

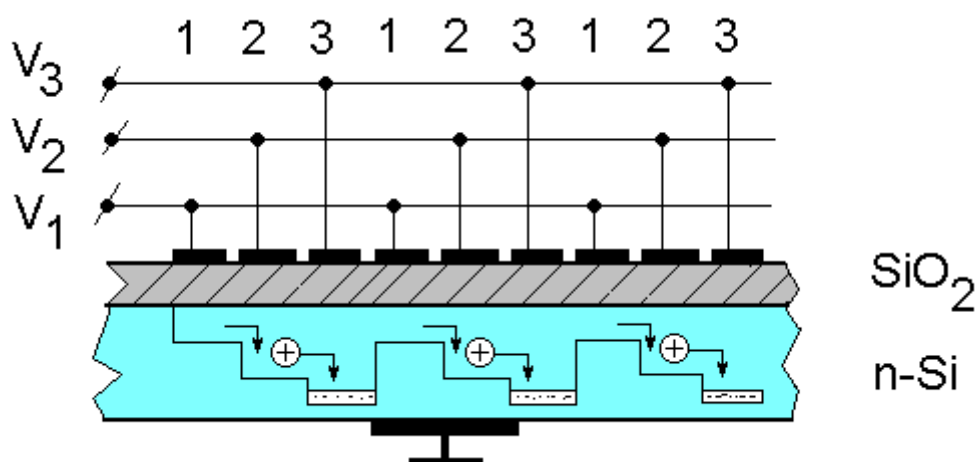
Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Давыдов В.Н.

## ТВЕРДОТЕЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

*Учебно-методическое пособие  
по самостоятельной работе студентов  
с примерами и задачами для направления подготовки  
210100.62 "Электроника и наноэлектроника"*



Томск - 2013

**Давыдов В.Н.**

Профессор кафедры электронных приборов ТУСУР

ТВЕРДОТЕЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА: Учебно-методическое пособие по самостоятельной работе студентов и практических занятий с примерами и задачами для направления подготовки 210100.62 «Электроника и наноэлектроника». - Томск: ТУСУР, 2013. - 160 с.

Данное учебно-методическое пособие является неотъемлемой частью комплекта учебно-методического материала для изучения курса «Твердотельная электроника».

В пособии подробно рассмотрены примеры решения задач по всем разделам данного курса, изложенным в учебном пособии, а также для контрольных работ приведены варианты заданий по каждому разделу курса в количестве 20 задач. В конце пособия приведены справочные материалы по параметрам наиболее используемых полупроводниковых материалов и металлов, необходимые для решения задач. Перед началом каждого раздела дано краткое изложение теории по тем вопросам и в том объеме, которые необходимы для успешного решения задач. В этом теоретическом материале также приведены дополнительные физические параметры и математические выражения, расширяющие представление по данному вопросу. Они также необходимы для численной оценки физических параметров и процессов, используемых для создания приборов твердотельной электроники.

Пособие будет полезно студентам очной и заочной форм обучения, испытывающим трудности в освоении курса «Твердотельная электроника», а также студентам, изучающим близкие по направлению дисциплины физического профиля.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ .....	9
2. ЦЕЛЬ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....	11
3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	
3.1 Наименование тем, их содержание.....	12
3.2 Темы для самостоятельной работы.....	15
3.3. Лабораторные работы.....	16
4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	17
5. ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ	
5.1 Краткое изложение теории.....	18
5.2 Примеры решения задач по вычислению зонного спектра полупроводника.....	25
5.3 Варианты заданий по вычислению зонного спектра полупроводника .....	33
6. КИНЕТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ	
6.1 Краткое изложение теории .....	37
6.2 Примеры решения задач по определению параметров кинетических явлений в полупроводниках.....	40
6.3 Варианты заданий по определению параметров кинетических явлений в полупроводниках.....	44
7. КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ	
7.1 Краткое изложение теории.....	49
7.2 Примеры решения задач по определению параметров контактных явлений в полупроводниках.....	59
7.3 Варианты заданий по определению параметров контактных явлений в полупроводниках .....	66

8. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ТВЕРДЫМИ ТЕЛАМИ	
8.1 Краткое изложение теории .....	70
8.2 Примеры решения задач по определению параметров взаимодействия излучения с полупроводниками .....	72
8.3 Варианты заданий по определению параметров взаимодействия излучения с полупроводниками.....	77
9. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ	
9.1 Краткое изложение теории .....	82
9.2 Примеры решения задач по определению параметров фотоэлектрических эффектов в полупроводниках.....	89
9.3 Варианты заданий по определению параметров фотоэлектрических эффектов в полупроводниках .....	101
10. ЭМИССИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ ПОЛУПРОВОДНИКОВ	
10.1 Краткое изложение теории.....	108
10.2 Примеры решения задач по определению параметров эмиссионных процессов в полупроводниках.....	110
10.3 Варианты заданий по определению параметров эмиссионных процессов в полупроводниках.....	114
11. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ	
11.1 Краткое изложение теории.....	118
11.2 Примеры решения задач по определению параметров поверхностных явлений в полупроводниках.....	127
11.3 Варианты заданий по определению параметров эмиссионных процессов в полупроводниках .....	139

12. ЖИДКИЕ КРИСТАЛЛЫ В ТВЕРДОТЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ	
12.1 Краткое изложение теории.....	144
12.2 Примеры решения задач по определению параметров жидкокристаллических приборов.....	152
12.3 Варианты заданий по определению параметров жидкокристаллических приборов .....	155
14. ПРИЛОЖЕНИЕ. СПАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ ПО ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ МАТЕРИАЛАМ. ЗНАЧЕНИЯ РАБОТ ВЫХОДА ИЗ МЕТАЛЛОВ.....	160

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

1.  $E$  - энергия электрона в твердом теле;
2.  $E_C$  - энергия электрона у дна зоны проводимости;
3.  $E_V$  - энергия электрона у потолка валентной зоны;
4.  $\Delta E_g$  - ширина запрещенной зоны;
5.  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  - волновой вектор;
6.  $p = mv$  - импульс классической частицы;
7.  $m_0$  - масса покоя электрона;
8.  $m^*$  - эффективная масса электрона;
9.  $L$  - длина кристалла;
10.  $\lambda$  - длина волны;
11.  $N$  - количество атомов в кристалле;
12.  $F$  - энергия уровня Ферми;
13.  $k$  - постоянная Больцмана;
14.  $T$  - абсолютная температура;
15.  $f(E)$  - функция распределения частиц по энергии;
16.  $j$  - плотность электрического тока;
17.  $e, q$  - заряд электрона;
18.  $v$  - скорость движения электрона (дырки);
19.  $m_n^*$  - эффективная масса электрона в зоне проводимости;
20.  $m_p^*$  - эффективная масса дырки в валентной зоне;
21.  $x$  - координата в твердом теле;
22.  $\varepsilon$  - электрическое поле;
23.  $t$  - текущее время;
24.  $R$  - коэффициент отражения интенсивности излучения;
25.  $I$  - интенсивность оптического излучения;

26.  $\alpha$  - коэффициент поглощения оптического излучения;
27.  $\varphi$  - длина свободного пробега фотона;
28.  $\omega$  - круговая частота;
29.  $c$  - скорость света в вакууме;
30.  $\sigma$  - сечение захвата фотона заряда центром поглощения;
31.  $f$  - линейная частота;
32.  $g_n$  - скорость генерации электронов;
33.  $g_p$  - скорость генерации дырок;
34.  $R_n$  - скорость рекомбинации электронов;
35.  $R_p$  - скорость рекомбинации дырок;
36.  $\tau_n$  - время жизни электронов;
37.  $\tau_p$  - время жизни дырок;
38.  $\eta$  - квантовая эффективность полупроводника;
39.  $\sigma_n$  - электронная проводимость полупроводника;
40.  $\sigma_p$  - дырочная проводимость полупроводника;
41.  $n$  - концентрация электронов в полупроводнике;
42.  $p$  - концентрация дырок в полупроводнике;
43.  $\mu_n$  - подвижность электронов;
44.  $\mu_p$  - подвижность дырок;
45.  $\tau_{фп}$  - время релаксации фотопроводимости;
46.  $D_n$  - коэффициент диффузии электронов;
47.  $D_p$  - коэффициент диффузии дырок;
48.  $L_n$  - диффузионная длина электронов;
49.  $L_p$  - диффузионная длина дырок;
50.  $d$  - толщина полупроводникового образца;
51.  $\rho$  - удельное сопротивление образца;
52.  $S$  - площадь;

53.  $\chi$  - сродство электрона в твердом теле;
54.  $\Phi_M$  - работа выхода электрона из металла;
55.  $\Phi_P$  - работа выхода электрона из полупроводника;
56.  $\varphi$  - электростатический потенциал;
57.  $I$  - электрический ток;
58.  $\theta$  - угол падения света на поверхность твердого тела;
59.  $K$  - константа упругости жидкого кристалла;
60.  $\rho$  - шаг холестерической спирали;
61.  $z$  - пространственная координата;
62.  $Q$  - параметр порядка в жидких кристаллах;
63.  $\Delta\varepsilon$  - величина оптической анизотропии жидкого кристалла;
64.  $\varepsilon_{\perp}$  - диэлектрическая проницаемость, измеренная перпендикулярно длинной оси молекулы жидкого кристалла;
65.  $\varepsilon_{\parallel}$  - диэлектрическая проницаемость, измеренная параллельно длинной оси молекулы жидкого кристалла.



## 1. ВВЕДЕНИЕ

Данное учебно-методическое пособие включает в себя материалы, необходимые для организации самостоятельной работы по изучению дисциплины «Твердотельная электроника» на очной форме обучения. Оно также будет полезно студентам и заочной формы обучения, включая обучающихся по дистанционной технологии, при освоении теоретической и практической частей данной дисциплины.

На очной форме обучения указанная дисциплина изучается в течение пятого семестра. По окончании изучения сдается экзамен. В процессе освоения дисциплины выполняется две контрольные работы и четыре лабораторных работы. Первая контрольная работа выполняется по следующим разделам курса:

- \* элементы зонной теории твердого тела;
- \* кинетические явления в полупроводниках;
- \* контактные явления в полупроводниках;
- \* взаимодействие оптического излучения с твердыми телами.

Вторая контрольная работа направлена на проверку знаний по следующим разделам курса:

- \* фотоэлектрические явления в полупроводниках;
- \* эмиссия излучения из твердых тел;
- \* поверхностные свойства в полупроводниках;
- \* жидкие кристаллы в электронной технике
- \* сверхпроводимость твердых тел.

Для улучшения усвоения материала весь курс «Твердотельная электроника» составлен из трех взаимно дополняющих частей: теоретической (лекции), расчетной (практические занятия) и лабораторной (лабораторные работы). По теоретической части, излагаемой в лекционном курсе, имеется учебное пособие, изданное в ТУСУРе. Данное учебно-методическое пособие

предназначено для практических занятий и направлено на формирование у студентов навыков расчета параметров и характеристик физических свойств, лежащих в основе современной твердотельной электроники. Методические пособия к выполнению лабораторных работ также изданы и имеются в библиотеке и на кафедре ЭП. Таким образом, имеется весь комплекс учебно-методических материалов, необходимых для успешного освоения данной дисциплины.

При написании учебного пособия к курсу автор стремился к подробному изложению физической стороны обсуждаемого явления или процесса, что в ряде случаев сделано в ущерб математическому описанию. Недостаток математического описания может быть восполнен изучением доступных монографий по физике твердого тела, теории полупроводников.

Учебно-методическое пособие направлено на формирование у студентов навыков расчета основных параметров физических процессов и явлений. Оно разбито на разделы, совпадающие с разделами учебного пособия. В начале каждого раздела данного пособия приводится краткое описание общей картины явления с указанием характеристических параметров и зависимостей рассматриваемого физического явления, а также необходимый набор формул для численных расчетов. Затем подробно рассмотрены примеры решения типовых задач по рассматриваемому разделу и задачи для самостоятельного решения.

В лабораторных работах акцент сделан на выполнение условий наблюдения и техническую реализацию того или иного явления в твердых телах.

Автор обращает внимание на то, что порядок следования тем в учебном и учебно-методическом пособиях частично не совпадает. Указанное несовпадение вызвано тем, что при освоении расчетной части курса оказалось более логичным расположить тему «Контактные явления в полупроводниках» после темы «Кинетические явления в полупроводниках». Это перемещение

одной главы отрицательно не сказалось на содержательной части материала. Более того, это позволило упростить изложение материала последующих глав, сделать его более логичным и последовательным.

## 2. ЦЕЛЬ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью изучения дисциплины «Твердотельная электроника» является ознакомление студентов с основными физическими принципами функционирования базовых элементов современной твердотельной электроники, с их основными характеристиками, а также параметрами приборов на их основе.

В результате изучения этой дисциплины студенты должны знать и уметь использовать в решении практических задач:

1. основные положения зонной теории твердого тела;
2. кинтическое уравнение Больцмана и следствия из него;
3. контактные и поверхностные свойства полупроводников, а также принципы работы приборов, использующих эти свойства;
4. доминирующие механизмы взаимодействия оптического излучения с твердыми телами;
5. физические свойства фотопроводимости, принципы работы фотоприемных элементов, излучающих диодов и лазеров, жидкокристаллических приборов и устройств;
6. физические причины сверхпроводимости твердых тел и примеры применения этого свойства для решения задач построения приборов твердотельной электроники.

Наряду с этим студенты также должны видеть и понимать перспективы развития твердотельной электроники, связанные с применением новых материалов и технологий, а также новых физических явлений в твердых телах для целей создания новых твердотельных приборов.

### 3. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Наименование тем, их содержание

**Тема 1. Введение.** Основные предпосылки появления твердотельной электроники, её место среди родственных научно-технических направлений: физики, электротехники, электроники. Особенности подхода и преимущества твердотельной электроники при решении задач преобразования сигналов, телекоммуникации, информатики, вычислительной техники. Области применения приборов и устройств твердотельной электроники.

**Тема 2. Элементы зонной теории твердых тел.** Электропроводность кристаллов и попытки её объяснения классической электронной теорией. Зонная структура, образование зон из атомных уровней: модель Зоммерфельда и модель Блоха. Понятие зоны проводимости, валентной зоны и запрещённой зоны, их связь с атомарным представлением о строении кристаллических тел.

Понятие квазиимпульса электрона. Распределение электронов в пространстве квазиимпульсов. Долины энергии и зона Бриллюэна. Плотность состояний, концентрации носителей в зонах. Распределение Ферми-Дирака частиц по энергии. Положительные подвижные частицы: понятие о дырке, её энергетическое положение в зонной диаграмме и пространстве квазиимпульсов.

Движение электронов и дырок в кристалле под действием электрического поля. Туннелирование частиц через потенциальный барьер. Пробой Зинера.

**Тема 3. Кинетические явления в полупроводниках.** Кинетическое уравнение Больцмана, интеграл столкновений, полевое и градиентное слагаемые уравнения. Понятие равновесного состояния твердотельной системы. Время релаксации неравновесного состояния. Подвижность свободного носителя заряда. Удельная электропроводность и электрический ток в полупроводнике.

**Тема 4. Контактные явления в полупроводниках.** Понятие работы выхода из твердого тела. Контакт полупроводника с металлом. Диод Шоттки. Полупроводниковые p-n переходы и их основные параметры. Устройство и принцип работы биполярного транзистора. Устройство и принцип работы тиристора. Контакт двух различных полупроводников, гетеропереходы. Энергетическая диаграмма гетероперехода.

**Тема 5. Взаимодействие оптического излучения с твердыми телами.** Основные параметры и характеристики взаимодействия излучения с веществом: коэффициенты поглощения и отражения, спектры поглощения и отражения. Закон Бугера - Ламберта. Феноменологическое определение коэффициента поглощения. Типы механизмов поглощения излучения. Физические явления при различных типах поглощения излучения: собственное и примесное поглощение в полупроводниках, прямые и непрямые переходы, поглощение свободными носителями, решёточное поглощение. Внутризонные переходы.

**Тема 6. Фотоэлектрические явления в полупроводниках и полупроводниковых приборах.** Основные параметры, характеризующие изменение состояние вещества при поглощении излучения: времена релаксации концентраций неравновесных носителей заряда, квантовый выход внутреннего фотоэффекта. Кинетика концентраций неравновесных носителей заряда. Собственная и примесная фотопроводимость полупроводников, прямые и непрямые переходы, время релаксации фотопроводимости, коэффициент усиления фотопроводимости.

Основное уравнение фотоэдс полупроводника, роль носителей заряда в формировании фотоэффектов. Фотоэдс Дембера. Объемная фотоэдс. Квазиуровни Ферми. Электронно-дырочные переходы. Барьерная фотоэдс.

Фотодиодный режим. Численные оценки величин различных фотоэффектов и их быстрейшего действия в полупроводниках.

**Тема 7. Эмиссия излучения из твердых тел.** Излучательные процессы в полупроводниках. Определения различных типов люминесценции. Излучательная способность. Внутренняя и внешняя квантовые эффективности процесса генерации излучения. Спектр излучения и его взаимосвязь со спектром поглощения излучения. Сдвиг Франка-Кордона спектра излучения. Межзонная излучательная рекомбинация. Связь времени излучательной рекомбинации в объеме полупроводника с уровнем его легирования.

Спонтанное и вынужденное излучение атома, связь между ними. Критерии возникновения лазерного излучения в твердых телах. Физические процессы в полупроводниковых лазерах. Принцип работы инжекционных лазеров на p-n переходах, светодиодов.

**Тема 8. Поверхностные явления в полупроводниках.** Основные свойства поверхности полупроводника. Понятие поверхностных состояний Тамма и Шокли. Энергетическое состояние поверхности полупроводника в электрическом поле. МДП-структура. Электрофизические характеристики МДП-структуры: вольт-фарадная характеристика, поверхностная проводимость. Фотоэлектрические характеристики: поверхностная фотоэдс, накопление заряда в неравновесном режиме.

**Тема 9. Жидкие кристаллы в твердотельной электронике.** Особенности свойств жидких кристаллов. Классификация жидких кристаллов. Основные физические свойства и структура нематиков, холестериков, смектиков. Параметры, характеризующие структурное состояние жидкого кристалла. Ориентационные свойства нематиков: переход Фредерикса, домены Капустина-Вильямса, динамическое рассеяние света. Оптические свойства

нематиков и холестериков. Эффект “гость-хозяин”. Принципы управления свойствами жидких кристаллов. Применение жидких кристаллов в электронном приборостроении: устройство и принцип работы оптических транспарантов, модуляторов, устройств отображения информации и т.д.

**Тема 10. Сверхпроводимость твердых тел.** Общие свойства сверхпроводимости твердых тел. Теория сверхпроводимости Барлина-Купера-Шриффера. Поведение сверхпроводников в магнитном поле. Поведение сверхпроводников в электрическом поле. Проблема высокотемпературной сверхпроводимости. Применение сверхпроводимости в твердотельной электронике.

**Тема 11. Перспективы развития твердотельной электроники.** Расширение круга физических явлений, используемых в электронике: низкотемпературная сверхпроводимость, двумерные квантовые системы, сверхрешетки, синергетические явления. Расширение числа материалов, используемых в электронике: гетероструктуры, полупроводники сложного состава.

### **3.2 Темы для самостоятельной работы**

Для более глубокого понимания и успешного решения заданий контрольной работы № 1 по рекомендованной литературе целесообразно самостоятельно подготовить следующие вопросы:

- зависимость положения уровня Ферми от концентрации примеси и температуры полупроводника (источники №№ 1, 4, 5, 6 из списка рекомендованной литературы);
- барьерная емкость p-n перехода (источники №№ 1, 4, 5, 6 из списка рекомендованной литературы);



- подвижность, коэффициент диффузии носителей заряда и токопротекание (источник № 1, 5 из списка рекомендованной литературы);
- контакты «металл – металл», «металл – полупроводник» (источники №№ 1, 4, 5 из списка рекомендованной литературы).

Для понимания и успешного решения заданий контрольной работы № 2 целесообразно подготовить следующие вопросы:

- фотопроводимость и фотоэлектрические явления в *p-n* переходе и описывающие их параметры (источники №№ 1, 5, 6 из списка рекомендованной литературы);
- электрофизические свойства поверхности полупроводников (источник № 5 из списка рекомендованной литературы);
- оптические свойства жидких кристаллов (источник № 3 из списка рекомендованной литературы).

### **3.3. Лабораторные работы**

1. «Исследование свойств *p-n* переходов в приборах твердотельной электроники». – 4 часа.
2. «Исследование фотопроводимости в полупроводниках» - 4 часа.
3. «Исследование свойств МДП - структур» - 5 часа.
4. «Определение ширины запрещенной зоны полупроводников методом инъекции неосновных носителей заряда» - 4 часа.

#### 4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степаненко И.П. Основы микроэлектроники. М., Лаборатория Базовых Знаний, 2004. - 488 с.
2. Епифанов Е.И., Мома Ю.А. Твердотельная электроника. М., Высшая школа, 1986. - 388с.
3. Пикин С.А., Блинов Л.М. Жидкие кристаллы.М., Наука, 1982. - 207с.
3. Солимар Л., Уолш Д. Лекции по электрическим свойствам материалов. Пер. с англ и. С.И. Баскакова. – М.: - Мир, 1991. – 501 с.
4. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. Том 1. Пер. с англ. под ред. Р.А. Суриса. – М.: Мир – 1984. – 453с.
5. Шалимова К.В. Физика полупроводников. – М.: Энергия. - 1991, - 416 с.
6. Давыдов В.Н. Твердотельная электроника: Учебное пособие. Томск: ТМЦ ДО, 2005. – 183 с.
7. Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводимости. М., 2000. – 393с.
8. Ван Дузен Т., Тренер Ч.У. Физические основы сверхпроводящих устройств и цепей. М.: Радио и связь. – 1984.- 286с.

## 5. «ЭЛЕМЕНТЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ»

### 5.1. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ

**Общие вопросы.** Для объяснения электрических свойств кристаллических твердых тел используют зонную диаграмму. Она представляет собой зависимость энергии электрона в кристалле от координаты, отсчитываемой от одной из поверхностей тела. Зонный спектр полупроводников и диэлектриков состоит из полос разрешенных и запрещенных значений энергии, которые может принимать валентный электрон в кристалле при внешних воздействиях. Однако для большинства практических задач, характеризующихся относительно слабыми внешними воздействиями (освещение, приложение электрического поля), достаточно ограничить свое рассмотрение изучением только поведения электрона в двух близлежащих зонах: последней зоне невозбужденных состояний валентных электронов и первой зоне возбужденных, называемых **валентной зоной** и **зоной проводимости**, соответственно. В валентной зоне могут перемещаться дырки, создавая дырочную проводимость полупроводника, а в зоне проводимости между ионами решетки – электроны, которые создают электронную проводимость. Верхний уровень валентной зоны и нижний уровень зоны проводимости

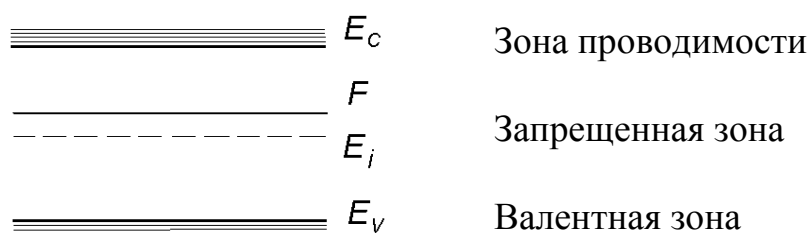


Рис.1 обозначают как  $E_V$  и  $E_C$ , соответственно.

Энергетический зазор между этими уровнями  $\Delta E_g$ , называемый **запрещенной зоной**, охватывает энергетические состояния с энергиями  $E$  из диапазона

$E_C > E_i > E_V$ , в которых электрон находиться не может. Середину запрещенной зоны обозначают как  $E_i$ . Рисунок 1 поясняет сказанное.

Начало отсчета энергии электрона и дырки обычно совмещают с потолком валентной зоны:  $E_V=0$ . При этом энергия электрона отсчитывается вверх, а энергия дырки – вниз. В равновесных условиях каждая частица стремится занять такое состояние, в котором ее энергия минимальна. Значит, энергетически выгодные состояния для электронов и дырок находятся вблизи  $E_V$  и  $E_C$ .

**Уровень Ферми.** Однако в реальных кристаллах в запрещенной зоне могут находиться уровни разрешенных энергий. Их появление связано с наличием в полупроводнике различных примесей и (или) структурных дефектов. При их значительной концентрации они определяют концентрацию свободных носителей заряда в зонах разрешенных энергий. Для оценки заполнения электронами состояния с энергией  $E$  в условиях термодинамического равновесия необходимо пользоваться функцией Ферми-Дирака:

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - F}{kT}\right)}. \quad (5.1)$$

Данная функция определяет вероятность  $f(E)$  нахождения электрона на уровне с энергией  $E$ , если известно энергетическое положение уровня Ферми  $F$ . Здесь  $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$  Дж/град – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура кристалла в Кельвинах. Величина  $f(E)$  может принимать значения, лежащие в диапазоне от 0 до 1. Значение  $f(E)=0$  соответствует случаю полной ионизации состояния с энергией  $E$ : данное энергетическое состояние, существование которого обусловлено, например, наличием в полупроводнике примесных атомов (медь железо, фосфор, бор и т.д. в кремнии), соответствует такому состоянию атомов примеси, при котором на его валентных оболочках отсутствует один или несколько валентных

электронов. Случай же  $f(E) = 1$  на физическом уровне означает присутствие на валентных оболочках атомов всех валентных электронов. Уровень Ферми – гипотетический (мысленный) уровень в зонной диаграмме кристалла, реально его нельзя обнаружить прямыми методами. Он определяется как некое энергетическое состояние в полупроводнике, вероятности заполнения которого электронами и дырками равны 0.5. Следует отметить, что функция вида (5.1) очень быстро изменяется вблизи точки  $E = F$ : отступив по энергии от этого равенства на  $(2 \div 3)kT$  вверх или вниз, функция заполнения примет значения, равные нулю или единице с точностью до 5%. Физически это означает, что при  $f(E) = 1$  все состояния, лежащие ниже уровня Ферми на  $(2 \div 3)kT$ , полностью заполнены электронами; в случае  $f(E) = 0$  все состояния, находящиеся выше уровня Ферми на  $(2 \div 3)kT$ , полностью лишены электронов за счет их возбуждения тепловыми колебаниями решетки.

Вероятность заполнения уровня с энергией  $E$  дырками определяется следующим образом:

$$1 - f(E) = \frac{\exp\left(\frac{E - F}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E - F}{kT}\right)}. \quad (5.2)$$

Как же на практике пользоваться выражениями (5.1) и (5.2)? Продемонстрируем это на простейшем примере: пусть известно, что в полупроводнике имеется примесь донорного типа с концентрацией  $N_d$ . Тогда, зная положение уровня Ферми, можно рассчитать, сколько атомов примеси будет в этих условиях неионизовано (или другими словами, сколько электронов находится на примесном уровне):

$$\Delta n_t = N_d \cdot f(E).$$

Другая часть атомов примеси будет ионизована, потеряв с внешней оболочки валентный электрон, который уйдет в зону проводимости. Следовательно, в

зоне проводимости появится дополнительное количество электронов (уйдя с примесного уровня, они перешли в межатомное пространство), равное

$$\Delta n = N_d - \Delta n_t = N_d(1 - f(E)).$$

В свою очередь, положение уровня Ферми в полупроводнике определяется концентрацией свободных носителей заряда. Если имеется полупроводник  $n$ -типа проводимости с концентрацией электронов в зоне проводимости  $n_0$ , то уровень Ферми расположен от  $E_V$  на расстоянии, определяемом выражением:

$$F = E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - kT \cdot \ln \left( \frac{n_i}{n_0} \right). \quad (5.3)$$

Здесь первое слагаемое равно середине запрещенной зоны, второе слагаемое учитывает различие в эффективных массах дырок  $m_p^*$  и электронов  $m_n^*$ , и только третье слагаемое (5.3) ответственно за влияние на положение уровня Ферми концентрации свободных электронов. Как следует из выражения (5.3), в собственном полупроводнике ( $n_0 = p_0 = n_i$  - концентрация носителей заряда в собственном полупроводнике) положение уровня Ферми  $F_j$  можно вычислить с помощью выражения

$$F_j = E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right). \quad (5.4)$$

Обычно эффективная масса дырок превышает эффективную массу электронов и потому, согласно выражению (5.4), уровень Ферми в собственном полупроводнике лежит выше середины запрещенной зоны  $E_j$ . Однако превышение  $F_j$  над  $E_j$  обычно невелико.

Как следует из выражения (5.3), в электронном полупроводнике уровень Ферми лежит в верхней половине запрещенной зоны, причем он тем ближе к дну зоны проводимости  $E_C$ , чем выше концентрация электронов. В

полупроводниках  $p$ - типа проводимости положение уровня Ферми определяется следующим образом:

$$F = E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + kT \cdot \ln\left(\frac{n_i}{p_0}\right), \quad (5.5)$$

где  $p_0$  - концентрация дырок в валентной зоне.

Заметим, что приведенные выше выражения дают положение уровня Ферми в джоулях.

В условиях термодинамического равновесия между равновесными концентрациями электронов  $n_0$  и дырок  $p_0$  в зонах существует связь, определяемая следующим соотношением:

$$n_0 \cdot p_0 = n_i^2. \quad (5.6)$$

Здесь  $n_i$  - собственная концентрация носителей заряда в полупроводнике. Соотношение (5.6) является важным в теории полупроводников. По этой причине проанализируем его подробнее.

**Соотношение концентраций.** Пусть имеется собственный полупроводник, у которого число дырок равно числу электронов. Добавим теперь некоторое количество донорных атомов. Число электронов при этом должно возрасти, но, согласно (5.6), если число электронов растет, число дырок должно уменьшаться, так как их произведение постоянно. На первый взгляд это кажется странным. Можно было бы ожидать, что число электронов, перешедших в результате теплового возбуждения из валентной зоны в зону проводимости (и, следовательно, число возникших дырок), зависит только от температуры и на него не влияет наличие донорных атомов. Но это не так. При увеличении концентрации доноров число электронов в зоне проводимости возрастает, однако количество электронов, перешедших через запрещенную зону, уменьшается. Почему так происходит?

С качественной точки зрения ответ на этот вопрос можно получить, обратившись к концепции «динамического равновесия». Это означает, что электронно-дырочные пары непрерывно возникают и аннигилируют, причем равновесие имеет место в том случае, когда скорость их генерации равна скорости аннигиляции (последнее явление чаще называют "рекомбинацией").

Разумно предположить, что электрону и дырке легче найти друг друга тогда, когда их много. Поэтому скорость рекомбинации должна быть пропорциональна концентрациям дырок и электронов. Для собственного полупроводника можно записать

$$R_i = \alpha \cdot n_i^2, \quad g_i = \alpha \cdot n_i^2 \quad (5.7)$$

где  $\alpha$  - коэффициент пропорциональности,  $R_i, g_i$  - скорости рекомбинации и генерации носителей заряда в собственном полупроводнике соответственно.

Естественно ожидать, что при добавлении небольшого количества примеси ни скорость генерации, ни коэффициент пропорциональности не изменятся. Поэтому для примесного полупроводника, например  $n$ -типа, выражение

$$g_n = \alpha \cdot n_i^2 \quad (5.8)$$

по-прежнему остается справедливым.

Скорость рекомбинации, однако, должна зависеть от истинных концентраций электронов и дырок, так что

$$R_n = \alpha \cdot n \cdot p \quad (5.9)$$

Приравнявая (5.8) и (5.9), получаем искомое соотношение

$$n_i^2 = n \cdot p \quad (5.10)$$

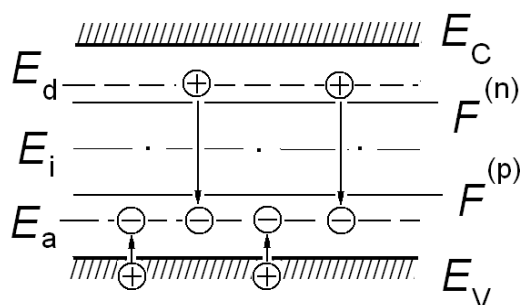
Таким образом, если концентрация электронов превышает концентрацию в собственном полупроводнике, то концентрация дырок уменьшается по



сравнению с собственным полупроводником на столько, чтобы скорость рекомбинации электронно-дырочных пар оставалась постоянной и равной скорости их термической генерации.

**Компенсированные полупроводники.** Говоря о легировании полупроводников, необходимо указать на одно важное для практического применения его свойство. При выращивании полупроводников не удастся полностью исключить проникновение в него неконтролируемых примесей, а также избежать появления в его объеме структурных дефектов. Те и другие могут проявить себя как неконтролируемая легирующая примесь. Как следствие, большинство выращиваемых полупроводников имеют до легирования  $n$ - тип проводимости. Более того, при изготовлении полупроводниковых приборов на исходной полупроводниковой подложке с заданной концентрацией легирующей примеси получают области противоположного типа (изготовление  $p-n$  переходов, охранных колец и т.п.).

Для смены типа проводимости полупроводника или какой-то его области применяют операцию **компенсирования** или **перекомпенсирования** полупроводника. Ее суть сводится к тому,



что в указанную область полупроводника локально вводя Рис. 2

нужном количестве легирующую примесь противоположного типа: для получения, например, на полупроводнике  $n$ - типа области  $p$ - типа вводят акцепторную примесь. Рисунок 2 поясняет сказанное. Здесь  $F^{(n)}$  - положение уровня Ферми в исходном полупроводнике  $n$ - типа с донорной примесью  $E_d$ , а  $F^{(p)}$  - положение уровня Ферми после введения в полупроводник компенсирующей акцепторной примеси с уровнем  $E_a$ .  $E_i$  - середина запрещенной зоны, разделяющая ее на верхнюю часть (для донорных

примесей) и нижнюю (для акцепторных). На рис. 2 вертикальными стрелками показаны также переходы электронов на стадии формирования зарядового состояния донорной и акцепторной примеси в компенсированном полупроводнике.

