Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники»

Кафедра телекоммуникаций и основ радиотехники

Демидов А.Я.

“ Методы моделирования и оптимизации телекоммуникационных систем”

Методическое пособие к лабораторным работам
для магистров направления 210700 – “Инфокоммуникационные технологии и системы связи”

Томск 2012

Методы моделирования и оптимизации телекоммуникационных систем: Методическое пособие к лабораторным занятиям/ А.Я.Демидов. ТУСУР.-2012. 24 с.

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Методы моделирования и оптимизации телекоммуникационных систем» для магистров направления 210700 – “Инфокоммуникационные технологии и системы связи” Лабораторные работы посвящены моделированию случайных процессов, а также моделированию и анализу помехоустойчивости цифровых систем связи с применением среды MATLAB и пакета прикладных программ Simulink. К каждой работе прилагаются контрольные вопросы, по которым преподаватель может оценить уровень освоения студентом материала.

Введение

MATLAB представляет собой программный продукт, позволяющий производить программный расчет, а также моделирование, разработку и отладку различных систем и устройств.

Эффективность использования среды MATLAB определяется:

– достаточно простым интерфейсом пользователя;

– большим количеством моделей функциональных устройств (в частности, элементов систем связи);

– возможностью создавать свои модели;

– разнообразием видов анализа функциональных устройств и систем.

Интерфейс среды Matlab

Система MATLAB является интерактивной системой для выполнения инженерных и научных расчетов, ориентированной на работу с массивами данных. Система MATLAB имеет собственный язык программирования, а также располагает большими возможностями для работы с сигналами, расчета и проектирования систем связи, цифровых и аналоговых фильтров, различных вычислительных систем. Имеются в наличии и средства для спектрального анализа и синтеза, быстрого преобразования Фурье (БПФ), обработки изображений, Wavelet-анализа. Кроме этого, пользователь может ввести в систему любую новую встроенную команду, оператор или функцию. При помощи командного окна (рис. 1) можно осуществлять все вычисления в режиме калькулятора. При этом можно осуществлять присвоения различным переменным значений и далее пользоваться ими в командном окне. Программирование в среде MATLAB осуществляется путем создания М-файлов с расширением **.m** (рис. 2). Пользователь осуществляет графическую сборку любой системы из отдельных блоков, хранящихся в библиотеках SimuLink. В результате такой сборки образуется модель исследуемой системы (S-модель), которая хранится в файле с расширением .mdl.

