6 – Произвольный  $j$ -ый

Пусть  $i\omega = S$ , представим токи пассивных элементов через их проводимости и узловые потенциалы:

$$\frac{1}{SL}(U_j - U_L) + SC(U_j - U_m) + G(U_j - U_k) = I$$

или

$$U_j \left( \frac{1}{SL} + SC + G \right) - \frac{1}{SL} U_L - SC U_m - G U_k = I$$

Сформулируем правила для составления уравнений узловых потенциалов:

1. Диагональные элементы матрицы проводимостей  $Y$  пассивных элементов положительны и  $y_{jj} = \Sigma$ , где  $\Sigma$  – сумма проводимостей, подключенных к  $j$ -тому узлу.

2. Внедиагональные элементы матрицы  $Y$  отрицательны и  $y_{jk} = -\Sigma$ , где  $\Sigma$  – сумма проводимостей, включенных между  $j$  и  $k$  узлами.

3. Элемент вектора токов  $I_j$  равен сумме токов независимых источников, втекающих в  $j$  узел.

Рассмотренный подход и правила удобны при составлении уравнений вручную, при последовательном переборе узлов.

При составлении уравнений с помощью ЭВМ предпочтительным является подход, основанный на последовательном переборе элементов схемы.

Рассмотрим любой пассивный элемент с проводимостью  $y$ , включенный между  $j$  и  $k$  узлами (рис. 5.7).

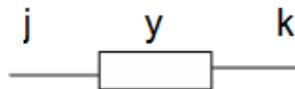


Рисунок 5.7 – Пассивный элемент с проводимостью  $y$ , включенный между  $j$  и  $k$  узлами

Допустим, что ток течет от узла  $j$  к узлу  $k$ . Этот ток появится в уравнениях ЗКТ, записанных только для  $j$ -го и  $k$ -го узлов, причем один раз со знаком плюс, а другой раз со знаком минус:

для  $j$ -го узла:  $\dots + I \dots = \dots$ ;

для  $k$ -го узла:  $\dots - I \dots = \dots$ ,

где точками заменены токи через другие элементы и источники.

Представим ток в виде произведения разности потенциалов и проводимости:

для  $j$ -го узла:  $\dots + y(U_j - U_k) \dots = \dots$ ;

для  $k$ -го узла:  $\dots - y(U_j - U_k) \dots = \dots$ .

Разделив члены с разными узловыми потенциалами, получим:

для  $j$ -го узла:  $\dots + yU_j - yU_k \dots = \dots$ ;

для  $k$ -го узла:  $\dots - yU_j + yU_k \dots = \dots$ .

Отсюда можно заключить, что проводимость двухполюсника, включенного между  $j$ -м и  $k$ -м узлами, появляется в матрице  $Y$  только в столбцах и строках с номерами  $j$  и  $k$ , причем со знаком плюс в элементах с номерами  $(j,j)$  и  $(k,k)$  и со знаком минус в элементах с номерами  $(j,k)$  и  $(k,j)$ . Это можно записать символически (схематически):

	$j$	$k$
$j$	$y$	$-y$
$k$	$-y$	$y$

Рисунок 5.8 – Фрагмент матрицы  $Y$  для пассивных элементов

Или в форме произведения векторов

$$y(e_j - e_k)(e_j - e_k)^T,$$

где  $T$  - индекс транспонирования,  $e_j$  -  $j$ -ый единичный вектор, все элементы которого, кроме  $j$ -го, равны нулю.

Теперь можно составить матрицу  $Y$ , последовательно перебирая элементы схемы. Допустим, что  $y_i$  обозначает проводимость  $i$ -й ветви, включенной между узлами  $j$  и  $k$ . Тогда

$$Y = \sum_i y_i (e_{ji} - e_{ki}) (e_{ji} - e_{ki})^T. \quad (5.18)$$

Рассмотрим произвольный независимый источник тока  $I$ , включенный между  $j$ -м и  $k$ -м узлами и направленный в сторону узла  $k$  (рис. 5.9).

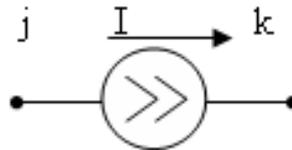


Рисунок 5.9 – Независимый источник тока  $I$ , включенный между  $j$ -м и  $k$ -м узлами

Тогда  $j$ -й и  $k$ -й компоненты вектора токов

$j$ :  $-I$

$k$ :  $+I$

либо в векторной форме  $-I(e_j - e_k)$ . Если в цепи действует несколько независимых источников тока, то вектор  $I$  можно представить в виде

$$I = -\sum_i I_i (e_{ji} - e_{ki}) \quad (5.19)$$

Рассмотрим произвольный управляемый напряжением между узлами  $m$  и  $n$  источник тока, включенный между узлами  $j$  и  $k$ , с передаточной проводимостью  $S$  и временем задержки  $\tau$ .

Для него можно считать справедливым уравнение (5.19), в котором токи будут функциями узловых потенциалов:  $-e^{jw\tau} \sum_i S_i U_i (e_{ji} - e_{ki}) (e_{mi} - e_{ni})^T$  (если в цепи действует несколько ( $i$ )

независимых источников тока). Переносим полученное выражение в левую часть уравнений узловых потенциалов и учитывая соответствующие слагаемые в матрице узловых проводимостей, получаем следующий фрагмент матрицы  $Y$ :

	$m$	$n$
$j$	$S \cdot e^{jw\tau}$	$-S \cdot e^{jw\tau}$
$k$	$-S \cdot e^{jw\tau}$	$S \cdot e^{jw\tau}$

Таким образом, крутизна  $S$  зависимого источника тока, включенного между узлами  $j$  и  $k$ , и управляемого напряжением между узлами  $m$  и  $n$  заносится в матрицу на пересечении строк  $j$  и  $k$  и столбцов  $m$  и  $n$  со знаком

плюс, если направление токов относительно рассматриваемых узлов одинаковое, например, для узлов  $j$  и  $m$  ток является вытекающим, и со знаком минус, если разное, например, узлы  $j$  и  $n$ , ток для последнего из которых является втекающим.

Таким образом, получены ключевые соотношения для составления уравнений цепи с помощью ЭВМ.

Исключим линейную зависимость в матрице  $Y$ . Рассмотрим уравнение (5.14). Если  $j$ -ый вывод схемы соединить с нулевым узлом, то  $U_j=0$ . Т.к. элементы  $j$ -го столбца матрицы  $Y$  всегда умножаются только на величину  $U_j$ , это произведение всегда равно 0 и  $j$ -ый столбец матрицы  $Y$  можно исключить. Кроме того, заземление  $j$ -го вывода позволяет сразу определить протекающий через него ток, поскольку он равен взятой со знаком минус сумме токов, втекающих в нулевой узел. Следовательно,  $j$ -ая строка матрицы  $Y$  является линейной комбинацией других строк, и ее можно исключить. Таким образом, заземление  $j$ -го узла эквивалентно вычеркиванию  $j$ -х строки и столбца из матрицы  $Y$ .

Если хотя бы один узел схемы заземлен, то матрица системы становится невырожденной ( $\det y \neq 0$ ). Такую матрицу называют матрицей узловых проводимостей. Ее обычно записывают без лишней строки и столбца. Если данный элемент соединен с нулевым узлом, то его проводимость войдет в матрицу  $Y$  только один раз, однако если допустить, что  $e_0$  обозначает нулевой вектор, то полученные выше выражения останутся без изменений. Неопределенная матрица проводимостей имеет ограниченное применение. В дальнейшем под  $Y$  будем подразумевать матрицу узловых проводимостей цепи, имеющей  $n+1$  узлов, в которой  $(n+1)$ -й узел заземлен и обозначен как нулевой.

## 5.8 Модели компонентов электронных схем

Погрешности моделирования электронных схем определяются приближенностью моделей компонентов схемы, методов численного решения и неточностью задания исходных параметров (параметров моделей компонентов, внешних параметров и др.).

Численные методы в программах анализа электронных схем в большинстве случаев обеспечивают сравнительно высокую точность расчета. Значительную погрешность в окончательные результаты вносят ошибочно заданные внутренние и внешние параметры схемы, но эта погрешность устранима, так как ошибки исходных данных можно исправить. Погрешности конкретных моделей компонентов схемы нельзя исправить иначе, чем заменой на более точную. При низкой точности моделей транзисторов, диодов, резисторов применение программы анализа схем во многих случаях будет неэффективно. С другой стороны, с учетом всех составляющих общей погрешности моделирования применение отдельных высокоточных моделей компонентов приведет к

нерациональным затратам времени и памяти ЭВМ. Поэтому для каждого компонента желательно иметь несколько моделей различной степени точности и сложности, чтобы разработчик имел возможность в зависимости от типа и структуры проектируемой схемы выбирать те или иные модели.

### 5.8.1 Подходы к синтезу моделей

Центральной проблемой при получении конкретных моделей является синтез структуры моделей. При синтезе моделей используются следующие основные подходы.

Теоретический подход характеризуется тем, что все уравнения модели выводятся из физических особенностей процессов в компоненте. Этот подход обеспечивает получение наиболее точных и универсальных моделей.

Экспериментальный (эмпирический) подход основан на экспериментальном исследовании связей между токами и напряжениями на внешних выводах компонента. Уравнения модели получаются путем аппроксимации экспериментальных характеристик соответствующими функциями. Такие модели точны только для условий, в которых проводились измерения, и отражают измеренные зависимости, поэтому не являются универсальными.

Экспериментально-теоретический подход основан на сочетании предыдущих. Например, вид формульных зависимостей сначала получается из физических соображений, затем эти зависимости корректируются исходя из результатов эксперимента.

Рассмотрим применение перечисленных подходов для получения модели компонентов электронных схем.

В рамках теоретического подхода получают физико-топологические модели. В зависимости от того, по скольким координатам рассматриваются физические процессы, модели делятся на одно-, двух- и трехмерные. Физические процессы в полупроводнике описываются системой дифференциальных уравнений в частных производных, включающей уравнения непрерывности для электронов и дырок и уравнение Пуассона:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= \operatorname{div}(\mu_p p E + D_p \operatorname{grad} p) + g_p \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= \operatorname{div}(-\mu_n n E + D_n \operatorname{grad} n) + g_n \\ \operatorname{div} E &= -e(p - n + N_D - N_A) / (\epsilon \epsilon_0) \end{aligned} \right\}, \quad (5.20)$$

где  $\mu_p$  и  $\mu_n$  – подвижности дырок и электронов;  $D_p$  и  $D_n$  – коэффициенты диффузии дырок и электронов;  $g_p$  и  $g_n$  – скорости процессов генерации-рекомбинации дырок и электронов;  $e$  – заряд

электрона;  $N_d$  и  $N_a$  – концентрации донорных и акцепторных легирующих примесей;  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная вакуума.

Неизвестные функции этой системы – концентрация дырок и электронов  $p(z_1, z_2, z_3, t)$  и  $n(z_1, z_2, z_3, t)$  и напряженность электрического поля  $E(x, y, z, t)$ . Вместо  $E$  может фигурировать электрический потенциал  $\varphi(x, y, z, t)$ , так как  $E = -grad\varphi$ . Краевые условия состоят из начальных условий, характеризующих распределение зависимых от переменных по объему кристалла в начальный момент времени, и граничных, задающих значения зависимых переменных на границах рассматриваемой полупроводниковой области. Геометрические размеры и конфигурация диффузионных областей и омических контактов компонента также учитываются граничными условиями. Параметрами этой модели являются основные электрофизические параметры полупроводника. Дифференциальные уравнения в частных производных можно решать методами конечных разностей либо конечных элементов. С помощью физико-топологической модели можно с высокой степенью точности определить основные статические и динамические характеристики компонента. Модель не учитывает влияния магнитного поля и возможных неоднородностей полупроводникового материала, что несущественно для реального моделирования таких компонентов, как диоды и транзисторы, так как большее значение имеет точное определение параметров модели.

Применение подобных моделей, например, для транзисторов в задачах анализа электронных схем практически нереализуемо. Они применяются только для идентификации параметров (см. 5.9.2) более простых схемных моделей транзистора, которые, основаны, как правило, на существенных упрощениях по сравнению с физико-топологическими моделями, поэтому очень важно ясно представлять область применимости каждой такой модели.

### 5.8.2 Модель диода с барьером Шоттки

Приближение диодной теории: отсутствует рассеяние, т.к. электроны и дырки пролетают ОПЗ не рекомбинируя, т.е.  $l \geq d$ ,  $l$  – длина свободного пробега электронов,  $l \sim \mu$ ,  $d \sim (\Phi_0/n_0)^{1/2}$  – ширина запирающего слоя. Т. о. диодная теория выпрямления применима к сильнолегированным полупроводникам (с высоким  $\mu$  и  $n_0$ ).

Считая, что:

- зазор между металлом и полупроводником для электронов является туннельно-прозрачным;
- все внешнее напряжение падает на сопротивлении запирающего слоя, для постоянного смещения, подаваемого на диод, получаем плотность тока

$$J = J_s \left( \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right), \quad (5.21)$$

где

$$J_s = A^\gamma T^2 \exp\left(-\frac{\Phi_0 - F}{kT}\right). \quad (5.22)$$

– ток насыщения.

При малом переменном сигнале суммарное напряжение на диоде  $U + U_1 e^{i\omega t}$ , ( $U_1 \ll kT/e$ ) и будет течь постоянный и переменный токи, связанные с появлением переменного потока электронов через запирающий слой. Также будет протекать ток смещения, связанный с емкостью контакта металл - полупроводник.

Рассмотрим квазистационарный случай, когда поток электронов через запирающий слой не будет отставать от напряжения. Это условие выполняется для периода переменного напряжения  $T \gg t_{np} + \tau_M$ . Так как верхний предел времени пролета и рассасывания электронов  $10^{-11}$ , то имеем ограничение на частоту  $f \leq 10^{10}$  Гц.

$$\begin{aligned} J + \tilde{J} &= J_s \left[ \exp\left(\frac{e(U + U_1 e^{i\omega t})}{kT}\right) - 1 \right] = J_s \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \left\{ \frac{eU_1}{kT} e^{i\omega t} + 1 \right\} - 1 \right] = \\ &= J_s \left( \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right) + J_s \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \frac{eU_1}{kT} e^{i\omega t}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Запишем переменный ток через ОПЗ:

$$\tilde{I} = S_k \tilde{J} = \frac{eI_s}{kT} \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) U_1 e^{i\omega t}, \quad (5.24)$$

$I_s = S_K J_s$  – ток насыщения.

Для переменного сигнала выполняется закон Ома. Активная проводимость барьера Шоттки

$$G_B = \frac{\tilde{I}}{U_1 e^{i\omega t}} = \frac{eI_s}{kT} \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) = \frac{1}{R_B}. \quad (5.25)$$

Отсюда заключаем: чем выше напряжение в пропускном направлении, тем меньше сопротивление барьера.

По определению, ток смещения

$$\tilde{I}_{cm} = \frac{U_1 e^{i\omega t}}{R_C} = C_B \omega U_1 e^{\left(i\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}. \quad (5.26)$$

На основе полученных аналитических выражений для переменного тока через диод перейдем к формированию схемной формы модели ДБШ. Показано, что в ДБШ существуют два канала для протекания переменного тока: активный  $G_B(R_B)$  и реактивный  $C_B$ . Обе эти составляющие

протекают через полупроводник и контакты, которые составляют сопротивление растекания  $R_S$ .

Таким образом, модель ДБШ на малом переменном сигнале (рис.5.10):

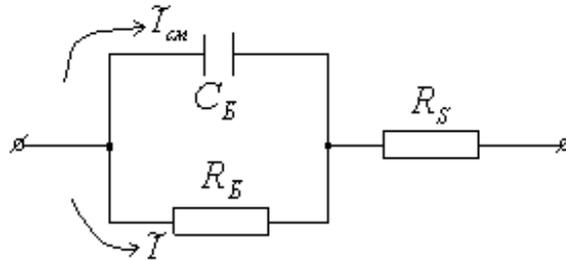


Рисунок 5.10 – Схемная модель ДБШ

Нужно помнить, что  $C_B = C_B(U)$ ,  $R_B = R_B(U)$ ,  $R_S = const(U)$ .

При прямом смещении  $|R_B| \ll |R_C| = \frac{1}{C_B \omega}$ . Тогда основной будет активная составляющая.

При обратном смещении  $|R_B| \gg |R_C|$ . Основной будет реактивная составляющая (емкостной ток).

### 5.8.3 Модель диода на р-п-переходе

В приближениях диодной теории выпрямления плотность тока через р-п-переход определяется выражением (5.8), где теперь

$$J_S = \left( \frac{eD_n n_p}{L_n} + \frac{eD_p p_n}{L_p} \right), \quad D_p = kT \cdot \mu_p. \quad (5.27)$$

Рассмотрим резко асимметричный р-п-переход ( $p_p \gg n_n$ ) при малом переменном сигнале  $U_1 e^{i\omega t}$ ,  $U_1 \ll \frac{kT}{e}$ ,  $U_1 \ll U$ .