Концентрацию вводимой компенсирующей примеси рассчитывают исходя из следующих соображений: после ее введения необходима такая концентрация дырок, чтобы она превысила концентрацию электронов в исходном полупроводнике на величину требуемой концентрации дырок в окончательном состоянии полупроводника. Так, если исходная концентрация электронов составляла  $n_0 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , то для получения  $p$ -области с концентрацией дырок  $p_k = 4.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  необходимо ввести акцепторную примесь (при условии полной ее ионизации) с концентрацией  $N_a$ , равной  $4.8 \cdot 10^{14} + 2.5 \cdot 10^{14} = 7.3 \cdot 10^{14} \text{ (см}^{-3}\text{)}$ . В общем случае, когда требуется учесть уровни ионизации донорной и акцепторной примеси, концентрация вводимой компенсирующей примеси должна удовлетворять следующему условию: ее избыток над донорной примесью должен обеспечить требуемую концентрацию дырок в валентной зоне. Математически это условие можно записать так:

$$p_k = N_a[1 - f(E_a)] - n_0 = N_a \cdot \frac{\exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right)} - N_d =$$

$$= \frac{(N_a - N_d)\exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right) - N_d}{1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right)}, \quad (5.11)$$

где  $E_a$  – энергетическое положение вводимой акцепторной примеси,  $F$  – положение уровня Ферми в конечном состоянии (после компенсации). При выводе выражения (5.11) учтено, что в дырочном полупроводнике уровень Ферми находится в нижней половине запрещенной зоны и потому любой

уровень в верхней половине запрещенной зоны будет полностью ионизован всегда и при любых условиях.

## 5.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ВЫЧИСЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ЗОННОГО СПЕКТРА ПОЛУПРОВОДНИКА

При решении задач данного раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава. Эти данные собраны в Приложении, помещенном в конце учебно-методического пособия.

**Задача 1.** Вычислить положение уровня Ферми в кремнии относительно потолка валентной зоны, если известно, что данный кристалл находится при температуре  $T = 300 \text{ K}$  и содержит  $1.4 \cdot 10^{13}$  атомов фосфора в  $1 \text{ см}^3$ . При решении учесть, что атомы фосфора дают энергетический уровень донорного типа, который лежит в запрещенной зоне практически точно по дну зоны проводимости.

**Решение.** Для определения энергетического положения уровня Ферми в заданных условиях необходимо воспользоваться выражением (5.3):

$$F = E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - kT \cdot \ln \left( \frac{n_i}{n_0} \right).$$

Здесь равновесная концентрация  $n_0$  задается донорной примесью:

$$n_0 = N_d(1 - f(E_C)) = \frac{N_d \cdot \exp\left(\frac{E_C - F}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E_C - F}{kT}\right)}.$$

Строго говоря, имеем трансцендентное уравнение относительно  $F$

$$F = E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) - kT \cdot \ln\left(\frac{n_j}{N_d}\right) - kT \cdot \ln\left(1 + \exp\left(\frac{F - E_C}{kT}\right)\right), \quad (5.12)$$

которое можно решить приближенным методом, если  $F - E_C < 3kT$ . Это означает, что если донорный уровень находится выше уровня Ферми на единицы  $kT$ , то он полностью ионизован. Тогда последнее слагаемое в выражении (5.12) можно разложить в ряд по малому параметру

$$\ln\left(1 + \exp\left(\frac{F - E_C}{kT}\right)\right) \approx \exp\left(\frac{F - E_C}{kT}\right) < \exp(-3) \approx \frac{1}{20} = 0.05$$

и увидеть, что в рассматриваемом случае  $\ln(1 + \delta)$  можно с высокой степенью точности считать равным  $\ln(1)$ , что дает нуль. В результате приходим к следующему выражению для положения уровня Ферми в легированном полупроводнике:

$$F \approx E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) - kT \cdot \ln\left(\frac{n_j}{N_d}\right).$$

Если считать положение уровня Ферми в электроно-вольтах (эВ), то это выражение следует разделить на заряд электрона:

$$F \approx E_j + \frac{3}{4} \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) - \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{n_j}{N_d}\right), \quad (5.13)$$

где  $E_j$  - задано уже в электроно-вольтах. Подстановка численных значений в (5.13) дает

$$\begin{aligned} F &\approx 0.56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0.16}{0.19}\right) - \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{10}}{1.4 \cdot 10^{13}}\right) \approx \\ &\approx 0.56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0.16}{0.19}\right) - \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{10}}{1.4 \cdot 10^{13}}\right) \approx \end{aligned}$$

$$\approx 0.56 + 1.9 \cdot 10^{-2} \cdot \ln\left(\frac{16}{19}\right) + 0.078 \cdot \ln(10) \approx 0.56 - 0.019 \cdot 0.15 + 0.078 \cdot 2.3 \approx$$

$$\approx 0.56 - 0.003 + 0.18 = 0.74 .$$

Из проведенного расчета следует важный вывод: изменение положения уровня Ферми за счет различия эффективных масс носителей заряда оказывается пренебрежимо малым по сравнению с другими слагаемыми в (5.13) и поэтому неважно: какие рассматривать электроны и дырки (легкие или тяжелые) – результат будет практически один и тот же. Такая ситуация характерна для подавляющего большинства практически важных случаев. Поэтому при рассмотрении кремниевых образцов будем отбрасывать это слагаемое в выражении для положения уровня Ферми.

Далее, полученный результат подтверждает сделанное предположение: уровень Ферми находится ниже уровня донорной примеси на расстоянии в  $E_C - E_V - F = E_C - F = 1.12 - 0.74 = 0.38$  эВ, что значительно больше нескольких единиц  $kT$ .

Таким образом, уровень Ферми в кремнии при наличии в нем донорной примеси с концентрацией  $1.4 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup> расположен в верхней половине запрещенной зоны на расстоянии  $F \approx 0.74$  эВ, отсчитанном от потолка валентной зоны.

**Задача 2.** Определить положение донорного уровня  $E_D$  (в электронвольтах) относительно потолка валентной зоны  $E_V$  в кремниевом полупроводниковом образце, если известно, что концентрация свободных электронов в нем равна  $n_0 = 6.6 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>, а концентрация введенной донорной примеси  $N_D = 9.0 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>?

**Решение.** Поскольку по условию задачи задана равновесная концентрация электронов, то тем самым задано положение уровня Ферми в запрещенной зоне полупроводника

$$F = E_i + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - kT \cdot \ln \left( \frac{n_i}{n_0} \right).$$

Это положение определяется относительно потолка валентной зоны, а в переводе энергии в электроно-вольты это выражение примет вид:

$$F(\text{эВ}) = E_i(\text{эВ}) + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - \frac{kT}{q} \cdot \ln \left( \frac{n_i}{n_0} \right). \quad (5.14)$$

Теперь можно воспользоваться тем, что при заданной концентрации электронов известна также концентрация донорной примеси, связь между которыми устанавливается функцией Ферми-Дирака:

$$n_0 = N_d(1 - f(E_d)) = \frac{N_d \cdot \exp\left(\frac{E_d - F}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E_d - F}{kT}\right)}, \quad (5.15)$$

где все величины известны, кроме энергии ионизации донорной примеси  $E_d$ . Разрешая выражение (5.15) относительно  $E_d$ , получим

$$E_d = F + kT \ln \left[ \frac{n_0}{N_d - n_0} \right]$$

или в единицах эВ

$$E_d(\text{эВ}) = F(\text{эВ}) + \frac{kT}{q} \ln \left[ \frac{n_0}{N_d - n_0} \right]. \quad (5.16)$$

Здесь положение уровня Ферми определяется выражением (5.14).

Таким образом, совместное использование выражений (5.14) и (5.16) позволяет найти энергетическое положение донорного уровня в численном выражении. Воспользовавшись справочными данными значения для

$E_i(\text{эВ}) = \frac{\Delta E_g}{2} = 1,12 / 2 \approx 0,56 \text{ эВ}$ , эффективных масс электронов и дырок, а

также собственной концентрации носителей заряда в кремнии  $n_i = 1.4 \cdot 10^{10}$  см<sup>-3</sup>, из выражения (5.14) найдем:

$$\begin{aligned}
 F(\text{эВ}) &= E_i(\text{эВ}) + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) - \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{n_i}{n_0}\right) \approx \\
 &\approx 0.56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0.16}{0.19}\right) - \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{10}}{6.6 \cdot 10^{14}}\right) \approx \\
 &\approx 0.56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0.16}{0.19}\right) - \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{10}}{1.4 \cdot 10^{13}}\right) \approx \\
 &\approx 0.56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0.16}{0.19}\right) - \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{10}}{6.6 \cdot 10^{14}}\right) \approx \\
 &\approx 0.56 + 1.9 \cdot 10^{-2} \cdot \ln\left(\frac{16}{19}\right) + 0.10 \cdot \ln(4.71) \approx 0.56 - 0.019 \cdot 0.15 + 0.10 \cdot 1.6 \approx \\
 &\approx 0.56 - 0.003 + 0.16 \approx 0.72 \text{ (эВ)}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос таков:

$$E_d - E_V = 0.72 \text{ эВ}.$$

**Задача 3.** Какой должна быть концентрация акцепторной примеси, вводимой в образец кремния  $n$ -типа с концентрацией электронов  $n_0 = 2.4 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup> для получения  $p$ -типа с концентрацией дырок  $p_0 = 2.8 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>, если энергетический уровень вводимой акцепторной примеси  $E_a$  удален от потолка валентной зоны на расстояние  $E_a - E_V = 0,12$  эВ?

**Решение.** После введения акцепторной примеси уровень донорной примеси окажется значительно выше (более чем на несколько единиц  $kT$ ) уровня Ферми и потому будет полностью ионизован. Действительно, квант колебания решетки в единицах электроно-вольт составляет

$$\frac{kT}{q} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} = \frac{4.14}{1.6} \cdot 10^{-2} = 2.59 \cdot 10^{-2} \text{ (эВ)}.$$

Поэтому запрещенная зона кремния в единицах квантов тепловых колебаний решетки составляет

$$\left( \frac{\Delta E_g}{q} \right) / \left( \frac{kT}{q} \right) = \frac{1.12}{2.59} \cdot 10^2 \approx 43.3.$$

Следовательно, верхняя и нижняя половины запрещенной зоны, в которых располагаются донорные и акцепторные уровни легирующих примесей соответственно, велики по сравнению с областью перезарядки примесного уровня

$$\Delta E = (4 - 6) \frac{kT}{q}.$$

Эта область значительно меньше указанных выше областей расположения примесных уровней.

Концентрация свободных дырок  $\rho_0$  в валентной зоне полупроводника равна разности концентраций ионизованных акцепторов и концентрации доноров:

$$\rho_0 = N_a \cdot f(E_a) - N_d, \quad (5.17)$$

где функция заполнения электронами акцепторного уровня есть

$$f(E_a) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right)}.$$

Из выражения (5.17) найдем концентрацию акцепторной примеси:

$$N_a = (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right) \right]. \quad (5.18)$$

Здесь положение уровня Ферми  $F$  относительно потолка валентной зоны определяется уже известным образом (см. (5.14)):

$$\frac{(F - E_V)}{q} = E_i \text{ (эВ)} + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{n_i}{\rho_0}\right), \text{ (эВ)}.$$



Перепишем выражение (5.18) в следующем виде, увязав положение акцепторного уровня с потолком валентной зоны:

$$\begin{aligned} N_a &= (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right) \right] = \\ &= (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \exp\left(\frac{(E_a - E_V) - (F - E_V)}{kT}\right) \right], \end{aligned}$$

или в таком виде:

$$\begin{aligned} N_a &= (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \exp\left(\frac{(E_a - E_V) - (F - E_V)}{kT}\right) \right] = \\ &= (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \frac{\exp\left(\frac{E_a - E_V}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{F - E_V}{kT}\right)} \right]. \end{aligned}$$

Окончательно:

$$N_a = (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \frac{\exp\left(\frac{(E_a - E_V) \cdot q}{q \cdot kT}\right)}{\exp\left(\frac{(F - E_V) \cdot q}{q \cdot kT}\right)} \right]. \quad (5.19)$$

Теперь подставим численные значения в данное выражение:

$$\frac{E_a - E_V}{q} \cdot \frac{q}{kT} = \frac{0.12}{2.59} \cdot 10^2 = 4.63,$$

$$\frac{F - E_V}{kT} = \frac{E_i - E_V}{kT} + \ln\left(\frac{n_i}{\rho_0}\right).$$

Далее, подставив эти значения в выражение (5.19), получим:

$$\begin{aligned}
N_a &= (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \frac{\exp(4.63)}{\frac{n_i}{\rho_0} \exp\left(\frac{(E_i - E_V) \cdot q}{kT}\right)} \right] = \\
&= (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \frac{\exp(4.63)}{\frac{n_i}{\rho_0} \exp\left(\frac{0.56}{2.59} \cdot 10^2\right)} \right] = (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \frac{\exp(4.63)}{\frac{n_i}{\rho_0} \exp(21.6)} \right] = \\
&= (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \frac{\exp(4.63 - 21.6)}{\frac{n_i}{\rho_0}} \right] = (\rho_0 + N_d) \cdot \left[ 1 + \frac{\rho_0 \exp(-17.0)}{n_i} \right] = \\
&= (2.4 + 28.0)10^{16} \left[ 1 + \frac{2.8 \cdot 10^{17}}{1.4 \cdot 10^{10}} \exp(-17) \right] \approx 3.0 \cdot 10^{17} \left[ 1 + 2 \cdot 10^7 \cdot \exp(-17) \right].
\end{aligned}$$

Вычислив  $\exp(-17) \approx \frac{1}{228} \cdot 10^{-5}$ , найдем

$$N_a \approx 3.0 \cdot 10^{17} \left( 1 + 2 \cdot 10^7 / 228 \cdot 10^5 \right) \approx 3.0 \cdot 10^{17} (1 + 0.88) \approx 5.6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}.$$

Таким образом, концентрация компенсирующей примеси с заданным энергетическим положением должна составлять  $5.6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .

### 5.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ВЫЧИСЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ЗОННОГО СПЕКТРА ПОЛУПРОВОДНИКА

1. Определить положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в кремниевом полупроводнике  $p$  - типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация акцепторной примеси в нем равна  $N_a = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .
2. Определить положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в кремниевом полупроводнике  $n$  - типа и концентрацию неосновных

носителей, если известно, что концентрация донорной примеси в нем равна  $N_D = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

3. Определить положение уровня Ферми относительно середины запрещенной зоны в германиевом полупроводнике  $p$  - типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация акцепторной примеси в нем равна  $N_A = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .

4. Определить положение уровня Ферми относительно потолка середины запрещенной зоны в германиевом полупроводнике  $n$  - типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация донорной примеси в нем равна  $N_D = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .

5. Определить положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в в полупроводниковом образце  $GaAs$   $n$  - типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация донорной примеси в нем равна  $N_D = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

6. Определить положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в полупроводниковом образце  $GaAs$   $p$  - типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация акцепторной примеси в нем равна  $N_A = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

7. Определить положение акцепторного уровня  $E_a$  (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны  $E_V$  в кремниевом полупроводниковом образце  $p$ -типа, если известно, что концентрация свободных дырок в нем равна  $p_0 = 6.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация акцепторной примеси  $N_A = 9.0 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

8. Определить положение донорного уровня  $E_D$  (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны  $E_V$  в германиевом полупроводниковом образце  $n$ -типа, если известно, что концентрация свободных электронов в нем

равна  $n_0 = 5.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация донорной примеси  $N_D = 8.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

9. Определить положение донорного уровня  $E_D$  (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны  $E_V$  в арсенид-галлиевом полупроводниковом образце  $n$ -типа, если известно, что концентрация свободных электронов в нем равна  $n_0 = 1.6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация донорной примеси  $N_D = 3.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ .

10. Определить положение акцепторного уровня  $E_A$  (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны  $E_V$  в арсенид-галлиевом полупроводниковом образце  $p$ -типа, если известно, что концентрация свободных дырок в нем равна  $p_0 = 2.6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация акцепторной примеси  $N_A = 4.5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ .

11. Определить положение донорного уровня  $E_D$  (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны  $E_V$  в германиевом полупроводниковом образце  $n$ -типа, если известно, что концентрация свободных дырок в нем равна  $p_0 = 4.6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация донорной примеси  $N_D = 7.0 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

12. Определить положение акцепторного уровня  $E_A$  (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны  $E_V$  в арсенид-галлиевом полупроводниковом образце  $p$ -типа, если известно, что концентрация свободных дырок в нем равна  $p_0 = 3.6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация акцепторной примеси  $N_A = 9.6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ .

13. Определить положение донорного уровня  $E_D$  (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны  $E_V$  в германиевом полупроводниковом

образце  $n$ -типа, если известно, что концентрация свободных дырок в нем равна  $p_0 = 2.6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация донорной примеси  $N_D = 7.7 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

14. Какой должна быть концентрация компенсирующей акцепторной примеси, вводимой в образец арсенида галлия  $n$ -типа с концентрацией электронов  $n_0 = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  для получения  $p$ -типа с концентрацией дырок  $p_0 = 2.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , если энергетический уровень вводимой акцепторной примеси  $E_a$  удален от потолка валентной зоны на расстояние  $E_a - E_V = 0,12 \text{ эВ}$ ?

15. Какой должна быть концентрация компенсирующей акцепторной примеси, вводимой в образец германия  $n$ -типа с концентрацией электронов  $n_0 = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  для получения  $p$ -типа с концентрацией дырок  $p_0 = 2.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , если энергетический уровень вводимой акцепторной примеси  $E_a$  удален от потолка валентной зоны на расстояние  $E_a - E_V = 0,12 \text{ эВ}$ ?

16. Какой должна быть концентрация компенсирующей донорной примеси, вводимой в образец кремния  $p$ -типа с концентрацией дырок  $p_0 = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  для получения  $n$ -типа с концентрацией электронов  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , если энергетический уровень вводимой донорной примеси  $E_d$  удален от потолка валентной зоны на расстояние  $E_d - E_V = 1,05 \text{ эВ}$ ?

17. Какой должна быть концентрация компенсирующей донорной примеси, вводимой в образец германия  $p$ -типа с концентрацией дырок  $p_0 = 2.2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  для получения  $n$ -типа с концентрацией электронов

$n_0 = 2.8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , если энергетический уровень вводимой донорной примеси  $E_D$  удален от потолка валентной зоны на расстояние  $E_D - E_V = 0,56 \text{ эВ}$ ?

18. Какой должна быть концентрация компенсирующей донорной примеси, вводимой в образец арсенида галлия  $p$ -типа с концентрацией дырок  $p_0 = 2.4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  для получения  $n$ -типа с концентрацией электронов  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , если энергетический уровень вводимой донорной примеси  $E_D$  удален от потолка валентной зоны на расстояние  $E_D - E_V = 1,35 \text{ эВ}$ ?

19. Какой должна быть концентрация компенсирующей донорной примеси, вводимой в образец кремния  $p$ -типа с концентрацией дырок  $p_0 = 1.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  для получения  $n$ -типа с концентрацией электронов  $n_0 = 2.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , если энергетический уровень вводимой донорной примеси  $E_D$  удален от потолка валентной зоны на расстояние  $E_D - E_V = 1,0 \text{ эВ}$ ?

20. Какой должна быть концентрация компенсирующей донорной примеси, вводимой в образец германия  $p$ -типа с концентрацией дырок  $p_0 = 2.7 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  для получения  $n$ -типа с концентрацией электронов  $n_0 = 4.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , если энергетический уровень вводимой донорной примеси  $E_D$  удален от потолка валентной зоны на расстояние  $E_D - E_V = 0,60 \text{ эВ}$ ?

## 6. «КИНЕТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ »

### 6.1. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ

**Общие положения.** К кинетическим явлениям в полупроводниках относят явления, связанные с переносом (движением) свободных носителей заряда под действием как внешних сил (электрического или магнитного поля, например), так и градиента температуры или концентрации. Движение носителей заряда в объеме полупроводникового кристалла должно подчиняться некоторым общим требованиям: если в результате устанавливается некоторое новое стационарное состояние полупроводника, то уровень Ферми должен быть одинаков во всех точках полупроводника, в которых установилось состояние равновесия.

**Электропроводность.** При помещении полупроводника  $p$ - или  $n$ -типа в электрическое поле величиною  $\varepsilon_0$  в зонах разрешенных значений энергии возникает направленное движение электронов и дырок: электроны, находясь в зоне проводимости, перемещаются навстречу полю, а дырки в валентной зоне движутся по полю. Поэтому полный ток в полупроводнике равен сумме этих токов:

$$j = j_n + j_p.$$

Каждый из этих токов можно рассчитать исходя из следующих соображений. Если концентрация электронов равна  $n_0$  и они перемещаются навстречу полю со средней скоростью  $v_n$ , то переносимый ими заряд за время  $t$  через единичную площадку, перпендикулярную направлению их скорости, будет равен:

$$Q_n = qn_0v_n \cdot t,$$

где  $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  - заряд отдельного электрона. Следовательно, протекающий электронный ток будет иметь плотность

$$j_n = \frac{dQ_n}{dt} = qn_0v_n.$$

Этот ток должен подчиняться закону Ома

$$j_n = \sigma \cdot \varepsilon_0 = qn_0 \frac{v_n}{\varepsilon_0} \varepsilon_0 = q\mu_n n_0 \varepsilon_0, \quad (6.1)$$

где обозначено:  $\mu_n = \frac{v_n}{\varepsilon_0}$  - подвижность электронов в полупроводнике. В соответствии с законами механики скорость электрона должна линейно возрастать как с ростом величины электрического поля, так и времени его воздействия. В действительности же из-за множественных столкновений скорость движения свободных частиц в кристалле с ростом приложенного электрического поля быстро насыщается. Поэтому этот параметр оказывается практически **постоянной величиной** для данного полупроводникового материала.

Подвижность свободных носителей заряда связана с коэффициентами их диффузии  $D_n, D_p$  соотношениями:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n, \quad D_p = \frac{kT}{q} \mu_p.$$

Из выражения (6.1) можно найти электропроводность полупроводника, созданную свободными электронами, воспользовавшись законом Ома ( $j_n = \sigma_n \varepsilon_0$ ):

$$\sigma_n = q\mu_n n_0.$$

Аналогичным образом находится дырочная составляющая электропроводности кристалла, в которой фигурируют подвижность дырок  $\mu_p$  и их концентрация в валентной зоне  $p_0$ . Поэтому полная электропроводность полупроводника равна сумме электронной и дырочной электропроводностей:

$$\sigma = q\mu_n n_0 + q\mu_p p_0. \quad (6.2)$$



Теперь обратимся к объяснению возникновения тока проводимости в полупроводниках при приложении к нему электрического поля. Пусть имеется полупроводник  $n$ -типа, донорная примесь которого полностью ионизована. В результате в зоне проводимости находятся свободные электроны с концентрацией  $n_0$ , равной концентрации введенной донорной примеси  $N_d$ . В валентной зоне также имеются свободные носители заряда – дырки, но их концентрация меньше концентрации свободных электронов и равна

$$\rho_0 = \frac{n_i^2}{N_d} .$$

Пусть теперь к этому полупроводнику приложили электрическое поле, причем его положительный полюс находится на левом торце полупроводникового образца, а отрицательный – на правом. Как описано в учебном пособии к данной дисциплине (см. Давыдов В.Н. Твердотельная электроника. Учебное пособие. ТМЦ ДО, 2005, п.2.6), наложение электрического поля приводит к наклону энергетической диаграммы полупроводника на угол, определяемый величиной поля. Энергетическая диаграмма полупроводника в поле показана на рис.3. Здесь  $E_n$ ,  $E_p$  - направления отсчитывания энергий электронов и дырок,  $x$  - координата в объеме полупроводника в направлении действия электрического поля,  $v_n$ ,  $v_p$  - скорости дрейфа электронов и дырок,  $j_n$ ,  $j_p$  - дрейфовые токи, создаваемые движением электронов и дырок соответственно.

**Диффузионный ток.** Электрический ток в твердых телах может возникнуть не только под действием электрического поля.

Направленное движение электронов и (или) дырок может возникнуть при неоднородном их распределении в пространстве. В результате из мест с

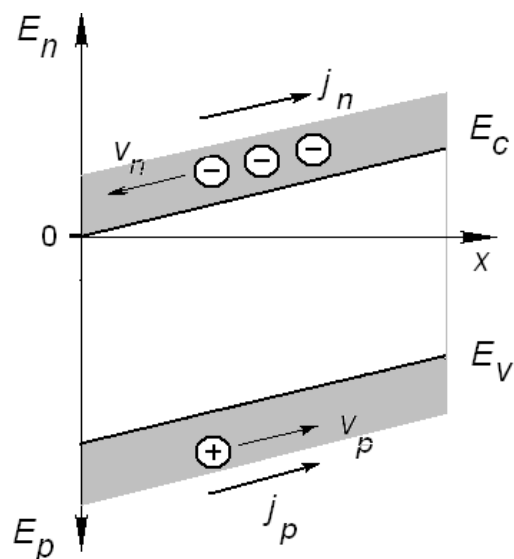


Рис.3

высокой концентрацией свободные носители устремятся в места, где их концентрация меньше. Возникающий при этом ток называется **диффузионным**, т.к. причина возникновения движения – диффузия носителей заряда. Величина диффузионного тока пропорциональна градиенту концентрации свободных носителей заряда. В одномерном случае диффузионные токи электронов и дырок равны

$$j_n^{(\text{диф})} = qD_n \frac{\partial n}{\partial x}, \quad j_p^{(\text{диф})} = qD_p \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (6.3)$$

где  $D_n, D_p$  – коэффициенты диффузии электронов и дырок соответственно. Поскольку коэффициенты являются константами вещества, то, зная градиенты концентраций, по выражениям (6.3) можно найти величины диффузионных токов.

## 6.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ВЫЧИСЛЕНИЮ КИНЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКА

При решении задач раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава. Эти данные собраны в Приложении в конце учебно-методического пособия.

**Задача 1.** Рассчитать удельную электропроводность кристалла германия при комнатной температуре, если известно, что уровень его легирования донорной примесью составляет  $N_d = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

**Решение.** В общем случае электропроводность кристалла полупроводника обеспечивается движением электронов и дырок. Поэтому она состоит из двух слагаемых: электронной компоненты электропроводности и дырочной, что с использованием выражения (6.2) можно записать в виде

$$\sigma = q\mu_n n + q\mu_p p = q\mu_n n + q\mu_p \left( \frac{n_i^2}{n} \right). \quad (6.4)$$

Полная концентрация электронов в зоне проводимости равна концентрации донорной примеси. Поэтому, предполагая полную ионизацию донорной примеси, можно записать:

$$n = N_d.$$

Тогда электропроводность кристалла германия (6.4) будет равна:

$$\sigma = q\mu_n N_d + q\mu_p \left( \frac{n_i^2}{N_d} \right). \quad (6.5)$$

Подставив из Приложения в выражение (6.5) численные значения подвижностей электронов и дырок в германии, получим:

$$\begin{aligned} \sigma &= 1,6 \cdot 10^{-19} \left( 3,9 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{15} + 1,9 \cdot 10^3 \frac{2,4 \cdot 2,4 \cdot 10^{26}}{2,0 \cdot 10^{15}} \right) = \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} \left( 7,8 \cdot 10^{18} + 1,9 \cdot 2,4 \cdot 1,2 \cdot 10^{14} \right) \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \left( 7,8 \cdot 10^{18} \right) = \\ &= 12,5 \cdot 10^{-1} = 1,2. \end{aligned}$$

Итак, электропроводность исследуемого кристалла германия равна  $1,2 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ .

**Задача 2.** Через образец арсенида галлия, легированный донорной примесью концентрацией  $1,4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , протекает ток величиной  $10^{-3} \text{ А}$ . Размеры образца  $(0,31 \times 0,31 \times 1,0) \text{ см}^3$ . За какое время электроны пролетают этот образец? Считать, что ток течет вдоль большей стороны кристалла.

**Решение.** Чтобы найти время пролета электронами образца, необходимо знать скорость дрейфа электронов -  $v_n$ , т.к. длина образца известна:

$$t = \frac{L}{v_n}. \quad (6.6)$$

Скорость электронов может быть найдена через их подвижность:

$$\mu_n = \frac{v_n}{\varepsilon}, \quad (6.7)$$

где  $\varepsilon$  - величина электрического поля, приложенного к кристаллу. Ее можно определить из закона Ома:

$$j = \sigma \cdot \varepsilon. \quad (6.8)$$

Значит, искомая неизвестная будет вычисляться по выражению:

$$t = \frac{L}{v_n} = \frac{L}{\mu_n \cdot \varepsilon} = \frac{L \cdot \sigma}{\mu_n \cdot j}.$$

Плотность тока можно найти по известному значению тока через образец  $I$  и площади образца  $S = (0,31 \times 0,31) = 10^{-1} \text{ см}^2$ :

$$j = \frac{I}{S}.$$

Окончательное выражение для определения времени пролета электронами образца будет

$$t = \frac{L \cdot \sigma \cdot S}{\mu_n \cdot I} = \frac{L \cdot S}{\mu_n \cdot I} q \left( \mu_n N_d + \mu_p \frac{n_i^2}{N_d} \right). \quad (6.9)$$

Подставив из Приложения численные значения параметров арсенида галлия, получим:

$$\begin{aligned} t(c) &= \frac{1,0 \cdot 10^{-1}}{8,0 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \left( 8,0 \cdot 10^3 \cdot 1,4 \cdot 10^{15} + 5,0 \cdot 10^2 \frac{1,4 \cdot 1,4 \cdot 10^{16}}{1,4 \cdot 10^{15}} \right) = \\ &= 2,0 \cdot 10^{-21} (11,2 \cdot 10^{18} + 7,0 \cdot 10^3) \approx 22,4 \cdot 10^{-3}. \end{aligned}$$

Таким образом, ответ на поставленный вопрос таков: электрон пролетит образец за 22 миллисекунды.

**Задача 3.** Рассчитать величину плотности полного диффузионного тока (электронов и дырок) в кремниевом образце при комнатной температуре, если

известно, что уровень его легирования донорной примесью составляет  $N_d = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , а зависимости концентраций электронов и дырок от координаты описываются выражениями:

$$\begin{aligned} n_0(x) &= N_d \cdot \exp\left[-\alpha_n(x-a)^2\right], \\ p_0(x) &= \left(\frac{n_i^2}{N_d}\right) \cdot \exp\left[-\alpha_p(x-b)^2\right]. \end{aligned}$$

Здесь  $\alpha_n$ ,  $\alpha_p$ ,  $a$ ,  $b$  - некие постоянные величины.

**Решение.** Плотность полного диффузионного тока представляет разность диффузионных токов электронов и дырок, поскольку при одинаковом направлении движения переносятся заряды противоположных знаков

$$j^{(\text{диф})} = j_n^{(\text{диф})} - j_p^{(\text{диф})} = qD_n \frac{\partial n}{\partial x} - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Для дальнейших расчетов необходимо найти градиенты концентраций электронов и дырок, что сейчас сделаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial x} &= \left( N_d \cdot \exp\left[-\alpha_n(x-a)^2\right] \right)'_x = N_d \left( -2\alpha_n(x-a) \exp\left[-\alpha_n(x-a)^2\right] \right) = \\ &= -2\alpha_n(x-a) \cdot n(x); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \left( \left( \frac{n_i^2}{N_d} \right) \cdot \exp\left[-\alpha_p(x-b)^2\right] \right)'_x = \left( \frac{n_i^2}{N_d} \right) \left( -2\alpha_p(x-b) \exp\left[-\alpha_p(x-b)^2\right] \right) = \\ &= -2\alpha_p(x-b) \cdot p(x). \end{aligned}$$

Следовательно, выражение для полной плотности тока будет:

$$j^{(\text{диф})} = 2q\alpha_p(x-b) \cdot p(x) - 2q\alpha_n(x-a) \cdot n(x). \quad (6.10)$$

Данное выражение является ответом на поставленный в задаче вопрос.

### 6.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ВЫЧИСЛЕНИЮ КИНЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКА

При решении задач данного раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава. Эти данные собраны в Приложении, находящемся в конце учебно-методического пособия.

1. Даны два германиевых образца полупроводника *n*-типа. Концентрация неосновных носителей в первом образце равна  $\rho_n = 6,25 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ , а концентрация неосновных носителей во втором образце на два порядка выше. Определить удельную электропроводность и концентрацию основных носителей в каждом образце.

2. Даны два германиевых образца полупроводника *p*-типа. Концентрация неосновных носителей в первом образце равна  $n_p = 6,25 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$ , а концентрация неосновных носителей во втором образце на два порядка ниже. Определить удельную электропроводность и концентрацию основных носителей в каждом образце.

3. Даны два кремниевых образца полупроводника *n*-типа. Концентрация неосновных носителей в первом образце равна  $\rho_n = 6,25 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$ , а концентрация неосновных носителей во втором образце на два порядка выше. Определить удельную электропроводность и концентрацию основных носителей в каждом образце.

4. Даны два кремниевых образца полупроводника *p*-типа. Концентрация неосновных носителей в первом образце равна  $n_p = 6,25 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , а концентрация неосновных носителей во втором образце на два порядка ниже. Определить удельную электропроводность и концентрацию основных носителей в каждом образце.

5. Образец германия содержит донорную примесь с концентрацией  $N_D = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Определить удельную электропроводность и тип проводимости полупроводника. Какой должна быть концентрация доноров, чтобы удельная электропроводность равнялась  $6,2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ?
6. Образец кремния содержит донорную примесь с концентрацией  $N_D = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Определить удельную электропроводность и тип проводимости полупроводника. Какой должна быть концентрация донорной примеси, чтобы удельная электропроводность равнялась  $6,2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ?
7. Образец арсенида галлия содержит донорную примесь с концентрацией  $N_D = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Определить удельную электропроводность и тип проводимости полупроводника. Какой должна быть концентрация донорной примеси, чтобы удельная электропроводность равнялась  $6,2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ ?
8. Образец германия содержит акцепторную примесь с концентрацией  $N_A = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Определить удельную электропроводность и тип проводимости полупроводника. Какой должна быть концентрация донорной примеси, чтобы удельная электропроводность образца равнялась собственному значению?
9. Дрейфовый ток плотностью  $10^{-3} \text{ А/см}^2$  течет через образец германия  $n$ -типа проводимости с удельным сопротивлением  $5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ . За какое время электроны и дырки пройдут расстояние  $5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ ?
10. Дрейфовый ток плотностью  $10^{-3} \text{ А/см}^2$  течет через образец германия  $p$ -типа проводимости с удельным сопротивлением  $5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ . За какое время электроны и дырки пройдут расстояние  $5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ ?

11. Дрейфовый ток плотностью  $0,1 \text{ А/см}^2$  течет через образец кремния  $n$ -типа проводимости с удельным сопротивлением  $0,55 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . За какое время электроны и дырки пройдут расстояние  $5 \cdot 10^{-2} \text{ см}$ ?

12. Дрейфовый ток плотностью  $0,1 \text{ А/см}^2$  течет через образец кремния  $p$ -типа проводимости с удельным сопротивлением  $0,55 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . За какое время электроны и дырки пройдут расстояние  $5 \cdot 10^{-2} \text{ см}$ ?

13. Дрейфовый ток плотностью  $10^{-2} \text{ А/см}^2$  течет через образец арсенида галлия  $p$ -типа проводимости с удельным сопротивлением  $5,0 \cdot 10^2 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . За какое время электроны и дырки пройдут расстояние  $5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$ ?