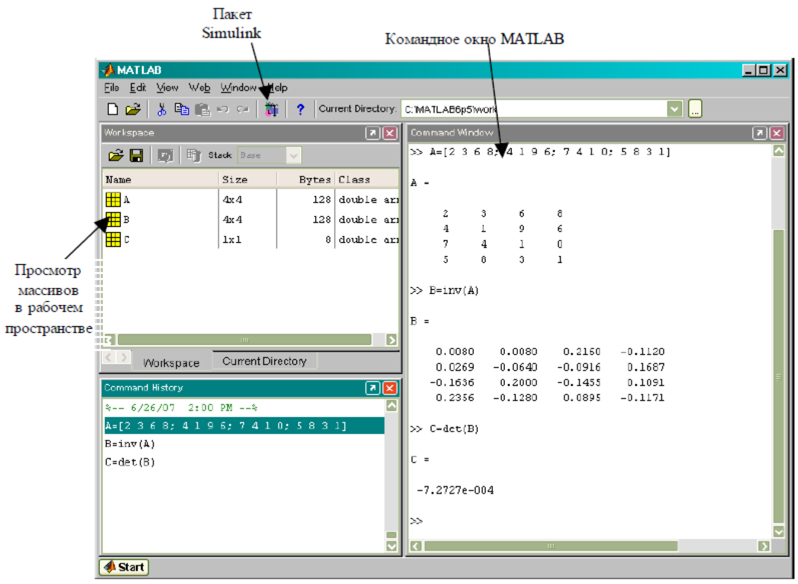

Рис. 1. Интерфейс среды MATLAB

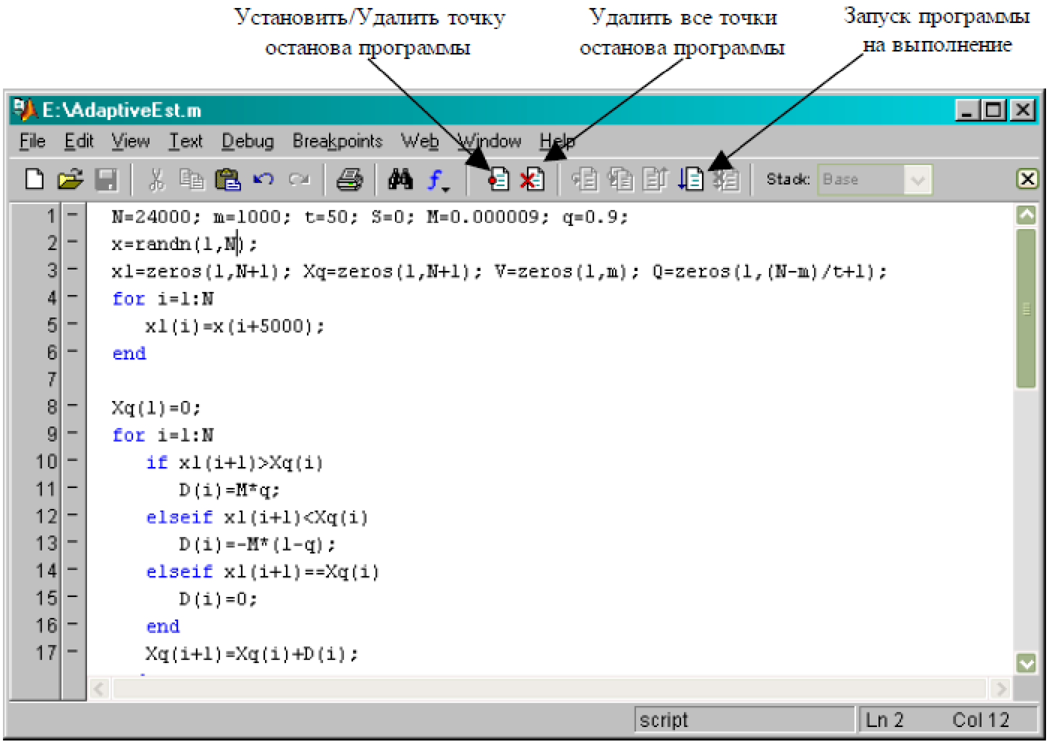

Рис. 2. Окно М-файла

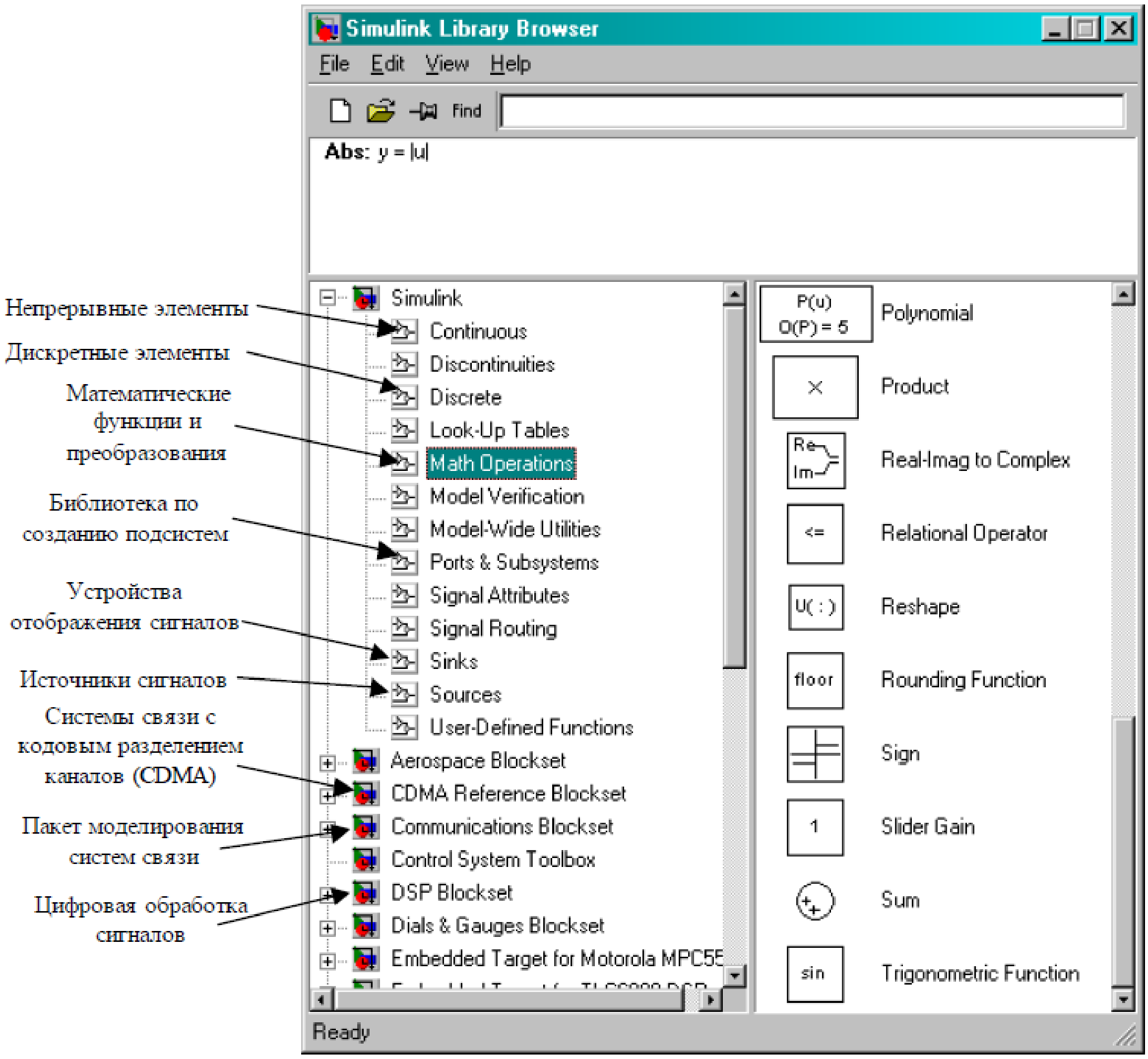

Рис. 3. Основные библиотеки пакета Simulink

<u>Лабораторная работа № 1</u> "МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С ЗАДАННЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ"

1.Цель работы:

Приобретение навыков построения моделей систем при помощи пакета Simulink; моделирование случайных величин с заданным законом распределения; анализ статистических характеристик имитируемых случайных процессов (шумов).

2. Теоретические сведения

В системах связи помехи и замирания, воздействующие на сигнал при его прохождении по каналу связи, имеют статистический характер и могут быть описаны при помощи различных законов распределений. В частности, замирания в канале связи при отсутствии прямой видимости между абонентом и базовой станцией имеют рэлеевский закон распределения; аддитивные помехи (шумы) часто описываются нормальным (гауссовским) законом распределения; временные интервалы между вызовами в сетях связи обычно имеют экспоненциальный закон распределения; импульсные помехи в системах подвижной связи в диапазоне 100…1000 МГц распределены по закону Вейбулла.

Формулы плотностей распределения вероятностей случайных величин:

$p(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$, $0 < x < \infty$ - для показательного закона распределения;

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right), -\infty < x < \infty, \sigma > 0$$

- для нормального (гауссова) закона распределения;

$$p(x) = \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)} x^{\left(\frac{n}{2}-1\right)\exp\left(-\frac{x}{2}\right)}, 0 < x < \infty,\ \overline{x} = n,\ \sigma_x^2 = 2n$$

- для закона распределения хи-квадрат (его частный случай при n=4 – рэлеевское распределение –

$$p(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right),\ x \geq 0);$$

$$p(x) = c\alpha x^{\alpha-1} \exp\left(-cx^{\alpha}\right), 0 < x < \infty, c > 0, \alpha > 0$$

- для закона распределения Вейбула.

