

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

ЭЛЕКТРОНИКА 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ

Методические указания к практическим занятиям
для студентов специальности
210601.65 - Радиоэлектронные системы и комплексы

2014

**Орликов Леонид Николаевич,
Давыдов Валерий Николаевич**

Электроника 1. Физические основы электроники: методические указания к практическим занятиям для студентов специальности 210601.65 - Радиоэлектронные системы и комплексы / Л. Н. Орликов, В.Н. Давыдов; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. - Томск: ТУСУР, 2014. - 91 с.

Целью настоящего пособия является изучение студентами физических эффектов и процессов лежащих в основе принципов действия полупроводниковых, электровакуумных и оптоэлектронных приборов.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующей компетенции: способность представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ПК-1).

Пособие предназначено для студентов очной и заочной форм, обучающихся по специальности 210601.65 - Радиоэлектронные системы и комплексы

© Орликов Леонид Николаевич, 2014
© Давыдов Валерий Николаевич, 2014

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Томский государственный университет систем управления и
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ

Зав.кафедрой ЭП

_____ С.М. Шандаров

« ____ » _____ 2014 г.

ЭЛЕКТРОНИКА 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ

Методические указания к практическим занятиям
для студентов специальности 210601.65 - Радиоэлектронные системы и
комплексы

Разработчик

д-р техн. наук, проф.каф.ЭП

_____ Л.Н. Орликов

д-р физ.-мат. наук, проф.каф.ЭП

_____ В.Н. Давыдов

« ____ » _____ 2014 г

Содержание

Введение.....	6
Практическое занятие 1. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях	7
1.1 Основные понятия.....	7
1.2 Примеры решения задач по теме «Движение частиц в электрическом поле»	9
1.3 Примеры решения задач по теме «Движение заряженной частицы в магнитном поле»	11
1.4 Примеры решения задач по теме «Движение частиц в электромагнитном поле»	15
1.5 Задачи для самостоятельного решения по теме «Движение частиц в электрическом поле»	18
1.6 Задачи для самостоятельного решения по теме «Движение частиц в магнитном поле»	19
Практическое занятие 2. Свойства полупроводников. Зонная теория	20
2.1 Основные понятия.....	20
2.2 Примеры решения задач по вычислению параметров зонного спектра полупроводника	25
2.3 Варианты заданий для самостоятельного решения по вычислению параметров зонного спектра полупроводника.....	31
Практическое занятие 3. Оптические свойства полупроводников	33
3.1 Основные понятия.....	33
3.2 Примеры решения задач по определению параметров взаимодействия излучения с полупроводниками	34
3.3 Варианты заданий для самостоятельного решения по определению параметров взаимодействия излучения с полупроводниками	38
Практическое занятие 4. Электропроводность в полупроводниках	39
4.1 Основные понятия.....	39
4.2 Примеры решения задач.....	42
4.3 Задачи для самостоятельного решения.....	44
Практическое занятие 5. Эмиссия излучения, люминесценция.....	46
5.1 Основные понятия.....	46
5.2 Примеры решения задач по определению параметров эмиссионных эффектов в полупроводниках	47
5.3 Варианты заданий по определению параметров эмиссионных эффектов в полупроводниках	50
Практическое занятие 6. Контактные явления в полупроводниках	51
6.1 Основные понятия.....	51
6.2 Примеры решения задач по определению параметров контактных свойств полупроводников	59
6.3 Варианты заданий по определению параметров контактных свойств	64
Практическое занятие 7. Сверхпроводимость	65
7.1 Основные понятия.....	65

7.2 Примеры решения задач по определению параметров сверхпроводящего состояния.....	72
7.3 Варианты самостоятельных заданий по определению параметров сверхпроводящего состояния.....	77
Практическое занятие 8 Физические основы процессов в полупроводниковых материалах	77
8.1 Примеры решения задач.....	77
8.2 Задачи для проработки темы	84
Практическое занятие № 9. Интерактивно занятие – конференция	85
Приложение А Некоторые физические постоянные	87
Приложение Б Справочные данные по полупроводниковым материалам	88
Приложение В Значения работы выхода из различных металлов	89
Приложение Г Критическая температура и критическая напряженность магнитного поля для некоторых сверхпроводников	90

Введение

Целью учебной дисциплины «Электроника 1. Физические основы электроники» является изучение студентами физических эффектов и процессов лежащих в основе принципов действия полупроводниковых, электровакуумных и оптоэлектронных приборов.

Задача дисциплины – изучение основ теории твердого тела, усвоение основных представлений о физических процессах в твердых и газообразных диэлектриках, проводниках и магнитных материалах. Формирование представлений о физических основах процессов в полупроводниковых материалах.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующей компетенции: способность представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики (ПК-1).

В результате изучения дисциплины студент должен

знать:

- физические явления и эффекты, определяющие принцип действия основных электронных приборов;
- причины нарушения равновесного состояния в полупроводниковых структурах;
- зонные диаграммы собственных и примесных полупроводников, *p-n*-перехода, контакта металл-полупроводник и простейшего гетероперехода;
- взаимосвязь между физической реализацией полупроводниковых структур и их электрическими характеристиками и параметрами;
- влияние параметров внешней среды на физические процессы и характеристики электронных приборов;

уметь:

- находить значения электрофизических параметров полупроводниковых материалов (кремния, германия, арсенида галлия) в учебной и справочной литературе для оценки их влияния на параметры структур;
- оценивать значения концентраций основных и неосновных носителей заряда полупроводников при различных концентрациях примесей и различных температурах;
- изображать структуры с различными контактными переходами, объяснять их принцип действия и составлять электрические и математические модели этих структур;
- экспериментально определять статические характеристики и параметры различных структур;

владеть:

- навыками измерения характеристик и параметров электронных и полупроводниковых приборов, интегральных схем и их компонентов;

– навыками объективной оценки функциональных и параметрических возможностей электронных и полупроводниковых приборов, интегральных схем и их компонентов.

Темы практических занятий

1. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях
2. Физические свойства полупроводников. Зонная теория
3. Оптические свойства полупроводников
4. Электропроводность в полупроводниках
5. Эмиссия излучения, люминесценция
6. Контактные явления в полупроводниках
7. Сверхпроводимость
8. Физические основы процессов в полупроводниковых материалах.

Общие задачи

9. Семинар

Практическое занятие 1. Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

1.1 Основные понятия

Частицы имеют различные направления и различные начальные скорости движения. Сила, действующая на частицу, складывается из электрической силы, действующей в направлении электрического поля и магнитной составляющей, определяемой силой Лоренца. В случае электрона с зарядом e , влетающего под углом α к нормали поля сила определится выражением:

$$F = eE + eVB \cos \alpha ;$$

Кинетическая энергия, приобретенная электроном в электрическом поле

$$\frac{mV^2}{2} = eU ; \text{отсюда } V = \sqrt{\frac{2eU}{m}} .$$

Как следствие эта формула является основой времяпролетной диагностики сорта частиц.

Если скорость частицы невелика ($\vec{v} \ll c$), то в соответствии со вторым законом Ньютона уравнение ее движения будет иметь вид:

$$ma = |q|vB \sin \alpha .$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

1. Частица влетает в магнитное поле параллельно линиям индукции этого поля: $\vec{v} \parallel \vec{B}$.

В этом случае $\alpha = 0$, $\sin \alpha = 0$ и $F_L = 0$. Это означает, что сила Лоренца на частицу не действует, и потому частица будет продолжать двигаться равномерно и прямолинейно с той скоростью, которая у нее была.

2. Частица влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции этого поля: $\vec{v} \perp \vec{B}$.

В этом случае $\alpha = 90^\circ$, $\sin \alpha = 1$ и $F_L = |q|vB$. Уравнение движения принимает вид:

$$ma = |q|vB.$$

Поскольку сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, она будет сообщать частице *центростремительное* ускорение, заставляя ее двигаться по окружности радиусом R . Значение этого радиуса можно определить, записав выражение второго закона Ньютона для данного случая:

$$|q|vB = \frac{mv^2}{R}.$$

Отсюда

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

Период обращения частицы по окружности этого радиуса равен:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

При наложении продольного магнитного поля сила Лоренца уравновешивается центробежной силой

$$F = \frac{mV^2}{R} = eVB,$$

где $R = mV_{\perp}c / gH$ – ларморовский радиус вращения частицы вокруг силовой линии магнитного поля.

Частота вращения $\omega = 2\pi f$, для электрона $f = 1,7 \cdot 10^7$ Н рад/сек

При движении ионов разных масс в магнитном поле происходит разделение траекторий. На этом основан принцип масс – спектрометрии.

Если частица влетает в магнитное поле под некоторым углом α к вектору \vec{B} , то скорость раскладывается на составляющие. Составляющая, параллельная вектору индукции B , меняться не будет. Однако под действием силы Лоренца, частица будет описывать окружность в плоскости, перпендикулярной \vec{B} . Благодаря одновременному перемещению вдоль линий индукции частица опишет винтовую линию:

$$T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}, h = Tv_{\parallel},$$

где R — радиус окружности, h — шаг винта (расстояние, на которое смещается частица за один оборот)

1.2 Примеры решения задач по теме «Движение частиц в электрическом поле»

Задача 1. Электрон влетает в область однородного электрического поля со скоростью $v_0 = 10^7$ м/с по направлению линий напряженности поля. Модуль напряженности $E = 200$ Н/Кл. В течение какого времени электрон будет находиться в области поля?

Решение. Электрон в течение времени $t_1 = \frac{v_0}{a}$ будет тормозиться электрическим полем до полной остановки, а затем, в течение такого же времени, будет ускоряться этим же полем. При достижении скорости v_0 электрон покинет область поля. Ускорение может быть найдено из второго закона Ньютона: $a = \frac{F}{m}$, где $F = eE$, m — масса электрона, e — элементарный электрический заряд.

$$\text{Следовательно, } t = 2t_1 = \frac{2v_0 m}{eE} = 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ с} = 0,57 \text{ мкс.}$$

Задача 2. Электроны, ускоренные электрическим полем напряжением $U = 1000$ В, влетают параллельно пластинам плоского конденсатора на равном расстоянии от обеих его пластин. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 1$ см, его длина $L = 10$ см. Какое наименьшее напряжение U_{\min} надо приложить к пластинам конденсатора, чтобы электроны не вылетели из него?

Решение. Скорость электронов перед попаданием в конденсатор, считая их начальные скорости равными нулю, можно рассчитать, применив закон сохранения энергии: $eU = \frac{mv^2}{2}$. Отсюда

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (1.1)$$

Запишем условие, при котором электроны не вылетят из конденсатора:

$$\frac{d}{2} = \frac{at^2}{2}.$$

$$\text{Но } a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}.$$

$$\text{Так как } E = \frac{U_{\min}}{d},$$

$$\text{а } t = \frac{L}{v},$$

то

$$\frac{d}{2} = \frac{eU_{\min} t^2}{2md} = \frac{eU_{\min} L^2}{2mdv^2}. \quad (1.2)$$

Из выражений (1.1) и (1.2) следует:

$$U_{\min} = \frac{2Ud^2}{L^2}.$$

Подставив значения величин, получим $U_{\min} = 20$ В.

Задача 3. Электрон со скоростью $v = 5 \cdot 10^6$ м/с влетает в пространство между пластинами плоского конденсатора, между которыми поддерживается разность потенциалов $U = 500$ В (рис. 1.1). Чему равно максимальное удаление h электрона от нижней пластины конденсатора? Отношение заряда электрона к его массе равно $1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг, угол падения электронов $\alpha = 60^\circ$. Расстояние между пластинами $d = 10$ см.

Решение. Скорость электрона можно разложить на две составляющие (рис. 1.1).

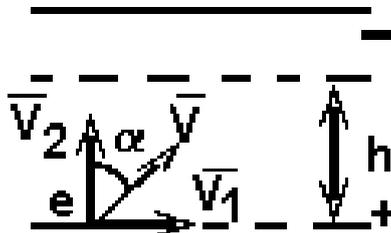


Рисунок 1.1

Составляющая скорости \vec{v}_1 , направленная параллельно нижней пластине конденсатора, выполненной в виде проводящей сетки, остается постоянной: ее модуль $v_1 = v \cdot \sin \alpha$. Составляющая скорости \vec{v}_2 ($v_2 = v \cdot \cos \alpha$), перпендикулярная нижней пластине, под действием электрического поля уменьшается до нуля при достижении электроном высоты h .

Наиболее простое решение получается при применении закона сохранения энергии: $\frac{m \cdot (v \cdot \cos \alpha)^2}{2} = e \cdot U_1$, где U_1 — напряжение между уровнем нижней сетки и уровнем, определяемым высотой h . Легко видеть, что $U_1 = U \cdot \frac{h}{d}$. Из полученных выражений следует: $h = \frac{m \cdot (v \cdot \cos \alpha)^2 \cdot d}{2eU}$.

Подставив значения величин, получим $h = 0,0036$ м = 3,6 мм.

Задача 4. Электрон со скоростью $v = 5 \cdot 10^7$ м/с влетает в плоский конденсатор. Вектор скорости электрона лежит в плоскости, параллельной пластинам. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 1$ см, его длина $L = 10$ см, разность потенциалов между обкладками конденсатора $U = 100$ В. Чему равно вертикальное смещение электрона на выходе из конденсатора?

Решение. Вертикальное смещение x равно:

$$x = \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{e \cdot U \cdot t^2}{2 \cdot m \cdot d} = \frac{e \cdot U \cdot L^2}{2 \cdot m \cdot d \cdot v^2},$$

где e - абсолютное значение заряда электрона (элементарный электрический заряд), m — масса электрона.

Подставив значения величин, получим:

$$x = 3,5 \cdot 10^3 \text{ м} = 0,35 \text{ см.}$$

Задача 5. На две пластины конденсатора, выполненные в виде вертикальных проводящих сеток, падает пучок электронов под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонтали. Между пластинами поддерживается разность потенциалов $U=600$ В. При какой минимальной кинетической энергии электроны смогут пройти через сетки?

Решение. Условие прохождения электронов через сетки запишем в виде:

$$eU = \frac{m \cdot v_x^2}{2} = \frac{m \cdot (v \cdot \cos \alpha)^2}{2},$$

где v_x — проекция вектора скорости \vec{v} на направление вектора напряженности электрического поля \vec{E} (ось X).

Искомое значение кинетической энергии электрона равно:

$$W_k = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{e \cdot U}{(\cos \alpha)^2}.$$

Подставив значения величин, получим:

$$W_k = \frac{4 \cdot e \cdot U}{3} = 800 \text{ эВ} = 1,28 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}$$

Задача 6. Определить дрейфовую скорость и подвижность электрона в электрическом поле $E = 0,3$ (В/м), если время пробега составило 10^{-15} (сек).

Решение

$$V_e = \frac{E \cdot e}{m} \cdot \tau = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,3}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^{15} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ (м/с)}$$

$$b_e = \frac{V_e}{E} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,3} = 16,6 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^2\text{/В·сек)}$$

1.3 Примеры решения задач по теме «Движение заряженной частицы в магнитном поле»

Задача 7. Электрон со скоростью v влетает в область однородного магнитного поля. Индукция поля B , ширина L (рис. 1.2 а)). Под каким углом к границе области электрон вылетит из магнитного поля, если его начальная

скорость была перпендикулярна границе, а также линиям индукции магнитного поля?

Решение. Найдем радиус окружности, по которой движется электрон в магнитном поле. Уравнение движения в естественных координатах имеет вид:

$$ma_n = \frac{mv^2}{R} = F_l = evB,$$

Откуда:

$$R = \frac{mv}{eB}.$$

Если $R < L$, то электрон не долетит до второй границы и, изменив направление скорости на противоположное, вылетит с той же стороны, что и влетел, под углом $\frac{\pi}{2}$ (рис. 1.2б)).

Если $R = L$, то результат не изменится (угол равен $\frac{\pi}{2}$).

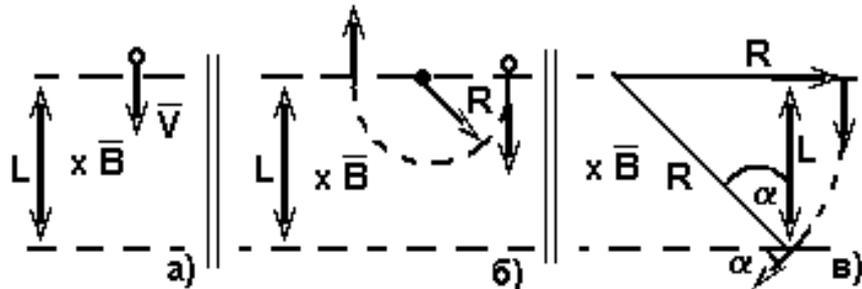


Рисунок 1.2

Если $R > L$, то электрон вылетит с другой стороны магнитного поля (рис. 1.2в)) под углом α , определяемым соотношением:

$$\frac{L}{R} = \frac{eBL}{mv}.$$

Следовательно,

$$\alpha = \arccos\left(\frac{L}{R}\right) = \arccos\left(\frac{eBL}{mv}\right).$$

Задача 8. Электрон со скоростью $v = 2 \cdot 10^7$ м/с влетает в область однородного магнитного поля. Направление скорости перпендикулярно линиям индукции поля. Модуль индукции $B = 10^{-3}$ Тл. Определите максимальную глубину h проникновения электрона в область магнитного поля для углов падения $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 30^\circ$. Отношение заряда электрона к его массе $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Решение. Электрон пройдет в магнитном поле часть окружности, соответствующей углу $\beta = 120^\circ$ (рис. 1.3). Следовательно, искомая глубина проникновения электрона в область магнитного поля равна:

$$h = R - R \sin \alpha = R(1 - \sin \alpha).$$

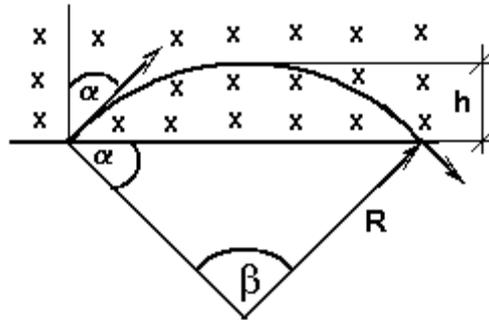


Рисунок 1.3

Радиус окружности R можно рассчитать, применив второй закон Ньютона для движения электрона под действием силы Лоренца:

$$e v B \sin 90^\circ = \frac{m v^2}{R}. \text{ Откуда } R = \frac{m v}{e B}.$$

С учётом этого значения выражение примет вид:

$$h = \frac{m v (1 - \sin \alpha)}{e B};$$

для угла 30° $h = 0,057 \text{ м}$.

