Федеральное агентство по образованию

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра экономической математики, информатики, статистики (ЭМИС)

Н.А. Ярушкина

ТЕОРИЯ СИСТЕМ И СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

Учебно-методическое пособие

Томск - 2007

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире все более отчетливо проявляются тенденции повышения неопределенности, сложности и взаимозависимости факторов. Резко возрастает объем информации во всех областях знаний. Это повышает уровень требований к современному специалисту, особенно в такой сложной и динамично развивающейся сфере, как управление системами.

Для эффективного решения задач, стоящих перед современным специалистом, необходимо обладать рядом специфических знаний и навыков. Среди них можно выделить:

– умение четко определять цели своей деятельности;

– навыки формализации и структурирования проблем предметной области;

– умение анализировать модели различных типов с применением адекватных методик и инструментов;

– понимание определяющих факторов, влияющих на развитие ситуации;

– умение принимать обоснованные управленческие решения в условиях неопределенности.

Решение столь сложных задач требует от специалиста развитого системного мышления и, как следствие, максимально точных формулировок задач, подбора инструментов, в наибольшей степени соответствующих поставленной задаче. Следовательно, системный анализ является основой, позволяющей объединить все необходимые научные знания, методы и действия для решения сложных проблем.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1.1. Математические методы в теории систем

Для формализованного описания сложных систем применяется аппарат теории множеств. Понятие «множества» относится к числу фундаментальных неопределяемых понятий. Основоположник теории множеств Г. Кантор ввел множество как объединение в одно целое объектов, хорошо различимых нашей интуицией или мыслью. Объекты множества называются элементами множества.

Запись $x \in A$ читается «элемент x принадлежит A» или «x есть элемент множества A»; $x \notin A$ «x не принадлежит множеству A», здесь $\in$ - знак отношения принадлежности (соответственно $\notin$ - не принадлежности).

Множество может задаваться: перечислением его элементов $A = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, где x_i - элемент множества A, $(i = \overline{1,n})$; с помощью описания свойства объектов, по которому они объединяются в одно множество: $A = \{x \mid C(x)\}$, где $C(x)$ - характеристическое свойство, которому удовлетворяют элементы этого множества.

Два множества считаются равными, если они состоят из одних и тех же элементов.

Запись $A \subseteq B$ читается «A включено в B» или «A есть подмножество B» и означает, что каждый элемент множества A является элементом множества B, здесь $\subseteq$ – знак отношения включения.

Запись $A \subset B$ читается «A строго включено в B» и означает, что $A \subseteq B$ и $A \neq B$, где $\subset$ – знак отношения строгого включения.

Отношение включения обладает следующими свойствами:

1) рефлексивностью – $A \subseteq A$;

2) транзитивностью – если $A \subseteq B$ и $B \subseteq C$, то $A \subseteq C$;

3) интуитивным принципом объемности – если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, то $A = B$.

Множество, не содержащее элементов, называется пустым и обозначается $\varnothing$.

Если все рассматриваемые в ходе какого-либо рассуждения множества являются подмножествами некоторого другого множества, то это множество называется универсальным множеством и обозначается U.

Новые множества могут задаваться с помощью операций над множествами:

– объединение $A \bigcup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}$;
– пересечение $A \bigcap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$;
– разность $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$.

Дополнением множества A будем называть множество $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$ или $\overline{A} = U \setminus A$. Следовательно, $A \setminus B$ можно представит как $A \bigcap \overline{B}$.

Для графической иллюстрации отношений между множествами и операций над ними часто используют так называемые диаграммы Эйлера-Венна.

Основные законы алгебры множеств:

– коммутативный $A \bigcup B = B \bigcup A$, $A \bigcap B = B \bigcap A$;
– ассоциативный $A \bigcup (B \bigcup C) = (A \bigcup B) \bigcup C$, $A \bigcap (B \bigcap C) = (A \bigcap B) \bigcap C$;
– дистрибутивный $A \bigcup (B \bigcap C) = (A \bigcup B) \bigcap (A \bigcup C)$,
$A \bigcap (B \bigcup C) = (A \bigcap B) \bigcup (A \bigcap C)$;
– поглощения $A \bigcup (A \bigcap B) = A$, $A \bigcap (A \bigcup B) = A$;
– де Моргана $\overline{A \bigcup B} = \overline{A} \bigcap \overline{B}$, $\overline{A \bigcap B} = \overline{A} \bigcup \overline{B}$;
– идемпотентности $A \bigcup A = A$, $A \bigcup U = U$, $A \bigcup \mathrm{O} = A$;
$A \bigcap A = A$, $A \bigcap U = U$, $A \bigcap \mathrm{O} = \mathrm{O}$
– исключенного третьего $A \bigcup \overline{A} = U$, $\overline{\mathrm{O}} = U$;
– противоречия $A \bigcap \overline{A} = \mathrm{O}$, $\overline{U} = \mathrm{O}$;
– инволюции $\overline{\overline{A}} = A$.

Рассмотрим применение законов алгебры множеств на следующем примере. Даны произвольные множества A, B, C: $B \subset A$, $C \subset B$. Чему равно $A \bigcap B \bigcap C$, $A \setminus C$?

Из свойства транзитивности отношения включения и заданных отношений $B \subset A$, $C \subset B$ следует, что $C \subset A$, отсюда $(A \bigcap B) \bigcap C = C$, $A \setminus C \neq \mathrm{O}$.

Теория графов в качестве теоретической дисциплины может рассматриваться как раздел дискретной математики, исследующий свойства конечных множеств с заданными отношениями между их элементами. Как прикладная дисциплина теория графов позволяет описывать и исследовать многие технические, экономические, биологические и социальные системы.

Граф – система, которая интуитивно может быть рассмотрена как множество кружков и множество соединяющих их линий. Кружки называются вершинами графа, линии со стрелками – дугами, без стрелок – ребрами. Граф, в котором направление линий не выделяется (все линии являются ребрами), называется неориентированным; граф, в котором направление линий принципиально (линии являются дугами) называется ориентированным.

Теория графов может рассматриваться как раздел теории множеств, и формальное определение графа таково: задано конечное множество X, состоящее из n элементов, называемых вершинами графа, и подмножество V декартова произведения $X \times X$, то есть $V \subseteq X^2$, называемое множеством дуг, тогда ориентированным графом G называется совокупность (X, V) (неориентированным графом называется совокупность множества X и множества неупорядоченных пар элементов, каждый из которых принадлежит множеству X). Дугу между вершинами i и j, $i, j \in X$ будем обозначать (i, j). Число дуг графа будем обозначать m.

Подграфом называется часть графа, образованная подмножеством вершин вместе со всеми ребрами (дугами), соединяющими вершины из этого множества. Если из графа удалить часть ребер (дуг), то получим частичный граф.

Две вершины называются смежными, если они соединены ребром (дугой). Смежные вершины называются граничными вершинами соответствующего ребра (дуги), а это ребро (дуга) – инцидентным соответствующим вершинам.

Путем называется последовательность дуг (в ориентированном графе), такая, что конец одной дуги является началом другой дуги. Простой путь – путь, в котором ни одна дуга не встречается дважды. Элементарный путь – путь, в котором ни одна вершина не встречается дважды. Контур – путь, у которого конечная вершина совпадает с начальной вершиной. Длиной пути (контура) называется число дуг пути (или сумма длин его дуг, если последние заданы).

Граф, для которого из $i, j \in V$ следует $j, i \in V$ называется симметрическим. Если из $i, j \in V$ следует, что $j, i \overline{\in} V$, то соответствующий граф называется антисимметрическим.

Цепью называется множество ребер (в неориентированном графе), которые можно расположить так, что конец (в этом расположении) одного ребра является началом другого. Другое определение: цепь – последовательность смежных вершин. Замкнутая цепь называется циклом. По аналогии с простым и элементарным путем, можно определить соответственно простые и элементарные цепь и цикл. Любой элементарный цикл является простым, обратное утверждение в общем случае неверно. Элементарная цепь (цикл, путь, контур), проходящая через все вершины графа называется гамильтоновой цепью (соответственно – циклом, путем, контуром). Простая цепь (цикл, путь, контур), содержащая все ребра (дуги) графа называется эйлеровой цепью (соответственно – циклом, путем, контуром).

Если любые две вершины графа можно соединить цепью, то граф называется связным. Если граф не является связным, то его можно разбить на связные подграфы, называемые компонентами. Связностью графа называется минимальное число ребер, после удаления которых граф становится несвязным. Для ориентированных графов, если любые две вершины графа можно соединить путем, то граф называется сильно связным. Связный граф, в котором существует эйлеров цикл, называется эйлеровым графом.

В неориентированном графе степенью вершины i называется число d, инцидентных ей ребер. Граф, степени всех вершин которого равны $n-1$, называется полным. Граф, все степени вершин которого равны, называется однородным.

Вершина, для которой не существует инцидентных ей ребер называется изолированной. Вершина, для которой существует только одно инцидентное ей ребро называется висячей.

Определим матрицу смежности графа как квадратную матрицу $n \times n$, элемент a_{ij} которой равен единице, если $i, j \in V$, и нулю, если $j, i \,\overline{\in}\, V$, $i, j \in X$. Для неориентированного графа матрица смежности всегда симметрическая.

Определим матрицу инцидентности для ребер графа как прямоугольную матрицу $n \times m$, элемент r_{ij} которой равен единице, если вершина i инцидентна ребру j, и нулю в противном случае. Аналогично определяется матрица инцидентности для дуг графа – как прямоугольная матрицу $m \times n$, элемент r_{ij} которой равен плюс

единице, если дуга U_j исходит из вершины i, минус единице, если дуга U_j заходит в вершину i, и нулю в остальных случаях.

Рассмотрим следующий пример. Пусть граф $\Gamma(X, A)$ определяется множеством вершин $X = \{x_1, ..., x_5\}$ и множеством A пар элементов из X:

$$A = \{\alpha_1 = (x_1, x_2), \alpha_2 = (x_2, x_3), \alpha_3 = (x_2, x_4), \alpha_4 = (x_3, x_4), \alpha_5 = [x_2, x_5]\}.$$

Графическое изображение графа $\Gamma(X, A)$ показано на рис. 1.

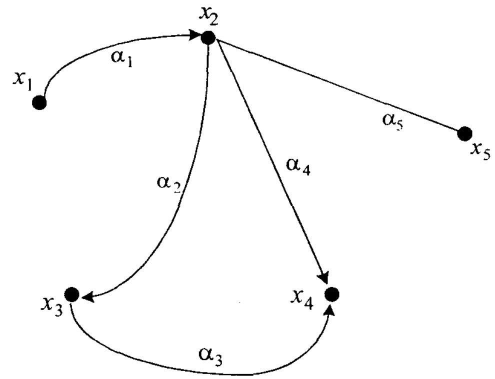


Рисунок 1 – Граф $\Gamma(X, A)$

Матрица инцидентности графа имеет вид

Таблица 1

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
α_1	-1	1	0	0	0
α_2	0	-1	1	0	0
α_3	0	0	-1	1	0
α_4	0	-1	0	1	0
β_1	0	-1	0	0	1
β_2	0	1	0	0	-1

Ребро $\alpha_5 = [x_2, x_5]$ представлено в виде совокупности двух встречных дуг $\beta_1 = (x_2, x_5)$ и $\beta_2 = (x_5, x_2)$.

Деревом называется связный граф без простых циклов, имеющий не менее двух вершин. Прадеревом называется ориентированное дерево, у которого одна из вершин, называемая корнем, не имеет заходящих дуг, а степени захода остальных вершин равны единице.