***Функциональные преобразования для построения гистограмм**:*

1) с показательным законом распределения (вычисление логарифма:

Simulink – Math – Math Function – выбрать опцию log):

$$y = -\frac{1}{\lambda}\ln x, \text{ где } \lambda = 5;$$

2) с рэлеевским законом распределения:

$y = \sigma\sqrt{-2\ln x}$, где $x(t)^2$ u $x\,2\,t)$ - гауссовские случайные процессы с нулевым средним и единичной дисперсией;

3) с распределением Вейбулла:

$y(t) = \left(\frac{1}{c}\ln\frac{1}{1-x(t)}\right)^{1/\alpha}$, где α =3, c=1, $x(t)$ - случайный процесс с равномерным распределением в диапазоне [0, 1];

3. Расположение источников сигналов в пакете Simulink:

1) Шум с равномерным распределением – Communications Blockset–Comm Sources–Uniform Noise Generator (Noise Lower Bound =0, Noise Upper Bound = 1, Seed 0, Sample Time 0.01);

2) Гауссов шум – Communications Blockset–Comm Sources–Gaussian Noise Generator (Mean Value M=0, Variance σ2 =1, Initial Seed 0, Sample Time 0.01);

3) Белый шум: Simulink – Sources - Band-Limited White Noise;

4) Синусоидальный сигнал – Simulink–Sources–Sine Wave (Amplitude 1, Frequency 1, Phase 0, Sample Time 0).

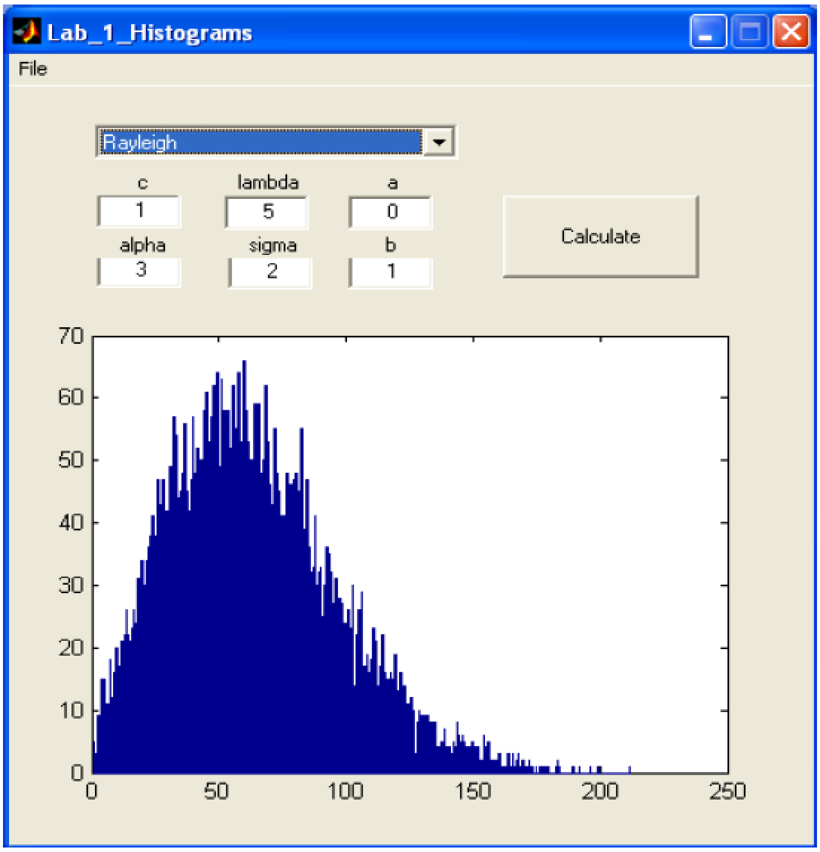

Рис. 4. Интерфейс программы Histograms

4. Порядок выполнения работы

1. Выполнить имитацию шумов трех видов (Simulation Time 10, Sample Time 0.01):

а) белый шум с ограниченным спектром (Band-Limited White Noise);

б) гауссов шум (Random Number);

в) фазовый шум с равномерным распределением (Uniform Random Number).

2. Получить гистограммы для законов распределения Вейбулла (Weibull), показательного (Exponent), рэлеевского (Rayleigh) и нормального (Gaussian), при помощи программы Histograms (вызов программы из командного окна – см. рис. 4).

3. Выполнить имитацию процессов с различными законами распределения посредством функционального преобразования процесса с равномерным законом распределения в интервале [0, 1]. Получить временные реализации поочередно запуская файлы: exponentprocess.mdl, rayleighprocess.mdl, Рис. 4. Интерфейс программы Histograms 10 weibullprocess.mdl. Построить соответствующие гистограммы

4. Произвести анализ статистических характеристик случайных процессов:

а) математическое ожидание (DSP–Statistics–Mean (опция Running mean));

б) дисперсия (DSP–Statistics–Variance (опция Running variance));

в) спектральная плотность мощности (Simulink Extras–Additional Sinks–Averaging Power Spectral Density).

5. Выполнить имитацию смеси сигнала и шума на выходе сумматора:

а) синусоидальный сигнал + гауссов шум (М=0, σ^2 =0.01);

б) синусоидальный сигнал + гауссов шум (М=0, σ^2 =0.5);

в) синусоидальный сигнал + гауссов шум (М=1, σ^2 =0.01).

5. Содержание отчета:

1. Название работы, ФИО студентов, цель работы.
2. Необходимые теоретические сведения.
3. Гистограммы каждого вида распределения, полученные при помощи программы Histograms
4. Гистограммы каждого вида распределения, полученные путём имитации.
5. Графики математического ожидания и дисперсии гауссова шума на выходе сумматора (параметры шума – произвольные).
6. Графики реализаций смеси сигнала и шума (2 графика выборочно).
7. Графики спектров смеси на выходе сумматора (2 графика выборочно).
8. Выводы по работе.

6. Контрольные вопросы:

1. Какими способами можно получить случайный процесс с экспоненциальным распределением?
2. Какими способами можно получить случайный процесс с рэлеевским распределением?
3. Как можно оценить математическое ожидание и дисперсию случайной величины по соответствующим графикам плотности распределения вероятностей?
4. Какова связь между средним квадратом и дисперсией случайной величины?
5. Каким образом можно найти математическое ожидание случайной величины, зная её плотность распределения вероятностей?
6. Каким образом можно найти средний квадрат случайной величины, зная её плотность распределения вероятностей?
7. Как определить по графику плотности распределения вероятностей вероятность попадания случайной величины в заданный промежуток её значений?