Задача 9 Специальные приборы — масс-спектрографы служат для разделения изотопов. Однозарядные ионы изотопов неона, массы которых соответственно равны $m_1 = 20$ а.е.м. и $m_2 = 22$ а.е.м., разогнавшись в электрическом поле при разности потенциалов $U = 4 \cdot 10^4 \text{ В}$, влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям индукции. Модуль индукции $B = 0,5$ Тл. Описав полуокружность разного радиуса, изотопы неона вылетают двумя пучками. Чему равно расстояние между этими пучками? (1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг.)

Решение. Рассчитаем скорости v_1 и v_2 ионов изотопов неона, которые они приобрели в электрическом поле. Согласно теореме о кинетической энергии:

$$eU = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} \text{ и } eU = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2}.$$

Отсюда находим

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}. \quad (1.3)$$

В магнитном поле на ионы действуют силы Лоренца, модули которых соответственно равны: $F_{л1} = e v_1 B$, $F_{л2} = e v_2 B$. Эти силы сообщают ионам неона центростремительные ускорения, вследствие чего они движутся по окружностям. Радиусы этих окружностей можно рассчитать, применив второй закон Ньютона: $e v_1 B = \frac{m_1 v_1^2}{R_1}$, $e v_2 B = \frac{m_2 v_2^2}{R_2}$.

Отсюда

$$R_1 = \frac{m_1 v_1}{eB}, \quad R_2 = \frac{m_2 v_2}{eB}. \quad (1.4)$$

или с учетом соотношения (1.3):

$$R_1 = \frac{\sqrt{2eUm_1}}{eB}, \quad R_2 = \frac{\sqrt{2eUm_2}}{eB} \quad (1.5)$$

Из полученных выражений следует, что $R_2 > R_1$. Ионы вылетают из магнитного поля двумя пучками, расстояние между которыми равно разности диаметров полуокружностей, т. е. $r = 2(R_2 - R_1)$. Подставив в это выражение значения R_1 и R_2 из формул (1.5), найдем:

$$r = \frac{2\sqrt{2U}}{B} e (\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}); \quad r \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Задача 10. Циклотрон ускоряет протоны до энергии $W = 500$ МэВ. Найдите наибольший радиус орбиты, по которой движется протон в циклотроне, если индукция магнитного поля $B = 1$ Тл.

Решение. Из выражения второго закона Ньютона:

$$F = m \cdot a = \frac{m \cdot v^2}{R}, \quad \text{где } F = e \cdot v \cdot B, \quad \text{и определения кинетической энергии:}$$

$$W = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad \text{получаем искомое выражение: } R = \frac{\sqrt{2 \cdot m \cdot W}}{e \cdot B}, \quad R = 10,3 \text{ м.}$$

Задача 11. Частица массой m , обладающая зарядом q , влетает в однородное магнитное поле со скоростью \vec{v} под углом α к вектору магнитной индукции \vec{B} . Чему равен радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться частица?

Решение. Разложим вектор скорости \vec{v} частицы на две составляющие (рис. 1.4): \vec{v}_1 направленную вдоль линий магнитной индукции, и \vec{v}_2 , перпендикулярную к этим линиям. Модули этих составляющих равны, соответственно:

$$v_1 = v \cdot \cos \alpha, \quad v_2 = v \cdot \sin \alpha.$$

На частицу действует сила Лоренца, зависящая от составляющей \vec{v}_2 .

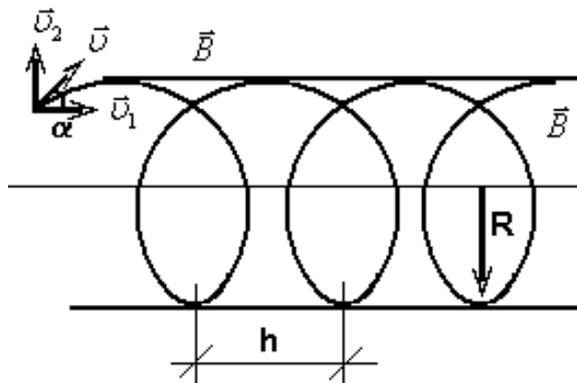


Рисунок 1.4

Вследствие этого частица движется по окружности со скоростью \vec{v}_2 в плоскости, перпендикулярной к вектору индукции магнитного поля. Радиус этой окружности можно рассчитать, составив уравнение на основании второго закона Ньютона:

$$q \cdot v_2 \cdot B = \frac{m \cdot v_2^2}{R}$$

Отсюда радиус окружности равен:

$$R = \frac{m \cdot v \cdot \sin \alpha}{q \cdot B}. \quad (1.6)$$

Одновременно частица будет двигаться вдоль линий индукции магнитного поля с постоянной скоростью. \vec{v}_1 . Результатом этих двух движений будет винтовая линия, которая как бы навивается на линии индукции магнитного поля.

Шаг винтовой линии равен:

$$h = v_1 \cdot T = v T \cdot \cos \alpha, \quad (1.7)$$

где T — период обращения частицы по окружности со скоростью $v_2 = v \cdot \sin \alpha$:

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{q b} \quad T = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{v \cdot \sin \alpha} \quad (1.8)$$

Из совместного решения уравнений (1.6), (1.7) и (1.8) получим:

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{q b}$$

1.4 Примеры решения задач по теме «Движение частиц в электромагнитном поле»

Задача 12. Электрон влетает в однородное электромагнитное поле со скоростью \vec{v}_0 под острым углом α к параллельно направленным векторам \vec{E} и \vec{B} . Сколько оборотов успеет сделать электрон до того, как начнет движение в направлении, противоположном направлению векторов \vec{E} и \vec{B} ? Модули E и B считать известными.

Решение. Пусть векторы поля \vec{E} и \vec{B} направлены вдоль оси X . Тогда в проекциях на эту ось уравнение движения электрона имеет вид:

$$m a_x = F_x = -eE.$$

Откуда: $a_x = -\frac{eE}{m}$.

Теперь можно записать уравнения для координаты x и для проекции скорости:

$$x = v_{0x}t + a_x \frac{t^2}{2} = v_0 t \cos \alpha - \frac{eEt^2}{2m};$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t = v_0 \cos \alpha - \frac{eEt}{m}.$$

Условие $v_x = 0$ (поворот назад) позволяет найти время: $t = \frac{mv_0 \cos \alpha}{eE}$.

В поперечном направлении (плоскость YZ) электрон движется по окружности под действием силы Лоренца: $ma_n = F_L = ev_{0z}B$, где $a_n = \frac{v_{0z}^2}{R}$ — нормальное ускорение электрона. Получаем: $\frac{mv_{0z}^2}{R} = ev_{0z}B$, откуда $\frac{v_{0z}}{R} = \omega = \frac{eB}{m}$ (ω — угловая частота вращения; $v_{0z} = v \sin \alpha$ — проекция скорости на ось Z). Период обращения $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{eB}$. Поэтому общее число оборотов, сделанных электроном, будет равно:

$$N = \frac{t}{T} = \frac{mv_0 \cos \alpha}{eE} \cdot \frac{eB}{2\pi m} = \frac{Bv_0 \cos \alpha}{2\pi E}.$$

Задача 13. Вектор индукции однородного магнитного поля перпендикулярен вектору напряженности однородного электрического поля. Модули этих векторов равны соответственно $B = 10^{-4}$ Тл и $E = 200$ В/м. Электрон влетает в пространство, в котором существуют эти поля. Какими должны быть скорость и кинетическая энергия электрона, чтобы он продолжал двигаться прямолинейно и равномерно?

Решение. Электрон может двигаться прямолинейно и равномерно только при условии, что векторная сумма всех сил, действующих на него, равна нулю. В данном случае на электрон действуют сила Лоренца и электрическая сила. Следовательно, равномерное прямолинейное движение будет возможно, если эти силы будут равны по модулю ($F_L = F_{эл}$) и направлены в противоположные стороны.

Сила Лоренца $F_L = evB$; сила, действующая со стороны электрического поля $F_{эл} = eE$. Значит, $evB = eE$, откуда $v = \frac{E}{B}$. Подставив значения величин, получим: $v = 2 \cdot 10^6$ м/с.

Кинетическая энергия электрона:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mE^2}{2B^2}. W_k = 1,82 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 11,4 \text{ эВ}.$$

Задача 14. В пространстве, где одновременно существуют однородные электрическое и магнитное поля, по прямой линии с постоянной скоростью $v = 2 \cdot 10^6$ м/с движется протон. Чему равна индукция магнитного поля, если напряженность электрического поля равна $E = 2000$ В/м?

Решение. Электрон может двигаться прямолинейно и равномерно только при условии, что векторная сумма всех сил, действующих на него,

равна нулю. В данном случае это возможно при равенстве по модулю сил, действующих на электрон со стороны скрещенных под углом 90° электрического и магнитного полей: $eE = e\nu B$ (причем эти силы должны быть направлены в противоположные стороны).

Из равенства модулей сил следует, что индукция магнитного поля равна: $B = \frac{E}{\nu}$; $B = 10^{-3}$ Тл.

Задача 15. В масс-спектрограф влетают однозарядные ионы неона с одинаковыми зарядами, но разными массами ($m_1 = 20$ а.е.м., $m_2 = 22$ а.е.м.), предварительно пройдя фильтр скоростей, выделяющий ионы с одинаковой скоростью $\bar{\nu}$. Фильтр создан электрическим и магнитным полями, причем векторы напряженности электрического поля E и магнитной индукции взаимно перпендикулярны. Модули E и B этих векторов считать известными. Магнитная индукция \vec{B}_0 отклоняющего поля перпендикулярна пучку ионов.

Ионы совершают половину оборота в отклоняющем магнитном поле. Чему равно расстояние между точками М и N (рис. 1.5)?



Рисунок 1.5

Решение. Условием прямолинейного движения ионов в фильтре является равенство сил, действующих со стороны электрического и магнитного полей:

$$eE = e\nu B,$$

где ν - скорость ионов, прошедших фильтр. Для нее получается выражение:

$$\nu = \frac{E}{B}$$

В масс-спектрографе ионы движутся по круговым орбитам под действием силы Лоренца, сообщаящей им центростремительное ускорение:

$$e\nu B_0 = \frac{m_1 \nu^2}{R_1} \text{ и } e\nu B_0 = \frac{m_2 \nu^2}{R_2}.$$

Из этих выражений находим радиусы орбит ионов соответствующих масс:

$$R_1 = \frac{m_1 \nu}{eB_0}, R_2 = \frac{m_2 \nu}{eB_0}$$

Расстояние между точками М и N равно:

$$MN = 2(R_2 - R_1).$$

С учетом выражений для скорости и радиусов окончательно будем иметь:

$$MN = \frac{2E(m_2 - m_1)}{eBB_0}$$

Задача 16. В циклотроне (рис. 1.6) поддерживается разность потенциалов между дуантами $U = 500$ В. Чему равна скорость иона бериллия Be^{+2} в конце конечной орбиты иона, если ион, двигаясь в магнитном поле с индукцией $B=2$ Тл, успел совершить $N=50\,000$ оборотов? Масса иона бериллия $m = 1,5 \cdot 10^{-26}$ кг.

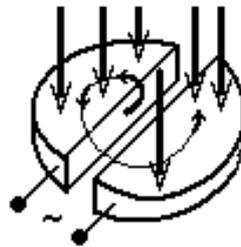


Рисунок 1.6

Решение. Пройдя ускоряющее поле один раз, ион приобретает кинетическую энергию.

В соответствии с законом сохранения энергии для движения электрона между дуантами можно записать:

$$qU = \frac{mv_1^2}{2}.$$

Отсюда выразим скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

Учитывая, что за N оборотов ион пройдет ускоряющее поле $2N$ раз, для его скорости получим:

$$v = 2\sqrt{\frac{NqU}{m}}; v = 4,6 \cdot 10^7 \text{ м/с}.$$

1.5 Задачи для самостоятельного решения по теме «Движение частиц в электрическом поле»

Задача 1.1. Электрическое поле сообщает протону ускорение, равное ускорению свободного падения. Определите напряженность этого поля. Удельный заряд протона $q/m = 9,6 \cdot 10^7$ Кл/кг.

Задача 1.2. Рассчитайте ускорение, которое сообщает электрону электрическое поле напряженностью 2 кН/Кл. Сравните это ускорение с

ускорением свободного падения. Удельный заряд электрона $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг.

Задача 1.3. Электрон, имеющий скорость 10^6 м/с, начинает разгоняться электрическим полем, напряженность которого антипараллельна скорости и равна по модулю $2 \cdot 10^3$ Н/Кл. Сколько времени нужно электрону, чтобы увеличить в этом поле свою скорость в 8 раз?

Задача 1.4. Электрон, имеющий скорость \vec{v}_0 , влетает в электрическое поле напряженностью \vec{E} . Вектор скорости и вектор напряженности направлены одинаково. Найдите расстояние, которое успеет пролететь электрон до остановки.

Задача 1.5. Электрон влетает в середину между пластинами плоского конденсатора со скоростью \vec{v}_0 , направленной параллельно им. Напряженность поля внутри конденсатора равна \vec{E} , длина пластин равна L . Чему равны смещение и скорость электрона в момент его выхода из конденсатора? Под каким углом к пластинам будет лететь при этом электрон?

1.6 Задачи для самостоятельного решения по теме «Движение частиц в магнитном поле»

Задача 1.6. Однородное магнитное поле направлено навстречу к читателю (точки перпендикулярно плоскости страницы). Нарисуйте траекторию электрона влетевшего в поле слева направо. Нарисуйте траекторию протона, влетающего в поле, направленное от читателя (крестики).

Задача 1.7. Используя предыдущую, задачу, определите, во сколько раз радиус кривизны траектории протона будет больше радиуса кривизны траектории электрона? Масса электрона $9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, масса протона $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Задача 1.8. Циклотрон ускоряет протоны до энергии 500 МэВ. Найдите наибольший радиус орбиты, по которой движется протон в циклотроне, если индукция магнитного поля 1 Тл.

Задача 1.9. Протон попадает в магнитное поле с индукцией \vec{B} . Вектор скорости \vec{v} протона перпендикулярен вектору магнитной индукции \vec{B} . Сколько оборотов он успеет сделать в этом поле за время t ?

Задача 1.10. Электрон движется в магнитном поле по окружности радиусом 0,5 см. Магнитная индукция перпендикулярна скорости электрона

и равна по модулю $0,1 \text{ Гл}$. Рассчитайте силу, действующую на электрон в этом поле. Чему равна работа этой силы?

Практическое занятие 2. Свойства полупроводников. Зонная теория

2.1 Основные понятия

Общие вопросы. Для объяснения электрических свойств кристаллических твердых тел используют зонную диаграмму. Она представляет собой зависимость энергии электрона в кристалле от координаты, отсчитываемой от одной из поверхностей тела. Зонный спектр полупроводников и диэлектриков состоит из полос разрешенных и запрещенных значений энергии, которые может принимать валентный электрон в кристалле при внешних воздействиях. Однако для большинства практических задач, характеризующихся относительно слабыми внешними воздействиями (освещение, приложение электрического поля), достаточно ограничить свое рассмотрение изучением только поведения электрона только в двух близлежащих зонах: последней зоне невозбужденных состояний валентных электронов и первой зоне возбужденных, называемых **валентной зоной** и **зоной проводимости**, соответственно. В валентной зоне могут перемещаться дырки, создавая дырочную проводимость полупроводника, а в валентной зоне – электроны, которые создают электронную проводимость. Верхний уровень валентной зоны и нижний уровень зоны проводимости обозначают как E_V и E_C , соответственно.

Энергетический зазор между этими уровнями ΔE_g , называемый **запрещенной зоной**, включает в себя энергетические состояния с энергиями E из диапазона $E_C > E_j > E_V$, в которых электрон находиться не может. Середину запрещенной зоны обозначают как E_j . Рисунок 2.1 поясняет сказанное.

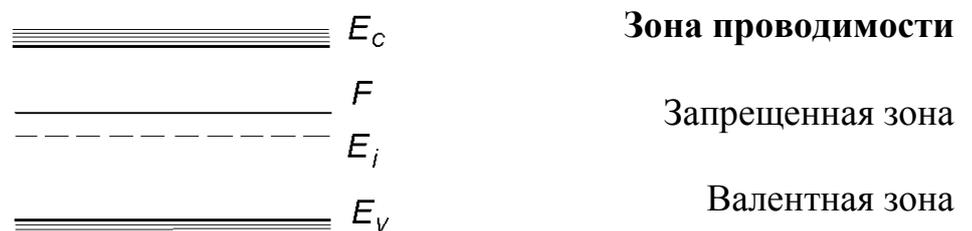


Рисунок 2.1

Начало отсчета энергии электрона и дырки обычно совмещают с потолком валентной зоны: $E_V=0$. При этом энергия электрона отсчитывается вверх, а энергия дырки – вниз. В равновесных условиях каждая частица стремится занять такое состояние, в котором ее энергия минимальна. Значит, энергетически выгодные состояния для электронов и дырок находятся вблизи E_V и E_C .

Уровень Ферми. В реальных кристаллах в запрещенной зоне могут находиться уровни разрешенных энергий. Их появление связано с наличием в полупроводнике различных примесей и (или) структурных дефектов. При их значительной концентрации они определяют концентрацию свободных носителей заряда в зонах разрешенных энергий. Для оценки заполнения электронами состояния с энергией E в условиях термодинамического равновесия необходимо пользоваться функцией Ферми-Дирака:

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - F}{kT}\right)}. \quad (2.1)$$

Данная функция определяет вероятность $f(E)$ нахождения электрона на уровне с энергией E , если известно энергетическое положение уровня Ферми F . Здесь $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура кристалла в Кельвинах. Величина $f(E)$ может принимать значения, лежащие в диапазоне от 0 до 1. Значение $f(E)=0$ соответствует случаю полной ионизации состояния с энергией E : данное энергетическое состояние, существование которого обусловлено, например, наличием в полупроводнике примесных атомов (медь, железо, фосфор, бор и т.д. в кремнии), соответствует такому состоянию атомов примеси, при котором на его валентных оболочках отсутствует один или несколько валентных электронов. Случай же $f(E)=1$ на физическом уровне означает присутствие на валентных оболочках атомов всех валентных электронов. Уровень Ферми – гипотетический (мысленный) уровень в зонной диаграмме кристалла, реально его нельзя обнаружить прямыми методами. Он определяется как некое энергетическое состояние в полупроводнике, вероятности заполнения которого электронами и дырками равны 0.5. Следует отметить, что функция вида (2.1) очень быстро изменяется вблизи точки $E = F$: отступив по энергии от этого равенства на $(2 \div 3)kT$ вверх или вниз, функция заполнения примет значения, равные нулю или единице с точностью до 5%. Физически это означает, что при $f(E)=1$ все состояния, лежащие ниже уровня Ферми на $(2 \div 3)kT$, полностью заполнены электронами; в случае $f(E)=0$ все состояния, находящиеся выше уровня Ферми на $(2 \div 3)kT$, полностью лишены электронов за счет их возбуждения тепловыми колебаниями решетки.