Плоским (планарным) называется граф, который можно изобразить на плоскости так, что различным вершинам соответствуют различные кружки и никакие два ребра не имеют общих точек, отличных от их границ (не пересекаются). Для плоского графа существует понятие грани – части плоскости, ограниченной ребрами и не содержащей внутри себя ни вершин, ни ребер.

Областями приложений теории графов являются транспортные задачи, технологические задачи, обменные схемы, задачи календарно-сетевого планирования и управления, модели коллективов и групп, модели организационных структур, пример которой представлен на рис. 2.

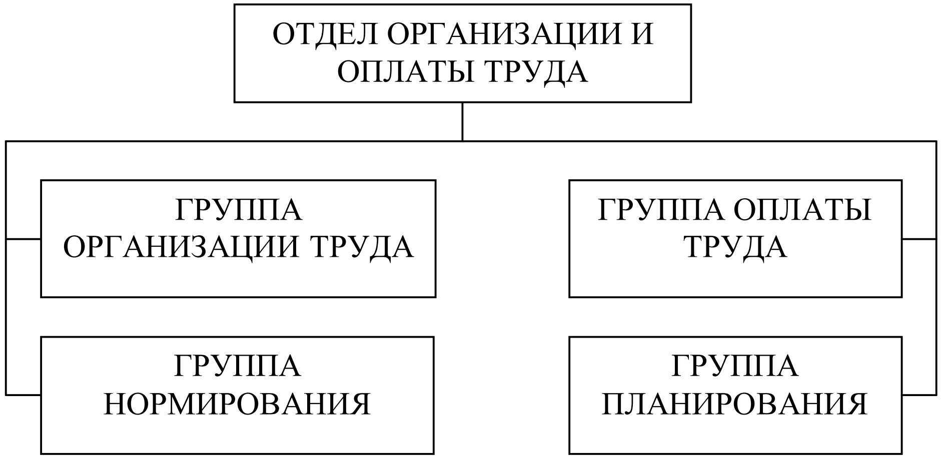


Рисунок 2 – Структура отдела организации и оплаты труда на предприятии

1.2. Модели оптимизации систем

Моделирование систем является неотъемлемой составляющей системного исследования, цель которого - освоение и правильное применение методов оптимального выбора в практически важных случаях. Математические оптимизационные модели исследуемых систем могут быть представлены таблицами, элементами которых являются значения частных критериев эффективности функционирования системы, вычисленные для каждой из сравниваемых альтернатив при строго заданных внешних условиях. В таком случае возникает многокритериальная ЗПР, требующая построения функции полезности, монотонно зависящей от критериев. Данная операция называется методом (процедурой) свертывания критериев.

Обобщенная функция полезности (функция цели) может быть использована для свертывания частных критериев оптимальности, если:

1. Частные критерии количественно соизмеримы по важности, т.е. каждому из них можно поставить в соответствие некоторое число λ_j, которое численно характеризует его важность по отношению к другим критериям.

2. Частные критерии являются однородными, т.е. имеют одинаковую размерность.

Если локальные критерии неоднородны, то требуется провести их нормализацию, т.е. привести к единому, безразмерному масштабу измерения следующим образом: определить максимум и минимум каждого локального критерия; выделить группу критериев, которые максимизируются и группу критериев, которые минимизируются при решении задачи, найти отношение значений критерия к максимальному или минимальному значению.

Далее, для вычисления значения функции полезности, используются следующие процедуры свертывания:

1. Свертка по наихудшему критерию соответствует стратегии «пессимизма», при которой решение принимается по критерию, имеющему наименьшее значение. При учете веса нужно подсчитать для каждого варианта решения значение произведения $\lambda_j \cdot K_j$, где

λ_j - вес критерия j, K_j - его значение, и из полученных значений выбрать наименьшее. Затем из этих наименьших значений выбрать наибольшее, тогда вариант, которому оно соответствует, и является наилучшим.

2. Метод главного критерия применяется, когда один из критериев значительно превосходит по важности все остальные, на практике, в три и более раз (если это условие не выполняется, то метод применять не рекомендуется). Тогда решение принимается по этому критерию. Например, пусть это критерий K_1. Следует подсчитать его значение для каждого варианта (вес критерия учитывать не нужно, так как остальные критерии не принимаются во внимание): $K_1(B_1)$, $K_1(B_2)$, и т.д. Тот вариант, для которого значение главного критерия максимально, является наилучшим.

3. Мультипликативная свертка позволяет учесть критерии, имеющие малые (по модулю) значения. Расчеты выполняются следующим образом: сначала для каждого варианта подсчитывается взвешенное произведение

$$K(B_i) = K_1^{\lambda 1}(B_i) \cdot K_2^{\lambda 2}(B_i) \cdot \ldots \cdot K_n^{\lambda n}(B_i), \; i = \overline{1,m},$$

где n – число частных критериев, K – общий критерий, m – число альтернатив, далее выбирается наибольшее произведение.

4. Свертка по наилучшему критерию соответствует стратегии «оптимизма», при которой решение принимается по критерию, имеющему наибольшее значение. При учете веса нужно подсчитать для каждого варианта решения значение произведения $\lambda_j \cdot K_j$, где λ_j - вес критерия j, K_j - его значение, и из полученных значений выбрать наибольшее. Далее из этих наибольших значений выбрать наибольшее, тогда вариант, которому оно соответствует, и является наилучшим.

5. Аддитивная свертка позволяет учесть критерии, имеющие большие (по модулю) значения. Эта свертка используется в методе анализа иерархий. Оценку полезности по каждому критерию рекомендуется проводить одновременно для всех вариантов, используя сравнительную шкалу. Например, если считается, что оценка варианта B_1 по критерию K_1 умеренно превосходит оценку варианта B_2, то значение $K_1(B_1)$ должно быть больше значения

$K_1(B_2)$ на 2...4 балла. Если оценка B_2 сильно превосходит оценку B_3 по тому же критерию, то $K_1(B_2)$ должно быть больше $K_1(B_3)$ на 6...7 баллов и т.д. Затем определяется абсолютная оценка для B_3, т.е. для варианта, имеющего минимальную оценку по рассматриваемому критерию. Например, если $K_1(B_3) = 1$ балл, то $K_1(B_2) = 7...8$ баллов, а $K_1(B_1) = 9...10$ баллов (оценки не должны выходить за пределы 10-и балльной шкалы).

Далее определяется оценка общей полезности (ценность) для каждого варианта

$$K(B_i) = \lambda_1 K_1(B_i) + \lambda_2 K_2(B_i) + \ldots + \lambda_n K_n(B_i), \; i = \overline{1,m}.$$

В реальных задачах выбора всегда приходится сокращать число исходных альтернатив, путем построения множества Парето. Это множество состоит из попарно несравнимых альтернатив. После того как построено множество Парето, оно записывается в окончательном виде. Остальные варианты оказываются исключенными из дальнейшего рассмотрения. Для получения наилучшего решения к оставшимся альтернативам применяется в зависимости от условий задачи один из методов первой группы.

Рассмотрим следующую задачу. Инвестиционная компания принимает решение о размещении капиталовложений на рынке страховых услуг. Предполагаются несколько параметров оценки по выбору страховой компании, представленные в табл. 2. Следует выбрать, используя методы свертывания критериев, наиболее подходящую страховую компанию, считая все характеристики компаний максимизирующими.

С целью применения сверток по наилучшему и наихудшему критерию вычисляем произведения значений нормализованного критерия на вес критерия для каждого варианта. Значения нормализованного критерия определяем как отношение каждого значения критерия к максимальному элементу. Результаты представляем в табл. 3.

В соответствии с методом свертки по наихудшему критерию выбираем минимальное значение из полученных произведений по каждому критерию для каждой страховой компании, далее минимальное из найденных значений. В результате следует отдать предпочтение «Национальной страховой группе».

Таблица 2

Страховая компания	Совокупные активы, д.е.	Прирост совокупных активов за предыдущий год, %	Страховые резервы, д.е.	Уставный капитал, д.е.	Капитал на 01.01.2007 г.	Чистая прибыль, д.е.	Рейтинг по взносам, у.е.
Промышленная СК	900000	61,0	830000	500000	500000	3000	1
Группа «Альфа Страхование»	826870	119,3	6321752	1250000	30000	3814	2
СК «РОСНО»	878550	226,2	7487733	432000	324000	250765	3
СК «Лига»	1161262	135,5	8372350	750000	300000	329000	4
СК «Якорь»	537320	41,4	363538	50000	50000	1973	5
«Национальная страховая группа»	266298	163,7	1586484	485000	165000	173	6
Весовой коэффициент	0,13	0,25	0,12	0,05	0,15	0,20	0,10

В соответствии с методом свертки по наилучшему критерию выбираем максимальное значение из полученных произведений по каждому критерию для каждой страховой компании, далее максимальное из найденных значений. Тогда в соответствие со стратегией «оптимизма» следует отдать предпочтение СК «РОСНО».

По методу аддитивной свертки определяется оценка общей полезности для каждого варианта. Так $K(C_1)=0{,}37$, $K(C_2)=0{,}41$, $K(C_3)=0{,}77$, $K(C_4)=0{,}79$, $K(C_5)=0{,}21$, $K(C_6)=0{,}40$. Максимальное значение обобщающего критерия соответствует СК «Лига».

Таблица 3

Страховая компания	Совокупные активы, д.е.	Прирост совокупных активов за предыдущий год, %	Страховые резервы, д.е.	Уставный капитал, д.е.	Капитал на 01.01.2007 г.	Чистая прибыль, д.е.	Рейтинг по взносам, у.е.
Промышленная СК	0,1008	0,0674	0,0119	0,0200	0,1500	0,0018	0,0167
Группа «Альфа Страхование»	0,0926	0,1319	0,0906	0,0500	0,0090	0,0023	0,0333
СК «РОСНО»	0,0984	0,2500	0,1073	0,0173	0,0972	0,1524	0,0500
СК «Лига»	0,1300	0,1498	0,1200	0,0300	0,0900	0,2000	0,0667
СК «Якорь»	0,0602	0,0458	0,0052	0,0020	0,0150	0,0012	0,0833
«Национальная страховая группа»	0,0298	0,1809	0,0227	0,0194	0,0495	0,0001	0,1000

По методу мультипликативной свертки определяется оценка общей полезности для каждого варианта как взвешенное произведение критериев. Так $K(C_1)=0{,}16$, $K(C_2)=0{,}19$, $K(C_3)=0{,}75$, $K(C_4)=0{,}76$, $K(C_5)=0{,}09$, $K(C_6)=0{,}11$. Максимальное значение обобщающего критерия соответствует СК «Лига». Т.о., два критерия свидетельствуют в пользу страховой компании «Лига».

Принимая решения по оптимизации систем, следует учитывать внешние воздействия, ведущие как к улучшению вероятного результата, так и к его ухудшении. Так, например, в экономической системе нередко возникают ситуации, когда на общем поле действуют сразу несколько заинтересованных лиц, каждое из которых имеет свою собственную цель, не совпадающую, а иногда и противоположную целям других участников. В таких ситуациях при выборе решений всегда необходимо учитывать возможные действия оппонентов, поскольку они непосредственно влияют на качество принимаемых решений.

Примером является «Нефтедобывающий конфликт». Две нефтедобывающие компании F_1 и F_2 имеют лицензию на разработку месторождения нефти, запасы которого оцениваются в 1,2 млн. т. По требованиям экологов к разработке месторождения допускаются комплексы добывающего оборудования только двух типов: «W» и «N», причем возможен монтаж и эксплуатация только одного из указанных комплексов. Характеристики комплексов различны и указаны в табл. 4.