<u>Лабораторная работа № 2</u> “ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ АВТОРЕГРЕССИИ И СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКОВ”

Модели случайных процессов, имеющих место в системах передачи информации, зачастую могут быть представлены в виде временных рядов. В частности частотно-селективные и временные селективные замирания могут быть представлены посредством моделей авторегрессии. При этом повышение порядка модели позволяет повысить степень ее адекватности реальному случайному процессу. В лабораторной работе рассмотрены два типа временных рядов – авторегрессионные последовательности и процессы со скользящим средним.

1. Цель работы:

Изучение авторегрессионных моделей, а также моделей скользящего среднего, позволяющих имитировать случайные процессы с заданным спектром и корреляционной функцией; анализ статистических характеристик имитируемых случайных процессов.

2. Теоретические сведения

2.1 Модель авторегрессии первого порядка (марковский процесс)

$x_k = \rho_1 x_{k-1} + \xi_k$, где ξ_k – независимые отсчеты гауссовой случайной величины с нулевым средним и единичной дисперсией, $-1 < \rho < 1$.

Автокорреляционная функция: $B(k) = \sigma_x^2 \rho_1^k,\ B(0) = \sigma_x^2,\ k \ge 0$

Нормированная автокорреляционная функция: $r(k) = \rho_1^k,\ r(0) = 1,\ k \ge 0$

Дисперсия: $\sigma_x^2 = \dfrac{\sigma_\xi^2}{1-\rho_1^2}$, где σ_ξ^2 – дисперсия белого шума.

Спектр: $G(f) = \dfrac{2\sigma_\xi^2}{1+\rho_1^2 - 2\rho_1 \cos 2\pi f},\ 0 \le f \le \dfrac{1}{2}.$

2.2 Модель авторегрессии второго порядка

$$x_k = \rho_1 x_{k-1} + \rho_2 x_{k-2} + \xi_k .$$

Автокорреляционная функция:

$r(k) = \rho_1 r(k-1) + \rho_2 r(k-2),\ r(0) = 1,\ r(1) = \rho_1/(1-\rho_2),\ k > 0.$

Дисперсия: $$\sigma_x^2 = \left(\frac{1-\rho_2}{1+\rho_2}\right)\frac{\sigma_\xi^2}{(1-\rho_2)^2 - \rho_1^2}.$$

Спектр:

$$G(f) = \frac{2\sigma_\xi^2}{1+\rho_1^2+\rho_2^2 - 2\rho_1(1-\rho_2)\cos 2\pi f - 2\rho_2 \cos 4\pi f}, \quad 0 \le f \le \frac{1}{2}.$$

2.3 Модель скользящего среднего первого порядка

$$x_k = \xi_k - \theta_1 \xi_{k-1},$$

где ξ_k, ξ_{k-1}, – независимые гауссовы случайные величины, $-1 < \theta < 1$.

Автокорреляционная функция: $R(1) = \dfrac{-\theta_1}{1+\theta_1^2}$, $R(k) = 0,\ k > 1.$

Дисперсия: $\gamma_0 = \left(1+\theta_1^2\right)\sigma_\xi^2.$

Спектр: $G(f) = 2\sigma_\xi^2\left(1+\theta_1^2 - 2\theta_1 \cos 2\pi f\right),\ 0 \le f \le \dfrac{1}{2}.$

2.4 Модель скользящего среднего второго порядка

$$x_k = \xi_k - \theta_1 \xi_{k-1} - \theta_2 \xi_{k-2}.$$

Автокорреляционная функция:

$$R(1) = \frac{-\theta_1(1-\theta_2)}{1+\theta_1^2+\theta_2^2}, \qquad R(2) = \frac{-\theta_2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2},\ R(k) = 0, \quad k \ge 3.$$

Дисперсия: $\gamma_0 = \left(1+\theta_1^2+\theta_2^2\right)\sigma_\xi^2.$

Спектр:

$$G(f) = 2\sigma_\xi^2\left[1+\theta_1^2+\theta_2^2 - 2\theta_1(1-\theta_2)\cos 2\pi f - 2\theta_2 \cos 4\pi f\right],\ 0 \le f \le \frac{1}{2}.$$

3.Порядок выполнения работы:

1. Вызвать программу в командном окне, задав имя Lab_2.

2. С помощью программы Lab_2 получить графики временных реализаций корреляционных функций и спектров для соответствующих моделей временных рядов: авторегрессии 1-го порядка (AR_1), авторегрессии 2-го порядка (AR_2), скользящего среднего 1-го порядка (MA_1), скользящего среднего 2-го порядка (MA_2) в соответствии с вариантом задания (таблица 1). При этом в программном окне коэффициентам корреляции $r(1)$ и $r(2)$ уравнений авторегрессии соответствуют обозначения r1 и r2, а коэффициентам $1\,\theta$ и $2\,\theta$ уравнений скользящего среднего - обозначения Q1 и Q2, соответственно. В отчете должно быть представлено 12 графиков.

3. Вычислить дисперсию случайного процесса для каждой модели временного ряда (значение в окне Variance в режиме Time Realization).

4. Вычислить значения ρ_1 и ρ_2 для модели авторегрессии второго порядка.

5. Вычислить значения $R(1)$ и $R(2)$ для моделей скользящего среднего.