Вероятность заполнения уровня с энергией E дырками определяется следующим образом:

$$1 - f(E) = \frac{\exp\left(\frac{E - F}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E - F}{kT}\right)}. \quad (2.2)$$

Как же на практике пользоваться выражениями (2.1) и (2.2)? Продемонстрируем это на простейшем примере: пусть известно, что в полупроводнике имеется примесь донорного типа с концентрацией N_d . Тогда, зная положение уровня Ферми, можно рассчитать, сколько атомов примеси будет в этих условиях неионизовано (или другими словами, сколько электронов находится на примесном уровне):

$$\Delta n_t = N_d \cdot f(E).$$

Другая часть атомов примеси будет ионизована, потеряв с внешней оболочки валентный электрон, который уйдет в зону проводимости. Следовательно, в зоне проводимости появится дополнительное количество электронов (уйдя с примесного уровня, они перешли в межатомное пространство), равное

$$\Delta n = N_d - \Delta n_t = N_d(1 - f(E)).$$

В свою очередь, положение уровня Ферми в полупроводнике определяется концентрацией свободных носителей заряда. Если имеется полупроводник n - типа проводимости с концентрацией электронов в зоне проводимости n_0 , то уровень Ферми расположен от E_V на расстоянии, определяемом выражением:

$$F = E_i + \frac{3}{4} kT \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) - kT \cdot \ln\left(\frac{n_i}{n_0}\right). \quad (2.3)$$

Здесь первое слагаемое равно середине запрещенной зоны, второе слагаемое учитывает различие в эффективных массах дырок m_p^* и электронов m_n^* , и только третье слагаемое (2.3) ответственно за влияние на положение уровня Ферми концентрации свободных электронов. Как следует из выражения (2.3), в собственном полупроводнике ($n_0 = p_0 = n_i$ - концентрация носителей заряда в собственном полупроводнике) положение уровня Ферми F_i можно вычислить с помощью выражения

$$F_i = E_i + \frac{3}{4} kT \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right). \quad (2.4)$$

Обычно эффективная масса дырок превышает эффективную массу электронов и потому, согласно выражению (2.4), уровень Ферми в собственном полупроводнике лежит выше середины запрещенной зоны E_i . Однако превышение F_i над E_i обычно невелико.

Как следует из выражения (2.3), в электронном полупроводнике уровень Ферми лежит в верхней половине запрещенной зоны, причем он тем

ближе к дну зоны проводимости E_C , чем выше концентрация электронов. В полупроводниках p - типа проводимости положение уровня Ферми определяется следующим образом:

$$F = E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) + kT \cdot \ln \left(\frac{n_j}{p_0} \right), \quad (2.5)$$

где p_0 - концентрация дырок в валентной зоне.

Заметим, что приведенные выше выражения дают положение уровня Ферми в джоулях.

В условиях термодинамического равновесия между равновесными концентрациями электронов n_0 и дырок p_0 в зонах существует связь, определяемая следующим соотношением:

$$n_0 \cdot p_0 = n_j^2. \quad (2.6)$$

Здесь n_j - собственная концентрация носителей заряда в полупроводнике. Соотношение (2.6) является важным в теории полупроводников. По этой причине проанализируем его подробнее.

Соотношение концентраций. Пусть имеется собственный полупроводник, у которого число дырок равно числу электронов. Добавим теперь некоторое количество донорных атомов. Число электронов при этом должно возрасти, но, согласно (2.6), если число электронов растет, число дырок должно уменьшаться, так как их произведение постоянно. На первый взгляд это кажется странным. Можно было бы ожидать, что число электронов, перешедших в результате теплового возбуждения из валентной зоны в зону проводимости (и, следовательно, число возникших дырок), зависит только от температуры и на него не влияет наличие донорных атомов. Но это не так. При увеличении концентрации доноров число электронов в зоне проводимости возрастает, однако количество электронов, перешедших через запрещенную зону, уменьшается. Почему так происходит?

С качественной точки зрения ответ на этот вопрос можно получить, обратившись к концепции «динамического равновесия». Это означает, что электронно-дырочные пары непрерывно возникают и аннигилируют, причем равновесие имеет место в том случае, когда скорость их генерации равна скорости аннигиляции (последнее явление чаще называют "рекомбинацией").

Разумно предположить, что электрону и дырке легче найти друг друга тогда, когда их много. Поэтому скорость рекомбинации должна быть пропорциональна концентрациям дырок и электронов. Для собственного полупроводника можно записать

$$R_j = \alpha \cdot n_j^2, \quad g_j = \alpha \cdot n_j^2 \quad (2.7)$$

где α - коэффициент пропорциональности, R_j , g_j - скорости рекомбинации и генерации носителей заряда в собственном полупроводнике соответственно.

Естественно ожидать, что при добавлении небольшого количества примеси ни скорость генерации, ни коэффициент пропорциональности не изменятся. Поэтому для примесного полупроводника, например n -типа, выражение

$$g_n = \alpha \cdot n_i^2 \quad (2.8)$$

по-прежнему остается справедливым.

Скорость рекомбинации, однако, должна зависеть от истинных концентраций электронов и дырок, так что

$$R_n = \alpha \cdot n \cdot p \quad (2.9)$$

Приравнявая (2.8) и (2.9), получаем искомое соотношение

$$n_i^2 = n \cdot p \quad (2.10)$$

Таким образом, если концентрация электронов превышает концентрацию в собственном полупроводнике, то концентрация дырок уменьшается по сравнению с собственным полупроводником на столько, чтобы скорость рекомбинации электронно-дырочных пар оставалась постоянной и равной скорости их термической генерации.

Компенсированные полупроводники. При выращивании полупроводников не удается полностью исключить проникновение в него неконтролируемых примесей, а также избежать появления в его объеме структурных дефектов. Те и другие могут проявить себя как неконтролируемая легирующая примесь. Как следствие, большинство выращиваемых полупроводников имеют до легирования n -тип проводимости. Более того, при изготовлении полупроводниковых приборов на исходной полупроводниковой подложке с заданной концентрацией легирующей примеси получают области противоположного типа (изготовление $p-n$ переходов, охранных колец и т.п.).

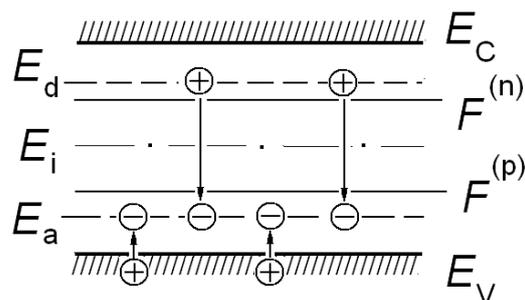


Рисунок 2.2

Для смены типа проводимости полупроводника или какой-то его области применяют операцию **компенсирования** или **перекомпенсирования** полупроводника. Ее суть сводится к тому, что в указанную область полупроводника локально вводят в нужном количестве легирующую примесь противоположного типа: для получения, например, на полупроводнике n -типа области p -типа вводят акцепторную примесь. Рисунок 2 поясняет сказанное. Здесь $F^{(n)}$ - положение уровня Ферми в

исходном полупроводнике n -типа с донорной примесью E_d , а $F(p)$ - положение уровня Ферми после введения в полупроводник компенсирующей акцепторной примеси с уровнем E_a . E_j – середина запрещенной зоны, разделяющая ее на верхнюю часть (для донорных примесей) и нижнюю (для акцепторных). На рис. 2 вертикальными стрелками показаны также переходы электронов на стадии формирования зарядового состояния донорной и акцепторной примеси в компенсированном полупроводнике.

Концентрацию вводимой компенсирующей примеси рассчитывают исходя из следующих соображений: после ее введения необходима такая концентрация дырок, чтобы она превысила концентрацию электронов в исходном полупроводнике на величину требуемой концентрации дырок в окончательном состоянии полупроводника. Так, если исходная концентрация электронов составляла $n_0 = 2.5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, то для получения p -области с концентрацией дырок $p_k = 4.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ необходимо ввести акцепторную примесь (при условии полной ее ионизации) с концентрацией N_a , равной $4.8 \cdot 10^{14} + 2.5 \cdot 10^{14} = 7.3 \cdot 10^{14} \text{ (см}^{-3}\text{)}$. В общем случае, когда требуется учесть уровни ионизации донорной и акцепторной примеси, концентрация вводимой компенсирующей примеси должна удовлетворять следующему условию: ее избыток над донорной примесью должен обеспечить требуемую концентрацию дырок в валентной зоне. Математически это условие можно записать так:

$$p_k = N_a[1 - f(E_a)] - n_0 = N_a \cdot \frac{\exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right)} - N_d =$$

$$= \frac{(N_a - N_d)\exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right) - N_d}{1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right)}, \quad (2.11)$$

где E_a – энергетическое положение вводимой акцепторной примеси, F – положение уровня Ферми в конечном состоянии (после компенсации). При выводе выражения (2.11) учтено, что в дырочном полупроводнике уровень Ферми находится в нижней половине запрещенной зоны и потому любой уровень в верхней половине запрещенной зоны будет полностью ионизован всегда и при любых условиях.

2.2 Примеры решения задач по вычислению параметров зонного спектра полупроводника

При решении задач данного раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров

полупроводников различного физико-химического состава.

Задача 1. Вычислить положение уровня Ферми в кремнии относительно потолка валентной зоны, если известно, что данный кристалл находится при температуре $T = 300 \text{ K}$ и содержит $1.4 \cdot 10^{13}$ атомов фосфора в 1 см^3 . При решении учесть, что атомы фосфора дают энергетический уровень донорного типа, который лежит в запрещенной зоне практически точно по дну зоны проводимости.

Решение. Для определения энергетического положения уровня Ферми в заданных условиях необходимо воспользоваться выражением (2.3):

$$F = E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - kT \cdot \ln \left(\frac{n_i}{n_0} \right).$$

Здесь равновесная концентрация n_0 задается донорной примесью:

$$n_0 = N_d (1 - f(E_C)) = \frac{N_d \cdot \exp \left(\frac{E_C - F}{kT} \right)}{1 + \exp \left(\frac{E_C - F}{kT} \right)}.$$

Строго говоря, имеем трансцендентное уравнение относительно F

$$F = E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - kT \cdot \ln \left(\frac{n_i}{N_d} \right) - kT \cdot \ln \left(1 + \exp \left(\frac{F - E_C}{kT} \right) \right), \quad (2.12)$$

которое можно решить приближенным методом, если $F - E_C < 3kT$. Это означает, что если донорный уровень находится выше уровня Ферми на единицы kT , то он полностью ионизован. Тогда последнее слагаемое в выражении (2.12) можно разложить в ряд по малому параметру

$$\ln \left(1 + \exp \left(\frac{F - E_C}{kT} \right) \right) \approx \exp \left(\frac{F - E_C}{kT} \right) < \exp(-3) \approx \frac{1}{20} = 0.05$$

и увидеть, что в рассматриваемом случае $\ln(1 + \delta)$ можно с высокой степенью точности считать равным $\ln(1)$, что дает нуль. В результате приходим к следующему выражению для положения уровня Ферми в легированном полупроводнике:

$$F \approx E_j + \frac{3}{4} kT \cdot \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - kT \cdot \ln \left(\frac{n_i}{N_d} \right).$$

Если считать положение уровня Ферми в электроно-вольтах (эВ), то это выражение следует разделить на заряд электрона:

$$F \approx E_j + \frac{3}{4} \cdot \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - \frac{kT}{q} \cdot \ln \left(\frac{n_i}{N_d} \right), \quad (2.13)$$

где E_j - задано уже в электроно-вольтах. Подстановка численных значений в (2.13) дает

$$\begin{aligned}
F &\approx 0.56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0.16}{0.19}\right) - \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{10}}{1.4 \cdot 10^{13}}\right) \approx \\
&\approx 0.56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0.16}{0.19}\right) - \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{10}}{1.4 \cdot 10^{13}}\right) \approx \\
&\approx 0.56 + 1.9 \cdot 10^{-2} \cdot \ln\left(\frac{16}{19}\right) + 0.078 \cdot \ln(10) \approx 0.56 - 0.019 \cdot 0.15 + 0.078 \cdot 2.3 \approx \\
&\approx 0.56 - 0.003 + 0.18 = 0.74 .
\end{aligned}$$

Из проведенного расчета следует важный вывод: изменение положения уровня Ферми за счет различия эффективных масс носителей заряда оказывается пренебрежимо малым по сравнению с другими слагаемыми в (2.13) и поэтому неважно: какие рассматривать электроны и дырки (легкие или тяжелые) – результат будет практически один и тот же. Такая ситуация характерна для подавляющего большинства практически важных случаев. Поэтому при рассмотрении кремниевых образцов будем отбрасывать это слагаемое в выражении для положения уровня Ферми.

Далее, полученный результат подтверждает сделанное предположение: уровень Ферми находится ниже уровня донорной примеси на расстоянии в $E_C - E_V - F = E_C - F = 1.12 - 0.74 = 0.38$ эВ, что значительно больше нескольких единиц kT .

Таким образом, уровень Ферми в кремнии при наличии в нем донорной примеси с концентрацией $1.4 \cdot 10^{13}$ см⁻³ расположен в верхней половине запрещенной зоны на расстоянии $F \approx 0.74$ эВ, отсчитанном от потолка валентной зоны.

Задача 2. Определить положение донорного уровня E_d (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны E_V в кремниевом полупроводниковом образце, если известно, что концентрация свободных электронов в нем равна $n_0 = 6.6 \cdot 10^{14}$ см⁻³, а концентрация введенной донорной примеси $N_d = 9.0 \cdot 10^{14}$ см⁻³?

Решение. Поскольку по условию задачи задана равновесная концентрация электронов, то тем самым задано положение уровня Ферми в запрещенной зоне полупроводника

$$F = E_i + \frac{3}{4} kT \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) - kT \cdot \ln\left(\frac{n_i}{n_0}\right).$$

Это положение определяется относительно потолка валентной зоны, а в переводе энергии в электроно-вольты это выражение примет вид:

$$F(\text{эВ}) = E_j(\text{эВ}) + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) - \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{n_i}{n_0}\right). \quad (2.14)$$

Теперь можно воспользоваться тем, что при заданной концентрации электронов известна также концентрация донорной примеси, связь между которыми устанавливается функцией Ферми-Дирака:

$$n_0 = N_d(1 - f(E_d)) = \frac{N_d \cdot \exp\left(\frac{E_d - F}{kT}\right)}{1 + \exp\left(\frac{E_d - F}{kT}\right)}, \quad (2.15)$$

где все величины известны, кроме энергии ионизации донорной примеси E_d . Разрешая выражение (2.15) относительно E_d , получим

$$E_d = F + kT \ln\left[\frac{n_0}{N_d - n_0}\right]$$

или в единицах эВ

$$E_d(\text{эВ}) = F(\text{эВ}) + \frac{kT}{q} \ln\left[\frac{n_0}{N_d - n_0}\right]. \quad (2.16)$$

Здесь положение уровня Ферми определяется выражением (2.14).

Таким образом, совместное использование выражений (2.14) и (2.16) позволяет найти энергетическое положение донорного уровня в численном выражении. Воспользовавшись справочными данными значения для $E_j(\text{эВ}) = \frac{\Delta E_g}{2} = 1,12 / 2 \approx 0,56 \text{ эВ}$, эффективных масс электронов и дырок, а также собственной концентрации носителей заряда в кремнии $n_i = 1,4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$, из выражения (2.14) найдем:

$$\begin{aligned} F(\text{эВ}) &= E_j(\text{эВ}) + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) - \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{n_i}{n_0}\right) \approx \\ &\approx 0,56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0,16}{0,19}\right) - \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1,4 \cdot 10^{10}}{6,6 \cdot 10^{14}}\right) \approx \\ &\approx 0,56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0,16}{0,19}\right) - \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1,4 \cdot 10^{10}}{1,4 \cdot 10^{13}}\right) \approx \\ &\approx 0,56 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{0,16}{0,19}\right) - \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \cdot \ln\left(\frac{1,4 \cdot 10^{10}}{6,6 \cdot 10^{14}}\right) \approx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\approx 0.56 + 1.9 \cdot 10^{-2} \cdot \ln\left(\frac{16}{19}\right) + 0.10 \cdot \ln(4.71) \approx 0.56 - 0.019 \cdot 0.15 + 0.10 \cdot 1.6 \approx \\ &\approx 0.56 - 0.003 + 0.16 \approx 0.72 \text{ (эВ)}. \end{aligned}$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос таков:
 $E_d - E_V = 0.72 \text{ эВ}$.

Задача 3. Какой должна быть концентрация акцепторной примеси, вводимой в образец кремния n -типа с концентрацией электронов $n_0 = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ для получения p -типа с концентрацией дырок $p_0 = 2.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, если энергетический уровень вводимой акцепторной примеси E_a удален от потолка валентной зоны на расстояние $E_a - E_V = 0,12 \text{ эВ}$?

Решение. После введения акцепторной примеси уровень донорной примеси окажется значительно выше (более чем на несколько единиц kT) уровня Ферми и потому будет полностью ионизован. Действительно, квант колебания решетки в единицах электроно-вольт составляет

$$\frac{kT}{q} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} = \frac{4.14}{1.6} \cdot 10^{-2} = 2.59 \cdot 10^{-2} \text{ (эВ)}.$$

Поэтому запрещенная зона кремния в единицах квантов тепловых колебаний решетки составляет

$$\left(\frac{\Delta E_g}{q}\right) / \left(\frac{kT}{q}\right) = \frac{1.12}{2.59} \cdot 10^2 \approx 43.3.$$

Следовательно, верхняя и нижняя половины запрещенной зоны, в которых располагаются донорные и акцепторные уровни легирующих примесей соответственно, велики по сравнению с областью перезарядки примесного уровня

$$\Delta E = (4 - 6) \frac{kT}{q}.$$

Эта область значительно меньше указанных выше областей расположения примесных уровней.