Таблица 4

Тип оборудования	Стоимость монтажа, млн. $	Производительность, млн. т/год	Стоимость эксплуатации, млн. $/год
W	50	0,4	20
N	10	0,1	10

Добытая компаниями нефть будет реализована по цене 150$ за 1 тонну. Требуется определить, стоит ли участвовать в разработке месторождения и, если да, то какого типа оборудование монтировать. Решения о выборе оборудования компаниями F_1 и F_2 принимаются независимо друг от друга. Для простоты предполагается, что прочих объектов для инвестиций у компаний нет.

Обозначим через P_W и P_N годовые прибыли, которые могут быть получены при использовании добывающих комплексов «W» и «N» соответственно. Тогда

$$P_W = 150 \cdot 0{,}4 - 20 = 40 \text{ млн. \$/год;}$$

$$P_N = 150 \cdot 0{,}1 - 10 = 5 \text{ млн. \$/год.}$$

На первый взгляд кажется, что выгоднее смонтировать более производительный комплекс «W», так как он в 4 раза производительнее и в 8 раз прибыльнее. Тем не менее, более внимательный подход показывает, что оптимальное решение для каждой из компаний будет зависеть от действий другой. В результате компании как бы вступают в игру друг с другом, пытаясь получить максимум прибыли. Рассмотрим все возможные ситуации в такой игре. Имеется всего четыре ситуации:

1. «W-W». Симметричный случай. Обе компании решают монтировать оборудование типа «W». Тогда время эксплуатации месторождения (вплоть до исчерпания его запасов) составит $t_{W-W} = 1{,}2/(0{,}4+0{,}4) = 1{,}5$ года. Обе компании получат одинаковое количество нефти, выручка за которую составит $150 \cdot 600000 = 90000000 = 90$ млн. \$. Затраты же составят: $50(\text{монтаж}) + 20 \cdot 1{,}5(\text{эксплуатация}) = 80$ 80 млн. \$. Итоговая прибыль для каждой из компаний будет равна $90 - 80 = 10$ млн. \$.

2. «N - N». Второй симметричный случай. Обе компании решают монтировать оборудование типа «N». Тогда время эксплуатации месторождения (вплоть до исчерпания его запасов) составит $t_{N-N} = 1{,}2/(0{,}1+0{,}1) = 6$ лет. И в этом случае обе компании получат одинаковое количество нефти, выручка за которую составит $150 \cdot 600000 = 90000000 = 90$ млн. \$. Затраты же составят: $50(\text{монтаж}) + 10 \cdot 6(\text{эксплуатация}) = 70$ млн. \$. Итоговая прибыль для каждой из компаний будет равна $90 - 70 = 20$ млн. \$.

3. «W-N». Первая компания монтирует более производительное оборудование «W», а вторая - «N». Общее время эксплуатации месторождения составит $1{,}2/(0{,}4+0{,}1) = 2{,}4$ года.

Выручка компании F_1 будет равна $150 \cdot (2{,}4 \cdot 0{,}4) = 144$ млн. \$. Затраты же F_1 составят $50 + 20 \cdot 2{,}4 = 98$ млн. \$. Итоговая прибыль для F_1 будет, таким образом, равна $144 - 98 = 46$ млн. \$.

Выручка компании F_2 будет равна $150 \cdot (2{,}4 \cdot 0{,}1) = 36$ млн. \$. Затраты же F_2 составят $10 + 10 \cdot 2{,}4 = 34$ млн. \$. Итоговая прибыль для F_2 будет, таким образом, равна $36 - 34 = 2$ млн. \$.

4. «N - W». Ситуация аналогична рассмотренной выше «W - N». Компании просто «меняются» местами, что в итоге ведет к смене их итоговых прибылей.

Полученные значения прибылей компаний удобно представить в виде таблицы пар чисел, называемой платежной биматрицей игры двух лиц (компаний F_1 и F_2), первое число в каждой паре чисел таблицы означает итоговую прибыль фирмы F_1, а второе - прибыль F_2.

Таблица 5

Компания F_2 / Компания F_1	W	N
W	10,10	46,2
N	2,46	20,20

Полученная платежная биматрица и является основой для анализа игры и выработки оптимальных стратегий ее участниками. Из нее следует, в частности, что если обе компании, действуя независимо, пойдут одновременно на монтаж более производительного оборудования «W», то получат вдвое меньше итоговой прибыли, чем при ситуации «N - N».

Логичным и справедливым решением данной игры явился бы сговор компаний на ситуации «N - N». Однако каждая компания при этом будет испытывать соблазн отклониться от «N» к «W» при условии, что оппонент при этом будет реализовывать «N». Таким образом, для реализации «N - N» очень важно доверие сторон.

Приведенный пример является примером простейшего конфликта двух субъектов экономики. Реальные конфликты намного сложнее и для их разрешения все чаще привлекаются модели и методы специального раздела математики - теории игр.

Важными видами игровых результатов являются:

1. Равновесие по Парето: ситуация, когда невозможно увеличить благосостояние одного игрока без нанесения ущерба другому. Его можно проиллюстрировать при помощи дилеммы заключенных в ее классическом виде (табл. 5), где два подельника поодиночке выбирают стратегию «сознаться» или «отрицать». Сговор между ними исключен, а сама игра разыгрывается один раз.

Равновесие по Парето здесь имело бы место при выборе обоими стратегии «отрицать» (-3,-3). Здесь достигается максимальное общее благосостояние в смысле минимизации потерь в виде срока заключения. При этом нельзя уменьшить срок кого-либо из заключенных, не увеличив срока другого.

2. Равновесие доминирующих стратегий: ситуация, когда стратегия каждого игрока оптимальна независимо от стратегии другого игрока. Если мы снова обратимся к дилемме заключенных (табл. 6), то можно увидеть, что для подельника А оптимальной стратегией является признать вину, независимо от стратегии подельника В, поскольку в этом случае его срок будет от 1 до 5 лет, а в случае отрицания вины срок будет составлять от 3 до 7 лет. Те же рассуждения справедливы и для подельника В. Следовательно равновесие доминирующих стратегий будет достигнуто во II квадранте (-5,-5).

Таблица 6

Игрок В / Игрок А	Отрицать	Сознаться
Отрицать	-3,-3	-7,-1
Сознаться	-1,-7	-5,-5

3. Равновесие Нэша: ситуация, когда стратегия каждого игрока оптимальна при заданной (ожидаемой) стратегии другого игрока; при этом никому не выгодно в одностороннем порядке изменять свою стратегию. Данная ситуация иллюстрируется в табл. 6, где имеется две точки равновесия во II (1,2) и в IV (2,1) квадрантах. Например, если игроки находятся в IV квадранте, можно увидеть, что для игрока В переход от стратегии B_1 к стратегии B_2 привел бы к уменьшению благосостояния с 1 до 0. Также и для игрока А переход от A_1 к A_2, привел бы уменьшению благосостояния с 2 до 0. Такая же ситуация наблюдается и в квадранте II.

Таблица 7

Игрок В / Игрок А	B_1	B_2
A_1	2,1	0,0
A_2	0,0	1,2

4. Отсутствие равновесия Нэша: ситуация, когда при любом наборе стратегий двух игроков одному из них выгодно изменить свою стратегию. Так, в табл. 8 если В выбирает B_1 то А выгодно выбрать A_2; в ответ на эту стратегию А для В выгодно выбрать B_2; при данной стратегии В, для А выгодно выбрать A_1 наконец, В в этом случае выгодно выбрать B_1 Получается, что значения выигрышей игроков

будут постоянно вращаться против часовой стрелки. Здесь не может быть достигнуто равновесия, поскольку в каждый момент одному из игроков выгодно изменить стратегию.

Таблица 8

Игрок B / Игрок A	B_1	B_2
A_1	0,0	0,-1
A_2	1,0	-1,3

Очевидно, что в состоянии равновесия по Парето они не нужны. В отношении же остальных трех случаев их значение может заключаться в следующем:

1. достижении равновесия по Парето, когда имеется равновесие доминирующих стратегий или равновесие Нэша при наличии дилеммы заключенных;
2. достижении равновесия Нэша посредством смешанных стратегий, когда для чистых стратегий равновесие Нэша отсутствует;
3. если равновесие Нэша не единственно, выбор одного их них посредством эволюционно-стабильных стратегий.

Повторяющиеся игры принято разграничивать на конечные и бесконечные. Так при наличии дилеммы заключенных разовые и повторяющиеся конечные игры приводят к одним и тем же последствиям в плане размещения ресурсов, а именно они не обеспечивают равновесия по Парето. Данный результат получил название парадокса обратной индукции. Данный парадокс объясняется тем, что последний, n-ный, период в повторяющейся конечной игре не отличается для игроков от разовой игры и, следовательно, в ней оба будут соперничать. Далее, в $(n-1)$-ом периоде оба игрока поступят также, поскольку понимают, что независимо от их поведения в данном периоде в последнем периоде сотрудничества между ними не состоится. Это связано с тем, что стимулом к сотрудничеству для игрока может быть ожидание выгод от сотрудничества другого игрока в следующих периодах. Поскольку же в последнем периоде, как было показано, сотрудничества точно не состоится, то в предпоследнем периоде такого стимула, связанного с ожидаемыми выгодами от сотрудничества, не будет. Те же соображения могут быть приведены и в отношении всех остальных более

ранних периодов. Таким образом, необходимым условием достижения равновесия по Парето в повторяющихся играх является их бесконечный характер или неопределенность их длительности.

Теперь рассмотрим достижение равновесия в бесконечной игре. Каждый из игроков выбирает стратегию, исходя из стремления к максимизации своего выигрыша. Приведенная стоимость бесконечной последовательности выигрышей будет иметь вид:

$$B_1 + \delta \cdot B_2 + \delta^2 \cdot B_3 + \ldots = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^{t-1} \cdot B_t \, , \; \delta = \frac{1}{1+r} ,$$

где $B_1, B_2, \ldots$ - бесконечная последовательность выигрышей, δ - дисконтирующий фактор, а для игры с неопределенным количеством периодов (что гораздо ближе к реальным ситуациям) это будет вероятность наступления следующего периода игры, r - ставка процента за период t. Выигрыши игроков представлены в табл. 9.

Таблица 9

Игрок B / Игрок A	B_1	B_2
A_1	4,4	0,5
A_2	5,0	1,1

Чтобы выяснить условия, при которых i-ый игрок будет придерживаться стратегии сотрудничества, необходимо вычислить выигрыши при обеих стратегиях. Для стратегии сотрудничества и соперничества выигрыши будут составлять, соответственно

$$4 + 4 \cdot \delta + 4 \cdot \delta^2 + \ldots = \frac{4}{1-\delta} , \; 5 + 1 \cdot \delta + 1 \cdot \delta^2 + \ldots = 5 + \frac{\delta}{1-\delta} .$$

Сопоставляя эти величины, можно определить условия оптимальности стратегии сотрудничества:

$$\frac{4}{1-\delta} \geq 5 + \frac{\delta}{1-\delta}, \text{ откуда } \delta \geq \frac{1}{4} .$$

Следовательно, сотрудничество и вызываемое им равновесие по Парето будут иметь место при условии превышения величины δ определенного уровня. Таким образом, оценка будущих выигрышей или вероятность продолжения отношений напрямую определяет выгодность стратегии сотрудничества.

1.3. Принятие решений в системах

Процессы принятия решений в различных сферах деятельности во многом аналогичны. Поэтому необходим универсальный метод поддержки принятия решений, соответствующий естественному ходу человеческого мышления.

Часто экономические, медицинские, политические, социальные, управленческие проблемы имеют несколько вариантов решений. Зачастую, выбирая одно решение из множества возможных, лицо, принимающее решение, руководствуется только интуитивными представлениями. Вследствие этого принятие решения имеет неопределенный характер, что сказывается на качестве принимаемых решений.