Таблица 1

Варианты заданий

Номер варианта	AR_1	AR_2	MA_1	MA_2
1	$r(1)=0.85$	$r(1)=0.82;\ r(2)=0.4$	$\theta_1=0.5$	$\theta_1=1.5;\ \theta_2=1.3$
2	$r(1)=0.92$	$r(1)=0.88;\ r(2)=0.6$	$\theta_1=0.75$	$\theta_1=-1.2;\ \theta_2=1.4$
3	$r(1)=0.76$	$r(1)=-0.95;\ r(2)=0.92$	$\theta_1=-0.8$	$\theta_1=0.7;\ \theta_2=0.3$
4	$r(1)=0.97$	$r(1)=0.6;\ r(2)=-0.1$	$\theta_1=1.5$	$\theta_1=-0.6;\ \theta_2=1.1$
5	$r(1)=0.9$	$r(1)=0.98;\ r(2)=0.93$	$\theta_1=-1.2$	$\theta_1=1.3;\ \theta_2=-0.6$
6	$r(1)=0.82$	$r(1)=-0.5;\ r(2)=0.4$	$\theta_1=0.7$	$\theta_1=0.5;\ \theta_2=1.2$
7	$r(1)=0.88$	$r(1)=0.92;\ r(2)=0.82$	$\theta_1=-0.6$	$\theta_1=0.75;\ \theta_2=0.9$
8	$r(1)=0.95$	$r(1)=-0.2;\ r(2)=0.8$	$\theta_1=1.3$	$\theta_1=-0.8;\ \theta_2=1.5$
9	$r(1)=0.78$	$r(1)=0.97;\ r(2)=0.94$	$\theta_1=0.8$	$\theta_1=0.8;\ \theta_2=-1.2$
10	$r(1)=0.98$	$r(1)=-0.1;\ r(2)=-0.9$	$\theta_1=-0.9$	$\theta_1=-0.9;\ \theta_2=1.3$

4. Содержание отчета:

1. Название работы, ФИО студентов, цель работы.

2. Необходимые теоретические сведения.

3. Графики временных реализаций, корреляционных функций и спектров для соответствующих моделей временных рядов: авторегрессии 1-го и 2-го порядка, скользящего среднего 1-го и 2-го порядка.

4. Вычисленные значения дисперсии, а также соответствующих коэффициентов корреляции.

5. Выводы по работе.

5. Контрольные вопросы:

1. Откуда произошло название «скользящее среднее»?

2. Дайте определение понятия «корреляция».

3. Что характеризует корреляционная функция случайного процесса?

4. Что характеризует спектр сигнала?

5. Как вычислить энергию сигнала, зная спектральную плотность мощности?

6. Каким образом в моделях авторегрессии задается аддитивный гауссов шум?

7. Существуют ли неустойчивые процессы со скользящим средним?

8. Каково условие стационарности для процесса авторегрессии 2-го порядка?

9. Как влияет изменение знака перед коэффициентом ϕ_1 на форму спектра процесса авторегрессии 1-го порядка?

10.Можно ли назвать процесс со скользящим средним коррелированным?

<u>Лабораторная работа №3</u> “АНАЛИЗ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ ЦИФРОВОЙ СВЯЗИ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХ И ЗАМИРАНИЙ В КАНАЛЕ СВЯЗИ”

В современных системах беспроводной цифровой связи передаваемый сигнал подвергается воздействию помех и замираний в канале, что обуславливает вероятность ошибки при приеме сигнала. В лабораторной работе изучается имитационная модель системы связи, посредством которой имитируется простейшая система цифровой связи, а также в зависимости от интенсивности помех и замираний вычисляется вероятность ошибки.

1. Цель работы:

Изучение имитационной модели системы цифровой связи, анализ её помехоустойчивости; приобретение навыков создания подсистем и их маскирования.

2. Создание и маскирование подсистем.

При моделировании сложных систем целесообразным является формирование отдельных блоков в виде подсистем, для которых можно задавать собственные параметры. Подсистема формируется из группы отдельных блоков следующим образом: выделяется группа блоков как показано на рис.1, в меню Edit выбирается опция Create Subsystem и после этого группа блоков преобразуется в один блок с соответствующим числом входов и выходов, показанный на рис. 2