Ток в обоих направлениях обусловлен дырками, их концентрация:

$$p_{стат}(x) + \tilde{p}(x, t) = p_0(x) + p_1(x) \cdot e^{i\omega t}. \quad (5.28)$$

Решая уравнение непрерывности в нестационарном виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e} \cdot \frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau_p}; \quad J_p = eD_p \frac{dp}{dx} \quad (5.29)$$

получим плотность тока

$$\tilde{J} = \frac{e\mu_p p_n}{\sqrt{2} \cdot L_p} \cdot \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \cdot \left[ \left(\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau_p^2} + 1\right)^{1/2} + \frac{i \cdot \omega \cdot \tau_p}{\left(\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau_p^2} + 1\right)^{1/2}} \right] \times$$

$$\times U_1 e^{i\omega t} = \tilde{J}_{ак} + \tilde{J}_{реак} \quad (5.30)$$

$$L_p = \sqrt{\frac{kT}{e} \cdot \mu_p \cdot \tau_p} \quad (5.31)$$

Активная проходимость p-n-перехода:

$$G_{p-n} = \frac{S_{p-n} \cdot \tilde{J}_{ак}}{U_1 \cdot e^{i\omega t}} = S_{p-n} \frac{e\mu_p p_n}{\sqrt{2} \cdot L_p} \cdot \left(\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau_p^2} + 1\right)^{1/2} \cdot \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \quad (5.32)$$

Для НЧ  $\omega^2 \cdot \tau_p^2 \ll 1$

$$G_{p-n}^0 = S_{p-n} \cdot \frac{e\mu_p p_n}{L_p} \cdot \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \quad (5.33)$$

Можно убедиться, что выражение совпадает с дифференциальной проводимостью, равной  $S_{p-n} \cdot \frac{dI}{dU}$ , это говорит о квазистационарности задачи.

Для ВЧ  $\omega^2 \cdot \tau_p^2 \gg 1$

$$G_{p-n} = S_{p-n} \cdot \frac{e\mu_p p_n}{\sqrt{2} \cdot L_p} \cdot \sqrt{\omega \cdot \tau_p} \cdot \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \quad (5.34)$$

Теперь в базе диода не успевает за полупериод переменного напряжения устанавливаться стационарное распределение дырок.

$$\lg G_{p-n} = \lg const + \frac{1}{2} \lg(\omega \cdot \tau_p), \quad \tau_p = 10^{-5} \div 10^{-6} \text{ с.} \quad (5.35)$$

Тогда точке  $\omega\tau = 1$  соответствует  $\omega = 1$  МГц, для ДБШ  $G_{p-n}$  является константой до 10 ГГц.

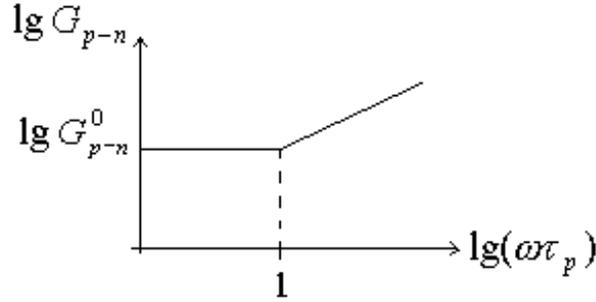


Рисунок 5.11 – Частотная зависимость активной проводимости р-п-перехода

Такая нестабильность связана с участием в токопереносе неосновных носителей заряда:

$$\tilde{I}_{реак} = S_{p-n} \cdot \frac{e\mu_p p_n}{\sqrt{2} \cdot L_p} \cdot \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \cdot \frac{U_1 \cdot i \cdot \omega \cdot \tau_p \cdot e^{i\omega t}}{(\sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2} + 1)^{1/2}}. \quad (5.36)$$

Реактивная составляющая тока обгоняет по фазе напряжение на  $\pi/2$ . Налицо емкостная природа. Представим ток как

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{реак} &= \omega C_D U_1 e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})}; \\ C_D &= S_{p-n} \cdot \frac{e \cdot \mu_p \cdot p_n}{\sqrt{2} \cdot L_p} \cdot \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \cdot \frac{\tau_p}{(\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau_p^2} + 1)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (5.37)$$

При прямом смещении р-п-перехода в  $n$  области образуется заряд инжектированных дырок  $Q_p(U)$ . Электронейтральность восстанавливается за время максвелловской релаксации  $\tau_m$  за счет вытягивания электронов из омического контакта. В таком случае имеем емкость  $C_D = \left| \frac{dQ_p(U)}{dU} \right|$ , которая является диффузионной (т.к. дырки далее диффундируют).

$$\text{Воспользовавшись выражением } I = S_{p-n} \cdot \frac{eD_p p_n}{L_p} \cdot \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right],$$

получим

$$C_D = \frac{(I + I_s) \cdot \tau_p}{\sqrt{2} \cdot kT \cdot (\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau^2} + 1)^{1/2}}. \quad (5.38)$$

Для обратного смещения  $I = -I_s$  отсюда  $C_D = 0$ , т.к. инжекция дырок отсутствует.

НЧ:

$$C_D^0 = S_{p-n} \cdot \frac{e\mu_p p_n \tau_p}{2L_p} \cdot \exp\left(\frac{eU}{kT}\right). \quad (5.39)$$

ВЧ:

$$C_D = S_{p-n} \cdot \frac{e\mu_p p_n}{\sqrt{2} \cdot L_p} \cdot \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) \cdot \left(\frac{\tau_p}{\omega}\right)^{1/2}. \quad (5.40)$$

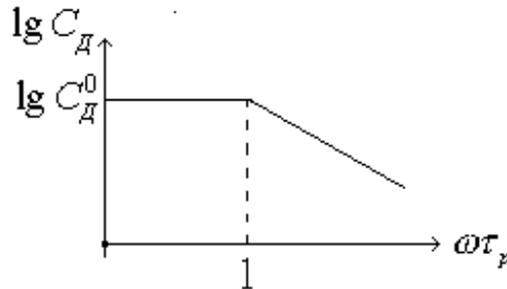


Рисунок 5.12 – Частотная зависимость диффузионной емкости

Напомним: для ДБШ диффузионной емкости не существует.

Помимо  $C_D$ , существует барьерная емкость  $C_B$  - емкость ПЗ. Через нее течет ток смещения, связанный с изменением во времени вектора электромагнитной индукции  $\vec{D}$  и не связанный с переносом НЗ.

$$I_{см} = \frac{U_1}{R_C} \cdot e^{i\omega t} = \omega C_B U_1 e^{i\omega t + \frac{\pi}{2}}. \quad (5.41)$$

На основе полученных аналитических выражений для трех составляющих переменного тока через диод, перейдем к формированию схемной формы модели. Все три составляющие протекают через р- и п-части полупроводника и контакты, которые составляют сопротивление растекания  $R_S$ .

Таким образом, модель диода на р-п-переходе при малом переменном сигнале (рис.5.13):

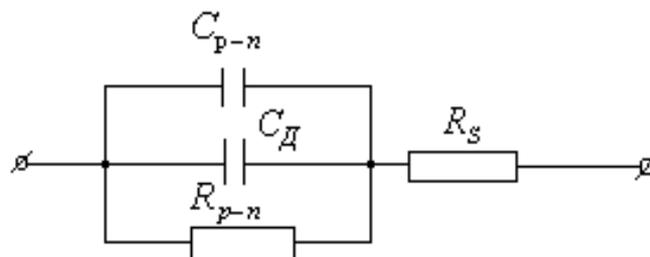


Рисунок 5.13 –Схемная модель диода на р-п-переходе

Так как  $R_{p-n} = \frac{1}{G_{p-n}} \sim \exp\left(-\frac{eU}{kT}\right)$ , при обратном смещении сопротивление увеличивается,  $C_D$  не существует и ток течет через  $C_B$ .

Емкость  $C_B$  является функцией напряжения на диоде, для моделирования которой пользуются экспериментальным подходом. Измеренная зависимость  $C_B(U)$  показана на рис. 5.14.

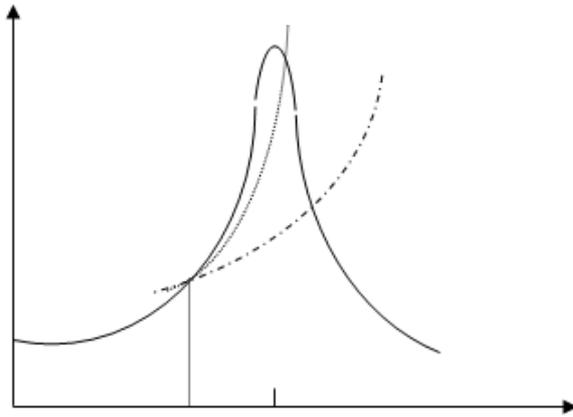


Рисунок 5.14 – Моделирование емкости  $C_B$ :

1 – измеренная емкость  $C_B(U)$ , 2 – зависимость (71а), 3 – касательная линия к кривой  $C_B(U)$  в точке  $U = \phi - Z$

Ее можно аппроксимировать следующей функцией:

$$C_B = \begin{cases} \frac{C_{B0}}{(1-U/\phi)^\gamma} & \text{для } U \leq \phi - Z, \\ K_1 U + K_2 & \text{для } U > \phi - Z, \end{cases} \quad (5.42)$$

где коэффициенты определяются экспериментально в рабочей точке  $U = \phi - Z$ :

$$K_1 = \frac{dC_B}{dU}, \text{ при } U = \phi - Z; \quad K_2 = -K_1(\phi - Z) + C_B, \text{ при } U = \phi - Z, \quad (5.43)$$

$Z$  принимает значения от 0,05 до 0,5. Значение  $\phi$  зависит от материала ( $\sim 0,8$  В для кремния,  $\sim 0,4$  В для германия), а  $\gamma$  принимает значение, лежащее между 1/2 и 1/3. Емкость  $C_{B0}$  обычно составляет несколько пикофард.

Отметим, что  $C_D$  обычно много больше  $C_B$  и может принимать значения в диапазоне 50...1000 пФ.

### 5.8.4 Модель диода для приращений

При использовании ЭВМ требуются и *линеаризованные модели* диода. Рассмотрим выражение

$$I+dI=I_s[\exp(V/V_T)-1] + (I_s/V_T)\exp(V/V_T)dV \quad (5.44)$$

или, через приращение,

$$I+\delta I=I_s[\exp(V/V_T)-1] + (I_s/V_T)\exp(V/V_T)\delta V=J_{\text{экв}}+Y_{\text{экв}}\delta V. \quad (5.45)$$

Этому уравнению соответствует эквивалентная схема на рис. 5.15, где параллельно проводимости  $Y_{\text{экв}}$  подключен источник тока. Поскольку идеальный диод представляет собой ни что иное, как резистор с нелинейным сопротивлением, такая схема иллюстрирует линеаризацию любого нелинейного элемента.

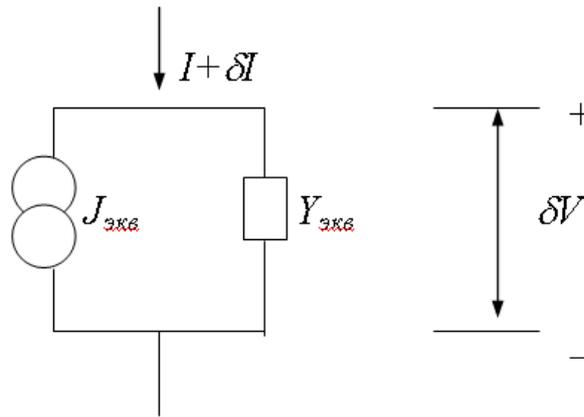


Рисунок 5.15 – Модель диода для приращений

Так как эквивалентный источник  $J_{\text{экв}}$  не влияет на линейную проводимость,  $Y_{\text{экв}}$  может характеризовать элементы модели диода на малом сигнале при достаточно высоких частотах.

### 5.8.5 Одномерная модель биполярного транзистора

Наиболее распространенные модели биполярного транзистора получены в одномерном приближении для сплавного бездрейфового транзистора, которому свойственна симметричная структура относительно базы – примерно одинаковые площади эмиттерного и коллекторного переходов. Транзисторы этого типа работают при низких уровнях инжекции, имеют примерно равные концентрации примесей в эмиттере и коллекторе, основным механизмом перемещения через базу является диффузия, дрейфом носителей пренебрегают.

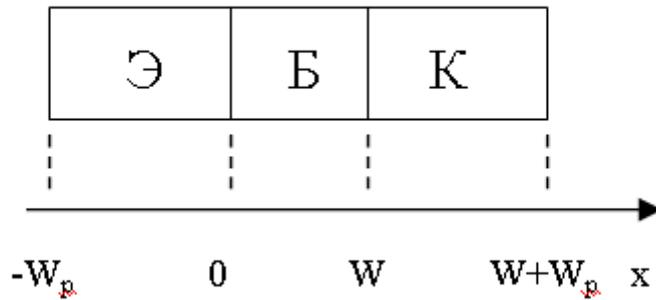


Рисунок 5.16 – Биполярный транзистор при одномерном рассмотрении

Если  $W_p \gg L_n$ , то эмиттерный и коллекторный переходы могут быть представлены как диод с полуограниченной базой.

Пусть оба перехода смещены в пропускном направлении  $U_{KB} > 0, U_{ЭБ} > 0$ , тогда, следуя диодной теории, запишем:

$$I_{nэ} = I_{ns} \left( e^{\frac{eU_{Эз}}{kT}} - 1 \right), \quad I_{ns} = \frac{eD_n n_p}{L_n}, \quad I_{нк} = I_{ns} \left( e^{\frac{eU_{КБ}}{kT}} - 1 \right). \quad (5.46)$$

Т.к. дырки попадают в очень узкую область, для нахождения дырочного тока диффузионная модель уже не может быть использована, что было бы эквивалентно пренебрежению падением напряжения на базе. Запишем уравнение непрерывности:

$$D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p^2} = 0, \quad L_p = \tau_p \sqrt{D_p}, \quad (5.47)$$

$$\Delta p(x) = k_1 e^{\frac{x}{L_p}} + k_2 e^{-\frac{x}{L_p}}, \quad D_p = kT \mu_p. \quad (5.48)$$

Граничные условия

$$\Delta p(0) = p_n \left( e^{\frac{eU_{Эз}}{kT}} - 1 \right) \quad (5.49)$$

$$\Delta p(w) = p_n \left( e^{\frac{eU_{КБ}}{kT}} - 1 \right)$$

определяют конечный результат:

$$\Delta p(x) = \frac{p_n}{\operatorname{sh}\left(\frac{w}{L_p}\right)} \cdot \left[ \left( e^{\frac{eU_{Эз}}{kT}} - 1 \right) \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{w-x}{L_p}\right) + \left( e^{\frac{eU_{КБ}}{kT}} - 1 \right) \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{x}{L_p}\right) \right]. \quad (5.50)$$

Плотность тока в базе транзистора:

$$I_p(x) = -eD_p \frac{dp}{dx} = \frac{eD_p p_n}{L_p \operatorname{sh}\left(\frac{w}{L_p}\right)} \times \left[ \left( e^{\frac{eU_{\text{жэ3}}}{\hbar T}} - 1 \right) \cdot -h\left(\frac{w-x}{L_p}\right) - \left( e^{\frac{eU_{\text{жэ3}}}{kT}} - 1 \right) \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{x}{L_p}\right) \right]. \quad (5.51)$$

$$I_{pэ} = I_p(0) = \frac{I_{ps}}{\operatorname{sh}\left(\frac{w}{L_p}\right)} \cdot \left[ \left( e^{\frac{eU_{\text{э3}}}{kT}} - 1 \right) \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{w}{L_p}\right) - \left( e^{\frac{eU_{\text{жэ3}}}{kT}} - 1 \right) \right]. \quad (5.52)$$

$$I_{pk} = I_p(W) = \frac{I_{ps}}{\operatorname{sh}\left(\frac{W}{L_p}\right)} \cdot \left[ \left( e^{\frac{eU_{\text{эБ}}}{kT}} - 1 \right) - \operatorname{ch}\left(\frac{w}{L_p}\right) \cdot \left( e^{\frac{eU_{\text{кБ}}}{kT}} \right) \right]. \quad (5.53)$$

Из полученных выражений оценим коэффициент передачи тока:

$$\alpha = \left. \frac{dI_k}{dI_{\text{э}}} \right|_{U_{\text{кБ}}=\text{const}} = \frac{I_{pk} + I_{nk}}{I_{pk}} \cdot \frac{I_{pk}}{I_{pэ}} \cdot \frac{I_{pэ}}{I_{pэ} + I_{nэ}} = \alpha^* \cdot \beta \cdot \gamma, \quad (5.54)$$

где коэффициент умножения коллектора

$$\alpha^* = 1 + \frac{dI_{nk}}{dI_{pk}} \approx 1;$$

$$\beta = \left. \frac{dI_{pk}}{dI_{pэ}} \right|_{U_{\text{кБ}}=\text{const}} = \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{w}{L_p}\right)};$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{dI_{nэ}}{dI_{pэ}}} = \frac{1}{1 + \frac{e\mu_n n_n L_p}{e\mu_p p_p L_n} \cdot \operatorname{th}\left(\frac{w}{L_p}\right)} \approx 1.$$

Отсюда заключаем, что

$$\alpha = \operatorname{sch}\left(\frac{w}{L_p}\right). \quad (5.55)$$

Так как  $w \ll L_p$ , можно разложить в ряд Тейлора. В результате имеем  $\alpha = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{w}{L_p}\right)^2 \approx 0,998$ .