Концентрация свободных дырок p_0 в валентной зоне полупроводника равна разности концентраций ионизованных акцепторов и концентрации доноров:

$$p_0 = N_a \cdot f(E_a) - N_d, \quad (2.17)$$

где функция заполнения электронами акцепторного уровня есть

$$f(E_a) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right)}.$$

Из выражения (2.17) найдем концентрацию акцепторной примеси:

$$N_a = (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right) \right]. \quad (2.18)$$

Здесь положение уровня Ферми F относительно потолка валентной зоны определяется уже известным образом (см. (2.14)):

$$\frac{(F - E_V)}{q} = E_i(\text{эВ}) + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{n_i}{p_0}\right), (\text{эВ}).$$

Перепишем выражение (2.18) в следующем виде, увязав положение акцепторного уровня с потолком валентной зоны:

$$\begin{aligned} N_a &= (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \exp\left(\frac{E_a - F}{kT}\right) \right] = \\ &= (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \exp\left(\frac{(E_a - E_V) - (F - E_V)}{kT}\right) \right], \end{aligned}$$

или в таком виде:

$$\begin{aligned} N_a &= (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \exp\left(\frac{(E_a - E_V) - (F - E_V)}{kT}\right) \right] = \\ &= (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \frac{\exp\left(\frac{E_a - E_V}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{F - E_V}{kT}\right)} \right]. \end{aligned}$$

Окончательно:

$$N_a = (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \frac{\exp\left(\frac{(E_a - E_V) \cdot q}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{(F - E_V) \cdot q}{kT}\right)} \right]. \quad (2.19)$$

Теперь подставим численные значения в данное выражение:

$$\begin{aligned} \frac{E_a - E_V}{q} \cdot \frac{q}{kT} &= \frac{0.12}{2.59} \cdot 10^2 = 4.63, \\ \frac{F - E_V}{kT} &= \frac{E_i - E_V}{kT} + \ln\left(\frac{n_i}{p_0}\right). \end{aligned}$$

Далее, подставив эти значения в выражение (2.19), получим:

$$\begin{aligned}
 N_a &= (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \frac{\exp(4.63)}{\frac{n_i}{p_0} \exp\left(\frac{(E_i - E_V) \cdot q}{kT}\right)} \right] = \\
 &= (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \frac{\exp(4.63)}{\frac{n_i}{p_0} \exp\left(\frac{0.56}{2.59} \cdot 10^2\right)} \right] = (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \frac{\exp(4.63)}{\frac{n_i}{p_0} \exp(21.6)} \right] = \\
 &= (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \frac{\exp(4.63 - 21.6)}{\frac{n_i}{p_0}} \right] = (p_0 + N_d) \cdot \left[1 + \frac{p_0 \exp(-17.0)}{n_i} \right] = \\
 &= (2.4 + 28.0) 10^{16} \left[1 + \frac{2.8 \cdot 10^{17}}{1.4 \cdot 10^{10}} \exp(-17) \right] \approx 3.0 \cdot 10^{17} \left[1 + 2 \cdot 10^7 \cdot \exp(-17) \right]
 \end{aligned}$$

Вычислив $\exp(-17) \approx \frac{1}{228} \cdot 10^{-5}$, найдем

$$N_a \approx 3.0 \cdot 10^{17} \left(1 + 2 \cdot 10^7 / 228 \cdot 10^5 \right) \approx 3.0 \cdot 10^{17} (1 + 0.88) \approx 5.6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$$

Таким образом, концентрация компенсирующей примеси с заданным энергетическим положением должна составлять $5.6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

2.3 Варианты заданий для самостоятельного решения по вычислению параметров зонного спектра полупроводника

Задача 2.1. Определить положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в кремниевом полупроводнике p - типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация акцепторной примеси в нем равна $N_a = 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.2. Определить положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в кремниевом полупроводнике n - типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация донорной примеси в нем равна $N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.3. Определить положение уровня Ферми относительно середины запрещенной зоны в германиевом полупроводнике p - типа и

концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация акцепторной примеси в нем равна $N_a = 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.4. Определить положение уровня Ферми относительно потолка середины запрещенной зоны в германиевом полупроводнике n -типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация донорной примеси в нем равна $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.5. Определить положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в полупроводниковом образце $GaAs$ n -типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация донорной примеси в нем равна $N_d = 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.6. Определить положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны в полупроводниковом образце $GaAs$ p -типа и концентрацию неосновных носителей, если известно, что концентрация акцепторной примеси в нем равна $N_a = 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.7. Определить положение акцепторного уровня E_a (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны E_V в кремниевом полупроводниковом образце p -типа, если известно, что концентрация свободных дырок в нем равна $p_0 = 6.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, а концентрация акцепторной примеси $N_a = 9.0 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.8. Определить положение донорного уровня E_d (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны E_V в германиевом полупроводниковом образце n -типа, если известно, что концентрация свободных электронов в нем равна $n_0 = 5.6 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, а концентрация донорной примеси $N_d = 8.8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.9. Определить положение донорного уровня E_d (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны E_V в арсенид-галлиевом полупроводниковом образце n -типа, если известно, что концентрация свободных электронов в нем равна $n_0 = 1.6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, а концентрация донорной примеси $N_d = 3.2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$.

Задача 2.10. Определить положение акцепторного уровня E_a (в электроно-вольтах) относительно потолка валентной зоны E_V в арсенид-

галлиевом полупроводниковом образце p -типа, если известно, что концентрация свободных дырок в нем равна $p_0 = 2.6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, а концентрация акцепторной примеси $N_a = 4.5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$

Практическое занятие 3. Оптические свойства полупроводников

3.1 Основные понятия

При распространении электромагнитного излучения в твердом теле интенсивность излучения монотонно уменьшается. Если параметры твердого тела постоянны по координате x , вдоль которой распространяется излучение, то уменьшение интенсивности по мере удаления от освещаемой поверхности подчиняется закону Бугера-Ламберта:

$$I(x) = I_0(1-R) \cdot \exp(-\alpha \cdot x). \quad (3.1)$$

Здесь R - безразмерная величина, именуемая **коэффициентом отражения** излучения от поверхности твердого тела, α - коэффициент поглощения излучения. Он имеет размерность обратной длины, и потому вводят еще один параметр, характеризующий взаимодействие излучения с твердым телом – **длину свободного пробега фотона**:

$$\ell_{\phi} = 1/\alpha. \quad (3.2)$$

Она равна среднему расстоянию, которое проходит фотон в твердом теле до момента своего поглощения. Численные значения длины свободного пробега фотона составляют единицы и доли микрона, что указывает на доминирующую роль приповерхностного слоя в процессе поглощения излучения.

Рассмотрение поглощения на основе квантовой теории света приводит к следующему выражению для коэффициента поглощения:

$$\alpha = \sigma \cdot N, \quad (3.3)$$

где σ - вероятность поглощения фотона одиночным центром, имеющая размерность площади; N - концентрация центров поглощения.

Из всех возможных механизмов поглощения излучения твердым телом как наиболее важные для практического применения следует выделить собственное поглощение, примесное поглощение и поглощение на свободных носителях заряда.

1. Собственное поглощение наблюдается при падении на полупроводник излучения с энергией кванта больше ширины запрещенной зоны:

$$\hbar\omega \geq \Delta E_g. \quad (3.4)$$

Этот тип поглощения доминирует в области коротких длин волн, меньших $\lambda_{кр}$:

$$\lambda_{кр} = \frac{hc}{\Delta E_g}. \quad (3.5)$$

2. Примесное поглощение возникает, когда энергия падающего на полупроводник фотона достаточна для перевода электрона из валентной зоны на уровень примеси – случай акцепторной примеси (ΔE_a), или наоборот: с примеси в зону проводимости – случай донорной примеси (ΔE_d). Эти условия можно записать так:

$$\lambda_{пр} = \frac{hc}{\Delta E_{d,a}}. \quad (3.6)$$

Необходимым условием наблюдения примесного поглощения является частичная ионизация примесного уровня, что достигается при пониженных температурах полупроводника. Поскольку примесное поглощение также возможно в области коротких длин волн, где доминирует собственное поглощение, то вторым условием наблюдения примесного поглощения является отсутствие собственного поглощения. Наиболее просто этого можно достичь, если использовать излучение с длиной волны λ из диапазона $\lambda_{пр} > \lambda > \lambda_{кр}$. Учитывая то обстоятельство, что концентрация примесей в полупроводнике на порядки ниже концентрации собственных атомов, согласно выражению (3.3), коэффициент примесного поглощения α в реальных полупроводниках оказывается на несколько порядков ниже коэффициента собственного поглощения. Следовательно, поглощение излучения примесными атомами и ионами происходит в слое толщиной до сотен микрон.

3.2 Примеры решения задач по определению параметров взаимодействия излучения с полупроводниками

При решении задач раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава. Эти данные приведены в Приложении в конце учебно-методического пособия.

Задача 1. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника между координатами $x_1 = 10^{-6}$ см до $x_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет 10^{-8} м?

Решение. За основу решения задачи возьмем закон Бугера – Ламберта, согласно которому интенсивность оптического излучения на расстоянии x от

освещаемой поверхности $I(x)$ уменьшается с ростом глубины по экспоненциальному закону:

$$I(x) = (1 - R) \cdot I_0 \exp(-\alpha x), \quad (3.7)$$

где R - коэффициент отражения излучения от поверхности, а α - коэффициент поглощения, который по величине обратно пропорционален длине свободного пробега фотона ℓ_ϕ :

$$\alpha = \frac{1}{\ell_\phi}.$$

Значит, в точке $x_1 = 10^{-6}$ см интенсивность света будет равна

$$I(x_1) = I_0 \exp(-\alpha x_1).$$

Эта доля интенсивности от падающего на полупроводник излучения, пройдя слой вещества до точки $x_2 = 2 \cdot 10^{-6}$ см, уменьшится до

$$I(x_2) = I_0 \exp(-\alpha x_2).$$

Следовательно, в слое толщиной $(x_2 - x_1)$ поглотится интенсивность

$$\Delta I(x_2 - x_1) = I(x_1) - I(x_2) = I_0 \exp(-\alpha x_1) - I_0 \exp(-\alpha x_2),$$

или в относительных единицах

$$\frac{\Delta I(x_2 - x_1)}{I_0} = \exp(-\alpha x_1) - \exp(-\alpha x_2).$$

Подставляя численные значения в сантиметрах, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta I(x_2 - x_1)}{I_0} &= \exp(-10^6 \cdot 10^6) - \exp(-10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-6}) = \\ &= \exp(-1) - \exp(-2) = \frac{1}{\exp(1)} - \frac{1}{\exp(2)} = \frac{1}{2.7} - \frac{1}{7.3} \approx 0,23. \end{aligned}$$

Ответ на поставленный в задаче вопрос таков: в указанном слое поглотится примерно 23% от падающей интенсивности.

Задача 2. Определить вероятность поглощения фотонов видимого оптического излучения в полупроводниковом кремнии, если известно, что 99% падающей световой мощности поглощается в слое толщиной 10^{-5} см.

Решение. За основу решения задачи возьмем закон Бугера – Ламберта, согласно которому интенсивность оптического излучения на расстоянии x от освещаемой поверхности $I(x)$ уменьшается с ростом глубины по экспоненциальному закону:

$$I(x) = (1 - R) \cdot I_0 \exp(-\alpha x).$$

Здесь по условию задачи коэффициент отражения $R = 0$. Известно, что коэффициент поглощения α определяется вероятностью поглощения фотона σ отдельным центром и концентрацией поглощающих центров N :

$$\alpha = \sigma \cdot N. \quad (3.8)$$

Следовательно, по условию задачи процент остаточной интенсивности на глубине $x_0 = 10^{-5}$ см равен 1%. Поэтому из закона Бугера - Ламберта имеем

$$\frac{I(x_0)}{I_0} = \exp(-\sigma N \cdot x_0) = 0.01.$$

Отсюда находим неизвестную величину:

$$\sigma = -\frac{1}{N \cdot x_0} \ln(0.01) = -\frac{1}{N \cdot x_0} \ln(10^{-2}) = \frac{2}{N \cdot x_0} \ln(10). \quad (3.9)$$

Так как поглощение излучения осуществляется в собственной полосе длин волн (случай собственного поглощения), то концентрация поглощающих центров равна концентрации атомов кремния. Согласно табличным данным $N = 5 \cdot 10^{22}$ см⁻³, поэтому из выражения (6.9) находим:

$$\sigma = \frac{2}{5 \cdot 10^{22} \cdot 10^{-5}} \ln(10) = \frac{2}{5} 10^{-17} \cdot 2.3 = 9.2 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2.$$

Итак, ответ на поставленную задачу таков: вероятность поглощения фотона атомами кремния равна $9.2 \cdot 10^{-18}$ см².

Задача 3. Определить мощность оптического излучения на глубине $x_0 = 10^{-4}$ см от освещаемой поверхности полупроводника, если известно, что при падении на поверхность 1 Вт света на расстоянии $x_1 = 2,1 \cdot 10^{-4}$ см поглотилось 85% от прошедшей в полупроводник мощности.

Решение. Как и в предыдущей задаче воспользуемся законом Бугера – Ламберта для мощности для двух глубин поглощения. Требуемая мощность может быть найдена по формуле:

$$P(x_0) = (1 - R) \cdot P_0 \exp(-\alpha x_0),$$

где $R = 0$, $P_0 = 1$ Вт. Для определения мощности на глубине $x_0 = 10^{-4}$ см необходимо вычислить коэффициент поглощения, что также можно сделать, используя закон Бугера – Ламберта:

$$P(x_1) = P_0 \exp(-\alpha x_1)$$

Отсюда получим:

$$\alpha = -\frac{1}{x_1} \ln\left(\frac{P(x_1)}{P_0}\right).$$

Тогда искомая величина будет равна

$$P(x_0) = P_0 \exp\left(\frac{x_0}{x_1} \left(\ln\left(\frac{P(x_1)}{P_0}\right)\right)\right). \quad (3.10)$$

Подстановка численных значений в выражение (3.10) дает

$$P(x_0) = 1 \cdot \exp(2,1 \cdot \ln(0.15)) = \exp(2,1 \cdot (-1.9)) = \frac{1}{\exp(4)} \approx \frac{1}{54} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ Вт}.$$

Ответ на поставленный вопрос таков: на глубине 10^{-4} см мощность оптического излучения равна $1,8 \cdot 10^{-2}$ Вт.

Задача 4. Найти концентрацию примесных центров, на которых происходит поглощение инфракрасного излучения с длиной волны 10.6 мкм в кристалле *GaAs* длиной 10^{-4} см, если известно, что на его длине поглотилось 50% падающей мощности, а при концентрации в полупроводнике поглощающих центров той же природы $1,8 \cdot 10^{-2}$ см⁻³ длина свободного пробега фотона указанной длины волны составляет 100 см.

Решение. Неизвестную концентрацию центров поглощения фотонов найдем из закона Бугера – Ламберта:

$$I(L) = I_0 \exp(-\alpha x) = I_0 \exp(-\sigma N \cdot L).$$

Отсюда находим:

$$N = \frac{-1}{\sigma \cdot L} \ln\left(\frac{I(L)}{I_0}\right) = \frac{1}{\sigma \cdot L} \ln\left(\frac{I_0}{I(L)}\right).$$

В данном выражении для отыскания концентрации примесей неизвестной величиной является сечение захвата ими фотонов. Займемся теперь его определением. Из условия задачи известно, что при $N = N_0 = 10^{12}$ см⁻³ длина свободного пробега фотона равна $\ell_{\phi} = 100$ см. По определению, она равна обратному значению коэффициента поглощения:

$$\ell_{\phi} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\sigma \cdot N_0}.$$

Следовательно, сечение захвата отсюда будет равно

$$\sigma = \frac{1}{\ell_{\phi} \cdot N_0}.$$

Окончательно выражение для отыскания концентрации примесных центров примет вид:

$$N = N_0 \frac{\ell_{\phi}}{L} \ln\left(\frac{I_0}{I(L)}\right). \quad (3.11)$$

Подстановка численных значений в выражение (3.11) дает следующее значение отыскиваемой величины:

$$N \approx 10^{12} \cdot 10^2 \cdot 0.7 = 7 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}.$$

Таким образом, окончательный ответ на поставленный в задаче вопрос таков: концентрация примесных центров в полупроводнике, поглощающих излучение с длиной волны 10.6 мкм, составляет $7 \cdot 10^{14}$ см⁻³.

3.3 Варианты заданий для самостоятельного решения по определению параметров взаимодействия излучения с полупроводниками

Задача 3.1. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ($x = 0$) до точки $x_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ см, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет 10^{-6} см, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.2?

Задача 3.2. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ($x = 0$) до точки $x_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ см, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет 10^{-6} см, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.3?

Задача 3.3. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ($x = 0$) до точки $x_1 = 2 \cdot 10^{-4}$ см, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет 10^{-6} см, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.4?

Задача 3.4. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ($x = 0$) до точки $x_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ см, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет $2 \cdot 10^{-6}$ см, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.5?

Задача 3.5. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника от освещаемой поверхности ($x = 0$) до точки $x_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ см, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет $2 \cdot 10^{-6}$ см, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности равен 0.6?

Задача 3.6. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника между координатами $x_1 = 10^{-5}$ см до $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет 10^{-6} см?

Задача 3.7. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника между координатами $x_1 = 10^{-6}$ см до $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что длина свободного пробега фотона составляет 10^{-6} см?

Задача 3.8. Какая доля от падающей световой интенсивности поглощается в слое полупроводника между координатами $x_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ см до $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что коэффициент поглощения излучения составляет 10^6 см⁻¹, а коэффициент отражения от освещаемой поверхности полупроводника равен 0.2?

Задача 3.9. Какая мощность света поглощается в слое полупроводника между координатами $x_1 = 5 \cdot 10^{-6}$ см до $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что падающая на полупроводник мощность света равна $2 \cdot 10^{-3}$ Вт, коэффициент поглощения излучения составляет $3 \cdot 10^6$ см⁻¹, а коэффициент отражения света от освещаемой поверхности полупроводника равен 0.1?

Задача 3.10. Какая мощность света поглощается в слое полупроводника между координатами $x_1 = 10^{-5}$ см до $x_2 = 2 \cdot 10^{-5}$ см, отсчитанными от освещаемой поверхности, если известно, что падающая на полупроводник мощность света равна $8 \cdot 10^{-2}$ Вт, коэффициент поглощения излучения составляет $2 \cdot 10^6$ см⁻¹, а коэффициент отражения света от освещаемой поверхности полупроводника равен 0.5?