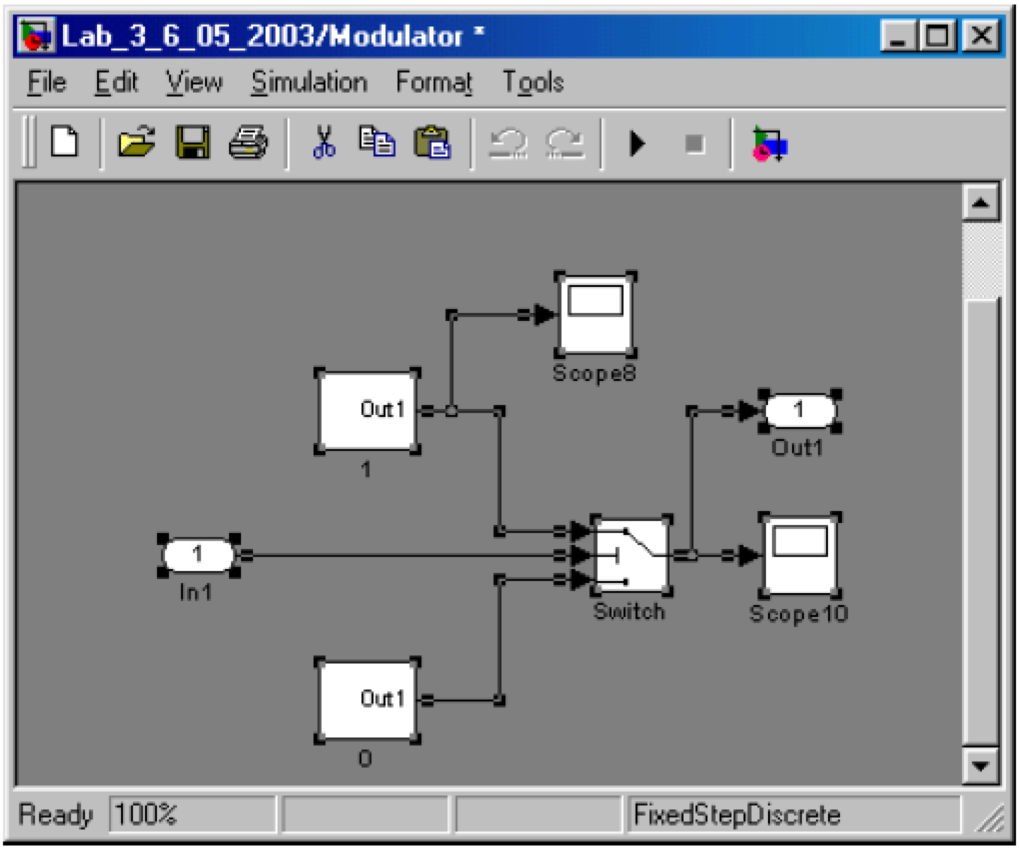

Рис.1. Имитационная модель модулятора

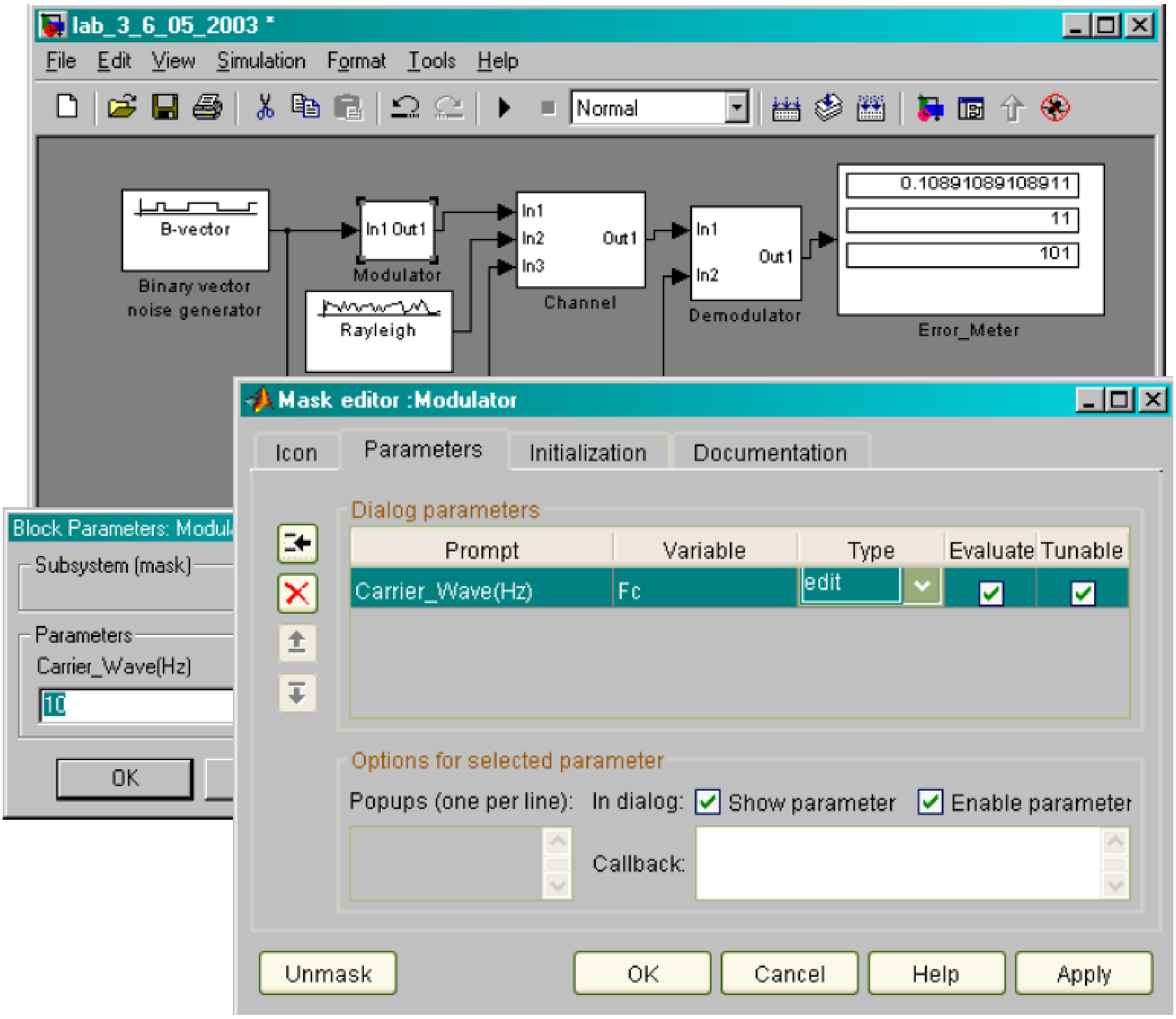

Рис.2. Редактор маскирования подсистемы

На рис.2 также показан пример маскирования подсистемы: маскируемая подсистема выделяется нажатием левой клавиши мыши, в меню Edit выбирается опция Mask Subsystem и после этого появляется окно, показанное на рис.2 справа внизу, где можно задавать параметры маскируемой подсистемы. Далее выбирается панель Parameters, где в окне Prompt вводится наименование параметра подсистемы, которое будет в дальнейшем отображаться в виде, показанном на рис. 2 слева внизу (Carrier_Wave(Hz)) (можно задавать до 12 параметров), а в окне Variable задается переменная описывающая этот же параметр, которая в дальнейшем вводится в окна параметров различных блоков. Таким образом, маскирование подсистемы позволяет задавать ***глобальные переменные***, относящиеся ко всей подсистеме.

4. Имитационная модель модулятора

Имитационная модель модулятора показана на рис.3. Её единственный параметр – несущая частота (Carrier_Wave(Hz)), обозначаемая как переменная Fc = 10 Гц. Модулятор представляет собой формирователь

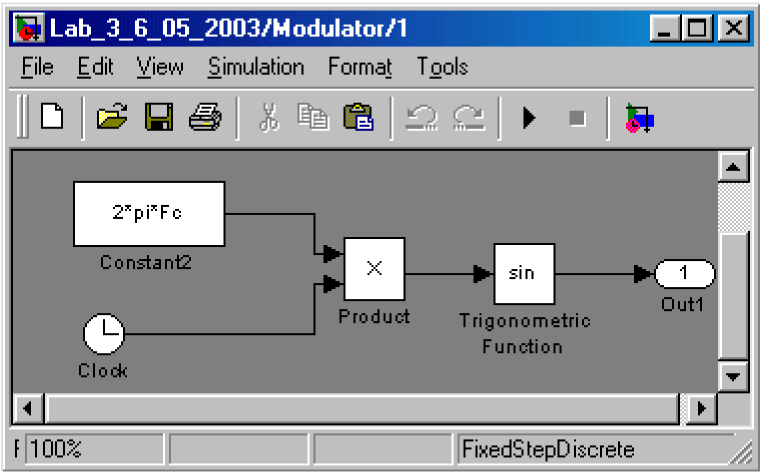

Рис. 3. Имитационная модель ФМн модулятора «1»