14. Дрейфовый ток плотностью  $10^{-2} \text{ А/см}^2$  течет через образец арсенида галлия  $n$ -типа проводимости с удельным сопротивлением  $5,0 \cdot 10^2 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . За какое время электроны и дырки пройдут расстояние  $5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$ ?

15. Рассчитать величину плотности полного диффузионного тока (электронов и дырок) в кремниевом образце при комнатной температуре, если известно, что зависимости концентраций электронов и дырок от координаты описываются выражениями:

$$n_0(x) = N_d \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(x-5)\right] / x,$$
$$p_0(x) = \left(\frac{n_i^2}{N_d}\right) \cdot \exp\left[-\frac{1}{5}(x-2)\right] / x.$$

16. Рассчитать величину плотности полного диффузионного тока (электронов и дырок) в кремниевом образце при комнатной температуре, если известно, что зависимости концентраций электронов и дырок от координаты описываются выражениями:



$$n_0(x) = N_d \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(x-5)^2\right],$$

$$p_0(x) = \left(\frac{n_i^2}{N_d}\right)$$

17. Рассчитать величину плотности полного диффузионного тока (электронов и дырок) в кремниевом образце при комнатной температуре, если известно, что зависимости концентраций электронов и дырок от координаты описываются выражениями:

$$n_0(x) = N_d;$$

$$p_0(x) = \left(\frac{n_i^2}{N_d}\right) \cdot \exp\left[-\frac{1}{5}(x-2)^2\right].$$

18. Рассчитать величину плотности полного диффузионного тока (электронов и дырок) в германиевом образце при комнатной температуре, если известно, что зависимости концентраций электронов и дырок от координаты описываются выражениями:

$$n_0(x) = N_d \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(x-5)\right],$$

$$p_0(x) = \left(\frac{n_i^2}{N_d}\right) \cdot \exp\left[-\frac{1}{5}(x-2)\right].$$

19. Рассчитать величину плотности полного диффузионного тока (электронов и дырок) в арсенид-галлиевом образце при комнатной температуре, если известно, что зависимости концентраций электронов и дырок от координаты описываются выражениями:

$$n_0(x) = N_d / x;$$

$$p_0(x) = \left(\frac{n_i^2}{N_d}\right) \cdot \exp\left[-\frac{1}{5}(x-2)^5\right].$$

20. Рассчитать величину плотности полного диффузионного тока (электронов и дырок) в арсенид-галлиевом образце при комнатной температуре, если известно, зависимости концентраций электронов и дырок от координаты описываются выражениями:

$$n_0(x) = N_d \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}(x-5)^2\right],$$
$$p_0(x) = \left(\frac{n_i^2}{N_d}\right) / x$$

## 7. «КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ»

### 7.1. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ

**Диод Шоттки.** Диод Шоттки представляет собой контакт полупроводника и металла, в результате которого из-за разности работ выхода электрона в этих материалах в полупроводнике образуется запирающий  $i$  – слой, т.е. слой с собственной проводимостью. Таким образом, этот прибор представляет собой половину  $p-n$  - перехода, в котором нет области неосновной проводимости ( $p$ -области в полупроводнике  $n$ - типа, например).

СЛУЧАЙ 1. На рисунке 4 показана энергетическая диаграмма контакта металл – полупроводник  $n$ -типа, когда работа выхода электрона из металла больше работы выхода из полупроводника. Здесь обозначено:  $q\Phi_M$  - работа выхода электрона из металла,  $q\Phi_0$  - электронное сродство в полупроводнике,  $q\Phi_n$  - работа выхода электрона из полупроводника,  $q\Phi_b$  - высота энергетического барьера на контакте полупроводника и металла.

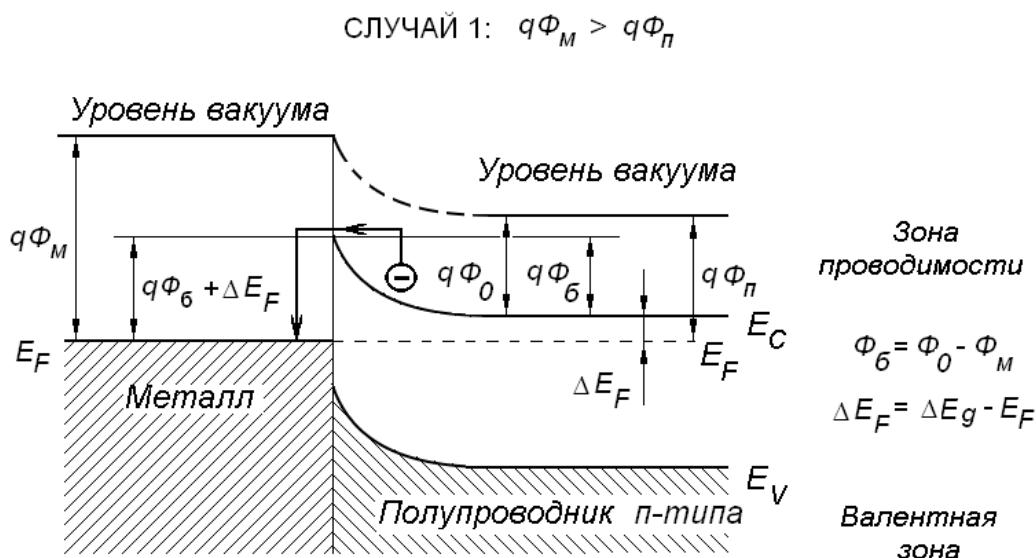


Рис. 4

Поскольку работа выхода электрона из полупроводника меньше, чем из металла ( $q\Phi_M > q\Phi_n$ ), электроны будут переходить из полупроводника в

металл, совершая надбарьерный переход (на рисунке показан стрелкой). Результатом этого является появление электрического поля в приконтактной области полупроводника и образование запирающего слоя (обедненного основными носителями - электронами) на границе раздела. Физически это поле создается нескомпенсированными зарядами ионов полупроводника, появившимися после ухода электронов в металл. Это поле мало (оно всегда меньше ширины запрещенной зоны полупроводника  $\Delta E_g$ ) по сравнению с внутрикристаллическим полем решетки и потому оно не изменяет энергетическую диаграмму полупроводника, лишь наклоняя ее пропорционально величине контактного поля. Так на границе раздела формируется энергетический барьер, величина которого определяется величиной (высотой) изгиба энергетических уровней от их объемного положения до положения на границе:

$$\Phi_b = \Phi_M - \Phi_P = \Phi_M - \Phi_0 - \Delta E_F / q, \quad (7.1)$$

где величина

$$\Delta E_F = \Delta E_g - E_F \quad (7.2)$$

определяет энергетическое расстояние между уровнем Ферми и дном зоны проводимости.

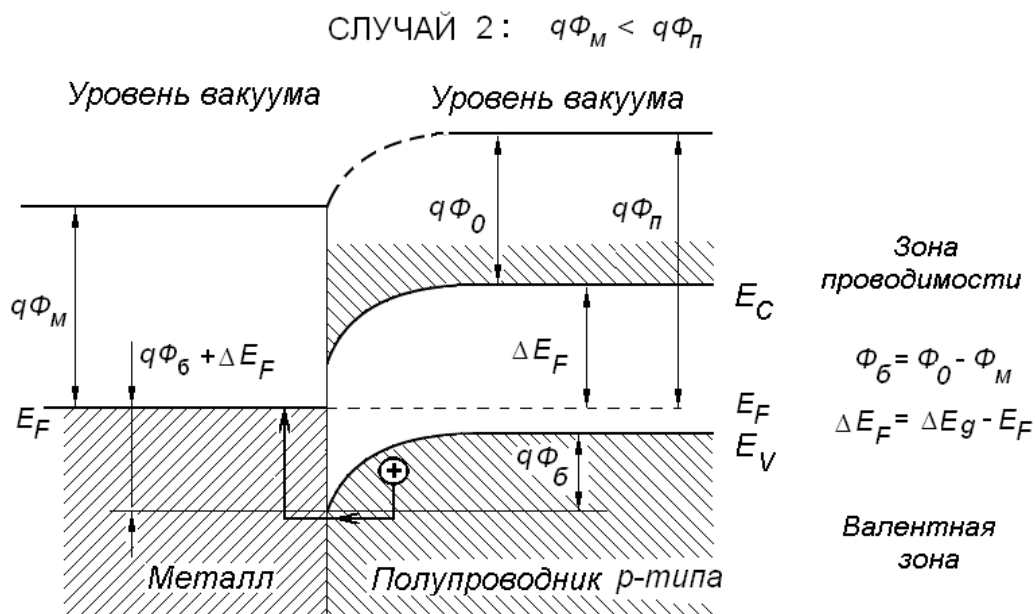


Рис.5

СЛУЧАЙ 2. Рассмотрим контакт металла и полупроводника  $p$ -типа. Энергетическая диаграмма контакта для случая, когда работа выхода из металла меньше, чем из полупроводника, представлена на рис.5. Используемые на рисунке обозначения аналогичны использованным на рис. 4. Из данного рисунка можно видеть, что в этом случае дырки из полупроводника проникают в металл, заряжая его положительно, а в приповерхностном слое полупроводника образуется слой, обедненный основными носителями – дырками. В итоге полупроводник заряжается отрицательно. Как и в рассмотренном выше случае, это означает, что на границе с металлом образуется запирающий слой, образованный некомпенсированными зарядами ионов акцепторной примеси.

Если к диоду Шоттки приложить постоянное напряжение величиной  $V$ , то созданное им поле наложится на контактное поле и увеличит его (если напряжение приложено знаком «+» к полупроводнику  $n$ -типа) или уменьшит (если напряжение приложено к полупроводнику знаком «-»). Соответственно изменится протяженность области локализации поля в полупроводнике  $W$ : в первом случае она возрастет, а во втором – уменьшается. Ширина области пространственного заряда (ОПЗ) определяется уровнем легирования полупроводника  $N_d$  и высотой барьера  $\Phi_b$ :

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(\Phi_b - V)}{qN_d}}. \quad (7.3)$$

Слою обедненного заряда можно поставить в соответствие емкость  $C$ , которая будет описывать возможность диода Шоттки накапливать заряд определенной величины при приложении к нему напряжения. Физически эта емкость есть емкость плоского конденсатора, одной обкладкой которого является металлический электрод диода, другой – квазинейтральный объем полупроводника, а разделяющим их диэлектриком – ОПЗ. Емкость плоского конденсатора может быть найдена с помощью выражения:

$$C = S \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{W} = S \sqrt{\frac{q \cdot \varepsilon\varepsilon_0 N_d}{2(\Phi_6 - V)}}. \quad (7.4)$$

Здесь  $\Phi_6$  берется со знаком «+» всегда. Далее, напряжение  $V$  берется со знаком «+», если на полупроводник действует запирающее напряжение (увеличивает изгиб зон, увеличивая высоту барьера), и со знаком «-», если оно отпирающее (разгибает зоны).

Важной характеристикой диода Шоттки, определяющей качество его изготовления и возможность использования в электронных приборах, является вольт-амперная характеристика (ВАХ). Она представляет собой зависимость омического тока  $j$ , протекающего через диод, от величины постоянного напряжения  $V$  на нем. Из-за наличия потенциального барьера на границе раздела «металл – полупроводник», данная характеристика оказывается несимметричной относительно знака прикладываемого напряжения. Детальное рассмотрение физических процессов, сопровождающих токоперенос через контакт, приводит к следующему выражению для этой характеристики у диодов Шоттки

$$j(V) = j_0 \left( \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right), \quad (7.5)$$

где ток контакта  $j_0$  называют обратным. Он создается за счет термоэмиссионного (электроны получают необходимую энергию от тепловых колебаний решетки) надбарьерного перехода электронов из полупроводника в металл или из металла в полупроводник (см. рис.4, 5) и для рассмотренного случая равен:

$$j_0 = AT^2 \exp\left(\frac{q\Phi_6}{kT}\right), \quad (7.6)$$

здесь  $A = 120 \text{ A/cm}^2\text{K}^2$  - постоянная Ричардсона, известная в теории термоэлектронной эмиссии электронов в вакуум.

Заметим, что выражения (7.3) - (7.6) справедливы и для полупроводника  $p$ -типа в случае, когда работа выхода из металла меньше работы выхода из полупроводника ( $q\Phi_M < q\Phi_P$ ), но с заменой знака у высоты барьера и прикладываемого внешнего напряжения на обратный.

Существование сквозного тока через диод Шоттки свидетельствует о наличии у него омического сопротивления. Однако для систем обработки переменных сигналов важным является дифференциальное сопротивление диода  $R_d$ . Физически оно представляет собой сопротивление элемента, оказываемое им протеканию слабого переменного тока. Учитывая то, что слабое переменное напряжение часто используется в радиоэлектронных цепях в качестве сигнального, введение дифференциального сопротивления оказывается во многих случаях доминирующим для оценки возможностей использования данного элемента в той или иной электрической цепи. Математическое определение дифференциального сопротивления элемента, находящегося при постоянном напряжении  $V = V_0$ , таково

$$R_d = \left( \frac{\partial U}{\partial I} \right)_{V=V_0}. \quad (7.7)$$

Физически его можно измерить, если наряду с постоянным напряжением  $V_0$  к исследуемому элементу приложить малое переменное напряжение амплитудой  $\Delta U$ , частотой  $f$  и регистрировать величину протекающего через элемент тока  $\Delta I$  на этой же частоте. Тогда, согласно определению сопротивления по закону Ома, найдем:

$$R_d(f, V_0) = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \quad (7.8)$$

Ясно, что величина дифференциального сопротивления зависит как от частоты, на которой оно измеряется, так и от величины постоянного напряжения, приложенного к элементу. Из выражения (7.8) также следует различие между дифференциальным сопротивлением и сопротивлением,

измеряемым на постоянном токе: они разнятся так же, как отличается производная функции, вычисленная в заданной точке, от среднего значения тангенса угла наклона этой функции в той же точке - в нашем случае: при заданном постоянном напряжении на диоде. Пользуясь выражением для ВАХ диода Шоттки (7.5), подвергнутого одновременному действию произвольного постоянного и малого переменного напряжения, нетрудно определить его дифференциальное сопротивление:

$$\begin{aligned}
 R_d &= \frac{1}{\left(\frac{\partial I}{\partial U}\right)_{V=V_0}} = \left(\frac{\partial}{\partial U} \left( I_0 \left( \exp\left(\frac{q(V_0 + U)}{kT}\right) - 1 \right) \right)\right)^{-1} = \\
 &= \left( I_0 \left( \exp\left(\frac{qV_0}{kT}\right) \frac{\partial}{\partial U} \left( \exp\left(\frac{qU}{kT}\right) \right) \right) \right)^{-1} = \\
 &= \left( \frac{q}{kT} I_0 \left( \exp\left(\frac{q(V_0 + U)}{kT}\right) \right) \right)^{-1} \approx \frac{kT}{qI_0} \cdot \exp\left(-\frac{qV_0}{kT}\right)
 \end{aligned}$$

Для получения выражения для дифференциального сопротивления в данном выражении делается предельный переход  $U \rightarrow 0$ , т.к. амплитуда переменного тестового сигнала считается бесконечно малой величиной. Окончательно получим

$$R_d(V_0) \approx \frac{kT}{qI_0} \cdot \exp\left(-\frac{qV_0}{kT}\right). \quad (7.9)$$

Здесь полный ток  $I = i \cdot S$ ,  $S$  - площадь диода (металлического электрода). Из выражения (7.9) следует, что величина дифференциального сопротивления резко уменьшается в области прямых смещений (положительных напряжений, понижающих барьер). Оно максимально в точке  $V = 0$  В. В области же обратных смещений данное выражение недействительно ввиду того, что исходное выражение для ВАХ не дает экспоненциальной зависимости тока в этой области напряжений. Поэтому



для запирающих напряжений дифференциальное сопротивление обычно вычисляется по (7.9), когда  $V_0 = 0$ :

$$R_d = \frac{kT}{qI_0} . \quad (7.10)$$

Таким образом, величина дифференциального сопротивления диода Шоттки при выбранном значении постоянного напряжения на нем  $V_0$  определяется в первую очередь значением обратного тока, а также величиной приложенного к переходу постоянного напряжения.

***P - n – переход.*** Физически этот прибор представляет собой контакт двух полупроводниковых образцов, обладающих различными типами проводимости: один электронного типа, а другой – дырочного. В результате контакта материалов с различными концентрациями свободных носителей заряда обоих типов возникает их диффузия из одного образца в другой, т.е. происходит пространственное разделение зарядов, приводящее к нарушению электронейтральности в контактируемых образцах. Как следствие этого, в приконтактном слое формируется контактное электрическое поле  $\bar{E}_K$ . Оно направлено от *n*-типа к *p*-типу и своим действием препятствует переходу электронов и *n*-типа в *p*-тип, а дыркам – в обратном направлении. Тем самым перенос основных носителей заряда этим полем исключается. По этой причине говорят о наличии на границе раздела потенциального барьера для основных носителей.

Основной характеристикой *p-n* перехода, определяющей качество его изготовления и возможность использования в электронных приборах, является вольт-амперная характеристика. Она представляет собой зависимость омического тока  $j$ , протекающего через *p-n* переход, от величины постоянного напряжения  $V$  на нем. Из-за наличия потенциального барьера на границе раздела *p*- и *n*-областей перехода, данная характеристика оказывается

несимметричной относительно знака прикладываемого напряжения. Так, если к  $n$ -области приложить положительный потенциал относительно потенциала  $p$ -области (случай обратных или запиорных напряжений), то высота барьера, разделяющего эти области, увеличится и, следовательно, протекание тока основных носителей через переход будет исключено. В этом случае через  $p$ - $n$  переход протекает ток  $I_0$ , образованный неосновными носителями заряда  $n$ - и  $p$ -областей, для которых контактное электрическое поле способствует переносу: электронов из  $p$ -области в  $n$ -область и дырок из  $n$ -области в  $p$ -область.

Если же к  $n$ -области приложить отрицательный потенциал относительно потенциала  $p$ -области (случай прямых или отпирающих напряжений), то высота барьера, разделяющего эти области, уменьшится и, следовательно, через переход будет течь ток основных носителей. Учитывая больцмановский закон распределения частиц по энергиям: количество частиц, имеющих энергию выше высоты потенциального барьера, экспоненциально увеличивается с уменьшением высоты этого барьера, можно получить выражение для ВАХ  $p$ - $n$  перехода в следующем виде:

$$I(V) = I_0 \left( \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right), \quad (7.11)$$

где  $I_0$  - величина обратного тока  $p$ - $n$  перехода. Физической причиной его появления являются неосновные носители, которые либо генерируются в пределах  $p$ - $n$  перехода примесными атомами и ионами (по этой причине создаваемый ими ток называют **генерационно-рекомбинационным током**), либо за счет диффузии неосновные носители заряда из  $n$ - и  $p$ -областей поставляются к переходу, где подхватываются и разделяются электрическим полем  $p$ - $n$  перехода (такой ток называют **диффузионным током**). Величина обратного тока – важный параметр, определяющий многие электрические свойства перехода. Математическое выражение для определения обратного

тока перехода в случае доминирования диффузионного механизма поставки неосновных носителей заряда таково:

$$I_0 = \frac{kT}{q} S \frac{b\sigma_i^2}{(1+b)^2} \left( \frac{1}{\sigma_n L_p} + \frac{1}{\sigma_p L_n} \right). \quad (7.12)$$

Здесь  $S$  - площадь перехода;  $b = \mu_n / \mu_p$  - отношение подвижностей электронов и дырок;  $\sigma_i$  - собственная электропроводность материала перехода;  $\sigma_n, \sigma_p$  - удельная электропроводность  $n$ - и  $p$  - областей  $p$ - $n$  перехода;  $L_n, L_p$  - диффузионная длина электронов и дырок соответственно.

Другим важным параметром, характеризующим качество перехода, является его дифференциальное сопротивление, обозначаемое как  $R_d$ . Его определение аналогично введенному для диода Шоттки:

$$R_d(V_0) \approx \frac{kT}{qI_0} \cdot \exp\left(-\frac{qV_0}{kT}\right). \quad (7.13)$$

с единственным различием: в данном выражении обратный ток имеет другую физическую причину и потому вычисляется, например, для диффузионного тока по выражению (7.12).

Таким образом, величина дифференциального сопротивления  $p$ - $n$  перехода при выбранном значении постоянного напряжения на нем  $V_0$  определяется в первую очередь значением обратного тока, а также величиной приложенного к переходу постоянного напряжения.

Следующим важным параметром, характеризующим электрические свойства  $p$ - $n$  перехода, является его дифференциальная емкость  $C$ . Физически эта емкость образована  $n$ - и  $p$ - областями (их можно рассматривать как обкладки плоского конденсатора), разделенными  $i$ -слоем толщиной  $W$ , в котором проводимость равна собственной (его можно рассматривать как слой диэлектрика между обкладками конденсатора). Эта емкость называется

**барьерной.** Величина барьерной емкости единичной площади определяется концентрациями донорной  $N_D$  и акцепторной  $N_A$  примесей в  $n$ - и  $p$ - областях соответственно, высотой потенциального барьера на границе раздела областей разного типа проводимости  $\varphi_{\bar{a}}$ , а также величиной напряжения на переходе  $V$ , смещающего его в прямом (проводящем,  $V > 0$ ) или обратном (непроводящем,  $V < 0$ ) направлении:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{W} S = S \sqrt{\frac{q \varepsilon \varepsilon_0}{2(\Phi_{\bar{b}} - V)} \cdot \frac{N_D N_A}{N_D + N_A}}. \quad (7.14)$$

Здесь  $S$  - площадь перехода,  $\Phi_{\bar{b}}$  - разность потенциалов между  $n$ - и  $p$ -областями перехода определяет высоту потенциального барьера между областями перехода и определяется следующим образом:

$$\Phi_{\bar{b}} = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{N_D N_A}{n_i^2} \right). \quad (7.15)$$

Как и всякий электронный прибор, в котором имеется перенос носителей заряда через область их регистрации,  $p$ - $n$  переход должен обладать некоторой инерционностью реакции по отношению к внешнему воздействию. Это означает, что при подаче на него переменного напряжения различной частоты  $p$ - $n$  переход может не успеть отреагировать на него, если частота напряжения высока и превышает некоторый характеристический параметр, определяемый параметрами  $p$ - $n$  перехода, или успевать, если частота внешнего воздействия мала. Этим характеристическим параметром является **время перезарядки его емкости  $C$** . Для исследования частотных свойств  $p$ - $n$  перехода его необходимо включить в прямом или запиорном направлении и приложить синусоидальный сигнал с малой амплитудой, обычно не превышающей напряжение постоянного смещения на переходе. Изменяя частоту синусоидального сигнала от меньшего значения к большему, с помощью квадратичного детектора определяется амплитуда переменного напряжения  $U_H$ , снимаемого с сопротивления нагрузки

$R_H$ . Из полученной частотной зависимости  $U_H(f)$  определяется частота, на которой падение переменного напряжения на сопротивлении нагрузки уменьшится в 2 раза по сравнению с его значением на низких частотах, например на частоте 10 Гц. Частота, на которой амплитуда синусоидального напряжения уменьшается в указанное число раз, называется **частотой среза** -  $f_{cp}$ . Из найденного таким образом значения частоты среза определяют время релаксации заряда в переходе:

$$\tau_{p-n} = \frac{1}{f_{cp}}. \quad (7.16)$$

С другой стороны, поскольку перезарядка емкости  $C$   $p-n$  перехода физически осуществляется через его дифференциальное сопротивление  $R_d$ , то время перезарядки может быть найдено из выражения:

$$\tau_{p-n} = C \times R_d. \quad (7.17)$$

Следовательно, если известны значения емкости и дифференциального сопротивления перехода, то имеется возможность вычислить время перезарядки и сравнить его с экспериментально найденным значением времени релаксации  $p-n$  перехода.

С физической точки зрения время релаксации перехода равно времени жизни неравновесных носителей заряда в  $p-n$  переходе. По его величине можно определить, например, инерционность фотоприемного устройства на основе барьерной фотоэдс  $p-n$  перехода.

## **7.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТНЫХ СВОЙСТВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ**

**Задача 1.** Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе кремний – золото, а также величину обратного тока, если известно, что

концентрация донорной примеси составляет  $N_d = 1.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , а площадь перехода составляет  $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ .

**Решение.** Высоту барьера в электроно-вольтах на границе «кремний – золото» можно вычислить по формуле (7.1):

$$\Phi_B = \Phi_M - \Phi_{II} = \Phi_M - \Phi_0 - \Delta E_F / q, \quad \Delta E_F = \Delta E_g - E_F.$$

Величины работ выхода электрона из металла и электронное сродство полупроводника являются константами материала и могут быть взяты из справочных материалов:

$$\Phi_M = 5.0 \text{ эВ}, \quad \Phi_0 = 4.05 \text{ эВ}.$$

Энергетический зазор «дно зоны проводимости – уровень Ферми» можно найти, определив из выражения (5.5) положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны:

$$F = E_j + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right) + \frac{kT}{q} \cdot \ln \left( \frac{N_d}{n_i} \right) \approx E_j + \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln \left( \frac{1.4 \cdot 10^{15}}{1.4 \cdot 10^{10}} \right) =$$

$$= 0.66 + 2.6 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 2.3 = 0.66 + 0.30 = 0.96 \text{ эВ}.$$

Следовательно, искомая величина будет равна

$$\Delta E_F = \Delta E_g - E_F = 1.12 - 0.96 = 0.16 \text{ эВ}.$$

В итоге, высота барьера на контакте в энергетических единицах будет

$$\Phi_B = 4.05 + 0.16 - 5.0 \approx -0.8 \text{ эВ}.$$

Это соответствует высоте барьера в вольтах  $-0.8 \text{ В}$ .

Для нахождения величины обратного тока необходимо воспользоваться выражением

$$I_0 = j_0 S = SAT^2 \exp\left(\frac{q\Phi_0}{kT}\right) = 5 \cdot 120 \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot \exp\left(-\frac{0.8}{0.025}\right) =$$

$$= 5 \cdot 1.2 \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot \exp(-32) = 5.4 \cdot 10^4 \cdot \frac{10^{-12}}{9.3} \approx 5.8 \cdot 10^{-9} \text{ А.}$$

Таким образом, высота барьера на границе «золото-кремний n-типа» равна нулю, а величина обратного тока составляет  $5.8 \cdot 10^{-9}$  А. Значит, такой контакт хорош для изготовления диода Шоттки.

**Задача 2.** Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки *n-Si/Pt* площадью  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  и концентрацией донорной примеси  $N_d = 3.8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  при напряжении на переходе  $V = -0.2 \text{ В}$  (запорное напряжение).

**Решение.** Для решения поставленной задачи необходимо вычислить высоту энергетического барьера на контакте кремния и алюминия. Это можно сделать по схеме, изложенной в предыдущей задаче

$$\Phi_0 = \Phi_M - \Phi_n = \Phi_M - \Phi_0 - \Delta E_F / q, \quad \Delta E_F = \Delta E_g - E_F.$$

Величины работы выхода электрона из металла и электронное сродство полупроводника берем из справочных материалов:

$$\Phi_M = 5.1 \text{ эВ}, \quad \Phi_0 = 4.05 \text{ эВ.}$$

Энергетический зазор «дно зоны проводимости – уровень Ферми» можно найти, определив из выражения (5.5) положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны:

$$F = E_i + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right) \approx E_i + \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln\left(\frac{3.8 \cdot 10^{15}}{1.4 \cdot 10^{10}}\right) =$$

$$= 0.66 + 2.6 \cdot 10^{-2} \cdot (1 + 5 \cdot 2.3) = 0.66 + 0.32 = 0.98 \text{ эВ.}$$

Следовательно, искомая величина будет равна

$$\Delta E_F = \Delta E_g - E_F = 1.12 - 0.98 = 0.14 \text{ эВ.}$$

В итоге, высота барьера на контакте в энергетических единицах будет

$$\Phi_b = 4.05 + 0.14 - 5.1 \approx -0.90 \text{ эВ.}$$

Это соответствует высоте барьера в вольтах  $-0.9 \text{ В}$ . Этот барьер соответствует образованию на контакте запирающего слоя.

Толщина слоя пространственного заряда в полупроводнике вычисляется по выражению (7.3)

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(\Phi_b - V)}{q N_d}}.$$

В данной задаче прикладываемое напряжение увеличивает запирающий слой. Поэтому его толщина (в сантиметрах) будет равна

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(\Phi_b - V)}{q N_d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot (0.9 + 0.2)}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 3.8 \cdot 10^{15}}} = \\ &= \sqrt{\frac{229}{6.1} 10^{-10}} = \sqrt{3.8 \cdot 10^{-10}} = 1.95 \cdot 10^{-5} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ см.} \end{aligned}$$

Осталось вычислить емкость запирающего слоя, для чего необходимо воспользоваться выражением (7.4):

$$\begin{aligned} C &= S \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{W} = 1.5 \cdot 10^{-2} \frac{11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14}}{2.0 \cdot 10^{-5}} = \frac{155.3}{2.0} 10^{-11} = \\ &= 77.5 \cdot 10^{-11} \text{ Ф} = 775 \text{ пФ.} \end{aligned}$$

Таким образом, ответы на поставленные в задаче вопросы будут следующими: ширина запирающего слоя в кремнии составляет  $2.0 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ , а емкость этого слоя -  $775 \text{ пФ}$ .

**Задача 3.** Определить величину обратного тока и дифференциального сопротивления диода Шоттки  $n\text{-Si}/\text{Ni}$  площадью  $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  и



концентрацией донорной примеси  $N_d = 1.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  при напряжении на переходе  $V = -0.5 \text{ В}$  (запорное напряжение).

**Решение.** Для решения поставленной задачи необходимо вычислить высоту энергетического барьера на контакте кремния и алюминия. Это можно сделать по схеме, изложенной в предыдущих задачах.

$$\Phi_b = \Phi_M - \Phi_n = \Phi_M - \Phi_0 - \Delta E_F / q, \quad \Delta E_F = \Delta E_g - E_F.$$

Величины работы выхода электрона из металла и электронное сродство полупроводника берем из справочных материалов:

$$\Phi_M = 4.55 \text{ эВ}, \quad \Phi_0 = 4.05 \text{ эВ}.$$

Энергетический зазор «дно зоны проводимости – уровень Ферми» можно найти, определив из выражения (5.5) положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны:

$$F = E_j + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln \left( \frac{m_p^*}{m_n^*} \right) + \frac{kT}{q} \cdot \ln \left( \frac{N_d}{n_i} \right) \approx E_j + \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln \left( \frac{1.4 \cdot 10^{16}}{1.4 \cdot 10^{10}} \right) =$$

$$= 0.66 + 2.6 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 2.3 = 0.66 + 0.35 = 1.01 \text{ эВ}.$$

Следовательно, искомая величина будет равна

$$\Delta E_F = \Delta E_g - E_F = 1.12 - 1.01 = 0.11 \text{ эВ}.$$

В итоге, высота барьера на контакте в энергетических единицах будет

$$\Phi_b = 4.05 + 0.11 - 4.55 = -0.39 \text{ эВ}.$$

Это соответствует высоте барьера в вольтах  $-0.4 \text{ В}$ . Этот барьер соответствует образованию на контакте запирающего слоя.

Для нахождения величины обратного тока необходимо воспользоваться выражением

$$I_0 = j_0 S = SAT^2 \exp\left(\frac{q\Phi_0}{kT}\right) = 5 \cdot 120 \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot \exp\left(-\frac{0.4}{0.025}\right) =$$

$$= 5 \cdot 1.2 \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot \exp(-16) \approx 5.4 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{8.3 \cdot 10^6} \approx 6.3 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Дифференциальное сопротивление в области запертых напряжений рассчитывается по формуле (7.10):

$$R_d = \frac{kT}{qI_0} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 6.3 \cdot 10^{-3}} = \frac{0.025}{6.3} \cdot 10^3 \approx 4.0 \text{ Ом.}$$

Таким образом, величина обратного тока диода Шоттки, изготовленного из электронного кремния с никелевым электродом площадью  $4.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , составляет 6.3 мА. При этом дифференциальное сопротивление такого диода Шоттки составляет 4 Ома.

**Задача 4.** Определить полосу пропускания частот германиевого  $p-n$  - перехода при напряжении на нем  $V = 0.1 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-2} \text{ см}^2$  и плотность обратного тока  $j_0 = 10^{-6} \text{ А/см}^2$ . Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

**Решение.** Полоса пропускания – это диапазон частот, в пределах которого коэффициент передачи диода остается постоянным. Нижняя частота диапазона может быть принята равной нулю, а верхняя - частоте среза

$$f_{\text{ср}} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_{p-n}},$$

где  $\tau_{p-n} = C \times R_d$  - время перезарядки перехода, определяемое емкостью  $C$  и дифференциальным сопротивлением  $R_d$ . Значит, задача по определению полосы пропускания сводится к задаче нахождения емкости и дифференциального сопротивления перехода диода.

Емкость перехода  $C$  определяется его площадью  $S$  и толщиной слоя собственной проводимости  $W$  и может быть найдена по выражению (7.15)

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{W} S = S \sqrt{\frac{q \varepsilon_{Ge} \varepsilon_0}{2(\Phi_{\sigma} - V)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a}}, \quad (7.18)$$

$$\Phi_{\sigma} = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{N_d N_a}{n_i^2} \right),$$

где  $\varepsilon_{Ge}$  - относительная диэлектрическая проницаемость германия. Подстановка численных значений в выражения (7.18) приводит к следующему

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln \left( \frac{2.4 \cdot 10^{15} \cdot 2.4 \cdot 10^{15}}{2.4 \cdot 10^{13} \cdot 2.4 \cdot 10^{13}} \right) = \\ &= \frac{1.38 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 10^{-21}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln(10) = 10^{-1} \cdot 2.3 \approx 0.2 \text{ В} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= S \sqrt{\frac{q \varepsilon_{Ge} \varepsilon_0}{2(\Phi_{\sigma} - V)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a}} = \\ &= 10^{-2} \sqrt{\frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 16 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot 2.4 \cdot 10^{15}}{2 \cdot (0.2 - 0.1)} \cdot \frac{2.4 \cdot 10^{15}}{2}} = \\ &= 10^{-2} \sqrt{\frac{1.6 \cdot 1.6 \cdot 8.85 \cdot 1.2}{2} \cdot 10^{-17}} = \\ &= 10^{-2} \sqrt{1.4 \cdot 10^{-16}} \approx 1.2 \cdot 10^{-10} \text{ Ф.} \end{aligned}$$

Дифференциальное сопротивление перехода в области положительных смещений определяется выражением

$$R_d(V_0) \approx \frac{kT}{qI_0} \cdot \exp \left( -\frac{qV_0}{kT} \right),$$

где все величины табличные или легко вычисляются. Поэтому можно найти величину  $R_d(V_0)$ :

$$R_d(V) \approx \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}} \cdot \exp\left(-\frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.1}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}\right) =$$

$$= \frac{4.2 \cdot 10^{-21}}{1.6 \cdot 10^{-27}} \cdot \exp\left(-\frac{1.6 \cdot 10^{-20}}{4.2 \cdot 10^{-21}}\right) = 2.6 \cdot 10^6 \cdot \exp(-3.8) = 1.7 \cdot 10^5 \text{ Ом.}$$

Теперь можно найти время перезарядки перехода, а из него определим его верхнюю (граничную) частоту:

$$f_{cp} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_{p-n}} = \frac{1}{2\pi \cdot R_d C} = \frac{1}{6.28 \cdot 1.7 \cdot 10^5 \cdot 1.2 \cdot 10^{-10}} =$$

$$= \frac{10^4}{0.63 \cdot 1.7 \cdot 1.2} = \frac{10^4}{1.28} \approx 7800 \text{ Гц.}$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос таков: полоса пропускания  $p$ - $n$  перехода, имеющего указанные параметры, равна 7800 Гц.