С целью придания ясности процесс подготовки принятия решения на всех этапах сопровождается количественным выражением таких категорий как «предпочтительность», «важность», «желательность» и т.п.

Задачи принятия решения можно рассмотреть следующим образом. Пусть имеются:

1) несколько однотипных альтернатив (объектов, действий и т.п.),

2) главный критерий (главная цель) сравнения альтернатив,

3) несколько групп однотипных факторов (частных критериев, объектов, действий и т.п.), влияющих известным образом на отбор альтернатив.

Требуется каждой альтернативе поставить в соответствие приоритет (число) – получить рейтинг альтернатив. Причем чем более предпочтительна альтернатива по избранному критерию, тем больше ее приоритет. Принятие решений основывается на величинах приоритетов.

Так, например: руководителю фирмы требуется решить, какую программу для бухучета следует приобрести. Альтернативы – предлагаемые на рынке программы: «1С», «Парус», «С2», «Бухгалтер–3», «Программа, изготовленная на заказ». Главная цель – выбор наилучшей программы для бухучета. Факторы, определяющие выбор - параметры программы: стоимость, защищенность информации, гибкость настройки, расширяемость, нетребовательность к ресурсам и др. Составляется рейтинг программ.

Принимается решение - купить программу, которая стоит первой в рейтинге.

Для принятия решений в условиях неопределенности и риска, когда выбор между альтернативами решения осуществляется на базе оценок вероятности наступления тех или иных последствий, обычно используется Decision-анализ. Известен целый ряд методов decision-анализа, в числе которых можно указать метод построения матриц последствий, метод анализа иерархий, метод DPL и др. Рассмотрим один из важнейших инструментов decision-анализа – метод построения деревьев решений. На рис. 3 изображено дерево решений, описывающее ситуацию, в которой геологическая компания принимает решение о бурении нефтяной скважины. Чтобы повысить шансы на успех, компания может провести дополнительные весьма дорогие сейсмические испытания и затем принимать решение о бурении уже с учетом полученных данных.

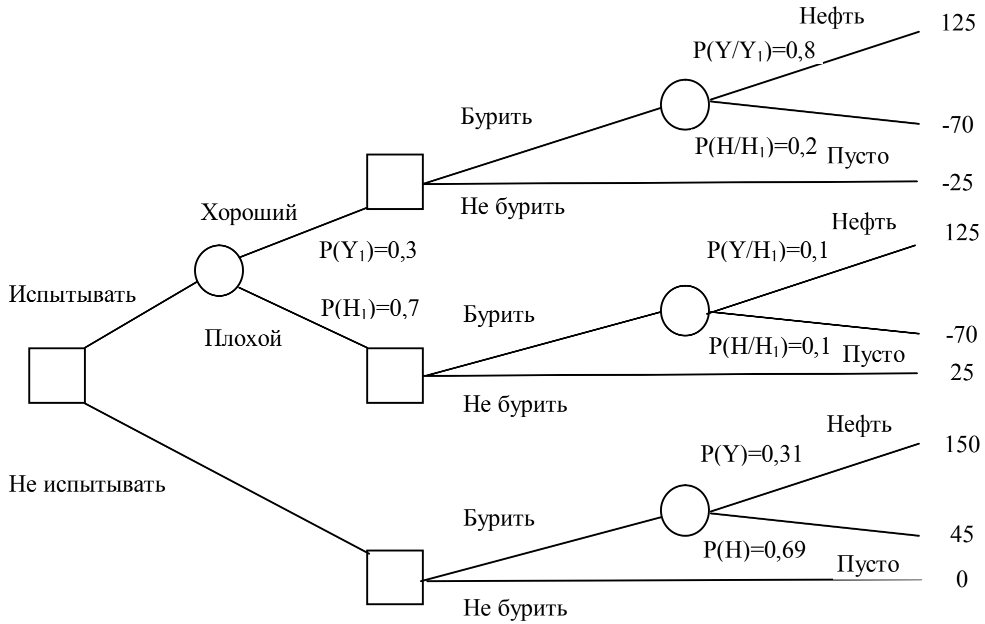


Рисунок 3 – Дерево решений, описывающее процесс бурения нефти

Таким образом, мы имеем две пары альтернатив (проводить или не проводить испытания и бурить или не бурить), изображенных на рисунке квадратиками. Окончательные финансовые последствия каждого возможного исхода изображены в правой части рисунка оценками прибыли или потерь.

Как только дерево решений построено, следует приступить к расчетам, чтобы определить, по какому из альтернативных путей нужно следовать. Для этого следует предварительно указать оценки вероятности последствий каждого из событий, изображаемых кружками (в данном случае мы имеем два события - испытания и бурение). Так, вероятности $P(Y)=0{,}31$ и $P(H)=0{,}69$ соответственно выражают шансы на удачу или неудачу бурения в случае отсутствия испытаний, а $P(Y/Y_1)=0{,}8$ и $P(H/Y_1)=0{,}2$ шансы на успех или неудачу бурения при благоприятном результате испытаний.

Использование метода деревьев решений (и других методов decision-анализа) целесообразно в тех системах, где накоплен значительный опыт и имеется ретроспективная информация, облегчающая обоснованное определение оценок вероятности, а также последствий принимаемых решений.

Если решение принимается в условиях риска, то стоимости альтернативных решений обычно описываются вероятностными распределениями. По этой причине принимаемое решение основывается на использовании критерия ожидаемого значения, в соответствии с которым альтернативные решения сравниваются с точки зрения максимизации ожидаемой прибыли или минимизации ожидаемых затрат. Предполагается, что прибыль (затраты), связанные с каждым альтернативным решением, является случайной величиной.
Примером таких ситуаций может быть ситуация управления проектами. При управлении проектами довольно часто приходится решать задачу выбора проектов для инвестирования, предлагаемых различными компаниями, акции которых представлены на фондовой бирже.

Предположим, что вы хотите вложить на фондовой бирже 10 тыс. долл. в акции одной из двух компаний: А или В. Акции компании А являются рискованными, но могут принести 50% прибыли от суммы инвестиции на протяжении следующего года. Если условия фондовой биржи будут неблагоприятны, сумма инвестиций может обесцениться на 20%. Компания В обеспечивает безопасность инвестиций с 15% прибыли в условиях повышения котировок на бирже и только 5% - в условиях понижения котировок. Все аналитические публикации, с которыми можно познакомиться, с вероятностью 60% прогнозируют повышение котировок и с вероятностью 40% - понижение котировок. В какую компанию следует вложить деньги?

Информация, связанная с принятием решения, представлена в табл. 10.

Таблица 10

Альтернативное решение	Прибыль от инвестиции за один год, долл.	
	При повышении котировок	При понижении котировок
Акции компании А	5000	-2000
Акции компании В	1500	500
Вероятность события	0,6	0,4

Эта задача может быть представлена в виде дерева решений, показанного на рис. 4. На этом рисунке используется два типа вершин: квадратик представляет «решающую» вершину, а кружок – «случайную». Таким образом, из вершины 1 («решающая») выходят две ветви, представляющие альтернативы, связанные с покупкой акций компании А или В. Далее две ветви, выходящие из «случайных» вершин 2 и 3, соответствуют случаям повышения и понижения котировок на бирже с вероятностями их появления и Исходя из схемы, получаем ожидаемую прибыль за год для каждой из двух альтернатив:

Для акций компании А: $5000\cdot 0{,}6-2000\cdot 0{,}4=2200$ долл.

Для акций компании В: $1500\cdot 0{,}6+500\cdot 0{,}4=1100$ долл.

Решением, основанным на этих вычислениях, является покупка акций компании А.

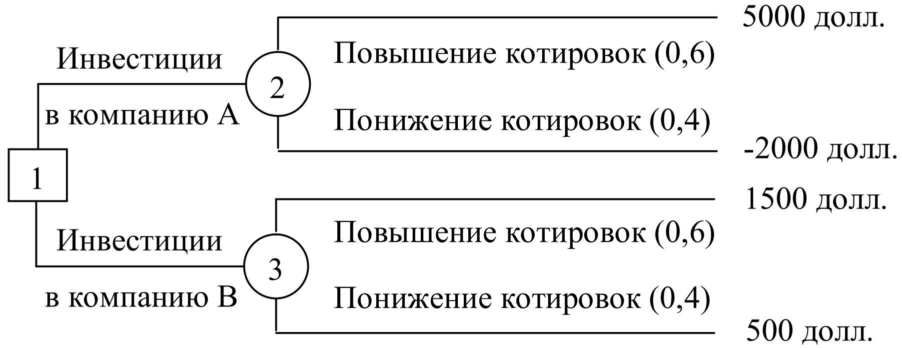


Рисунок 4 – Дерево решений, описывающее процесс приобретения акций

В теории принятия решений повышение и понижение котировок на бирже именуются состояниями природы, возможные реализации которых являются случайными событиями. В общем случае задача принятия решений может включать n состояний природы и m альтернатив. Если P_j - вероятность j-го состояния природы, а a_{ij} - платеж, связанный с принятием решения i при состоянии природы j $\left(i=\overline{1,m},\, j=\overline{1,n}\right)$, тогда ожидаемый платеж для решения i вычисляется в виде

$$MV_i = a_{i1}\cdot P_{i1} + \ldots + a_{in}\cdot P_{in},\ \left(i=\overline{1,m}\right),$$

где по определению $P_1 + \ldots + P_n = 1$.

Наилучшим решением будет то, которое соответствует $MV_i^* = \max\limits_i MV_i$ или $MV_i^* = \min\limits_i MV_i$, в зависимости от того, является ли платеж в задаче доходом (прибылью) или убытком (затратами).

Для демонстрации других возможностей применения критерия ожидаемого значения рассмотрим ситуацию принятия решения, в которой плата является математической функцией альтернативных решений. В этом случае представление задачи в виде дерева решений хотя и является возможным, но может быть не столь полезным, как в предыдущем примере. Рассмотрим условный пример.

Электроэнергетическая компания использует парк из 20 грузовых автомобилей для обслуживания электрической сети. Компания планирует периодический профилактический ремонт автомобилей. Вероятность P_i поломки автомобиля по истечении t месяцев после профилактического ремонта оценивается следующим образом.

Таблица 11

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	≥10
P_i	0,05	0,07	0,10	0,13	0,18	0,23	0,33	0,43	0,50	0,55

Случайная поломка одного грузового автомобиля обходится компании в 200 долл., а плановый профилактический ремонт в 50 долл. Необходимо определить оптимальный период (в месяцах) между плановыми профилактическими ремонтами.

Обозначим через N искомое число месяцев между профилактическими ремонтами. На протяжении N-месячного цикла могут иметь место два вида расходов: 1) затраты, связанные с устранением поломки автомобиля на протяжении первых $N-1$ месяцев и 2) затраты на профилактический ремонт в конце цикла. Затраты второго вида (профилактический ремонт) составляют 50 долл.×20 автомобилей, т.е. 1000 долл. На цикл. Затраты, связанные с устранением поломок автомобилей, должны основываться на среднем количестве автомобилей, вышедших из строя на протяжении первых $N-1$ месяцев цикла. Здесь мы имеем два состояния по истечении месяца t: поломка автомобиля с вероятностью P_i и ее отсутствие с вероятностью $1-P_i$. Следовательно, ожидаемое число поломок по истечении месяца t равно количеству автомашин в парке, умноженному на P_i, т.е. $20\cdot P_i$. Используя этот результат, подсчитаем ожидаемое общее число сломавшихся автомобилей на протяжении первых $N-1$ месяцев цикла в виде суммы соответствующих величин для каждого месяца в отдельности, т.е. $20P_1 + 20P_2 + \ldots + 20P_{N-1}$. Обозначив через $EC(N)$ общую ожидаемую стоимость для цикла между профилактическими ремонтами, имеем следующее:

$$EC(N) = 1000 + 200\cdot 20\left(P_1 + P_2 + \ldots + P_{N-1}\right).$$

Задача выбора решения компанией сводится таким образом к определению длины цикла N, которая минимизирует общие ожидаемые затраты за один месяц $ECPM(N)$, т.е. величину

$$ECPM(N) = \frac{EC(N)}{N} = \frac{1000 + 4000\sum_{i=1}^{N-1} P_i}{N}.$$

Минимизацию функции $ECPM(N)$ нельзя выполнить в явной форме. Вместо этого используется табличная форма нахождения решения.