На основе полученных аналитических выражений перейдем к рассмотрению схемных форм модели биполярного транзистора.

### 5.8.6 Схемные модели биполярного транзистора

Одной из наиболее известных моделей биполярного транзистора является модель *Эберса-Молла*, для которой уравнения (5.52) и (5.53) принимают вид:

$$\begin{aligned} I_K &= \alpha_F I_F - I_R; \\ I_\Delta &= -I_F - \alpha_R I_R; \end{aligned} \quad (5.56)$$

при

$$\begin{aligned} I_F &= I_{\Delta_{\text{нас}}} [\exp(V_{\text{БЭ}}/V_T) - 1], \\ I_R &= I_{\text{Кнас}} [\exp(V_{\text{БК}}/V_T) - 1], \end{aligned} \quad (5.57)$$

где  $I_{\Delta_{\text{нас}}}$ ,  $I_{\text{Кнас}}$  - токи насыщения переходов база-эмиттер и база-коллектор;  $V_{\text{БЭ}}$ ,  $V_{\text{БК}}$  - напряжения на переходах база-эмиттер и база-коллектор;  $\alpha_F$ ,  $\alpha_R$  - коэффициенты прямой и обратной передачи тока транзистора в схеме с общей базой, а  $V_T = kT/e$ .

Уравнения (5.56), (5.57) представляют *инжекционный* вариант модели Эберса-Молла, соответствующий эквивалентной схеме рис. 5.16. Несмотря на то, что из (5.52) и (5.53) следует, что  $\alpha_F = \alpha_R = \text{sch}(W/L_p)$ , в более общем случае области коллектора и эмиттера могут отличаться своими физическими характеристиками, что определит отличие  $\alpha_F$  и  $\alpha_R$ . В этой модели константы  $\alpha_F$ ,  $\alpha_R$  и токи насыщения  $I_{\Delta_{\text{нас}}}$ ,  $I_{\text{Кнас}}$  независимы.

Однако физические свойства транзистора требуют, как это и показано в (5.52) и (5.53), чтобы выполнялось условие  $\alpha_F I_{\Delta_{\text{нас}}} = \alpha_R I_{\text{Кнас}} \equiv I_{\text{нас}}$ .

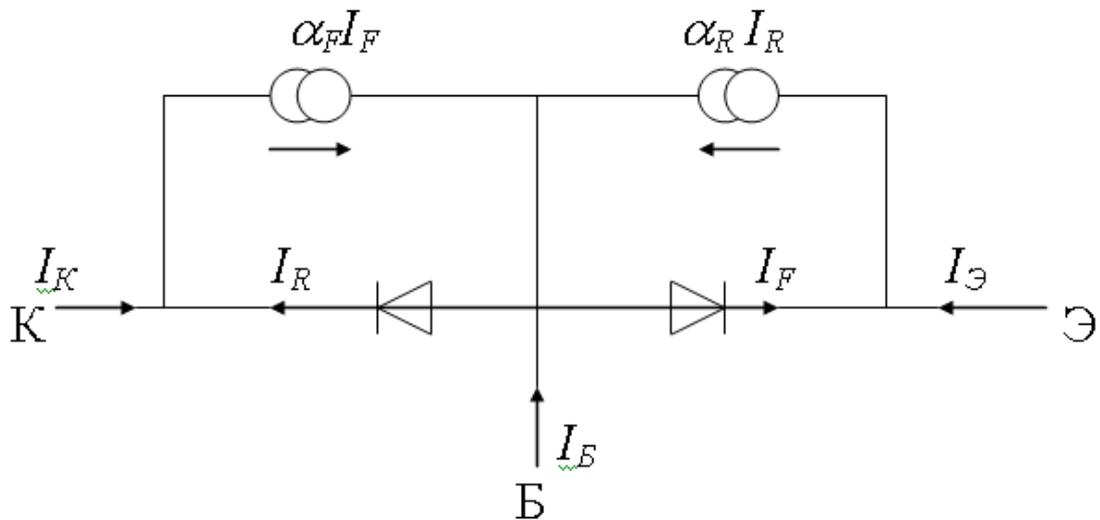


Рисунок 5.17 – Инжекционный вариант модели Эберса-Молла

Используя  $I_{\text{нас}}$ , можно записать уравнения (5.56), (5.57) в форме, наиболее подходящей для ЭВМ, и уменьшить число констант с четырех до трех:

$$\begin{aligned} I_K &= I_{Kи} - I_{Эи} / \alpha_R; \\ I_{Э} &= -I_{Kи} / \alpha_F + I_{Эи}, \end{aligned} \tag{5.58}$$

где

$$\begin{aligned} I_{Kи} &= I_{нас} [\exp(V_{БЭ} / V_T) - 1] - \text{коллекторный источник тока}; \\ I_{Эи} &= I_{нас} [\exp(V_{БК} / V_T) - 1] - \text{эмиттерный источник тока}. \end{aligned} \tag{5.59}$$

Уравнения (5.58), (5.59) представляют **передаточный** вариант модели Эберса-Молла, эквивалентная схема которого показана на рис. 5.18.

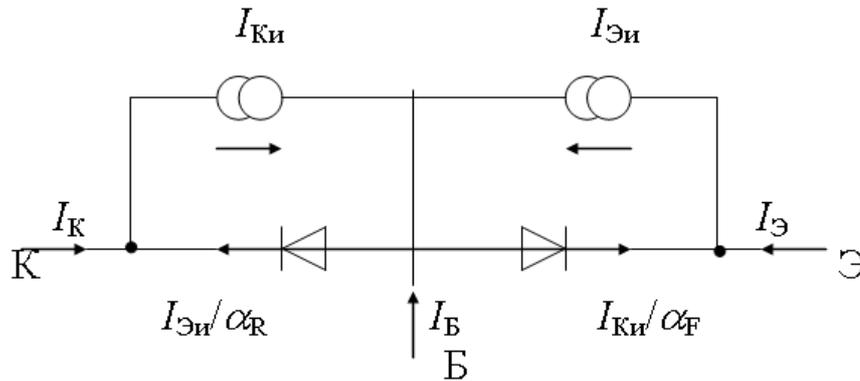


Рисунок 5.18 – Передаточный вариант модели Эберса-Молла

Еще одну модель можно получить, если воспользоваться связью между прямым и обратным коэффициентами усиления тока в схеме с общей базой ( $\alpha_{R,F}$ ) или с общим эмиттером ( $\beta_{R,F}$ ):

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{1 + \beta_F}, \quad \alpha_R = \frac{\beta_R}{1 + \beta_R}. \tag{5.60}$$

подставив (5.60) в (5.58), имеем:

$$\begin{aligned} I_K &= (I_{Kи} - I_{Эи}) - I_{Эи} / \beta_R, \\ I_{Э} &= -I_{Kи} / \alpha_F - (I_{Kи} - I_{Эи}). \end{aligned} \tag{5.61}$$

Введя обозначение

$$I_{КТ} = I_{Kи} - I_{Эи}, \tag{5.62}$$

смоделируем эти уравнения схемой с одним источником тока (рис. 5.19). Эту модель называют **нелинейной гибридной П-моделью**.

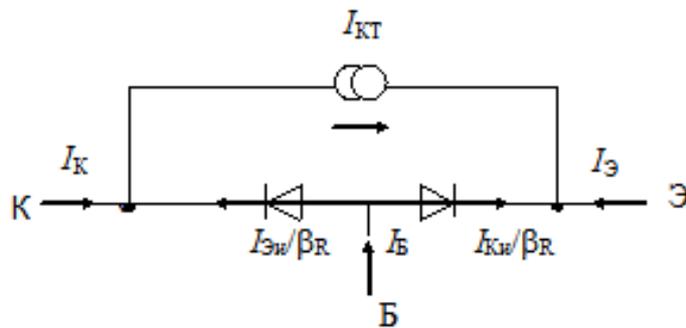


Рисунок 5.19 – Нелинейная гибридная П-модель Эберса-Молла

Рассмотренные модели пригодны только для низких частот, так как они не учитывают зарядов, накопленных в полупроводниковом материале. На высоких частотах, а также для более точного определения режима по постоянному току необходимо учесть дополнительные компоненты.

Модель, часто используемая на высоких частотах, показана на рис. 5.19. В нее введены три сопротивления  $r_k$ ,  $r_э$ ,  $r_б$ , которые являются объемными, и четыре нелинейные емкости. Низкочастотные модели, о которых речь шла выше, могут быть подключены к точкам Б', К', Э'.

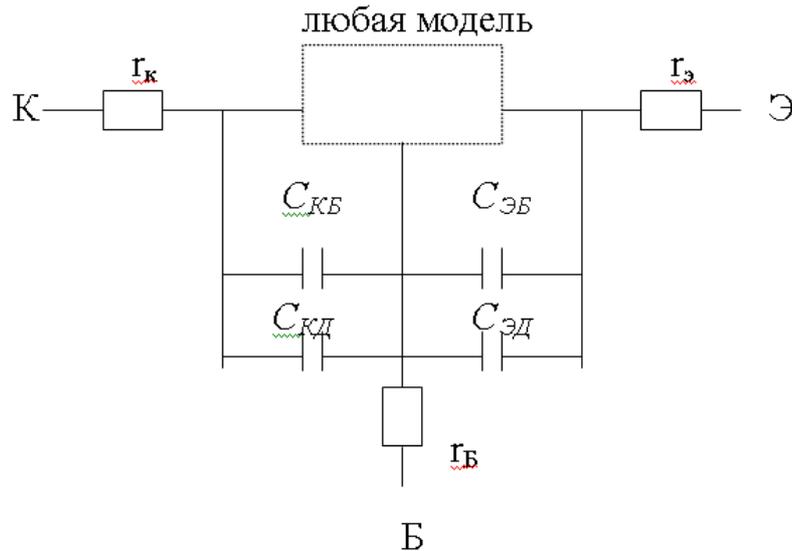


Рисунок 5.19 – Общая модель Эберса-Молла

Обычно сопротивления считаются постоянными. Здесь:

$r_k$  – сопротивление коллектора (от нескольких Ом до нескольких сотен Ом),

$r_э$  – сопротивление эмиттера (обычно 1 Ом, и им часто пренебрегают),

$r_б$  – сопротивление базы (около 10 Ом для СВЧ и до нескольких кОм для низкочастотных транзисторов).

Емкости переходов являются функциями напряжений и описываются уравнением (5.42). Параметры для барьерной емкости коллекторного перехода:  $K_I = \frac{\beta_F}{1 + \beta_F}$ , при  $V_{БК} = \phi_K - Z_K$ . При  $Z_K$ , лежащем обычно в диапазоне 0,01...0,5,  $\phi_K = 0,8$  и  $\gamma_k = 0,5$ . Для емкости эмиттерного перехода константы имеют следующие типичные значения:  $\phi_э = 0,6$  и  $\gamma_э = 1/3$ .

Эмиттерная диффузионная емкость определяется экспериментально. Пусть  $f_T$  – частота, на которой малосигнальный коэффициент усиления тока  $\beta_F$  уменьшается до единицы, и коллекторный ток равен  $I_{KF}$ . Тогда

$$\begin{cases} \tau_F g_{\varepsilon} & \text{при } V_{БЭ} > 0 \\ C_{\varepsilon_d} = 0 & \text{при } V_{БЭ} \leq 0 \end{cases} \quad (5.63)$$

где

$$\begin{cases} 1/2\pi f_T & \text{при } I_K = 0 \\ \tau_F = 1/2\pi f_T - (V_T/V_{KT}) [C_{\varepsilon} + C_K (I + (I_{KF}/V_T)r_K)] & \text{при } I_K \neq 0 \end{cases} \quad (5.64)$$

и

$$g_{\varepsilon} = \partial I_{Ku} / \partial V_{БЭ} = (I_{нас}/V) \exp(V_{БЭ}/V_T) = (I_{Ku} + I_{нас})/V. \quad (5.65)$$

Если величина  $\tau_F$ , рассчитанная из (5.64), получается отрицательной, то она считается равной нулю.

Для коллекторной диффузионной емкости

$$\begin{cases} 0 & \text{при } \beta_R = 0 \\ \tau_F = (\tau_{нас} / \beta_R) (1 + \beta_R - \beta_F \beta_R / (1 + \beta_F)) - \beta_F (1 + \beta_F) / (\beta_R (1 + \beta_F)) \tau_F \end{cases}$$

при  $\beta_R \neq 0$

и

$$g_k = (I_{\varepsilon K} + I_{нас}) / V_T. \quad (5.67)$$

Если транзистор работает при малых сигналах относительно постоянных напряжений и токов в рабочей точке, то целесообразно использовать напряжения  $V_{БЭ}$  и  $V_{КЭ}$  как независимые переменные, а токи  $I_B$  и  $I_K$  как зависимые переменные. Этот эквивалент с «общим эмиттером» описывается так

$$I_B = g_1 (V_{БЭ}, V_{КЭ}); \quad (5.68)$$

$$I_K = g_2 (V_{БЭ}, V_{КЭ}).$$

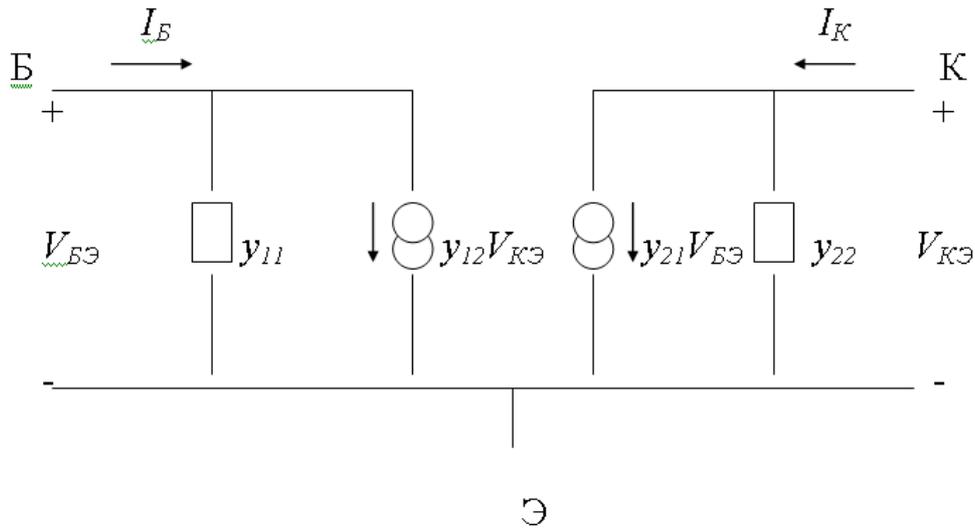


Рисунок 5.21 – Представление уравнения (5.68) схемой с двумя управляемыми источниками тока

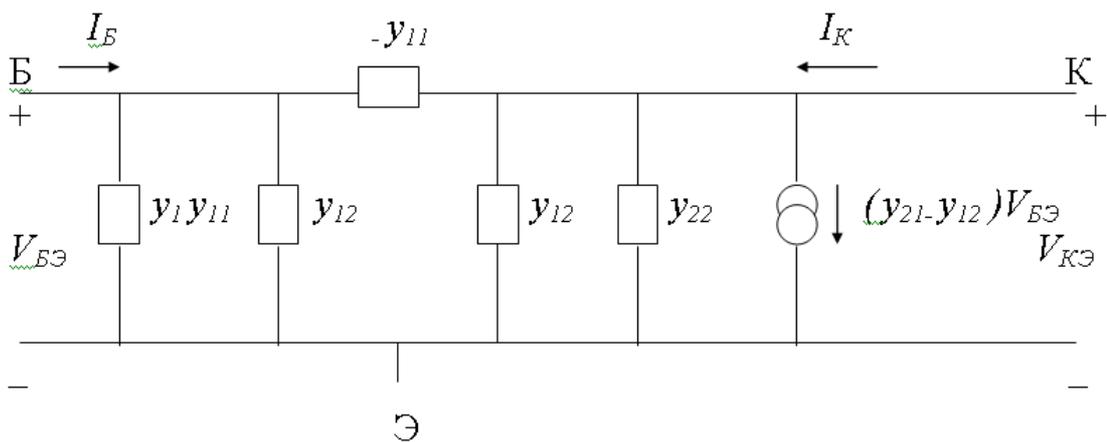


Рисунок 5.22 – Представление уравнения (5.68) схемой с одним управляемым напряжением источником тока

Рабочая точка определяется подачей постоянных напряжений

$$\begin{aligned} I_{B_0} &= g_1(V_{БЭ_0}, V_{КЭ_0}), \\ I_{K_0} &= g_2(V_{БЭ_0}, V_{КЭ_0}). \end{aligned} \quad (5.69)$$

Малые вариации в рабочей точке определяются разложением (5.67) в ряд Тейлора. Сохраняя только линейные члены, имеем:

$$\begin{aligned} dI_B &= (\partial g_1 / \partial V_{БЭ}) dV_{БЭ} + (\partial g_1 / \partial V_{КЭ}) dV_{КЭ}, \\ dI_K &= (\partial g_2 / \partial V_{БЭ}) dV_{БЭ} + (\partial g_2 / \partial V_{КЭ}) dV_{КЭ}. \end{aligned} \quad (5.70)$$

Так как нас интересуют приращения, то можно заменить производные на малосигнальные полные проводимости (так называемые у-параметры, которые могут быть определены из нескольких опытов короткого замыкания):

$$\begin{aligned} I_B &= y_{11} V_{БЭ} + y_{12} V_{КЭ}, \\ I_K &= y_{21} V_{БЭ} + y_{22} V_{КЭ}. \end{aligned} \quad (5.71)$$

Этим уравнением соответствует эквивалентная цепь на рис. 5.20. Два управляемых напряжением источника тока заменяют передаточные проводимости. Поскольку для транзисторов  $y_{21} > y_{12}$ , то можно переписать (5.71) в форме:

$$\begin{aligned} I_B &= y_{11} V_{БЭ} + y_{12} V_{КЭ}, \\ I_K &= y_{21} V_{БЭ} + y_{22} V_{КЭ} + (y_{21} - y_{22}) V_{БЭ}. \end{aligned} \quad (5.72)$$

Множитель в скобках представляет собой управляемый напряжением источник тока, подключенный к правым зажимам модели, а остальная часть описывает пассивный двухполюсник. Эквивалентная схема показана на рис. 5.22. Эта модель называется гибридной П-моделью. Для высоких частот нельзя пренебречь емкостями и нужно перейти к более общей модели (рис. 5.23).