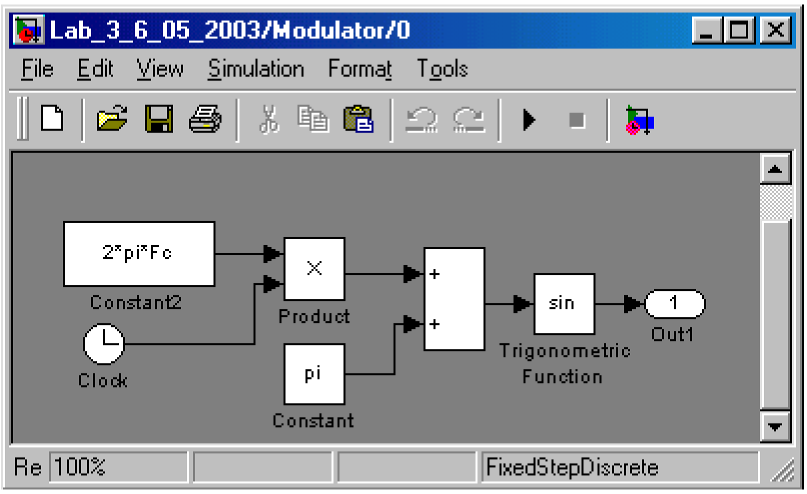

Рис. 4. Имитационная модель ФМн модулятора «0»

фазоманипулированных сигналов генерируемых блоками с именами «1» и «0», которые также в свою очередь являются подсистемами (рис. 3, 4). В зависимости от того, какой уровень (1 или 0) поступает на вход модулятора, на его выходе формируется либо синус с нулевой начальной фазой, либо синус с фазой сдвинутой на 180° . Время моделирования = 10.

Параметры замираний (при заданной дисперсии шума $\sigma^2_ш$ (Variance) см. табл. 2)

Sigma 0.6 0.7 0.8 0.9 1 1.1 1.2

Sample Time: 0.001

Параметры помех (при заданном параметре замираний σ (sigma)= см. табл. 2)

Variance (дисперсия): 2 4 10 20 30 40 60 80 100

Mean: 0

Sample Time: 0.001

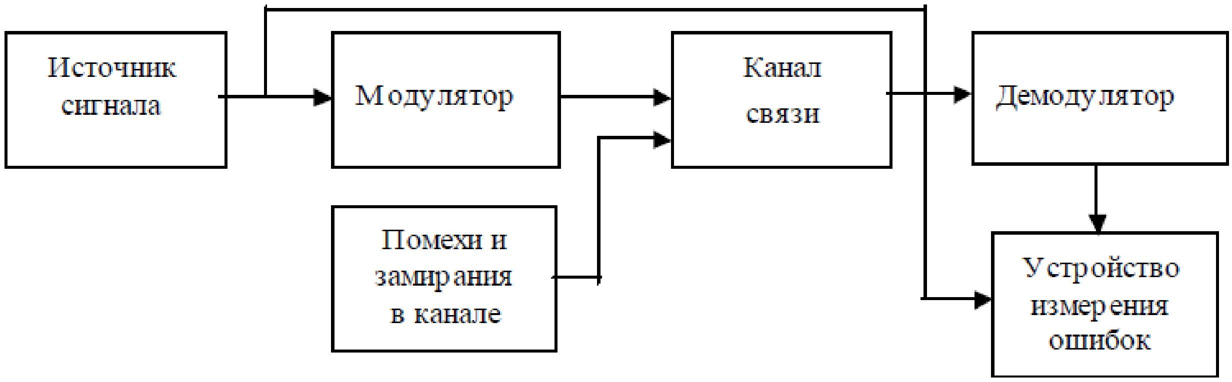

Рис. 5. Структурная схема системы цифровой связи

Таблица 2

Варианты заданий

Номер варианта	$\sigma^2_{Ш}$ - параметр	σ - параметр
1	$\sigma^2_{Ш} = 0.7$	$\sigma = 0.5$
2	$\sigma^2_{Ш} = 0.6$	$\sigma = 0.8$
3	$\sigma^2_{Ш} = 0.8$	$\sigma = 0.4$
4	$\sigma^2_{Ш} = 1.2$	$\sigma = 0.55$
5	$\sigma^2_{Ш} = 0.7$	$\sigma = 0.6$
6	$\sigma^2_{Ш} = 0.9$	$\sigma = 0.7$
7	$\sigma^2_{Ш} = 1.1$	$\sigma = 0.45$
8	$\sigma^2_{Ш} = 1$	$\sigma = 0.65$
9	$\sigma^2_{Ш} = 1.2$	$\sigma = 0.5$
10	$\sigma^2_{Ш} = 0.9$	$\sigma = 0.75$

Местонахождение отдельных блоков, используемых при моделировании:

Осциллограф(Scope): Simulink – Sinks – Scope;

Переключатель(Switch): Simulink – Signal Routing – Switch (threshold=1);

Постоянная (Constant): Simulink – Sources – Constant;

Тригонометрическая функция (sin, cos): Simulink – Math – Trigonometric Function;

Блок умножения (Product): Simulink – Math – Product;

Часы (Clock): Simulink – Sources – Clock;

Сумматор (Sum): Simulink – Math – Sum.

4. Порядок выполнения работы:

1. Сформировать из отдельных блоков модель цифрового модулятора согласно рис. 5 и преобразовать её в подсистему. Осуществить маскирование подсистемы и задать её параметр – несущую частоту Fc.

2. Проанализировать помехоустойчивость системы связи путем измерения вероятности ошибки в зависимости от изменения интенсивности помех и замираний.

3. Оформить отчет, содержащий: цель работы, структурную схему системы (см. рис. 9), два графика зависимости вероятности ошибки от интенсивности помех и замираний соответственно.