Практическое занятие 4. Электропроводность в полупроводниках

4.1 Основные понятия

Электропроводность. При помещении полупроводника p - или n - типа в электрическое поле величиной ε_0 в зонах разрешенных значений энергии возникает направленное движение электронов и дырок: электроны, находясь в зоне проводимости, перемещаются навстречу полю, а дырки в валентной зоне движутся по полю. Поэтому полный ток в полупроводнике равен сумме этих токов:

$$j = j_n + j_p.$$

Каждый из этих токов можно рассчитать исходя из следующих соображений. Если концентрация электронов равна n_0 и они перемещаются навстречу полю со средней скоростью v_n , то переносимый ими заряд за время t через единичную площадку, перпендикулярную направлению их скорости, будет равен:

$$Q_n = qn_0v_n \cdot t,$$

где $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ - заряд отдельного электрона. Следовательно, протекающий электронный ток будет иметь плотность

$$j_n = \frac{dQ_n}{dt} = qn_0v_n.$$

Этот ток должен подчиняться закону Ома

$$j_n = \sigma \cdot \varepsilon_0 = qn_0 \frac{v_n}{\varepsilon_0} \varepsilon_0 = q\mu_n n_0 \varepsilon_0, \quad (4.1)$$

где обозначено: $\mu_n = \frac{v_n}{\varepsilon_0}$ - подвижность электронов в полупроводнике. В соответствии с законами механики скорость электрона должна линейно возрастать как с ростом величины электрического поля, так и времени его воздействия. В действительности же из-за множественных столкновений скорость движения свободных частиц в кристалле с ростом приложенного электрического поля быстро насыщается. Поэтому этот параметр оказывается практически **постоянной величиной** для данного полупроводникового материала.

Подвижность свободных носителей заряда связана с коэффициентами их диффузии D_n, D_p соотношениями:

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n, \quad D_p = \frac{kT}{q} \mu_p.$$

Из выражения (4.1) можно найти электропроводность полупроводника, созданную свободными электронами, воспользовавшись законом Ома ($j_n = \sigma_n \varepsilon_0$):

$$\sigma_n = q\mu_n n_0.$$

Аналогичным образом находится дырочная составляющая электропроводности кристалла, в которой фигурируют подвижность дырок μ_p и их концентрация в валентной зоне p_0 . Поэтому полная электропроводность полупроводника равна сумме электронной и дырочной электропроводностей:

$$\sigma = q\mu_n n_0 + q\mu_p p_0. \quad (4.2)$$

Теперь обратимся к объяснению возникновения тока проводимости в полупроводниках при приложении к нему электрического поля. Пусть имеется полупроводник n -типа, донорная примесь которого полностью ионизована. В результате в зоне проводимости находятся свободные электроны с концентрацией n_0 , равной концентрации введенной донорной примеси N_d . В валентной зоне также имеются свободные носители заряда –

дырки, но их концентрация меньше концентрации свободных электронов и равна

$$p_0 = \frac{n_i^2}{N_d} .$$

Пусть теперь к этому полупроводнику приложили электрическое поле, причем его положительный полюс находится на левом торце полупроводникового образца, а отрицательный – на правом. Наложение электрического поля приводит к наклону энергетической диаграммы полупроводника на угол, определяемый величиной поля. Энергетическая диаграмма полупроводника в поле показана на рис.4.1. Здесь E_n , E_p - направления отсчитывания энергий электронов и дырок, x - координата в объеме полупроводника в направлении действия электрического поля, v_n , v_p - скорости дрейфа электронов и дырок, j_n , j_p - дрейфовые токи, создаваемые движением электронов и дырок соответственно.

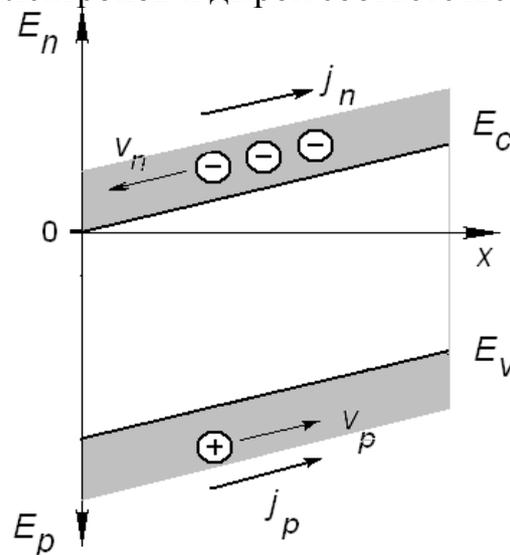


Рисунок 4.1

Диффузионный ток. Электрический ток в твердых телах может возникнуть не только под действием электрического поля.

Направленное движение электронов и (или) дырок может возникнуть при неоднородном их распределении в пространстве. В результате из мест с высокой концентрацией свободные носители устремятся в места, где их концентрация меньше. Возникающий при этом ток называется **диффузионным**, т.к. причина возникновения движения – диффузия носителей заряда. Величина диффузионного тока пропорциональна градиенту концентрации свободных носителей заряда. В одномерном случае диффузионные токи электронов и дырок равны

$$j_n^{(диф)} = qD_n \frac{\partial n}{\partial x}, \quad j_p^{(диф)} = qD_p \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (4.3)$$

где D_n , D_p – коэффициенты диффузии электронов и дырок соответственно. Поскольку коэффициенты являются константами вещества, то, зная градиенты концентраций, по выражениям (4.3) можно найти величины диффузионных токов.

4.2 Примеры решения задач

Задача 1. Рассчитать удельную электропроводность кристалла германия при комнатной температуре, если известно, что уровень его легирования донорной примесью составляет $N_d = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

Решение. В общем случае электропроводность кристалла полупроводника обеспечивается движением электронов и дырок. Поэтому она состоит из двух слагаемых: электронной компоненты электропроводности и дырочной, что с использованием выражения (4.2) можно записать в виде

$$\sigma = q\mu_n n + q\mu_p p = q\mu_n n + q\mu_p \left(\frac{n_i^2}{n} \right). \quad (4.4)$$

Полная концентрация электронов в зоне проводимости равна концентрации донорной примеси. Поэтому, предполагая полную ионизацию донорной примеси, можно записать:

$$n = N_d.$$

Тогда электропроводность кристалла германия (4.4) будет равна:

$$\sigma = q\mu_n N_d + q\mu_p \left(\frac{n_i^2}{N_d} \right). \quad (4.5)$$

Подставив из Приложения в выражение (4.5) численные значения подвижностей электронов и дырок в германии, получим:

$$\begin{aligned} \sigma &= 1,6 \cdot 10^{-19} \left(3,9 \cdot 10^3 \cdot 2,0 \cdot 10^{15} + 1,9 \cdot 10^3 \frac{2,4 \cdot 2,4 \cdot 10^{26}}{2,0 \cdot 10^{15}} \right) = \\ &= 1,6 \cdot 10^{-19} (7,8 \cdot 10^{18} + 1,9 \cdot 2,4 \cdot 1,2 \cdot 10^{14}) \approx 1,6 \cdot 10^{-19} (7,8 \cdot 10^{18}) = \\ &= 12,5 \cdot 10^{-1} = 1,2. \end{aligned}$$

Итак, электропроводность исследуемого кристалла германия равна $1,2 \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$.

Задача 2. Через образец арсенида галлия, легированный донорной примесью концентрацией $1,4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, протекает ток величиною 10^{-3} А . Размеры образца $(0,31 \times 0,31 \times 1,0) \text{ см}^3$. За какое время электроны пролетают этот образец? Считать, что ток течет вдоль большей стороны кристалла.

Решение. Чтобы найти время пролета электронами образца, необходимо знать скорость дрейфа электронов - v_n , т.к. длина образца известна:

$$t = \frac{L}{v_n} . \quad (4.6)$$

Скорость электронов может быть найдена через их подвижность:

$$\mu_n = \frac{v_n}{\varepsilon} , \quad (4.7)$$

где ε - величина электрического поля, приложенного к кристаллу. Ее можно определить из закона Ома:

$$j = \sigma \cdot \varepsilon . \quad (4.8)$$

Значит, искомая неизвестная будет вычисляться по выражению:

$$t = \frac{L}{v_n} = \frac{L}{\mu_n \cdot \varepsilon} = \frac{L \cdot \sigma}{\mu_n \cdot j} .$$

Плотность тока можно найти по известному значению тока через образец I и площади образца $S = (0,31 \times 0,31) = 10^{-1} \text{ см}^2$:

$$j = \frac{I}{S} .$$

Окончательное выражение для определения времени пролета электронами образца будет

$$t = \frac{L \cdot \sigma \cdot S}{\mu_n \cdot I} = \frac{L \cdot S}{\mu_n \cdot I} q \left(\mu_n N_d + \mu_p \frac{n_i^2}{N_d} \right) . \quad (4.9)$$

Подставив из Приложения численные значения параметров арсенида галлия, получим:

$$\begin{aligned} t(\text{с}) &= \frac{1,0 \cdot 10^{-1}}{8,0 \cdot 10^3 \cdot 10^{-3}} 1,6 \cdot 10^{-19} \left(8,0 \cdot 10^3 \cdot 1,4 \cdot 10^{15} + 5,0 \cdot 10^2 \frac{1,4 \cdot 1,4 \cdot 10^{16}}{1,4 \cdot 10^{15}} \right) = \\ &= 2,0 \cdot 10^{-21} (11,2 \cdot 10^{18} + 7,0 \cdot 10^3) \approx 22,4 \cdot 10^{-3} . \end{aligned}$$

Таким образом, ответ на поставленный вопрос таков: электрон пролетит образец за 22 миллисекунды.

Задача 3. Рассчитать величину плотности полного диффузионного тока (электронов и дырок) в кремниевом образце при комнатной температуре, если известно, что уровень его легирования донорной примесью составляет $N_d = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, а зависимости концентраций электронов и дырок от координаты описываются выражениями:

$$n_0(x) = N_d \cdot \exp[-\alpha_n(x-a)^2]$$

$$p_0(x) = \left(\frac{n_i^2}{N_d}\right) \cdot \exp[-\alpha_p(x-b)^2].$$

Здесь α_n , α_p , a , b - некие постоянные величины.

Решение. Плотность полного диффузионного тока представляет разность диффузионных токов электронов и дырок, поскольку при одинаковом направлении движения переносятся заряды противоположных знаков

$$j^{(\text{диф})} = j_n^{(\text{диф})} - j_p^{(\text{диф})} = qD_n \frac{\partial n}{\partial x} - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}.$$

Для дальнейших расчетов необходимо найти градиенты концентраций электронов и дырок, что сейчас сделаем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial x} &= \left(N_d \cdot \exp[-\alpha_n(x-a)^2] \right)'_x = N_d \left(-2\alpha_n(x-a) \exp[-\alpha_n(x-a)^2] \right) = \\ &= -2\alpha_n(x-a) \cdot n(x); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \left(\left(\frac{n_i^2}{N_d} \right) \cdot \exp[-\alpha_p(x-b)^2] \right)'_x = \left(\frac{n_i^2}{N_d} \right) \left(-2\alpha_p(x-b) \exp[-\alpha_p(x-b)^2] \right) = \\ &= -2\alpha_p(x-b) \cdot p(x). \end{aligned}$$

Следовательно, выражение для полной плотности тока будет:

$$j^{(\text{диф})} = 2q\alpha_p(x-b) \cdot p(x) - 2q\alpha_n(x-a) \cdot n(x). \quad (4.10)$$

Данное выражение является ответом на поставленный в задаче вопрос.

4.3 Задачи для самостоятельного решения

Задача 4.1. Даны два германиевых образца полупроводника n -типа. Концентрация неосновных носителей в первом образце равна $p_n = 6,25 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$, а концентрация неосновных носителей во втором образце на два порядка выше. Определить удельную электропроводность и концентрацию основных носителей в каждом образце.

Задача 4.2. Даны два германиевых образца полупроводника p -типа. Концентрация неосновных носителей в первом образце равна $n_p = 6,25 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$, а концентрация неосновных носителей во втором образце на два порядка ниже. Определить удельную электропроводность и концентрацию основных носителей в каждом образце.

Задача 4.3. Даны два кремниевых образца полупроводника *n*-типа. Концентрация неосновных носителей в первом образце равна $p_n = 6,25 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$, а концентрация неосновных носителей во втором образце на два порядка выше. Определить удельную электропроводность и концентрацию основных носителей в каждом образце.

Задача 4.4. Даны два кремниевых образца полупроводника *p*-типа. Концентрация неосновных носителей в первом образце равна $n_p = 6,25 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$, а концентрация неосновных носителей во втором образце на два порядка ниже. Определить удельную электропроводность и концентрацию основных носителей в каждом образце.

Задача 4.5. Образец германия содержит донорную примесь с концентрацией $N_D = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Определить удельную электропроводность и тип проводимости полупроводника. Какой должна быть концентрация доноров, чтобы удельная электропроводность равнялась $6,2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$?

Задача 4.6. Задача 6. Образец кремния содержит донорную примесь с концентрацией $N_D = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Определить удельную электропроводность и тип проводимости полупроводника. Какой должна быть концентрация донорной примеси, чтобы удельная электропроводность равнялась $6,2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$?

Задача 4.7. Образец арсенида галлия содержит донорную примесь с концентрацией $N_D = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Определить удельную электропроводность и тип проводимости полупроводника. Какой должна быть концентрация донорной примеси, чтобы удельная электропроводность равнялась $6,2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$?

Задача 4.8. Образец германия содержит акцепторную примесь с концентрацией $N_A = 2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$. Определить удельную электропроводность и тип проводимости полупроводника. Какой должна быть концентрация донорной примеси, чтобы удельная электропроводность образца равнялась собственному значению?

Задача 4.9. Дрейфовый ток плотностью 10^{-3} А/см^2 течет через образец германия *n*-типа проводимости с удельным сопротивлением $5 \text{ Ом}\cdot\text{см}$. За какое время электроны и дырки пройдут расстояние $5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$?

Задача 4.10. Дрейфовый ток плотностью 10^{-3} А/см² течет через образец германия *p*-типа проводимости с удельным сопротивлением 5 Ом·см. За какое время электроны и дырки пройдут расстояние $5 \cdot 10^{-3}$ см?

Практическое занятие 5. Эмиссия излучения, люминесценция

5.1 Основные понятия

С макроскопической позиции излучательные свойства твердого тела анализируются как свойства однородного кристалла. Здесь для численной оценки эффективности излучательной способности вводят два параметра. Первый из них называется **внутренней квантовой эффективностью** η . Он характеризует способность атомов полупроводника излучать фотоны при рекомбинации электронно-дырочных пар и вычисляется следующим образом:

$$\eta = \frac{1}{\frac{1}{\tau_l} + \frac{1}{\tau_r}} = \frac{\tau_r}{\tau_r + \tau_l} \quad (5.1)$$

т.е. это параметр превышения способности генерировать фотоны над способностью того же вещества генерировать фононы. Численно он определяет: сколько генерируется фотонов в результате рекомбинации одной пары «электрон-дырка». Для того чтобы наблюдать эмиссию излучения, необходимо, чтобы сгенерированные фотоны вышли из полупроводника через одну из его граней в окружающее пространство. Однако, распространяясь в кристалле на пути от места генерации к излучающей поверхности, фотоны могут быть поглощены другими атомами, находящимися в основном энергетическом состоянии. Поэтому вводят еще один параметр, называемый **внешней квантовой эффективностью** и обозначаемый как ξ . Он показывает долю сгенерированных в объеме полупроводника фотонов, вышедших через его поверхность:

$$\xi = \frac{\ell_{\phi}}{\ell_{\phi} + L}, \quad (5.2)$$

где L – толщина полупроводника в направлении на излучающую поверхность; ℓ_{ϕ} – длина свободного пробега фотона в полупроводнике. Из этого определения видно, что условие достижения высокого выхода светового излучения заключается в том, чтобы сгенерированные фотоны могли выйти из полупроводника не будучи поглощенными другими атомами на пути от излучающего атома до поверхности. Для этого необходимо, чтобы длина свободного пробега фотона была больше толщины образца: $\ell_{\phi} \gg L$.

Конечно, эти два параметра не дают исчерпывающего ответа на вопрос об эффективности излучающей способности полупроводника. Кроме этих двух параметров, можно ввести еще несколько, с помощью которых отображалось бы выполнение еще ряда условий, которые необходимо соблюдать для повышения эффективности излучения (например, условия на коэффициент отражения света от внутренней поверхности полупроводника). Но эти два – основные.

С микроскопической позиции излучающие способности твердого тела рассматриваются как результат излучения отдельных атомов, т.е. анализируются механизмы генерации излучения отдельным атомом. Детальный анализ показывает, что при этом подходе двумя параметрами, определяющими эффективность излучения отдельного атома, являются вероятности спонтанного - A_{21} и индуцированного - B_{21} переходов. Эти параметры определяются природой атома, его структурного состояния в решетке и потому являются константой для данного вещества. Следовательно, численные значения этих параметров можно найти в справочных материалах.

Для характеристики излучательной способности оптического излучения твердотельного лазера необходимо проверять выполнение двух условий:

- условие резонанса оптической волны на длине резонатора L :

$$L = m \frac{\lambda}{2n}, \quad (5.3)$$

где n - показатель преломления вещества, являющегося активным в лазере, m - целое число, показывающее количество полуволн оптического излучения, укладываемых на длине кристалла;

- условие значения коэффициента усиления активного вещества g , достаточного для возникновения генерации, если кристалл помещен в оптический резонатор с зеркалами, коэффициенты отражения от которых равны R_1, R_2 , а коэффициент поглощения оптического излучения с генерируемой длиной волны в активном веществе лазера равен α :

$$g > \alpha - \frac{1}{2L} \ln(R_1 R_2). \quad (5.4)$$

Для получения генерации оптического излучения полупроводниковым лазером это условие сводится к необходимости задания протекающего тока через открытый $p-n$ переход величиной выше порогового тока.

5.2 Примеры решения задач по определению параметров эмиссионных эффектов в полупроводниках

При решении задач раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава.

Задача 1. Определить параметр внутренней квантовой эффективности генерации оптического излучения германиевого образца n -типа проводимости с концентрацией донорной примеси $N_d = 2.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, находящегося при температуре $T = 300 \text{ К}$.

Решение. Исходным выражением для определения параметра внутренней квантовой эффективности является выражение (5.1), в котором неизвестными величинами являются время жизни излучательной рекомбинации τ_l и время жизни безизлучательной рекомбинации τ_r :

$$\eta = \frac{\tau_r}{\tau_r + \tau_l}. \quad (5.5)$$

Время жизни излучательной рекомбинации зависит от уровня легирования полупроводника по закону:

$$\tau_l = \tau_l^{(i)} \frac{2n_i}{n_0 + p_0}. \quad (5.6)$$

Из табличных данных известно, что время излучательной рекомбинации в собственном германии составляет $\tau_l^{(i)} = 0.6 \text{ с}$. Поэтому по выражению (5.6) будем иметь:

$$\tau_l \approx \tau_l^{(i)} \frac{2n_i}{N_d} = 0.6 \frac{2 \cdot 2.4 \cdot 10^{13}}{2.4 \cdot 10^{17}} = 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ с}.$$

Из справочных материалов находим, что время жизни неравновесных электронов и дырок в германии составляет величину $\tau = 10^{-5} \text{ с}$. Это время определено как время жизни неравновесных носителей заряда при безизлучательной рекомбинации τ_r . Значит, интересующий нас параметр внутренней квантовой эффективности процесса излучения может быть вычислен по формуле:

$$\eta = \frac{\tau_r}{\tau_l + \tau_r}. \quad (5.7)$$

Поэтому окончательно имеем:

$$\eta = \frac{\tau_r}{\tau_l + \tau_r} = \frac{10^{-5}}{1.3 \cdot 10^{-4}} = \frac{0.1}{1.3} \approx 7.7 \cdot 10^{-2}. \quad (5.8)$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос будет таким: параметр внутренней квантовой эффективности германиевого образца составляет 0.077 или 7.7%.

