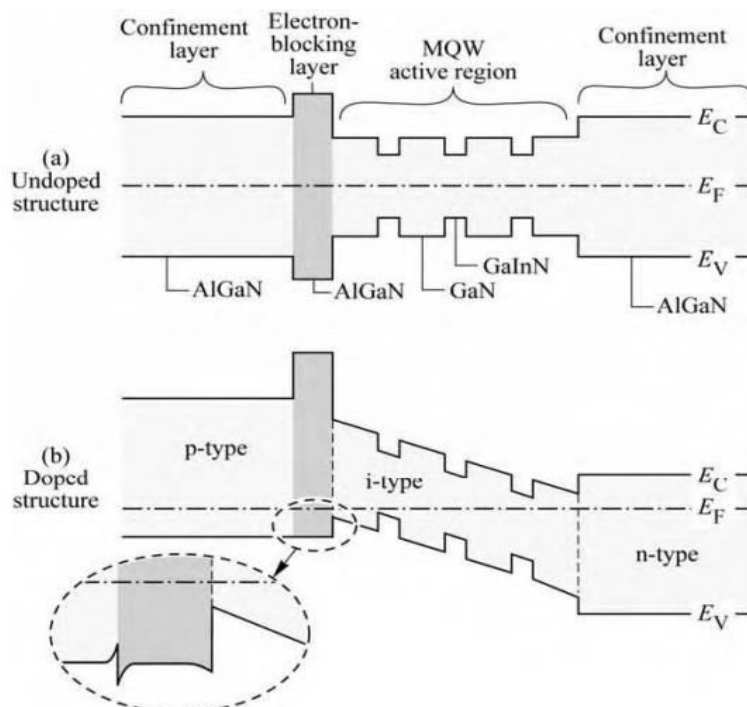


В.Н. Давыдов

## ПОЛУПРОВОДНИКОВАЯ ОПТОЭЛЕКТРОНИКА

*Методические указания к выполнению  
курсовой работы для магистров направления подготовки 210100.68  
«Электроника и наноэлектроника»*



2013

Министерство образования и науки Российской Федерации

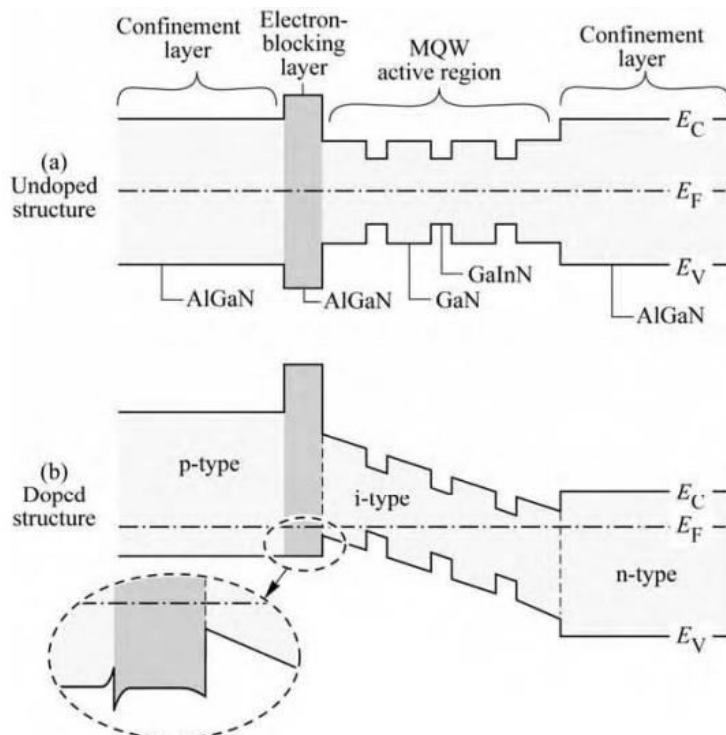
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР)

Кафедра электронных приборов (ЭП)

В.Н. Давыдов

## ПОЛУПРОВОДНИКОВАЯ ОПТОЭЛЕКТРОНИКА

Методические указания  
по выполнению курсовой работы



**Давыдов В.Н.**

Полупроводниковая оптоэлектроника. – Томск: ТУСУР. 2013. – 89с.

© Давыдов В.Н.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение.....	6
2. Общие сведения о курсовой работе.....	8-17
2.1. Задачи курсовой работы.....	8
2.2. Тематика курсовых работ.....	8
2.3. Техническое задание на курсовую работу.....	9
2.4. Примерная структура курсовой работы и ее объем.....	10
2.5. Теоретическое обоснование решения .....	11
2.6. Порядок выполнения курсовой работы.....	12
2.7. Защита курсовой работы.....	15
2.7.1. Общие сведения.....	15
2.7.2. Доклад и презентация.....	15
2.7.3. Ответы на вопросы.....	17
2.7.4. Критерии оценки.....	17
3. Требования к оформлению отчета.....	17-25
3.1. Общие требования.....	17
3.2. Титульный лист пояснительной записки.....	18
3.3. Реферат.....	18
3.4. Лист технического задания.....	20
3.5. Содержание.....	20
3.6. Введение.....	21
3.7. Основная часть.....	21
3.7.1. Литературный обзор.....	21
3.7.2. Анализ исходных данных.....	22
3.7.3. Расчетно-теоретическая часть.....	22
3.7.4. Компьютерная часть курсовой работы.....	22
3.7.5. Обсуждение и анализ результатов расчета.....	23

3.8. Заключение.....	23
3.9. Список использованных источников.....	23
3.10. Приложения.....	24
4. Примеры выполнения заданий курсовых работ.....	25-85
4.1. Расчет энергетического спектра множественных квантовых ям гетероструктуры $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ с заданным значением состава, ширины квантовой ямы и периода гетероструктуры, числом квантовых ям. Форма квантовой ямы – прямоугольная. ....	26-47
4.2. Расчет энергетического спектра квантовой точки $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ с заданным значением состава, ширины квантовой ямы и периода. Форма квантовой точки - сферическая.....	48-68
4.3. Расчет излучающей способности диодной гетероструктуры $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ с заданным значением состава, ширины квантовой ямы и периода. Форма квантовой ямы – прямоугольная. ....	69-85
5. Список литературы для выполнения курсовых работ.....	86
6. Приложения.....	87-89
6.1. Приложение А. Пример оформления титульного листа.....	87
6.2. Приложение Б. Пример оформления задания.....	88
6.3. Приложение В. Пример оформления содержания.....	89

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Данное методическое пособие посвящено вопросам выполнения курсовой работы по дисциплине «Полупроводниковая оптоэлектроника», а также правилам оформления отчета по данной работе и форме ее защиты.

Целью курсовой работы является систематизация, расширение и закрепление теоретических знаний студентов по названной дисциплине и получение навыков применения полученных знаний на примере решения конкретной инженерно-расчетной задачи электронного приборостроения, а также приобретения ими навыков самостоятельной работы и анализа полученных результатов. Изложенные в пособии методические рекомендации также направлены на получение навыков представления ее результатов для обсуждения на научных конференциях, симпозиумах, совещаниях.

При решении курсовой работы студент должен проявить самостоятельность и творческую инициативу, а принятые им решения и выводы должны быть аргументировано рациональными.

Выполнение курсовой работы строится поэтапно, что связано с различным уровнем знания у студентов исходного теоретического материала, умения программировать и навыков владения вычислительной техникой, а также различным интересом студентов к определенной области знаний.

Одной из важной составляющих успешной работы студента над курсовым заданием является использование системного подхода к ней, правильное планирование времени на выполнение отдельных этапов работы. Исходя из сложности курсовой работы, предлагаются следующие примерные соотношения временных затрат на выполнение ее основных этапов:

- изучение литературы по теме курсовой работы - 20%;
- составление алгоритма расчета электронного элемента – 10%;
- проведение теоретического расчета параметров элемента – 20%;
- проведение численных расчетов параметров элемента – 20%;
- анализ полученных результатов, выводы – 10%;
- оформление отчета по работе – 20%.

## 2. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О КУРСОВОЙ РАБОТЕ

### 2.1. Задачи курсовой работы

Поставленная на курсовую работу цель достигается решением следующих задач:

- закрепление и углубление теоретических знаний, полученных студентами при освоении теоретического материала дисциплины «Материалы и элементы электронной техники» в форме аудиторных занятий: лекций и практик;
- приобретение опыта самостоятельной работы с научно-технической, справочной и патентной литературой, ГОСТами и т.д.;
- практическое применение знаний, полученных при изучении общеобразовательных и общепрофессиональных дисциплин, использование средств вычислительной техники, теоретических методов расчета, а также умение анализировать результаты расчета с позиций совершенствования разрабатываемого элемента электронной техники;
- выработка и закрепление навыков построения цепи логических рассуждений в поисковых ситуациях, а также грамотного и доказательного изложения результатов работы, их отстаивание в дискуссиях и общественных выступлениях.

### 2.2. Тематика курсовых работ

Курсовая работа по дисциплине "Материалы и элементы электронной техники" выполняется по трем направлениям.

*Первое направление* включает в себя задания по определению ориентации кристаллического образца заданной точечной симметрии и размеров, при которой обеспечиваются экстремальные значений одного или нескольких его физических свойств.

*Второе направление* включает в себя задания по определению вида тензора, описывающего заданное физическое свойство кристалла с известной

точечной симметрией, а также вычислению величины этого свойства при известных внешних воздействиях.

*Третье направление* объединяет усложненные задания по вычислению величины физического свойства кристалла заданной точечной симметрии и заданных условиях внешнего воздействия. Подобные задания рассматриваются в учебно-методических пособиях к данному курсу.

В курсовой работе рекомендуется использовать новейшие программные продукты (текстовые вычислительные и графические редакторы) для выполнения расчетно-теоретической части работы и ее оформления в пояснительной записке. Работу желательно целиком выполнить на персональном компьютере с применением текстового редактора Word и встроенного в него редактора формул.

Тематика курсовых работ формируется из банка запросов различных организаций на решение конкретных задач. Студент выбирает тему самостоятельно, однако, при выборе темы учитывается степень подготовленности студента, его участие в научно-исследовательских работах кафедры, в работе студенческого конструкторского бюро.

### **2.3. Техническое задание на курсовую работу**

В техническом задании (ТЗ) на курсовую работу изложены следующие составляющие:

- подробное описание назначения элемента электронной техники,
- развернутое обоснование физических параметров кристалла и (или) элемента;
- вопросы, требующие детального рассмотрения для успешного выполнения работы;
- перечень необходимого иллюстративного материала.

Руководитель проекта совместно со студентом выделяет в задании наиболее важные моменты для их детальной и углубленной проработки.



## 2.4. Примерная структура курсовой работы и ее объем

Курсовая работа в общем случае должна содержать:

- текстовый документ (ТД) - научно-технический документ, содержащий систематизированные данные о выполненной студентом исследовательской работе, описывающий процесс ее выполнения и полученные результаты;
- графический материал.

Примечания:

1 Необходимость представления графического материала определяется заданием и условиями защиты работы.

2. Работа может быть полностью или частично представлена на технических носителях данных ЭВМ (ГОСТ 28388), если это установлено заданием (документом, определяющим тему, содержание, объем и сроки выполнения студенческой работы по дисциплине).

- демонстрационные листы (плакаты) - служат для наглядного представления материала работы при ее публичной защите;

- чертежи и схемы. Чертежи и схемы, в зависимости от характера работы, могут представляться как на отдельных листах, используемых при публичной защите, так и в составе пояснительной записки к курсовой работе.

Объем записки определяется существом работы, однако наиболее приемлемый объем от 20 до 35 листов формата А4. В записку не имеет смысла полностью переписывать какой-либо текст из других источников или подробно излагать содержание учебников, монографий и литературы. Тем не менее, совершенно необходимо иметь в записке хотя бы краткое, но конкретное описание сущности рассматриваемого метода вычисления параметров кристалла, программы по численному решению систем уравнений, принципу работы разрабатываемого элемента или устройства электронной техники. При этом следует полностью использовать графические материалы: чертежи и схемы, а

при необходимости дополнять их цифровыми рисунками и фотографиями в тексте записки.