### 7.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТНЫХ СВОЙСТВ

При решении задач данного раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава, а также значениями работ выхода из различных металлов. Эти данные собраны в конце учебно-методического пособия.

1. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе «германий – платина», а также величину обратного тока, если известно, что концентрация донорной примеси составляет  $N_D = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , а площадь перехода  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ .

2. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе «арсенид галлия – медь», а также величину обратного тока, если известно, что

концентрация донорной примеси составляет  $N_D = 1.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , а площадь перехода  $S = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ .

3. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе «арсенид галлия – золото», а также величину обратного тока, если известно, что концентрация акцепторной примеси составляет  $N_A = 1.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , а площадь перехода  $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ .

4. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе «кремний – магний», а также величину обратного тока, если известно, что концентрация акцепторной примеси составляет  $N_A = 1.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , а площадь перехода  $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ .

5. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки  $p\text{-Si/Mg}$  площадью  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  и концентрацией акцепторной примеси  $N_A = 3.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  при напряжении на переходе  $V = 0.3 \text{ В}$  (запорное напряжение).

6. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки  $p\text{-GaAs/Au}$  площадью  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  и концентрацией акцепторной примеси  $N_A = 3.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  при напряжении на переходе  $V = 0.1 \text{ В}$  (запорное напряжение).

7. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки  $n\text{-Ge/Pt}$  площадью  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  и концентрацией донорной примеси  $N_D = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  при напряжении на переходе  $V = -0.5 \text{ В}$  (запорное напряжение).

8. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки  $n\text{-GaAs/Cu}$  площадью

$S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  и концентрацией донорной примеси  $N_a = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  при напряжении на переходе  $V = 0.1 \text{ В}$  (антизапорное напряжение).

9. Определить величину дифференциального сопротивления германиевого  $p$ - $n$  перехода при напряжении на нем  $V_0 = 0.1 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-2} \text{ см}^2$ , если обратный ток обусловлен диффузионным механизмом поставки неосновных носителей заряда. Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

10. Определить величину дифференциального сопротивления кремниевого  $p$ - $n$  перехода при напряжении на нем  $V_0 = 0.1 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-3} \text{ см}^2$ , если обратный ток обусловлен диффузионным механизмом поставки неосновных носителей заряда. Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

11. Определить величину дифференциального сопротивления арсенид-галлиевого  $p$ - $n$  перехода при напряжении на нем  $V_0 = 0.2 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-1} \text{ см}^2$ , если обратный ток обусловлен диффузионным механизмом поставки неосновных носителей заряда. Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $4.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

12. Определить величину емкости арсенид-галлиевого  $p$ - $n$  перехода при напряжении на нем  $V_0 = -0.1 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-1} \text{ см}^2$ . Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $2.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

13. Определить величину емкости германиевого  $p$ - $n$  перехода при напряжении на нем  $V_0 = 0.1 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-1} \text{ см}^2$ . Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .

14. Определить величину емкости кремниевого  $p-n$  перехода при напряжении на нем  $V_0 = -0.2 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-1} \text{ см}^2$ . Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ .
15. Определить время перезарядки кремниевого  $p-n$  перехода при напряжении на нем  $V_0 = -0.1 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-2} \text{ см}^2$  и плотность обратного тока  $j_0 = 10^{-7} \text{ А/см}^2$ . Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .
16. Определить время перезарядки арсенид-галлиевого  $p-n$  перехода при напряжении на нем  $V_0 = 0.1 \text{ В}$ , имеющего площадь  $S = 10^{-2} \text{ см}^2$  и плотность обратного тока  $j_0 = 10^{-8} \text{ А/см}^2$ . Считать уровни легирования  $p$ - и  $n$ -областей одинаковыми и равными  $4.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .
17. Определить работу выхода электрона из металла металлического электрода диода Шоттки на основе кремния, если известно, что дифференциальная емкость диода при напряжении  $V = -0.2 \text{ В}$  составляет  $C = 587 \text{ пФ}$ , его площадь  $S = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , а уровень легирования полупроводника донорной примесью равен  $N_D = 3.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .
18. Определить работу выхода электрона из металла металлического электрода диода Шоттки на основе германия, если известно, что дифференциальное сопротивление диода при напряжении  $V = 0.1 \text{ В}$  (антизапорное напряжение) составляет  $R_D = 7.8 \cdot 10^2 \text{ Ом}$ , его площадь  $S = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , а уровень легирования полупроводника донорной примесью равен  $N_D = 3.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .
19. Определить концентрации легирующих примесей в германиевом  $p-n$  переходе площадью  $S = 7.7 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$ , если известно, что уровни легирования

$n$ - и  $p$ -областей одинаковы, а его дифференциальное сопротивление при отпирающем напряжении на нем  $V = 0.15 \text{ В}$  составляет  $4.8 \cdot 10^2 \text{ Ом}$ .

20. Определить величину обратного тока в кремниевом  $p$ - $n$  переходе площадью  $S = 7.5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$ , если известно, что его полоса пропускания составляет  $\Delta f = 2 \cdot 10^5 \text{ Гц}$  при отсутствии напряжения на нем, уровни легирования  $n$ - и  $p$ -областей одинаковы, а высота барьера составляет  $0.66 \text{ В}$ .

## 8. «ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ТВЕРДЫМИ ТЕЛАМИ»

### 8.1. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ

При распространении электромагнитного излучения в твердом теле интенсивность излучения монотонно уменьшается. Если параметры твердого тела постоянны по координате  $x$ , вдоль которой распространяется излучение, то уменьшение интенсивности по мере удаления от освещаемой поверхности подчиняется закону Бугера-Ламберта:

$$I(x) = I_0(1 - R) \cdot \exp(-\alpha \cdot x). \quad (8.1)$$

Здесь  $R$ - безразмерная величина, именуемая **коэффициентом отражения** излучения от поверхности твердого тела,  $\alpha$ - коэффициент поглощения излучения. Он имеет размерность обратной длины, и потому вводят еще один параметр, характеризующий взаимодействие излучения с твердым телом? – **длину свободного пробега фотона:**



$$\varphi = 1/\alpha. \quad (8.2)$$

Она равна среднему расстоянию, которое проходит фотон в твердом теле до момента своего поглощения. Численные значения длины свободного пробега фотона составляют единицы и доли микрона, что указывает на доминирующую роль приповерхностного слоя в процессе поглощения излучения.

Рассмотрение поглощения на основе квантовой теории света приводит к следующему выражению для коэффициента поглощения:

$$\alpha = \sigma \cdot N, \quad (8.3)$$

где  $\sigma$  - вероятность поглощения фотона одиночным центром, имеющая размерность площади;  $N$  - концентрация центров поглощения.

Из всех возможных механизмов поглощения излучения твердым телом как наиболее важные для практического применения следует выделить собственное поглощение, примесное поглощение и поглощение на свободных носителях заряда.

1. Собственное поглощение наблюдается при падении на полупроводник излучения с энергией кванта больше ширины запрещенной зоны:

$$\omega \geq \Delta E_g. \quad (8.4)$$

Этот тип поглощения доминирует в области коротких длин волн, меньших  $\lambda_{кр}$ :

$$\lambda_{кр} = \frac{hc}{\Delta E_g}. \quad (8.5)$$

2. Примесное поглощение возникает, когда энергия падающего на полупроводник фотона достаточна для перевода электрона из валентной зоны на уровень примеси – случай акцепторной примеси ( $\Delta E_a$ ), или наоборот: с примеси в зону проводимости – случай донорной примеси ( $\Delta E_d$ ). Эти условия можно записать так:

$$\lambda_{пр} = \frac{hc}{\Delta E_{d,a}}. \quad (8.6)$$

Необходимым условием наблюдения примесного поглощения является частичная ионизация примесного уровня, что достигается при пониженных температурах полупроводника. Поскольку примесное поглощение также возможно в области коротких длин волн, где доминирует собственное поглощение, то вторым условием наблюдения примесного поглощения является отсутствие собственного поглощения. Наиболее просто этого можно достичь, если использовать излучение с длиной волны  $\lambda$  из диапазона  $\lambda_{пр} > \lambda > \lambda_{кр}$ . Учитывая то обстоятельство, что концентрация примесей в полупроводнике на порядки ниже концентрации собственных атомов, согласно выражению (6.3), коэффициент примесного поглощения  $\alpha$  в реальных полупроводниках оказывается на несколько порядков ниже коэффициента собственного поглощения. Следовательно, поглощение излучения примесными атомами и ионами происходит в слое толщиной до сотен микрон.

## 8.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ПОЛУПРОВОДНИКАМИ

При решении задач раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава. Эти данные приведены в Приложении в конце учебно-методического пособия.

**Задача 1.** Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника между координатами  $x_1 = 10^{-6}$  см до  $x_2 = 2 \cdot 10^{-6}$  см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет  $10^{-8}$  м?

**Решение.** За основу решения задачи возьмем закон Бугера – Ламберта, согласно которому интенсивность оптического излучения на расстоянии  $x$  от

освещаемой поверхности  $I(x)$  уменьшается с ростом глубины по экспоненциальному закону:

$$I(x) = (1 - R) \cdot I_0 \exp(-\alpha x), \quad (8.7)$$

где  $R$  - коэффициент отражения излучения от поверхности, а  $\alpha$  - коэффициент поглощения, который по величине обратно пропорционален длине свободного пробега фотона  $\phi$ :

$$\alpha = \frac{1}{\phi}.$$

Значит, в точке  $x_1 = 10^{-6}$  см интенсивность света будет равна

$$I(x_1) = I_0 \exp(-\alpha x_1).$$

Эта доля интенсивности от падающего на полупроводник излучения, пройдя слой вещества до точки  $x_2 = 2 \cdot 10^{-6}$  см, уменьшится до

$$I(x_2) = I_0 \exp(-\alpha x_2).$$

Следовательно, в слое толщиной  $(x_2 - x_1)$  поглотится интенсивность

$$\Delta I(x_2 - x_1) = I(x_1) - I(x_2) = I_0 \exp(-\alpha x_1) - I_0 \exp(-\alpha x_2),$$

или в относительных единицах

$$\frac{\Delta I(x_2 - x_1)}{I_0} = \exp(-\alpha x_1) - \exp(-\alpha x_2).$$

Подставляя численные значения в сантиметрах, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta I(x_2 - x_1)}{I_0} &= \exp(-10^6 \cdot 10^6) - \exp(-10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-6}) = \\ &= \exp(-1) - \exp(-2) = \frac{1}{\exp(1)} - \frac{1}{\exp(2)} = \frac{1}{2.7} - \frac{1}{7.3} \approx 0,23. \end{aligned}$$

Ответ на поставленный в задаче вопрос таков: в указанном слое поглотится примерно 23% от падающей интенсивности.

**Задача 2.** Определить вероятность поглощения фотонов видимого оптического излучения в полупроводниковом кремнии, если известно, что 99% падающей световой мощности поглощается в слое толщиной  $10^{-5}$  см.

**Решение.** За основу решения задачи возьмем закон Бугера – Ламберта, согласно которому интенсивность оптического излучения на расстоянии  $x$  от освещаемой поверхности  $I(x)$  уменьшается с ростом глубины по экспоненциальному закону:

$$I(x) = (1 - R) \cdot I_0 \exp(-\alpha x).$$

Здесь по условию задачи коэффициент отражения  $R = 0$ . Известно, что коэффициент поглощения  $\alpha$  определяется вероятностью поглощения фотона  $\sigma$  отдельным центром и концентрацией поглощающих центров  $N$ :

$$\alpha = \sigma \cdot N. \quad (8.8)$$

Следовательно, по условию задачи процент остаточной интенсивности на глубине  $x_0 = 10^{-5}$  см равен 1%. Поэтому из закона Бугера - Ламберта имеем

$$\frac{I(x_0)}{I_0} = \exp(-\sigma N \cdot x_0) = 0.01.$$

Отсюда находим неизвестную величину:

$$\sigma = -\frac{1}{N \cdot x_0} \ln(0.01) = -\frac{1}{N \cdot x_0} \ln(10^{-2}) = \frac{2}{N \cdot x_0} \ln(10). \quad (8.9)$$

Так как поглощение излучения осуществляется в собственной полосе длин волн (случай собственного поглощения), то концентрация поглощающих центров равна концентрации атомов кремния. Согласно табличным данным  $N = 5 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , поэтому из выражения (6.9) находим:

$$\sigma = \frac{2}{5 \cdot 10^{22} \cdot 10^{-5}} \ln(10) = \frac{2}{5} 10^{-17} \cdot 2.3 = 9.2 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2.$$

Итак, ответ на поставленную задачу таков: вероятность поглощения фотона атомами кремния равна  $9.2 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$ .

**Задача 3.** Определить мощность оптического излучения на глубине  $x_0 = 10^{-4} \text{ см}$  от освещаемой поверхности полупроводника, если известно, что при падении на поверхность 1 Вт света на расстоянии  $x_1 = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ см}$  поглотилось 85% от прошедшей в полупроводник мощности.

**Решение.** Как и в предыдущей задаче воспользуемся законом Бугера – Ламберта для мощности для двух глубин поглощения. Требуемая мощность может быть найдена по формуле:

$$P(x_0) = (1 - R) \cdot P_0 \exp(-\alpha x_0),$$

где  $R = 0$ ,  $P_0 = 1 \text{ Вт}$ . Для определения мощности на глубине  $x_0 = 10^{-4} \text{ см}$  необходимо вычислить коэффициент поглощения, что также можно сделать, используя закон Бугера – Ламберта:

$$P(x_1) = P_0 \exp(-\alpha x_1)$$

Отсюда получим:

$$\alpha = -\frac{1}{x_1} \ln\left(\frac{P(x_1)}{P_0}\right).$$

Тогда искомая величина будет равна

$$P(x_0) = P_0 \exp\left(\frac{x_0}{x_1} \left(\ln\left(\frac{P(x_1)}{P_0}\right)\right)\right). \quad (8.10)$$

Подстановка численных значений в выражение (8.10) дает

$$P(x_0) = 1 \cdot \exp(2,1 \cdot \ln(0.15)) = \exp(2,1 \cdot (-1.9)) = \frac{1}{\exp(4)} \approx \frac{1}{54} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ Вт.}$$

Ответ на поставленный вопрос таков: на глубине  $10^{-4}$  см мощность оптического излучения равна  $1,8 \cdot 10^{-2}$  Вт.

**Задача 4.** Найти концентрацию примесных центров, на которых происходит поглощение инфракрасного излучения с длиной волны 10.6 мкм в кристалле *GaAs* длиной  $10^{-4}$  см, если известно, что на его длине поглотилось 50% падающей мощности, а при концентрации в полупроводнике поглощающих центров той же природы  $1,8 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-3}$  длина свободного пробега фотона указанной длины волны составляет 100 см.

**Решение.** Неизвестную концентрацию центров поглощения фотонов найдем из закона Бугера – Ламберта:

$$I(L) = I_0 \exp(-\alpha x) = I_0 \exp(-\sigma N \cdot L).$$

Отсюда находим:

$$N = \frac{-1}{\sigma \cdot L} \ln\left(\frac{I(L)}{I_0}\right) = \frac{1}{\sigma \cdot L} \ln\left(\frac{I_0}{I(L)}\right).$$

В данном выражении для отыскания концентрации примесей неизвестной величиной является сечение захвата ими фотонов. Займемся теперь его определением. Из условия задачи известно, что при  $N = N_0 = 10^{12} \text{ см}^{-3}$  длина свободного пробега фотона равна  $\phi = 100$  см. По определению, она равна обратному значению коэффициента поглощения:

$$\phi = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sigma \cdot N_0}.$$

Следовательно, сечение захвата отсюда будет равно

$$\sigma = \frac{1}{\phi \cdot N_0}.$$

Окончательно выражение для отыскания концентрации примесных центров примет вид:

$$N = N_0 \frac{\phi}{L} \ln\left(\frac{I_0}{I(L)}\right). \quad (8.11)$$

Подстановка численных значений в выражение (8.11) дает следующее значение отыскиваемой величины:

$$N \approx 10^{12} \cdot 10^2 \cdot 0.7 = 7 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}.$$

Таким образом, окончательный ответ на поставленный в задаче вопрос таков: концентрация примесных центров в полупроводнике, поглощающих излучение с длиной волны 10.6 мкм, составляет  $7 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

### **8.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ С ПОЛУПРОВОДНИКАМИ**

1. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ( $x = 0$ ) до точки  $x_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ см}$ , если известно, что длина свободного пробега фотона составляет  $10^{-6} \text{ см}$ , а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.2?
2. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ( $x = 0$ ) до точки  $x_1 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ , если известно, что длина свободного пробега фотона составляет  $10^{-6} \text{ см}$ , а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.3?

3. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ( $x=0$ ) до точки  $x_1 = 2 \cdot 10^{-4}$  см, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет  $10^{-6}$  см, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.4?
4. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ( $x=0$ ) до точки  $x_1 = 3 \cdot 10^{-6}$  см, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет  $2 \cdot 10^{-6}$  см, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.5?
5. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ( $x=0$ ) до точки  $x_1 = 5 \cdot 10^{-6}$  см, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет  $2 \cdot 10^{-6}$  см, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.6?
6. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника между координатами  $x_1 = 10^{-5}$  см до  $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$  см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет  $10^{-6}$  см?
7. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника между координатами  $x_1 = 10^{-6}$  см до  $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$  см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет  $10^{-6}$  см?
8. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника между координатами  $x_1 = 2 \cdot 10^{-6}$  см до  $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$  см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что коэффициент поглощения излучения составляет  $10^6$  см<sup>-1</sup>, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности полупроводника равен 0.2?



9. Какая мощность света поглощается в слое полупроводника между координатами  $x_1 = 5 \cdot 10^{-6}$  см до  $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$  см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что падающая на полупроводник мощность света равна  $2 \cdot 10^{-3}$  Вт, коэффициент поглощения излучения составляет  $3 \cdot 10^6$  см<sup>-1</sup>, а коэффициент отражения света от освещаемой поверхности полупроводника равен 0.1?

10. Какая мощность света поглощается в слое полупроводника между координатами  $x_1 = 10^{-5}$  см до  $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$  см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что падающая на полупроводник мощность света равна  $8 \cdot 10^{-2}$  Вт, коэффициент поглощения излучения составляет  $2 \cdot 10^6$  см<sup>-1</sup>, а коэффициент отражения света от освещаемой поверхности полупроводника равен 0.5?

11. Определить абсолютное значение мощности оптического излучения на глубине  $x_0 = 10^{-6}$  см от освещаемой поверхности полупроводника, если известно, что при падении на поверхность  $10^{-3}$  Вт света на расстоянии  $x_1 = 2,1 \cdot 10^{-5}$  см поглотилось 95% от прошедшей в полупроводник световой мощности, а коэффициент отражения света от освещаемой поверхности полупроводника равен 0.15.

12. Определить абсолютное значение мощности оптического излучения на глубине  $x_0 = 2 \cdot 10^{-6}$  см от освещаемой поверхности полупроводника, если известно, что при падении на поверхность  $10^{-3}$  Вт света на расстоянии  $x_1 = 4,2 \cdot 10^{-5}$  см поглотилось 90% от прошедшей в полупроводник световой мощности, а коэффициент отражения света от освещаемой поверхности полупроводника равен 0.35.

13. Определить абсолютное значение мощности оптического излучения на глубине  $x_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  см от освещаемой поверхности полупроводника, если

известно, что при падении на поверхность  $10^{-3}$  Вт света на расстоянии  $x_1 = 4,2 \cdot 10^{-5}$  см поглотилось 70% от прошедшей в полупроводник световой мощности, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.1.

14. Определить долю падающей мощности оптического излучения на глубине  $x_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  см от освещаемой поверхности полупроводника, если известно, что на расстоянии  $x_1 = 8 \cdot 10^{-5}$  см поглотилось 60% от прошедшей в полупроводник световой мощности, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.25.

15. Определить долю падающей мощности оптического излучения на глубине  $x_0 = 3 \cdot 10^{-4}$  см от освещаемой поверхности полупроводника, если известно, что на расстоянии  $x_1 = 6 \cdot 10^{-5}$  см поглотилось 50% от прошедшей в полупроводник световой мощности, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.5.

16. Найти концентрацию примесных центров, на которых происходит поглощение инфракрасного излучения в кристалле *GaAs* длиной  $L = 0.5$  см, если известно, что на его длине поглотилось 50% падающей мощности, а при концентрации в полупроводнике поглощающих центров той же природы  $10^{13}$  см<sup>-3</sup> длина свободного пробега фотона составляет 10 см.

17. Найти концентрацию примесных центров, на которых происходит поглощение инфракрасного излучения в кристалле полупроводника *GaAs* длиной  $10^{-4}$  см, если известно, что на его длине поглотилось 90% прошедшей в полупроводник мощности, а при концентрации в полупроводнике поглощающих центров той же природы  $1,8 \cdot 10^{-2}$  см<sup>-3</sup> длина свободного пробега фотона указанной длины волны составляет 80 см. Коэффициент отражения излучения от поверхности полупроводника принять равным 0.25.

18. Найти концентрацию примесных центров, на которых происходит поглощение инфракрасного излучения в кристалле  $GaAs$  длиной  $L = 0.35$  см, если известно, что на его длине поглотилось 99% прошедшей в полупроводник мощности, а при концентрации в полупроводнике поглощающих центров той же природы  $10^{11} \text{ см}^{-3}$  длина свободного пробега фотона указанной длины волны составляет 100 см. Коэффициент отражения излучения от поверхности полупроводника принять равным 0.5.

19. Найти концентрацию примесных центров, на которых происходит поглощение инфракрасного излучения в кристалле  $Si$  длиной  $L = 0.25$  см, если известно, что на его длине поглотилось 80% прошедшей в полупроводник мощности, а при концентрации в полупроводнике поглощающих центров той же природы  $10^{10} \text{ см}^{-3}$  длина свободного пробега фотона указанной длины волны составляет 10 см. Коэффициент отражения излучения от поверхности полупроводника принять равным 0.1.

20. Найти концентрацию примесных центров, на которых происходит поглощение инфракрасного излучения с длиной волны 10.6 мкм в кристалле  $GaAs$  длиной  $10^{-4}$  см, если известно, что на его длине поглотилось 10% падающей мощности, а при концентрации в полупроводнике поглощающих центров той же природы  $10^9 \text{ см}^{-3}$  длина свободного пробега фотона указанной длины волны составляет 200 см. Коэффициент отражения излучения от поверхности полупроводника принять равным 0.33.

## 9. «ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ»

### 9.1. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ

**Фотопроводимость.** Одно из основных фотоэлектрических явлений в полупроводниках, которое физически очень прозрачно и которое широко используют в научных исследованиях и технических приложениях, – это фотопроводимость. Под фотопроводимостью понимается изменение проводимости полупроводника, вызванное действием падающего оптического излучения. Полупроводник, используемый для регистрации оптического излучения за счет возникновения в нем фотопроводимости, называют **фоторезистором**. Изменение проводимости может регистрироваться при приложении к фоторезистору как постоянного напряжения, так и переменного. В соответствии с этим различают фотопроводимость на постоянном токе и на переменном. Первый тип фотопроводимости подробно рассмотрен в учебном пособии автора ( Давыдов В.Н. Твердотельная электроника. Учебное пособие. Томск, ТУСУР. 2011).

Физическая причина возникновения фотопроводимости полупроводника  $\Delta\sigma$  одна: изменение (возрастание) концентрации свободных носителей заряда  $\Delta n$ ,  $\Delta p$  в разрешенных зонах энергии за счет поглощения падающего излучения. Фотопроводимость единичного объема полупроводника описывается следующим выражением:

$$\Delta\sigma = q\mu_n \cdot \Delta n + q\mu_p \cdot \Delta p, \quad (9.1)$$

где  $\mu_n$ ,  $\mu_p$  - подвижности электронов и дырок соответственно;  $\Delta n$ ,  $\Delta p$  - изменения концентраций свободных носителей заряда в зонах. Их можно найти, решив кинетические уравнения, описывающие изменения концентраций носителей заряда в зонах за счет их генерации и рекомбинации:

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = g_n - \frac{\Delta n}{\tau_n}; \quad \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = g_p - \frac{\Delta p}{\tau_p}, \quad (9.2)$$

где  $g_n = \eta \cdot \alpha \cdot I(x)$ ,  $g_p = \eta \cdot \alpha \cdot I(x)$  - скорости генерации неравновесных электронов и дырок за счет поглощения излучения интенсивностью  $I(x)$ . Здесь  $I(x)$  - это число квантов, проходящих через единичную площадку за единицу времени. Если считать, что интенсивность падающего оптического излучения модулирована по гармоническому закону (так, излучение ламп накаливания модулировано по амплитуде частотой  $2 \times 50 = 100$  Гц), то можно записать:

$$g_n = g_0 \exp(i\omega t), \quad g_p = g_0 \exp(i\omega t). \quad (9.3)$$

Разумно считать, что изменения концентраций носителей заряда также подчиняются гармоническому закону изменения во времени на той же частоте. Поэтому будем отыскивать решения уравнений (9.2) в виде

$$\Delta n = \Delta n_s \cdot \exp(i\omega t), \quad \Delta p = \Delta p_s \cdot \exp(i\omega t). \quad (9.4)$$

Подставив выражения (9.3) и (9.4) в уравнения (9.2), можно найти, что максимальные изменения концентраций носителей заряда зависят от частоты модуляции светового потока:

$$\Delta n_s = \frac{g_0 \cdot \tau_n}{1 + i\omega \cdot \tau_n}, \quad \Delta p_s = \frac{g_0 \cdot \tau_p}{1 + i\omega \cdot \tau_p}. \quad (9.5)$$

Однако физический смысл изменения концентраций, как известно, имеют только реальные части выражений (9.5). Отыскивая их, получим:

$$\Delta n_s = \frac{g_0 \cdot \tau_n}{1 + \omega^2 \cdot \tau_n^2}, \quad \Delta p_s = \frac{g_0 \cdot \tau_p}{1 + \omega^2 \cdot \tau_p^2}. \quad (9.6)$$

Выражения (9.6) показывают, что амплитуды изменений концентраций

носителей в зонах зависят от соотношения частоты модуляции светового потока и времени жизни носителей. Если частота модуляции низкая ( $\omega \cdot \tau_n \ll 1, \omega \cdot \tau_p \ll 1$ ), то изменения концентраций максимальны и равны

$$\Delta n_s^{HЧ} = g_0 \cdot \tau_n, \Delta p_s^{HЧ} = g_0 \cdot \tau_p. \quad (9.7)$$

На высокой частоте ( $\omega \cdot \tau_n \gg 1, \omega \cdot \tau_p \gg 1$ ) изменения концентраций уменьшаются с ростом частоты:

$$\Delta n_s^{BЧ} = \frac{g_0 \cdot \tau_n}{\omega^2 \cdot \tau_n^2}, \Delta p_s^{BЧ} = \frac{g_0 \cdot \tau_p}{\omega^2 \cdot \tau_p^2}. \quad (9.8)$$

Частота, на которой начинается спад амплитуды избыточных концентраций носителей заряда, определяется из условия (в большинстве практически важных случаев  $\tau_n = \tau_p$ , обозначим  $\tau_{n,p} = \tau_n = \tau_p$ )

$$\omega_0 \cdot \tau_{n,p} = 1 \quad (9.9)$$

и называется **частотой среза**:

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau_{n,p}}. \quad (9.10)$$

На этой частоте амплитуда неравновесной концентрации уменьшается по сравнению с максимальным значением в два раза.

Из выражения (9.10) следует важный вывод: измеряя экспериментально зависимость амплитуд концентраций неравновесных носителей заряда от частоты модуляции светового потока, можно по частоте среза определить время жизни неравновесных носителей заряда. Тогда на низкой частоте модуляции, зная значения времен жизни неравновесных электронов и дырок  $\tau_{n,p}$ , по выражениям (9.7) можно найти скорость их генерации, а из неё вычислить квантовую эффективность полупроводника, если известно значение

интенсивности падающего излучения.

Способом, аналогичным рассмотренному выше, можно найти закон изменения величины фотопроводимости  $\Delta\sigma$  от частоты модуляции светового потока и получить следующее выражение:

$$\Delta\sigma = \frac{q(\mu_n + \mu_p) \cdot g \cdot \tau_{фп}}{1 + \omega^2 \cdot \tau_{фп}^2}, \quad (9.11)$$

где  $g = \eta \cdot \alpha \cdot (1 - R) \cdot I_0$  - скорость генерации электронно-дырочных пар в полупроводнике за счет поглощения падающего излучения, а  $\tau_{фп}$  - время релаксации фотопроводимости ( $\delta n \approx \delta p$ )

$$\tau_{фп} = \frac{\frac{\mu_n \cdot \delta n}{\tau_n} + \frac{\mu_p \cdot \delta p}{\tau_p}}{\frac{\mu_n \cdot \delta n}{\tau_n} + \frac{\mu_p \cdot \delta p}{\tau_p}} \approx \frac{\mu_n + \mu_p}{\frac{\mu_n}{\tau_n} + \frac{\mu_p}{\tau_p}} = \frac{(\mu_n + \mu_p) \cdot \tau_n \tau_p}{\mu_n \tau_p + \mu_p \tau_n}. \quad (9.12)$$

Из выражения (9.11) следует, что фотопроводимость полупроводника на низких частотах модуляции остается постоянной величиной, а на высоких уменьшается пропорционально квадрату частоты модуляции падающего оптического излучения. При этом существует **частота среза фотопроводимости**, определяемая как величина, обратная времени релаксации фотопроводимости

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau_{фп}}.$$

Таким образом, исследуя свойства фотопроводимости, можно по приведенным выше выражениям вычислить фундаментальные параметры полупроводникового материала.

**Фотовольтаические эффекты.** В ряде практических приложений фотоэффектов в полупроводниках серьезным недостатком на пути использования фотопроводимости является необходимость подключения к

фоторезистору постоянно действующего источника постоянного напряжения. Более того, протекание постоянного тока через полупроводник ухудшает его шумовые свойства – шум фоторезистора при протекании по нему тока увеличивается. По этим причинам представляют интерес фотоэффекты в полупроводнике, когда в отсутствие источника постоянного напряжения в измерительной цепи освещение приводит к появлению на его торцах фотонапряжения – напряжения, вызванного освещением.

- *Фотоэдс Дембера*. Физически самым простым фотовольтаическим эффектом в полупроводниках является фотоэдс Дембера. Она возникает в полупроводниковых образцах, имеющих темновую проводимость  $\sigma_0$ , когда на одну из его поверхностей падает излучение мощностью  $P_{пад}$  из собственной полосы поглощения. Различие в скоростях диффузии неравновесных электронов и дырок приводит к их пространственному разделению. Результатом этого разделения является образование электрического диполя, составленного из неравновесных электронов с одной стороны и неравновесных дырок – с другой. По этой причине в направлении, перпендикулярном освещаемой поверхности, возникает внутреннее электрическое поле, которое на торцах образца фиксируется как некая разность электростатических потенциалов.

Аналитическое выражение, позволяющее оценить величину фотоэдс Дембера, получено в учебном пособии (см. Давыдов В.Н. Твердотельная электроника. Учебное пособие. Томск:ТУСУР, 2012. ) и при равенстве градиентов неравновесных электронов и дырок в случае «толстых» полупроводников имеет вид:

$$V_{Демб}^* = \frac{q}{\sigma_0} (D_p - D_n) \cdot \Delta p(0). \quad (9.13)$$

Концентрация равновесных дырок (она предполагается равной концентрации неравновесных электронов) определяется параметрами полупроводника и



величиной падающей мощности излучения (см. выражение (9.6)):

$$\Delta p = \frac{g \cdot \tau_p}{1 + \omega^2 \cdot \tau_p^2}.$$

В свою очередь, скорость генерации неравновесных носителей заряда находится следующим образом:

$$g = \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{\text{пад}}}{h\nu} \frac{1}{S}.$$

Здесь  $R$  – коэффициент отражения световой мощности от поверхности полупроводника,  $\alpha$  – коэффициент поглощения излучения,  $\eta$  – квантовый выход внутреннего фотоэффекта, т.е. количество электронно-дырочных пар, образующихся при поглощении одного кванта света с энергией  $h\nu$ . Обычно этот параметр оказывается по величине близким к единице.

В итоге, конечное выражение для фотоэдс Дембера при освещении полупроводника модулированным на частоте  $\omega$  излучением заданной мощности  $P_{\text{пад}}^0$  будет иметь вид:

$$V_{\text{Демб}}^* = \frac{q}{\sigma_0} (D_p - D_n) \cdot \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \cdot \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{\text{пад}}^0}{h\nu} \frac{1}{S}. \quad (9.14)$$

Заметим, что быстрдействие этой фотоэдс определяется объемным временем жизни электронов и дырок  $\tau_n$ ,  $\tau_p$  и в реальных полупроводниках оказывается довольно малой величиной (до  $10^{-8}$  с).

- **Объемная фотоэдс.** Этот вид фотоэдс обнаруживается в объемных полупроводниковых образцах с неоднородностями концентрации легирующей примеси или структурных дефектов, т.е. имеющих градиент темнового сопротивления. Как показано в учебном пособии, величина объемной фотоэдс определяется следующим выражением:

$$V_{оф}^* = \frac{q}{S} N \cdot L_p^2 \cdot \left( \frac{\partial \rho_0}{\partial x} \right)_0,$$

где  $N$  – общее количество неравновесных электронно-дырочных пар, созданных оптическим излучением. Эту величину можно вычислить по следующему выражению:

$$N = \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{пад}}{h \frac{c}{\lambda}} \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2}.$$

Поэтому окончательное выражение для вычисления объемной фотоэдс будет следующим:

$$V_{оф}^* = \frac{q}{S} \cdot L_p^2 \cdot \left( \frac{\partial \rho_0}{\partial x} \right)_0 \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \cdot \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{пад}}{h \frac{c}{\lambda}} \quad (9.15)$$

Как и в предыдущем случае, инерционность объемной фотоэдс определяется временем жизни неравновесной электронно-дырочной пары в объеме полупроводника, и потому инерционность является довольно малой величиной.