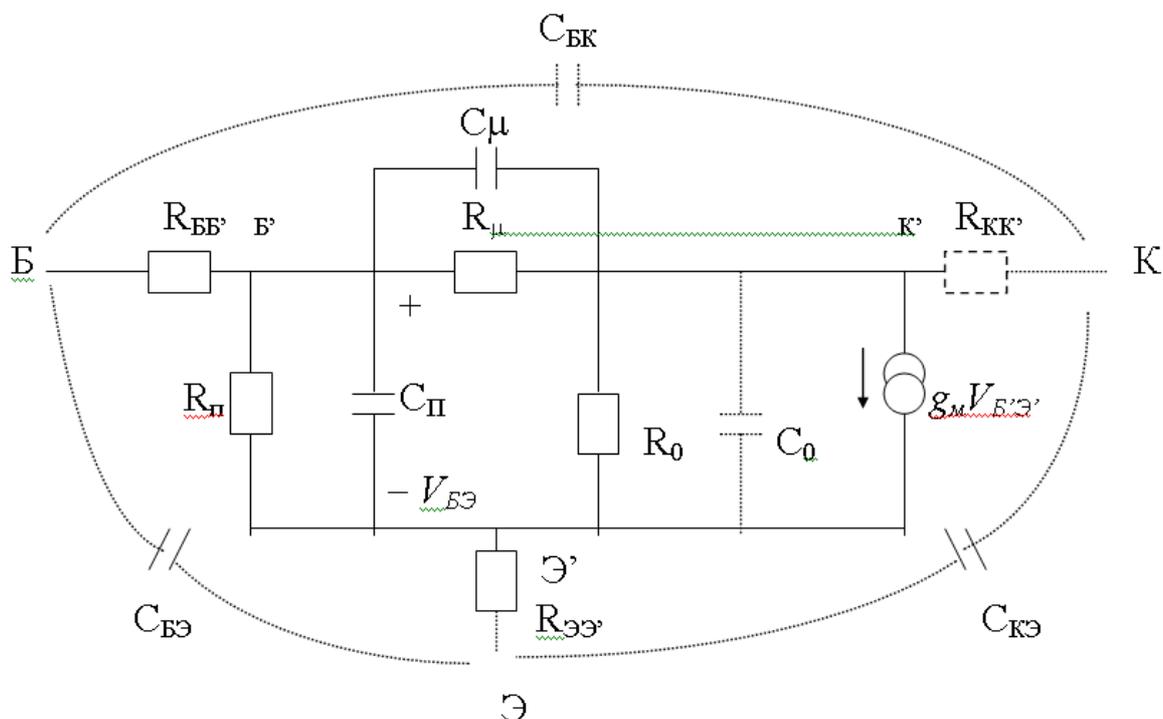


Рисунок 5.23 – Малосигнальная гибридная П-модель биполярного транзистора

Типичные значения элементов лежат в следующих пределах:

$$\begin{aligned} R_{ББ}' &= 25 \dots 100 \text{ Ом}, & R_{\mu} &= 10^6 \dots 10^7 \text{ Ом}, \\ R_{П} &= 150 \dots 1000 \text{ Ом}, & R_0 &= 2 \cdot 10^4 \dots 10^6 \text{ Ом}, \\ C_{П} &= 10 \dots 200 \text{ пФ}, & C_{\mu} &= 0,2 \dots 6 \text{ пФ}, \\ C_0 &= 0,1 \dots 1 \text{ пФ}, & g_m &= 0,02 \dots 0,2 \text{ мСм}. \end{aligned}$$

Сопротивления  $R_{ЭЭ}'$  и  $R_{КК}'$  обычно малы, и ими пренебрегают. Емкости  $C_{БЭ}$ ,  $C_{КЭ}$  и  $C_{БК}$  – паразитные и имеют значения от 0,4 до 2 пФ.

Гибридная П-модель содержит управляемый напряжением источник тока, что позволяет при анализе транзисторных цепей на малом сигнале воспользоваться простой узловой формой записи уравнений. Для анализа схем с помощью модели Эберса-Молла необходима модифицированная узловая форма записи уравнений.

### 5.8.7 Схемные модели полевого транзистора

Полевые транзисторы – это приборы, свойства которых можно описать системой уравнений:

$$\begin{aligned} I_3 &= 0 \\ I_C &= f(V_{зи}, V_{си}) \end{aligned} \quad (5.73)$$

Отметим, что детальное моделирование требует рассмотрения подложки в качестве вывода, однако это обстоятельство не будет принято во внимание в анализе.

Дадим описания двух типов полевых транзисторов. Представителями первого типа являются полевые транзисторы с управляющим р-п-переходом и полевые транзисторы с затвором Шоттки. В каждом из них в качестве основных носителей могут быть электроны или дырки. И тогда об этих транзисторах говорят, что они имеют канал п- или р-типа. Ток сток-исток  $I_C$  для прибора с п-каналом определяется следующим выражением:

а) для линейной области

$$I_C / I_0 = -3 \cdot V_{си} / V_0 - 2 \left[ \left( (V_{зи} - V_{си} + V_b) / V_0 \right)^{3/2} - \left( (V_{зи} + V_b) / V_0 \right)^{3/2} \right], \quad (5.74)$$

где  $V_{си} < V_{зи} - V_0 - V_b$ ;

б) для области насыщения, где  $V_{си} > V_{зи} - V_0 - V_b$

$$I_C / I_0 = 1 + 3 \left( (V_{зи} - V_{си} + V_b) / V_0 \right) - 2 \cdot \left( (V_{зи} - V_{си} + V_b) / V_0 \right)^{3/2} \quad (5.75)$$

В (5.74) и (5.75) обозначено:  $I_0$  – ток стока при  $V_{си} + V_b = 0$  и  $V_{си} = -V_0$ ,  $V_0$  – напряжение отсечки канала затвора (обычно около 4 В),  $V_b$  – внутренний потенциал, отрицательный для п-канального и положительный для р-канального полевого транзистора (обычно около 0,7 В),  $V_{зи}$ ,  $V_{си}$  – напряжение затвор-исток и сток-исток.

Для прибора с п-каналом все напряжения положительные, для прибора с р-каналом – отрицательные.

В области насыщения емкость

$$C_{зи} = C_0 2 \left[ 1 + \left( (V_{зи} + V_b) / V_0 \right)^{1/2} \right] / \left[ 1 + 2 \left( (V_{зи} + V_b) / V_0 \right)^{1/2} \right], \quad (5.76)$$

где  $C_0$  – половина полной емкости затвор-исток при  $V_{ЗИ} + V_b = 0$  и  $V_{СИ} = -V_0$ . Уравнение (5.76) используется для линейной области, причем фактические значения емкости будут несколько меньше. В заключение отметим, что емкость  $C_{ЗС}$  обычно в 50 раз меньше, чем  $C_{ЗИ}$ , и включается во внешнюю цепь. Введенные величины показаны на рис. 5.24.

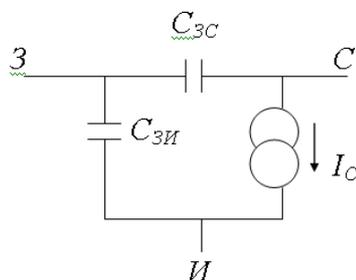


Рисунок 5.24 – Модель полевого транзистора с управляющим p-n-переходом для большого сигнала

Другой тип полевых транзисторов – это транзисторы с изолированным затвором и МОП-транзисторы. Их токи, показанные на рис. 5.25, определяются уравнениями:

$$\begin{aligned} I_{ПС} &= I_{ИС} [\exp(V_{ПС}/V_T) - 1], \\ I_{ПИ} &= I_{ИИ} [\exp(V_{ПИ}/V_T) - 1], \\ I_C &= \beta [(V_{ЗИ} - V_{пор}) V_{СИ} - V_{СИ}^2 / 2] \text{ при } V_{СИ} > V_{ЗИ} - V_{пор}, \\ I_C &= \beta / 2 (V_{ЗИ} - V_{пор})^2 \text{ при } V_{СИ} < V_{ЗИ} - V_{пор}, \end{aligned} \quad (5.77)$$

где  $\beta$  – коэффициент усиления;  $V_{пор}$  – пороговое напряжение. Обычно значение  $V_{пор}$  находится между 0 и 1,5 В и постоянно для применяемой технологии изготовления транзистора. Численное значение  $V_{пор}$  равно напряжению затвор-исток, при котором ток сток-исток равен 0,1 мкА, в условиях короткого замыкания между затвором и стоком. Уравнения (5.77) имеют силу для транзисторов со встроенным каналом.

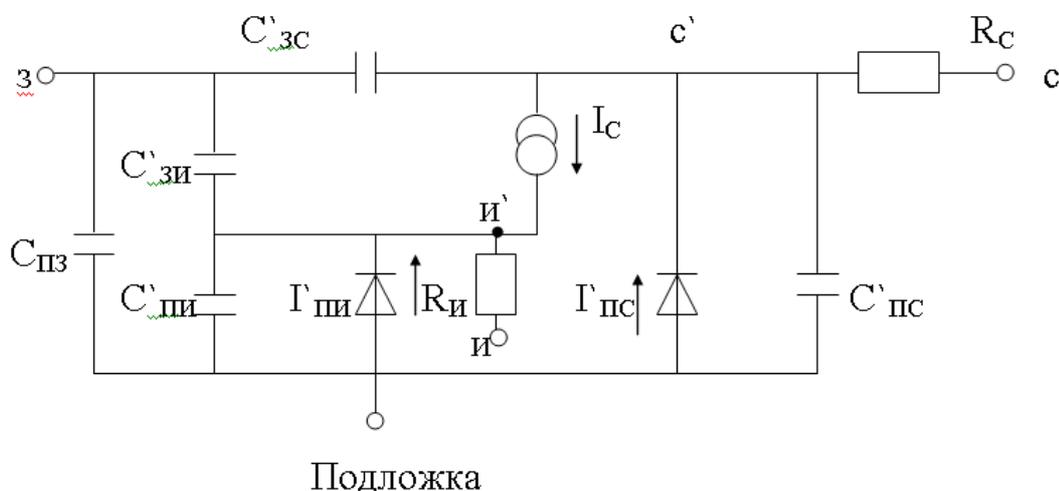


Рисунок 5.25 – Эквивалентная схема для МОП-транзистора и транзистора с изолированным затвором с n-каналом

Емкости можно считать постоянными, определяемые геометрией и технологией:

$$C=(E_0E_RA)/t_{окс}, \quad (5.78)$$

где  $A$  - площадь;  $E_0$  - диэлектрическая проницаемость;  $E_R$  - диэлектрическая проницаемость вакуума;  $t_{окс}$  - толщина оксидной пленки.

Рабочая точка полевого транзистора обеспечивается подачей на прибор постоянных напряжений. Это приводит к появлению токов

$$I_3=0, \\ I_{C0}=f(V_{зи0}, V_{си0}),$$

и малые приращения напряжений в рабочей точке вызывают малые вариации тока  $I_C$ . Разлагая  $I_C$  в ряд Тейлора и сохраняя только линейные члены, получаем

$$dI_C=(\partial f/\partial V_{зи})dV_{зи}+(\partial f/\partial V_{си})dV_{си}. \quad (5.79)$$

если напряжение  $V_{си}$  поддерживать постоянным, то второй член выражения исчезает и

$$\partial I_C/\partial V_{зи}=\partial f/\partial V_{зи}=g_m(V_{зи0}, V_{си0})=g_m. \quad (5.80)$$

С другой стороны, если  $V_{зи}$  остается постоянным, то

$$\partial I_C/\partial V_{си}=\partial f/\partial V_{си}=G_{си}(V_{зи0}, V_{си0})=G_{си}. \quad (5.81)$$

Константа  $g_m$ , имеющая размерность проводимости, показывает степень влияния на ток  $I_C$  напряжения, приложенного к выводам затвор-исток. Поэтому  $g_m$  представляет собой крутизну управляемого напряжением источника тока, а  $G_{си}$  - проводимость, подключенную к выводам сток-исток. Уравнение (5.66) можно смоделировать линейной цепью, показанной на рис. 5.26. Это простейшая малосигнальная модель полевого транзистора. На более высоких частотах нужно принять во внимание емкости транзистора. Поэтому более правильной малосигнальной моделью полевого транзистора будет схема на рис. 5.27.

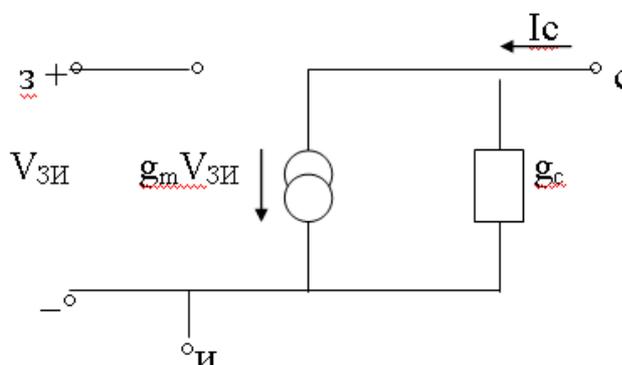


Рисунок 5.26 – Малосигнальная низкочастотная модель

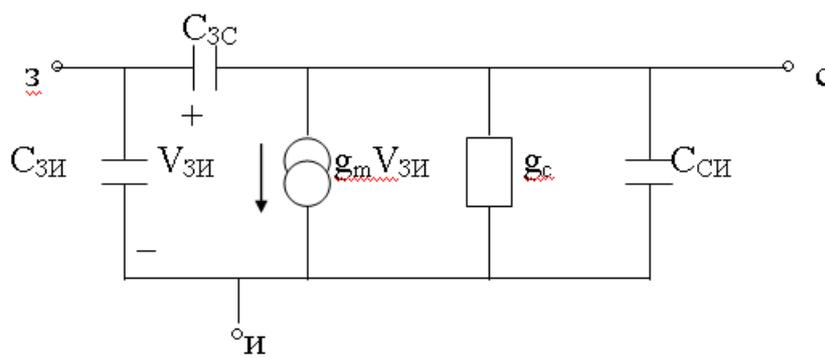


Рисунок 5.27 – Малосигнальная упрощенная модель для средних частот

Типичные значения ее параметров даны в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Типичные значения параметров

	Транзистор с p-n-переходом	МОП-транзистор
$g_m$	0,1-10 мА/В	0,1-30 мА/В
$R_{си}$	0,1-1 МОм	0,1-4 МОм
$C_{си}$	0,1-1 пФ	0,1-1 пФ
$C_{зи}$	1-10 пФ	1-10 пФ
$C_{зс}$	1-10 пФ	1-10 пФ

## 5.9 Макромодели

Модели, описанные выше, относятся к одиночным полупроводниковым элементам. В большинстве применений эти элементы соединяются для выполнения определенных функций. Примерами функциональных блоков являются операционные усилители (ОУ), логические элементы, модуляторы, демодуляторы и т.д. Хотя функциональные блоки могут быть проанализированы на уровне компонентов, это неудобно на практике. Типичный ОУ содержит 20-30 транзисторов в дополнение к резисторам и конденсаторам. Использование 11-элементной модели Эберса-Молла для транзистора приведет к 220 элементам при описании ОУ на компонентном уровне. Если необходимо анализировать цепи со многими ОУ, то можно столкнуться с проблемой большой размерности уравнений. Другая трудность при таком подходе заключается в том, проектировщик редко имеет доступ к внутренней структуре усилителей и параметрам транзисторов. Поэтому предпочтительнее использовать *макромодели*, когда анализируемая цепь состоит из стандартных функциональных блоков.