## **2.5. Теоретическое обоснование решения**

Данный раздел включает в себя анализ задания и выбор метода решения поставленной задачи.

Анализ задания производится на основе изучения литературы, как в виде монографий, так и статей в научной периодической печати. В том случае, если на этой стадии работы появляется существенно новый метод решения (всей задачи или ее части), новый программный продукт или устройство, то в дополнение к изучению литературы проводится патентный поиск с целью проверки мировой новизны решения.

Следует обратить внимание на новизну создаваемого программного продукта или разрабатываемого элемента или устройства электронной техники. Новизна заключается в реализации новых физических принципов, новых физических эффектов, новых путей для достижения цели. При этом благодаря введению или учету новых физических эффектов или физических свойств кристалла достигается новое качество в обработке сигналов или значительно улучшаются численные значения эксплуатационных параметров элементов. В первом приближении в курсовой работе новизна может быть реализована путем доклада на конференции, опубликования статьи в научной периодической печати, а также написания заявок на полезную модель, на авторские свидетельства на изобретения.

Выбор аналога и прототипа имеет целью наиболее полно использовать при проектировании опыт мирового приборостроения и доказать преимущества предлагаемого проекта устройства. Аналогом разрабатываемого элемента или устройства электронной техники называется известный элемент или устройство одинакового с ним предназначения, имеющее максимально близкие к заданным параметры. Однако аналог может иметь либо ограниченное число

конструктивных признаков, идентичных с признаками разрабатываемого элемента или устройства электронной техники, либо совсем не иметь их. При этом аналог даже может отличаться принципом действия.

На примере выбранного аналога разработчик-заявитель показывает достигнутый в данной области научно-технический уровень, вскрывает принципиальные трудности, не позволяющие достигнуть заданных параметров, и анализирует их причины; обосновывает новое физическое или конструктивное решение, устраняющее указанные трудности.

В остальной разработке предложенного научно-технического решения большую роль играет прототип. Прототипом разрабатываемого изделия называется известное изделие, имеющее максимальное число конструктивных признаков, идентичных с признаками проектируемого изделия. При этом прототип не обязательно должен иметь одинаковое с проектируемым изделием предназначение. Правильный выбор прототипа дает возможность использовать все известные и полезные в данном случае научно-технические решения, вплоть до конструкции узлов и систем и сосредоточить усилия разработчика-заявителя на решении научно-технической проблемы.

## **2.6. Порядок выполнения курсовой работы**

Выполнение курсовой работы следует начинать с ознакомления и подбора литературы. Кроме рекомендованной руководителем литературы необходимо просмотреть соответствующие разделы в библиотеках университетов, района, города: сначала по каталогу выбрать потенциально возможные источники информации, а затем в читальном зале просмотреть их, определив полезность для выполняемой работы. Определив аналогичным образом тематику научных журналов, рекомендуется просмотреть их с целью поиска информационно полезных статей. Возможен поиск тематически ориентированной литературы по результатам просмотра реферативных журналов по интересующему направлению науки и техники. Эти журналы имеются во всех научных

библиотеках высших учебных заведениях, и содержат кроме названия источника (книга, статья, журнал) краткий реферат. По результатам литературного поиска составляется краткий обзор литературы по вопросам, связанным с выполнением курсовой работы.

При выполнении курсовой работы студент по всем возникающим вопросам обращается за консультацией к руководителю курсовой работы.

По истечении двух недель с момента получения задания на курсовую работу студент должен представить руководителю обзорный материал с имеющимися описанием и (или) расчетами подобных разрабатываемым элементу или прибору, а также техническое предложение по теме курсовой работы, которое является результатом анализа задания, обзора литературы и сопровождается демонстрацией набранного по теме работы материала, схемами реализации отдельных узлов или всего разрабатываемого прибора.

Следующий этап работы заключается в проведении необходимых расчетов параметров элемента, разработке структурной и принципиальных схем узлов прибора, в согласовании вопросов, подлежащих расчету на персональном компьютере.

В случае выполнения расчетной работы далее следует расчетно-теоретический этап работы, а при разработке прибора или отдельного его узла разработка технического проекта на отдельную сборочную единицу, согласно заданию, и выполнение сборочного чертежа данного узла и спецификации.

Работу над курсовой работой следует выполнять в порядке, определенном индивидуальным сетевым графиком: распределении затрат времени и сроков работ, составленном на начальном этапе выполнения курсовой работы.

Каждому студенту целесообразно самому составить индивидуальный сетевой план работы над проектом, исходя из этапов планируемых работ и возможностей их выполнения.

Первую часть материалов к пояснительной записке студент сдает на проверку руководителю при наличии задания, введения, реферата, обзора литературы более 10 наименований, схемы расчета параметров

рассматриваемого элемента вакуумной системы, структурной или принципиальной схем прибора, заключения, списка литературы более 10 наименований.

Вторую часть проекта студент сдает на проверку руководителю при выполнении детального расчета элемента, результатов сборки и настройки отдельных узлов разрабатываемого прибора, наличии экспериментальной части, наличии программы для персонального компьютера.

После выполнения курсовой работы студент и его руководитель подписывают пояснительную записку и демонстрационный материал. Руководитель на обратной стороне задания помещает краткий отзыв о работе студента над курсовой работой проектом, в котором отмечается самостоятельность проведенных исследований, расчетов, выводов, схемотехнических решений студента.

Обязательным является приложение программы, написанной на любом из используемых языках программирования. Это может быть компьютерная графика, таймерные программы, программы вычислений параметров элемента электронной техники, программы управления прибором или его отдельных узлов, режимов работы элементов в принципиальной схеме прибора.

Студент сдает преподавателю законченную пояснительную записку на предварительную проверку. В присутствии студента проверяется наличие разделов курсовой работы, их соответствие техническому заданию. По реферату оценивается метод решения задачи и параметры рассчитанного элемента электронной техники либо параметры разработанного прибора. Проверяется наличие ссылок на литературу, уровень использования вычислительной техники, уровень используемого математического аппарата, соблюдение ГОСТ при оформлении рисунков, схем, таблиц. Проверяется наличие письменного доклада для защиты курсовой работы, дискеты с докладом и оригинальным рисунком в форматах *bmp*, *cdr*, *jpec*, двух оппонентов со стороны студентов. При отсутствии персонального компьютера на защите студент сдает комиссии дискету и пояснительную записку в

письменном виде. Однако, титульный лист пояснительной записки и программы расчетов по теме курсовой работы должны быть распечатаны. Через два дня студент получает предварительный отзыв на работу о правильности расчетов и ошибках. Если таковых немного, то назначается дата проведения защиты в форме конференции.

## **2.7. Защита курсовой работы**

### **2.7.1. Общие сведения**

Защита курсовой работы проводится в форме конференции с присутствием комиссии из 2-3 преподавателей, в полном соответствии с составленным ранее расписанием и очередностью выступающих. Защита включает доклад студента (5-7 минут) и ответы на вопросы как членов комиссии, так и присутствующих. Рекомендуемая продолжительность защиты одной курсовой работы не должна превышать 10 минут.

Студенты дистанционной формы обучения защищают курсовую работу посредством ответов по электронной почте на вопросы руководителя. До этого студент отправляет в университет электронный вариант пояснительной записки к курсовой работе, оформленной в соответствии с требованиями, изложенными в данном методическом пособии.

### **2.7.2. Доклад и презентация**

В докладе сообщается тема курсовой работы, техническое задание, краткое содержание работы. В его содержательной части необходимо обосновать актуальность темы, правильность выбранных физических моделей процессов, расчетных и инженерных решений. Особое внимание следует уделить самостоятельным творческим разработкам, их технико-экономическому обоснованию. Тем не менее, не следует злоупотреблять личностными оборотами речи, критиковать без объективных причин работы предшественников, преувеличивать значимость как отдельных частей

выполненной работы, так и работы в целом. Для эффективного использования времени, отведенного на доклад, его следует предварительно написать, выправить по продолжительности, содержанию и отрепетировать. Допускается во время доклада иметь отпечатанный его текст, который следует использовать как подстраховывающий материал. Как исключение его можно прочитать, но это не приветствуется, так как оставляет впечатление слабого владения студентом материалом курсовой работы и может повлиять на оценку работы в целом.

Для более глубокого понимания участниками конференции проблемы и основных результатов ее решения в процессе доклада следует использовать демонстрационный материал в виде слайдов, проецируемых рисунков, таблиц, схем с помощью компьютерного проектора. Количество плакатов, слайдов не должно превышать 10. Их примерное содержание таково:

Слайд №1 – Название работы с указанием фамилии студента и научного руководителя курсовой работы.

Слайд №2 – Постановка задачи на курсовую работу при необходимости с рисунками, поясняющими ее.

Слайд №3 – Результаты литературного обзора, алгоритм решения поставленной задачи.

Слайд №4 – Методы реализации алгоритма, используемые аналитические расчеты, выражения, формулы.

Слайд №5 – Полученные результаты с демонстрацией их в виде рисунков, графиков, чертежей конструкций, полученные математических выражений.

Слайд №6 – Выводы по работе с выделением основного результата, личного вклада в решении поставленной задачи.

Демонстрационный материал следует пронумеровать и делать ссылки на него в докладе, указывая порядковый номер плаката или слайда.

### **2.7.3. Ответы на вопросы**

По окончании доклада члены комиссии в соответствии с темой и содержанием проекта, задают студенту вопросы, позволяющие оценить, насколько глубоко проработан им материал.

В ответах на вопросы студент должен коротко и четко изложить свое видение затронутой стороны разрабатываемой тематики, не вдаваясь (без необходимости) в тонкости и детали. Ответы должны даваться в корректной форме без личностной оценки и эмоций вне зависимости от формы поставленного вопроса.

#### **2.7.4. Критерии оценки**

При оценке курсовой работы и его защиты учитываются: самостоятельность работы, оригинальность и тщательность проработки физических моделей, выполненных расчетов, использование средств вычислительной техники, принятых технических решений, качество оформления пояснительной записки, ее соответствие требованиям ГОСТ, знание общенаучных и инженерных дисциплин по теме проекта, полнота и четкость доклада, правильность ответов на вопросы, планомерность работы над курсовой работой и срок защиты (досрочно, в срок, после срока без уважительных причин).

После заседания комиссии ее председатель сообщает студенту оценку. При этом дается краткий анализ работы и доклада, отмечаются их достоинства и недостатки, высказываются критические замечания и пожелания. Если курсовая работа защищается после срока без уважительных причин, то оценка при прочих равных условиях может быть снижена.

### **3. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЕТА**

#### **3.1. Общие требования**

Пояснительная записка должна в четкой и доступной для понимания форме раскрывать творческий замысел работы, содержать описание методов исследования и (или) расчетов, описание проведенных экспериментов, анализ



результатов экспериментов и выводы по ним, технико-экономическое сравнение рассматриваемых вариантов решений. Текст должен сопровождаться иллюстрациями: графиками, рисунками, схемами и т.п.

Текст записки должен быть набран на листах формата А4 на компьютере в редакторе Word шрифтом Times New Roman Cyr. Размер шрифта заголовков глав и параграфов – 16 пиксел, жирным шрифтом. Текст параграфов набирается тем же шрифтом с размером 14 пиксел. Текст выравнивается по обеим сторонам. Интервал между строк – полтора интервала.

Формулы набираются в редакторе формул «Equation 2 (3)». Каждая формула отделяется от текста интервалами по 6 пиксел сверху и снизу. Размеры используемых символов такие же, как в тексте. Курсивное написание символов следует применять только к символам греческого шрифта.

Пояснительная записка переплетается «по гребенку», титульный лист является обложкой. Желательно защитить пояснительную записку защитной пленкой.

Студенты дистанционной формы обучения составляют только электронный вариант пояснительной записки, который направляют в университет по электронной почте для его рассмотрения.

### **3.2. Титульный лист пояснительной записки**

Образец заполнения титульного листа приведен в Приложении А.

### **3.3. Реферат**

Реферат (ГОСТ 7.9, ГОСТ 7.32) не должен по объему быть более одного листа А4. Он в обязательном порядке размещается на отдельном листе (странице).

Заголовком служит слово "Реферат" (для реферата на иностранном языке - соответствующий иностранный термин), записанное с прописной буквы симметрично тексту.