- **Барьерная фотоэдс.** Наиболее используемый и значимый по величине фотовольтаический эффект наблюдается при освещении  $p$ - $n$  перехода. Возникающая при этом фотоэлектродвижущая сила называется **барьерной фотоэдс**.

Величина барьерной фотоэдс  $p$ - $n$  перехода на частоте  $\omega$  модуляции оптического излучения при напряжении на переходе определяется выражением:

$$V_{p-n}^* = \frac{kT}{q} \ln \left( 1 + \frac{i_{фm}(\omega)}{I_0} \right) \approx \frac{kT}{q \cdot I_0} \cdot i_{фm}(\omega) = R_d \cdot i_{фm}(\omega), \quad (9.16)$$

где предполагается, что  $I_0 \gg i_{фm}$ . Значение фототока на частоте  $\omega$  может быть найдено следующим образом:

$$i_{\text{фот}}(\omega) = q\eta\alpha \cdot (1 - R) \cdot \frac{P_{\text{пад}}^0}{h\nu} \cdot \frac{\tau_{p-n}}{1 + \omega^2 \tau_{p-n}^2}. \quad (9.17)$$

Здесь  $P_{\text{пад}}^0$  - амплитуда мощности падающего оптического излучения,  $R$  - коэффициент ее отражения от поверхности полупроводника,  $\alpha$  - коэффициент поглощения излучения полупроводником. Фототок это ток, образованный неравновесными носителями заряда при 100%-ном поглощении в полупроводнике оптической мощности

$$P_{\text{пад}}(\omega) = P_{\text{пад}}^0 [1 + \sin(\omega t)].$$

Время жизни неравновесных носителей заряда в  $p-n$  - переходе отличается от его объемного значения  $\tau_n = \tau_p = \tau$  на величину, определяемую высотой барьера на границе  $p$ - и  $n$ - областей:

$$\tau_{p-n} = \tau \cdot \exp\left[\frac{q\Phi_b}{kT}\right]. \quad (9.18)$$

Возрастание времени жизни обусловлено пространственным разделением неравновесных носителей заряда полем перехода, а значит, и затруднением их рекомбинации, что и приводит к увеличению времени жизни электронно-дырочных пар.

Заметим, что интенсивность (здесь это число квантов, проходящих через единичную площадку за единицу времени) излучения  $I$  (не путать с током!) может быть найдена как отношение мощности падающего излучения  $P_{\text{пад}}$  к энергии кванта  $h\nu$  и величине освещаемой площади  $S$ :

$$I = \frac{1}{S} \frac{P_{\text{пад}}}{h\nu}.$$

## 9.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

При решении задач раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава. Эти данные собраны в конце учебно-методического пособия.

**Задача 1.** Определить величину фотопроводимости кремниевого образца размерами  $(1 \times 1 \times 5) \text{ см}^3$  при его освещении оптическим излучением интенсивностью  $I_0 = 10^{12} \text{ квант}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$  из собственной полосы поглощения в предположении, что квантовая эффективность поглощения излучения полупроводника равна  $\eta = 0.5$ , коэффициент поглощения излучения составляет  $\alpha = 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а частота модуляции светового потока гармоническим сигналом составляет  $f = 10^5 \text{ Гц}$ .

Считать, что освещение проводится с широкой стороны образца, а регистрирующие контакты припаяны к противоположным узким торцам.

**Решение.** В данной задаче необходимо определить изменение проводимости всего образца под действием оптического излучения, а не единичного объема, как это рассмотрено в курсе лекций. Поэтому выразим изменение проводимости всего образца, если известно изменение удельной проводимости. Пусть рассматриваемый образец имеет длину  $L$  в направлении протекания тока и площадь омических контактов к образцу  $S$  и удельную проводимость  $\sigma$ . Если при освещении удельная проводимость изменяется на величину  $\Delta\sigma$ , то изменение проводимости всего образца будет равно

$$\Delta G = \Delta \sigma \cdot \frac{S}{L}. \quad (9.19)$$

Это выражение определяет отыскиваемую в задаче величину, в котором изменение удельной проводимости образца есть удельная фотопроводимость. Последняя величина определяется выражением (9.11), в котором неизвестными величинами являются скорость генерации неравновесных электронов и дырок, а также время релаксации фотопроводимости. Используем выражение для вычисления времени релаксации фотопроводимости:

$$\tau_{\text{фп}} = \frac{(\mu_n + \mu_p) \cdot \tau_n \cdot \tau_p}{\mu_n \tau_p + \mu_p \tau_n},$$

в котором все величины являются справочными (см. Приложение к данному учебно-методическому пособию). Подставив справочные значения подвижностей электронов и дырок, а также времен их жизни ( $\tau_n = \tau_p = 10^{-3} \text{ с}$ ), получим:

$$\tau_{\text{фп}} = \frac{(\mu_n + \mu_p) \cdot \tau_n \cdot \tau_p}{\mu_n \tau_p + \mu_p \tau_n} = \frac{(\mu_n + \mu_p) \cdot 10^{-3}}{\mu_n + \mu_p} = 10^{-3} \text{ с}.$$

Следующим шагом определим скорость генерации неравновесных носителей заряда с учетом коэффициента отражения интенсивности излучения от поверхности кремния

$$R = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{\epsilon S_i} - 1}{\sqrt{\epsilon S_i} + 1} \right)^2.$$

Подстановка в данное выражение значения относительной диэлектрической проницаемости кремния дает значение коэффициента отражения

$$R = \left( \frac{\sqrt{11.7} - 1}{\sqrt{11.7} + 1} \right)^2 \approx \left( \frac{3.4 - 1}{3.4 + 1} \right)^2 = \left( \frac{2.4}{4.4} \right)^2 \approx 0.25.$$

Скорость генерации неравновесных носителей заряда - число электронно-дырочных пар, генерируемых в единицу времени в единичном объеме, - равна

$$g = \eta \cdot \alpha \cdot (1 - R) \cdot I_0 = 0.5 \cdot 10^6 \cdot 0.75 \cdot 10^{12} \approx 3.6 \cdot 10^{17} \text{ пар/с.}$$

Теперь найдем фотопроводимость единичного объема

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= \frac{q(\mu_n + \mu_p) \cdot g \cdot \tau_{фп}}{1 + \omega^2 \cdot \tau_{фп}^2} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} (1450 + 480) \cdot 3.6 \cdot 10^{17} \cdot 10^{-3}}{1 + 4\pi^2 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-6}} = \\ &= \frac{1.6 \cdot 3.6 \cdot 0.2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4}}{1 + 4 \cdot 10 \cdot 10^4} \approx \frac{10^{-1}}{4 \cdot 10^5} = 2.7 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}. \end{aligned}$$

Здесь максимальное значение фотопроводимости, достигаемое на низкой частоте модуляции, равно  $1.1 \cdot 10^{-1} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ , что видно по значению числителя выражения. Отличный от единицы знаменатель указывает на проявление инерционности полупроводника. Резкое снижение значения фотопроводимости на заданной частоте связано с высокой частотой модуляции излучения (см. знаменатель выражения) по сравнению с частотой среза.

Фотопроводимость образца будет определяться удельной фотопроводимостью и размерами образца согласно выражению (9.19)

$$\Delta G = \Delta\sigma \cdot \frac{S}{L} = 2.7 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1 \times 1}{5} \approx 6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}^{-1}.$$

Таким образом, ответ на поставленный вопрос таков: фотопроводимость кремниевого образца размерами  $(1 \times 1 \times 5) \text{ см}^3$  при освещении высокочастотно-модулированным излучением с широкой стороны образца равна  $6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}^{-1}$ .

**Задача 2.** Определить величину фотоэдс Дембера, возникающей в кремниевом образце размерами  $(1.5 \cdot 2.0 \cdot 10) \text{ мм}^3$  с концентрацией донорной примеси  $N_d = 2.4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$  при освещении образца со стороны узкого торца, если известно, что падающая световая мощность величиной  $2.0 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}$

модулирована по амплитуде на частоте 2500 Гц. Излучение имеет длину волны  $\lambda = 1.0 \text{ мкм}$  и лежит в полосе собственного поглощения.

**Решение.** Для нахождения фотоэдс Дембера необходимо воспользоваться выражением (9.15)

$$V_{\text{Демб}}^* = \frac{q}{\sigma_0} (D_p - D_n) \cdot \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \cdot \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{\text{пад}}^0}{h\nu} \frac{1}{S},$$

в котором для нахождения фотоэдс не хватает знания проводимости полупроводника

$$\sigma_0 = q\mu_n N_d + q\mu_p \left( \frac{n_i^2}{N_d} \right).$$

Используя справочные данные для кремния, найдем

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1.45 \cdot 10^3 \cdot 2.4 \cdot 10^{12} + 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 4.8 \cdot 10^2 \cdot \left( \frac{1.96 \cdot 10^{20}}{2.4 \cdot 10^{12}} \right) \approx \\ &\approx 5.57 \cdot 10^{-4} + 7.68 \cdot 10^{-9} \cdot \left( \frac{1.96}{2.4} \right) \approx 5.6 \cdot 10^{-4} \text{ (Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}) \end{aligned}$$

Вычислим отдельно множитель, характеризующий частотные свойства фотоэдс Дембера, используя справочные данные для кремния:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2} &= \frac{10^{-3}}{1 + 4\pi^2 (2.5 \cdot 10^3)^2 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^{-3}}{1 + 4 \cdot 9.86 \cdot 6.25 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}} = \\ &= \frac{10^{-3}}{1 + 246} \approx 4.0 \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

Этот результат говорит о том, что рассматриваемый случай модуляции излучения для фотоэдс Дембера является высокочастотным.

Осталось оценить множитель, описывающий уровень инжекции неравновесных носителей заряда в результате освещения полупроводника, используя значения  $\eta = 1$ ,  $R = 0.25$  - взято из предыдущей задачи,  $\lambda = 1.0 \text{ мкм}$ ,  $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ :

$$\begin{aligned} \eta\alpha(1-R)\frac{P_{пад}^0}{h\nu}\frac{1}{S} &= \eta\alpha(1-R)\frac{P_{пад}^0}{h\frac{c}{\lambda}}\frac{1}{S} = \\ &= 1\cdot 10^6(1-0.25)\frac{2.0\cdot 10^{-9}}{6.62\cdot 10^{-34}\frac{3\cdot 10^{10}}{1.0\cdot 10^{-4}}}\frac{1}{0.15\cdot 0.20} = \\ &= 0.75\cdot 10^6\frac{2.0\cdot 10^{-9}}{6.62\cdot 3\cdot 0.03\cdot 10^{-20}} = \frac{1.5\cdot 10^{-3}}{0.6\cdot 10^{-20}} = 2.5\cdot 10^{17}. \end{aligned}$$

Произведя предварительные вычисления, рассчитаем фотоэдс Дембера:

$$\begin{aligned} V_{Демб}^* &= \frac{q}{\sigma_0}(D_p - D_n)\cdot \frac{\tau_p}{1+\omega^2\tau_p^2}\cdot \eta\alpha(1-R)\frac{P_{пад}^0}{h\nu}\frac{1}{S} = \\ &= \frac{q}{\sigma_0}\frac{kT}{q}(\mu_p - \mu_n)\cdot \frac{\tau_p}{1+\omega^2\tau_p^2}\cdot \eta\alpha(1-R)\frac{P_{пад}^0}{h\nu}\frac{1}{S} = \\ &= \frac{1.38\cdot 10^{-23}\cdot 300}{5.6\cdot 10^{-4}}(480 - 1450)\cdot 4\cdot 10^{-6}\cdot 2.5\cdot 10^{17} = \\ &= \frac{5.52}{5.6}10^{-17}(-970)\cdot 10^{12} \approx 10^{-2} \text{ В}. \end{aligned}$$

Итак, величина фотоэдс Дембера при заданных условиях составит 10 мВ.

**Задача 3.** Определить величину объемной фотоэдс в кремниевом образце размерами  $(a \cdot b \cdot c) = (1.5 \cdot 1.5 \cdot 5.0) \text{ см}^3$ , освещаемом со стороны широкого

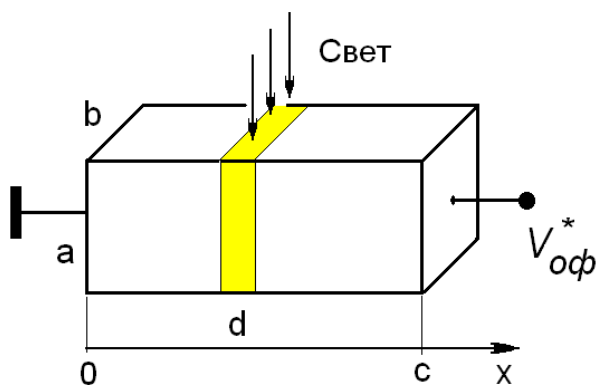


Рис. 6

торца в точке  $x = 2.5 \text{ см}$  модулированным в виде узкой полоски излучением шириной  $d = 1 \text{ мм}$  с длиной волны  $\lambda = 1.0 \text{ мкм}$  и падающей мощностью  $P_{пад}^0 = 1.9 \cdot 10^{-10} \text{ Вт}$ , если известно, что координатная зависимость темно-



вого сопротивления образца вдоль его длинной стороны описывается выражением

$$\rho(x) = \rho_0 \cdot \exp[x/x_0].$$

Здесь  $\rho_0 = 10^2 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ,  $x_0 = 10^4 \text{ см}$ . Считать, что полоска света направлена перпендикулярно оси  $x$ , направленной вдоль длиной стороны  $s$ . Геометрия образца и условия освещения приведены на рис. 6.

**Решение.** Выражение для определения объемной фотоэдс имеет следующий вид (9.15):

$$V_{\text{оф}}^* = \frac{q}{S} \cdot L_p^2 \cdot \left( \frac{\partial \rho_0}{\partial x} \right)_{x=2.5} \cdot \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \cdot \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{\text{пад}}}{h \frac{c}{\lambda}}. \quad (9.20)$$

Здесь под площадью  $S = a \cdot b$  понимается площадь поперечного сечения образца. Поэтому первый сомножитель выражения (9.20) будет равен

$$\begin{aligned} \frac{q}{S} \cdot L_p^2 \cdot \left( \frac{\partial \rho_0}{\partial x} \right)_{x=2.5} &= \frac{q}{a \cdot d} \left( \sqrt{\frac{kT}{q} \mu_p \tau_p} \right)^2 \cdot \left( \frac{\rho_0}{x_0} \cdot \exp\left(\frac{x}{x_0}\right) \right)_{x=2.5} = \\ &= \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{1.5 \cdot 1.5} \left( \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} 480 \cdot 10^{-3} \right) \cdot \left( \frac{10^2}{10^4} \cdot \exp\left(\frac{2.5}{2.5 \cdot 10^4}\right) \right) = \\ &= \frac{19.9}{2.25} 10^{-3} \left( \frac{10^{-2}}{2.5 \cdot \exp(10^{-4})} \right) \approx 8.8 \cdot 10^{-3} \cdot 4.0 \cdot 10^{-3} = 3.5 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим частотный множитель выражения (9.16). При локальном освещении полупроводника область, участвующая в формировании фотоэдс, из-за диффузионного растекания неравновесных носителей заряда оказывается больше области освещения на величину  $2L_p$ . В кремнии

$$\begin{aligned} L_p &= \sqrt{\frac{kT}{q} \mu_p \tau_p} = \sqrt{\frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} 480 \cdot 10^{-3}} = \\ &= \sqrt{2.6 \cdot 10^{-2} \cdot 0.48} \approx 1.2 \cdot 10^{-1} \text{ см}. \end{aligned}$$

Таким образом, реальное пространственное разрешение объемной фотоэды будет составлять почти 3.5 мм. Для того чтобы иметь пространственное разрешение неоднородности сопротивления, определяемое размерами оптической полосы, необходимо, чтобы диффузионное растекание неравновесных носителей заряда за пределы освещенной области было бы значительно меньше размеров освещенной области. В рассматриваемых условиях это означает, что диффузионная длина дырок должна быть, например, в 100 раз меньше 1 мм. Для этого надо выбрать столь высокую частоту модуляции излучения, чтобы диффузионная длина дырок на частоте  $\omega$

$$L_p(\omega) = \sqrt{\frac{kT}{q} \mu_p \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2}}, \quad L_p(\omega) \ll 10^{-1} \text{ см}$$

составляла бы единицы микрон. При частоте модуляции  $10^6$  Гц это требование реализуется.

Тогда частотный множитель выражения (9.16) дает следующее численное значение

$$\begin{aligned} \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2} &= \frac{10^{-3}}{1 + 4\pi^2 (10^6)^2 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^{-3}}{1 + 4 \cdot 9.86 \cdot 10^{12} \cdot 10^{-6}} = \\ &= \frac{10^{-3}}{1 + 39.4 \cdot 10^6} \approx 2.5 \cdot 10^{-11}. \end{aligned}$$

Множитель выражения (9.20), отвечающий за уровень инжекции неравновесных носителей заряда в полупроводник, будет равен

$$\begin{aligned} \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{пад}^0}{h\nu} &= \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{пад}^0}{h \frac{c}{\lambda}} = \\ &= 1 \cdot 10^6 (1 - 0.25) \frac{2.0 \cdot 10^{-10}}{6.62 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^{10}}{1.0 \cdot 10^{-4}}} = \\ &= 0.75 \cdot 10^6 \frac{2.0 \cdot 10^{-10}}{6.62 \cdot 3 \cdot 10^{-20}} = \frac{1.5 \cdot 10^{-4}}{1.99 \cdot 10^{-19}} = 0.75 \cdot 10^{15}. \end{aligned}$$

Тогда величина объемной фотоэдс будет равна

$$V_{оф}^* = \frac{q}{S} \cdot L_p^2 \cdot \left( \frac{\partial p_0}{\partial x} \right)_{x=2.5} \frac{\tau_p}{1 + \omega^2 \tau_p^2} \cdot \eta \alpha (1 - R) \frac{P_{пад}}{h \frac{c}{\lambda}} =$$

$$= 3.5 \cdot 10^{-5} \cdot 2.5 \cdot 10^{-11} \cdot 0.75 \cdot 10^{15} \approx 0.65 \text{ В} .$$

Таким образом, величина объемной фотоэдс в выбранных условиях составляет примерно 650 мВ .

**Задача 4.** Определить величину барьерной фотоэдс кремниевого *p-n* перехода площадью  $S = 4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  при его освещении модулированным на частоте  $10^4 \text{ Гц}$  излучением с длиной волны  $\lambda = 0.64 \text{ мкм}$  и мощностью  $P_{пад} = 10^{-10} \text{ Вт}$ , если квантовая эффективность поглощения равна  $\eta = 1.0$ , а значения концентраций акцепторной  $N_a$  и донорной  $N_d$  примесей в областях одинаковы и равны  $2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Считать, что обратный ток перехода создается диффузионным механизмом поставки неравновесных носителей заряда.

**Решение.** Исходным выражением для определения барьерной фотоэдс служит выражение (9.22)

$$V_{p-n}^* = \frac{kT}{q} \ln \left( 1 + \frac{i_{фm}}{I_0} \right) \approx \frac{kT}{q \cdot I_0} \cdot i_{фm},$$

в котором неизвестными величинами являются обратный ток  $I_0$  и фототок  $i_{фm}$ . Найдем их.

Величина фототока при модуляции излучения на произвольной частоте  $\omega$  может быть найдена из выражения

$$i_{фm} = q \eta \alpha \cdot \frac{\tau_{p-n}}{1 + \omega^2 \tau_{p-n}^2} \cdot (1 - R) \frac{P_{пад}}{h \frac{c}{\lambda}},$$

а обратный ток  $I_0$  может быть вычислен по выражению

$$I_0 = \frac{kT}{q} S \frac{b\sigma_i^2}{(1+b)^2} \left( \frac{1}{\sigma_n L_p} + \frac{1}{\sigma_p L_n} \right),$$

в котором все величины могут быть определены исходя из табличных данных. Сначала определим электронную и дырочную проводимости полупроводникового образца:

$$\sigma_n = q\mu_n n_n = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 1450 \cdot 2 \cdot 10^{15} \approx 3.2 \cdot 1.4 \cdot 10^{-1} = 0.45 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}.$$

$$\sigma_p = q\mu_p p_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 480 \cdot 2 \cdot 10^{15} \approx 3.2 \cdot 4.8 \cdot 10^{-2} = 0.15 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}.$$

Далее вычислим длины диффузии носителей заряда:

$$L_n = \sqrt{\frac{kT}{q} \mu_n \cdot \tau_n} = \sqrt{\frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} 1450 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \sqrt{2.6 \cdot 10^{-2} \cdot 1.45} \approx 1.9 \cdot 10^{-1} \text{ см.}$$

$$L_p = \sqrt{\frac{kT}{q} \mu_p \cdot \tau_p} = \sqrt{\frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} 480 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \sqrt{2.6 \cdot 10^{-2} \cdot 0.48} \approx 1.2 \cdot 10^{-1} \text{ см.}$$

Столь высокие значения длин диффузии носителей заряда в кремнии являются следствием высоких значений времен жизни неравновесных носителей заряда. Используя данные, приведенные в приложении к данному пособию, найдем:

$$I_0 = \frac{kT}{q} S \frac{b\sigma_i^2}{(1+b)^2} \left( \frac{1}{\sigma_n L_p} + \frac{1}{\sigma_p L_n} \right) =$$

$$= \frac{kT}{q} S \frac{(\mu_n / \mu_p)}{(1 + \mu_n / \mu_p)^2} [q(\mu_n + \mu_p) n_i]^2 \left( \frac{1}{\sigma_n L_p} + \frac{1}{\sigma_p L_n} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{3}{(1+3)^2} \left( 1.6 \cdot 10^{-19} (1450+480) \cdot 1.4 \cdot 10^{10} \right)^2 \cdot \\
&\cdot \left( \frac{10}{0.45 \cdot 1.9} + \frac{10}{0.15 \cdot 1.2} \right) = \\
&= 2.6 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{3}{16} \left( 1.6 \cdot 1.93 \cdot 1.4 \cdot 10^{-6} \right)^2 \cdot (11.7 + 55.6) = \\
&= 1.95 \cdot 10^{-2} \cdot \left( 4.3 \cdot 10^{-6} \right)^2 \cdot 67.3 = 2.4 \cdot 10^{-11} \text{ А.}
\end{aligned}$$

Теперь можно вычислить барьерную фотоэдс:

$$\begin{aligned}
V_{p-n}^* &\approx \frac{kT}{q} \cdot \frac{\tau_{p-n}}{1 + \omega^2 \tau_{p-n}^2} \cdot \frac{q \eta \alpha (1-R) \cdot P_{пад}}{h \frac{c}{\lambda} \cdot l_0} = \\
&= \frac{kT}{hc} \cdot \frac{\tau_{p-n}}{1 + \omega^2 \tau_{p-n}^2} \cdot \frac{\eta \lambda \alpha (1-R) \cdot P_{пад}}{l_0}
\end{aligned}$$

Фигурирующий в выражении для барьерной фотоэдс коэффициент отражения света от поверхности полупроводника равен:

$$R = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_{Si}} - 1}{\sqrt{\varepsilon_{Si}} + 1} \right)^2 = \left( \frac{\sqrt{11.7} - 1}{\sqrt{11.7} + 1} \right)^2 = \left( \frac{2.4}{4.4} \right)^2 \approx 0.25.$$

Для вычисления частотного множителя необходимо знать время жизни неравновесных носителей заряда в  $p-n$  – переходе

$$\tau_{p-n} = C \cdot R_d.$$

Величину дифференциального сопротивления  $p-n$  – перехода найдем из выражения

$$R_d = \frac{kT}{qI_0} = \frac{1.36 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2.4 \cdot 10^{-11}} = 1.1 \cdot 10^9 \text{ Ом.}$$

Дифференциальная емкость  $p-n$  - перехода площадью  $S$  определяется выражением

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{W} S = S \sqrt{\frac{q \varepsilon \varepsilon_0}{2(\Phi_{\sigma} - V)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a}}$$

Здесь  $\Phi_{\sigma}$  – разность потенциалов между  $n$ - и  $p$ -областями перехода определяет высоту потенциального барьера между областями перехода и определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi_{\sigma} &= \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{N_d N_a}{n_i^2} \right) = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} 2 \ln \left( \frac{2 \cdot 10^{15}}{1.4 \cdot 10^{10}} \right) = \\ &= 5.2 \cdot 10^{-2} \ln(1.4 \cdot 10^5) = 5.2 \cdot 10^{-2} [\ln(1.4) + 5 \cdot \ln(10)] = \\ &= 5.2 \cdot 10^{-2} [0.33 + 5 \cdot 2.3] = 5.2 \cdot 10^{-2} \cdot 11.8 = 0.61 \text{ В.} \end{aligned}$$

Теперь найдем емкость  $p$ - $n$  – перехода при  $V = 0$ :

$$\begin{aligned} C &= S \sqrt{\frac{q \varepsilon \varepsilon_0}{2(\Phi_{\sigma} - V)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a}} = \\ &= 4 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{1.6 \cdot 10^{-19} 11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14}}{2 \cdot 0.61} \cdot \frac{2 \cdot 10^{15}}{2}} = 4 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{1.66 \cdot 10^{-31}}{1.22} \cdot 10^{15}} \approx \\ &\approx 4 \cdot 10^{-2} \cdot 1.2 \cdot 10^{-8} = 4.8 \cdot 10^{-10} \text{ Ф.} \end{aligned}$$

Значит, время жизни неравновесных носителей заряда будет равно

$$\tau_{p-n} = C \cdot R_d = 4.8 \cdot 10^{-10} \cdot 1.1 \cdot 10^9 = 5.3 \cdot 10^{-1} \text{ с.}$$

Следовательно, частотный множитель барьерной фотодс на частоте  $10^4$  Гц будет равен

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{p-n}}{1 + \omega^2 \tau_{p-n}^2} &= \frac{5.3 \cdot 10^{-1}}{1 + 4\pi^2 \cdot 10^8 \cdot (5.3 \cdot 10^{-1})^2} = \frac{5.3 \cdot 10^{-1}}{1 + 39.4 \cdot 10^8 \cdot 28.1 \cdot 10^{-2}} = \\ &= \frac{5.3 \cdot 10^{-1}}{1 + 1107 \cdot 10^6} \approx \frac{5.3 \cdot 10^{-1}}{1.1 \cdot 10^8} = 4.8 \cdot 10^{-9}. \end{aligned}$$

Тогда, подставляя найденные численные значения, найдем величину барьерной фотоэдс в выбранных условиях:

$$\begin{aligned}
 V_{p-n}^* &= \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{6.62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{10}} \cdot 4.8 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{1 \cdot 0.64 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot 0.75 \cdot 10^{-10}}{2.4 \cdot 10^{-11}} = \\
 &= \frac{4.1 \cdot 10^{-21}}{19.9 \cdot 10^{-24}} \cdot 4.8 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{2.4 \cdot 10^{-8}}{2.4 \cdot 10^{-11}} = 0.21 \cdot 10^3 \cdot 4.8 \cdot 10^{-9} \cdot 10^3 = \\
 &= 1.0 \cdot 10^{-3} = 0.001 \text{ В}.
 \end{aligned}$$

Таким образом, ответ на поставленный вопрос будет таким: при указанных условиях освещения кремниевого  $p-n$  перехода на нем появится фотоэдс величиной около 1 мВ.

### 9.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

1. Определить величину удельной фотопроводимости кремниевого образца при его освещении оптическим излучением мощностью  $P_{пад} = 10^{-8} \text{ Вт}$  из собственной полосы поглощения в предположении, что квантовая эффективность поглощения излучения полупроводника равна  $\eta = 0.9$ , коэффициент поглощения излучения составляет  $\alpha = 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а частота модуляции светового потока гармоническим сигналом составляет  $f = 10^2 \text{ Гц}$ .

Освещаемая площадь образца составляет  $S = 0.5 \text{ см}^2$ .

2. Определить величину удельной фотопроводимости германиевого образца при его освещении оптическим излучением мощностью  $P_{пад} = 10^{-10} \text{ Вт}$  из собственной полосы поглощения в предположении, что квантовая эффективность поглощения излучения полупроводника равна  $\eta = 0.9$ ,

коэффициент поглощения излучения составляет  $\alpha = 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а частота модуляции светового потока гармоническим сигналом составляет  $f = 10^2 \text{ Гц}$ .

Освещаемая площадь образца составляет  $S = 0.25 \text{ см}^2$ .

3. Определить величину удельной фотопроводимости арсенид-галлиевого образца при его освещении оптическим излучением мощностью  $P_{\text{пад}} = 10^{-10} \text{ Вт}$  из собственной полосы поглощения в предположении, что квантовая эффективность поглощения излучения полупроводника равна  $\eta = 0.9$ , коэффициент поглощения излучения составляет  $\alpha = 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а частота модуляции светового потока гармоническим сигналом составляет  $f = 10^6 \text{ Гц}$ . Освещаемая площадь образца составляет  $S = 5.5 \text{ см}^2$ .

4. Определить величину фотопроводимости кремниевого образца размерами  $(1 \times 1 \times 10) \text{ см}^3$  при его освещении оптическим излучением интенсивностью  $I_0 = 10^{12} \text{ квант} / (\text{см}^2 \cdot \text{с})$  из собственной полосы поглощения в предположении, что квантовая эффективность поглощения излучения полупроводника равна  $\eta = 1.0$ , коэффициент поглощения излучения составляет  $\alpha = 4 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а частота модуляции светового потока гармоническим сигналом составляет  $f = 10^3 \text{ Гц}$ .

Считать, что освещение проводится с узкой стороны образца, а регистрирующие контакты припаяны к широким торцам.

5. Определить величину фотопроводимости германиевого образца размерами  $(1 \times 1 \times 5) \text{ см}^3$  при его освещении оптическим излучением интенсивностью  $I_0 = 10^{12} \text{ квант} / (\text{см}^2 \cdot \text{с})$  из собственной полосы поглощения в предположении, что квантовая эффективность поглощения излучения



полупроводника равна  $\eta = 1.0$ , коэффициент поглощения излучения составляет  $\alpha = 2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а частота модуляции светового потока гармоническим сигналом составляет  $f = 10^6 \text{ Гц}$ .

Считать, что освещение проводится с узкой стороны образца, а регистрирующие контакты припаяны к широким торцам.

6. Определить величину фотопроводимости арсенид-галлиевого образца размерами  $(0.5 \times 1 \times 10) \text{ см}^3$  при его освещении оптическим излучением интенсивностью  $I_0 = 10^{15} \text{ квант}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$  из собственной полосы поглощения в предположении, что квантовая эффективность поглощения излучения полупроводника равна  $\eta = 0.9$ , коэффициент поглощения излучения составляет  $\alpha = 5 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ , а частота модуляции светового потока гармоническим сигналом составляет  $f = 10^6 \text{ Гц}$ .

Считать, что освещение проводится с широкой стороны образца, а регистрирующие контакты припаяны к узким торцам.

7. Определить величину фотопроводимости кремниевого образца размерами  $(1 \times 1 \times 5) \text{ см}^3$  при его освещении оптическим излучением интенсивностью  $I_0 = 10^{12} \text{ квант}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$  из собственной полосы поглощения в предположении, что квантовая эффективность поглощения излучения полупроводника равна  $\eta = 0.5$ , коэффициент поглощения излучения составляет  $\alpha = 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а частота модуляции светового потока гармоническим сигналом составляет  $f = 10^5 \text{ Гц}$ .

Считать, что освещение проводится с широкой стороны образца, а регистрирующие контакты припаяны к узким торцам.

8. Определить величину фотоэдс Дембера, возникающей в кремниевом образце

размерами  $(1.5 \cdot 2.0 \cdot 10) \text{ мм}^3$  с концентрацией донорной примеси  $N_D = 2.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  при освещении образца с торца, если известно, что падающая световая мощность величиной  $1.5 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}$  модулирована по амплитуде на частоте  $500 \text{ Гц}$ . Излучение лежит в полосе собственного поглощения и имеет длину волны  $\lambda = 1.0 \text{ мкм}$ .

9. Определить величину фотоэдс Дембера, возникающей в германиевом образце размерами  $(1.5 \cdot 10 \cdot 2.0) \text{ мм}^3$  с концентрацией донорной примеси  $N_D = 4.6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  при освещении образца с торца, если известно, что падающая световая мощность величиной  $2.0 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}$  модулирована по амплитуде на частоте  $2500 \text{ Гц}$ . Излучение лежит в полосе собственного поглощения и имеет длину волны  $\lambda = 1.6 \text{ мкм}$ .

10. Определить величину фотоэдс Дембера, возникающей в арсенид-галлиевом образце размерами  $(1.5 \cdot 2.0 \cdot 10) \text{ мм}^3$  с концентрацией донорной примеси  $N_D = 2.4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$  при освещении образца с торца, если известно, что падающая световая мощность величиной  $1.5 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}$  модулирована по амплитуде на частоте  $5000 \text{ Гц}$ . Излучение лежит в полосе собственного поглощения и имеет длину волны  $\lambda = 0.6 \text{ мкм}$ .

11. Определить величину фотоэдс Дембера, возникающей в германиевом образце размерами  $(2.5 \cdot 10 \cdot 2.0) \text{ мм}^3$  с концентрацией донорной примеси  $N_D = 4.6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  при освещении образца с торца, если известно, что падающая световая мощность величиной  $2.5 \cdot 10^{-9} \text{ Вт}$  модулирована по амплитуде на частоте  $200 \text{ Гц}$ . Излучение лежит в полосе собственного

поглощения и имеет длину волны  $\lambda = 1.8 \text{ мкм}$ .

12. Определить величину фотоэдс Дембера, возникающей в арсенид-галлиевом образце размерами  $(1.5 \cdot 2.0 \cdot 10) \text{ мм}^3$  с концентрацией донорной примеси  $N_D = 2.4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$  при освещении образца с торца, если известно, что падающая световая мощность величиной  $6.5 \cdot 10^{-10} \text{ Вт}$  промодулирована по амплитуде на частоте  $50 \text{ кГц}$ . Излучение лежит в полосе собственного поглощения и имеет длину волны  $\lambda = 0.45 \text{ мкм}$ .