Исходными данными для получения макромоделей являются полные модели узлов на уровне моделей компонентов на уровне электрических

свойств, поэтому основная задача макро моделирования заключается в создании формальной методики, позволяющей получить требуемую макро модель из полной модели. Макро модели описывают устройства на уровне выходных характеристик и могут разрабатываться на основе физических свойств устройства, результатов эксперимента или данных предоставляемых изготовителем. Макро модель можно представить в виде простой эквивалентной цепи, системы уравнений или просто таблицы значений. Желательно иметь несколько моделей различной степени точности и сложности. Выделяют три уровня макро моделей:

1. Макро модели 1-го уровня отображают только функционально-логическое назначение моделируемого узла, без учета его схемотехнических особенностей.

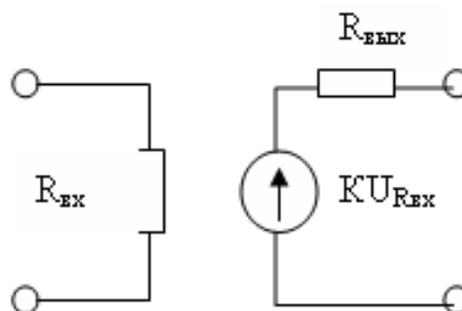


Рисунок 5.28 –Макро модель 1-го уровня для ОУ

2. Макро модели 2-го уровня отображают основные выходные схемотехнические параметры узла. Синтез таких моделей можно формализовать на основе блочного макро моделирования, путем постепенного усложнения простых эквивалентных схем, начиная с макро модели 1-го уровня.

3. Макро модели 3-го уровня отображают дополнительные схемотехнические и технологические особенности моделируемого узла (не идеальность характеристик, паразитные емкости и пр.). Эти параметры определяются путем анализа функций узла с помощью полной модели. Синтез этих моделей также основан на блочном моделировании.

### 5.9.1 Блочный метод макро моделирования

Он основан на создании эквивалентных схем типовых блоков, которые можно разделить на 2 класса:

- универсальные макроэлементы;
- типовые базовые элементы.

Универсальные макроэлементы реализуют математические описания основных свойств электронных устройств и не имеют физического прототипа (описание логических уравнений, фиксация момента достижения порога срабатывания).

Набор универсальных макроэлементов позволит формализовать разработку макромоделей 2-го уровня.

Типовые базовые элементы отражают типовые структурные части моделируемых узлов (входные и выходные каскады и пр.). В первом приближении базовые элементы должны соответствовать минимальной сложности их структуры. Набор моделей базовых элементов в сочетании с макроэлементами позволит формализовать разработку наиболее точных моделей 3-го уровня.

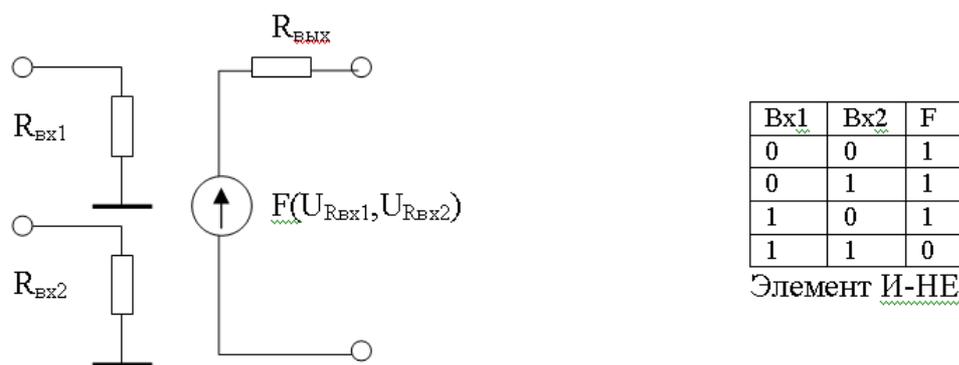


Рисунок 5.29 –Макроэлемент И-НЕ

### 5.9.2 Идентификация параметров моделей элементов электронных схем

Основные способы определения параметров это расчетный и экспериментальный.

Расчетный способ основан на непосредственном расчете параметров по известным аналитическим формулам и выражениям, например, параметры модели транзистора рассчитываются на основе электрофизических параметров полупроводника и данных о геометрических размерах топологии транзистора.

Экспериментальный способ предполагает проведение серий экспериментов (измерительных или машинных) для определения параметров моделей элемента. Эксперименты бывают 2-х типов: когда определяются внутренние параметры модели элемента непосредственно (в явном виде); когда определяются выходные параметры моделируемого элемента с целью дальнейшего расчета внутренних параметров модели.

При прямом измерении параметры модели определяются в установленных для данного элемента режимах и требуют своей измерительной аппаратуры. При большом числе параметров процесс измерения представляет собой длительную и трудоемкую процедуру.

При оптимизационных методах требуется разработка соответствующего программного обеспечения, с помощью которого определяются такие значения внутренних параметров исследуемой модели элемента, которые обеспечивают наилучшее совпадение результатов моделирования с эталонными параметрами. Они определяются с помощью

более точных моделей этого элемента на других уровнях проектирования. Особую сложность представляет разработка оптимизационных методов, т.к. оптимизация проводится в пространстве многих переменных, а целевая функция не имеет аналитического представления. В качестве целевой функции  $F$  используется среднеквадратическое отклонение:

$$F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{эi} - y_{mi}}{y_{эi}} \right)^2} \cdot \frac{1}{n} \quad (5.82)$$

где  $y_{эi}$  – эталонное значение  $i$ -го выходного параметра;  $y_{mi}$  – значение  $i$ -го выходного параметра на данной модели.

Внедрение программ схемотехнического проектирования должно сопровождаться созданием специального ПО по идентификации параметров моделей элементов электронных схем.

### 5.9.3 Макромодель операционного усилителя

Линейная модель ОУ учитывает конечные значения входного и выходного сопротивлений и конечное значение коэффициента усиления в случае простого полюса. В зависимости от применения и желаемой точности возникает необходимость рассмотреть другие аспекты поведения ОУ: дрейф напряжений и токов смещения, конечное ослабление синфазного сигнала, ограничения скорости нарастания выходного напряжения, зависимость коэффициента усиления от полюсов более высокого порядка, конечную амплитуду выходного напряжения, модели источников шума и т.п. В нашей макромодели рассмотрим только влияние полюсов высокого порядка на коэффициент усиления, ограничение амплитуды выходного напряжения и конечную скорость нарастания этого напряжения.

#### А. Характеристики усиления

Коэффициент усиления ОУ зависит от частоты, и типичный график Боде для аплитудного отклика показан на рис. 5.30.

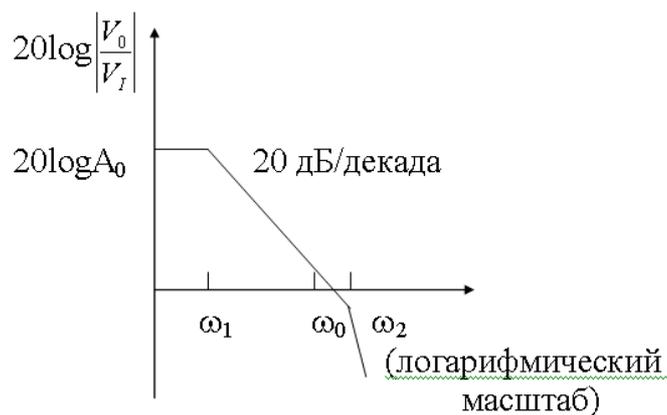


Рисунок 5.30 –График Бode для ОУ

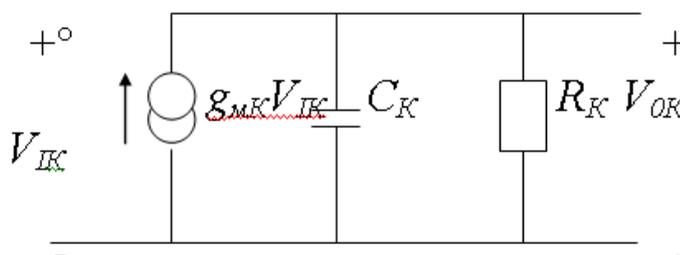


Рисунок 5.31 – Звено, моделирующее k-й полюс

Каждая точка перегиба на характеристике соответствует отрицательному действительному полюсу и может быть смоделирована электрической цепью, показанной на рис. 5.31 и имеющей коэффициент передачи вида

$$\frac{V_{OK}}{V_{IK}} = \frac{g_{mk} R_K}{1 + s C_K R_K}. \quad (5.83)$$

Коэффициент усиления этого звена по постоянному току равен  $g_{mk} R_K$ , а его полюс расположен в точке  $1/C_K R_K$ . Подобные звенья связаны одно с другим через источник тока, управляемые напряжением, что обеспечивает их развязку. Число звеньев зависит от того, как много полюсов необходимо представить в модели, хотя теоретически  $C_K$  и  $R_K$  могут быть произвольными, точность повышается, если в макромодели порядок этих величин сохранить таким же, как и в моделируемой части схемы. Точно так же коэффициент усиления по постоянному току  $A_0$  следует распределить на все звенья.

### Б. Конечное значение амплитуды выходного напряжения

Амплитуда выходного напряжения ограничена уровнем постоянного напряжения питания, и в простейшем случае имеем условие

$$|V_0| \leq V_{0\text{макс}} \quad (5.84)$$

Это условие можно обеспечить введением резистора с нелинейным сопротивлением на выходе модели с вольт-амперной характеристикой, показанной на рис. 5.32. Проводимость этого резистора равна нулю при  $|V_0| \ll |V_{0\text{макс}}|$  и становится очень большой при обратном неравенстве.

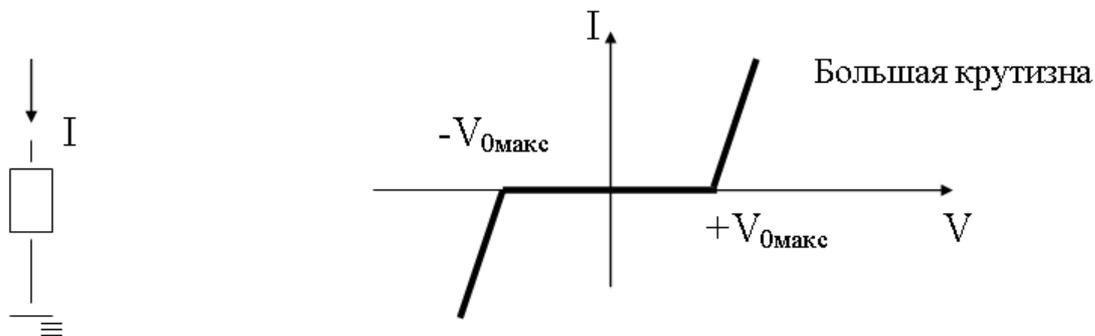


Рисунок 5.32 – Нелинейный резистор, включенный на выходе и моделирующей ограничение выходного напряжения

### В. Ограничение скорости нарастания выходного напряжения

Скорость нарастания выходного напряжения  $S_r$  – это максимальная скорость изменения выходного напряжения, которая достигается в ОУ. Величина  $S_r$  является важным параметром для цепей, которые должны усиливать быстроизменяющиеся сигналы. Ограничение скорости нарастания напряжения возникает потому, что транзисторы ОУ не в состоянии обеспечить достаточный ток для быстрого заряда емкостных нагрузок. Скорость нарастания к тому же зависит от внешних цепей, подключенные к ОУ. Обычно *худшему случаю* соответствует ОУ, включенный как усилитель с единичным коэффициентом усиления. Скорость нарастания моделируется звеном, показанным на рис. 5.33.

Оно содержит *нелинейный* источник тока, управляемый напряжением, благодаря чему максимальный ток через конденсатор не превышает  $I_m$ . Поэтому скорость изменения напряжения на конденсаторе ограничена:

$$|dv_C/dt| = 1/C |I_d| < I_m / C. \quad (5.85)$$

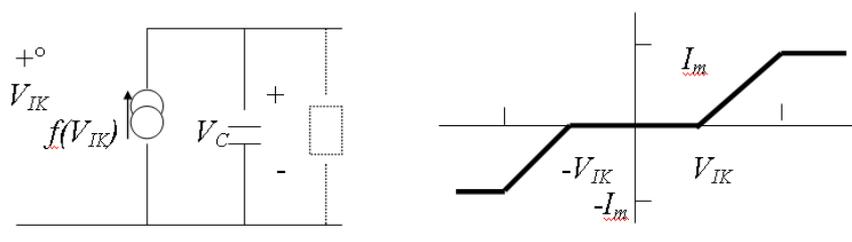


Рисунок 5.33 – Нелинейная проводимость, моделирующая ограничения скорости нарастания напряжения

отсюда следует, что если отношение  $I_m / C$  выбрано равным  $S_r$ , то условие ограничения скорости нарастания напряжения будет удовлетворено. Резистор, изображенный на рис. 5.33 штриховой линией, обеспечивает путь для разряда конденсатора постоянным током. Сравнивая рис. 5.33 с рис. 5.31, замечаем, что звено, ограничивающее скорость нарастания, вводит в ОУ полюс. В этом случае величина  $V_{IK}$  на рис. 5.33 выбирается с помощью равенства

$$V_{IK} = I_m / g_{mK} . \quad (5.86)$$

Введя в линейную модель описанные выше изменения, получим макромоделю, показанную на рис. 5.34. Значения параметров этой модели можно найти из паспортных данных ОУ, представляемых изготовителем.

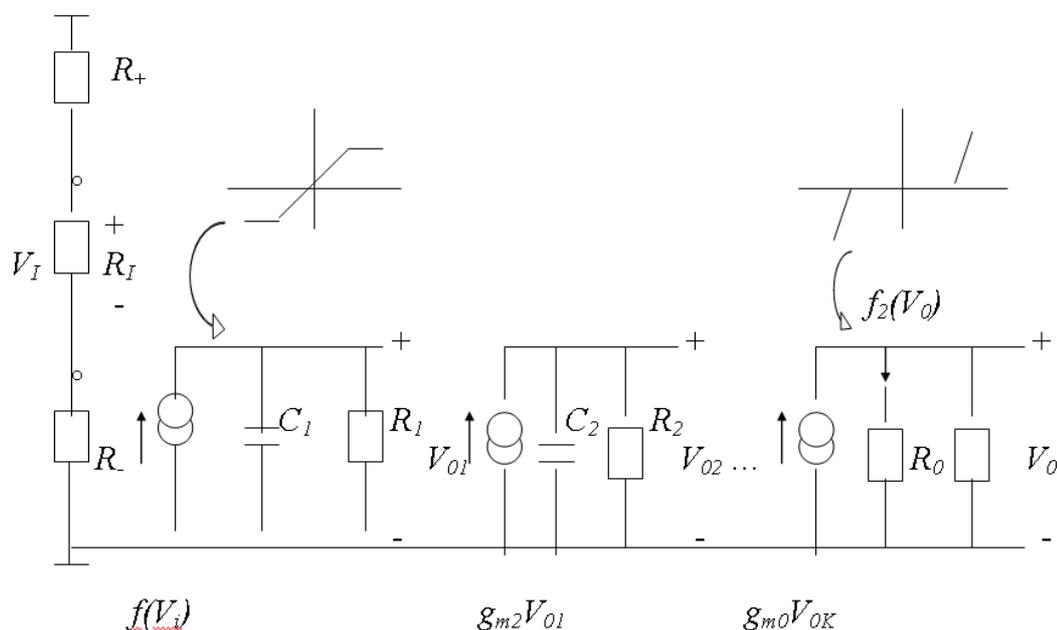


Рисунок 5.34 – Модель ОУ, учитывающее влияние нескольких полюсов на коэффициент усиления, ограничение выходного напряжения и скорость нарастания этого напряжения

**Пример.** Найти макромоделю для популярного ОУ  $\mu A741$  со следующими заданными параметрами (они соответствуют типичным значениям, взятым из таблиц параметров завода-изготовителя):

Коэффициент усиления без обратной связи  $A_0 = 2 \times 10^5$ .