2. Реферат должен содержать:

- сведения о количестве листов (страниц), количестве иллюстраций, таблиц, использованных источников, приложений, листов графического материала;

- перечень ключевых слов;

- текст реферата.

3. Перечень ключевых слов должен включать от 5 до 15 слов или словосочетаний из текста, которые в наибольшей мере характеризуют его содержание. Ключевые слова приводятся в именительном падеже и записываются прописными буквами в строку через запятые.

4. Текст реферата должен отражать:

- объект исследования или разработки;

- цель работы;

- методы исследования и используемую аппаратуру;

- полученные результаты и их новизну;

- основные физические, расчетные, конструктивные, технико-эксплуатационные параметры и характеристики элемента электронной техники или разработанного прибора;

- рекомендации по внедрению или итоги внедрения результатов работы;

- области применения результатов работы;

- экономическую эффективность или значимость работы;

- прогнозные предположения о развитии объекта исследования (разработки);

- дополнительные сведения (особенности выполнения и оформления работы и т.п.).

Если реферат не содержит сведений по какой-либо из перечисленных структурных частей, то эта часть опускается в реферате, но при этом последовательность изложения сохраняется.

5. Изложение материала в реферате должно быть кратким и точным. Следует избегать сложных грамматических оборотов.

Реферат на русском языке и реферат на иностранном языке оформляются на отдельных листах.

### **3.4. Лист технического задания**

1. В каждой работе должна быть разработана тема в соответствии с заданием, утвержденным заведующим кафедрой.

Форма задания определяется кафедрой.

2. Задание должно быть составлено на русском языке.

3. После утверждения задания вносить в него изменения и дополнения не разрешается.

Задание на курсовую работу оформляется в виде бланка, содержащего название темы работы, исходные данные к курсовой работе, содержание пояснительной записки, приложений и перечень графического материала. Форма бланка задания приведена в Приложении Б.

### **3.5. Содержание**

1. Содержание должно отражать все материалы, представляемые в пояснительной записке к курсовой работе.

2. Слово "Содержание" записывают в виде заголовка симметрично тексту с прописной буквы.

3. В содержании перечисляют заголовки разделов, параграфов, список использованных источников, каждое приложение и указывают номера листов (страниц), на которых они начинаются.

При наличии самостоятельных расчетных, конструкторских, программных и иных документов, их перечисляют в содержании с указанием приложений.

Материалы, представляемые на технических носителях данных для персональных компьютеров, должны быть перечислены в содержании с указанием вида носителя, обозначения и наименования документов, имен и форматов соответствующих файлов, а также места расположения носителя. В конце содержания перечисляют графический материал, представляемый к публичной защите, с указанием: "На отдельных листах".

Образец оформления содержания представлен в Приложении В.

### **3.6. Введение**

В разделе "Введение" указывают основную цель работы, область применения разрабатываемой проблемы, её научное, техническое значение и экономическую целесообразность для народного хозяйства. Описывается решение поставленной в техническом задании проблемы на основании литературных источников. Дается критика недостатков. Следует отметить, что критикуются только те недостатки, которые устраняются в данной курсовой работе. Рассказывается как можно более качественно и быстро решить поставленную проблему. Объем введения не должен превышать 2-3 страницы.

Заголовок "Введение" записывают с абзаца с прописной буквы.

### **3.7. Основная часть**

Содержание основной части пояснительной записки к курсовой работе должно отвечать техническому заданию и требованиям, изложенным в данных методических указаниях.

#### **3.7.1. Литературный обзор**

В этом разделе дается краткая характеристика литературных источников, в которых имеются вопросы, подлежащие рассмотрению для выполнения курсового задания: приводится сокращенно описание теории рассматриваемой проблемы, описаны схемы и параметры приборов и устройств близкие по своему назначению к разрабатываемому в курсовом задании. Здесь же должны быть указаны недостатки описанных аналогов и поставлена задача по улучшению параметров прибора или устройства. Число описанных аналогов должно быть не более десяти. Предпочтение следует отдавать периодической литературе, описаниям патентов или авторских свидетельств.

### **3.7.2. Анализ исходных данных**

В этом разделе обосновывается выбранный метод решения проблемы, а также последовательность действий по реализации решения. Здесь же указывается потребность в численных расчетах или табулировании с помощью персонального компьютера на определенных этапах выполнения курсовой работы.

### **3.7.3. Расчетно-теоретическая часть**

В расчетной части последовательно излагаются все этапы проводимого аналитического и (или) численного расчета объекта разработки по выбранной в п. 3.7.2 схеме. Здесь же в случае необходимости составляется принципиальная схема проектируемого прибора или устройства, приводится расчет элементов принципиальной схемы рассчитываемого объекта электронной техники.

### **3.7.4. Компьютерная часть курсовой работы**

При выполнении курсовой работы возможны ситуации, когда достижение конечного результата возможно только при применении средств вычислительной техники, как для автоматизации экспериментальных измерений, моделировании рассматриваемой ситуации, так и обработки результатов эксперимента на персональном компьютере. Выполнение курсовой работы предполагает разный уровень компьютерной подготовки студентов. Самостоятельная инициатива в использовании персонального компьютера поднимает рейтинг работы.

### **3.7.5. Обсуждение и анализ результатов расчета**

В данной части пояснительной записки анализируются полученные в предыдущих параграфах результаты с точки зрения их применения к кристаллам различной точечной симметрии, различных внешних воздействий, а

также возможности реализации в электронном приборостроении как элемент устройства с заданными функциональными возможностями. В случае проектирования схмотехнического устройства в данном параграфе отчета описываются экспериментально измеренные параметры этого устройства и сравнение их с расчетными значениями.

Обсуждаются также пути повышения эксплуатационных параметров рассчитанного элемента электронной техники, а также возможности создания на его основе специализированного прибора или устройства.

### **3.8. Заключение**

Заключение должно содержать краткие выводы по результатам выполненной работы, оценку полноты решения поставленных задач, рекомендации по конкретному использованию результатов работы, её экономическую, научную, социальную значимость. Указываются также возможные применения проделанной работы, возможные объемы и рынки сбыта прибора или устройства.

### **3.9. Список использованных источников**

Заголовок "Список использованных источников" записывают симметрично тексту с прописной буквы. В список включают все источники, на которые имеются ссылки в пояснительной записке. Источники в списке нумеруют в порядке их упоминания в тексте арабскими цифрами без точки. Ссылка на источник представляет собой порядковый номер цитируемого источника, заключенный в квадратные скобки, например, [2] или [3-5]. Порядковый номер источника определяется как его номер в списке использованных источников.

Сведения об источниках приводят в соответствии с требованиями ГОСТ 7.1. По требованиям ГОСТ устанавливается следующий порядок ссылок.

Ссылка на статью в журнале: Фамилия, И, О. Название статьи, название журнала, год, номер, том, страницы.

Ссылка на книги: Фамилия, И, О. Название книги, издательство, год, конкретная страница или номер рисунка в этой книге.

### **Список использованных источников**

1. Ковалев В.В. Технический анализ: управление процессом, выбор инвестиций, анализ возможностей. М.: Энергия, 2002. - 430 с.
2. ГОСТ 28388-89 Система обработки информации. Документы на магнитных носителях данных. Порядок выполнения и обращения. Из-во стандартов, 2001, 300с.
- 3 ... и т.д.

Ссылка на патент или авторское свидетельство должна иметь следующую структуру: Фамилия, И, О. Название. Номер патента или авторского свидетельства, номер и год бюллетеня патентной информации. Желательно использование зарубежных источников. Ссылки приводятся на том языке, на котором напечатан материал. Данные по обзору литературы обязательно входят в ссылки.

### **3.10. Приложения**

В приложения рекомендуется включать материалы иллюстративного и вспомогательного характера, как правило, имеющие большой объем (более страницы).

В приложения могут быть помещены:

- таблицы большого формата;
- дополнительные расчеты;
- описания применяемого в работе нестандартного метода расчета;
- распечатки программ или выводы с персонального компьютера;
- отчеты о патентных исследованиях.

На все приложения в тексте должны быть даны ссылки.

Приложения располагают в конце отчет и обозначают в порядке ссылок на них в тексте. Приложения обозначают заглавными буквами русского алфавита, начиная с А, за исключением букв Ё, З, Й, О, Ч, Ъ, Ы, Ь. Например: "Приложение Б".

Каждое приложение следует начинать с нового листа (страницы) с указанием наверху посередине страницы слова "Приложение" и его обозначения, а под ним в скобках - "обязательное" (если его выполнения предусмотрено заданием) или "справочное".

Приложение должно иметь заголовок, который записывают симметрично относительно текста с прописной буквы отдельной строкой.

#### **4. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВЫХ РАБОТ**

В данной главе рассмотрены типичные задания на курсовую работу примеры выполнения ее расчетно-теоретической части. При получении своего задания рекомендуется просмотреть данную главу, определить тип Вашего задания и на основании типа задания сформировать схему его выполнения.

##### **4.1. Определение оптимальной ориентации кристалла**

Существуют задачи, в которых среди двух оптимизируемых физических свойств между ними требуется установить вполне определенно соотношение. Как пример этого типа рассмотрим следующую задачу.

**Задание 1.** Как следует вырезать пластинку из кристалла, чтобы её удельное сопротивление было максимальным и при нагревании изменялось минимально. При этом заявленные физические свойства вдоль выбранного направления в кристалле должны соотноситься как «40%:60%» соответственно, если известно, что тензор линейного расширения кристалла в исходной системе координат  $X_1, X_2, X_3$  имеет вид:



$$\|\alpha_{ij}\| = \begin{vmatrix} 16 & -8 & 0 \\ -8 & 32 & 0 \\ 0 & 0 & 70 \end{vmatrix} \cdot 10^{-6}, \text{ град}^{-1}, \quad (1)$$

а тензор удельной электропроводности этого кристалла не зависит от температуры и в той же системе координат имеет вид:

$$\|\sigma_{ij}\| = \begin{vmatrix} 15 & 2 & 0 \\ 2 & 22 & 0 \\ 0 & 0 & 55 \end{vmatrix} \cdot 10^{-7}, (\text{Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}) \quad (2)$$

**Решение.** Данная задача на определение собственных векторов и собственных значений тензора второго ранга, описывающего обобщенное физическое свойство, сформулированное в условиях задания: минимальная удельная проводимость (максимальное сопротивление) и минимальная его зависимость от температуры. Это обобщенное физическое свойство сочетает в себе первое и второе физическое свойство в указанном в условии задачи соотношении. Это обобщенное свойство должно быть безразмерным по очевидной причине. Поэтому для получения ее тензора целесообразно пронормировать тензоры (1) и (2) на их максимальные значения и сложить полученные результаты с заявленными в условии задачи коэффициентами. После этого полученный тензор обобщенного физического свойства исследуется на собственные векторы и собственные значения. Наименьшее собственное значение определит собственный вектор, вдоль которого достигается заданное значение обобщенного свойства.