13. Определить величину объемной фотоэдс в германиевом образце размерами  $(a \cdot b \cdot c) = (1.5 \cdot 3.5 \cdot 5.0) \text{ см}^3$ , освещаемом излучением в виде узкой полоски шириной  $d = 1 \text{ мм}$  со стороны широкого торца в точке  $x = 1.5 \text{ см}$  с длиной волны  $\lambda = 1.5 \text{ мкм}$  и падающей мощностью  $P_{\text{пад}}^0 = 2.9 \cdot 10^{-11} \text{ Вт}$ , если известно, что координатная зависимость темнового сопротивления образца вдоль его длинной стороны описывается выражением

$$\rho(x) = \rho_0 \cdot \exp[x / x_0].$$

Здесь  $\rho_0 = 10^{-2} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ,  $x_0 = 10^4 \text{ см}$ . Считать, что полоска света направлена перпендикулярно оси  $x$ , направленной вдоль длинной стороны  $c$ .

14. Определить величину объемной фотоэдс в арсенид-галлиевом образце размерами  $(a \cdot b \cdot c) = (1.5 \cdot 3.5 \cdot 5.0) \text{ см}^3$ , освещаемом излучением в виде узкой полоски шириной  $d = 1 \text{ мм}$  со стороны широкого торца в точке  $x = 1.2 \text{ см}$  с длиной волны  $\lambda = 0.5 \text{ мкм}$  и падающей мощностью  $P_{\text{пад}}^0 = 3.9 \cdot 10^{-11} \text{ Вт}$ , если известно, что координатная зависимость темнового сопротивления образца вдоль его длинной стороны описывается выражением

$$\rho(x) = \rho_0 \cdot \exp[x / x_0].$$

Здесь  $\rho_0 = 10^{-1} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ,  $x_0 = 10^5 \text{ см}$ . Считать, что полоска света направлена перпендикулярно оси  $x$ , направленной вдоль длинной стороны  $c$ .

15. Определить величину объемной фотоэдс в германиевом образце размерами  $(a \cdot b \cdot c) = (3.5 \cdot 3.5 \cdot 5.0) \text{ см}^3$ , освещаемом излучением в виде узкой полоски шириной  $d = 0.1 \text{ мм}$  со стороны широкого торца в точке  $x = 0.5 \text{ см}$  с длиной волны  $\lambda = 1.5 \text{ мкм}$  и падающей мощностью  $P_{\text{пад}}^0 = 2.0 \cdot 10^{-11} \text{ Вт}$ , если известно, что координатная зависимость темнового сопротивления образца вдоль его длинной стороны описывается выражением

$$\rho(x) = \rho_0 \cdot \exp[x / x_0].$$

Здесь  $\rho_0 = 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{см}$ ,  $x_0 = 10^4 \text{ см}$ . Считать, что полоска света направлена перпендикулярно оси  $x$ , направленной вдоль длинной стороны  $c$ .

16. Определить величину барьерной фотоэдс кремниевого  $p$ - $n$  перехода площадью  $S = 4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  при его освещении модулированным на частоте  $4 \cdot 10^3 \text{ Гц}$  излучением с длиной волны  $\lambda = 0.55 \text{ мкм}$  и мощностью  $P_{\text{пад}} = 10^{-9} \text{ Вт}$ , если квантовая эффективность поглощения равна  $\eta = 0.9$ , а значения концентраций акцепторной  $N_a$  и донорной  $N_d$  примесей в областях одинаковы и равны  $2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Считать, что обратный ток перехода создается диффузионным механизмом поставки неравновесных носителей заряда.

17. Определить величину барьерной фотоэдс германиевого  $p$ - $n$  перехода площадью  $S = 4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  при его освещении модулированным на частоте  $10^3 \text{ Гц}$  излучением с длиной волны  $\lambda = 0.64 \text{ мкм}$  и мощностью

$P_{пад} = 10^{-10} \text{ Вт}$ , если квантовая эффективность поглощения равна  $\eta = 0.9$ , а значения концентраций акцепторной  $N_a$  и донорной  $N_d$  примесей в областях одинаковы и равны  $2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Считать, что обратный ток перехода создается диффузионным механизмом поставки неравновесных носителей заряда.

18. Определить величину барьерной фотоэдс арсенид-галлиевого  $p-n$  перехода площадью  $S = 4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  при его освещении излучением с длиной волны  $\lambda = 0.64 \text{ мкм}$  и мощностью  $P_{пад} = 10^{-8} \text{ Вт}$ , если квантовая эффективность поглощения равна  $\eta = 1.0$ , а значения концентраций акцепторной  $N_a$  и донорной  $N_d$  примесей в областях одинаковы и равны  $2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Считать, что обратный ток перехода создается диффузионным механизмом поставки неравновесных носителей заряда.

19. Определить величину барьерной фотоэдс кремниевого  $p-n$  перехода площадью  $S = 4 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$  при его освещении модулированным на частоте  $4 \cdot 10^6 \text{ Гц}$  излучением с длиной волны  $\lambda = 0.45 \text{ мкм}$  и мощностью  $P_{пад} = 10^{-10} \text{ Вт}$ , если квантовая эффективность поглощения равна  $\eta = 0.75$ , а значения концентраций акцепторной примеси в областях равна  $N_a = 2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , а донорной примеси -  $N_d = 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Считать, что обратный ток перехода создается диффузионным механизмом поставки неравновесных носителей заряда.

20. Определить величину барьерной фотоэдс германиевого  $p-n$  перехода площадью  $S = 5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$  при его освещении модулированным на частоте  $2 \cdot 10^5 \text{ Гц}$  излучением с длиной волны  $\lambda = 0.55 \text{ мкм}$  и мощностью  $P_{пад} = 10^{-10} \text{ Вт}$ , если квантовая эффективность поглощения равна  $\eta = 1.0$ , а значения концентраций акцепторной примеси в областях равна

$N_a = 2 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , а донорной примеси -  $N_d = 1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Считать, что обратный ток перехода создается диффузионным механизмом поставки неравновесных носителей заряда.

## 10. «ЭМИССИЯ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ ПОЛУПРОВОДНИКОВ»

### 10.1. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ

Проблему изучения эмиссии излучения из твердых тел можно рассматривать с двух позиций: макроскопической и микроскопической, различающихся объектом рассмотрения излучающих свойств.

*С макроскопической позиции* излучательные свойства твердого тела анализируются как свойства однородного кристалла. Здесь для численной оценки эффективности излучательной способности вводят два параметра. Первый из них называется **внутренней квантовой эффективностью**  $\eta$ . Он характеризует способность атомов полупроводника излучать фотоны при рекомбинации электронно-дырочных пар и вычисляется следующим образом:

$$\eta = \frac{1}{\frac{1}{\tau_l} + \frac{1}{\tau_r}} = \frac{\tau_r}{\tau_r + \tau_l} \quad (10.1)$$

т.е. это параметр превышения способности генерировать фотоны над способностью того же вещества генерировать фононы. Численно он определяет: сколько генерируется фотонов в результате рекомбинации одной пары «электрон-дырка». Как показывает расчет (см. Давыдов В.Н. Твердотельная электроника. Учебное пособие. Томск, ТМЦ ДО, 2005, п.6.2), для повышения внутренней квантовой эффективности источника оптического излучения для его изготовления необходимо использовать полупроводники с высоким уровнем легирования.

Для того чтобы наблюдать эмиссию излучения, необходимо, чтобы сгенерированные фотоны вышли из полупроводника через одну из его граней в окружающее пространство. Однако, распространяясь в кристалле на пути от

места генерации к излучающей поверхности, фотоны могут быть поглощены другими атомами, находящимися в основном энергетическом состоянии. Поэтому вводят еще один параметр, называемый **внешней квантовой эффективностью** и обозначаемый как  $\xi$ . Он показывает долю сгенерированных в объеме полупроводника фотонов, вышедших через его поверхность:

$$\xi = \frac{\phi}{\phi + L}, \quad (10.2)$$

где  $L$  – толщина полупроводника в направлении на излучающую поверхность;  $\phi$  – длина свободного пробега фотона в полупроводнике. Из этого определения видно, что условие достижения высокого выхода светового излучения заключается в том, чтобы сгенерированные фотоны могли выйти из полупроводника не будучи поглощенными другими атомами на пути от излучающего атома до поверхности. Для этого необходимо, чтобы длина свободного пробега фотона была больше толщины образца:  $\phi \gg L$ .

Конечно, эти два параметра не дают исчерпывающего ответа на вопрос об эффективности излучающей способности полупроводника. Кроме этих двух параметров, можно ввести еще несколько, с помощью которых отображалось бы выполнение еще ряда условий, которые необходимо соблюсти для повышения эффективности излучения (например, условия на коэффициент отражения света от внутренней поверхности полупроводника). Но эти два – основные.

*С микроскопической позиции* излучающие способности твердого тела рассматриваются как результат излучения отдельных атомов, т.е. анализируются механизмы генерации излучения отдельным атомом. Детальный анализ показывает, что при этом подходе двумя параметрами, определяющими эффективность излучения отдельного атома, являются



вероятности спонтанного -  $A_{21}$  и индуцированного -  $B_{21}$  переходов (см. Давыдов В.Н. Твердотельная электроника. Учебное пособие. Томск, ТМЦ ДО, 2005, п.6.3). Эти параметры определяются природой атома, его структурного состояния в решетке и потому являются константой для данного вещества. Следовательно, численные значения этих параметров можно найти в справочных материалах.

Для характеристики излучательной способности оптического излучения твердотельного лазера необходимо проверять выполнение двух условий:

- условие резонанса оптической волны на длине резонатора  $L$ :

$$L = m \frac{\lambda}{2n}, \quad (10.3)$$

где  $n$  - показатель преломления вещества, являющегося активным в лазере,  $m$  - целое число, показывающее количество полуволн оптического излучения, укладываемых на длине кристалла;

- условие значения коэффициента усиления активного вещества  $g$ , достаточного для возникновения генерации, если кристалл помещен в оптический резонатор с зеркалами, коэффициенты отражения от которых равны  $R_1, R_2$ , а коэффициент поглощения оптического излучения с генерируемой длиной волны в активном веществе лазера равен  $\alpha$ :

$$g > \alpha - \frac{1}{2L} \ln(R_1 R_2). \quad (10.4)$$

Для получения генерации оптического излучения полупроводниковым лазером это условие сводится к необходимости задания протекающего тока через открытый  $p$ - $n$  переход величиной выше порогового тока.

## 10.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ЭМИССИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

При решении задач раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава. Эти данные собраны в конце учебно-методического пособия.

**Задача 1.** Определить параметр внутренней квантовой эффективности генерации оптического излучения германиевого образца  $n$ -типа проводимости с концентрацией донорной примеси  $N_D = 2.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , находящегося при температуре  $T = 300 \text{ К}$ .

**Решение.** Исходным выражением для определения параметра внутренней квантовой эффективности является выражение (10.1), в котором неизвестными величинами являются время жизни излучательной рекомбинации  $\tau_l$  и время жизни безизлучательной рекомбинации  $\tau_r$ :

$$\eta = \frac{\tau_r}{\tau_r + \tau_l}. \quad (10.5)$$

Время жизни излучательной рекомбинации зависит от уровня легирования полупроводника по закону:

$$\tau_l = \tau_l^{(i)} \frac{2n_i}{n_0 + p_0}. \quad (10.6)$$

Из табличных данных известно, что время излучательной рекомбинации в собственном германии составляет  $\tau_l^{(i)} = 0.6 \text{ с}$ . Поэтому по выражению (10.6) будем иметь:

$$\tau_l \approx \tau_l^{(i)} \frac{2n_i}{N_d} = 0.6 \frac{2 \cdot 2.4 \cdot 10^{13}}{2.4 \cdot 10^{17}} = 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

Из справочных материалов находим, что время жизни неравновесных электронов и дырок в германии составляет величину  $\tau = 10^{-5}$  с. Это время определено как время жизни неравновесных носителей заряда при безизлучательной рекомбинации  $\tau_r$ . Значит, интересующий нас параметр внутренней квантовой эффективности процесса излучения может быть вычислен по формуле:

$$\eta = \frac{\tau_r}{\tau_l + \tau_r}. \quad (10.7)$$

Поэтому окончательно имеем:

$$\eta = \frac{\tau_r}{\tau_l + \tau_r} = \frac{10^{-5}}{1.3 \cdot 10^{-4}} = \frac{0.1}{1.3} \approx 7.7 \cdot 10^{-2}. \quad (10.8)$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос будет таким: параметр внутренней квантовой эффективности германиевого образца составляет 0.077 или 7.7%.

**Задача 2.** Вычислить параметр внешней квантовой эффективности кремниевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего  $N_{am} = 10^{21}$  атомов, если излучение лежит в диапазоне собственного поглощения.

**Решение.** Исходным выражением для определения параметра внешней квантовой эффективности служит выражение (10.2), в котором стоят неизвестные величины длины свободного пробега фотонов и размера кристалла. Их можно определить следующим образом: по определению длина свободного пробега фотонов является величиной, обратной коэффициенту поглощения излучения:  $\varphi = 1/\alpha$ . Линейные размеры кристалла можно

определить из количества атомов в образце:  $L = 1/\sqrt[3]{N_{am}}$ . Следовательно, получим:

$$\begin{aligned}\xi &= \frac{\phi}{\phi + L} = \frac{1/\alpha}{1/\alpha + 1/\sqrt[3]{N_{am}}} = \frac{1}{1 + \alpha/\sqrt[3]{N_{am}}} = \\ &= \frac{1}{1 + 10^6/10^7} = \frac{1}{1 + 0.1} = \frac{1}{1.1} \approx 0.9.\end{aligned}$$

Таким образом, ответ на вопрос о величине параметра внешней квантовой эффективности будет таков: внешняя квантовая эффективность образца кремния с заданным числом атомов в нем будет составлять около 90%.

**Задача 3.** Каким должен быть коэффициент усиления излучения из области примесного поглощения (коэффициент поглощения  $\alpha = 10^3 \text{ см}^{-1}$ ) в твердом теле длиной  $L = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  и торцами в виде отражающих зеркал, коэффициент отражения одного из них  $R_1 = 1$ , если через второе зеркало выводится 5% генерируемого излучения.

**Решение.** Эта задача может быть решена с использованием выражения (10.4) при известных значениях коэффициента поглощения излучения  $\alpha$ , обоих коэффициентов отражения зеркал  $R_1, R_2$  и длины кристалла в направлении усиления света  $L$ :

$$g > \alpha - \frac{1}{2L} \ln(R_1 R_2).$$

Из условия задачи следует, что коэффициент отражения света вторым зеркалом  $R_2 = 0.95$ . Поэтому с использованием формул разложения логарифма вблизи единичного значения аргумента получим:

$$\begin{aligned}g &> 10^3 - \frac{1}{5 \cdot 10^{-5}} \ln(1 \cdot 0.95) = 10^3 - \frac{1}{5 \cdot 10^{-5}} \ln(1.0 - 0.05) \approx \\ &\approx 10^3 - \frac{1}{5 \cdot 10^{-5}} (-0.05) = 10^3 + \frac{1}{5 \cdot 10^{-5}} 0.05 = 10^3 + \frac{5}{5} \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}.\end{aligned}$$

Таким образом, коэффициент усиления твердого тела должен быть больше  $2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ .

### 10.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ЭМИССИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

1. Определить параметр внутренней квантовой эффективности генерации оптического излучения кремниевого образца  $n$ -типа проводимости с концентрацией донорной примеси  $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , находящегося при температуре  $T = 300 \text{ К}$ .
2. Определить параметр внутренней квантовой эффективности генерации оптического излучения арсенид-галлиевого образца  $n$ -типа проводимости с концентрацией донорной примеси  $N_D = 6.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , находящегося при температуре  $T = 300 \text{ К}$ .
3. Определить параметр внутренней квантовой эффективности генерации оптического излучения кремниевого образца  $p$ -типа проводимости с концентрацией акцепторной примеси  $N_A = 8.6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , находящегося при температуре  $T = 300 \text{ К}$ .
4. Определить суммарное время жизни неравновесных носителей заряда (фотон + фонон) в германиевом образце  $n$ -типа проводимости с концентрацией донорной примеси  $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , находящемся при температуре  $T = 300 \text{ К}$ , если известно, что внутренняя квантовая эффективность генерации оптического излучения в этом образце составляет 0.68.
5. Определить суммарное время жизни неравновесных носителей заряда (фотон + фонон) в кремниевом образце  $n$ -типа проводимости с концентрацией

донорной примеси  $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , находящемся при температуре  $T = 300 \text{ К}$ , если известно, что внутренняя квантовая эффективность генерации оптического излучения в этом образце составляет 0.88.

6. Определить время жизни неравновесных носителей заряда с излучением фонона в кремниевом образце  $n$ -типа проводимости с концентрацией донорной примеси  $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , находящемся при температуре  $T = 300 \text{ К}$ , если известно, что внутренняя квантовая эффективность генерации оптического излучения в этом образце составляет 0.88.

7. Определить время жизни неравновесных носителей заряда с излучением фонона в арсенид-галлиевом образце  $n$ -типа проводимости с концентрацией донорной примеси  $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , находящемся при температуре  $T = 300 \text{ К}$ , если известно, что внутренняя квантовая эффективность генерации оптического излучения в этом образце составляет 0.12.

8. Вычислить параметр внешней квантовой эффективности германиевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего  $N_{am} = 10^{20}$  атомов, если излучение лежит в диапазоне собственного поглощения.

9. Вычислить параметр внешней квантовой эффективности арсенид-галлиевое образца, изготовленного в виде куба и содержащего  $N_{am} = 10^{22}$  атомов, если излучение лежит в диапазоне собственного поглощения.

10. Вычислить параметр внешней квантовой эффективности германиевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего  $N_{am} = 10^{24}$  атомов, если излучение лежит в диапазоне примесного поглощения, характеризуемого коэффициентом поглощения  $\alpha = 1.0 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ .

11. Вычислить параметр внешней квантовой эффективности арсенид-галлиевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего  $N_{am} = 10^{23}$  атомов, если излучение лежит в диапазоне примесного поглощения, характеризуемого коэффициентом поглощения  $\alpha = 2.3 \cdot 10^2 \text{ см}^{-1}$ .
12. Вычислить параметр внешней квантовой эффективности кремниевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего  $N_{am} = 10^{21}$  атомов, если излучение лежит в диапазоне примесного поглощения, характеризуемого коэффициентом поглощения  $\alpha = 1.7 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ .
13. Вычислить количество атомов в германиевом образце, изготовленном в виде куба, если излучение лежит в диапазоне примесного поглощения, характеризуемого коэффициентом поглощения  $\alpha = 10^3 \text{ см}^{-1}$ , а параметр внешней квантовой эффективности эмиссии этого излучения составляет величину  $\xi = 0.79$ .
14. Вычислить количество атомов в арсенид-галлиевом образце, изготовленном в виде куба, если излучение лежит в диапазоне примесного поглощения, характеризуемого коэффициентом поглощения  $\alpha = 2.4 \cdot 10^2 \text{ см}^{-1}$ , а параметр внешней квантовой эффективности эмиссии этого излучения составляет величину  $\xi = 0.86$ .
15. Каким должен быть коэффициент усиления излучения из области примесного поглощения (коэффициент поглощения  $\alpha = 1.8 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ ) в твердом теле длиной  $L = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  и торцами в виде отражающих зеркал, коэффициент отражения одного  $R_1 = 1$ , если через второе зеркало выводится 15% генерируемого излучения.
16. Определить долю выводимого из твердотельного лазера оптического излучения, если известно, что лазер генерирует свет из собственной полосы

поглощения ( $\alpha = 7.5 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$ ), имеет длину  $L = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ , а граничное значение коэффициента усиления, соответствующее началу генерации, равно  $g = 1.5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$ .

17. Определить долю выводимого из твердотельного лазера оптического излучения, если известно, что лазер генерирует свет из примесной полосы поглощения ( $\alpha = 7.5 \cdot 10^2 \text{ см}^{-1}$ ), имеет длину  $L = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ , а граничное значение коэффициента усиления, соответствующее началу генерации, равно  $g = 1.5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ .

18. Определить коэффициент поглощения твердого тела, используемого в качестве активного элемента лазера, если оно имеет длину  $L = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ , граничное значение коэффициента усиления, соответствующее началу генерации, равно  $g = 1.5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$ , а доля выводимой через зеркало энергии составляет 10%.

19. Определить коэффициент поглощения твердого тела, используемого в качестве активного элемента лазера, если оно имеет длину  $L = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ , граничное значение коэффициента усиления, соответствующее началу генерации, равно  $g = 2.5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ , а доля выводимой через зеркало энергии составляет 3.5%.

20. Определить коэффициент поглощения твердого тела, используемого в качестве активного элемента лазера, если оно имеет длину  $L = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$ , граничное значение коэффициента усиления, соответствующее началу генерации, равно  $g = 2.5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ , а доля выводимой через зеркало энергии составляет 5%.



# 11. ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ.

## 11.1 КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ

**Общие положения.** Электрические свойства приповерхностных слоев полупроводников исследуют с помощью структуры металл – диэлектрик – полупроводник (МДП).

Энергетическая диаграмма МДП-структуры при отсутствии внешнего напряжения  $V=0$  показана на рис. 7. Здесь в левой части отображена энергетическая диаграмма металла, из которого изготовлен полевой электрод МДП-структуры. Далее следует энергетическая диаграмма диэлектрика, использованного для изоляции поверхности полупроводника от

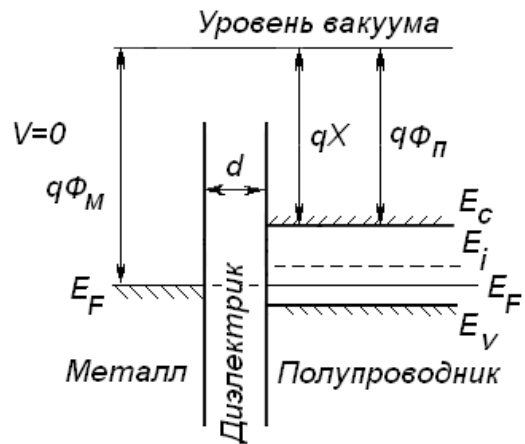


Рис. 7

металлического электрода. Правая часть рис. 7 изображает энергетическую диаграмму полупроводника. На рисунке обозначено:  $E_C$ ,  $E_V$  - энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны полупроводника;  $E_F$  - энергия уровня Ферми, который в равновесных условиях имеет одинаковое значение во всех трех слоях МДП-структуры, и для определенности рассматривается полупроводник  $p$ -типа;  $E_i$  - энергия середины запрещенной зоны полупроводника. Энергия электрона, эмитированного из полупроводника в вакуум с нулевой кинетической энергией, отмечена на рисунке как «уровень вакуума». Работа выхода электронов из металла обозначена как  $\Phi_M$ , сродство к электрону материала полупроводника -  $X$ . Вводят также объемный потенциал полупроводника  $\Phi_V$ , определяя его как

$$\Phi_V = \frac{E_i - E_F}{q}.$$

Фактически, он характеризует уровень легирования полупроводника акцепторной примесью (ее уровень на рисунке не показан).

Если к полевому электроду приложить постоянное электрическое напряжение, то (ввиду отсутствия омического тока через диэлектрик) в приповерхностном слое полупроводника будет действовать электрическое поле. Оно локализовано в тонком приповерхностном слое (обычно меньше единиц микрон) и, следовательно, искажает энергетическую диаграмму приповерхностного слоя полупроводника, изгибая энергетические зоны. Электрическое поле приповерхностного слоя полупроводника вызовет дрейф свободных электронов и дырок к поверхности одних и объем – других в зависимости от знака напряжения. Так, если основу МДП-структуры составляет

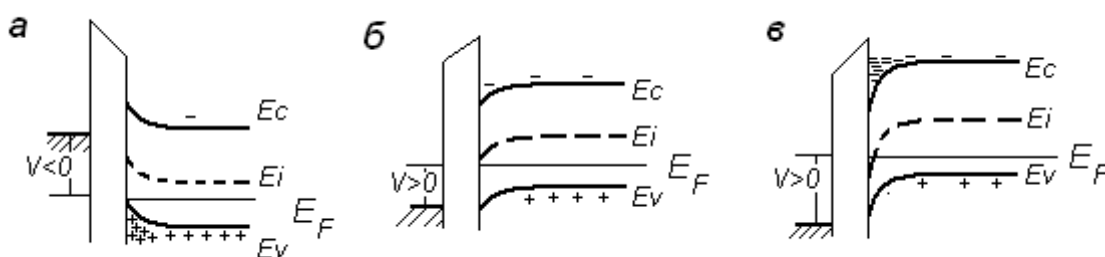


Рис.8

дырочный полупроводник, то при приложении к металлическому электроду отрицательного напряжения  $V < 0$  на границе раздела «полупроводник-диэлектрик» будут скапливаться дырки. Такой режим называют режимом обогащения, т.к. приповерхностный слой полупроводника обогащен основными носителями (см. рис. 8, а). Если к полевому электроду приложено малое положительное напряжение  $V > 0$ , то от поверхности уходят дырки. Этот режим называют режимом обеднения, т.к. поверхность обеднена основными носителями (рис. 8, б). В этом режиме экранировка внешнего электрического поля осуществляется неподвижными ионами донорной примеси. Толщина слоя экранирующих ионов в полупроводнике определяется дебаевской длиной экранирования  $L_D$ , которая определяется концентрацией легирующей примеси:

$$L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_s \varepsilon_0 k T}{q^2 N_a}}. \quad (11.1)$$

Данное выражение применимо к полупроводнику  $n$ -типа, если в (11.1) заменить концентрацию акцепторов на концентрацию доноров  $N_d$ .

При больших положительных напряжениях наряду с уходом дырок в объем полупроводника сказывается еще один процесс: накопление электронов у поверхности. В итоге в этом режиме работы МДП-структуры приповерхностный слой содержит большое количество электронов - неосновных носителей заряда. Они имеют инверсный заряд по отношению к заряду основных носителей. Поэтому данный режим называют режимом инверсии поверхности (рис. 8, в). В этом режиме достигается наибольшая толщина слоя объемного заряда в приповерхностном слое, равная

$$W = \sqrt{\frac{4\varepsilon_s \varepsilon_0 k T}{q^2 N_a} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)}. \quad (11.2)$$

Потенциал поверхности полупроводника, выше которого достигается состояние сильной инверсии, когда на поверхности концентрация неосновных носителей многократно превосходит концентрацию основных в объеме, равен

$$y_{inv} = 2 \ln\left(\frac{n_i}{N_a}\right). \quad (11.3)$$

Он положителен для полупроводника  $p$ -типа и отрицателен для полупроводника  $n$ -типа.

Энергетические диаграммы рассмотренных режимов для полупроводников  $n$ -типа отличаются от приведенных на рис. 8 обратным изгибом зон у одноименных режимов.

**Вольт-фарадные характеристики.** При внимательном рассмотрении МДП-структуры можно видеть, что она аналогична плоскому конденсатору. Его обкладками служат, с одной стороны, металлический электрод, а с другой –

приповерхностный слой полупроводника. Разделяющий их диэлектрик – это диэлектрический слой в плоском конденсаторе. Указанное сходство с плоским конденсатором позволяет говорить о существовании у МДП-структуры емкостных свойств. Однако в отличие от плоского конденсатора, образованного двумя металлическими пластинами, разделенными диэлектриком, наличие полупроводника делает свойства МДП конденсатора принципиально другими. Действительно, емкость конденсатора при известном приложенном постоянном напряжении  $V$  определяется величиной накопленного на обкладках заряда  $Q$ . Так как одной обкладкой МДП-конденсатора выступает приповерхностный слой полупроводника, то в соответствии с рассмотренными в предыдущем параграфе его режимами, накопленный заряд сильно зависит от того, находится ли приповерхностный слой в режиме обогащения, обеднения или инверсии. В первом и третьем режимах на поверхности находится большое количество основных (режим «обогащения») или неосновных носителей заряда (режим «инверсии – сильной инверсии»). Значит, в этих режимах у поверхности сосредоточен большой подвижный заряд -  $Q_s$  и, как результат, большая емкость. В режиме обеднения, наоборот, у поверхности носителей заряда минимальное количество, а основное экранирующее действие внешнего поля оказывают неподвижные ионы легирующей примеси. Поэтому в этом режиме при изменении на единицу напряжения на структуре изменения  $Q_s$  будут меньше, чем в режимах обогащения и инверсии. Таким образом, зависимость  $Q_s(V)$  имеет глубокий минимум в области значений  $V$ , соответствующих обеднению.

Емкость плоского конденсатора  $C_s$  является дифференциальной величиной: она представляет изменение приповерхностного заряда  $\partial Q_s$  при изменении напряжения на конденсаторе  $\partial V$ :

$$C_s = \frac{\partial Q_s}{\partial V}.$$

Поскольку  $Q_S$  зависит от  $V$  нелинейно, то  $C_S = C_S(V)$  - емкость МДП-конденсатора зависит от величины приложенного напряжения. Полная емкость МДП - структуры  $C_\Sigma$  представляет собой две последовательно соединенные емкости:  $C_S$  и диэлектрика  $C_\partial$

$$\frac{1}{C_\Sigma} = \frac{1}{C_\partial} + \frac{1}{C_S} . \quad (11.4)$$

Кривая  $C_\Sigma = C_\Sigma(V)$  называется вольт-фарадной характеристикой (ВФХ) МДП-структуры. В зависимости от значения частоты измерительного сигнала различают высокочастотную (ВЧ) и низкочастотную (НЧ) ВФХ. На рис. 9

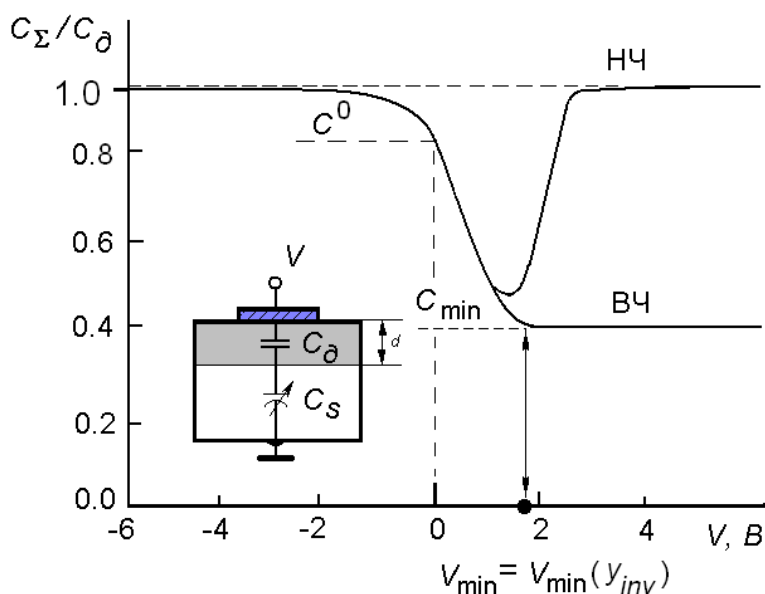


Рис. 9

показаны ВЧ и НЧ ВФХ МДП-структуры, изготовленной на основе полупроводника  $p$ - типа. Здесь  $C_\partial$  - емкость диэлектрического слоя,  $C_{min}$  - минимальная емкость структуры, которая достигается в режиме сильной инверсии на ВЧ ВФХ. Потенци

ал начала сильной инверсии

$y_{inv}$  соответствует напряже-

нию  $V_{min}$ . Отдельный интерес для исследования свойств МДП-структур представляет режим плоских зон, в котором изгиб зон отсутствует (рис. 7). В этом режиме прикладываемое напряжение  $V^0$  точно компенсирует изгиб зон, вызванный различными значениями работы выхода из полупроводника  $\Phi_{\Gamma}$  и металла  $\Phi_M$ :  $\Delta\Phi = \Phi_{\Gamma} - \Phi_M$ , наличием фиксированного заряда в диэлектрике за

счет примесных ионов пренебрегаем. Регистрируемая в этом случае емкость структуры  $C^0$  определяется дебаевской длиной экранирования:

$$C^0 = \frac{\varepsilon_s \varepsilon_0}{L_D}. \quad (11.5)$$

Ее положение на ВФХ показано на рис.9 (для случая равенства работ выхода электрона из полупроводника и металла). Если работы выхода из полупроводника и металла разнятся или (и) в диэлектрике вблизи границы раздела «диэлектрик - полупроводник» присутствуют ионы, то положение емкости плоских зон на оси напряжений будет определяться этими величинами. Следовательно, по значению емкости плоских зон вычисляют фиксированный заряд в диэлектрическом слое  $Q^0$ , образованный ионами примесей. Если в реальной МДП-структуре емкость плоских зон достигается при напряжении  $V^0$ , то при  $\Delta\Phi \neq 0$

$$Q^0 = C_{\partial} \cdot \left[ V^0 - \frac{\Delta\Phi}{q} \right]. \quad (11.6)$$

По величине этой емкости можно также определить концентрацию легирующей примеси в полупроводнике ( $N_a$  или  $N_d$ ).

**Поверхностная проводимость.** Если в режиме обогащения или инверсии измерить продольную проводимость приповерхностного слоя (проводимость вдоль поверхности полупроводника)  $\sigma_{\text{продол}}$ , то она окажется очень большой.

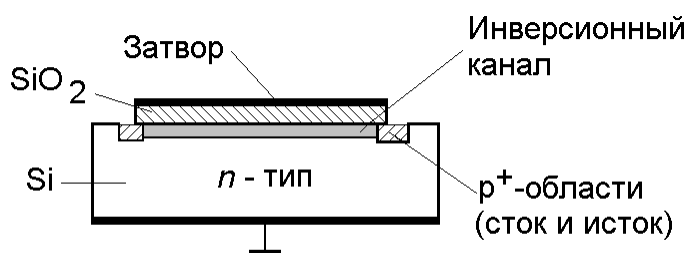


Рис. 10

Это неудивительно, т.к. в этих случаях на поверхности находится большая концентрация основных или неосновных носителей заряда. В режиме же

обеднения проводимость вдоль поверхности будет малой, т.к. в этом режиме основные носители ушли от поверхности, а неосновные еще не собраны. Значит, если изменять величину напряжения  $V$ , прикладываемого к МДП-структуре, то  $\sigma_{\text{продол}}$  будет изменяться на многие порядки. При этом зависимость  $\sigma_{\text{продол}} = \sigma_{\text{продол}}(V)$  будет иметь минимум в области напряжений, соответствующей режиму обеднения. Данный эффект изменения продольной проводимости с изменением напряжения на структуре называют эффектом поля, т.к. его происхождение связано с проникновением электрического поля в приповерхностный слой полупроводника и его экранировкой.