Входные сопротивления:  $R_I = 2 \text{ МОм}$ .

$R_+, R_- = 2000 \text{ МОм}$ .

Выходные сопротивления:  $R_0 = 75 \text{ Ом}$ .

Пиковое значение выходного напряжения  $V_{0\text{макс}} = 10 \text{ В}$ .

Максимальная скорость нарастания напряжения  $S_r = 0,5 \text{ В/мкс} = 5 \cdot 10^5 \text{ В/с}$ .

Частота доминирующего полюса  $\omega_1 = 10 \text{ рад/с}$ .

Частота второго полюса  $\omega_2 = 4\pi \cdot 10^6 \text{ рад/с}$ .

На рис. 5.34 заданы параметры  $R_1, R_+, R_-, R_0$ . Выберем (произвольно):  $R_1 = 100 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 100 \text{ Ом}$ , значения  $\omega_1$  и  $\omega_2$  дают возможность определить емкости  $C_1$  и  $C_2$  следующим образом:

$$C_1 = 1/(\omega_1 R_1) = 0,318 \text{ мкФ},$$

$$C_2 = 1/(\omega_2 R_2) = 0,769 \text{ нФ}.$$

Условие усиления для постоянного тока выполняется, если

$$g_{m1} R_1 g_{m2} R_2 g_{m0} R_0 = 2 \cdot 10^5,$$

где  $g_{m1}$ -крутизна функции  $f_1$  в линейной области. При определенных сопротивлениях могут быть выбраны крутизны  $g_{m1} = g_{m2} = 100 \text{ мСм}$ ,  $g_{m0} = 26,7 \text{ мСм}$ . Осталось определить только нелинейность. Для выходной нелинейности  $f_2$  имеем  $V_{0\text{макс}} = 10 \text{ В}$  и крутизну вне области  $|V_0| < |V_{0\text{макс}}$  равную  $100 \text{ См}$ . Условие скорости восстановления требует, чтобы  $I_m = C_1 S_r = 159 \text{ мА}$  и  $V_I = I_m / g_{m1} = 1,59 \text{ В}$ .

## 6 МО процедур синтеза проектных решений

Структурный синтез – наиболее трудная для формализации проектная процедура. В существующих САПР в большинстве случаев синтез выполняет человек, а ЭВМ используется для верификации предлагаемых вариантов. Дальнейшее повышение степени автоматизации проектных работ определяется в первую очередь успехами в постановке и алгоритмизации структурного синтеза.

### 6.1 Классификация процедур структурного синтеза

Процедуры структурного синтеза классифицируются по ряду признаков.

*А. По целям синтеза и содержанию получаемых результатов* выделяют следующие процедуры структурного синтеза: выбор принципов построения и функционирования технических объектов; выбор технического решения; синтез технической документации. Формулировка целей структурного синтеза зависит прежде всего от стадий проектирования.

1. Выбор принципов построения и функционирования технических объектов производится на стадиях предпроектных исследований и НИР. Его цель – установление физических, информационных, организационных принципов и т.п. В машиностроении такую задачу часто называют определением облика технического объекта. При проектировании ЭВМ содержанием этой процедуры являются выбор архитектурных решений и построение структурных схем.

2. Выбор технического решения производится преимущественно на стадиях ОКР в рамках ранее установленных принципов функционирования и имеет целью получение функциональных, принципиальных,

кинематических схем, конструктивных решений, технологических маршрутов изготовления деталей и т.п.

3. Синтез технической документации относится к стадиям технического и рабочего проектирования и заключается в автоматическом преобразовании данных о схемах и конструкциях, выраженных на внутреннем языке САПР, в текстовую и чертежную документацию, оформленную по правилам Единой системы конструкторской документации (ЕСКД).

Б. По трудностям формализации процедур синтеза выделяют пять уровней сложности.

Задачи первого уровня сложности появляются там, где структура проектируемого объекта predetermined результатами ранее выполненных исследований и синтез сводится к выбору числовых значений параметров для заданной структуры. Задачи первого уровня – это задачи параметрического синтеза.

Задачи второго уровня сложности заключаются в выборе структуры из конечного множества вариантов при условиях: 1) все варианты заранее известны либо их можно легко получить; 2) мощность множества вариантов настолько мала, что возможен полный перебор при их сравнительной оценке.

Задачи третьего уровня сложности также сводятся к выбору варианта в конечном множестве, но мощность множества достаточно велика, чтобы реализовать полный перебор.

Задачи четвертого уровня сложности характеризуются выбором варианта структуры в множествах, мощность которых априорно неизвестна и не исключена возможность, что она неограничена.

Задачи пятого уровня сложности связаны с поиском решений, основанных на новых, ранее неизвестных или неиспользовавшихся идеях и принципах. В задачах предыдущих уровней существование решений не подвергалось сомнению и требовалось найти наилучшее или приемлемое решение. В задачах пятого уровня достижение решения равноценно получению принципиально нового типа технических объектов.

В. *По типу синтезируемых структур* различают процедуры одномерного, схемного и геометрического синтеза.

Одномерный синтез заключается в построении одномерных последовательностей из элементов некоторой природы. Примеры таких последовательностей – описания технологических процессов в форме маршрутной или операционной технологии, вычислительных процессов – в виде алгоритмов и программ для ЭВМ.

Схемный синтез связан с разработкой различных схем – функциональных, структурных, кинематических, принципиальных и т.п., отражающих результаты проектирования объектов до конкретизации их геометрических форм.

Геометрический синтез выполняется при конструировании изделий и связан с определением их геометрических форм (синтез формы) и с расположением объекта или его частей в пространстве относительно заданных ориентиров (задачи позиционирования).

## 6.2 Решение задач структурного синтеза. Дедуктивные системы

При реализации алгоритмов синтеза необходимо выбрать правила формирования и преобразования описаний, формы представления элементов и структур. Такой выбор в общем случае можно представить с помощью некоторой дедуктивной системы.

*Дедуктивной системой* (исчислением)  $S$  называется совокупность множеств  $S = \langle B, X, A, \Pi \rangle$ , где  $B$  – алфавит исчисления;  $X$  – множество букв, не совпадающих с буквами алфавита  $B$  и служащих для обозначения переменных;  $A$  – множество аксиом исчисления, под которыми понимаются задаваемые исходные формулы (слова) в алфавите  $B$ ;  $\Pi$  – множество правил вывода новых формул в алфавите  $B$  из аксиом и ранее выведенных формул. *Формулой* называется высказывание или совокупность высказываний, связанных логическими связками отрицания, дизъюнкции, конъюнкции, импликации, равнозначности. Выводом формулы  $F$  в дедуктивной системе называется такая последовательность формул, заканчивающаяся  $F$ , в которой любая из формул относится к аксиомам или является непосредственным следствием каких-либо предыдущих формул.

Например, в исчислении высказываний  $B$  составляют символы 1, 0 и знаки логических операций;  $X$  – идентификаторы переменных;  $A$  – аксиомы:  $a \vee a \rightarrow a$ ,  $a \vee b \rightarrow \rightarrow b \vee a$ ,  $a \rightarrow a \vee b$ ,  $(b \rightarrow c) \rightarrow (a \vee b \rightarrow a \vee c)$ , где  $a, b, c$  – формулы;  $\Pi$  – правила подстановки и заключения. Правило подстановки: если  $a$  – выводимая формула, то при ее замене любой переменной в ней на любую формулу получается выводимая формула. Правило заключения: если  $a \rightarrow b$  и  $a$  – выводимые формулы, то  $b$  – тоже выводимая формула.

Исчисления могут служить основой не только для структурного синтеза, но и структурной верификации, цель которой – установление функциональной эквивалентности объектов, представленных двумя сопоставляемыми описаниями.

Пусть имеется два описания  $C1$  и  $C2$  одного и того же объекта, относящихся к разным иерархическим уровням или аспектам, причем  $C2$  – более детально, чем  $C1$ . На рис. 6.1 описание  $C1$  дано в виде обозначения одноразрядного сумматора на функциональной схеме и  $C2$  – в виде соответствующей логической схемы. Задача синтеза заключается в получении описания типа  $C2$  по заданному описанию типа  $C1$ , а задача верификации – получение  $C1$  по известному  $C2$ .

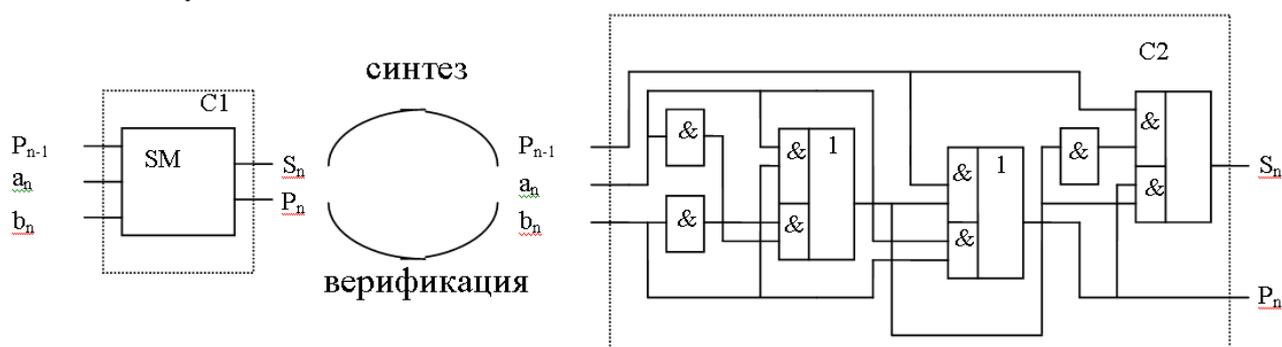


Рисунок 6.1 – Пример соответствующих друг другу описаний в задачах верификации и синтеза

Общий подход в структурной верификации на основе некоторого исчисления  $I$  заключается в представлении описаний типа  $C1$  и  $C2$  в виде формул этого исчисления и в построении вывода формулы  $C1$ , начинающегося с формулы  $C2$ . Структурный синтез в рамках  $I$  сводится к выводу формулы  $C2$  из исходной формулы  $C1$ . Алгоритмизация структурного синтеза представляет большие трудности, так как требуется переход от менее детального описания к более подробному, формула  $C2$  неизвестна и результат неоднозначен. Формализация структурной верификации облегчается тем, что заранее известны оба описания  $C1$  и  $C2$  и нужно установить их функциональную эквивалентность.

Исчисления не являются алгоритмами. При реализации систем структурного синтеза или верификации необходим поиск алгоритмов вывода в рамках выбранного исчисления.

Множество правил исчисления  $I$  воплощается в операторах системы синтеза. Примером совокупности таких операторов может служить следующее множество: выбор обрабатываемого элемента структуры  $\mathcal{E}1$ ; удаление  $\mathcal{E}1$ ; выбор элемента  $\mathcal{E}2$  из библиотеки типовых фрагментов; добавление  $\mathcal{E}2$ ; замена  $\mathcal{E}1$  на  $\mathcal{E}2$ ; декомпозиция  $\mathcal{E}1$ ; объединение группы элементов в один элемент.

Операторы выбора приводят к выделению одной или нескольких альтернатив. Возможны следующие подходы:

1) разработка совокупности однозначных соответствий между элементами преобразуемых описаний, например, соответствий между элементами из библиотеки типовых функциональных узлов (описания типа  $C1$ ) и элементами из библиотеки топологических фрагментов (описания типа  $C2$ );

2) определение альтернативы, наиболее вероятной в данных условиях;

3) выбор нескольких альтернатив, характеризующихся значениями некоторого показателя, превышающими пороговое значение. Такими показателями могут быть функции принадлежности, установленные в рамках теории нечетких множеств, или близкие к ним по смыслу

коэффициенты доверия. Пользователю системы синтеза будут предъявлены несколько вариантов (описаний) синтезируемого объекта;

4) выделение на основе истинности предикатов, фигурирующих в продукциях в качестве условий  $\mathbf{A}$  и определяемых исходя из данных технического задания, известных параметров описаний типа  $CI$ , указаний пользователя и т.п.

### 6.3 Подходы к постановке задач параметрической оптимизации

Параметрическая оптимизация – процедура определения значений внутренних параметров проектируемого объекта заданной структуры, при которых достигается наилучшее сочетание его свойств.

Параметрическая оптимизация, называемая далее в параграфе просто оптимизацией, включает: конкретизацию и формализацию понятий «наилучшее сочетание», «наилучший вариант», т.е. переход от исходной неформальной постановки задачи, выражающей на качественном уровне назначение объекта и пожелания относительно его свойств, к математической постановке; решение задачи в сформулированной постановке.

Формализация задачи оптимизации сводится к ее формулировке в виде задачи математического программирования:

$$\left. \begin{array}{l} \text{extr}_{X \in XD} F(X), \\ XD = \{X : \Phi(X) \geq 0, \psi(X) = 0\} \end{array} \right\}, \quad (6.1)$$

где  $F(X)$  – целевая функция,  $X$  – вектор управляемых параметров,  $XD$  – область варьирования  $X$ .

Выражение (6.1) означает, что необходимо найти экстремум целевой функции  $F(X)$  в пределах области  $XD$  пространства управляемых параметров, заданной ограничениями типа неравенств  $\psi(X) \geq 0$  и равенств  $\psi(X) = 0$ . Под экстремумом в практических задачах подразумевается максимум или минимум.

Выходной параметр – величина, характеризующая определенное свойство проектируемого объекта. Поэтому функции  $F(X)$ ,  $\Phi(X)$  и  $\psi(X)$  в (5.75) должны быть непосредственно или косвенно связаны с выходными параметрами  $y_j(X)$ ,  $j = 1, m$ . Способ отражения  $y_i(X)$  в функциях  $F(X)$ ,  $\Phi(X)$ ,  $\psi(X)$  является основной характеристикой постановки задачи оптимизации. Неоднозначность постановки задачи оптимизации определяется ее **многокритериальностью**, под которой подразумевается наличие более одного параметра, претендующего на роль критерия оптимальности. Такими параметрами и являются выходные.

Постановка задачи оптимизации облегчается при внутреннем проектировании, когда известно техническое задание с указанием

конкретных условий работоспособности, которое может иметь один из следующих видов:

$$y_j \leq T_j; \quad (6.2)$$

$$y_j \geq T_j; \quad (6.3)$$

$$y_j = T_j, \quad (6.4)$$

где  $T_j$  – техническое требование или норма  $j$ -го выходного параметра.

Примеры выходных параметров для условий работоспособности соответственно (6.2), (6.3), (6.4): время передачи сообщения по каналу связи, задержка распространения сигнала в логическом элементе, потребляемая мощность; КПД источника питания, полоса пропускания широкополосного усилителя, запас помехоустойчивости; частота кварцевого генератора, полоса пропускания избирательного усилителя, фокусное расстояние оптического устройства. Все условия работоспособности можно свести к виду (6.2). Для этого в (6.3) обе части неравенства умножаются на (-1), а (6.4) предварительно заменяется на два неравенства:  $y_j \leq T_j + \Delta T_j$ ,  $y_j \geq T_j - \Delta T_j$ , где  $\Delta T_j$  – допустимая погрешность выполнения условия (6.4). Для простоты рассуждений будем полагать, что все условия работоспособности объекта имеют вид (6.2).

Знание значений  $T_j$  позволяет ввести в процедуры оптимизации оперирование областью работоспособности и осуществлять нормирование выходных параметров, приводящее их к безразмерной сравнимой форме.

**Областью работоспособности**  $OP_x$  называется область пространства внутренних параметров, в пределах которой выполняются заданные условия работоспособности, т.е.  $OP_x = \{X | y_j(X) \leq 0, j \in \overline{1, m}\}$ .

**Пример.** На рис. 6.2 в двумерном пространстве параметров  $x_1$  и  $x_2$  заштрихована  $OP_x$  соответствующая следующим условиям работоспособности:

$$y_1(X) = 2x_1 + 2x_2 - 6 \leq 0,$$

$$y_2(X) = 2/x_1 - x_2 - 1 \leq 0,$$

$$y_3(X) = x_1 - 2x_2 \leq 0.$$

Примеры формул нормирования выходных параметров:

$$s_j(X) = (T_j - y_j(X)) / T_j, \quad (6.5)$$

$$s_j(X) = a_j((T_j - y_{nj}(X)) / \delta_j - 1), \quad (6.6)$$

где  $y_{nj}$  – оценка математического ожидания параметра  $y_j$ ,  $a_j$  – весовой коэффициент,  $\delta_j$  – некоторая характеристика рассеяния параметра  $y_j$  (например, 90-перцентиль распределения).