Как и при решении первой задачи, начинаем составление обобщенной функции с того, что перефразируем задание так, чтобы объединяемые свойства принимали или максимальные значения, или минимальные. В нашем случае удобно говорить о минимальной удельной проводимости образца и минимальной его чувствительности к температуре. Поэтому обобщенное физическое свойство может быть представлено тензором второго ранга  $\|S_{ij}\|$  следующего вида

$$\begin{aligned} \|S_{ij}\| &= 40 \cdot \frac{1}{55 \cdot 10^{-7}} \|\sigma_{ij}\| + 60 \cdot \frac{1}{70 \cdot 10^{-6}} \|\alpha_{ij}\| = \\ &= \begin{vmatrix} 10.9 & 1.5 & 0.0 \\ 1.5 & 16.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 40.0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 13.7 & -6.9 & 0.0 \\ -6.9 & 27.4 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 60.0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 24.6 & -5.4 & 0.0 \\ -5.4 & 43.4 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 100.0 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (3)$$

Теперь необходимо найти минимальное значение тензора (3). Для этого согласно методике, описанной в учебно-методическом пособии «Материалы электронной техники и методы их анализа», Часть 2. Томск, ТМЦ ДО, 2002, стр.24-32, найдем собственные значения. Одно собственное значение находится сразу:  $s_3 = 100$ . Другие два находятся из решения уравнения

$$(24.6 - s)(43.4 - s) - (5.4)^2 = 0$$

или

$$s^2 - 68s - 29.1 = 0.$$

Решение этого уравнения таково

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= 34 \pm \sqrt{1756 + 989.4} \approx 34 \pm \sqrt{2745} \approx 34 \pm 5.2 \\ s_1 &= 39.2; \quad s_2 = 28.8. \end{aligned}$$

Минимальное собственное значение оказывается равным  $s_2 = 28.8$ . Теперь для этого собственного значения найдем собственный вектор  $\bar{U}(U_1 \ U_2 \ 0)$ . Для этого решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} (24.6 - s_2)U_1 - 5.4U_2 = 0; \\ U_1^2 + U_2^2 = 1. \end{cases}$$

Пользуясь известным методом, получим:

$$\begin{cases} 4.2U_1 + 5.4U_2 = 0; \\ U_1^2 + U_2^2 = 1. \end{cases}$$

$$U_2 = -\frac{4.2}{5.4}U_1 \approx -0.8U_1.$$

$$U_1^2 + 0.64U_1^2 = 1.$$

$$U_1 = \pm \frac{1.0}{\sqrt{1+0.64}} \approx \pm \frac{1.0}{1.3} = \pm 0.8.$$

$$U_2 = 0.6.$$

Таким образом, решением задачи будут четыре единичных вектора:

$$\begin{aligned} \bar{U}^{(1)}(0.8 \ 0.6 \ 0); \\ \bar{U}^{(2)}(0.8 \ -0.6 \ 0); \\ \bar{U}^{(3)}(-0.8 \ 0.6 \ 0); \\ \bar{U}^{(4)}(-0.8 \ -0.6 \ 0) \end{aligned}$$

Однако из этих векторов только два указывают различные кристаллографические направления, тогда как другие дублируют уже указанные.. Поэтому в качестве решения выберем следующие два вектора:

$$\bar{U}^{(1)}(0.8 \ 0.6 \ 0), \bar{U}^{(2)}(0.8 \ -0.6 \ 0). \quad (4)$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос будет таков: сочетание минимального удельного сопротивления и его минимальная зависимость при нагревании в соотношении «40%:60%» достигается в двух направлениях, задаваемых единичными векторами (4).

## 4.2. Определение вида тензора

Задания на определение вида тензора третьего или четвертого рангов встречаются во многих курсовых работах как отдельные составляющие задания.

**Задание 1.** Определить вид тензора пьезоэлектрических модулей кристалла сульфата лития, имеющего точечную группу симметрии 2.

**Решение.** Данное задание может быть выполнено применением метода прямой проверки в декартовых координатах (см. учебное пособие по курсу «Материалы и элементы электронной техники». Томск, ТМЦ ДО, 2007.). Применим его к этому заданию.

Действие элемента симметрии будем рассматривать на преобразовании кристаллофизической системы координат, т.к. в конечном счете оно направлено на выяснение симметрических свойств физического свойства третьего ранга..

Ось симметрии второго порядка поворачивает кристаллофизическую систему координат на угол  $180^{\circ}$  вокруг начала координат против часовой стрелки (см. учебно-методическое пособие по курсу «Материалы электронной техники и методы их анализа». Часть 1. Томск, ТМЦ ДО, 2009, стр.15-21.). Согласно стандартной установке кристаллофизической системы координат в кристаллах с точечной группой симметрии 2 (см. там же стр. 52-53, Таблица 1 и Таблица 2) система координат берется ортогональной и по оси симметрии направляется координатная ось  $Y$ . Значит, матрица преобразования системы координат будет иметь вид:

$$\|C_{ik}\| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}.$$

Следовательно, этот элемент симметрии изменяет индексы тензора первого ранга (полярного вектора) следующим образом:

$$x \rightarrow -x, y \rightarrow y, z \rightarrow -z. \quad (5)$$

Значит, компоненты тензора второго ранга должны изменяться как произведение двух векторов. Индексы компонент тензора второго ранга должны преобразоваться по следующим правилам:

$$\begin{aligned} xx &\rightarrow xx, xy \rightarrow -xy, xz \rightarrow xz, \\ yx &\rightarrow -yx, yy \rightarrow yy, yz \rightarrow -yz, \\ zx &\rightarrow zx, zy \rightarrow -zy, zz \rightarrow zz \end{aligned} \quad (6)$$

Однако наша задача – отыскание вида тензора третьего ранга. Поэтому чтобы найти закон преобразования индексов его компонент необходимо, используя выражение (8), перемножить три индекса. В итоге мы получим  $3^3 = 27$  соотношения вида (9), которые и определяют требования на равенство или нулевое значение отдельных компонент тензора третьего ранга. Сделаем это. Первый набор соотношений для компонент тензора получим, умножив соотношения (9) справа на  $x$ :

$$\begin{aligned}
xxx &\rightarrow -xxx, \quad xyx \rightarrow xyx, \quad xzx \rightarrow -xzx, \\
yxx &\rightarrow yxx, \quad yux \rightarrow -yux, \quad yzx \rightarrow yzx, \\
zxx &\rightarrow -zxx, \quad zyx \rightarrow zyx, \quad zzx \rightarrow -zzx
\end{aligned} \tag{7}$$

Второй набор соотношения получим из (9), умножив их справа на  $y$ . Тогда получим:

$$\begin{aligned}
xxy &\rightarrow xxy, \quad xyu \rightarrow -xyu, \quad xzy \rightarrow xzy, \\
yxy &\rightarrow -yxy, \quad yuy \rightarrow yuy, \quad yzy \rightarrow -yzy, \\
zxy &\rightarrow zxy, \quad zyu \rightarrow -zyu, \quad zzy \rightarrow zzy.
\end{aligned} \tag{8}$$

Последний набор получается из набора (6) умножением справа соотношений на  $z$ :

$$\begin{aligned}
xxz &\rightarrow -xxz, \quad xyz \rightarrow xyz, \quad xzz \rightarrow -xzz, \\
yxz &\rightarrow yxz, \quad yyz \rightarrow -yyz, \quad yzz \rightarrow yzz, \\
zxz &\rightarrow -zxz, \quad zyz \rightarrow zyz, \quad zzz \rightarrow -zzz
\end{aligned} \tag{9}$$

Теперь по полученным соотношениям (7)-(9) получим соотношения для компонент тензора третьего ранга. Принцип вывода нулевых компонент таков: если в соотношениях (7) - (9) одинаковые комбинации индексов связаны знаком «минус», то соответствующая компонента равна нулю. Тогда получим:

$$\begin{aligned}
d_{111} &= 0, \quad d_{131} = 0, \quad d_{221} = 0, \quad d_{311} = 0, \quad d_{331} = 0, \\
d_{122} &= 0, \quad d_{212} = 0, \quad d_{232} = 0, \quad d_{322} = 0, \\
d_{113} &= 0, \quad d_{133} = 0, \quad d_{223} = 0, \quad d_{313} = 0, \quad d_{333} = 0.
\end{aligned}$$

Для записи тензора в матричном виде необходимо применить обозначения Фохта, которые, объединяя последние два индекса, заменяют их одним по правилу, изложенному в учебном пособии по курсу «Материалы и элементы электронной техники». Томск, ТМЦ ДО, 20095, стр. 158. Тогда получим

$$\|d_{i\alpha}\| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 & d_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{34} & 0 & d_{36} \end{pmatrix}$$

Полученный тензор необходимо сравнить со справочными данными, изложенными в учебно-методическом пособии по курсу «Материалы электронной техники и методы их анализа». Часть 2. Томск, ТМЦ ДО, 2009, стр. 72. Виды тензоров полученного и приведенного в справочном материале несколько отличаются из-за того, что в справочном варианте с осью симметрии второго порядка совпадает ось  $Z$ , а не ось  $Y$ , как в данной задаче.

**Задание 2.** Определить вид тензора пьезоэлектрических модулей кристалла сульфида кадмия, имеющего точечную группу симметрии  $3m$ .

**Решение.** Поскольку в данном кристалле имеется ось симметрии третьего порядка, то использование метода прямой проверки в декартовых координатах невозможно. Здесь необходимо использовать метод прямой проверки циклических координатах. Методология этого варианта метода подробно рассмотрена в учебном пособии по курсу «Материалы и элементы электронной техники». Томск, ТМЦ ДО, 2009. Продемонстрируем его применение к нашему случаю, когда в точечной группе кристалла имеется два генератора группы: ось симметрии третьего порядка и плоскость симметрии.

**Плоскость симметрии.** Сначала так же, как и в первой задаче, определим установку кристаллофизической системы координат. В качестве варианта размещения плоскости симметрии рассмотрим нестандартное ее положение: ось  $X$  лежит в плоскости симметрии, а ось  $Z$  направлена по оси симметрии шестого порядка. В стандартной установке плоскость симметрии лежит в координатной плоскости  $YOZ$ . Рассмотреть случай такого размещения плоскости симметрии по излагаемой ниже методике не представляет труда.

Далее из всей точечной группы выделяем ее генераторы. Для группы  $3m$ , как уже указывалось, ими являются плоскость симметрии и ось симметрии третьего порядка.

Для упрощения дальнейших выкладок начнем рассмотрение с действия плоскости симметрии на вид тензора второго ранга. При этом воспользуемся

идеологией, изложенной в первой задаче, имея в виду, что матрица преобразования системы координат плоскостью симметрии, лежащей в координатной плоскости  $XOZ$ , имеет вид:

$$\|C_{ik}\| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Это приводит к следующему правилу преобразования компонент тензора первого ранга:

$$x \rightarrow x, y \rightarrow -y, z \rightarrow z.$$

Следовательно, компоненты тензора второго ранга будут преобразовываться по соотношениям:

$$\begin{aligned} xx &\rightarrow xx, xy \rightarrow -xy, xz \rightarrow xz, \\ yx &\rightarrow -yx, yy \rightarrow yy, yz \rightarrow -yz, \\ zx &\rightarrow zx, zy \rightarrow -zy, zz \rightarrow zz. \end{aligned} \tag{10}$$

Первый набор соотношений для компонент тензора получим, умножив соотношения (10) справа на  $x$ :

$$\begin{aligned} xxx &\rightarrow xxx, xyx \rightarrow -xyx, xzx \rightarrow xzx, \\ yxx &\rightarrow -yxx, yux \rightarrow yux, yzx \rightarrow -yzx, \\ zxx &\rightarrow zxx, zyx \rightarrow -zyx, zzx \rightarrow zzx \end{aligned} \tag{11}$$

Второй набор соотношения получим из (11), умножив его справа на  $y$ . Тогда получим:

$$\begin{aligned} xxy &\rightarrow -xxy, xyy \rightarrow xyy, xzy \rightarrow -xzy, \\ yxy &\rightarrow yxy, yyy \rightarrow -yyy, yzy \rightarrow yzy, \\ zxy &\rightarrow -zxy, zyy \rightarrow zyy, zzy \rightarrow -zzy. \end{aligned} \tag{11}$$

Последний набор получается из набора (10) умножением справа соотношений на  $z$ :

$$\begin{aligned}
xxz &\rightarrow xxz, \quad xyz \rightarrow -xyz, \quad xzz \rightarrow xzz, \\
yxz &\rightarrow -yxz, \quad yyz \rightarrow yyz, \quad yzz \rightarrow -yzz, \\
zxx &\rightarrow zxx, \quad zyz \rightarrow -zyz, \quad zzz \rightarrow zzz
\end{aligned} \tag{12}$$

Теперь по полученным соотношениям (10)-(12) получим соотношения для компонент тензора третьего ранга. Принцип вывода нулевых компонент аналогичен выводу, описанному в предыдущей задаче. Применяв его, получим:

$$\begin{aligned}
d_{121} = d_{16} = 0, \quad d_{211} = d_{21} = 0, \quad d_{231} = d_{25} = 0, \quad d_{321} = d_{36} = 0, \\
d_{112} = d_{16} = 0, \quad d_{132} = d_{14} = 0, \quad d_{222} = d_{22} = 0, \quad d_{312} = d_{36} = 0, \quad d_{332} = d_{34} = 0, \\
d_{123} = d_{14} = 0, \quad d_{213} = d_{25} = 0, \quad d_{233} = d_{23} = 0, \quad d_{323} = d_{34} = 0.
\end{aligned}$$

Следовательно, вид тензора второго ранга за счет плоскости симметрии, совпадающей с координатной плоскостью  $XOZ$ , в обозначения Фохта будет иметь следующий вид:

$$\|d_{i\alpha}\| = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & d_{35} & 0 \end{pmatrix}. \tag{13}$$

В результате применения симметричных ограничений, накладываемых на физическое свойство в кристалле, имеющем плоскость симметрии, число независимых компонент тензора третьего ранга с 27 уменьшилось до 10. Вид этого тензора полностью совпадает с видом, приведенным в справочнике, если учесть замену  $Y$ -оси, на  $X$ .