Таблица 12

N	P_N	$\sum P_i$	$ECPM(N)$
1	0,05	0	1000
2	0,07	0,05	600
3	0,10	0,12	493
4	0,13	0,22	470
5	0,18	0,35	480
6	0,23	0,53	520

Вычисления показывают, что $ECPM(N)$ достигает своего минимума при $N = 4$. Следовательно, профилактический ремонт автомобилей нужно выполнять каждые четыре месяца.

Рассмотрим три модификации критерия ожидаемого значения. Первая состоит в определении апостериорных вероятностей на основе эксперимента над исследуемой системой, вторая – в полезности реальной стоимости денег, а третья модифицирует критерий ожидаемого значения таким образом, что он может быть использован для принятия решений при краткосрочном планировании.

Распределения вероятностей, которые используются при формулировке критерия ожидаемого значения, получаются, как правило, из накопленной ранее информации. В некоторых случаях оказывается возможным модифицировать эти вероятности с помощью текущей и/или полученной ранее информации, которая обычно основывается на исследовании выборочных (или экспериментальных) данных. Получаемые при этом вероятности называют апостериорными (или Байесовскими), в отличие от априорных, полученных из исходной информации.

Следующий условный пример показывает, как рассмотренный выше критерий ожидаемого значения можно модифицировать так, чтобы воспользоваться новой информацией, содержащейся в апостериорных вероятностях.

В примере о приобретении акций априорные вероятности 0,6 и 0,4 повышения и понижения котировок акций на бирже были определены из наличных публикаций финансового характера. Предположим, вместо того чтобы полностью полагаться на эти публикации, вы решили провести исследование путем консультаций с экспертом, который хорошо разбирается в вопросах, касающихся фондовой биржи. Эксперт высказывает общее мнение «за» или «против» инвестиций. Это мнение в дальнейшем определяется количественно следующим образом. При повышении котировок его мнение с 90% вероятностью будет «за», при снижении котировок вероятность его мнения «за» уменьшится до 50%. Каким образом можно извлечь пользу из этой дополнительной информации?

Мнение эксперта фактически представляет условные вероятности «за – против» при заданных состояниях природы в виде повышения и понижения котировок. Введем следующие обозначения:

v_1 - мнение «за»; v_2 - мнение «против»;

m_1 - повышение котировок; m_1 - понижение котировок.

Мнение эксперта можно записать в виде вероятностных соотношений следующим образом:

$P\{m_1 \mid v_1\} = 0{,}9$, $P\{m_1 \mid v_2\} = 0{,}1$,

$P\{m_2 \mid v_1\} = 0{,}5$, $P\{m_2 \mid v_2\} = 0{,}5$.

С помощью этой дополнительной информации задачу выбора решения можно сформулировать следующим образом.

1. Если мнение эксперта «за», акции какой компании следует покупать - A или B.

2. Если мнение эксперта «против», акции какой компании следует покупать - A или B.

Рассматриваемую задачу можно представить в виде дерева решений, показанного на рис 5. Узлу 1 здесь соответствует случайное событие, мнение эксперта, с соответствующими вероятностями «за» или «против». Узлы 2 и 3 представляют выбор между компаниями A и B при известном мнении эксперта «за» или «против» соответственно.

Узлы 4-7 соответствуют случайным событиям, связанным с повышением и понижением котировок.

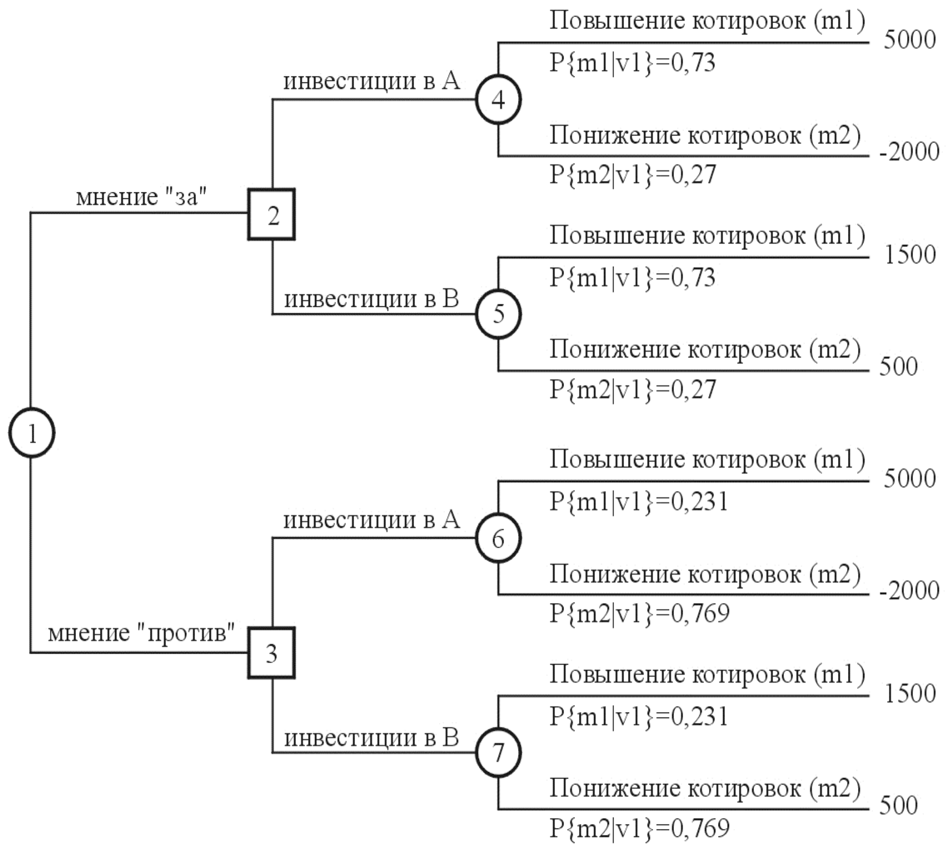


Рисунок 5 – Дерево решений, описывающее процесс приобретения акций с учетом мнений экспертов

Для оценки различных альтернатив, показанных на рис. 5, необходимо вычислить апостериорные вероятности $P\{m_i \mid v_j\}$, указанные на соответствующих ветвях, выходящих из узлов 4-7. Эти апостериорные вероятности вычисляются с учетом дополнительной информации, содержащейся в рекомендациях эксперта, с помощью следующих действий.

Шаг 1. Условные вероятности $P\{m_i \mid v_j\}$ для данной задачи запишем следующим образом: $P\{m_i \mid v_j\} = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,1 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$.

Шаг 2. Вычисляем вероятности совместного появления событий. $P\{m_i, v_j\} = P\{v_j \mid m_i\}P(m_i)$ для всех i и j.

При заданных априорных вероятностях $P\{m_1\} = 0,6$ и $P\{m_2\} = 0,4$ вероятности совместного появления событий определяются умножением первой и второй строк таблицы, полученной на шаге 1, на 0,6 и 0,4 соответственно. В результате получаем: $P\{m_i, v_j\} = \begin{pmatrix} 0,54 & 0,06 \\ 0,20 & 0,20 \end{pmatrix}$

Сумма всех элементов этой таблицы равна 1.

Шаг 3. Вычисляем абсолютные вероятности.

$P(v_j) = \sum_i P\{m_i, v_j\}$ для всех j.

Эти вероятности получаются путем суммирования элементов соответствующих столбцов таблицы, полученной на шаге 2. В итоге имеем следующее: $P\{v_1\} = 0,74$, $P\{v_2\} = 0,26$.

Шаг 4. Определяем искомые апостериорные вероятности по формуле $P\{m_i \mid v_j\} = P\{v_j, m_i\} / P(v_j)$.

Эти вероятности вычисляются в результате деления каждого столбца таблицы, полученной на шаге 2, на элемент соответствующего столбца таблицы, вычисленной на шаге 3, что приводит к следующим результатам (округленным до трех десятичных знаков): $P\{m_i \mid v_j\} = \begin{pmatrix} 0,27 & 0,769 \\ 0,27 & 0,769 \end{pmatrix}$

Это те вероятности, которые показаны на рис. 5. Они отличаются от исходных априорных вероятностей $P\{m_1\} = 0,6$ и $P\{m_2\} = 0,4$. Теперь можно оценить альтернативные решения, основанные на ожидаемых платежах для узлов 4 - 7.

Мнение «за»:

Доход от акций компании А в узле 4 равен

$$5000 \cdot 0,73 + (-2000) \cdot 0,27 = 3110 \text{ долл.}$$

Доход от акций компании В в узле 5 равен

$$1500 \cdot 0{,}73 + 500 \cdot 0{,}27 = 3110 \text{ долл.}$$

Решение: инвестировать в акции компании А.

Мнение «против»:

Доход от акций компании А в узле 6 равен

$$5000 \cdot 0{,}231 + (-2000) \cdot 0{,}769 = -383 \text{ долл.}$$

Доход от акций компании В в узле 7 равен

$$1500 \cdot 0{,}231 + 500 \cdot 0{,}769 = 731 \text{ долл.}$$

Решение: инвестировать в акции компании В.

Заметим, что предыдущие решения эквивалентны утверждению, что ожидаемые платы в узлах 2 и 3 равны 3110 и 731 долл. соответственно. Следовательно, при известных вероятностях $P\{v_1\} = 0{,}74$ и $P\{v_2\} = 0{,}26$, вычисленных на шаге 3, можно вычислить ожидаемую плату для всего дерева решений.

Рассмотренные подходы к выбору процедур решения могут использоваться не только для индивидуальных решений, но также для групповых и принимаемых на уровне организаций. Выбор процедур решения (анализа, оценки и выбора) определяется особенностями проблемы и ЛПР, наличием ресурсов и условиями лигитимации решения.

1.4. Модели принятия решений

Поддержка принятия решений на базе использования информационных систем предназначена для обеспечения пользователей различного рода данными, информацией и знаниями, облегчающими принятие ими эффективных решений. В структуре поддержки при этом выделяются три составляющие: информационная – для обеспечения пользователя необходимыми данными, модельная – для обеспечения пользователя аналитическими данными о взаимосвязях в исследуемой системе и возможном ее поведении в будущем и, наконец, экспертная, призванная снабдить пользователя правилами и знаниями формирования дедуктивного вывода и экспертного анализа человеческих эмпирик для выбора эффективных вариантов решения задачи.

Рассматривая функциональное назначение составляющих компонент поддержки, следует отметить, что часто, данных, предоставленных пользователю по линии информационной поддержки, недостаточно для построения и оценки альтернатив принимаемого решения. В таком случае необходима модельная поддержка (моделирование). На основе модельной поддержки, реализуемой через построение модели проблемной ситуации, пользователь может получить недостающую ему для принятия решения информацию путем установления диалога с моделью в процессе ее исследования. Наиболее распространены количественные модели, дающие математическую интерпретацию проблемы. Частным случаем количественных моделей являются имитационные модели. Идея имитации состоит в:

1) математическом описании реальной ситуации;
2) изучении ее свойств и особенностей;
3) формировании выводов и принятии решений, связанных с воздействием на эту ситуацию и основанных на результатах имитации.