Задача 2. Вычислить параметр внешней квантовой эффективности кремниевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего

$N_{am} = 10^{21}$ атомов, если излучение лежит в диапазоне собственного поглощения.

Решение. Исходным выражением для определения параметра внешней квантовой эффективности служит выражение (5.2), в котором стоят неизвестные величины длины свободного пробега фотонов и размера кристалла. Их можно определить следующим образом: по определению длина свободного пробега фотонов является величиной, обратной коэффициенту поглощения излучения: $\ell_{\phi} = 1/\alpha$. Линейные размеры кристалла можно определить из количества атомов в образце: $L = 1/\sqrt[3]{N_{am}}$. Следовательно, получим:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\ell_{\phi}}{\ell_{\phi} + L} = \frac{1/\alpha}{1/\alpha + 1/\sqrt[3]{N_{am}}} = \frac{1}{1 + \alpha/\sqrt[3]{N_{am}}} = \\ &= \frac{1}{1 + 10^6/10^7} = \frac{1}{1 + 0.1} = \frac{1}{1.1} \approx 0.9. \end{aligned}$$

Таким образом, ответ на вопрос о величине параметра внешней квантовой эффективности будет таков: внешняя квантовая эффективность образца кремния с заданным числом атомов в нем будет составлять около 90%.

Задача 3. Каким должен быть коэффициент усиления излучения из области примесного поглощения (коэффициент поглощения $\alpha = 10^3 \text{ см}^{-1}$) в твердом теле длиной $L = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ и торцами в виде отражающих зеркал, коэффициент отражения одного из них $R_1 = 1$, если через второе зеркало выводится 5% генерируемого излучения.

Решение. Эта задача может быть решена с использованием выражения (5.4) при известных значениях коэффициента поглощения излучения α , обоих коэффициентов отражения зеркал R_1, R_2 и длины кристалла в направлении усиления света L :

$$g > \alpha - \frac{1}{2L} \ln(R_1 R_2).$$

Из условия задачи следует, что коэффициент отражения света вторым зеркалом $R_2 = 0.95$. Поэтому с использованием формул разложения логарифма вблизи единичного значения аргумента получим:

$$\begin{aligned} g &> 10^3 - \frac{1}{5 \cdot 10^{-5}} \ln(1 \cdot 0.95) = 10^3 - \frac{1}{5 \cdot 10^{-5}} \ln(1.0 - 0.05) \approx \\ &\approx 10^3 - \frac{1}{5 \cdot 10^{-5}} (-0.05) = 10^3 + \frac{1}{5 \cdot 10^{-5}} 0.05 = 10^3 + \frac{5}{5} \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}. \end{aligned}$$

Таким образом, коэффициент усиления твердого тела должен быть больше $2 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$.

5.3 Варианты заданий по определению параметров эмиссионных эффектов в полупроводниках

Задача 5.1. Определить параметр внутренней квантовой эффективности генерации оптического излучения кремниевого образца n -типа проводимости с концентрацией донорной примеси $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, находящегося при температуре $T = 300 \text{ К}$.

Задача 5.2. Определить параметр внутренней квантовой эффективности генерации оптического излучения арсенид-галлиевого образца n -типа проводимости с концентрацией донорной примеси $N_D = 6.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, находящегося при температуре $T = 300 \text{ К}$.

Задача 5.3. Определить параметр внутренней квантовой эффективности генерации оптического излучения кремниевого образца p -типа проводимости с концентрацией акцепторной примеси $N_A = 8.6 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, находящегося при температуре $T = 300 \text{ К}$.

Задача 5.4. Определить суммарное время жизни неравновесных носителей заряда (фотон + фонон) в германиевом образце n -типа проводимости с концентрацией донорной примеси $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, находящемся при температуре $T = 300 \text{ К}$, если известно, что внутренняя квантовая эффективность генерации оптического излучения в этом образце составляет 0.68.

Задача 5.5. Определить суммарное время жизни неравновесных носителей заряда (фотон + фонон) в кремниевом образце n -типа проводимости с концентрацией донорной примеси $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, находящемся при температуре $T = 300 \text{ К}$, если известно, что внутренняя квантовая эффективность генерации оптического излучения в этом образце составляет 0.88.

Задача 5.6. Определить время жизни неравновесных носителей заряда с излучением фонона в кремниевом образце n -типа проводимости с концентрацией донорной примеси $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, находящемся при температуре $T = 300 \text{ К}$, если известно, что внутренняя квантовая эффективность генерации оптического излучения в этом образце составляет 0.88.

Задача 5.7. Определить время жизни неравновесных носителей заряда с излучением фонона в арсенид-галлиевом образце n -типа проводимости с концентрацией донорной примеси $N_D = 5.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, находящемся при температуре $T = 300 \text{ К}$, если известно, что внутренняя квантовая эффективность генерации оптического излучения в этом образце составляет 0.12.

Задача 5.8. . Вычислить параметр внешней квантовой эффективности германиевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего $N_{am} = 10^{20}$ атомов, если излучение лежит в диапазоне собственного поглощения.

Задача 5.9. Вычислить параметр внешней квантовой эффективности арсенид-галлиевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего $N_{am} = 10^{22}$ атомов, если излучение лежит в диапазоне собственного поглощения.

Задача 5.10. Вычислить параметр внешней квантовой эффективности германиевого образца, изготовленного в виде куба и содержащего $N_{am} = 10^{24}$ атомов, если излучение лежит в диапазоне примесного поглощения, характеризуемого коэффициентом поглощения $\alpha = 1.0 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$.

Практическое занятие 6. Контактные явления в полупроводниках

6.1 Основные понятия

Диод Шоттки. Диод Шоттки представляет собой контакт полупроводника и металла, в результате которого из-за разности работ выхода электрона в этих материалах в полупроводнике образуется запирающий i -слой, т.е. слой с собственной проводимостью. Таким образом, этот прибор представляет собой половину p - n -перехода, в котором нет области неосновной проводимости (p -области в полупроводнике n -типа, например).

СЛУЧАЙ 1. На рисунке 6.1 показана энергетическая диаграмма контакта металл – полупроводник n -типа, когда работа выхода электрона из металла больше работы выхода из полупроводника. Здесь обозначено: $q\Phi_M$ - работа выхода электрона из металла, $q\Phi_0$ - электронное сродство в полупроводнике, $q\Phi_n$ - работа выхода электрона из полупроводника, $q\Phi_b$ - высота энергетического барьера на контакте полупроводника и металла.

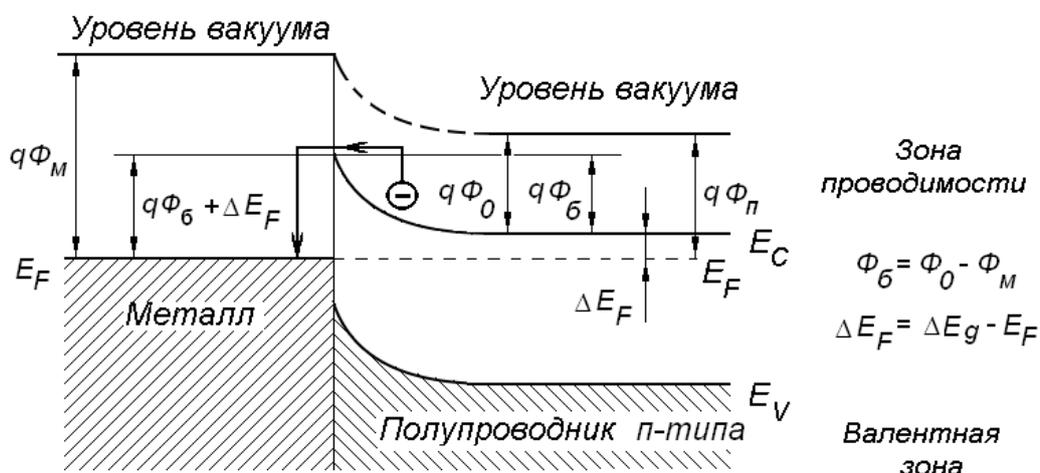
СЛУЧАЙ 1: $q\Phi_M > q\Phi_P$ 

Рисунок 6.1 - Энергетическая диаграмма контакта металл – полупроводник n -типа

Поскольку работа выхода электрона из полупроводника меньше, чем из металла ($q\Phi_M > q\Phi_P$), электроны будут переходить из полупроводника в металл, совершая надбарьерный переход (на рисунке показан стрелкой). Результатом этого является появление электрического поля в приконтактной области полупроводника и образование запирающего слоя (обедненного основными носителями - электронами) на границе раздела. Физически это поле создается нескомпенсированными зарядами ионов полупроводника, появившимися после ухода электронов в металл. Это поле мало (оно всегда меньше ширины запрещенной зоны полупроводника ΔE_g) по сравнению с внутрикристаллическим полем решетки и потому оно не изменяет энергетическую диаграмму полупроводника, лишь наклоняя ее пропорционально величине контактного поля. Так на границе раздела формируется энергетический барьер, величина которого определяется величиной (высотой) изгиба энергетических уровней от их объемного положения до положения на границе:

$$\Phi_B = \Phi_M - \Phi_P = \Phi_M - \Phi_0 - \Delta E_F / q, \quad (6.1)$$

где величина

$$\Delta E_F = \Delta E_g - E_F \quad (6.2)$$

определяет энергетическое расстояние между уровнем Ферми и дном зоны проводимости.

СЛУЧАЙ 2. Рассмотрим контакт металла и полупроводника p -типа. Энергетическая диаграмма контакта для случая, когда работа выхода из металла меньше, чем из полупроводника, представлена на рис. 6.2.

Использованные на рисунке обозначения аналогичны использованным на рис. 4. Из данного рисунка можно видеть, что в этом случае дырки из полупроводника проникают в металл, заряжая его положительно, а в приповерхностном слое полупроводника образуется слой, обедненный основными носителями – дырками. В итоге полупроводник заряжается отрицательно. Как и в рассмотренном выше случае, это означает, что на границе с металлом образуется запирающий слой, образованный некомпенсированными зарядами ионов акцепторной примеси.

СЛУЧАЙ 2: $q\Phi_M < q\Phi_n$

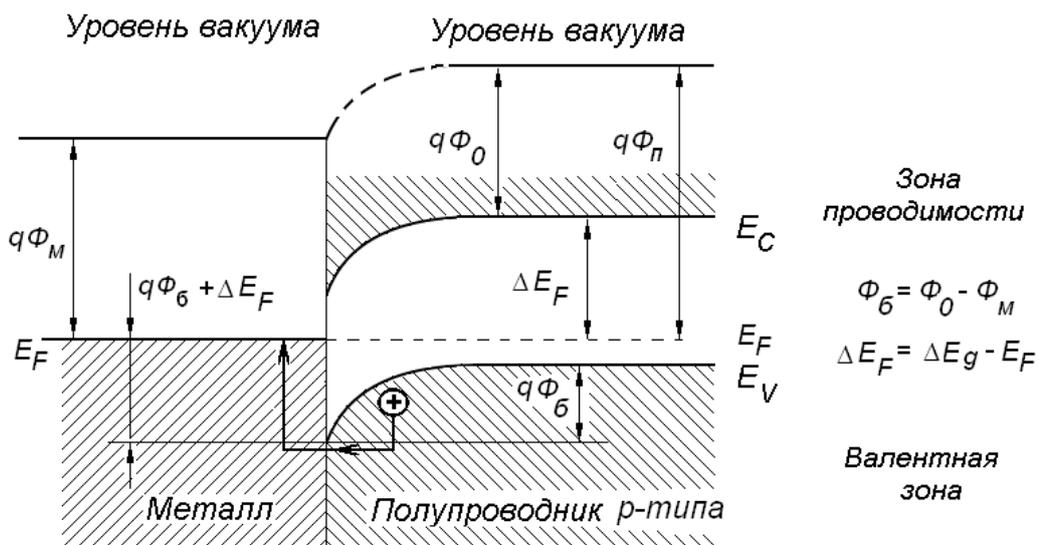


Рисунок 6.2 - Энергетическая диаграмма контакта для случая, когда работа выхода из металла меньше, чем из полупроводника

Если к диоду Шоттки приложить постоянное напряжение величиной V , то созданное им поле наложится на контактное поле и увеличит его (если напряжение приложено знаком «+» к полупроводнику n -типа) или уменьшит (если напряжение приложено к полупроводнику знаком «-»). Соответственно изменится протяженность области локализации поля в полупроводнике W : в первом случае она возрастет, а во втором – уменьшается. Ширина области пространственного заряда (ОПЗ) определяется уровнем легирования полупроводника N_d и высотой барьера Φ_0 :

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon\epsilon_0(\Phi_0 - V)}{qN_d}} \quad (6.3)$$

Слою обедненного заряда можно поставить в соответствие емкость C , которая будет описывать возможность диода Шоттки накапливать заряд определенной величины при приложении к нему напряжения. Физически эта емкость есть емкость плоского конденсатора, одной обкладкой которого является металлический электрод диода, другой – квазинейтральный объем

полупроводника, а разделяющим их диэлектриком – ОПЗ. Емкость плоского конденсатора может быть найдена с помощью выражения:

$$C = S \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{W} = S \sqrt{\frac{q \cdot \varepsilon\varepsilon_0 N_d}{2(\Phi_B - V)}}. \quad (6.4)$$

Здесь Φ_B берется со знаком «+» всегда. Далее, напряжение V берется со знаком «+», если на полупроводник действует запирающее напряжение (увеличивает изгиб зон, увеличивая высоту барьера), и со знаком «-», если оно отпирающее (разгибает зоны).

Важной характеристикой диода Шоттки, определяющей качество его изготовления и возможность использования в электронных приборах, является вольт-амперная характеристика (ВАХ). Она представляет собой зависимость омического тока j , протекающего через диод, от величины постоянного напряжения V на нем. Из-за наличия потенциального барьера на границе раздела «металл – полупроводник», данная характеристика оказывается несимметричной относительно знака прикладываемого напряжения. Детальное рассмотрение физических процессов, сопровождающих токоперенос через контакт, приводит к следующему выражению для этой характеристики у диодов Шоттки

$$j(V) = j_0 \left(\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right), \quad (6.5)$$

где ток контакта j_0 называют обратным. Он создается за счет термоэмиссионного (электроны получают необходимую энергию от тепловых колебаний решетки) надбарьерного перехода электронов из полупроводника в металл или из металла в полупроводник (см. рис.4, 5) и для рассмотренного случая равен:

$$j_0 = AT^2 \exp\left(\frac{q\Phi_B}{kT}\right), \quad (6.6)$$

здесь $A = 120 \text{ A/cm}^2\text{K}^2$ - постоянная Ричардсона, известная в теории термоэлектронной эмиссии электронов в вакуум.

Заметим, что выражения (6.3) - (6.6) справедливы и для полупроводника p -типа в случае, когда работа выхода из металла меньше работы выхода из полупроводника ($q\Phi_M < q\Phi_n$), но с заменой знака у высоты барьера и прикладываемого внешнего напряжения на обратный.

Существование сквозного тока через диод Шоттки свидетельствует о наличии у него омического сопротивления. Однако для систем обработки переменных сигналов важным является дифференциальное сопротивление

диода R_d . Физически оно представляет собой сопротивление элемента, оказываемое им протеканию слабого переменного тока. Учитывая то, что слабое переменное напряжение часто используется в радиоэлектронных цепях в качестве сигнального, введение дифференциального сопротивления оказывается во многих случаях доминирующим для оценки возможностей использования данного элемента в той или иной электрической цепи. Математическое определение дифференциального сопротивления элемента, находящегося при постоянном напряжении $V = V_0$, таково

$$R_d = \left(\frac{\partial U}{\partial I} \right)_{V=V_0}. \quad (6.7)$$

Физически его можно измерить, если наряду с постоянным напряжением V_0 к исследуемому элементу приложить малое переменное напряжение амплитудой ΔU , частотой f и регистрировать величину протекающего через элемент тока ΔI на этой же частоте. Тогда, согласно определению сопротивления по закону Ома, найдем:

$$R_d(f, V_0) = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \quad (6.8)$$

Ясно, что величина дифференциального сопротивления зависит как от частоты, на которой оно измеряется, так и от величины постоянного напряжения, приложенного к элементу. Из выражения (6.8) также следует различие между дифференциальным сопротивлением и сопротивлением, измеряемым на постоянном токе: они разнятся так же, как отличается производная функции, вычисленная в заданной точке, от среднего значения тангенса угла наклона этой функции в той же точке - в нашем случае: при заданном постоянном напряжении на диоде. Пользуясь выражением для ВАХ диода Шоттки (6.5), подвергнутого одновременному действию произвольного постоянного и малого переменного напряжения, нетрудно определить его дифференциальное сопротивление:

$$\begin{aligned} R_d &= \frac{1}{\left(\frac{\partial I}{\partial U} \right)_{V=V_0}} = \left(\frac{\partial}{\partial U} \left(I_0 \left(\exp \left(\frac{q(V_0 + U)}{kT} \right) - 1 \right) \right) \right)^{-1} = \\ &= \left(I_0 \left(\exp \left(\frac{qV_0}{kT} \right) \frac{\partial}{\partial U} \left(\exp \left(\frac{qU}{kT} \right) \right) \right) \right)^{-1} = \\ &= \left(\frac{q}{kT} I_0 \left(\exp \left(\frac{q(V_0 + U)}{kT} \right) \right) \right)^{-1} \approx \frac{kT}{qI_0} \cdot \exp \left(- \frac{qV_0}{kT} \right) \end{aligned}$$

Для получения выражения для дифференциального сопротивления в данном выражении делается предельный переход $U \rightarrow 0$, т.к. амплитуда переменного тестового сигнала считается бесконечно малой величиной. Окончательно получим

$$R_d(V_0) \approx \frac{kT}{qI_0} \cdot \exp\left(-\frac{qV_0}{kT}\right). \quad (6.9)$$

Здесь полный ток $I = i \cdot S$, S - площадь диода (металлического электрода). Из выражения (6.9) следует, что величина дифференциального сопротивления резко уменьшается в области прямых смещений (положительных напряжений, понижающих барьер). Оно максимально в точке $V = 0$ В. В области же обратных смещений данное выражение недействительно ввиду того, что исходное выражение для ВАХ не дает экспоненциальной зависимости тока в этой области напряжений. Поэтому для запирающих напряжений дифференциальное сопротивление обычно вычисляется по (6.9), когда $V_0 = 0$:

$$R_d = \frac{kT}{qI_0}. \quad (6.10)$$

Таким образом, величина дифференциального сопротивления диода Шоттки при выбранном значении постоянного напряжения на нем V_0 определяется в первую очередь значением обратного тока, а также величиной приложенного к переходу постоянного напряжения.