**Ось симметрии третьего порядка.** Теперь необходимо к тензору вида (13) применить операцию симметрического преобразования осью симметрии третьего порядка. Введение циклических координат позволяет это сделать. Однако на практике необходимо знать закон преобразования не циклических компонент, а декартовых. И здесь оказывается полезным то обстоятельство, что компоненты тензоров преобразуются как произведение соответствующего рангу тензора числа координат. Именно на этом основан излагаемый ниже способ перевода циклических координат в декартовы координаты.



Будем обозначать циклические координаты как  $\xi$  и  $\eta$ , которым в методе мы договорились приписывать индексы «1» и «-1», соответственно (см. учебное пособие по курсу «Материалы и элементы электронной техники». Томск, ТМЦ ДО, 2009. стр. 103). Координате  $z$  приписывали индекс «0». Тензорные компоненты в циклическом базисе будем обозначать фигурными скобками с коэффициентом, например  $a\{\xi\xi\eta\}$ . При этом содержимое фигурных скобок указывает, какие индексы имеет данная компонента, а коэффициент  $a$  - численному значению данной компоненты.

С содержимым фигурных скобок (индексами) можно проделывать тождественные преобразования вида:

$$\begin{aligned}\{\xi\} &= \{x - iy\} = \{x\} - i\{y\}, \\ \{\eta\} &= \{x + iy\} = \{x\} + i\{y\}.\end{aligned}$$

Если в фигурные скобки входит два или более индексов, необходимо производить их перемножение. Это делается обычным способом, но с одним условием: нельзя переставлять местами сомножители, т.к. это означает перестановку индексов. Мнимую единицу  $i$  можно переставлять в любое место и даже выносить за скобки. Например,

$$\{\xi\xi\} = \{(x - iy)(x - iy)\} = \{xx\} - \{yy\} - i\{xy\} - i\{yx\}. \quad (14)$$

Скобки  $\{\eta\eta\}$  непосредственно получаются из выражения (14) посредством комплексного сопряжения, т.е. изменением знака мнимой части. Это позволит в два раза сократить вычисления вида (14) вдвое.

Заметим еще, что, посчитав, скажем, скобки

$$\{\xi\xi\eta\} = \{xxx\} + \{xyy\} + \{yxy\} - \{yux\} + i[\{xxy\} - \{xyx\} - \{yxx\} - \{yyy\}] \quad (15)$$

можно сразу записать конечные выражения для скобок  $\{\xi\eta\xi\}$  и  $\{\eta\xi\xi\}$ . Для этого необходимо сделать соответствующие перестановки и в правой части равенства (15): для скобки  $\{\xi\eta\xi\}$  нужно поменять местами второй и третий индекс во всех скобках правой части, а для скобки  $\{\eta\xi\xi\}$  - первый и третий.

Теперь перейдем к рассмотрению вида тензора третьего ранга, инвариантного относительно оси симметрии третьего порядка. В общем случае тензор третьего ранга имеет 27 независимых компонент. Их число уменьшается за счет наличия у него внешней симметрии, определяемой в первую очередь точечной группой симметрии кристалла. Значит, в общем случае в циклических координатах тензор третьего ранга состоит из трех «слоев», различающихся значением первого индекса компонент тензора. Обозначим слои как  $d_\xi$ ,  $d_\eta$ ,  $d_z$  в зависимости от того, какой индекс в слое остается неизменным:  $\xi$ ,  $\eta$  или  $z$ . Поэтому первый слой тензора третьего ранга можно записать в виде:

$$d_\xi = \|d_{\xi\eta z}\| = a_1\{\xi\xi\xi\} + a_2\{\xi\xi\eta\} + a_3\{\xi\xi z\} + a_4\{\xi\eta\xi\} + a_5\{\xi\eta\eta\} + a_6\{\xi\eta z\} + a_7\{\xi z\xi\} + a_8\{\xi z\eta\} + a_9\{\xi z z\} . \quad (16)$$

Второй слой будет иметь следующую структуру:

$$d_\eta = \|d_{\xi\eta z}\| = b_1\{\eta\xi\xi\} + b_2\{\eta\xi\eta\} + b_3\{\eta\xi z\} + b_4\{\eta\eta\xi\} + b_5\{\eta\eta\eta\} + b_6\{\eta\eta z\} + b_7\{\eta z\xi\} + b_8\{\eta z\eta\} + b_9\{\eta z z\} . \quad (17)$$

Третий слой формируется из компонент, в которых первый индекс принимает значение  $z$ :

$$d_z = \|d_{\xi\eta z}\| = c_1\{z\xi\xi\} + c_2\{z\xi\eta\} + c_3\{z\xi z\} + c_4\{z\eta\xi\} + c_5\{z\eta\eta\} + c_6\{z\eta z\} + c_7\{z z\xi\} + c_8\{z z\eta\} + c_9\{z z z\} . \quad (18)$$

Полный тензор будет представлять собой сумму выражений (16)-(18):

$$\begin{aligned} d &= d_\xi + d_\eta + d_z = \\ &= a_1\{\xi\xi\xi\} + a_2\{\xi\xi\eta\} + a_3\{\xi\xi z\} + a_4\{\xi\eta\xi\} + a_5\{\xi\eta\eta\} + \\ &+ a_6\{\xi\eta z\} + a_7\{\xi z\xi\} + a_8\{\xi z\eta\} + a_9\{\xi z z\} + \\ &+ b_1\{\eta\xi\xi\} + b_2\{\eta\xi\eta\} + b_3\{\eta\xi z\} + b_4\{\eta\eta\xi\} + b_5\{\eta\eta\eta\} + \\ &+ b_6\{\eta\eta z\} + b_7\{\eta z\xi\} + b_8\{\eta z\eta\} + b_9\{\eta z z\} + \\ &+ c_1\{z\xi\xi\} + c_2\{z\xi\eta\} + c_3\{z\xi z\} + c_4\{z\eta\xi\} + c_5\{z\eta\eta\} + \\ &+ c_6\{z\eta z\} + c_7\{z z\xi\} + c_8\{z z\eta\} + c_9\{z z z\} . \end{aligned} \quad (19)$$

В полученном выражении (19) для тензора третьего ранга в циклических координатах есть коэффициенты, которые связаны между собой через операцию комплексного сопряжения. Действительно, по определению циклические координаты  $\xi$  и  $\eta$  являются комплексно-сопряженными, поэтому перестановка их местами у какой-либо компоненты тензора эквивалентна операции комплексного сопряжения. Значит, компонента  $\{\xi\xi\xi\}$  точно равна комплексно-сопряженной компоненте  $\{\eta\eta\eta\}$ . Просматривая выражение (19), можно выделить его слагаемые, которые отличаются только положением координат  $\xi$  и  $\eta$  в списке индексов. Тогда приравнивая их со знаком комплексного сопряжения, получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} a_1 &= b_5^*, a_2 = b_4^*, a_3 = b_6^*, a_4 = b_2^*, a_5 = b_1^*, \\ a_6 &= b_3^*, a_7 = b_8^*, a_8 = b_7^*, a_9 = b_9^*, \\ c_1 &= c_5^*, c_2 = c_4^*, c_3 = c_6^*, c_7 = c_8^*. \end{aligned}$$

Здесь символ (\*) означает комплексное сопряжение, т.е. у мнимой части коэффициента, помеченного звездочкой (\*), знак меняется на обратный. Эти соотношения позволяют уменьшить число независимых коэффициентов до 14.

Как следует пользоваться выражением (19) для определения одинаковых компонент в декартовых координатах, продемонстрируем на примере. Закон изменения циклических координат при действии оси симметрии произвольного порядка имеется в учебном пособии по курсу «Материалы и элементы электронной техники». Томск, 2009, стр. 105. Он утверждает, что отличны от нуля будут только те компоненты тензора, сумма циклических индексов которых равна нулю или делится на порядок оси без остатка. Таким образом, отличные от нуля циклические компоненты тензора третьего ранга в кристалле с осью симметрии третьего ранга, должны иметь сумму циклических индексов или «0», или « $\pm 3$ ». Выпишем эти компоненты:

$$\begin{aligned} \{000\} &= \{zzz\}, \{111\} = \{\eta\eta\eta\}, \{\bar{1}\bar{1}\bar{1}\} = \{\bar{\xi}\bar{\xi}\bar{\xi}\}, \\ \{10\bar{1}\} &= \{\eta z \bar{\xi}\}, \{1\bar{1}0\} = \{\eta \bar{\xi} z\}, \{\bar{1}10\} = \{\bar{\xi} \eta z\}, \\ \{\bar{1}01\} &= \{\bar{\xi} z \eta\}, \{0\bar{1}\bar{1}\} = \{z \eta \bar{\xi}\}, \{0\bar{1}1\} = \{z \bar{\xi} \eta\}. \end{aligned} \tag{20}$$

Остальные компоненты равны нулю. Следовательно, тензор третьего ранга в кристалле, имеющем ось симметрии третьего порядка, будет иметь вид:

$$d = a\{\xi\xi\xi\} + a^*\{\eta\eta\eta\} + b_1\{\xi\eta z\} + b_1^*\{\eta\xi z\} + b_2\{\xi z\eta\} + b_2^*\{\eta z\xi\} + b_3\{z\xi\eta\} + b_3^*\{z\eta\xi\} + c\{zzz\}. \quad (21)$$

Здесь коэффициенты при фигурных скобках для удобства обозначены не так, как ранее. В выражении (21) коэффициенты  $a, a^*, b_1, b_2^*, b_2, \dots$  - произвольные комплексные коэффициенты. Заменим циклические координаты  $\xi, \eta$  их выражениями через декартовы координаты  $x, y, z$  и раскроем скобки. Тогда получим:

$$\begin{aligned} d = & (a + a^*) \cdot [\{xxx\} - \{xyy\} - \{yux\} - \{yxy\}] + \\ & + i(a - a^*) \cdot [\{yyy\} - \{xxy\} - \{xyx\} - \{yxx\}] + \\ & + (b_1 + b_1^*) \cdot [\{xxz\} + \{yyz\}] + i2(b_1 - b_1^*) [\{xyz\} - \{yxz\}] + \\ & + (b_2 + b_2^*) \cdot [\{xzx\} + \{yzy\}] + i2(b_2 - b_2^*) [\{xzy\} - \{yzx\}] + \\ & + (b_3 + b_3^*) \cdot [\{zxx\} + \{zyy\}] + i2(b_3 - b_3^*) [\{zxy\} - \{zyx\}] + c\{zzz\}. \end{aligned} \quad (22)$$

Заметим, что сумма комплексно-сопряженных коэффициентов даст действительное число, а их разность – мнимое:

$$\begin{aligned} a + a^* &= \operatorname{Re}(a) + i\operatorname{Im}(a) + \operatorname{Re}(a) - i\operatorname{Im}(a) = 2\operatorname{Re}(a); \\ a - a^* &= \operatorname{Re}(a) + i\operatorname{Im}(a) - \operatorname{Re}(a) + i\operatorname{Im}(a) = 2i\operatorname{Im}(a) \end{aligned}$$

Ясно, что коэффициенты, стоящие перед фигурными скобками, составленными из индексов  $x, y, z$  - соответствующие компоненты в декартовых координатах. Если рассматриваемый тензор  $d$  вещественен, т.е. его мнимая часть равна нулю, то коэффициенты  $a$  и  $a^*$ ,  $b$  и  $b^*$  и т.д. являются комплексно сопряженными числами, т.к. служат коэффициентами при комплексно сопряженных фигурных скобках.