Величина  $s_j$  называется **запасом работоспособности**  $j$ -го выходного параметра. Очевидно, что чем больше  $s_j$ , тем в большей степени выполняется условие работоспособности. Например,

$T_j - y_j(X) = 0$  – уравнение поверхности, которая делит пространство управляемых параметров на внутреннюю (условие работоспособности  $y_j \leq T_j$  выполняется) и внешнюю части (условие не выполняется). Если при использовании (6.6) окажется  $s_j(X) = 0$ , то это означает, что точка  $\mathbf{X}$  находится на расстоянии  $\delta_j$  от границы  $T_j - y_j(X) = 0$  во внутренней части пространства; именно эта ситуация принимается за граничную между выполнением ( $s_j \geq 0$ ) и невыполнением ( $s_j < 0$ ) условия работоспособности  $y_j(X) \leq T_j$ .

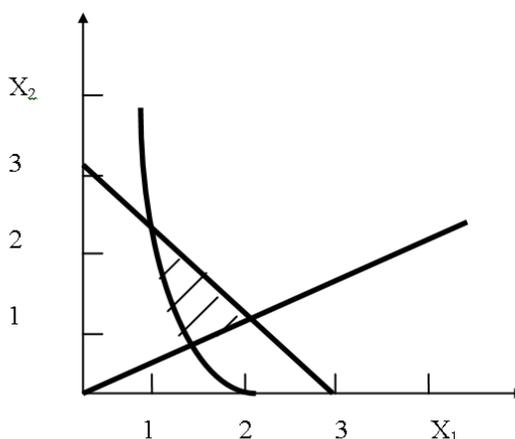


Рисунок 6.2 – Область работоспособности  $OP_x$

#### 6.4 Постановка задач оптимизации при внутреннем проектировании

Знание области работоспособности  $OP_x$  позволяет сформулировать задачу оптимизации как задачу оптимального совмещения  $OP_x$  с допусковой областью ОД. Допусковая область – это область, вероятность попадания в которую случайного вектора  $\mathbf{X}$  равна заданной величине, например, 0,90 или 0,95. Оптимальное совмещение  $OP_x$  и ОД означает выбор такого положения центра рассеивания  $\mathbf{X}_n$ , принимаемого в качестве вектора номинальных значений управляемых параметров, при котором вероятность  $P$  выполнения условий работоспособности максимальна. Следовательно, целевой функцией является  $P$  или другая оценка рассогласования положений  $OP_x$  и ОД, а вектором управляемых параметров –  $\mathbf{X}_n$ .

На рис. 6.3 показано оптимальное совмещение  $OP_x$  и ОД, где  $OP_x$  ограничена сплошными, а ОД – пунктирными линиями.

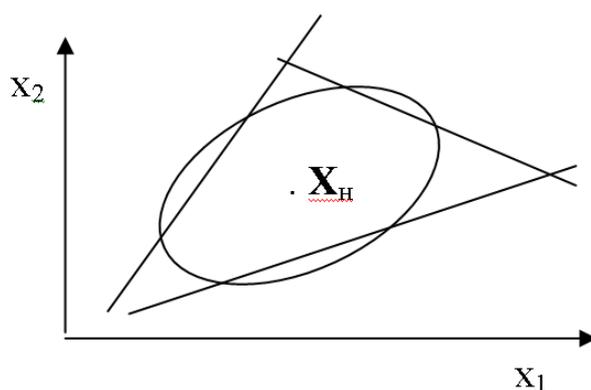


Рисунок 6.3 – Оптимальное совмещение областей работоспособности и допусковой

Постановка задачи совмещения по своему характеру является статистической. В качестве исходных данных требуется задавать сведения о распределении случайного вектора  $\mathbf{X}$ , например сведения о вторых моментах распределения – дисперсиях и ковариациях в виде констант или функций номинального вектора  $\mathbf{X}_H$ .

Подобная постановка задачи оптимизации часто оказывается труднореализуемой по следующим причинам: статистические сведения о параметрах несозданного объекта неизвестны или могут быть спрогнозированы лишь приближенно; многократное выполнение статистических испытаний оказывается трудоемкой процедурой, приводящей к большим затратам времени.

Существенное сокращение вычислительных затрат достигается в случае формулирования задачи центрирования как определения центра области работоспособности  $OP_y$  в пространстве не внутренних, а выходных параметров. Под центром области работоспособности  $OP_y$  в пространстве выходных параметров понимают точку  $S^* \in OP_y$ , находящуюся на максимальном удалении от границ  $OP_y$ . Говорить о расстояниях можно только применительно к нормированному пространству выходных параметров. Нормирование осуществляется преобразованием  $y_i$  в  $s_j$  по формуле типа (6.6). На рис. 6.4 заштрихованы область работоспособности  $OP_y$  в нормированном пространстве выходных параметров и точка  $S^*$ .

Точка  $S^*$  принадлежит области, в которой невозможно улучшение одновременно всех выходных параметров. Эта область называется *областью компромиссов* или *областью* (множеством) *Парето* (ОП). Оптимальную точку  $S^*$  можно интерпретировать как центр области  $OK = OP_y \cap ОП$ . На рис. 6.4 область ОК представлена отрезком АВ.

Задача центрирования в пространстве выходных параметров формулируется как задача математического программирования:

$$\max_{x \in X_d} \theta(S(X)), \quad (6.7)$$

где  $\mathbf{XD}$  – допустимая область, задаваемая прямыми ограничениями, накладываемыми на управляемые параметры,

$$x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i}. \quad (6.8)$$

На целевую функцию  $\theta(S)$  должен оказывать преобладающее влияние запас  $s_{\min}(X)$  – минимальный среди запасов  $s_j(X)$ . Удовлетворение этого условия приводит к тому, что в каждый момент поиска будет улучшаться прежде всего выходной параметр, самый неблагоприятный с точки зрения выполнения требований ТЗ. Наиболее просто это условие удастся реализовать, если  $\theta(S)$  выбрана как функция минимума:

$$\theta(S) = \min_{j \in \{1, m\}} s_j. \quad (6.9)$$

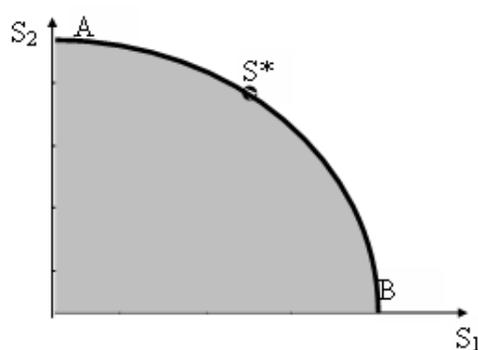


Рисунок 6.4 – Область работоспособности  $OP_y$  и множество Парето

Таким образом, задача центрирования в пространстве выходных параметров формулируется как максиминная задача математического программирования:

$$\max_{x \in XD} \min_{j \in \{1, m\}} s_j(X), \quad (6.10)$$

где  $XD$  задается прямыми ограничениями. Для решения задачи в такой постановке разработаны достаточно эффективные алгоритмы.

Наряду с постановкой задачи на основе максиминного критерия (6.10) имеются некоторые другие постановки. Среди них постановка на основе частного критерия, обладающая простотой сведения многокритериальной задачи параметрической оптимизации к задаче математического программирования (6.1):

$$\text{extr}_{X \in XD} y_k(X), \quad (6.11)$$

где  $y_k$  –  $k$ -й выходной параметр.

Область  $\mathbf{XD}$  задается условиями работоспособности  $y_j(X) \leq T_j$  ( $j, k \in \{1, m\}; j \neq k$ ) и прямыми ограничениями. Выбор  $y_k$  возлагается на пользователя. Решением задачи будет точка  $\mathbf{X}^*$ , лежащая на границе области работоспособности. Например, на рис. 6.4 это точка  $A$ , если  $k = 2$ , или  $B$ , если  $k = 1$ . Недостатки такой постановки: значительное

влияние на результат оптимизации субъективного выбора  $y_k$  в качестве целевой функции, получение оптимальной точки на границе ОР.

## 6.5 Постановка задач оптимизации при внешнем проектировании

Если ТЗ является ориентировочным или еще не сформировано, что характерно для внешнего проектирования, то формулировать задачу оптимизации как достижение наилучшей степени выполнения требований ТЗ не удастся. Поэтому рассмотренные постановки задач совмещения, центрирования и расчета на основе вероятностного, максиминного или частного критериев не подходят.

При внешнем проектировании наибольшее распространение получили степенной и аддитивный критерии оптимизации. Многокритериальная задача сводится к задаче математического программирования (6.1) путем объединения  $m$  выходных параметров  $y_j(X)$ , имеющих условия работоспособности типа неравенств, в целевую функцию  $F(X)$  соответственно для степенного и аддитивного критериев:

$$F(X) = \begin{cases} \prod_{j=1}^m y_j^{a_j}(X), \\ \sum_{j=1}^m \omega_j y_j(X), \end{cases} \quad (6.12)$$

где  $a_j$  и  $\omega_j$  – весовые коэффициенты, отражающие степень важности соответствующего выходного параметра и рассчитываемые на основе мнений экспертов.

В некоторых методиках расчета весовых коэффициентов от экспертов требуется непосредственное указание значений этих коэффициентов. Отсутствие четкой интерпретации понятия важности выходных параметров затрудняет работу экспертов и придает результатам экспертизы субъективный характер. Эксперту гораздо проще ответить на вопрос, какой из двух вариантов объекта, различающихся значениями выходных параметров, более предпочтительный.

Это обстоятельство используется в экспертном методе определения целевой функции для аддитивного критерия по результатам парных сравнений. Информация о предпочтительности вектора  $Y_{1q}$  перед вектором  $Y_{2q}$  в  $q$ -й паре сравниваемых вариантов при общем числе  $r$  пар вариантов после ее обработки приводит к получению весовых коэффициентов.

Пусть  $\theta(Y) = \sum_{j=1}^m \omega_j y_j$  подлежит минимизации и эксперт установил,

что  $Y_A > Y_B$ , где  $>$  – символ отношения предпочтения, т.е.

$Y_A = (y_{A1}, y_{A2}, \dots, y_{Am})$  лучше, чем  $Y_B = (y_{B1}, y_{B2}, \dots, y_{Bm})$ . Тогда пространство весовых коэффициентов  $\omega_j$  оказывается разделенным на две части. В одной части находятся точки  $\Omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)$  такие, что

$$\sum_{j=1}^m \omega_j y_{Aj} < \sum_{j=1}^m \omega_j y_{Bj}, \quad (6.13)$$

в другой части – остальные точки. Уравнение границы между этими частями:

$$\sum_{j=1}^m \omega_j (y_{Bj} - y_{Aj}) = 0. \quad (6.14)$$

Проведя экспертизу по всем парам вариантов, получим систему из  $r$  неравенств типа (6.13), которые в случае своей непротиворечивости задают в пространстве весовых коэффициентов многогранный конус допустимых значений вектора  $\Omega$ . На рис. 6.5 штриховкой показан конус для случая, когда эксперт указал предпочтения для трех пар вариантов, давшие уравнение типа (6.14) для линий 1...3.

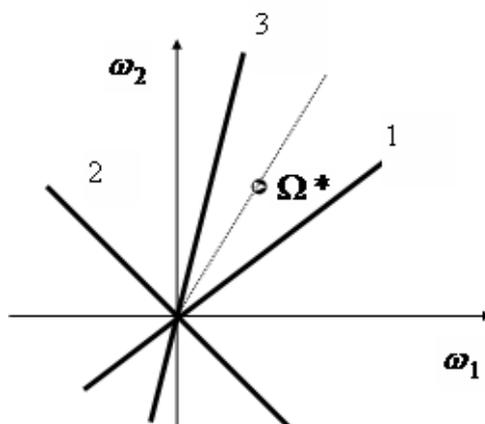


Рисунок 6.5 – Конус допустимых значений весовых коэффициентов

Можно выбрать любую точку, удовлетворяющую условиям предпочтения. Но надежнее всего мнение экспертов будет учтено, если точка будет лежать на прямой, занимающей в конусе положение наиболее удаленной от его граней. На рис. 6.5 такая прямая показана пунктиром.

Введя дополнительное условие нормировки  $\sum_{j=1}^m \omega_j = 1$ , получим конкретную точку  $\Omega^* = (\omega_1^*, \omega_2^*, \dots, \omega_m^*)$ , являющуюся решением задачи назначения весовых коэффициентов.

## 6.6 Содержание методов оптимизации в САПР

Характерная особенность задач оптимизации в САПР – высокая размерность используемых ММ, отсутствие аналитических выражений для расчета выходных параметров. Целевую функцию и ограничения в

постановке (5.66), как правило, нельзя исследовать в общем виде. Поэтому оптимизация в САПР поисковая, сводящаяся к многошаговому вычислительному процессу последовательного приближения к искомому экстремуму. Каждый шаг процесса заключается в переходе из точки  $X_{k-1}$  в пространстве управляемых параметров в точку  $X_k$ . Для такого перехода нужно определить такое направление  $g_k$  перемещения и величину шага  $h_k$  в этом направлении, что  $X_k = X_{k-1} + h_k g_k$ . Получающаяся последовательность точек ( $X_0, X_1, X_2, \dots, X_N$ ), называемая **траекторией поиска**, должна сходиться в экстремальной точке  $X^*$ . Окончание поиска связывается с попаданием текущей точки поиска  $X_k$  в заданную окрестность экстремальной точки. Однако точка  $X^*$  неизвестна заранее, поэтому возможны различные варианты интерпретации условия окончания поиска.

Управляемые параметры в своей исходной трактовке являются величинами с различными физическими размерностями. В процессе поиска необходимо их сопоставление, определение расстояний между точками и другие операции, возможные только при условии нормирования управляемых параметров. Изменение способа нормирования приводит к деформации пространства управляемых параметров, к изменению траекторий поиска.

Таким образом, содержанием любого метода или алгоритма поисковой оптимизации должны быть способы выбора: направления поиска  $g_k$ ; величины шага  $h_k$ ; формул для нормирования управляемых параметров; критерия окончания поиска. Эффективность поиска зависит от того, как сделан этот выбор. Составляющими эффективности являются надежность, точность, экономичность. **Надежность** определяется как вероятность достижения заданной  $\varepsilon$ -окрестности экстремальной точки при применении данного метода; **точность** характеризуется гарантированным значением  $\varepsilon$ ; **экономичность** отождествляется с потерями на поиск. Потери на поиск выражают трудоемкость процедуры оптимизации, которую в большинстве случаев оценивают количеством обращений к ММ объекта.

В ПМК оптимизации, используемых в САПР, методы и алгоритмы поиска обычно группируются в зависимости от постановки решаемого класса задач. Имеются группы методов безусловной, условной, дискретной оптимизации, центрирования и вписывания гиперфигур.

Рассматриваемые методы являются методами поиска локальных экстремумов. Это основные методы в САПР, так как методов глобальной оптимизации, обеспечивающих нахождение глобального экстремума с приемлемыми потерями на поиск, для задачи математического программирования общего вида (6.1) не существует. В САПР поиск глобального экстремума осуществляется путем локальной оптимизации из нескольких исходных точек, выбираемых случайным образом в пределах

области, задаваемой прямыми ограничениями. В многоэкстремальных задачах возможно получение нескольких локальных экстремумов, из которых выбирается наилучший. Вероятность определения глобального экстремума при подобном подходе тем меньше, чем меньше объем области притяжения глобального экстремума. Малый объем этой области, как правило, свидетельствует о низкой стабильности выходных параметров в точке экстремума, следовательно, глобальный экстремум может оказаться малополезным. Поэтому оптимизация на основе небольшого числа вариантов локального поиска является достаточной.

## 6.7 Методы безусловной оптимизации

Способ выбора направления поиска  $g_k$  является определяющим для методов безусловной оптимизации, которые бывают нулевого, первого и второго порядков. В *методах нулевого порядка* для определения  $g_k$  производные целевой функции  $F(X)$  по управляемым параметрам  $X$  не используются. В *методах первого и второго порядков* используются соответственно первые и вторые производные  $F(X)$  по  $X$ .

Способ выбора величины шага  $h_k$  бывает двух видов. В способе оптимального шага на каждом  $k$ -м шаге поиска экстремума исходной задачи  $\min_x F(X)$  решается вспомогательная задача одномерной оптимизации:

$$\min_{h_k} F(X_{k-1} + h_k g_k). \quad (6.15)$$

Решением (6.15) является оптимальная величина шага  $h_k$ , минимизирующая  $F(X)$  на луче, выходящем в направлении  $g_k$  из точки  $X_{k-1}$ . В *способе задаваемого шага* величина  $h_k$  является постоянной на всей траектории поиска или только на ее частях, выделяемых в зависимости от близости к искомому экстремуму. При выполнении условий попадания в заданную окрестность экстремальной точки  $X^*$  значение  $h_k$  уменьшается, поскольку мелкие шаги позволяют точнее определить ее положение.