P - n – переход. Физически этот прибор представляет собой контакт двух полупроводниковых образцов, обладающих различными типами проводимости: один электронного типа, а другой – дырочного. В результате контакта материалов с различными концентрациями свободных носителей заряда обоих типов возникает их диффузия из одного образца в другой, т.е. происходит пространственное разделение зарядов, приводящее к нарушению электронейтральности в контактируемых образцах. Как следствие этого, в приконтактном слое формируется контактное электрическое поле \bar{E}_K . Оно направлено от n -типа к p -типу и своим действием препятствует переходу электронов и n -типа в p -тип, а дыркам – в обратном направлении. Тем самым перенос основных носителей заряда этим полем исключается. По этой причине говорят о наличии на границе раздела потенциального барьера для основных носителей.

Основной характеристикой p - n перехода, определяющей качество его изготовления и возможность использования в электронных приборах, является вольт-амперная характеристика. Она представляет собой зависимость омического тока j , протекающего через p - n переход, от величины постоянного напряжения V на нем. Из-за наличия потенциального барьера на границе раздела p - и n -областей перехода, данная характеристика оказывается несимметричной относительно знака прикладываемого напряжения. Так, если к n -области приложить положительный потенциал

относительно потенциала p -области (случай обратных или запорных напряжений), то высота барьера, разделяющего эти области, увеличится и, следовательно, протекание тока основных носителей через переход будет исключено. В этом случае через p - n переход протекает ток I_0 , образованный неосновными носителями заряда n - и p -областей, для которых контактное электрическое поле способствует переносу: электронов из p -области в n -область и дырок из n -области в p -область.

Если же к n -области приложить отрицательный потенциал относительно потенциала p -области (случай прямых или отпирающих напряжений), то высота барьера, разделяющего эти области, уменьшится и, следовательно, через переход будет течь ток основных носителей. Учитывая Больцмановский закон распределения частиц по энергиям: количество частиц, имеющих энергию выше высоты потенциального барьера, экспоненциально увеличивается с уменьшением высоты этого барьера, можно получить выражение для ВАХ p - n перехода в следующем виде:

$$I(V) = I_0 \left(\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right), \quad (6.11)$$

где I_0 - величина обратного тока p - n перехода. Физической причиной его появления являются неосновные носители, которые либо генерируются в пределах p - n перехода примесными атомами и ионами (по этой причине создаваемый ими ток называют **генерационно-рекомбинационным током**), либо за счет диффузии неосновные носители заряда из n - и p -областей поставляются к переходу, где подхватываются и разделяются электрическим полем p - n перехода (такой ток называют **диффузионным током**). Величина обратного тока – важный параметр, определяющий многие электрические свойства перехода. Математическое выражение для определения обратного тока перехода в случае доминирования диффузионного механизма поставки неосновных носителей заряда таково:

$$I_0 = \frac{kT}{q} S \frac{b\sigma_i^2}{(1+b)^2} \left(\frac{1}{\sigma_n L_p} + \frac{1}{\sigma_p L_n} \right). \quad (6.12)$$

Здесь S - площадь перехода; $b = \mu_n/\mu_p$ - отношение подвижностей электронов и дырок; σ_i – собственная электропроводность материала перехода; σ_n, σ_p - удельная электропроводность n - и p – областей p - n перехода; L_n, L_p – диффузионная длина электронов и дырок соответственно.

Другим важным параметром, характеризующим качество перехода, является его дифференциальное сопротивление, обозначаемое как R_d . Его определение аналогично введенному для диода Шоттки:

$$R_d(V_0) \approx \frac{kT}{qI_0} \cdot \exp\left(-\frac{qV_0}{kT}\right). \quad (6.13)$$

с единственным различием: в данном выражении обратный ток имеет другую физическую причину и потому вычисляемому, например, для диффузионного тока по выражению (6.12).

Таким образом, величина дифференциального сопротивления p - n перехода при выбранном значении постоянного напряжения на нем V_0 определяется в первую очередь значением обратного тока, а также величиной приложенного к переходу постоянного напряжения.

Следующим важным параметром, характеризующим электрические свойства p - n перехода, является его дифференциальная емкость C . Физически эта емкость образована n - и p - областями (их можно рассматривать как обкладки плоского конденсатора), разделенными i -слоем толщиной W , в котором проводимость равна собственной (его можно рассматривать как слой диэлектрика между обкладками конденсатора). Эта емкость называется **барьерной**. Величина барьерной емкости единичной площади определяется концентрациями донорной N_d и акцепторной N_a примесей в n - и p - областях соответственно, высотой потенциального барьера на границе раздела областей разного типа проводимости ϕ_b , а также величиной напряжения на переходе V , смещающего его в прямом (проводящем, $V > 0$) или обратном (непроводящем, $V < 0$) направлении:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{W} S = S \sqrt{\frac{q\varepsilon\varepsilon_0}{2(\Phi_b - V)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a}}. \quad (6.14)$$

Здесь S - площадь перехода, Φ_b - разность потенциалов между n - и p -областями перехода определяет высоту потенциального барьера между областями перехода и определяется следующим образом:

$$\Phi_b = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_d N_a}{n_i^2}\right). \quad (6.15)$$

Как и всякий электронный прибор, в котором имеется перенос носителей заряда через область их регистрации, p - n переход должен обладать некоторой инерционностью реакции по отношению к внешнему воздействию. Это означает, что при подаче на него переменного напряжения различной частоты p - n переход может не успеть отреагировать на него, если частота напряжения высока и превышает некоторый характеристический параметр, определяемый параметрами p - n перехода, или успевать, если частота внешнего воздействия мала. Этим характеристическим параметром является **время перезарядки его емкости C** . Для исследования частотных свойств p - n перехода его необходимо включить в прямом или запорном

направлении и приложить синусоидальный сигнал с малой амплитудой, обычно не превышающей напряжение постоянного смещения на переходе. Изменяя частоту синусоидального сигнала от меньшего значения к большему, с помощью квадратичного детектора определяется амплитуда переменного напряжения U_H , снимаемого с сопротивления нагрузки R_H . Из полученной частотной зависимости $U_H(f)$ определяется частота, на которой падение переменного напряжения на сопротивлении нагрузки уменьшится в 2 раза по сравнению с его значением на низких частотах, например на частоте 10 Гц. Частота, на которой амплитуда синусоидального напряжения уменьшается в указанное число раз, называется **частотой среза** - f_{cp} . Из найденного таким образом значения частоты среза определяют время релаксации заряда в переходе:

$$\tau_{p-n} = \frac{1}{2\pi \cdot f_{cp}}. \quad (6.16)$$

С другой стороны, поскольку перезарядка емкости C $p-n$ перехода физически осуществляется через его дифференциальное сопротивление R_d , то время перезарядки может быть найдено из выражения:

$$\tau_{p-n} = C \times R_d. \quad (6.17)$$

Следовательно, если известны значения емкости и дифференциального сопротивления перехода, то имеется возможность вычислить время перезарядки и сравнить его с экспериментально найденным значением времени релаксации $p-n$ перехода.

С физической точки зрения время релаксации перехода равно времени жизни неравновесных носителей заряда в $p-n$ переходе. По его величине можно определить, например, инерционность фотоприемного устройства на основе барьерной фотоэдс $p-n$ перехода.

6.2 Примеры решения задач по определению параметров контактных свойств полупроводников

Задача 1. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе кремний – золото, а также величину обратного тока, если известно, что концентрация донорной примеси составляет $N_d = 1.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, а площадь перехода составляет $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$.

Решение. Высоту барьера в электроно-вольтах на границе «кремний – золото» можно вычислить по формуле (6.1):

$$\Phi_B = \Phi_M - \Phi_n = \Phi_M - \Phi_0 - \Delta E_F / q, \quad \Delta E_F = \Delta E_g - E_F.$$

Величины работ выхода электрона из металла и электронное сродство полупроводника являются константами материала и могут быть взяты из справочных материалов:

$$\Phi_M = 5.0 \text{ эВ}, \quad \Phi_0 = 4.05 \text{ эВ}.$$

Энергетический зазор «дно зоны проводимости – уровень Ферми» можно найти, определив из выражения (5.5) положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны:

$$F = E_j + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right) \approx E_j + \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{15}}{1.4 \cdot 10^{10}}\right) =$$

$$= 0.66 + 2.6 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 2.3 = 0.66 + 0.30 = 0.96 \text{ эВ}.$$

Следовательно, искомая величина будет равна

$$\Delta E_F = \Delta E_g - E_F = 1.12 - 0.96 = 0.16 \text{ эВ}.$$

В итоге, высота барьера на контакте в энергетических единицах будет

$$\Phi_b = 4.05 + 0.16 - 5.0 \approx -0.8 \text{ эВ}.$$

Это соответствует высоте барьера в вольтах -0.8 В .

Для нахождения величины обратного тока необходимо воспользоваться выражением

$$I_0 = j_0 S = SAT^2 \exp\left(\frac{q\Phi_b}{kT}\right) = 5 \cdot 120 \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot \exp\left(-\frac{0.8}{0.025}\right) =$$

$$= 5 \cdot 1.2 \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot \exp(-32) = 5.4 \cdot 10^4 \cdot \frac{10^{-12}}{9.3} \approx 5.8 \cdot 10^{-9} \text{ А}.$$

Таким образом, высота барьера на границе «золото-кремний n-типа» равна нулю, а величина обратного тока составляет $5.8 \cdot 10^{-9} \text{ А}$. Значит, такой контакт хорош для изготовления диода Шоттки.

Задача 2. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки $n\text{-Si/Pt}$ площадью $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ и концентрацией донорной примеси $N_d = 3.8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ при напряжении на переходе $V = -0.2 \text{ В}$ (запорное напряжение).

Решение. Для решения поставленной задачи необходимо вычислить высоту энергетического барьера на контакте кремния и алюминия. Это можно сделать по схеме, изложенной в предыдущей задаче

$$\Phi_b = \Phi_M - \Phi_n = \Phi_M - \Phi_0 - \Delta E_F / q, \quad \Delta E_F = \Delta E_g - E_F.$$

Величины работы выхода электрона из металла и электронное сродство полупроводника берем из справочных материалов:

$$\Phi_M = 5.1 \text{ эВ}, \quad \Phi_0 = 4.05 \text{ эВ}.$$

Энергетический зазор «дно зоны проводимости – уровень Ферми» можно найти, определив из выражения (5.5) положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны:

$$F = E_i + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right) \approx E_i + \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln\left(\frac{3.8 \cdot 10^{15}}{1.4 \cdot 10^{10}}\right) =$$

$$= 0.66 + 2.6 \cdot 10^{-2} \cdot (1 + 5 \cdot 2.3) = 0.66 + 0.32 = 0.98 \text{ эВ.}$$

Следовательно, искомая величина будет равна

$$\Delta E_F = \Delta E_g - E_F = 1.12 - 0.98 = 0.14 \text{ эВ.}$$

В итоге, высота барьера на контакте в энергетических единицах будет

$$\Phi_b = 4.05 + 0.14 - 5.1 \approx -0.90 \text{ эВ.}$$

Это соответствует высоте барьера в вольтах -0.9 В . Этот барьер соответствует образованию на контакте запирающего слоя.

Толщина слоя пространственного заряда в полупроводнике вычисляется по выражению (6.3)

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(\Phi_b - V)}{q N_d}}.$$

В данной задаче прикладываемое напряжение увеличивает запирающий слой. Поэтому его толщина (в сантиметрах) будет равна

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(\Phi_b - V)}{q N_d}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot (0.9 + 0.2)}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 3.8 \cdot 10^{15}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{229}{6.1}} 10^{-10} = \sqrt{3.8 \cdot 10^{-10}} = 1.95 \cdot 10^{-5} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ см.}$$

Осталось вычислить емкость запирающего слоя, для чего необходимо воспользоваться выражением (6.4):

$$C = S \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{W} = 1.5 \cdot 10^{-2} \frac{11.7 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14}}{2.0 \cdot 10^{-5}} = \frac{155.3}{2.0} 10^{-11} =$$

$$= 77.5 \cdot 10^{-11} \text{ Ф} = 775 \text{ пФ.}$$

Таким образом, ответы на поставленные в задаче вопросы будут следующими: ширина запирающего слоя в кремнии составляет $2.0 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, а емкость этого слоя - 775 пФ .

Задача 3. Определить величину обратного тока и дифференциального сопротивления диода Шоттки $n - \text{Si}/\text{Ni}$ площадью $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ и концентрацией донорной примеси $N_d = 1.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ при напряжении на переходе $V = -0.5 \text{ В}$ (запирающее напряжение).

Решение. Для решения поставленной задачи необходимо вычислить высоту энергетического барьера на контакте кремния и алюминия. Это можно сделать по схеме, изложенной в предыдущих задачах.

$$\Phi_B = \Phi_M - \Phi_n = \Phi_M - \Phi_0 - \Delta E_F / q, \quad \Delta E_F = \Delta E_g - E_F.$$

Величины работы выхода электрона из металла и электронное сродство полупроводника берем из справочных материалов:

$$\Phi_M = 4.55 \text{ эВ}, \quad \Phi_0 = 4.05 \text{ эВ}.$$

Энергетический зазор «дно зоны проводимости – уровень Ферми» можно найти, определив из выражения (5.5) положение уровня Ферми относительно потолка валентной зоны:

$$F = E_i + \frac{3}{4} \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) + \frac{kT}{q} \cdot \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right) \approx E_i + \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln\left(\frac{1.4 \cdot 10^{16}}{1.4 \cdot 10^{10}}\right) =$$

$$= 0.66 + 2.6 \cdot 10^{-2} \cdot 6 \cdot 2.3 = 0.66 + 0.35 = 1.01 \text{ эВ}.$$

Следовательно, искомая величина будет равна

$$\Delta E_F = \Delta E_g - E_F = 1.12 - 1.01 = 0.11 \text{ эВ}.$$

В итоге, высота барьера на контакте в энергетических единицах будет

$$\Phi_B = 4.05 + 0.11 - 4.55 = -0.39 \text{ эВ}.$$

Это соответствует высоте барьера в вольтах -0.4 В . Этот барьер соответствует образованию на контакте запирающего слоя.

Для нахождения величины обратного тока необходимо воспользоваться выражением

$$I_0 = j_0 S = SAT^2 \exp\left(\frac{q\Phi_B}{kT}\right) = 5 \cdot 120 \cdot 10^{-2} \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot \exp\left(-\frac{0.4}{0.025}\right) =$$

$$= 5 \cdot 1.2 \cdot 9 \cdot 10^4 \cdot \exp(-16) \approx 5.4 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{8.3 \cdot 10^6} \approx 6.3 \cdot 10^{-3} \text{ А}.$$

Дифференциальное сопротивление в области запирающих напряжений рассчитывается по формуле (6.10):

$$R_d = \frac{kT}{qI_0} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 6.3 \cdot 10^{-3}} = \frac{0.025}{6.3} \cdot 10^3 \approx 4.0 \text{ Ом}.$$

Таким образом, величина обратного тока диода Шоттки, изготовленного из электронного кремния с никелевым электродом площадью $4.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$, составляет 6.3 мА . При этом дифференциальное сопротивление такого диода Шоттки составляет 4 Ома .

Задача 4. Определить полосу пропускания частот германиевого $p-n$ -перехода при напряжении на нем $V = 0.1 \text{ В}$, имеющего площадь $S = 10^{-2} \text{ см}^2$ и плотность обратного тока $j_0 = 10^{-6} \text{ А/см}^2$. Считать уровни легирования p - и n -областей одинаковыми и равными $2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

Решение. Полоса пропускания – это диапазон частот, в пределах которого коэффициент передачи диода остается постоянным. Нижняя частота диапазона может быть принята равной нулю, а верхняя - частоте среза

$$f_{cp} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_{p-n}},$$

где $\tau_{p-n} = C \times R_d$ - время перезарядки перехода, определяемое емкостью C и дифференциальным сопротивлением R_d . Значит, задача по определению полосы пропускания сводится к задаче нахождения емкости и дифференциального сопротивления перехода диода.

Емкость перехода C определяется его площадью S и толщиной слоя собственной проводимости W и может быть найдена по выражению (6.15)

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{W} S = S \sqrt{\frac{q \varepsilon_{Ge} \varepsilon_0}{2(\Phi_{\sigma} - V)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a}}, \quad (6.18)$$

$$\Phi_{\sigma} = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_d N_a}{n_i^2} \right),$$

где ε_{Ge} - относительная диэлектрическая проницаемость германия. Подстановка численных значений в выражения (6.18) приводит к следующему

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln \left(\frac{2.4 \cdot 10^{15} \cdot 2.4 \cdot 10^{15}}{2.4 \cdot 10^{13} \cdot 2.4 \cdot 10^{13}} \right) = \\ &= \frac{1.38 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 10^{-21}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \ln(10) = 10^{-1} \cdot 2.3 \approx 0.2 \text{ В} \\ C &= S \sqrt{\frac{q \varepsilon_{Ge} \varepsilon_0}{2(\Phi_{\sigma} - V)} \cdot \frac{N_d N_a}{N_d + N_a}} = \\ &= 10^{-2} \sqrt{\frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 16 \cdot 8.85 \cdot 10^{-14} \cdot 2.4 \cdot 10^{15}}{2 \cdot (0.2 - 0.1)} \cdot \frac{2.4 \cdot 10^{15}}{2}} = \\ &= 10^{-2} \sqrt{\frac{1.6 \cdot 1.6 \cdot 8.85 \cdot 1.2 \cdot 10^{-17}}{2}} = \\ &= 10^{-2} \sqrt{1.4 \cdot 10^{-16}} \approx 1.2 \cdot 10^{-10} \text{ Ф.} \end{aligned}$$

Дифференциальное сопротивление перехода в области положительных смещений определяется выражением

$$R_d(V_0) \approx \frac{kT}{qI_0} \cdot \exp \left(-\frac{qV_0}{kT} \right),$$

где все величины табличные или легко вычисляются. Поэтому можно найти величину $R_d(V_0)$:

$$R_d(V) \approx \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}} \cdot \exp\left(-\frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.1}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}\right) =$$

$$= \frac{4.2 \cdot 10^{-21}}{1.6 \cdot 10^{-27}} \cdot \exp\left(-\frac{1.6 \cdot 10^{-20}}{4.2 \cdot 10^{-21}}\right) = 2.6 \cdot 10^6 \cdot \exp(-3.8) = 1.7 \cdot 10^5 \text{ Ом.}$$

Теперь можно найти время перезарядки перехода, а из него определим его верхнюю (граничную) частоту:

$$f_{cp} = \frac{1}{2\pi \cdot \tau_{p-n}} = \frac{1}{2\pi \cdot R_d C} = \frac{1}{6.28 \cdot 1.7 \cdot 10^5 \cdot 1.2 \cdot 10^{-10}} =$$

$$= \frac{10^4}{0.63 \cdot 1.7 \cdot 1.2} = \frac{10^4}{1.28} \approx 7800 \text{ Гц.}$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос таков: полоса пропускания $p-n$ перехода, имеющего указанные параметры, равна 7800 Гц.