Согласно выражению (22) многие из компонент тензора  $d$ , в силу сказанного выше, оказываются связанными друг с другом. Раз имеется общий множитель в (18), стоящий перед квадратной скобкой, в которой перечисляются индексы в фигурных скобках, то это означает: данный общий

множитель есть то отличное от нуля число, которому равны все компоненты в квадратных скобках, т. е. компоненты в каждой паре квадратных скобках равны друг другу. Так, например, из первой строки выражения (22) следует:

$$[xxx] = -[xyy]; [xxx] = -[yxy]; [xxx] = -[yyx].$$

Это в свою очередь означает:

$$d_{111} = -d_{122}; d_{111} = -d_{212}; d_{111} = -d_{221}.$$

Применяя этот подход к другим строкам выражения (22), получим следующие соотношения, связывающие компоненты тензора третьего ранга в декартовых координатах:

$$\begin{aligned} [xxx] &= -[xyy]; [xxx] = -[yyx]; [xxx] = -[yxy]; \\ [yyy] &= -[xxy] = -[xyx] = -[yxx]; \\ [xxz] &= [yyz]; [xyz] = -[yxz]; [xzx] = [yzy]; \\ [xzy] &= -[yzx]; [zxx] = [zyy]; [zxy] = -[zyx]. \end{aligned}$$

В обозначениях компонент тензора эти соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} d_{111} &= -d_{122}; d_{111} = -d_{221}; d_{111} = -d_{212}; \\ d_{222} &= -d_{112} = -d_{121} = -d_{211}; \\ d_{113} &= d_{223}; d_{123} = -d_{213}; d_{131} = d_{232}; \\ d_{132} &= -d_{231}; d_{311} = d_{322}; d_{312} = -d_{321}. \end{aligned} \quad (23)$$

Компонента  $d_{333}$  является независимой от других компонент величиной. В обозначениях Фохта, учитывающих внутреннюю симметрию тензора по паре последних индексов, соотношения (23) выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} d_{11} &= -d_{12}; d_{11} = -d_{26}; \\ d_{22} &= -d_{16}; d_{22} = -d_{21}; \\ d_{15} &= d_{24}; d_{14} = -d_{25}; \\ d_{31} &= d_{32}; d_{36} = -d_{36}. \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, рассматриваемый тензор третьего ранга в кристалле с точечной группой симметрии  $3m$  и заданным нестандартным расположением плоскостей симметрии имеет следующий вид:

$$\|d_{i\alpha}\| = \begin{pmatrix} d_{11} & -d_{11} & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & -2d_{11} \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

**Задание 3.** Определить вид тензора упругих постоянных кристалла ниобата лития, имеющего точечную группу симметрии  $3m$ .

**Решение.** Поскольку в данной задаче требуется определить вид тензора четвертого ранга для кристалла гексагональной сингонии, то применение изложенного выше метода прямой проверки в циклических координатах приведет к громоздким выражениям, а значит, увеличит как объем выполняемых преобразований, так и вероятность ошибки. Поэтому изложим другую версию применения метода прямой проверки в циклических координатах. Продемонстрируем его применение к нашему случаю, когда в точечной группе кристалла имеется два генератора группы: ось симметрии третьего порядка и плоскость симметрии.

**Плоскость симметрии.** Сначала так же, как и во второй задаче, определим установку кристаллофизической системы координат. В стандартной установке плоскость симметрии лежит в координатной плоскости  $YOZ$ . Далее из всей точечной группы выделяем ее генераторы. Для группы  $3m$ , ими являются плоскость симметрии и ось симметрии третьего порядка.

Для упрощения дальнейших выкладок начнем рассмотрение с действия плоскости симметрии на вид тензора второго ранга. При этом воспользуемся идеологией, изложенной во второй задаче, имея в виду, что матрица преобразования системы координат плоскостью симметрии, лежащей в плоскости  $YOZ$ . Орты и координаты в новой системе обозначим теми же символами, но со штрихами. Если при этом преобразовании вектор не изменился, то тогда выполнится равенство:

$$x \cdot \bar{e}_1 + y \cdot \bar{e}_2 + z \cdot \bar{e}_3 = x' \cdot \bar{e}_1 + y \cdot \bar{e}_2 + z \cdot \bar{e}_3 \quad (26)$$

Найдем матрицу косинусов данного преобразования системы координат плоскостью.

$$\|C_{ik}\| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Тогда новые орты, определяемые по формуле  $\bar{e}_{i'} = C_{i'k} \cdot \bar{e}_k$ , будут иметь следующий вид:

$$\bar{e}_{1'} = -\bar{e}_1; \quad \bar{e}_{2'} = \bar{e}_2; \quad \bar{e}_{3'} = \bar{e}_3,$$

Тогда выражение (29) перепишется в виде

$$x \cdot \bar{e}_1 + y \cdot \bar{e}_2 + z \cdot \bar{e}_3 = -x' \cdot \bar{e}_1 + y \cdot \bar{e}_2 + z \cdot \bar{e}_3. \quad (27)$$

Так как базисные векторы не зависят друг от друга, то получаем, что коэффициенты при соответствующих базисных векторах равны:

$$x' = -x; \quad y' = y; \quad z' = z$$

Следовательно, компоненты второго ранга преобразуются как произведения двух компонент вектора по следующей форме:

$$\begin{aligned} [xx]' &= [xx] & [xy]' &= -[xy] & [xz]' &= -[xz] \\ [yx]' &= -[yx] & [yy]' &= [yy] & [yz]' &= [yz] \\ [zx]' &= -[zx] & [zy]' &= [zy] & [zz]' &= [zz] \end{aligned}$$

Запишем закон преобразования компонент для тензора четвертого ранга:

$[xxxx]' = [xxxx]$	$[xyxx]' = -[xyxx]$	$[xzxz]' = -[xzxz]$
$[xxxu]' = -[xxxu]$	$[xyxy]' = [xyxy]$	$[xzyx]' = [xzyx]$
$[xxxz]' = -[xxxz]$	$[xyxz]' = [xyxz]$	$[xzxz]' = [xzxz]$
$[xxyx]' = -[xxyx]$	$[xyyx]' = [xyyx]$	$[xzyx]' = [xzyx]$
$[xxyy]' = [xxyy]$	$[xyyy]' = -[xyyy]$	$[xzyy]' = -[xzyy]$

$[xxyz]' = [xxyz]$	$[xyyz]' = -[xyyz]$	$[xzyz]' = -[xzyz]$
$[xxzx]' = -[xxzx]$	$[xyzx]' = [xyzx]$	$[xzzx]' = [xzzx]$
$[xxzy]' = [xxzy]$	$[xyzy]' = -[xyzy]$	$[xzzy]' = -[xzzy]$
$[xxzz]' = [xxzz]$	$[xyzz]' = -[xyzz]$	$[xzzz]' = -[xzzz]$

Это только один слой - слой «X», для слоя «Y» и «Z» элементы будут с обратным знаком, чем для слоя «X». Для компонентов матрицы упругих постоянных в символике Фохта получим:

$$\begin{array}{l}
C_{11} = C_{11} \quad C_{12} = C_{12} \quad C_{13} = C_{13} \quad C_{14} = C_{14} \quad C_{15} = 0 \quad C_{16} = 0 \\
C_{21} = C_{21} \quad C_{22} = C_{22} \quad C_{23} = C_{23} \quad C_{24} = C_{24} \quad C_{25} = 0 \quad C_{26} = 0 \\
C_{31} = C_{31} \quad C_{32} = C_{32} \quad C_{33} = C_{33} \quad C_{34} = C_{34} \quad C_{35} = 0 \quad C_{36} = 0 \\
C_{41} = C_{41} \quad C_{42} = C_{42} \quad C_{43} = C_{43} \quad C_{44} = C_{44} \quad C_{45} = 0 \quad C_{46} = 0 \\
C_{51} = 0 \quad C_{52} = 0 \quad C_{53} = 0 \quad C_{54} = 0 \quad C_{55} = C_{55} \quad C_{56} = C_{56} \\
C_{61} = 0 \quad C_{62} = 0 \quad C_{63} = 0 \quad C_{64} = 0 \quad C_{65} = C_{65} \quad C_{66} = C_{66}
\end{array}$$

Учитывая симметрию  $C_{ijkl}$  по перестановке пар индексов, получим  $C_{\alpha\beta} = C_{\beta\alpha}$ . Следовательно, вид матрицы упругих постоянных за счет плоскости симметрии, совпадающей с координатной плоскостью YOZ, в обозначениях Фохта будет таков:

$$\|C_{\alpha\beta}\| = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & 0 & 0 \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & C_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix} \quad (28)$$

**Ось симметрии третьего порядка.** Для выяснения ограничений, налагаемых на компоненты тензора  $C_{ijkl}$  наличием оси порядка 3, удобно произвести формальное преобразование, введя комплексные координаты  $\xi, \eta$ . К этим новым координатам преобразуем также и тензор  $C_{ijkl}$ , в его компонентах



индексы пробегает теперь значения  $\xi, \eta, z$ . Как показано в учебном пособии, при повороте на  $120^\circ$  вокруг оси  $z$  новые переменные подвергаются преобразованию

$$\xi' = e^{\frac{2\pi i}{3}} \cdot \xi; \quad \eta' = e^{-\frac{2\pi i}{3}} \cdot \eta; \quad z' = z; \quad (29)$$

Отличными от нуля могут быть в силу симметрии кристалла только те из компонент  $C_{ijkl}$ , которые не меняются при этом преобразовании. Запишем закон преобразования циклических компонент тензора упругих постоянных при повороте на угол  $120^\circ$  вокруг оси  $z$  из (29):

$$A_{k'l'm'n'} = \exp[i \cdot (a+b+c+d) \cdot 120] \cdot \delta'_{ka} \delta'_{lb} \delta'_{mc} \delta'_{nd} \cdot A_{abcd} \quad (30)$$

и

$$C_{k'l} = \exp[120 i] \delta_{k'l}.$$

Тогда имеем:

$$\left( \exp[120 i(a+b+c+d)] - 1 \right) \cdot A_{abcd} = 0.$$

Согласно этому выражению отличными от нуля будут те компоненты тензора, для которых выполняется условие

$$\left( \exp[120 i \cdot (a+b+c+d)] - 1 \right) = 0.$$

Но с другой стороны имеем

$$\exp \left[ 360 i \left( \frac{a+b+c+d}{3} \right) \right] = 1,$$

если  $\left( \frac{a+b+c+d}{3} \right)$  – целое число или нуль.

Таким образом, отличны от нуля только те компоненты тензора четвертого ранга при повороте вокруг оси симметрии ( $z$ ), сумма индексов которых равна нулю или делится на порядок оси, равный трем. Запишем отличные от нуля

компоненты тензора, инвариантного относительно группы поворотов в циклической системе координат относительно оси симметрии 3:

$$\{zzz\dot{z}, \{\eta\xi\eta\xi\}, \{\eta\eta\xi\xi\}, \{\eta\xi z z\}, \{\eta z \xi z\}, \{\xi\xi\xi z\}, \{\eta\eta\eta z\}$$

Учитывая плоскость симметрии  $m$ , входящую в точечную группу симметрии, получаем, что  $x' = -x$ ;  $y' = y$ ;  $z' = z$ , или для величин  $\xi, \eta$ :  $\xi' \rightarrow \eta$ ,  $\eta' \rightarrow \xi$ . Поскольку при этом преобразовании  $\{\xi\xi\xi z\} \rightarrow \{\eta\eta\eta z\}$ , то эти компоненты должны быть равны. Таким образом, кристаллы  $3m$  обладают всего шестью независимыми модулями упругости, и весь тензор будет представлять собой сумму всех отличных от нуля компонент:

$$C_{ijkl} = a_1\{zzz\dot{z}\} + a_2\{\xi\eta\xi\eta\} + a_3\{\xi\xi\eta\eta\} + a_4\{\xi\eta z z\} + a_5\{\xi z \eta z\} + a_6\{\xi\xi\xi z\} + a_6\{\eta\eta\eta z\},$$

где  $a_1 \dots a_6$  – значения компонент тензора.