При этом реальная система не подвергается воздействию до тех пор, пока преимущества и недостатки тех или иных управленческих решений не будут оценены с помощью модели этой системы. В процессе имитации используется метод Монте-Карло, состоящий из следующих этапов:

1) установления распределения вероятностей для существенных переменных;

2) построения интегрального распределения вероятности для всех переменных;

3) установление интервала случайных чисел для каждой переменной;

4) генерация случайных чисел;

5) имитация путем многих попыток.

Рассмотрим возможности применения имитационного моделирования к системам массового обслуживания. В табл. 13 представлен спрос на автомашины в одном из автосалонов

Таблица 13

Спрос	Частота	Вероятность реализации	Суммарная вероятность	Интервалы случайных чисел
0	10	10/200 = 0,05	0,05	от 01 до 05
1	20	20/200 = 0,10	0,15	от 06 до 15
2	40	40/200 = 0,20	0,35	от 16 до 35
3	60	60/200 = 0,30	0,65	от 36 до 65
4	40	40/200 = 0,20	0,85	от 66 до 85
5	30	30/200 = 0,15	1,00	от 86 до 100

Проимитируем спрос на автомашины в течение 10 последовательных дней. Для этого из таблицы случайных чисел (табл. 15) выбираем произвольные рядом стоящие значения:

Таблица 14

Номер дня	Случайное число	Имитированный дневной спрос
1	52	3
2	37	3
3	82	4
4	69	4
5	98	5
6	96	5
7	33	2
8	50	3
9	88	5
10	90	5

По результатам оцениваем средний ежедневный спрос $39/10 = 3{,}9$.

Таблица 15

Таблица случайных чисел

52	06	50	88	53	30	10	47	99	37	66	91	35	32	00	84	57	07
37	63	28	02	74	35	24	03	29	60	74	85	90	73	59	55	17	60
82	57	68	28	05	94	03	11	27	79	90	87	92	41	09	25	36	77
69	02	36	49	71	99	32	10	75	21	95	90	94	38	97	71	72	49
98	94	90	36	06	78	23	67	89	85	29	21	25	73	69	34	85	76
96	52	62	87	49	56	59	23	78	71	72	90	57	01	98	57	31	95
33	69	27	21	11	60	95	89	68	48	17	89	34	09	93	50	44	51
50	33	60	95	13	44	34	62	64	39	55	29	30	64	49	44	30	16
88	32	18	50	62	57	34	56	62	31	15	40	90	34	51	95	26	14
90	30	36	24	69	82	51	74	30	35	36	85	01	55	92	64	09	85
50	48	61	18	85	23	08	54	17	12	80	69	24	84	92	16	49	59
27	88	21	62	69	64	48	31	12	73	02	68	00	16	16	46	13	85
45	14	46	32	13	49	66	62	74	41	86	98	92	98	84	54	33	40
81	02	01	78	82	74	97	37	45	31	94	99	42	49	27	64	89	42
66	83	14	74	27	76	03	33	11	97	59	81	72	00	64	61	13	52
74	05	81	82	93	09	96	33	52	78	13	06	28	30	94	23	37	39
30	34	87	01	74	11	46	82	59	94	25	34	32	23	17	01	58	73
59	55	72	33	62	13	74	68	22	44	42	09	32	46	71	79	45	89
67	09	80	98	99	25	77	50	03	32	36	63	65	75	94	19	95	88
60	77	46	63	71	69	44	22	03	85	14	48	69	13	30	50	33	24
60	08	19	29	36	72	30	27	50	64	85	72	75	29	87	05	75	01
80	45	86	99	02	34	87	08	86	84	49	76	24	08	01	86	29	11
53	84	49	63	26	65	72	84	85	63	26	02	75	26	92	62	40	67
69	84	12	94	51	36	17	02	15	29	16	52	56	43	26	22	08	62
37	77	13	10	02	18	31	19	32	85	31	94	81	43	31	58	33	51

Следующий пример демонстрирует имитационное моделирование системы управления запасами. Магазин электрооборудования продает электрические дрели. В течение 300 дней регистрировался дневной спрос на дрели. ной спрос на дрели. Распределение вероятностей величины спроса показано в табл. 16. Интегральные вероятности величин спроса показаны в четвертом столбце табл. 16. В пятом столбце определены интервалы случайных чисел для определения возможных значений спроса.

Таблица 16

Спрос на дрели	Частота	Вероятность	Интегральная вероятность	Интервалы
0	15	0,05	0,05	от 01 до 05
1	30	0,10	0,15	от 06 до 15
2	60	0,20	0,35	от 16 до 35
3	120	0,40	0,75	от 36 до 75
4	45	0,15	0,90	от 76 до 90
5	30	0,10	1,00	от 91 до 100

Когда менеджер делает заказ, чтобы возобновить запасы электрических дрелей, его выполнение происходит с лагом в 1, 2 или 3 дня. Это означает, что время восстановления запаса подчиняется вероятностному распределению. В табл. 17 показаны данные, позволяющие определить вероятности сроков выполнения заказов и интервалы случайных чисел на основе информации о 50 заказах.

Таблица 17

Срок выполнения заказа	Частота	Вероятность	Интегральная вероятность	Интервал случайных чисел
1	10	0,2	0,2	от 01 до 20
2	25	0,5	0,7	от 21 до 70
3	15	0,3	1,0	от 71 до 100

Первая стратегия резервирования, которую хочет имитировать менеджер – делать заказ в объеме 10 дрелей при запасе на складе 5 штук. Реализуется четырехшаговый процесс имитации:

1. Каждый имитируемый день начинается с проверки, поступил ли сделанный заказ. Если заказ выполнен, то текущий запас увеличивается на величину заказа (в данном случае – на 10 единиц).

2. Путем выбора случайного числа генерируется дневной спрос для соответствующего распределения вероятностей.

3. Рассчитывается итоговый запас, равный исходному запасу за вычетом величины спроса. Если запас недостаточен для удовлетворения дневного спроса, спрос удовлетворяется, насколько это возможно. Фиксируется число нереализованных продаж.

4. Определяется, снизился ли запас до точки восстановления (в примере – 5 единиц). Если да, причем не ожидается поступления заказа, сделанного ранее, то делается заказ.

Первый эксперимент менеджера. Объем заказа – 10 штук, точка восстановления запаса – 5 штук.

Таблица 18

День	Поступление	Начальный запас	Случайное число	Спрос	Конечный запас	Потери продаж	Делать заказ?	Случайное число	Срок выполнения
1	0	10	06	1	9	0	нет		
2	0	9	63	3	6	0	нет		
3	0	6	57	3	3	0	да	02	1
4	0	3	94	5	0	2	нет		
5	10	10	52	3	7	0	нет		
6	0	7	69	3	4	0	да	33	2
7	0	4	32	2	2	0	нет		
8	0	2	30	2	0	0	нет		
9	10	10	48	3	7	0	нет		
10	0	7	88	4	3	0	да	14	1

Результат первого эксперимента менеджера:

$$\text{средний конечный запас} = \frac{41\,\text{единица}}{10\,\text{дней}} = 4{,}1\,\text{единица},$$

$$\text{среднее число упущенных продаж} = \frac{2\,\text{продажи}}{10\,\text{дней}} = 0{,}2\,\text{шт./день}.$$

Второй эксперимент менеджера. Менеджер оценил, что каждый заказ на дрели обходится ему в 100 д.е., хранение каждой дрели – в 50 д.е. в день, одна упущенная продажа в 800 д.е. Этой информации достаточно, чтобы оценить средние ежедневные затраты для этой стратегии управления запасами. Определяем три составляющие затрат:

$$\text{затраты на заказы} = 100 \cdot 0{,}3 = 30\ \text{д.е.},$$

$$\text{ежедневные затраты на хранение} = 50 \cdot 4{,}1 = 205\ \text{д.е.},$$

$$\text{ежедневные упущенные возможности} = 800 \cdot 0{,}2 = 160\ \text{д.е.}$$

Следовательно, общие ежедневные затраты составляют 395 д.е.

Преодолеть сложности начальных этапов создания системы призван структурный системный анализ, который характеризуется тем, что строится достаточно наглядная и формализованная модель системы, обладающая двумя важнейшими свойствами:

- структурированностью (при помощи небольшого числа типов структурных элементов);
- иерархией детализации (каждый структурный элемент может быть детально описан при помощи тех же методов, что и система в целом).

Структуризация является одним из эффективных элементов современных методологий, наглядным примером которых может служить методологии управления проектами. Для выявления и определения целей, состава и содержания проекта, организации планирования и контроля процессов осуществления проектов необходимо определить и построить структуру проекта, на основе которой строятся различные структурные модели проекта и его окружения, используемые в процессе управления проектом на протяжении всего его жизненного цикла.

В предыдущих примерах критерий ожидаемого значения применялся лишь в тех ситуациях, где платежи выражались в виде реальных денег. Имеются многочисленные случаи, когда при анализе следует использовать скорее полезность, чем реальную величину платежей. Для демонстрации этого предположим, что имеется шанс 50 на 50, что инвестиция в 20000 долл. или принесет прибыль в 40000 долл., или будет полностью потеряна. Соответствующая ожидаемая прибыль равна $40000 \cdot 0{,}5 - 20000 \cdot 0{,}5 = 10000$ долл. Хотя здесь ожидается прибыль в виде чистого дохода, разные люди могут по-разному интерпретировать полученный результат. Инвестор, который идет на риск, может сделать инвестицию, чтобы с вероятностью 50% получить прибыль в 40000 долл. Наоборот, осторожный инвестор может не выразить желания рисковать потерей 20000 долл. С этой точки зрения очевидно, что разные индивидуумы проявляют разное отношение к риску, т.е. они проявляют разную полезность по отношению к риску. Определение полезности является субъективным. Оно зависит от нашего отношения к риску. В этом разделе представим систематизированную процедуру числовой оценки отношения к риску ЛПР. Конечным результатом является функция полезности, которая занимает место реальных денег.

В примере, приведенном выше, наилучший платеж равен 40000 долл., а наихудший – -20000 долл. Следовательно, устанавливаем произвольную, но логическую шкалу полезности U, изменяющуюся от 0 до 100, где 0 соответствует полезности -20000 долл., а 100 соответствует полезности 40000 долл., т.е. $U(-20000) = 0$ и $U(40000) = 100$. Далее определяем полезность в точках между -20000 долл. и 40000 долл. для определения общего вида функции полезности.

Если отношение лица принимающего (ЛПР) решение беспристрастно к риску, то результирующая функция полезности является прямой линией, соединяющей точки (0, -20000) и (100, 40000). В этом случае, как реальные деньги, так и их полезность дают совпадающие решения. В более реальных ситуациях функция полезности может принимать другой вид, отражающий отношение к риску ЛПР. Рис.41 иллюстрирует вид функции полезности для трех индивидуумов X, Y, Z. Индивидуум X не расположен к риску (осторожен), т.к. проявляет большую чувствительность к потере, чем к прибыли. Индивидуум Z - противоположность в этом отношении индивидууму X; он настроен на риск. Это следует из того, что для индивидуума X при изменении в 10000 долл. вправо и влево от точки, соответствующей 0 долл., увеличение прибыли изменяет полезность на величину ab, которая меньше изменения полезности bc, обусловленной потерями такой же величины, т.е. $ab < bc$. В то же время такие же изменения в 10000 долл., относящиеся к индивидууму Z, обнаруживают противоположное поведение; здесь $de > ef$. Далее, индивидуум Y является нейтральным к риску, т.к. упомянутые изменения порождают одинаковые изменения полезности. В общем случае индивидуум может быть как не расположен к риску, так и настроен на риск, в зависимости от суммы риска. В этом случае соответствующая кривая полезности будет иметь вид удлиненной буквы S.