5. Содержание отчета:

1. Название работы, ФИО студентов, цель работы.

2. Необходимые теоретические сведения.

3. Структурная схема имитационной модели системы цифровой связи.

4. Графики зависимостей вероятности ошибки от параметров помех и замираний.

5. Выводы по работе.

6. Контрольные вопросы:

1. Какой параметр характеризует помехоустойчивость системы цифровой связи?

2. В чем заключается принципиальная разница между системами цифровой и аналоговой связи?

3. Какая характеристика системы связи измеряется вероятностью ошибки?

4. Вероятность ошибки должна быть существенно ниже в системах передачи речевых сигналов или в системах передачи данных?

5. В чем принципиальная разница между замираниями и помехами (шумами)?

6. Каким образом воздействуют на полезный сигнал аддитивные и мультипликативные помехи?

7. Какой вид модуляции применяется в изучаемой модели?

8. Какой полезный эффект дает возможность создания подсистем?

9. В чем заключается основное преимущество маскированной подсистемы по сравнению с обычной подсистемой?

<u>Лабораторная работа № 4</u> "МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОТОКОВ И СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ОТКАЗАМИ"

Потоки вызовов (заявок), имеющие место в телекоммуникационных системах и сетях могут быть представлены с помощью моделей случайных потоков с заданными вероятностными характеристиками. Анализ качественных показателей, таких как QoS (Quality of Service) и, в частности, вероятности потери пакета в современных сетях связи невозможен без наличия соответствующих моделей потоков вызовов, а также знания вероятностных характеристик систем обслуживания.

1. Цель работы:

Изучение моделей случайных потоков; анализ статистических характеристик случайных потоков; имитационное моделирование системы массового обслуживания с отказами при помощи пакета Simulink.

2. Теоретические сведения

Вероятность поступления k вызовов за время t для закона распределения Пуассона определяется по следующей формуле:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t},$$

где λ - интенсивность случайного потока, т.е. среднее число поступающих заявок в единицу времени.

Временной интервал τ между заявками в простейшем потоке подчиняется экспоненциальному закону распределения $$w(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau},\ \tau > 0.$$

Предположим, что длительность обслуживания T заявки также подчиняется экспоненциальному закону распределения

$$w(T) = \mu e^{-\mu T},\ T > 0,$$

где μ - интенсивность обслуживания, т.е. среднее число обслуженных заявок в единицу времени. Поступающие заявки обрабатываются в $n = 3$ каналах обслуживания. Формула Эрланга для вероятности отказа в n -канальной системе:

$$P_{отк} = P_n = \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \Bigg/ \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k.$$

Имитационная модель системы массового обслуживания приведена на рисунке 1.

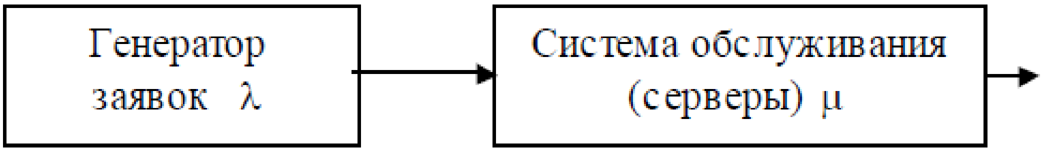

Рис. 1. Схема имитационной модели простейшей СМО

3. Порядок выполнения работы:

1. Вызвать программу Lab_4 в пакете Simulink.

2. С помощью программы Lab_4 получить графики зависимости вероятности отказа *отк P* от параметров: интенсивности потока заявок λ и величины μ , обратно пропорциональной среднему времени обслуживания заявки *тоб m* . Задав один из параметров (например μ) постоянным, требуется, изменяя величину λ , регистрировать получаемые значения вероятности отказа ( ) *отк P* λ (Denial Probability). При этом необходимо для каждого значения λ получить по 5 значений вероятности отказа и вычислить по ним среднее значение. Затем, аналогичным образом задав величину λ постоянной и изменяя μ , получить график зависимости ( ) *отк P* μ . λ =0.001; 0.002; 0.005; 0.01; 0.015; 0.02; 0.03; 0.05; 0.075; 0.1 (μ - параметр). μ = 0.001; 0.002; 0.005; 0.01; 0.015; 0.02; 0.03; 0.05; 0.075; 0.1 (λ - параметр).

3. Рассчитать по формуле Эрланга для трехканальной СМО теоретические значения вероятности отказа для трех значений λ (при заданном μ) и трех значений μ (при заданном λ). Сравнить полученные значения *отк P* с соответствующими значениями на графиках.

Таблица 3

Варианты заданий

Номер варианта	μ - параметр	λ - параметр
1	$\mu = 0.03$	$\lambda = 0.05$
2	$\mu = 0.005$	$\lambda = 0.001$
3	$\mu = 0.02$	$\lambda = 0.02$
4	$\mu = 0.01$	$\lambda = 0.007$
5	$\mu = 0.04$	$\lambda = 0.06$
6	$\mu = 0.007$	$\lambda = 0.008$
7	$\mu = 0.05$	$\lambda = 0.08$
8	$\mu = 0.01$	$\lambda = 0.015$
9	$\mu = 0.06$	$\lambda = 0.04$
10	$\mu = 0.08$	$\lambda = 0.02$

4. Содержание отчета:

1. Название работы, ФИО студентов, цель работы.
2. Структурная схема имитационной модели системы массового обслуживания.
3. Графики зависимостей вероятности отказа *Р отк* (λ) и *Ротк* (μ).
4. Расчёты по формуле Эрланга.
5. Выводы по работе.

5. Контрольные вопросы:

1. Основные свойства простейшего потока?
2. Что характеризует параметр λ в экспоненциальном законе распределения?
3. Что характеризует параметр μ в экспоненциальном законе распределения?
4. Что описывает закон распределения Пуассона?
5. Что представляет собой последействие в случайном потоке?
6. Каковы особенности потока Пальма?
7. Какая величина изменяется случайным образом в случайном потоке: а) на входе сервера (системы обслуживания); б) на выходе сервера ?
8. Что такое пропускная способность СМО ?
9. Что представляет собой производительность источника ?
10. Каким образом можно получить поток Эрланга k -го порядка?