Величину  $\sigma_{\text{продол}}(V)$  в конкретном случае можно найти из следующих соображений. Пусть имеется полупроводниковая структура из  $n$ -типа полупроводника, демонстрирующая принцип работы полевого транзистора (рис.10). Здесь на полупроводник нанесен тонкий диэлектрический слой, например из окиси кремния. Внешняя поверхность диэлектрика металлизирована и выступает в качестве управляющего электрода – затвора полевого транзистора. Потенциал затвора устанавливается относительно объема полупроводника (земли). Затем на краях затвора диэлектрик снимается, и в полупроводник вводят акцепторную примесь, создающую две  $p^+$  - области. Это сток и исток полевого транзистора. Если теперь приложить к полемому электроду инверсионное напряжение, то на поверхности появится инверсионный слой, который электрически будет подключен к  $p^+$  - областям. Измеряя продольную проводимость, подключившись через эти области к инверсионному слою, можно изменять его сопротивление путем изменения напряжения на затворе.

Будем отсчитывать координату  $x$  от поверхности полупроводника в его объем. Тогда избытки электронов  $\Delta N$  и дырок  $\Delta P$ , собравшиеся в приповерхностном слое, можно вычислить следующим образом

$$\Delta N = \int_0^{\infty} [n(x) - n_0] dx, \quad (11.7)$$

$$\Delta P = \int_0^{\infty} [p(x) - p_0] dx$$

Здесь  $n(x)$  и  $p(x)$  - зависимости концентраций носителей заряда в приповерхностном слое, а  $n_0, p_0$  - их концентрации в объеме полупроводника. Тогда избыточная проводимость приповерхностного слоя будет равна

$$\sigma_{\text{продол}}(V) = q\mu_n \cdot \Delta N + q\mu_p \cdot \Delta P. \quad (11.8)$$

Детальный анализ выражений (11.7) приводит к следующим выражениям для избытков электронов и дырок

$$\Delta N = n_0 L_d \int_{y_S^0}^{y_S^k} \frac{\exp(y) - 1}{F(\lambda, y)} dy,$$

$$\Delta N = n_0 L_d \int_{y_S^0}^{y_S^k} \frac{\exp(y) - 1}{F(\lambda, y)} dy. \quad (11.9)$$

Здесь обозначено:

$$F(\lambda, y) = [\lambda(\exp(y) - 1) - \lambda^{-1}(\exp(-y) - 1) + (\lambda^{-1} - \lambda)y]^{1/2}, \quad (11.10)$$

$\lambda = \frac{N_d}{n_i}$ ,  $y_S = qV_S/kT$  - безразмерный поверхностный потенциал полупроводника,  $V_S$  - его электростатический потенциал, созданный внешним электрическим полем  $V$ , приложенным к полевому электроду структуры,  $y_S^0$  - начальный потенциал, определяющий исходное для анализа состояние поверхности,  $y_S^k$  - конечный потенциал, определяющий максимальное значение  $y_S$  в конечном состоянии. Если требуется вычислить изменение поверхностной концентрации электронов или дырок при изменении поверхностного



потенциала от состояния с  $y_1$  до состояния с  $y_2$ , то в выражениях (11.9) необходимо считать  $y_S^0 = y_1$ , а  $y_S^k = y_2$ . Для вычисления всей проводимости приповерхностного слоя следует положить  $y_S^0 = 0$ .

Как следует из выражений (11.9), (11.10), поскольку между напряжением на поверхности полупроводника и концентрацией носителей в приповерхностном слое существует связь, описываемая экспоненциальной зависимостью, при небольших изменениях напряжения можно получить значительные изменения проводимости.

**Фотоэдс в МДП-структуре.** Пусть имеется МДП-структура, к которой приложено постоянное напряжение  $V$ , и структура находится в равновесном состоянии. Если осветить ее оптическим излучением из собственной полосы поглощения, то согласно общим представлениям о фотовольтаических эффектах, на ее электродах появится фотоэдс, пропорциональная уровню освещения структуры. В зависимости от режима поверхности величина фотоэдс изменяется.

В режиме обогащения, когда на поверхности сосредоточены основные носители заряда, фотоэдс невелика, поскольку определяется относительным изменением концентрации основных носителей.

В режиме инверсии на поверхности находится слой неосновных носителей заряда, за которым следует слой собственной проводимости ( $i$ -слой). Фактически в этом режиме приповерхностный слой полупроводника представляет  $p-n$  переход, индуцированный внешним электрическим полем. Поэтому в данном режиме фотоэдс может рассматриваться как барьерная фотоэдс. Она определяется относительным изменением концентрации неосновных носителей заряда и потому велика.

В режиме обеднения фотоэдс МДП-структуры плавно изменяется от барьерной в режиме сильной инверсии до фотоэдс в режиме обогащения. Выражение для определения величины фотоэдс в зависимости от потенциала

поверхности полупроводника  $y_S < 0$  для режима «обеднения – сильной инверсии» в МДП-структуре, изготовленной, например, из полупроводника  $n$ -типа, имеет вид:

$$U_{фэ}(y_S) = \frac{kT}{q} \cdot \lambda^{-1} \cdot \frac{\exp(-y_S)}{\exp(-y_S) + \lambda^{-2}} \cdot \frac{\delta p}{n_i}. \quad (11.11)$$

Здесь  $y_S = qV_S/kT$  - безразмерная величина,  $V_S$  – электростатический потенциал на поверхности полупроводника, созданный за счет внешнего электрического поля  $V$ , приложенного к полевому электроду структуры,  $\delta p$  – концентрация неравновесных дырок в объеме полупроводника, возникшая за счет поглощения света. Эту величину можно рассчитать по выражениям, приведенным в главе 9 данного учебно-методического пособия. Выражение (11.11) недействительно в режиме «обогащения» поверхности ( $y_S > 0$ ), где фотоэдс крайне мала и имеет обратный знак по отношению к знаку фотоэдс в режиме «обеднения – сильной инверсии».

При рассмотрении полупроводника  $p$ -типа в выражении (11.11) необходимо заменить концентрацию доноров концентрацией акцепторов, а также считать потенциал поверхности полупроводника  $y_S$  положительным.

## 11.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

**Задача 1.** Определить коэффициент перекрытия емкости варикапа, изготовленного из МДП-структуры на основе кремния  $n$ -типа с концентрацией донорной примеси  $N_d = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  площадью полевого электрода  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что в качестве диэлектрического материала использована двуокись кремния  $\text{SiO}_2$  толщиной 0.1 мкм.

**Решение.** Варикап (от английского «**variety capacitance**») это твердотельный прибор электронной техники, функцией которого является изменение собственной емкости под действием прикладываемого постоянного напряжения. Его можно изготовить на основе диффузионного  $p-n$  перехода. Однако такой варикап имеет сквозной ток (обратный ток перехода), что отрицательно влияет на его эксплуатационные качества, в частности энергопотребление. Поэтому в настоящее время варикапы делают на основе МДП-структур.

Основной параметр варикапа – коэффициент перекрытия емкости. Он представляет собой отношение его максимальной емкости к минимальной:

$$K = \frac{C_{max}}{C_{min}}. \quad (11.12)$$

В рассматриваемом случае он будет определяться емкостью диэлектрика  $C_{\partial}$  и минимальной емкостью, измеренной в режиме сильной инверсии  $C_{min}$ . Емкость диэлектрика может быть вычислена следующим образом:

$$C_{\partial} = \frac{\varepsilon_{\partial}\varepsilon_0 S}{d}, \quad (11.13)$$

где  $\varepsilon_{\partial}$ ,  $\varepsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость материала диэлектрика и вакуума, соответственно;  $d$ - толщина диэлектрика, а  $S$ - площадь металлического электрода МДП-структуры. Минимальная емкость находится из выражения

$$C_{min} = \frac{C_{\partial} \cdot C_{inv}}{C_{\partial} + C_{inv}}, \quad (11.14)$$

где  $C_{inv}$  - емкость полупроводника в режиме сильной инверсии. Она равна

$$C_{inv} = \frac{\varepsilon_s \varepsilon_0 S}{W}. \quad (11.15)$$

Толщина области пространственного заряда  $W$  находится из выражения (11.2), которое применительно к электронному полупроводнику примет вид

$$W = \sqrt{\frac{4\varepsilon_S \varepsilon_0 k T}{q^2 N_d} \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right)}. \quad (11.16)$$

Для расчета емкости диэлектрика по выражению (11.13) необходимо знать диэлектрическую проницаемость  $SiO_2$ . Возьмем ее из справочника:  $\varepsilon_d(SiO_2) = 3.8$ . Выразив остальные параметры диэлектрика в сантиметрах, подставим их в выражение (11.13). Тогда

$$C_d = \frac{\varepsilon_d \varepsilon_0 S}{d} = \frac{3.8 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot 1.5 \cdot 10^{-2}}{10^{-5}} = 50.4 \cdot 10^{-11} = 504 \text{ пФ}.$$

Теперь найдем толщину  $W$  по выражению (11.16), где все величины известны

$$\begin{aligned} W &= \sqrt{\frac{4\varepsilon_S \varepsilon_0 k T}{q^2 N_d} \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right)} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2.56 \cdot 10^{-38} \cdot 1.4 \cdot 10^{15}} \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{15}}{1.4 \cdot 10^{10}}\right)} = \\ &= \sqrt{\frac{1715}{3.58} 10^{-12} \ln(10^5)} \approx \sqrt{4.8 \cdot 10^{-10} \cdot 5 \cdot \ln(10)} = \sqrt{55.1 \cdot 10^{-5}} = \\ &= 7.44 \cdot 10^{-5} \text{ см} \approx 0.74 \text{ мкм}. \end{aligned}$$

Соответствующая этой толщине ОПЗ инверсионная емкость будет равна

$$\begin{aligned} C_{inv} &= \frac{\varepsilon_S \varepsilon_0 S}{W} = \frac{11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot 1.5 \cdot 10^{-2}}{7.44 \cdot 10^{-5}} = \frac{155.3}{7.44} \cdot 10^{-11} \approx \\ &\approx 209 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 209 \text{ пФ}. \end{aligned}$$

С учетом емкости диэлектрика минимальная емкость МДП-структуры будет

$$C_{min} = \frac{C_d \cdot C_{inv}}{C_d + C_{inv}} = \frac{504 \cdot 209}{504 + 209} = \frac{105336}{713} \approx 147 \text{ (пФ)}.$$

Теперь вычислим коэффициент перекрытия емкости варикапа с использованием выражения (11.12)

$$K = \frac{C_{max}}{C_{min}} = \frac{504}{148} = 3.4$$

Итак, ответ на поставленный в задаче вопрос будет таким: коэффициент перекрытия емкости варикапа равен 3.4.

**Задача 2.** Определить концентрацию донорной примеси в кремниевой МДП-структуре с площадью металлического электрода  $S = 8.4 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик структуры толщиной  $d = 0.1 \text{ мкм}$  изготовлен из диэлектрических слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  одинаковой толщины, а экспериментально найденная минимальная емкость составляет  $C_{\min} = 155 \text{ пФ}$ .

**Решение.**

Минимальная емкость на ВФХ  $C_{\min}$  определяется емкостью полупроводника в режиме сильной инверсии  $C_{\text{inv}}$  и емкостью диэлектрика  $C_{\partial}$

$$C_{\min} = \frac{C_{\partial} \cdot C_{\text{inv}}}{C_{\partial} + C_{\text{inv}}}. \quad (11.17)$$

В рассматриваемом случае диэлектрик является двуслойным. Представляя его как последовательно соединенные емкости первого  $C_1$  ( $\text{SiO}_2$ ) и второго  $C_2$  ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) диэлектрических слоев, получим

$$\begin{aligned} C_{\partial} &= \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = S \frac{\varepsilon_0 \cdot \left( \frac{\varepsilon_1}{d_1} \frac{\varepsilon_2}{d_2} \right)}{\left( \frac{\varepsilon_1}{d_1} + \frac{\varepsilon_2}{d_2} \right)} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_1 d_2} \cdot \frac{1}{\left( \frac{\varepsilon_1}{d_1} + \frac{\varepsilon_2}{d_2} \right)} = \\ &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_1 d_2} \cdot \frac{d_1 d_2}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} \end{aligned} \quad (11.18)$$

Здесь  $d_1$ ,  $d_2$  - толщина первого и второго слоев;  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  - их диэлектрические проницаемости.

Теперь можно из выражения (11.17) найти инверсионную емкость

$$C_{\text{inv}} = \frac{C_{\partial} \cdot C_{\min}}{C_{\partial} - C_{\min}}. \quad (11.19)$$

С другой стороны, инверсионная емкость полупроводника определяется выражением

$$C_{inv} = \frac{\varepsilon_s \varepsilon_0 S}{W}. \quad (11.20)$$

Толщина области пространственного заряда  $W$  находится из выражения (11.2), которое применительно к электронному полупроводнику примет вид

$$W = \sqrt{\frac{4\varepsilon_s \varepsilon_0 k T}{q^2 N_d} \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right)}. \quad (11.21)$$

Следовательно, подставив выражение (11.21) в (11.20), получим:

$$C_{inv} = \frac{\varepsilon_s \varepsilon_0 S}{W} = S \sqrt{\frac{q^2 \varepsilon_s \varepsilon_0 N_d}{4k T \cdot \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right)}}. \quad (11.22)$$

Отсюда выразим концентрацию доноров в следующей форме

$$N_d = \frac{4k T \cdot C_{inv}^2}{q^2 \cdot \varepsilon_s \varepsilon_0 \cdot S^2} \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right).$$

Это уравнение может быть решено относительно концентрации донорной примеси методом итераций, применительно к которому для  $j$ -того шага итерации его удобное переписать в виде

$$N_d^{(j)} = A \cdot \ln\left(\frac{N_d^{(j-1)}}{n_i}\right), \quad (11.23)$$

где постоянный коэффициент правой части равен

$$A = \frac{4k T \cdot C_{inv}^2}{q^2 \varepsilon_s \varepsilon_0 \cdot S^2}.$$

Методика решения уравнения (11.23) такова: на первом шаге задается нулевое приближение к решению, например считаем  $N_d^{(0)} = 10^4 n_i$ . Подставляем его в правую часть (11.23) и вычисляем первое приближение  $N_d^{(1)}$ . Затем это значение подставляем в правую часть выражения (11.23) и вычисляем второе приближение  $N_d^{(2)}$  и т.д. Указанную процедуру прекращаем, когда разница в значениях отыскиваемой величины, вычисленной на  $j$ -том шаге, отличается от рассчитанной на предыдущем  $(j-1)$ -ом шаге на величину погрешности. Обычно достаточной точностью считается точность в 10%, т.е.

$$\frac{|N_d^{(j)} - N_d^{(j-1)}|}{N_d^{(j)}} \leq 0.1 \quad (11.24)$$

Практика показывает, что уравнение (11.23) дает самосогласованный результат после (2-3) итераций.

Приступим к определению концентрации доноров по выражению (11.23). Сначала вычислим емкость диэлектрика по выражению (11.17)

$$\begin{aligned} C_d &= \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1} = \frac{3.8 \cdot 5.5 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot 8.4 \cdot 10^{-3}}{(3.8 \cdot 0.05 + 5.5 \cdot 0.05) \cdot 10^{-4}} = \\ &= \frac{1554 \cdot 10^{-17}}{0.465 \cdot 10^{-4}} = 3342 \cdot 10^{-13} = 334 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 334 \text{ пФ} \end{aligned}$$

Используя выражение (11.19), определим  $C_{inv}$

$$C_{inv} = \frac{C_d \cdot C_{min}}{C_d - C_{min}} = \frac{334 \cdot 155}{334 - 155} = \frac{51770}{179} = 289 \text{ пФ}.$$

Вычислим множитель правой части перед логарифмом в выражении (11.23)

$$A = \frac{4kT \cdot C_{inv}^2}{q^2 \cdot \epsilon_s \epsilon_0 \cdot S^2} = \frac{4 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 83521 \cdot 10^{-24}}{2.56 \cdot 10^{-38} \cdot 11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot 70.56 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= \frac{1382 \cdot 10^3}{18.7 \cdot 10^3} 10^{13} = 73.9 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}.$$

Теперь вычислим первое приближение  $N_d^{(1)}$

$$N_d^{(1)} = A \cdot \ln \left( \frac{N_d^{(0)}}{n_i} \right) = 7.4 \cdot 10^{14} \cdot \ln \left( \frac{1.4 \cdot 10^{14}}{1.4 \cdot 10^{10}} \right) = 7.4 \cdot 10^{14} \cdot 4 \cdot \ln(10) =$$

$$= 7.4 \cdot 10^{14} \cdot 4 \cdot 2.3 = 6.8 \cdot 10^{15}.$$

Ясно, что условие окончания итераций (11.24) не выполнено. Поэтому отыскиваем второе приближение

$$N_d^{(2)} = A \cdot \ln \left( \frac{N_d^{(1)}}{n_i} \right) = 7.4 \cdot 10^{14} \cdot \ln \left( \frac{6.8 \cdot 10^{15}}{1.4 \cdot 10^{10}} \right) = 7.4 \cdot 10^{14} \cdot \ln(4.9 \cdot 10^5) =$$

$$= 7.4 \cdot 10^{14} \cdot [\ln(4.9) + 5 \cdot 2.3] = 7.4 \cdot 10^{14} \cdot [1.6 + 11.5] \approx 9.7 \cdot 10^{15}.$$

Условие окончания итераций (11.24) опять не выполнено. Поэтому отыскиваем третье приближение

$$N_d^{(3)} = A \cdot \ln \left( \frac{N_d^{(2)}}{n_i} \right) = 7.4 \cdot 10^{14} \cdot \ln \left( \frac{9.7 \cdot 10^{15}}{1.4 \cdot 10^{10}} \right) = 7.4 \cdot 10^{14} \cdot \ln(6.9 \cdot 10^5) =$$

$$= 7.4 \cdot 10^{14} \cdot [\ln(6.9) + 5 \cdot 2.3] \approx 7.4 \cdot 10^{14} \cdot [1.85 + 11.5] = 9.9 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}.$$

Теперь точность вычисления можно считать достаточной. Окончательно можно считать, что уровень легирования полупроводника составляет  $1.0 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .



**Задача 3.** Определить концентрацию заряженной примеси в диэлектрике МДП-структуры, изготовленной из кремния  $n$  - типа с концентрацией донорной примеси  $N_D = 1.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и площадью никелевого электрода  $S = 7.5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик толщиной  $d = 0.1 \text{ мкм}$  изготовлен из  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , а электростатический потенциал состояния плоских зон в структуре составляет  $-0.5 \text{ В}$ .

**Решение.** Неизвестную концентрацию примесных ионов в диэлектрике  $N_D$  найдем в предположении их однократной ионизации (каждый ион примеси потерял или захватил один электрон) из фиксированного заряда диэлектрика  $Q^0$ , определяемого выражением (11.6)

$$N_D = \frac{Q^0}{q} = \frac{C_d}{q} \left\{ V^0 - \Delta\Phi \right\} = \frac{C_d}{q} \left\{ V^0 - [\Phi_P - \Phi_M] \right\} \quad (11.25)$$

Фигурирующая в выражении (11.25) работа выхода из полупроводника  $\Phi_P$  определяется его электронным сродством  $X$  и энергетическим зазором между дном зоны проводимости  $E_C = \Delta E_g$  (как и в предыдущих задачах, энергия уровней отсчитывается от потолка валентной зоны) и уровнем Ферми  $E_F$

$$\begin{aligned} \Delta E_F &= \Delta E_g - E_F = \Delta E_g - E_i - kT \ln \left( \frac{N_D}{n_i} \right) = \\ &= E_i - kT \ln \left( \frac{N_D}{n_i} \right) \end{aligned}$$

Окончательно выражение для определения концентрации заряженной примеси в диэлектрике примет вид:

$$\begin{aligned}
N_D &= \frac{Q^0}{q} = \frac{C_D}{q} \left\{ V^0 - \Delta\Phi \right\} = \frac{C_D}{q} \left\{ V^0 - [\Phi_P - \Phi_M] \right\} = \\
&= \frac{C_D}{q} \left\{ V^0 - \left[ X + \frac{1}{q} \left( \Delta E_g - E_i - kT \ln \left( \frac{N_D}{n_i} \right) \right) - \Phi_M \right] \right\} = \quad (11.26) \\
&= \frac{C_D}{q} \left\{ V^0 - \left[ X + \frac{1}{q} \left( E_i - kT \ln \left( \frac{N_D}{n_i} \right) \right) - \Phi_M \right] \right\}.
\end{aligned}$$

Ясно, что определяемая по данному выражению концентрация при численных оценках должна браться по модулю. Знак же укажет на заряд примеси, находящейся в диэлектрике (положительный или отрицательный).

Приступим к численным оценкам. Для расчета емкости диэлектрика по выражению (11.13) необходимо знать диэлектрическую проницаемость  $Si_3N_4$ . Возьмем ее из справочника:  $\epsilon_D(Si_3N_4) = 5.5$ . Выразив остальные параметры диэлектрика в сантиметрах, подставим их в выражение (11.13). Тогда

$$C_D = \frac{\epsilon_D \epsilon_0 S}{d} = \frac{5.5 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot 7.5 \cdot 10^{-3}}{10^{-5}} = 365 \cdot 10^{-12} \text{ Ф.}$$

Расчет концентрации примеси по выражению (11.26) дает

$$\begin{aligned}
N_D &= - \frac{365 \cdot 10^{-12}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \\
&\cdot \left\{ 0.5 + \left[ 4.05 + \left( 0.66 - \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln \left( \frac{1.4 \cdot 10^{13}}{1.4 \cdot 10^{10}} \right) \right) - 4.55 \right] \right\} = \\
&= -2.28 \cdot 10^7 \left\{ 0.66 - 0.025 \cdot \ln(10^3) \right\} = 2.28 \cdot 10^7 (0.66 - 0.075 \cdot \ln(10)) = \\
&= 2.28 \cdot 10^7 (0.66 - 2.3 \cdot 0.075) = -2.28 \cdot 10^7 (0.66 - 0.17) = \\
&= -2.28 \cdot 10^7 \cdot 0.48 = -1.11 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}
\end{aligned}$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос таков: в диэлектрике МДП-структуры находится примерно  $10^7 \text{ см}^{-3}$  отрицательно заряженных ионов примеси.

**Задача 4.** Определить величину фотоэдс МДП структуры, изготовленной из кремния  $n$ -типа с площадью полевого  $S = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  при значении поверхностного потенциала  $y_s = -8$ , если емкость структуры в режиме плоских зон составляет  $C_s^0 = 250 \text{ пФ}$ , емкость диэлектрика  $C_d = 420 \text{ пФ}$ , а уровень инжекции неосновных носителей заряда за счет освещения составляет  $\frac{\delta p}{n_i} = 0,05$ .

**Решение.** Для расчета величины фотоэдс в режиме обеднения - инверсии воспользуемся формулой (11.11)

$$U_{\text{фэ}}(y_s) = \frac{kT}{q} \cdot \lambda^{-1} \cdot \frac{\exp(-y_s)}{\exp(-y_s) + \lambda^{-2}} \cdot \frac{\delta p}{n_i}, \quad (11.27)$$

в которой неизвестной величиной является только параметр легирования полупроводника

$$\lambda = \frac{n_i}{N_d}.$$

Поэтому задача сводится к определению концентрации доноров, что можно сделать из значения емкости плоских зон

$$C^0 = \frac{C_d \cdot C_s^0}{C_d - C_s^0} = \frac{\epsilon_s \epsilon_0}{L_D}. \quad (11.28)$$

Расписав выражение для дебаевской длины, найдем концентрацию донорной примеси

$$N_d = \frac{kT}{q^2 \cdot \epsilon_s \epsilon_0} (C^0)^2. \quad (11.29)$$

Начнем численные расчеты с вычисления емкости плоских зон по левой части выражения (11.28)

$$C^0 = \frac{420 \cdot 10^{-12} \cdot 250 \cdot 10^{-12}}{420 \cdot 10^{-12} - 250 \cdot 10^{-12}} = \frac{105000}{170} 10^{-12} = 618 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}$$

Подставим найденное значение в выражение (11.29)

$$\begin{aligned} N_d &= \frac{kT}{q^2 \cdot \epsilon_s \epsilon_0} (C^0)^2 = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2.56 \cdot 10^{-38} \cdot 11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14}} 3.8 \cdot 10^{-20} = \\ &= \frac{4.14 \cdot 10^{-21}}{256 \cdot 10^{-52}} 3.8 \cdot 10^{-20} = \frac{4.14 \cdot 10^{32}}{2.56} 3.8 \cdot 10^{-20} = 6.2 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3} . \end{aligned}$$

Теперь воспользуемся найденным значением концентрации доноров, чтобы найти величину, обратную параметру легирования полупроводника

$$\lambda^{-1} = \frac{N_d}{n_i} = \frac{6.2 \cdot 10^{11}}{1.4 \cdot 10^{10}} = 4.4 \cdot 10^1 .$$

Подставим найденное значение параметра легирования, а также величину поверхностного потенциала и уровень инжекции в выражение для фотоэдс в МДП-структуре (11.29)

$$\begin{aligned} U_{фэ}(y_s) &= \frac{kT}{q} \cdot \lambda^{-1} \cdot \frac{\exp(-y_s)}{\exp(-y_s) + \lambda^{-2}} \cdot \frac{\delta p}{n_i} = \\ &= \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot 4.4 \cdot 10^1 \cdot \frac{\exp(4)}{\exp(4) + 1936} \cdot 0.05 = \\ &= 2.59 \cdot 10^{-2} \cdot 44 \cdot \frac{53.14}{53.14 + 1936} \cdot 0.05 = 114 \cdot 0.003 \cdot 0.05 = 14.8 \cdot 10^3 \text{ В} . \end{aligned}$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос будет: величина фотоэдс составит 14.8 мВ.

**Задача 5.** Определить величину поверхностного потенциала  $y_s$  кремниевого образца с концентрацией донорной примеси  $N_d = 1.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,

если известно, что его освещение светом с уровнем инжекции  $\delta = 7.0 \cdot 10^{-5}$  создает поверхностную фотоэдс величиной  $U_{фэ} = 4.9 \cdot 10^{-3}$  В.

**Решение.** Для решения поставленной задачи необходимо воспользоваться выражением (11.11) для поверхностной фотоЭДС

$$U_{фэ}(y_s) = \frac{kT}{q} \cdot \lambda^{-1} \cdot \frac{\exp(-y_s)}{\exp(-y_s) + \lambda^{-2}} \cdot \delta,$$

в котором отыскиваемая величина стоит в показателе экспоненты в числителе и знаменателе. Решив данное выражение относительно поверхностного потенциала, получим:

$$y_s = -\ln \left( \lambda^{-2} \cdot \frac{\frac{qU_{фэ}}{kT} \cdot \frac{\lambda}{\delta}}{1 - \frac{qU_{фэ}}{kT} \cdot \frac{\lambda}{\delta}} \right) = 2 \cdot \ln(\lambda) - \ln \left( \frac{\frac{qU_{фэ}}{kT} \cdot \frac{\lambda}{\delta}}{1 - \frac{qU_{фэ}}{kT} \cdot \frac{\lambda}{\delta}} \right).$$

Вычислим отдельно второе слагаемое в знаменателе натурального логарифма

$$\begin{aligned} \frac{qU_{фэ}}{kT} \cdot \frac{\lambda}{\delta} &= \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 4.9 \cdot 10^{-3}}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \cdot \frac{1.4 \cdot 10^{10}}{7 \cdot 10^{-5}} = \frac{7.84 \cdot 10^{-22}}{4.14 \cdot 10^{-21}} \cdot \frac{10^{-4}}{0.7 \cdot 10^{-4}} = \\ &= 0.189 \cdot 1.43 = 0.27. \end{aligned}$$

Теперь в это выражение подставим численные значения и получим:

$$\begin{aligned} y_s &= 2 \cdot \ln \left( \frac{1.4 \cdot 10^{10}}{1.4 \cdot 10^{13}} \right) - \ln \left( \frac{0.27}{1 - 0.27} \right) = 2 \cdot \ln(10^{-3}) - \ln \left( \frac{0.27}{0.73} \right) = \\ &= -6 \cdot \ln(10) + \ln \left( \frac{0.73}{0.27} \right) = -6 \cdot 2.3 + \ln(2.7) \approx -13.8 + 1.0 = -12.8 \end{aligned}$$

Таким образом, ответ на поставленный вопрос будет таков: поверхностный потенциал в кремнии будет  $y_s = -12.8$ . Он по модулю меньше потенциала начала сильной инверсии, равного  $y_{inv} = 2 \cdot \ln(\lambda)$ . Следовательно,

поверхность полупроводника находится в режиме инверсии, но сильная инверсия не достигнута.

### 11.3 ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

1. Определить коэффициент перекрытия емкости варикапа, изготовленного из МДП-структуры на основе германия  $n$ - типа с концентрацией донорной примеси  $N_d = 2.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  площадью полевого электрода  $S = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что в качестве диэлектрического материала использован оксинитрид кремния  $Si_3N_4$  толщиной  $0.1 \text{ мкм}$ .

2. Определить коэффициент перекрытия емкости варикапа, изготовленного из МДП-структуры на основе арсенида галлия  $n$ - типа с концентрацией донорной примеси  $N_d = 3.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  площадью полевого электрода  $S = 4.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что в качестве диэлектрического материала использована двуокись кремния  $SiO_2$  толщиной  $0.1 \text{ мкм}$ .

3. Определить коэффициент перекрытия емкости варикапа, изготовленного из МДП-структуры на основе кремния  $p$ - типа с концентрацией акцепторной примеси  $N_a = 3.8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  площадью полевого электрода  $S = 5.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что в качестве диэлектрического материала использована двуокись кремния  $SiO_2$  толщиной  $0.1 \text{ мкм}$ .

4. Определить коэффициент перекрытия емкости варикапа, изготовленного из МДП-структуры на основе германия  $n$ - типа с концентрацией донорной примеси  $N_d = 4.8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  площадью полевого электрода

$S = 3.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что в качестве диэлектрического материала использован двойной диэлектрик, составленный из двуокиси кремния  $\text{SiO}_2$  толщиной 0.4 мкм и оксинитрида кремния  $\text{Si}_3\text{N}_4$  толщиной 0.6 мкм.

5. Определить минимальную емкость варикапа, изготовленного из МДП-структуры на основе германия  $p$ - типа с концентрацией акцепторной примеси  $N_a = 4.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  площадью полевого электрода  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что в качестве диэлектрического материала использован двойной диэлектрик, составленный из двуокиси кремния  $\text{SiO}_2$  толщиной 0.25 мкм и оксинитрида кремния  $\text{Si}_3\text{N}_4$  толщиной 0.55 мкм.

6. Определить концентрацию акцепторной примеси в кремниевой МДП-структуре с площадью металлического электрода  $S = 7.5 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик структуры изготовлен из диэлектрических слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  толщиной 0.3 мкм и 0.8 мкм соответственно, а экспериментально найденная минимальная емкость МДП-структуры составляет  $C_{min} = 125 \text{ пФ}$ .

7. Определить концентрацию донорной примеси в германиевой МДП-структуре с площадью металлического электрода  $S = 2.4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик структуры толщиной  $d = 0.1 \text{ мкм}$  изготовлен из диэлектрических слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  одинаковой толщины, а экспериментально найденная минимальная емкость составляет  $C_{min} = 215 \text{ пФ}$ .

8. Определить концентрацию донорной примеси в арсенид-галлиевой МДП-структуре с площадью металлического электрода  $S = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик структуры изготовлен из диэлектрических слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  толщиной 0.3 мкм и 0.8 мкм соответственно, а экспериментально найденная минимальная емкость составляет  $C_{min} = 305 \text{ пФ}$ .

9. Определить концентрацию акцепторной примеси в арсенид-галлиевой МДП-структуре с площадью металлического электрода  $S = 3.4 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик структуры изготовлен из диэлектрических слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  толщиной 0.2 мкм и 0.5 мкм соответственно, а экспериментально найденная минимальная емкость составляет  $C_{\min} = 225 \text{ пФ}$ .

10. Определить концентрацию заряженной примеси в диэлектрике МДП-структуры, изготовленной из кремния  $p$ -типа с концентрацией акцепторной примеси  $N_a = 1.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и площадью никелевого электрода  $S = 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик толщиной  $d = 0.07 \text{ мкм}$  изготовлен из  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , а электростатический потенциал состояния плоских зон в структуре составляет  $-0.6 \text{ В}$ .

11. Определить концентрацию заряженной примеси в диэлектрике МДП-структуры, изготовленной из германия  $p$ -типа с концентрацией акцепторной примеси  $N_a = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и площадью никелевого электрода  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик толщиной  $d = 0.87 \text{ мкм}$  изготовлен из  $\text{SiO}_2$ , а электростатический потенциал состояния плоских зон в структуре составляет  $+0.2 \text{ В}$ .

12. Определить концентрацию заряженной примеси в диэлектрике МДП-структуры, изготовленной из германия  $n$ -типа с концентрацией донорной примеси  $N_d = 5.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  и площадью никелевого электрода  $S = 0.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик структуры изготовлен из диэлектрических слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  толщиной 0.3 мкм и 0.5 мкм, а электростатический потенциал состояния плоских зон в структуре составляет  $-0.6 \text{ В}$ .



13. Определить концентрацию заряженной примеси в диэлектрике МДП-структуры, изготовленной из арсенида галлия  $n$ -типа с концентрацией акцепторной примеси  $N_a = 3.8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и площадью никелевого электрода  $S = 0.75 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ , если известно, что диэлектрик структуры изготовлен из диэлектрических слоев  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Si}_3\text{N}_4$  толщиной  $0.4 \text{ мкм}$  и  $0.8 \text{ мкм}$ , а электростатический потенциал состояния плоских зон в структуре составляет  $1.2 \text{ В}$ .

14. Определить величину фотоэдс МДП структуры, изготовленной из кремния  $p$ -типа с площадью полевого  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  при значении поверхностного потенциала  $y_s = -10$ , если емкость структуры в режиме плоских зон составляет  $C_s^0 = 225 \text{ пФ}$ , емкость диэлектрика  $C_d = 452 \text{ пФ}$ , а уровень инжекции неосновных носителей заряда за счет освещения составляет  $\frac{\delta p}{n_i} = 0,01$ .

15. Определить величину фотоэдс МДП структуры, изготовленной из арсенида галлия  $n$ -типа с площадью полевого  $S = 1.25 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  при значении поверхностного потенциала  $y_s = -7$ , если емкость структуры в режиме плоских зон составляет  $C_s^0 = 120 \text{ пФ}$ , емкость диэлектрика  $C_d = 520 \text{ пФ}$ , а уровень инжекции неосновных носителей заряда за счет освещения составляет  $\frac{\delta p}{n_i} = 0,025$ .