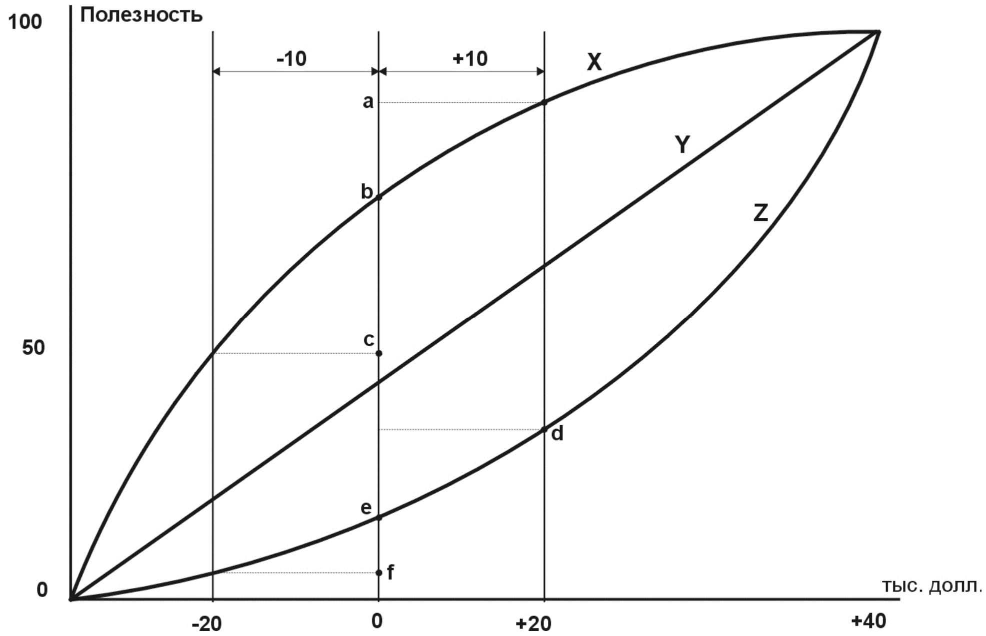


Рисунок 6 – Функция полезности

Кривые полезности, изображенные на рис. 6, определены с помощью количественного показателя, характеризующего отношение к риску ЛПР для различных значений уровня реальных денег в пределах установленного интервала. В рассмотренном примере установленным интервалом является (-20000, 40000), соответствующая полезность изменяется в интервале (0, 100). Необходимо определить полезность, соответствующую таким промежуточным значениям, например, как -10000 долл., 0 долл., 10000 долл., 20000 долл. или 30000 долл. Соответствующая процедура построения функции полезности начинается с того, что организовывается лотерея для определения суммы реальных денег x, для которой ожидаемое значение полезности будет вычислено по формуле:

$$U(x) = p \cdot U(-20000) + (1-p) \cdot U(40000) = p \cdot 0 + (1-p) \cdot 100 = 100 - 100 \cdot p$$

$$0 < p < 1.$$

Для определения значения $U(x)$ просят ЛПР сообщить свое предпочтение между гарантированной наличной суммой x и

возможностью сыграть в лотерею, в которой с вероятностью p реализуется проигрыш в сумме 20000 долл. и с вероятностью $1-p$ имеет место выигрыш в 40000. При этом под предпочтением понимается выбор значения «нейтральной» вероятности p, при котором с точки зрения ЛПР возможности сыграть в лотерею и получить гарантированную сумму x являются одинаково привлекательными. Например, если $x = 20000$ долл., ЛПР может заявить, что гарантированные 20000 долл. наличными и лотерея одинаково привлекательны при $p = 0{,}8$. В этом случае вычисляется полезность для $x = 20000$ по формуле: $U(20000) = 100 - 100 \cdot 0{,}8 = 20$.

Эта процедура продолжается до тех пор, пока не будет получено достаточное количество точек $(x, U(x))$ для определения формы функции полезности. Затем можно определить искомую функцию полезности путем регрессионного анализа или просто линейной интерполяции между полученными точками.

Хотя здесь применяется количественная процедура для определения функции полезности, сам подход далек от того, чтобы быть научно обоснованным. То, что процедура полностью определяется мнением ЛПР, порождает сомнения относительно надежности описанного процесса. Процедура, в частности, неявно предполагает, что ЛПР является рационально мыслящим - требование, которое не всегда может быть согласовано с вариациями в поведении и настроении, что является типичным для человеческой личности. В этом отношении ЛПР должно придерживаться концепции полезности в широком смысле, в соответствии с которой денежные величины не должны быть единственным решающим фактором в теории ПР.

Метод анализа иерархий, основанный на математическом планировании работы экспертов и обработке результатов экспертизы, является одним из методов решения различных неформализуемых проблем. Этапы метода анализа иерархий:

1. Определение проблемы.
2. Построение иерархии - декомпозиция проблемы на простые составляющие: от проблемы через промежуточные составляющие к самому нижнему уровню - перечню простых альтернатив.
3. Последовательная (для каждого уровня иерархии) оценка важности альтернатив с помощью метода парных сравнений.

4. Последовательная (для каждого уровня иерархии) оценка локальных приоритетов сравниваемых элементов.

5. Проверка согласованности локальных приоритетов.

6. Иерархический синтез решения проблемы.

Суть метода заключается в том, что сначала определяется перечень критериев выбора и вес, т.е. важность, каждого из этих критериев, а затем эксперты, участвующие в выборе, указывают для каждого из предложенных вариантов оценки по каждому критерию. Интегральные оценки каждого из вариантов, полученные с учетом оценок по всем критериям, можно легко сравнить.

Иерархия строится с вершины – цели анализа, через промежуточные уровни (критерии, по которым производится сравнение вариантов) к нижнему уровню (который является перечислением альтернатив).

Для достижения цели анализа производится сравнение каждого критерия альтернатив попарно. В работе[1] была предложена шкала относительной важности критериев, представленная в табл. 19.

Таблица 19

Важность	Определение	Комментарий
1	Равная важность	Равный вклад двух видов деятельности в цель
3	Умеренное превосходство одного над другим	Опыт и суждения дают лёгкое превосходство одному виду деятельности над другим
5	Существенное или сильное превосходство	Опыт и суждения дают сильное превосходство одному виду деятельности над другим
7	Значительное превосходство	Одному виду деятельности даётся настолько сильное превосходство, что оно становится практически значительным
9	Очень сильное превосходство	Очевидность превосходства одного вида деятельности над другим подтверждается очень сильно
2, 4, 6, 8	Промежуточные решения между двумя соседними суждениями	Применяются в компромиссном случае
Обратные величины приведённых выше чисел	Если при сравнении одного вида деятельности с другим получено одно из вышеуказанных чисел, то при сравнении второго вида деятельности с первым получим обратную величину	

[1] Т.Саати, К.Кернс. Аналитическое планирование. Организация систем: Пер. с англ.- М.: Радио и связь, 1991.

Пусть имеется три операционные системы ОС-1, ОС-2 и ОС-3. И пусть два предприятия X (коммерческая фирма, работающая на внешнем рынке) и Y (ФГУП) выбирают для проектируемых изделий операционную систему. Зададим критерии оценки:

A_1 – стоимость инструментальных средств;

A_2 – доступность заказных разработок;

A_3 – поддержка режима жесткого реального времени;

A_4 – наличие обученного персонала.

Иерархия для выбора одной операционной системы из трех представлен на рис. 7.

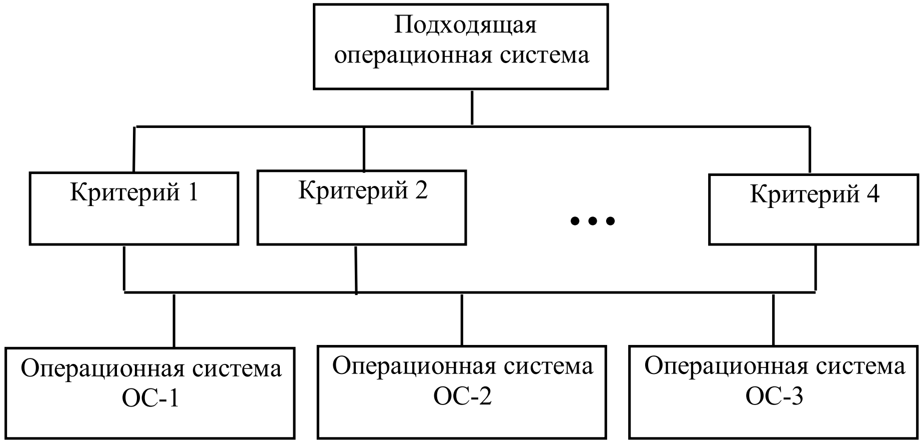


Рисунок 7 – Иерархия для выбора операционной системы.

Допустим, что после обсуждений эксперты обоих предприятий указали относительные оценки заданных критериев. Пусть на предприятии X получена табл. 20, в которой представлены относительные веса критериев для предприятия X:

Таблица 20

	A_1	A_2	A_3	A_4	Произведение	W
A_1	1	9	7	3	189	$189^{1/4}/1{,}68=1{,}23$
A_2	1/9	1	1/5	1/9	0,003	$0{,}003^{1/4}/24=0{,}01$
A_3	1/7	5	1	1/7	0,1	$0{,}1^{1/4}/15{,}2=0{,}04$
A_4	1/3	9	7	1	21	$21^{1/4}/4{,}25=0{,}5$
Сумма	1,68	24	15,2	4,25		

Веса (W) критериев получаются как отношение произведения относительных весов критерия по горизонтали, возведенного в степень $1/4$ (где 4 – количество критериев), к сумме относительных весов критерия по вертикали. Числа в таблицах округлены до сотых долей (кроме числа 0,003 – возможности округлять до сотых не было).

На предприятии Y получатся иные оценки важности критериев. Поместим оценки экспертов предприятия Y в табл. 21:

Таблица 21

	A_1	A_2	A_3	A_4	Произведение	W
A_1	1	1/5	1/9	1/3	0,003	$0{,}003^{1/4}/18=0{,}01$
A_2	5	1	1/3	5	8,33	$8{,}33^{1/4}/4{,}4=0{,}39$
A_3	9	3	1	7	189	$189^{1/4}/1{,}68=2{,}21$
A_4	3	1/5	1/7	1	0,09	$0{,}09^{1/4}/13{,}33=0{,}04$
Сумма	18	4,4	1,68	13,33		

Следующим шагом выполняется сравнение операционных систем по каждому критерию отдельно. Данные об операционных системах по перечисленным выше критериям представлены в табл. 22.

Таблица 22

	A_1	A_2	A_3	A_4
ОС-1	150 у.е.	Нет	Нет	Да
ОС-2	30000 у.е.	Нет	Да	Нет
ОС-3	40000 у.е.	Да	Да	Нет

Будем считать, что оценки рассматриваемых операционных систем по заданным критериям у экспертов предприятий X и Y совпадают.