Нормирование управляемых параметров осуществляется *способом логарифмической нормализации* параметров

$$u_i = \ln(x_i / \xi_i) \quad (6.16)$$

или *способом линейной нормализации*  $u_i = x_i / \xi_i$ , где  $u_i$  и  $x_i$  – соответственно нормализованный и ненормализованный управляемый параметр;  $\xi_i$  – константа, равная единице измерения величины  $x_i$ . Преимущество логарифмической нормализации – оперирование относительными приращениями параметров.

В качестве условия попадания в заданную окрестность оптимальной точки  $\mathbf{X}^*$  принимается условие малости расстояния, на которое произошло продвижение в пространстве управляемых параметров в результате последних  $r$  шагов. Это расстояние является нормой разности векторов нормированных управляемых параметров  $U_k$  и  $U_{k-r}$ :

$$(U_k - U_{k-r}) < \delta, \quad (6.17)$$

где  $\delta$  – заданная положительная константа.

Критерием прекращения поиска являются условия (6.17) и  $h_k \leq h_{\min}$ , где  $h_{\min}$  – нижний предел  $h_k$  в способе задаваемого шага. Вместо (6.17) иногда используется

$$F(X_k) - F(X_{k-r}) < \delta. \quad (6.18)$$

### 6.7.1 Методы нулевого порядка

Стратегия поиска в методах нулевого порядка основывается на переборе ограниченного множества избранных направлений поиска или на случайном выборе.

Метод покоординатного спуска (метод Гаусса–Зейделя) характеризуется тем, что в нем избранное множество направлений поиска составляют направления вдоль  $n$  координатных осей пространства управляемых параметров. Для определения  $h_k$  используется способ оптимального шага. В условии (6.17)  $r$  принимается равным  $n$ , т.е. поиск заканчивается, если в цикле из  $n$  шагов вдоль каждой из координатных осей пройдено расстояние, меньшее  $\delta$ . Метод покоординатного спуска малонадежен. Так, если целевая функция имеет овражный характер и линия дна оврага не параллельна какой-либо из координатных осей, то все разрешенные направления (вдоль координатных осей) в точках дна оврага могут оказаться неудачными – вести по склону оврага вверх. Например, из точки  $A$  (рис. 6.6) невозможно продолжать покоординатный спуск, хотя она находится далеко от точки минимума  $\mathbf{X}^*$ . Числами 8, 10, 12, 14 отмечены значения целевой функции, соответствующие линиям равного уровня.

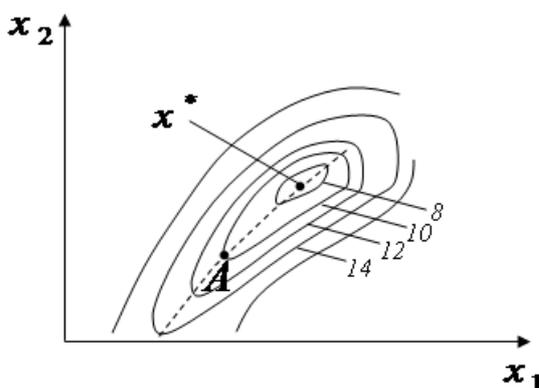


Рисунок 6.6 – Овражная функция

Поэтому в САПР применяются другие методы перебора направлений, улучшающие стратегию покоординатного спуска, например, такие как методы конфигураций и Розенброка.

Метод конфигураций включает выполнение циклов из  $n$  шагов покоординатного спуска. После каждого цикла делается один дополнительный шаг, определяемый с помощью одномерной оптимизации (6.15), вдоль направления  $U_k - U_{k-n}$ , где  $k = n, 2n, 3n, \dots$ , т.е. по линии, проходящей через конечные точки двух смежных циклов шагов.

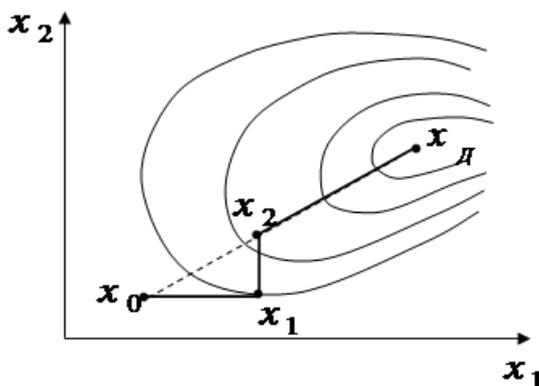


Рисунок 6.7 – Траектория поиска по методу конфигураций

На рис. 6.7 показан поиск по методу конфигураций: точки  $X_1$  и  $X_2$  получены из начальной  $X_0$  с помощью покоординатного спуска, точка  $X_д$  – результат дополнительного шага.

Метод Розенброка характеризуется тем, что в нем реализована идея поворота координатных осей после каждого цикла из  $n$  шагов покоординатного спуска таким образом, чтобы одна из осей новой системы координат оказалась параллельной линии, соединяющей точки  $U_k$  и  $U_{k-n}$ , т.е. заняла положение, близкое к параллельному по отношению к линии дна оврага. Тогда заметно повышается вероятность того, что следующий цикл шагов покоординатного спуска будет успешным.

Методы случайного поиска характеризуются большим числом реализующих их алгоритмов. В качестве примера отметим алгоритм, в котором элементы вектора  $g_k$  являются равномерно распределенными в диапазоне  $[-1; +1]$  случайными величинами и используется способ задаваемого шага. Неудачные шаги, приводящие к ухудшению целевой функции, не выполняются.

### 6.7.2 Методы первого порядка

Методы первого порядка, называемые градиентными, приводят к цели за меньшее число шагов, чем методы нулевого порядка, однако

выполнение каждого шага более трудоемко, так как вычисляется градиент целевой функции  $gradF(X_{k-1})$ , где  $X_{k-1}$  – результат предыдущего шага

Метод наискорейшего спуска предписывает вести поиск в направлении

$$g_k = -gradF(X_{k-1}), \quad (6.19)$$

$h_k$  выбирается по способу оптимального шага.

Метод сопряженных градиентов:  $g_k = -gradF(X_{k-1} + \beta_k g_{k-1})$ , где  $\beta_k$  – коэффициент, учитывающий предысторию поиска. Благодаря такому учету «сглаживается» траектория поиска и быстрее достигается экстремум. Коэффициент  $\beta_k$  рассчитывается как отношение скалярных произведений векторов:

$$\beta_k = \frac{\langle gradF(X_{k-1}), gradF(X_{k-1}) \rangle}{\langle gradF(X_{k-2}), gradF(X_{k-2}) \rangle}. \quad (6.20)$$

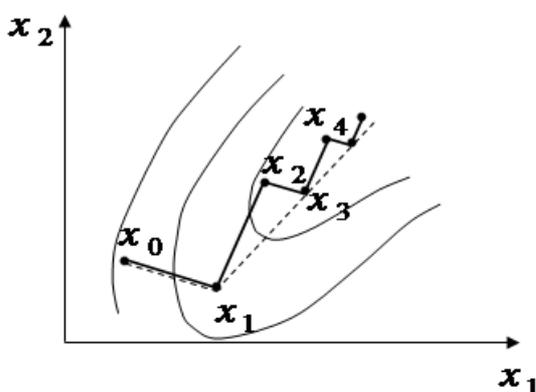


Рисунок 6.8 –Траектория поиска по методам наискорейшего спуска (сплошная линия) и сопряженных градиентов (пунктирная линия)

На рис. 6.8 сплошной линией показана траектория поиска минимума квадратичной целевой функции методом наискорейшего спуска. Поиск по методу сопряженных градиентов (пунктирная линия) дает более быстрое определение экстремума квадратичной функции.

Метод переменной метрики:

$$g_k = -H_k gradF(X_{k-1}), \quad (6.21)$$

где  $H_k$  – матрица, рассчитываемая по специальному алгоритму на основе  $H_{k-1}$ .

Заметим, что (6.21) применимо и к методу наискорейшего спуска, если  $H_k$  – единичная матрица. Если принять  $H_k = Y_k^{-1}$ , где  $Y_k^{-1}$  – обратная матрица вторых частных производных  $F(X)$  по  $X$ , называемая матрицей Гессе, то мы имеем метод Ньютона, относящийся к методам второго порядка. Методы второго порядка в САПР практически не применяются из-за трудностей расчета матрицы Гессе и плохой сходимости вдали от минимума. Поэтому вместо  $Y_k^{-1}$  используется ее приближение,

рассчитываемое в методе переменной метрики без использования вторых производных  $F(X)$  по  $X$ .

## 6.8 Методы условной оптимизации

Метод штрафных функций основан на преобразовании исходной задачи (6.1) с ограничениями к задаче без ограничений с применением к последней методов безусловной оптимизации. Преобразование проводится по формуле  $\Phi(X) = F(X) + \theta(X)$ , где  $\Phi(X)$  и  $F(X)$  – соответственно новая и первоначальная целевые функции,  $\theta(X)$  – функция штрафа, учитывающая нарушенные ограничения. В методе штрафных функций, называемом *методом внешней точки*, функция штрафа

$$\theta(X) = r_1 \sum_{i=1}^N \min\{0, \varphi_i(X)\}^2 + r_2 \sum_{j=1}^m (\psi_j(X))^2, \quad (6.22)$$

где  $N$  и  $m$  – количества ограничений соответственно типа неравенств  $\varphi_i(X) \geq 0$  и равенств  $\psi_j(X) = 0$  в исходной задаче математического программирования (6.1),  $r_1$  и  $r_2$  – коэффициенты, подбираемые из компромиссного удовлетворения требований точности и экономичности вычислений.

*Метод внутренней точки*, или метод барьерных функций, характеризуется функцией штрафа

$$\theta(X) = r_1 \sum_{i=1}^N 1/\varphi_i(X) + r_2 \sum_{j=1}^m (\varphi_j(X))^2. \quad (6.23)$$

На рис. 6.9 показаны функции  $\Phi(x)$  и  $F(x)$  для одномерного случая при наличии ограничения  $\varphi(x) \geq 0$ . Точка условного минимума  $x^*$  функции  $F(x)$  в методе штрафных функций становится точкой безусловного минимума функции  $\Phi(x)$ , чем и обеспечивает правильность получаемых результатов.

Метод проекции градиента, относящийся к методам первого порядка, обладает высокой эффективностью среди методов, непосредственно применимых к задачам с ограничениями типа равенств. Его сущность заключается в том, что шаги поиска осуществляются не в направлении антиградиента (6.19), как в методе наискорейшего спуска, а в направлении проекции антиградиента на гиперповерхность ограничений, задаваемую системой равенств  $\Psi(X) = 0$ . К началу каждого шага условие  $\Psi(X) = 0$  должно выполняться, что достигается предварительным спуском на гиперповерхность ограничений. Таким образом, метод проекций градиента состоит из чередующихся спусков на гиперповерхность ограничений и шагов вдоль гиперповерхности в направлении, противоположном проекции градиента целевой функции. При поиске

максимина в систему уравнений, задающую гиперповерхность  $\theta(X)$ , включаются уравнения вида  $s'(X) - s''(X) = 0$ , где  $s'(X)$  – запас работоспособности некоторого выходного параметра, причем включение осуществляется на  $k$ -ом шаге поиска, если окажется, где  $s''(X)$  – целевая функция.

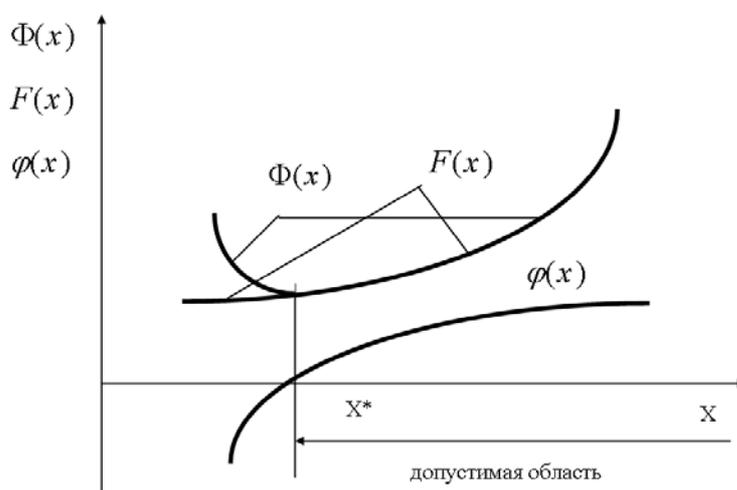


Рисунок 6.9 – Целевая функция в методе внешней точки

## 6.9 Методы дискретной оптимизации

Задача дискретного математического программирования – это задача (6.1), но с дополнительным условием дискретности пространства управляемых параметров, т.е.  $X \in G$ , где  $G$  – счетное множество точек. В ряде случаев лишь часть управляемых параметров дискретна. Тогда задача оптимизации является задачей частично дискретного программирования. Обычно для параметров  $x_i$  вводятся двусторонние прямые ограничения (6.8), тогда  $G$  – конечное множество и задача дискретного программирования становится комбинаторной.

Дискретная оптимизация сложнее непрерывной. Сложность точного решения комбинаторной задачи является экспоненциальной. Эффективные точные методы дискретной оптимизации существуют лишь для отдельных классов задач, поэтому для задач целочисленного линейного программирования и нелинейного дискретного программирования в САПР применяются приближенные методы локальной оптимизации и ветвей и границ.

Метод локальной оптимизации характеризуется тем, что один его шаг заключается в исследовании  $\varepsilon$ -окрестности, текущей точки поиска  $X_k$  при значении  $\varepsilon$ , обеспечивающем нахождение в этой окрестности по

крайней мере еще одной точки. Если  $F(X_k) \leq F(X_j)$ , где  $X_j$  – любая точка в исследуемой  $\varepsilon$ -окрестности, то  $X_k$  принимается в качестве точки локального экстремума. Если же найдется точка с лучшим значением целевой функции, то она становится новой текущей точкой поиска и происходит переход к следующему шагу. Для реализации метода локальной оптимизации нужно установить способы выбора начальной точки поиска, величины  $\varepsilon$ , правила возможного изменения  $\varepsilon$  в процессе поиска и т.п. При больших  $\varepsilon$  увеличивается трудоемкость поиска, при малых  $\varepsilon$  снижается надежность определения глобального экстремума.

Метод ветвей и границ заключается в разбиении конечного множества, на котором ищется экстремум, на несколько подмножеств и в выяснении перспективности каждого из них. Если подмножество неперспективно, оно исключается из рассмотрения. Если в подмножестве может находиться экстремум, оно подвергается дальнейшему разбиению и исследованию. Разбиения и исследования продолжаются до тех пор, пока не будет выявлена единственная наилучшая точка. Исключение из рассмотрения неперспективных точек обуславливает направленность перебора. В большинстве задач дискретного программирования оценки перспективности подмножеств точек могут быть только приближенными. Если применяются излишне оптимистические оценки перспективности, перебор начинает приближаться к полному, увеличиваются потери на поиск. Если правила выбора перспективных ветвей излишне пессимистические, то снижается надежность определения экстремума.

Идеи метода ветвей и границ находят применение во многих алгоритмах решения комбинаторных задач в процессе автоматизированного проектирования.

### Список литературы

1. Основы компьютерного моделирования наносистем / Ибрагимов И.М., Ковшов А.Н., Назаров Ю.Ф. – М.: Изд-во «Лань», 2010.- 384 с. ISBN 978-5-8114-1032-3: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=156](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=156)
2. Поршнева С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. + CD. - М.: Изд-во «Лань», 2011.- 736 с. ISBN 978-5-8114-1063-7 [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=650](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=650)
3. Моделирование компонентов и элементов интегральных схем / Петров М.Н., Гудков Г.В. - М.: Изд-во «Лань», 2011.- 464 с. ISBN 978-5-8114-1075-0 [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=661](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=661)
4. Основы автоматизированного проектирования [Текст] : учебник для вузов / Е. М. Кудрявцев. - М. : Академия, 2011. - 304 с. - ISBN 978-5-7695-6004-0

5. Математические модели и САПР электронных приборов и устройств: учебное пособие / Ю. Р. Саликаев.- Томск: ТУСУР, 2012. - 131 с. Препринт. Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/>

6. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем : / И. Влах, К. Сингхал ; пер.: А. Ф. Обьедков, Н. Н. Удалов, В. М. Демидов ; ред. пер. А. А. Туркина. - М. : Радио и связь, 1988. - 560 с. - ISBN 5-256-00054-3

7. Компьютерное моделирование и проектирование: учебное пособие / Ю. Р. Саликаев.- Томск: ТУСУР, 2012. - 94 с. Препринт. Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/2548>

8. Норенков И. П. Основы автоматизированного проектирования: Учебник для вузов. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 360 с.

Саликаев Ю.Р.

Математические модели и САПР электронных приборов и устройств.  
Конспект лекций

Учебное пособие

Усл. печ. л.      Препринт  
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники  
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40