Для того, чтобы написать выражение для свободной энергии, надо составить сумму по формуле  $\Psi = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{ik} \cdot \varepsilon_{lm}$ , в которой индексы пробегают значения  $\xi, \eta, z$ . Поскольку необходимо выразить  $\Psi$  через компоненты тензора деформации в координатах  $x, y, z$ , то их необходимо выразить через компоненты в координатах  $\xi, \eta, z$ . Это можно сделать, воспользовавшись тем, что компоненты тензора  $\varepsilon_{ik}$  преобразуются как произведения соответствующих двух координат. Продемонстрируем это. Так любая компонента с индексами  $\eta\eta$  будет преобразовываться следующим образом:

$$\eta\eta = (x + iy)^2 = x^2 - y^2 + 2ixy.$$

Отсюда следует, что

$$\varepsilon_{\eta\eta} = \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy} + 2i\varepsilon_{xy}.$$

Аналогично поступаем для других компонент тензора деформаций. В результате получим следующее выражение для энергии  $\Psi$ . Более подробно о выражении для энергии деформированного состояния кристалла можно

почитать в книге Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика т. VII Теория упругости. – Москва: Наука, 1987г. - §10.

$$\begin{aligned} \Psi = & \frac{1}{2} C_{zzzz} \varepsilon_{zz}^2 + 2C_{\eta\xi\eta\xi} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy})^2 + C_{\eta\eta\xi\xi} [(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + 4\varepsilon_{xy}^2] + \\ & + 2C_{\eta\xi zz} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \varepsilon_{zz} + 4C_{\eta z \xi z} (\varepsilon_{xz}^2 + \varepsilon_{yz}^2) + \\ & + 4C_{\eta\eta\eta z} [(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) \varepsilon_{yz} - 2\varepsilon_{xy} \varepsilon_{xz}] \end{aligned} \quad (31)$$

Энергия деформированного кристалла является вещественной величиной. Поэтому, приравняв к нулю мнимую часть выражения (31), получим следующие равенства для упругих постоянных  $C_{ijkl}$ :

$$\begin{aligned} \{zzzz\} = \{zzz\bar{z}\}; \{xxxx\} = \{xxyy\}; \{xxxx\} = \{xxyy\}; \{xxyy\} = \{xxxx\}; \\ \{xxzz\} = \{yyzz\}; \{xzxz\} = \{yzyz\}; \{xxyz\} = -\{yzyz\}; \{xxyz\} = -\{xyyz\}; \end{aligned}$$

Эти равенства получены с учетом симметрии тензора  $C_{ijkl}$ . Запишем равенства через символику Фохта:

$$\begin{aligned} C_{11} = C_{22}, \quad C_{33} = C_{33}, \quad C_{11} = C_{12}, \quad C_{66} = C_{11}, \\ C_{13} = C_{23}, \quad C_{44} = C_{55}, \quad C_{14} = -C_{24}, \quad C_{65} = -C_{14}. \end{aligned}$$

Теперь применим эти результаты для матрицы (28)

$$\|C_{\alpha\beta}\| = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{11} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ C_{14} & -C_{14} & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{14} & C_{11} \end{pmatrix} \quad (32)$$

Теперь матрица (32) представляет собой окончательный вид матрицы упругих постоянных точечной группы  $3m$  в обозначениях Фохта.

### 4.3. Вычисление величины физического свойства

Курсовые работы по этому направлению представляют собой задачи по типовым темам курса «Материалы и элементы электронной техники» с усложненными условиями.

**Задание 1.** На сколько изменится температура находящейся при комнатной температуре прямоугольной пластины кристалла размерами  $(5 \times 5 \times 0.5)$  см<sup>3</sup> при помещении ее в электрическое поле величиной  $2 \cdot 10^6$  В/см, лежащее в плоскости  $X_1O X_3$  и направленное под углом  $90^\circ$  к оси  $X_3$ . Ортогональная система координат  $X_1X_2X_3$  ориентирована по сторонам пластины. Пластина вырезана так, что нормаль к ее поверхности составляет угол  $45^\circ$  с осью симметрии. Рассматриваемый кристалл имеет точечную группу симметрии 4, вектор пьезоэлектрических коэффициентов  $\vec{\gamma}(0, 0, \gamma_3)$  со значением  $\gamma_3=15$  ед. СГСЕ, значения относительной диэлектрической проницаемостей  $\epsilon_3 = 16.8$ ,  $\epsilon_1 = 12.6$ . Удельная плотность его вещества  $\rho=4.4$  г/см<sup>3</sup>, удельная теплоемкость  $c=2.2$  кал/г·К. При переводе единиц теплопроводности в систему СИ учесть, что 1 кал/К=4.19 Дж/К.

**Решение.** Начинаем рассмотрение с определения положения кристаллофизической системы координат в данном кристалле. Поскольку известна точечная группа симметрии кристалла, то можно выбрать стандартную установку кристаллофизической системы координат (см. учебно-методическое пособие по курсу «Материалы и элементы электронной техники». Часть 1. Томск, 2009, Приложение 1). В рассматриваемом случае главная ось симметрии направляется по кристаллофизической оси  $Z$ , а оси  $X$  и  $Y$  располагаются в перпендикулярной плоскости. Ясно, что в этой ситуации вектор пьезоэлектрических коэффициентов ориентирован по оси  $Z$ .

Отыскать искомое изменение температуры можно, воспользовавшись выражением для электрокалорического эффекта, опустив в нем знак «-»:

$$\Delta T = (\vec{q} \cdot \vec{E}) = -\frac{T}{\rho c V} \gamma \cdot E \cdot \cos \alpha. \quad (33)$$

Здесь  $\rho$  - плотность вещества,  $c$  - удельная теплоемкость кристалла,  $V$  - объем пластины,  $\gamma$  - модуль вектора пьезоэлектрических коэффициентов,  $\alpha$  - угол между вектором электрического поля и вектором пьезоэлектрических коэффициентов. Все входящие в данное выражение величины известны. Поэтому подставим их в (33), учитывая размерность в системе СИ:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \frac{T}{\rho c V} \gamma \cdot E \cdot \cos \alpha = \\ &= \frac{300}{4.4 \cdot 2.2 \cdot 10^6 \cdot 4.19 \cdot (5 \times 5 \times 0.5) \cdot 10^{-6}} 15 \frac{10^{-5}}{4\pi \cdot 3} 2 \cdot 10^6 \cdot 10^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= \frac{300\sqrt{2}}{4.4 \cdot 2.2 \cdot 4.19 \cdot (1 \times 5 \times 0.5)} \frac{10^{-5}}{4\pi} \cdot 10^8 = \\ &= \frac{30\sqrt{2}}{4.4 \cdot 2.2 \cdot 4.19} \cdot \frac{10^3}{\pi} = \frac{42}{127.4} 10^3 \approx 330. \end{aligned}$$

Таким образом, в результате приложения электрического поля пластина изменит свою температуру на 330 К.

**Задача 2.** Определить величину и направление поляризации пластины кристалла точечной симметрии 32 при действии на нее поверхность одноосного сжатия величиной  $\sigma_0 = 3 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2$ , если тензор пьезомодулей данного кристалла имеет следующий вид:

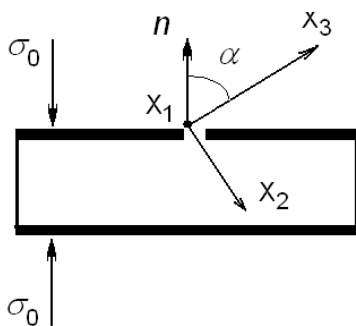


Рис.1.

$$\|d_{i\alpha}\| = \begin{pmatrix} d_{11} & -d_{11} & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_{14} & -2d_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Пластина вырезана так, что в стандартной установке кристаллографической системы координат нормаль к поверхности пластины составляет произвольный угол  $\alpha$  с осью  $X_3$ , а ось  $X_1$  вдоль поверхности пластины.

Компоненты вектора поляризации  $P_i$  определяются уравнением прямого пьезоэлектрического эффекта

$$P_i = d_{ijk} \sigma_{jk}.$$

Будем считать, что действующее упруго напряжение лежит в плоскости  $X_2OX_3$ , т.е. действующая сила имеет компоненты  $\vec{F}(0 \ F_2 \ F_3)$ . Тогда тензор упругого напряжения может быть представлен в виде

$$\|\sigma_{jk}\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2 & n_2 n_3 \\ 0 & n_2 n_3 & n_3^2 \end{vmatrix} \cdot (-\sigma_0).$$

Вывод этого тензора аналогичен изложенному в задаче 1 на определение физических свойств кристаллов, описываемых тензорами второго ранга, изложенной в учебно-методическом пособии (см. В.Н. Давыдов. Материалы и элементы электронной техники. Часть 2. Томск, 2009, с. 20).

$$n_2 = -\sin \alpha, \quad n_3 = \cos \alpha.$$

Тогда явный вид тензора упругих напряжений будет таков

$$\|\sigma_{jk}\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\sin \alpha)^2 & -\sin \alpha \cos \alpha \\ 0 & -\sin \alpha \cos \alpha & (\cos \alpha)^2 \end{vmatrix} \cdot (-\sigma_0).$$

Модуль вектора поляризации найдем как квадратный корень из суммы квадратов его компонент:

$$|\vec{P}| = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}.$$

При этом с учетом ненулевых компонент тензора упругих напряжений каждая компонента будет равна ( $j, k = 1, 2, 3$ )

$$\begin{aligned} P_1 &= d_{1jk} \sigma_{jk} = d_{122} \sigma_{22} + d_{123} \sigma_{23} + d_{132} \sigma_{32} + d_{133} \sigma_{33} = \\ &= d_{12} \sigma_2 + \frac{1}{2} d_{14} \sigma_4 + \frac{1}{2} d_{14} \sigma_4 + d_{13} \sigma_3 = \\ &= [d_{12} \sin^2 \alpha - d_{14} \sin \alpha \cos \alpha + d_{13} \cos^2 \alpha] \cdot (-\sigma_0). \end{aligned}$$

Согласно виду тензор пьезомодулей кристалла пластины пьезомодуль  $d_{13} = 0$ , тогда

$$P_1 = [d_{12} \sin^2 \alpha - d_{14} \sin \alpha \cos \alpha] \cdot (-\sigma_0).$$

Следующие компоненты вектора поляризации будут равны:

$$\begin{aligned}
P_2 &= d_{2jk}\sigma_{jk} = d_{222}\sigma_{22} + d_{223}\sigma_{23} + d_{232}\sigma_{32} + d_{233}\sigma_{33} = \\
&= d_{22}\sigma_2 + \frac{1}{2}d_{24}\sigma_4 + \frac{1}{2}d_{24}\sigma_4 + d_{23}\sigma_3 = \\
&= \left[ d_{22} \sin^2 \alpha - d_{24} \sin \alpha \cos \alpha + d_{23} \cos^2 \alpha \right] \cdot (-\sigma_0) . \\
P_3 &= d_{3jk}\sigma_{jk} = d_{322}\sigma_{22} + d_{323}\sigma_{23} + d_{332}\sigma_{32} + d_{333}\sigma_{33} = \\
&= d_{32}\sigma_2 + \frac{1}{2}d_{34}\sigma_4 + \frac{1}{2}d_{34}\sigma_4 + d_{33}\sigma_3 = \\
&= \left[ d_{32} \sin^2 \alpha - d_{34} \sin \alpha \cos \alpha + d_{33} \cos^2 \alpha \right] \cdot (-\sigma_0) .
\end{aligned}$$

Однако, стоящие в данных выражениях пьезомодули равны нулю. Поэтому получим:

$$P_2 = 0; P_3 = 0 .$$

Окончательно получим:

$$\begin{aligned}
|\bar{P}| &= \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2} = |P_1| = \left| \left[ d_{12} \sin^2 \alpha - \frac{d_{14}}{2} \sin 2\alpha \right] \sigma_0 \right| = \\
&= \left[ d_{11} \sin^2 \alpha + \frac{d_{14}}{2} \sin 2\alpha \right] \sigma_0 .
\end{aligned} \tag{34}$$

Исследуем эту функцию на максимум. Для этого продифференцируем по углу  $\alpha$  и приравняем производную к нулю. Тогда

$$2d_{11} \sin \alpha \cos \alpha + d_{14} \cos 2\alpha = 0 .$$

Преобразуем данное выражение к виду

$$d_{11} \sin 2\alpha + d_{14} \cos 2\alpha = \sqrt{d_{11}^2 + d_{14}^2} \sin(2\alpha + \theta) = 0 ,$$

где  $\operatorname{tg} \theta = \frac{d_{11}}{d_{14}}$ .