Таблица 23

	ОС-1	ОС-2	ОС-3	К-1
ОС-1	1	7	9	3,14
ОС-2	1/7	1	3	0,09
ОС-3	1/9	1/3	1	0,02

Столбец К-1 (нормализованные оценки критерия A_1) таблицы 5 получен так же, как столбец W таблиц 20 и 21. Аналогично системы оцениваются по остальным критериям. Результаты оценок операционных систем по всем критериям поместим в табл. 24.

Таблица 24

	К-1	К-2	К-3	К-4
ОС-1	3,14	0,04	0,01	3,50
ОС-2	0,09	0,04	0,98	0,04
ОС-3	0,02	3,50	0,98	0,04

В этом месте пути предприятий X и Y вновь расходятся, т.к. у экспертов каждого предприятия представления о важности рассматриваемых критериев не совпадают.

Для получения результатов необходимо для каждой из рассматриваемых операционных систем просуммировать нормализованные критерии, умноженные на свои веса. Для предприятия получим табл. 25, а для предприятия Y – 26.

Таблица 25

	Результат
ОС-1	$3{,}14\cdot 1{,}23+0{,}04\cdot 0{,}01+0{,}01\cdot 0{,}04+3{,}50\cdot 0{,}5=5{,}61$
ОС-2	$0{,}09\cdot 1{,}23+0{,}04\cdot 0{,}01+0{,}98\cdot 0{,}04+0{,}04\cdot 0{,}5=0{,}17$
ОС-3	$0{,}02\cdot 1{,}23+3{,}50\cdot 0{,}01+0{,}98\cdot 0{,}04+0{,}04\cdot 0{,}5=0{,}12$

Таблица 26

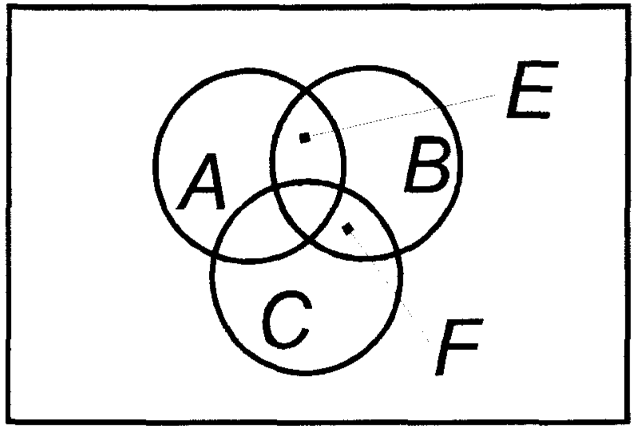
	Результат
ОС-1	$3{,}14\cdot 0{,}01+0{,}04\cdot 0{,}39+0{,}01\cdot 2{,}21+3{,}5\cdot 0{,}04=0{,}21$
ОС-2	$0{,}09\cdot 0{,}01+0{,}04\cdot 0{,}39+0{,}98\cdot 2{,}21+0{,}04\cdot 0{,}04=2{,}18$
ОС-3	$0{,}02\cdot 0{,}01+3{,}5\cdot 0{,}39+0{,}98\cdot 2{,}21+0{,}04\cdot 0{,}04=3{,}53$

В итоге получаем, что для решения поставленных задач предприятию X больше всего подходит операционная система ОС-1, а предприятию Y – операционная система ОС-3.

ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ

1. Изобразить на диаграмме Эйлера-Венна множество $(A\setminus B)\Delta(A\setminus D)$.

2. Записать аналитическое множество, изображенное на рисунке



3. Доказать равенство множеств $A\setminus(A\setminus B)=A\cap\overline{(A\cap\overline{B})}$, преобразуя множества к одинаковому виду помощью основных законов алгебры множеств.

4. Провести системный анализ следующих объектов и сфер: транспортное средство, бытовой прибор, рынок недвижимости, фондовый рынок. При анализе определить применительно к выбранной системе следующее: 1) систему в целом, полную систему и подсистемы; 2) окружающую среду; 3) цели и назначение системы и подсистемы; 4) входы, ресурсы и (или) затраты; 5) выходы, результаты и (или) прибыль; 6) программы, подпрограммы и работы; 7) исполнителей, лиц, принимающих решения (ЛПР) и руководителей; 8) варианты системы, при использовании которых могут быть достигнуты поставленные цели; 9) критерии (меры эффективности), по которым можно оценить достижение целей; 10) модели принятия решения, с помощью которых можно оценить процесс преобразования входов в выходы или осуществить выбор вариантов; 11) тип системы;

12) обладает ли анализируемая система свойствами иерархической упорядоченности, централизации, инерционности, адаптивности, в чем они состоят; 13) предположить, что фирма хочет повысить качество выпускаемой системы. Какие другие системы, кроме анализируемой, необходимо при этом учитывать. Объяснить, почему на решение этой проблемы влияет то, как устанавливаются границы системы и окружающей среды.

5. Процесс сборки изделия (автомобиля, прибора и т.п.) можно рассматривать как систему, элементами которой являются отдельные операции. Их взаимосвязь представлена матрицей инцидентности, приведенной в таблице. По данным таблицы постройте уровни порядка следования операций по очередности. Итоговый результат представьте в виде порядкового графа.

Таблица 27

Операции	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1			1						1	
2									1	
3										
4			1							
5			1						1	1
6				1			1	1		
7										1
8	1		1		1	1				
9	1									1
10		1					1			

Значение 1 в клетке (i, j) таблицы означает, что операция i предшествует операции j.

6. По результатам испытаний приборостроительной продукции были выявлены типовые неисправности и проведено их ранжирование по ряду признаков. Соответствующая матрица инцидентности дана в табл. 28.

Таблица 28

Неисправ ности	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1						1			1	
2			1	1					1	
3										
4	1		1							
5		1							1	1
6				1			1			
7										1
8					1	1	1			
9	1			1						1
10		1	1		1		1			

Постройте уровни порядка на множестве неисправностей по отношению предпочтения («не менее важен чем»). Итоговый результат представьте в виде порядкового графа.

7. Используя данные таблицы проведите анализ проблем и постройте их дерево решений. Осуществите выбор варианта решения методом анализа иерархий при условии, что число вариантов решения не менее 3. Определите положительные и отрицательные последствия принятия решения (не менее 5 каждого вида), имея в виду расход или экономию денег, времени, усилий, положительные и отрицательные эмоции и т.п.

Таблица 29

1	Покупка автомобиля; варианты: престижная иномарка, экономичная малолитражка, сравнительно новый автомобиль повышенной проходимости	Вместимость, мощность двигателя, комфорт, обеспеченность запчастями, цена, год выпуска, надежность, экономичность, дизайн
2	Выбор измерительного прибора; варианты: цифровой малогабаритный, высокоточный стрелочный, многофункциональный с выходом на ЭВМ	Стоимость, уровень автоматизации, производительность (время на одно измерение), точность, диапазон измерений, универсальность, габариты, надежность, удобство эксплуатации
3	Выбор принтера для персонального компьютера; варианты: матричный, струйный, лазерный	Стоимость, качество печати, скорость печати, дополнительные возможности (графика, цвет), простота и удобство ухода и обслуживания, наличие русских букв, надежность, количество шрифтов, обеспеченность запчастями

8. По данным предыдущей задачи найдите наилучшее решение, используя следующие методы: а) свертку по наихудшему критерию (с учетом важности критериев и без учета), б) метод главного критерия, в) мультипликативную свертку, г) свертку по наилучшему критерию, д) аддитивную свертку (с использованием функции полезности). Обоснуйте применимость каждого метода, объясните полученные результаты и сделайте выводы.

9. По результатам опроса экспертов составлена таблица оценок вариантов решения некоторой проблемы по 10 критериям. Использованы балльные оценки в пятибалльной шкале и словесные оценки, причем большей оценке соответствует лучшее значение критерия. По данным таблицы, считая все критерии одинаково важными, требуется:

а) выделить множество Парето-решений;

б) представить результаты сравнения оставшихся вариантов в виде диаграммы в полярных координатах (каждая координата - отдельный критерий);

в) используя диаграмму, определить, какой вариант (варианты) решения является предпочтительным;

г) проверить результат выбора, используя подходящую свертку критериев.

Таблица 30

Варианты решения	Значения критериев									
	$К_1$	$К_2$	$К_3$	$К_4$	$К_5$	$К_6$	$К_7$	$К_8$	$К_9$	$К_{10}$
$В_1$	2	Н	2	3	С	2	3	4	4	В
$В_2$	4	ОВ	3	3	С	5	4	4	4	В
$В_3$	3	В	3	2	Н	4	3	2	1	С
$В_4$	4	ОВ	3	3	Н	5	4	3	4	В
$В_5$	1	С	3	2	ОН	3	2	4	2	Н
$В_6$	5	В	4	4	С	4	5	4	4	В
$В_7$	4	В	4	4	ОН	3	4	2	3	С
$В_8$	3	ОН	4	3	С	4	3	3	2	С
$В_9$	4	В	4	3	В	3	4	4	4	В
$В_{10}$	5	ОВ	4	3	В	4	5	4	4	ОВ

В таблице использованы обозначения: ОВ - очень высокое значение, В - высокое, С - среднее, Н - низкое, ОН - очень низкое.

10. В таблице даны два множества X и Y, а также тип отношения R. По данным таблицы:
а) выберите из множеств X и Y элементы, связанные отношением R;
б) определите систему, состоящую из элементов множеств X и Y, связанных заданным отношением R.

Таблица 31

№	Множество X	Множество Y	Тип отношения R
1	Вольтметр, амперметр, ампервольтметр, тестер, мегомметр, RCL-мост, весы, тепловоз, автомобиль, манометр	Напряжение, ток, скорость, сопротивление, индуктивность, емкость, масса, ускорение, двигатель, кузов	Соответствие (прибор X_i измеряет величину Y_j)
2	Цифровой вольтметр, амперметр, ампервольтметр, тестер, мегомметр, весы, автомобиль, телевизор, магнитофон, трактор	Шкала, стрелка, цифровое табло, источник питания, усилитель, ходовая часть, кузов, двигатель, кинескоп	Включение (объект X_i содержит элемент Y_j)

Тестер измеряет электрическое напряжение, ток и сопротивление, мегомметр - электрическое сопротивление, ваттметр – мощность, манометр – давление, RCL-мост измеряет электрическое напряжение, ток и индуктивность.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Антонов А.В. Системный анализ: Учебник для вузов. - 2-е изд., стереотип. - М.: Высшая школа, 2006. - 452 с.:
2. Карпов А.Г. Математические основы теории систем: Учебное пособие. - Томск: ТМЦДО, 2002 - Ч.1/ Министерство образования Российской Федерации, Томский гос. университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании. - Томск: ТМЦДО, 2002. - 104 с.
3. Павлов С.Н. Теория систем и системный анализ: Учебное пособие/ С.Н. Павлов; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра автоматизированных систем управления. - Томск: ТМЦДО, 2003. - 134 с.
4. Перегудов Ф.И. Основы системного анализа: Учебник/ Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. - 3-е изд. - Томск: Издательство научно-технической литературы, 2001. – 390 с.

Дополнительная литература

1. Системный анализ и принятие решений: словарь-справочник: учебное пособие для вузов/ ред. В.Н. Волкова, ред. В.Н. Козлов. - М.: Высшая школа, 2004. - 613 с.
2. Спицнадель В.Н. Основы системного анализа: учебное пособие. – СПб.: Бизнес-Пресса, 2000. – 325 с.
3. Тимаков С.О. Теория систем и системный анализ: Учебно-методическое пособие; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра автоматизированных систем управления. - Томск: ТМЦДО, 2003. - 35 с.
4. Шевченко Н.Ю. Моделирование систем: Учебное пособие; Министерство образования Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра автоматизации обработки информации. - Томск: ТМЦДО, 2002. - 176 с.