16. Определить величину фотоэдс МДП - структуры, изготовленной из германия  $n$ -типа с площадью полевого  $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$  при значении поверхностного потенциала  $y_s = -15$ , если емкость структуры в режиме плоских зон составляет  $C_s^0 = 325 \text{ пФ}$ , емкость диэлектрика  $C_d = 550 \text{ пФ}$ , а

уровень инжекции неосновных носителей заряда за счет освещения составляет

$$\frac{\delta p}{n_i} = 0,01.$$

17. Определить величину поверхностного потенциала  $y_S$  германиевого образца с концентрацией донорной примеси  $N_D = 2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , если известно, что его освещение светом с уровнем инжекции  $\delta = 1.5 \cdot 10^{-3}$  создает поверхностную фотоэдс величиной  $U_{фэ} = 2.2 \cdot 10^{-3} \text{ В}$ .

18. Определить величину поверхностного потенциала  $y_S$  арсенид -галлиевого образца с концентрацией донорной примеси  $N_D = 2.0 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ , если известно, что его освещение светом с уровнем инжекции  $\delta = 3.2 \cdot 10^{-4}$  создает поверхностную фотоэдс величиной  $U_{фэ} = 7.2 \cdot 10^{-3} \text{ В}$ .

19. Определить поверхностную проводимость в МДП-структуре, изготовленной из кремния  $n$ -типа с уровнем легирования  $N_D = 1.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , если известно, что приложенное к полевому электроду отрицательное постоянное напряжение обеспечивает поверхностный потенциал, равный  $y_S = -15$ .

*Рекомендация: при вычислении по выражениям (11.19) избытков концентраций электронов и дырок в поверхностном слое воспользоваться процедурой интегрирования, имеющейся в пакете «MathCad».*

20. Определить поверхностную проводимость в МДП-структуре, изготовленной из германия  $n$ -типа с уровнем легирования  $N_D = 2.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , если известно, что приложенное к полевому электроду отрицательное постоянное напряжение обеспечивает поверхностный потенциал, равный  $y_S = -12$ .

*Рекомендация: при вычислении по выражениям (11.19) избытков концентраций электронов и дырок в поверхностном слое воспользоваться процедурой интегрирования, имеющейся в пакете «MathCad».*

## 12. «ЖИДКИЕ КРИСТАЛЛЫ В ОПТОЭЛЕКТРОНИКЕ»

### 12.1. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ

Жидкие кристаллы – это специфическое агрегатное состояние некоторых органических веществ, в котором они одновременно проявляют свойства жидкости и кристалла. При плавлении кристаллы этих веществ образуют жидкокристаллическую фазу, отличающуюся от обычных жидкостей: она существует в узком температурном диапазоне, вне которого имеем кристалл или изотропную жидкость. Обязательным свойством жидких кристаллов является наличие порядка в пространственной ориентации молекул.

Все известные в настоящее время жидкие кристаллы составлены из одного сорта молекул, которые имеют стержнеобразную форму либо вид вытянутой спирали. В зависимости от характера упорядочения длинных осей молекул в слое жидкие кристаллы разделяют на нематики, смектики и холестерики. Рассмотрим внутреннюю структуру жидких кристаллов и пространственное расположение их молекул.

**Нематики.** Молекулы нематического кристалла можно представить в виде стержней, т.к. они имеют длину во много раз больше толщины. Тогда структура нематика будет представлять собой «жидкость одинаково ориентированных стержней» (см. рис. 11, а, б). В твердом состоянии молекулы кристалла строго ориентированы в пространстве (рис. 11, а). В жидкокристаллическом состоянии молекулы разбросаны по жидкому кристаллу хаотически, они могут перемещаться под действием температуры в любую сторону. Относительный порядок существует только в ориентации длинных

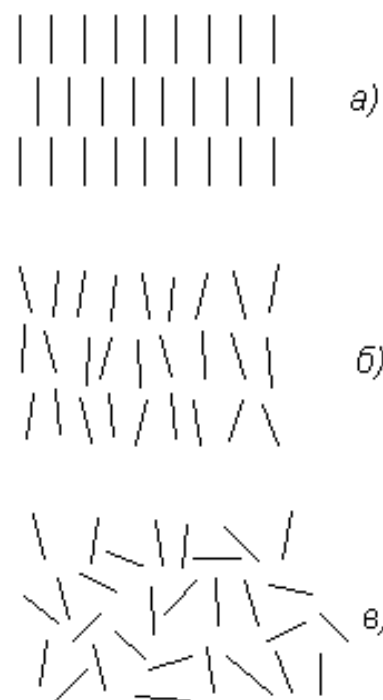


Рис. 11

осей молекул. Под действием температуры длинные оси молекул совершают угловые колебания относительно среднего своего положения, амплитуда которых возрастает при приближении к температуре фазового перехода (рис. 11, б). После точки фазового перехода «жидкий кристалл – изотропная жидкость» упорядочение разрушается тепловым движением молекул (рис. 11, в).

Для характеристики ориентационного порядка молекул жидкого кристалла вводится вектор единичной длины  $\bar{n}$ , называемый директором, направление которого указывает направление преимущественной ориентации длинных осей молекул. Однако этой характеристики недостаточно для полного описания структурного состояния жидкого кристалла. Действительно, совершая тепловые колебания относительно направления директора, молекулы могут отклоняться от него на больший или меньший угол в зависимости от температуры жидкого кристалла. Для характеристики среднего отклонения молекул от направления директора, вводится параметр порядка  $Q$ . Фактически это дисперсия случайной переменной – угла отклонения осей молекул.

**Смектики.** В них степень упорядочения молекул выше, чем в нематиках: помимо ориентационной упорядоченности молекул по всему объему существует упорядочение по слоям. В результате смектики организованы в слои одной толщины. Что же касается расположения центров тяжести молекул в пределах одного слоя, то оно такое же, как в нематике.

**Холестерики.** Локально холестерический кристалл устроен как и нематик. Отличие холестерика от нематика проявляется в больших, по сравнению с молекулярными размерами, масштабах. Эти отличия связаны с тем, что в нем молекулы образуют холестерическую спираль: существует такое направление, называемое холестерической осью, вдоль которого регулярным образом изменяется ориентация директора. Директор перпендикулярен этой оси и вращается вокруг нее. Угол поворота линейно связан с расстоянием  $z$

вдоль холестерической оси. Расстояние, на котором директор поворачивается на  $360^\circ$ , называется шагом холестерической спирали.

## Ориентационные эффекты в жидких кристаллах

**Нематики.** В практических и научных исследованиях используют две основные ориентации молекул нематика: вдоль поверхности и перпендикулярно ей. В соответствии с этим используют два типа жидкокристаллических ячеек, показанных на рис. 12. Здесь 1 – верхняя опорная поверхность ячейки, 2 –

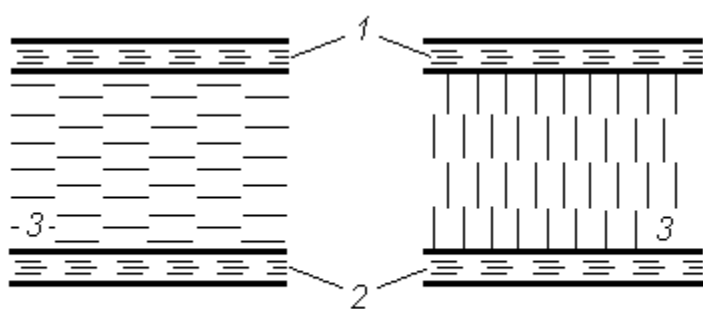


Рис.12

нижняя опорная поверхность, которые обычно изготавливают из прозрачного стекла. Пленка нематика –3 помещается между опорными поверхностями. Ячейку, показанную в левой части рис. 12, называют

планарной, а показанную в правой части – гомеотропной. Для получения планарной ячейки внутренние поверхности стекол, контактирующие с жидким кристаллом, подвергают механической шлифовке в одном направлении, в результате которой на поверхности стекла создаются микроборозды. Молекулы нематика «ложатся» в эти борозды, образуя строго ориентированный поверхностный слой нематика планарной структуры. Ввиду действия сил связи молекулы соседних слоев перенимают ориентацию граничного слоя, передавая ее в объем жидкого кристалла. Поэтому существует некоторое расстояние, при удалении на которое от поверхности ориентирующее действие опорной поверхности и разориентирующее влияние упругих сил уравновешивают друг друга. Это расстояние называется когерентной длиной и для типичных жидких кристаллов составляет величину единицы микрон.

Для получения гомеотропной ячейки внутренние поверхности стекол обрабатывают в поверхностно-активном веществе. Молекулы этого вещества

имеют вытянутую форму и при обработке одним концом «приклеиваются» к обрабатываемым поверхностям. Молекулы жидкого кристалла входят в пространство между молекулами поверхностно-активного вещества, ориентируясь перпендикулярно поверхности ячейки.

**Переход Фредерикса.** Для технических применений жидких кристаллов важной является возможность изменять ориентацию молекул путем приложения, например, электрического поля, которое обычно прикладывают перпендикулярно поверхностям ячеек. Эффект изменения ориентации молекул нематика во внешнем электрическом поле с планарной на гомеотропную (или наоборот) называют переходом Фредерикса, который имеет пороговый характер: как только величина электрического поля достигнет критического значения, все молекулы нематика меняют свою ориентацию. Критическое значение электрического поля вычисляется по следующей формуле:

$$E_c = \frac{\pi}{d} \left( \frac{4\pi K}{\Delta\varepsilon} \right)^{1/2},$$

где  $d$  – толщина слоя жидкого кристалла;  $K$  – его коэффициент упругости;  $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{||} - \varepsilon_{\perp}$  – анизотропия диэлектрической проницаемости жидкого кристалла.

Здесь  $\varepsilon_{||}$  – диэлектрическая проницаемость жидкого кристалла, когда поляризация света параллельна директору,  $\varepsilon_{\perp}$  – диэлектрическая проницаемость жидкого кристалла, когда поляризация света перпендикулярна директору. Из этого выражения следует, что критическое напряжение, прикладываемое к слою нематика для его переориентации, не зависит от его толщины  $d$ :

$$V_c = \pi \left( \frac{4\pi K}{\Delta\varepsilon} \right)^{1/2}. \quad (12.1)$$

Выше этого значения напряжения на ячейке изменения структуры быстро достигают насыщения: если продолжать увеличивать напряжение выше критического, то это практически не изменит состояние нематика.

Ориентационное действие электрического поля величиной  $E$  проявляется на протяжении электрической когерентной длины, отсчитываемой от опорной поверхности,

$$\lambda_k = \frac{1}{E} \left( \frac{4\pi K}{\Delta\varepsilon} \right)^{1/2}. \quad (12.2)$$

Используемые пленки нематика должны иметь толщину меньше двух значений электрической когерентной длины, что соответствует величине около десяти микрон.

**Холестерики.** Шаг холестерической спирали чувствителен к электрическому полю, магнитному полю, температуре, химическим примесям на поверхности холестерика, радиационному излучению и т.д.: при приложении, например, электрического поля шаг спирали увеличивается с ростом величины поля. При приближении к некоторому пороговому значению электрического поля (обычно это поле достигается при напряжении в несколько вольт) шаг холестерической спирали увеличивается, а при пороговом поле

$$E_p = \left( \frac{\pi^2}{2\rho_0} \right) \cdot \left( \frac{4\pi K}{\Delta\varepsilon} \right)^{1/2} \quad (12.3)$$

спираль распрямляется. При этом холестерик переходит в нематик. Здесь  $\rho_0$  – шаг холестерической спирали в отсутствие воздействия. Его обычно выбирают в области длин волн видимого излучения и, следовательно, в десятки раз меньше толщины слоя жидкого кристалла. Поэтому значение  $E_p$  оказывается обычно больше, чем поле, необходимое для перехода Фредерикса. При приложении электрического поля, когда шаг спирали  $\rho$  не превышает  $\rho_0$  на несколько процентов:  $\rho < 1.05\rho_0$ , величину шага можно оценить, воспользовавшись следующим аппроксимационным выражением:



$$\frac{\rho}{\rho_0} \approx 1 + \frac{1}{32} \left( \frac{2 E_p}{\pi E} \right)^{-4}. \quad (12.4)$$

В ряде практических задач необходимо рассчитать величину электрического поля, необходимого для получения требуемого значения шага спирали. Выполненное для этого обращение выражения (12.4) относительно  $E$  дает:

$$\frac{E}{E_p} \approx \frac{2}{\pi} \cdot 4 \sqrt[4]{32 \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)} \quad (12.5)$$

В случае когда в результате действия электрического поля шаг холестерической спирали изменяется от десяти процентов и выше ( $\rho > 1.05 \cdot \rho_0$ ), т.е. вблизи критического значения электрического поля  $E_p$ , зависимость шага спирали  $\rho$  от приложенного электрического поля  $E$  оказывается резкой и описывается с помощью выражения

$$\frac{\rho}{\rho_0} \approx \frac{4}{\pi^2} \ln \left( \frac{4 E_p}{\sqrt{E_p^2 - E^2}} \right). \quad (12.6)$$

Для решения задач зачастую необходимо найти величину прикладываемого электрического поля по известному значению  $\rho$ , что можно сделать преобразованием выражения (12.6), выразив  $E$  как функцию от  $\rho$ :

$$\frac{E}{E_p} \approx \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot \exp \left( \frac{4 \rho_0}{\pi^2 \rho} \right)}. \quad (12.7)$$

Если продолжать увеличивать напряжение на пленке холестерика выше значения, задающего критическое поле  $E_p$ , то можно обнаружить те же структурные преобразования, что и у нематика.

## Оптические свойства жидких кристаллов

**Нематики.** Нематик является оптически одноосным кристаллом, оптическая ось которого совпадает с направлением директора. Поэтому оптические свойства планарной и гомеотропной структур различные. В ячейке с гомеотропной структурой свет распространяется вдоль оптической оси (вдоль директора), поэтому, как во всяком одноосном кристалле, в этом случае оптические характеристики ячейки не зависят от поляризации света. При падении же света на ячейку с планарной структурой прохождение света сквозь нее зависит от поляризации падающего света: без изменения поляризации в ней распространяется только свет, вектор электрической индукции в котором перпендикулярен директору.

Используя поляроидные пленки, нанесенные на опорные поверхности, можно сделать гомеотропную структуру непрозрачной для света, скрестив верхний и нижний поляроиды в оптической ячейке (рис.12). Планарная структура при таком же положении поляроидов пропускает свет, если ориентация поляроида не совпадает с направлением директора. Отсюда следует принцип, на основе которого с помощью жидкокристаллической ячейки можно отображать информацию, – путем прикладываемого напряжения переводить планарную текстуру в гомеотропную и обратно. В нематике с  $\Delta\epsilon < 0$  фазовая скорость света, поляризованного перпендикулярно направлению директора, оказывается меньше фазовой скорости света, поляризованного в направлении директора. Переход Фредерикса, в котором при отсутствии поля нематик с  $\Delta\epsilon > 0$  образует планарную текстуру, а при наложении поля переходит в гомеотропную, принято называть *S*-эффектом. В *B*-эффекте в качестве исходной ориентации используется гомеотропная, а поле переводит ее в планарную. Для этого требуется нематик с отрицательной диэлектрической анизотропией  $\Delta\epsilon < 0$ .

**Холестерики.** Этот тип жидких кристаллов характеризуется спиральным поведением директора вдоль толщины слоя холестерика. Но с изменением

направления директора изменяется диэлектрическая проницаемость. Поэтому по толщине кристалла значение диэлектрической проницаемости периодически изменяется от  $\varepsilon_{\parallel}$  – диэлектрическая проницаемость, когда поляризация света параллельна директору, до  $\varepsilon_{\perp}$  – диэлектрическая проницаемость, когда поляризация света перпендикулярна директору. В холестерике периодом служит не шаг спирали  $\rho_0$ , на котором директор совершает оборот на  $2\pi$ , а  $\rho_0/2$ , так как ориентации директора  $\bar{n}$  и  $-\bar{n}$  эквивалентны и период диэлектрических свойств холестерика оказывается вдвое меньше, чем расстояние, на котором директор совершает полный оборот. Поэтому оказывается, что диэлектрические свойства холестерика периодичны вдоль холестерической спирали с периодом  $d = \rho_0/2$ . По этой причине оптические свойства холестерика в указанном направлении можно представить как результат действия чередующихся слоев с различными значениями диэлектрической проницаемости:  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$ .

Если на такую структуру под определенным углом падения падает белый свет (т.е. излучение с широким диапазоном значений длин волн), то в отраженном свете будет иметь место дифракция, полученная от оптического излучения только одной длины волны  $\lambda$  из всех. Внешне это будет выглядеть как окрас слоя холестерика в цвет длиной  $\lambda$ . Условия дифракции белого света на холестерике аналогичны условиям наблюдения хорошо известной в классической оптике дифракции Вульфа-Брэгга:

$$2 \sin \theta = \frac{m\lambda}{d}, \quad (12.8)$$

где  $\theta$  - угол падения белого света на поверхность пленки холестерика, отсчитываемый от поверхности;  $m$  - целое число, показывающее порядок дифракции;  $\lambda$  - длина волны дифрагированного света;  $d$  - толщина одного слоя пленки, составленной из многих слоев. В оптических ячейках обычно используется дифракционное отражение при  $\theta = \pi/2$ , что соответствует

распространению отраженного света в направлении, перпендикулярном падающему.

Шаг спирали холестерика легко изменить, нагревая холестерик, помещая в электрическое или магнитное поле и т.д., что позволяет управлять в широких пределах цветом оптической ячейки изменением, например, величины внешнего электрического поля.

## 12.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

**Задача 1.** Определить величину минимального напряжения, которое необходимо приложить к слою нематика для получения перехода Фредерикса в нем, если известно, что величина оптической анизотропии  $\Delta\varepsilon = 4.2$ , а модуль упругости  $K = 1.7 \cdot 10^{-6}$  дин.

**Решение.** Для решения задачи воспользуемся выражением (12.1)

$$V_C = \pi \left( \frac{4\pi K}{\Delta\varepsilon} \right)^{1/2}.$$

Будем решать задачу в системе СГСЕ, а полученный результат переведем в систему СИ. Подстановка в данное выражение численных значений параметров жидкого кристалла дает величину напряжения перехода Фредерикса:

$$\begin{aligned} V_C &= 3.14 \sqrt{\frac{4 \cdot 3.14 \cdot 1.7 \cdot 10^{-6}}{4.2}} = 3.14 \sqrt{\frac{21.4}{4.2} \cdot 10^{-6}} = \\ &= 3.14 \sqrt{5.1} \cdot 10^{-3} \approx 7.1 \cdot 10^{-3} \text{ ед. СГСЕ.} \end{aligned}$$

Для перевода единиц СГСЕ в систему СИ воспользуемся переводным коэффициентом:  $1 \text{ В} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ ед. СГСЕ}$ . Поэтому окончательное значение критического значения напряжения, начиная с которого совершается переход Фредерикса, равно  $2.4 \text{ В}$ .

**Задача 2.** Определить величину электрической когерентной длины в нематическом жидком кристалле МББА, имеющем значения диэлектрической проницаемости перпендикулярно и параллельно длинной оси  $\varepsilon_{\perp} = 5.4$ ,  $\varepsilon_{\parallel} = 4.7$  соответственно, коэффициент упругости  $K = 5 \cdot 10^{-6}$  дин, если к нематику приложено электрическое поле величиной  $E = 3 \cdot 10^1$  ед. СГСЕ.

**Решение.** Для решения задачи используем выражение (12.2)

$$\lambda_k = \frac{1}{E} \left( \frac{4\pi K}{\Delta\varepsilon} \right)^{1/2}.$$

Подставим в это выражение численные значения параметров жидкого кристалла и величину приложенного электрического поля, тогда получим:

$$\lambda_k = \frac{1}{3 \cdot 10^1} \sqrt{\frac{4 \cdot 3.14 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{0.7}} = \frac{9.5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^1} \approx 3.2 \cdot 10^{-4} \text{ см.}$$

Таким образом, ответ на поставленный вопрос таков: при заданном электрическом поле в нематическом жидком кристалле МББА электрическая когерентная длина равна **3.2 мкм**.

**Задача 3.** Определить величину электрического поля, при котором распрямляется холестерическая спираль жидкого кристалла, если известно, что величина оптической анизотропии  $\Delta\varepsilon = 4.2$ , шаг холестерической спирали в отсутствие электрического поля составлял  $\rho_0 = 0.50$  мкм, а модуль упругости равен  $K = 1.7 \cdot 10^{-6}$  дин.

**Решение.** Для решения этой задачи воспользуемся выражением (12.3)

$$E_p = \left( \frac{\pi^2}{2\rho_0} \right) \cdot \left( \frac{4\pi \cdot K}{\Delta\varepsilon} \right)^{1/2}.$$

Решая задачу в системе СГСЕ, выразим шаг холестерической спирали в сантиметрах:

$$\rho_0 = 0.50 \cdot 10^{-4} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см.}$$

Подставим в исходное выражение параметры холестерика, тогда получим:

$$E_p \approx \frac{10}{2.5 \cdot 10^{-5}} \cdot \sqrt{5.1} \cdot 10^{-3} = 2.4 \cdot 10^2 \text{ ед. СГСЕ.}$$

Переведем полученный результат в систему СИ, разделив его на переводной коэффициент  $3 \cdot 10^{-3}$ . В итоге ответ на поставленный вопрос будет звучать

так: величина распрямляющего холестерическую спираль электрического поля равна  $8 \cdot 10^4 \text{ В/см}$ .

**Задача 4.** Определить величину электрического поля, которое необходимо приложить к холестерическому жидкому кристаллу для того, чтобы при перпендикулярном падении белого света в отраженном свете изготовленная из него пленка сменила свой цвет с желтого на красный. Считать, что величина оптической анизотропии кристалла  $\Delta\varepsilon = 4.2$ , а модуль упругости равен  $K = 1.7 \cdot 10^{-6}$  дин.

**Решение.** Как указано в теоретической части данного раздела, белый свет дифрагирует на многих слоях, образованных параллельной и перпендикулярной ориентацией директора, и потому при перпендикулярном падении света пленка приобретает цвет, длина волны которого удовлетворяет условию (12.8) при  $\theta = \pi/2$ . Следовательно, данная задача направлена на определение шага холестерической спирали при действии внешнего электрического поля. По условию задачи изменение шага спирали соответствует условию  $\rho > 1.05 \cdot \rho_0$ . Поэтому для решения воспользуемся выражением (12.7):

$$\frac{E}{E_\rho} \approx \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(\frac{4\rho_0}{\pi^2 \rho}\right)},$$

где  $E_\rho$  - электрическое поле, полностью распрямляющее спираль холестерика. В данном выражении известны все параметры, входящие в его правую часть:  $\rho_0 = 0.55 \text{ мкм}$ , что соответствует желтому цвету, и  $\rho = 0.64 \text{ мкм}$  соответствует красному цвету. Подставляя значения шага спирали до действия поля и при его наличии, получим

$$\frac{E}{E_p} \approx \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(\frac{4 \cdot 0.55}{10 \cdot 0.64}\right)} = \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot \exp\left(\frac{2.2}{6.4}\right)} = \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot \exp(0.34)} \approx$$

$$\approx \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot 1.4} = \sqrt{0.3} \approx 0.55.$$

Взяв из предыдущей задачи значение критического электрического поля  $E_p \approx 8 \cdot 10^4$  В/см, найдем требуемое электрическое поле:

$$E \approx 0.55 \cdot E_p = 0.55 \cdot 8 \cdot 10^4 = 4.4 \cdot 10^4 \text{ В/см.}$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос будет таков: для изменения цвета пленки холестерика от желтого до красного необходимо перпендикулярно её поверхности приложить электрическое поле величиной  $4.4 \cdot 10^4$  В/см.

### **12.3. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ**

1. Определить величину минимального напряжения, которое необходимо приложить к слою нематика МБА для получения перехода Фредерикса в нем, если известно, что величины диэлектрической проницаемости этого вещества вдоль оси молекулы и перпендикулярно ей при температуре  $22^0$  С равны  $\varepsilon_{||} = 4.7$ ,  $\varepsilon_{\perp} = 5.4$  соответственно, а модуль упругости  $K = 5.0 \cdot 10^{-6}$  дин.
2. Определить величину минимального напряжения, которое необходимо приложить к слою нематика ПАА для получения перехода Фредерикса в нем, если известно, что величины диэлектрической проницаемости этого вещества вдоль оси молекулы и перпендикулярно ей при температуре  $120^0$  С равны  $\varepsilon_{||} = 4.5$ ,  $\varepsilon_{\perp} = 4.8$  соответственно, а модуль упругости  $K = 9.3 \cdot 10^{-7}$  дин.
3. Определить величину минимального напряжения, которое необходимо



приложить к слою нематика для получения перехода Фредерикса в нем, если известно, что величины диэлектрической проницаемости этого вещества вдоль оси молекулы и перпендикулярно ей при температуре  $27^0 \text{ C}$  равны  $\varepsilon_{//} = 3.4$ ,  $\varepsilon_{\perp} = 4.9$  соответственно, а модуль упругости  $K = 7.8 \cdot 10^{-7}$  дин.

4. Определить величину модуля упругости нематика, если известно, что величины диэлектрической проницаемости этого вещества вдоль оси молекулы и перпендикулярно ей при температуре  $143^0 \text{ C}$  равны  $\varepsilon_{//} = 5.7$ ,  $\varepsilon_{\perp} = 3.4$  соответственно, а напряжение перехода Фредерикса в нем составляет  $1.4 \text{ В}$ .

5. Какую оптическую ячейку на основе пленки нематика МББА необходимо использовать для создания затвора оптического излучения на эффекте Фредерикса, если известно, что параметры вещества таковы: величины диэлектрической проницаемости этого вещества вдоль оси молекулы и перпендикулярно ей равны  $\varepsilon_{//} = 4.7$ ,  $\varepsilon_{\perp} = 5.4$  соответственно, а модуль упругости  $K = 5.0 \cdot 10^{-6}$  дин. Опишите конструкцию (планарная или гомеотропная топология, есть ли поляризаторы и отражающие пленки, их расположение) и работу этой ячейки.

6. Какую оптическую ячейку на основе пленки нематика необходимо использовать для создания устройства отображения информации на эффекте Фредерикса, если известно, что параметры вещества таковы: величины диэлектрической проницаемости этого вещества вдоль оси молекулы и перпендикулярно ей равны  $\varepsilon_{//} = 5.7$ ,  $\varepsilon_{\perp} = 4.4$  соответственно, а модуль упругости  $K = 7.3 \cdot 10^{-7}$  дин. Опишите конструкцию (планарная или гомеотропная топология, есть ли поляризаторы и отражающие пленки, их расположение) и работу этой ячейки.

7. Определить величину электрической когерентной длины в нематическом жидком кристалле, имеющем значения диэлектрической проницаемости

перпендикулярно и параллельно длинной оси  $\varepsilon_{\perp} = 4.4$ ,  $\varepsilon_{\parallel} = 4.7$ , коэффициент упругости  $K = 3.1 \cdot 10^{-6}$  дин, если к нематику приложено электрическое поле величиной  $E = 2.8 \cdot 10^1$  ед. СГСЕ.

8. Определить в СИ величину приложенного электрического поля к пленке нематического жидкого кристалла, имеющем значения диэлектрической проницаемости перпендикулярно и параллельно длинной оси  $\varepsilon_{\perp} = 4.4$ ,  $\varepsilon_{\parallel} = 4.7$ , коэффициент упругости  $K = 3.1 \cdot 10^{-6}$  дин, если в этом случае электрическая когерентная длина составляет 5.7 мкм.

9. Определить величину анизотропии диэлектрической проницаемости нематического жидкого кристалла, имеющем коэффициент упругости  $K = 4.3 \cdot 10^{-7}$  дин, если при приложении электрического поля величиной  $E = 2.8 \cdot 10^1$  ед. СГСЕ электрическая когерентная длина в этом нематике составляет 6.8 мкм.

10. Определить величину анизотропии диэлектрической проницаемости нематического жидкого кристалла, имеющем коэффициент упругости  $K = 2.3 \cdot 10^{-6}$  дин, если при приложении электрического напряжения величиной  $V = 2.8$  В к пленке толщиной  $d = 10$  мкм электрическая когерентная длина в этом нематике составляет 7.9 мкм.

11. Определить величину электрического поля, при котором распрямляется холестерическая спираль жидкого кристалла, если известно, что величина его оптической анизотропии  $\Delta\varepsilon = 3.1$ , шаг холестерической спирали в отсутствие электрического поля составляет  $\rho_0 = 0.45$  мкм, а модуль упругости равен  $K = 9.4 \cdot 10^{-7}$  дин.

12. Определить шаг холестерической спирали  $\rho$  при действии на пленку холестерика электрического поля  $E = 3 \cdot 10^2$  ед. СГСЕ, если известно, что

величина его оптической анизотропии  $\Delta\varepsilon = 3.1$ , шаг холестерической спирали в отсутствие электрического поля составляет  $\rho_0 = 0.45$  мкм, модуль упругости равен  $K = 9.4 \cdot 10^{-7}$  дин. Рассматривать случай сильных полей.

13. Определить величину электрического поля, при котором распрямляется холестерическая спираль жидкого кристалла, если известно, что величина оптической анизотропии  $\Delta\varepsilon = 1.9$ , шаг холестерической спирали без электрического поля составлял  $\rho_0 = 0.42$  мкм, а модуль упругости равен  $K = 6.4 \cdot 10^{-6}$  дин.

14. Определить шаг холестерической спирали  $\rho$  при действии на пленку холестерика электрического поля  $E = 2.7 \cdot 10^2$  ед. СГСЕ, если величина оптической анизотропии  $\Delta\varepsilon = 3.1$ , шаг холестерической спирали без электрического поля составляет  $\rho_0 = 0.45$  мкм, модуль упругости равен  $K = 9.4 \cdot 10^{-7}$  дин. Рассматривать случай сильных полей.

15. Определить величину электрического поля, которое необходимо приложить к холестерическому жидкому кристаллу для того, чтобы при перпендикулярном падении белого света в отраженном свете изготовленная из него пленка сменила свой цвет с синего (длина волны  $0.40$  мкм) в отсутствие электрического поля на красный (длина волны  $0.64$  мкм). Считать, что величина оптической анизотропии кристалла  $\Delta\varepsilon = 3.1$ , а модуль упругости равен  $K = 6.4 \cdot 10^{-6}$  дин. Рассматривать случай сильных полей.

16. Определить, на какую величину необходимо изменить приложенное к пленке холестерика постоянное электрическое поле для того, чтобы при перпендикулярном падении белого света в отраженном свете изготовленная из него пленка с  $\rho_0 = 0.34$  мкм сменила свой цвет с синего (длина волны  $0.40$  мкм) на красный (длина волны  $0.64$  мкм). Считать, что величина оптической анизотропии кристалла  $\Delta\varepsilon = 3.1$ , а модуль упругости равен

$K = 6.4 \cdot 10^{-6}$  дин. Рассматривать случай сильных полей.

17. Определить шаг холестерической спирали  $\rho$  при действии на холестерик электрического поля  $E = 2.9 \cdot 10^2$  ед. СГСЕ, если величина оптической анизотропии  $\Delta\varepsilon = 2.7$ , шаг холестерической спирали в отсутствие электрического поля составляет  $\rho_0 = 0.52$  мкм, модуль упругости равен  $K = 8.3 \cdot 10^{-7}$  дин.

18. Определить величину прикладываемого к холестерику электрического поля, чтобы при перпендикулярном падении белого света в отраженном свете изготовленная из него пленка сменила свой цвет с голубого (длина волны  $0.45$  мкм) в отсутствие электрического поля на зеленый (длина волны  $0.50$  мкм). Считать, что величина оптической анизотропии кристалла  $\Delta\varepsilon = 2.8$ , а модуль упругости равен  $K = 5.7 \cdot 10^{-6}$  дин.

19. Определить, на какую величину необходимо изменить приложенное к пленке холестерика постоянное электрическое поле для того, чтобы при перпендикулярном падении белого света в отраженном свете изготовленная из него пленка с  $\rho_0 = 0.25$  мкм сменила свой цвет с голубого (длина волны  $0.45$  мкм) на желтый (длина волны  $0.55$  мкм). Считать, что оптическую анизотропия кристалла  $\Delta\varepsilon = 3.1$ , а модуль упругости  $K = 6.4 \cdot 10^{-6}$  дин.

20. Определить, на какую величину необходимо изменить приложенное к пленке холестерика постоянное электрическое поле для того, чтобы при перпендикулярном падении белого света в отраженном свете изготовленная из него пленка с  $\rho_0 = 0.34$  мкм сменила свой цвет с фиолетового (длина волны  $0.35$  мкм) на оранжевый (длина волны  $0.60$  мкм). Считать, что оптическая анизотропия кристалла  $\Delta\varepsilon = 1.8$ , а модуль упругости  $K = 8.4 \cdot 10^{-7}$  дин.

**СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ  
ПО ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ МАТЕРИАЛАМ**

№	Параметры материала	Кремний	Германий	Арсенид галлия
1.	Ширина запрещенной зоны при T=300 К, эВ	1.12	0.66	1.4
2.	Число атомов в 1 см <sup>3</sup>	5 · 10 <sup>22</sup>	4.4 · 10 <sup>22</sup>	2.2 · 10 <sup>22</sup>
3.	Относительная диэлектрическая проницаемость	11.7	16.0	12.5
4.	Собственная концентрация носителей при T=300 К, см <sup>-3</sup>	1.4 · 10 <sup>10</sup>	2.4 · 10 <sup>13</sup>	1.4 · 10 <sup>8</sup>
5.	Подвижность электронов при T=300 К, см <sup>2</sup> /м · с	1450	3900	8000
6.	Подвижность дырок при T=300 К, см <sup>2</sup> /м · с	480	1900	500
7.	Время жизни электронов, с	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-8</sup>
8.	Время жизни дырок, с	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-8</sup>
9.	Эффективная масса электрона, m <sub>0</sub> - тяжелых электронов - легких электронов	0.97 0.19	1.58 0.082	0.068
10.	Эффективная масса дырок, m <sub>0</sub> - легких дырок - тяжелых дырок	0.16 0.5	0.04 0.3	0.12 0.5
11.	Время излучательной рекомбинации, с	1.54 · 10 <sup>4</sup>	0.61	0.009
12.	Сродство к электрону, эВ	4.05	4.0	4.07

**ЗНАЧЕНИЯ РАБОТЫ ВЫХОДА ЭЛЕКТРОНА  
ИЗ РАЗЛИЧНЫХ МЕТАЛЛОВ**

Металл	Mg	Al	Ni	Cu	Au	Ag	Pt
Работа выхода, эВ	3.35	4.1	4.55	4.7	5.0	5.1	5.1