Отсюда найдем, что  $2\alpha + \theta = \pi$  или

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left( \frac{d_{11}}{d_{14}} \right) .$$

Можно показать, что найденный угол соответствует максимуму исследуемой функции.

Таким образом, максимальное значение поляризации кристаллической пластины достигается при отступлении ее ориентации от оси симметрии третьего порядка на угол, меньший  $90^\circ$  на величину, определяемую

соотношением пьезомодулей  $d_{11}, d_{14}$ . Этот результат отражает то обстоятельство, что приложенное к пластине упругое напряжение состоит как из продольной, так и сдвиговой компонент, каждая из которых дает свой вклад в поляризацию. При известных значениях этих пьезомодулей оптимальный угол для получения максимальной поляризации может быть конкретизирован.

**Задача 3.** Определить кристаллографическое направление, задаваемое единичным вектором  $\bar{n}$ , вдоль которого величина физического свойства, заданного в кристаллофизической системе координат тензором

$$\|T_{ij}\| = \begin{vmatrix} 10 & 2 & 0 \\ 2 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 55 \end{vmatrix}$$

принимает значение, равное 20.

**Решение.** Данная задача является обратной по отношению к вычислению нормальной составляющей заданного тензора в направлении заданного вектора единичной длины. В рассматриваемом случае постановка задачи такова: найти компоненты единичного вектора  $\bar{n}(n_1, n_2, n_3)$ , если известно, что функция

$$T_{ij}n_i n_j = 20, \quad (35)$$

если

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1. \quad (36)$$

В данном случае имеем три неизвестных величины -  $n_i$ , для нахождения которых имеем два уравнения: (35) и (36). Поэтому будем решать задачу, отыскивая решения в координатных плоскостях, что означает обращением в нуль одной из координат отыскиваемого единичного вектора.

Случай 1. Будем считать  $n_1 = 0$ . Тогда из уравнения (35) найдем

$$T_{22}n_2^2 + T_{33}n_3^2 = 20.$$



Из уравнения (39) получим

$$n_3^2 = 1 - n_2^2,$$

что позволяет исключить одну переменную и получить одно уравнение с одной неизвестной

$$T_{33} + (T_{22} - T_{33})n_2^2 = 20.$$

Отсюда найдем одну из компонент единичного вектора

$$n_2 = \pm \sqrt{\frac{T_{33} - 20}{T_{33} - T_{22}}} = \pm \sqrt{\frac{35}{40}} = \pm 0.93.$$

Другая компонента будет равна

$$n_3 = 0.35.$$

Таким образом, получили четыре вектора, из которых два повторяют кристаллографические направления, указанные другими двумя векторами. Поэтому выберем в качестве решения векторы

$$\bar{n}^{(1)}(0 \ 0.93 \ 0.35), \bar{n}^{(2)}(0 \ -0.93 \ 0.35).$$

Случай 2. Будем считать  $n_2 = 0$ . Тогда система уравнений для определения компонент вектора будет

$$T_{11}n_1^2 + T_{33}n_3^2 = 20:$$

$$n_1^2 + n_3^2 = 1.$$

Решаем ее тем же методом, что и в первом случае, тогда получим:

$$n_1 = \pm \sqrt{\frac{T_{33} - 20}{T_{33} - T_{11}}} = \pm \sqrt{\frac{35}{45}} = \pm 0.88.$$

$$n_3 = 0.48$$

Следовательно, единичные векторы для этого случая будут

$$\bar{n}^{(3)}(0.88 \ 0.0 \ 0.48); \bar{n}^{(4)}(-0.88 \ 0.0 \ 0.48).$$

Случай 3. Будем считать  $n_3 = 0$ . Тогда система уравнений для нахождения компонент единичного вектора примет вид:

$$\begin{aligned} T_{11}n_1^2 + T_{22}n_2^2 + 2T_{12}n_1n_2 &= 20 : \\ n_1^2 + n_2^2 &= 1. \end{aligned}$$

Замена одной компоненты через другую приводит к уравнению вида:

$$T_{11}n_1^2 + T_{22} - T_{22}n_1^2 - 20 = -2T_{12}n_1\sqrt{1-n_1^2}.$$

После подстановки численных значений и очевидных преобразований получим

$$5n_1^2 + 5 = 4n_1\sqrt{1-n_1^2}.$$

После возведения левой и правой частей этого уравнения в квадрат и обозначения  $x = n_1^2$  получим

$$25x^2 + 50x + 25 = 16x(1-x).$$

Данное уравнение представляет собой квадратное уравнение вида:

$$41x^2 + 34x + 25 = 0.$$

Его решение дает

$$x_{1,2} = \frac{-34 \pm \sqrt{1156 - 4100}}{82}.$$

Отрицательное значение дискриминанта означает, что данное уравнение не имеет действительных решений.

Таким образом, решением поставленной задачи являются ранее найденные векторы

$$\begin{aligned} \bar{n}^{(1)}(0.0 \ 0.93 \ 0.35), \bar{n}^{(2)}(0.0 \ -0.93 \ 0.35), \\ \bar{n}^{(3)}(0.88 \ 0.0 \ 0.48); \bar{n}^{(4)}(-0.88 \ 0.0 \ 0.48). \end{aligned}$$

## 5. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВЫХ РАБОТ

1. Най Дж. Ф. «Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц (2-е изд.)» – Москва: Издательство «Мир», 1967 г.
2. Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская «Основы кристаллофизики» - Москва: Издательство «Наука», 1979 г.
3. Н.В. Переломова, М.М. Тагиева. «Задачник по кристаллофизике» - Москва: Издательство «Наука», 1972 г.
4. Давыдов В.Н. «Материалы и элементы электронной техники: Учебное пособие» – Томск: 2009 г.
5. Давыдов В.Н. «Материалы и элементы электронной. Часть 1. Кристаллография и кристаллофизика: Учебное методическое пособие» – Томск: 2009 г.
6. Давыдов В.Н. «Материалы и элементы электронной техники. Часть 2. Кристаллография и кристаллофизика: Учебное методическое пособие» – Томск: 2009 г.
7. Пасынков В.В., Сорокин В.С. Материалы электронной техники: Учебник. 5-е издание, стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2003. – 368 с., ил. – (Учебник для вузов. Специальная литература).
8. Павлов П.В., Хохлов А.Ф. Физика твёрдого тела. – М.: Просвещение, 1991. — 152с.
9. Пасынков В.В., Сорокин В.С., Материалы электронной техники. Учебник. – М.: Лань, 2003. —281с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. – М.: Наука, 1965. – 99с
11. У. Вустер. Применение тензоров и теории групп для описания физических свойств кристаллов. М.:Наука,1977.
12. Ю.И. Дмитриченко. Тензорное исчисление. М.: Высшая школа, 2001.

13. ОС ТУСУР 6.1-97. Работы студенческие учебные и выпускные квалификационные. Общие требования и правила оформления. – Томск: ТУСУР, 1997 г.
14. Желудев И.С. Электрические кристаллы. Издательство «Наука», Москва 1969 г.
15. Полякова А.Л. Деформация полупроводников и полупроводниковых приборов. – М.: Энергия, 1979. – 168 с., ил.
16. А.С. Сонин, Б.А. Струков. Введение в сегнетоэлектричество. 1970 г.
17. И.С. Желудев. Физика кристаллических диэлектриков. 1968 г.
18. Б.А. Струков, А.П. Леванюк. Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах. 1995 г.
19. Г.А. Смоленский, Н.Н. Крайник. Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. М.: Наука. 1968 г.
- В.М. Рудяк. Сегнетоэлектрические кристаллы. М.: Сов. Радио. 1980 г.
20. В.К. Новик, Н.Г. Гаврилова и др. Пироэлектрические преобразователи. 1970.
21. С.Н. Дрождин. Физические свойства пироэлектриков. М.: Сов. Радио, 1988.
22. Струков Б.А. Сегнетоэлектричество в кристаллах и жидких кристаллах: природа явления, фазовые переходы, нетрадиционные состояния вещества // Соросовский Образовательный Журнал. 1996. Т 4. С. 81-89.
23. Струков Б.А. Фазовые переходы в сегнетоэлектрических кристаллах с дефектами// Соросовский Образовательный Журнал. Т 12. С. 95-101.
24. Рез И.С., Поплавко Ю.М. Диэлектрики: основные свойства и применения в электронике. М.: Радио и связь, 1989.
25. Новик В.К., Гаврилова Н.Д. и др. Пироэлектрические преобразователи. М.: Сов. радио, 1979.
26. “Электрорадиоматериалы” под ред. Б.М. Тареева: Учеб. Пособие для студентов втузов.- М.: Высш. школа, 1978. -336 с., ил.
27. Курлин М.В. и др. “Электрорадиоматериалы”. Л., Судостроение, 1969. -339 с.

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ**  
**УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра электронных приборов (ЭП)

**НАЗВАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

Пояснительная записка к курсовой работе

ФЭТ КП. 559.2000.010 ПЗ

Студент гр. 353/2

\_\_\_\_\_ Т.В. Васильев

\_\_\_\_\_ 2009 г.

Руководитель:

проф. каф. ЭП ТУСУР

\_\_\_\_\_ С.П. Прохоров

\_\_\_\_\_ 2009 г.

Министерство образования и науки Российской Федерации

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра электронных приборов (ЭП)

**ТЕХНИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ**

на курсовую работу по дисциплине **Материалы и элементы электронной  
техники**

студенту \_\_\_\_\_

Фамилия, имя, отчество (полностью)

группа \_\_\_\_\_ **Факультета электронной техники**

1. Тема курсовой работы: **Тензодатчик на основе кристалла кварца**

2. Срок сдачи студентом законченной курсовой работы: **6 июня 2009 г.**

3. Исходные данные к проекту: \_\_\_\_\_

3.1. Размеры кристаллической пластины :  $(5 \times 5 \times 1)$  мм<sup>3</sup>.

3.2. Численные значения пьезомодулей низкотемпературной модификации.

3.3. Максимальное значение тензочувствительности, минимальное изменение емкости датчика с температурой.

4. Содержание пояснительной записки (перечень вопросов, подлежащих изучению и разработке):

(Заполняется согласно глав содержания)

Приложение: программа на C++ вычисления собственных векторов функции объединения свойств кристалла.

5. Перечень обязательного графического материала (с точным указанием обязательных чертежей):

5.1. Стереографическая проекция точечной группы кристалла с указанием кристаллографической и кристаллофизической систем координат;

5.2. Ориентация пластины для изготовления тензодатчика.

6. Дата выдачи задания: **22 февраля 2009 года**

Дата, месяц, год

Руководитель: **Профессор кафедры электронных приборов ТУСУРа**

должность, место работы,

**Филимонов Игорь Сергеевич**

фамилия, имя, отчество

Задание принял к исполнению: **22 февраля 2009 года**

( дата, подпись студента)

## Содержание

1. Введение (состояние проблемы).....	3
2. Основная часть.....	4
2.1. Литературный обзор.....	4
2.2. Анализ исходных данных .....	6
2.3. Расчетно-теоретическая часть .....	20
2.3.1. Определение вида тензора физического свойства методом прямой проверки в циклических координатах.....	30
2.3.2. Составление функции объединения физических свойств кристалла.....	40
2.3.3. Решение задачи на собственные векторы и собственные значения функции объединения физических свойств.....	45
2.3.4. Алгоритмы и программы расчетов.....	47
2.3.5. Обсуждение и анализ результатов.....	50
3. Заключение.....	60
4. Список использованных источников.....	70
5. Приложение А. Расчет матрицы преобразования циклических координат.....	72
6. Приложение Б. Листинг программы вычисления собственных значений функции объединения.....	74
7. Приложение В. Листинг программы вычисления собственных векторов функции объединения.....	75