6.3 Варианты заданий по определению параметров контактных свойств

При решении задач данного раздела необходимо пользоваться справочными данными по численным значениям параметров полупроводников различного физико-химического состава, а также значениями работ выхода из различных металлов.

Задача 6.1. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе «германий – платина», а также величину обратного тока, если известно, что концентрация донорной примеси составляет $N_d = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, а площадь перехода $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$.

Задача 6.2. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе «арсенид галлия – медь», а также величину обратного тока, если известно, что концентрация донорной примеси составляет $N_d = 1.4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, а площадь перехода $S = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$.

Задача 6.3. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе «арсенид галлия – золото», а также величину обратного тока, если известно, что концентрация акцепторной примеси составляет $N_a = 1.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, а площадь перехода $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$.

Задача 6.4. Определить в вольтах высоту потенциального барьера на границе «кремний – магний», а также величину обратного тока, если известно, что концентрация акцепторной примеси составляет $N_a = 1.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, а площадь перехода $S = 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$.

Задача 6.5. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки $p-Si/Mg$ площадью $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ и концентрацией акцепторной примеси $N_a = 3.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ при напряжении на переходе $V = 0.3 \text{ В}$ (запорное напряжение).

Задача 6.6. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки $p-GaAs/Au$ площадью $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ и концентрацией акцепторной примеси $N_a = 3.8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ при напряжении на переходе $V = 0.1 \text{ В}$ (запорное напряжение).

Задача 6.7. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки $n-Ge/Pt$ площадью $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ и концентрацией донорной примеси $N_a = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ при напряжении на переходе $V = -0.5 \text{ В}$ (запорное напряжение).

Задача 6.8. Определить толщину области пространственного заряда и дифференциальную емкость диода Шоттки $n-GaAs/Cu$ площадью $S = 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$ и концентрацией донорной примеси $N_a = 2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ при напряжении на переходе $V = 0.1 \text{ В}$ (антизапорное напряжение).

Задача 6.9. Определить величину дифференциального сопротивления германиевого $p-n$ перехода при напряжении на нем $V_0 = 0.1 \text{ В}$, имеющего площадь $S = 10^{-2} \text{ см}^2$, если обратный ток обусловлен диффузионным механизмом поставки неосновных носителей заряда. Считать уровни легирования p - и n -областей одинаковыми и равными $2.4 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

Задача 6.10. Определить величину дифференциального сопротивления кремниевого $p-n$ перехода при напряжении на нем $V_0 = 0.1 \text{ В}$, имеющего площадь $S = 10^{-3} \text{ см}^2$, если обратный ток обусловлен диффузионным механизмом поставки неосновных носителей заряда. Считать уровни легирования p - и n -областей одинаковыми и равными $2.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$.

Практическое занятие 7. Сверхпроводимость

7.1 Основные понятия

Явление сверхпроводимости представляет собой резкое падение электрического сопротивления твердого тела до предельно малых значений

при его охлаждении ниже некоторой критической температуры, величина которой определяется физико-химическим составом этого твердого тела. Это значение остаточного сопротивления R_c оказалось столь малым (до 10^{-25} Ом·м), что их принимали равным точно нулю.

Если следовать классическим представлениям о физических причинах возникновения сопротивления твердого тела (металла), то его зависимость от температуры должна быть линейной и иметь вид:

$$R(T) = R_0(1 + \alpha T) , \quad (7.1)$$

где R_0 - сопротивление твердого тела (металла) при абсолютном нуле температуры, определяемое концентрацией структурных нарушений в решетке рассматриваемого твердого тела; α - коэффициент температурной зависимости сопротивления материала. Поскольку реальный материал всегда содержит большое количество структурных дефектов, то значение R_0 всегда оказывается достаточно большой величиной, но никак не нулем. Эксперимент же указывал на то, что у определенного класса материалов на единичной длине величина $R_0 < 10^{-25}$ Ом. Сверхпроводники не обязательно состоят из сверхпроводящих металлов, более того, в их состав могут входить полупроводники (например, $GeTe$, $SrTiO_6$).

Закономерен вопрос о том, как точно измерить столь малое значение сопротивления металла? Действительно, применение прямых методов в данной ситуации невозможно из-за внесения измерительным прибором в цепь с измеряемым сопротивлением своего входного сопротивления, которое, будучи обычно порядка единиц ома, маскирует измеряемое сопротивление сверхпроводника. Корректное измерение сопротивления сверхпроводящего состояния твердого тела проводится по неконтактной методике: путем измерения параметров релаксации магнитного поля, созданного током проводимости в сверхпроводнике. В практике этот метод реализуется в следующем виде. Если сверхпроводник выполнен в виде замкнутого контура, то после возникновения в нем индуцированного тока I_0 с помощью импульса внешнего магнитного поля ток в контуре должен затухать со временем по закону:

$$I(t) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{R_0}{L} t\right), \quad (7.2)$$

где R_0 - омическое сопротивление контура, L - его индуктивность. Измеряя зависимость от времени магнитного поля, создаваемого током в контуре, можно определить $I(t)$ и, следовательно, R_0 . Результаты исследования показывают, что удельное сопротивление вещества в сверхпроводящем состоянии сильно зависит от химического состава

сверхпроводящего вещества и может оказаться даже меньше, чем $10^{-25} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Сверхпроводящее состояние может быть разрушено несколькими способами: повышением температуры образца до $T > T_c$, пропусканием через сверхпроводник тока величиной больше некоторого критического $I > I_c$ или наложением на сверхпроводник постоянного магнитного поля величиной $H \geq H_c$. Величина критического поля определяется с помощью выражения:

$$H_c = H_0 \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right). \quad (7.3)$$

В Приложении приведены значения критической температуры T_c и критического поля H_0 для различных сверхпроводниковых материалов. Сверхпроводящее состояние можно также разрушить, попуская через него ток I выше критического значения I_c : $I \geq I_c$, причем

Теория сверхпроводимости. Известно, что при низких температурах сопротивление кристаллического вещества определяется рассеянием движущихся электронов на неоднородностях кристаллической решетки. Акт рассеяния вызывает локальное смещение иона полем электрона с появлением фонона, который распространяется по кристаллу. Этот фонон при движении по решетке может быть поглощен другим электроном. Таким способом два электрона оказываются связанными. Установлено, что между электронами, обменивающимися указанным образом фононами, возникают силы притяжения, которые превышают кулоновские силы отталкивания электронов между собой, что приводит к объединению этих электронов в пары (куперовские пары). Наибольшую вероятность объединения в пары имеют электроны, импульсы и спины которых равны и антипараллельны, а энергии близки к уровню Ферми E_F .

В результате объединения двух электронов образуются как бы молекулы из двух электронов, обладающие импульсом и спином равным нулю. По этой причине куперовские пары являются бозонами – частицами с целым значением спина. Для бозонов принцип Паули не действует, и потому, стремясь минимизировать полную энергию кристалла, куперовские пары занимают самый низший из возможных уровней энергии – такое энергетическое положение энергетически самое выгодное. Оказавшись на одном уровне энергии, вся совокупность куперовских пар теперь описывается одной волновой функцией и потому может рассматриваться как единая «макрочастица» - «электронный конденсат». Поэтому такое состояние свободных носителей заряда еще называют конденсированным.

Пространственная корреляция между электронами куперовской пары (ее геометрические размеры) осуществляется в пределах расстояния ξ , называемого длиной когерентности. Это усредненное минимальное расстояние между электронами, на котором фононное притяжение превышает

кулоновское расталкивание электронов. Величина ξ определяет минимальный размер области, в пределах которой возможны существенные изменения в степени упорядоченности объединившихся в пары электронов (в частности, изменение их концентрации). Длина когерентности в чистых сверхпроводниках составляет величину порядка 10^{-6} м. В то же время расстояние между парами порядка 10^{-8} м, так что внутри объема ξ^3 лежат центры масс примерно 10^6 пар электронов, волновые функции которых перекрываются, следовательно, пары не изолированы друг от друга, а связаны между собой, упорядочены.

Забросить конденсат куперовских пар на более высокий уровень энергии за счет тепловых колебаний решетки уже невозможно: слишком он велик по массе (а значит и инерционности), да и энергия тепловых колебаний мала из-за низкого значения температуры. Поэтому между занятым электронным конденсатом уровнем энергии и первым возбужденным уровнем появляется энергетический зазор.

Это своего рода запрещенная зона энергий, охватывающая сверху и снизу уровень энергии Ферми, обозначенной как 2Δ (рис.7.1). Типичное ее значение составляет $(0.01 \div 0.1)$ эВ. На рис.7.1 по оси абсцисс показана энергия электрона в металле E , а по оси ординат – плотность электронных состояний $Z(E)$. Положение уровня Ферми отмечено как F . В нормальном состоянии указанная зависимость имеет вид параболы без энергетической щели.

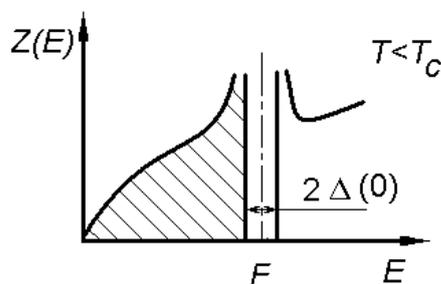


Рисунок 7.1

Величина энергетического зазора определяется силами взаимодействия между всеми коллективизированными парами и значительно больше энергии связи одной пары, поэтому пара электронов, движущаяся в кристалле, не может получить энергию от решетки. Иными словами, пары электронов не рассеиваются решеткой. Значит, движение куперовской пары через твердое тело осуществляется без взаимодействия с решеткой. Поэтому в данном случае в выражении (7.1) $R_0 = 0$ и, следовательно, сопротивление материала оказывается нулевым.

Наряду со связанными куперовскими парами в кристалле при $0 < T < T_c$ имеется небольшое количество несвязанных электронов на уровнях выше $E_F + \Delta$, которые ведут себя как обычные электроны проводимости. Однако их концентрация крайне мала. По этой причине

сопротивление твердого тела в сверхпроводящем состоянии не равно строго нулю, а является очень малой величиной.

Сверхпроводники в магнитном поле

Весьма необычно ведет себя сверхпроводник при помещении в постоянное однородное магнитное поле B . При переходе в сверхпроводящее состояние магнитное поле вытесняется из сверхпроводника, который становится идеальным диамагнетиком (эффект Мейсснера). Внешнее магнитное поле индуцирует на поверхности сверхпроводника токи, которые, в свою очередь, создают магнитное поле. Это магнитное поле направлено против внешнего поля и по величине полностью компенсирует внешнее поле во всем объеме тела. Магнитное поле сосредоточивается в тонком слое у поверхности сверхпроводника и спадает по закону:

$$B(r) = B_0 \exp(-r/\lambda),$$

где B_0 - индукция поля у поверхности; r - расстояние, отсчитываемое от поверхности вглубь тела; λ - параметр, называемый глубиной проникновения Лондонова. В сверхпроводящем состоянии он определяется следующим образом:

$$\lambda_0 = \left(\frac{mc^2}{4\pi q^2 n_s} \right)^{1/2}. \quad (7.4)$$

Здесь обозначено: m - масса электрона, q - его заряд, c - скорость света в вакууме, n_s - концентрация сверхпроводящих электронов в сверхпроводнике. По физическому смыслу глубина проникновения - это расстояние, на котором магнитная индукция уменьшается в e - раз. Типичное значение λ_0 составляет $5 \cdot 10^{-8}$ м.

Поскольку λ_0 зависит от концентрации сверхпроводящих электронов, то глубина проникновения поля зависит от температуры образца. Эта зависимость имеет следующий вид:

$$\lambda(T) = \frac{\lambda_0}{\left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right)^{1/2}}. \quad (7.5)$$

Магнитные свойства существенно зависят от типа сверхпроводника. Различают сверхпроводники первого и второго родов. Сверхпроводниками первого рода являются чистые металлы, сверхпроводниками второго рода – металлы с достаточным количеством дефектов строения (примеси, дислокации и т.д.), а также различные соединения и сплавы. Тип сверхпроводника зависит от соотношения длины когерентности ξ куперовской пары и глубины проникновения магнитного поля λ . У

сверхпроводников первого рода $\chi = \lambda/\xi < 1/2$, у сверхпроводников второго рода $\chi = \lambda/\xi > 1/2$.

Сверхпроводники первого и второго рода по-разному ведут себя в магнитном поле вблизи критической напряженности H_C . С ростом напряженности магнитного поля при $T < T_C$ сверхпроводник первого рода скачком переходит в нормальное состояние как только H сравняется с H_C . При этом в образцах цилиндрической формы этот переход происходит одновременно по всему объему тела, если поле параллельно оси. В телах более сложной формы или при неоднородном поле с ростом H сначала появляются микроскопические области нормального состояния с размерами порядка 1 мм (в точках, где выполняется условие $H = H_C$) чередующиеся со сверхпроводящими областями - так называемое промежуточное состояние - и лишь при $H = H_C$ для всего кристалла сверхпроводник полностью переходит в нормальное состояние.

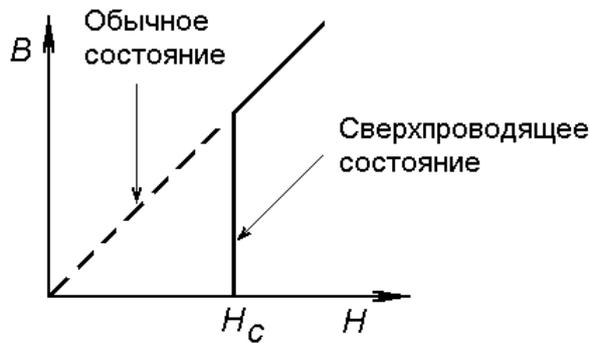


Рисунок 7.2

Во втором типе сверхпроводников с ростом напряженности магнитного поля от нулевого его значения до значений, соответствующих полному разрушению сверхпроводимости, динамика распада сверхпроводящего состояния такова. Если при исходном магнитном поле весь кристалл находился в сверхпроводящем состоянии, то магнитное поле в объем кристалла не проникает. Вблизи точки $H \approx H_{C1}$ магнитное поле начинает проникать в кристалл в виде тонких нитей, окруженных вихрями сверхпроводящего тока, тогда как окружающие их области кристалла остаются в нормальном состоянии. Радиус нити имеет величину порядка ξ , поле падает на расстоянии λ от нити, т. е. захватывает значительные участки сверхпроводника. С ростом H концентрация нитей увеличивается, они сближаются и при $H = H_{C2}$ когда расстояние между нитями становится порядка λ , сверхпроводник полностью переходит в нормальное состояние. Таким образом, в сверхпроводниках второго рода при увеличении напряженности магнитного поля переход в нормальное состояние происходит постепенно в интервале напряженностей, в пределах

которого одновременно существуют сверхпроводящая и нормальная фазы вещества.

Сверхпроводники в электрическом поле

Для практического применения сверхпроводимости в твердотельной электронике важно знать поведение электрических параметров сверхпроводящего состояния при внешних электрических воздействиях. Самым ярким и используемым эффектом сверхпроводящего состояния в электрическом поле является зависимость сопротивления сверхпроводника от температуры. Однако существуют и другие эффекты, перспективные для создания новых приборов твердотельной электроники. В этой связи рассмотрим наиболее очевидные для использования эффекты.

Переменное поле. Наиболее важным для электронного приборостроения является поведение сверхпроводников при помещении их в переменное электромагнитное поле. В этих условиях сверхпроводник может рассматриваться как двухполюсник, проводимость σ которого имеет реальную и мнимую части, равные

$$\begin{aligned}\sigma_1 = \operatorname{Re}(\sigma) &= \frac{n_n \tau}{n_s \Lambda} \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2}, \\ \sigma_2 = \operatorname{Im}(\sigma) &= \frac{1}{\Lambda\omega} \left[1 + \frac{n_n}{n_s} \frac{(\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} \right].\end{aligned}\quad (7.6)$$

Здесь обозначено: ω - частота электрического поля; n_n , n_s - концентрация нормальных и сверхпроводящих электронов соответственно; τ - время между соседними соударениями электронов (оно предполагается меньше периода колебаний электромагнитного поля); $\Lambda = \left(m/q^2 n_s \right)$ - параметр сверхпроводящего состояния. Чем он больше, тем ярче выражено сверхпроводящее состояние.

Поскольку электромагнитное поле проникает в объем сверхпроводника на глубину, определяемую проводимостью образца, то с изменением частоты электромагнитной волны глубина ее проникновения будет изменяться.

Постоянное поле. Эффекты Джозефсона. В 1962 г. Б. Джозефсоном были открыты два новых эффекта в сверхпроводниках. Первый из этих эффектов, называемый стационарным эффектом Джозефсона, заключается в следующем: с приведением в контакт двух сверхпроводников через слой диэлектрика толщиной около 1 нм в отсутствие внешней разности потенциалов через контакт начнет протекать ток, обусловленный туннельным переходом сверхпроводящих электронов – куперовских пар.

Существует также нестационарный эффект Джозефсона. Он обнаруживается также на контакте двух сверхпроводников, разделенных диэлектриком. Когда ток через контакт превысит некоторую критическое

значение I_0 , на контакте появится разность потенциалов величиной V_1 и при этом ток начнет осциллировать с частотой

$$\nu = \frac{2eV_1}{h} = 483.6 \cdot 10^6 \cdot V_1 \text{ МГц.} \quad (7.7)$$

В этом случае ВАХ такого прибора имеет отрицательный участок, который может быть использован в электронном приборостроении. Как следует из выражения (7.7), генерируемое таким прибором излучение может иметь частоту от СВЧ- до ИК-диапазона. Перестройка по частоте осуществляется изменением напряжения, прикладываемого к контакту. При этом важно отметить, что генерируемое излучение является монохроматичным и когерентным, но обладает малой мощностью (порядка 10^{-12} Вт).

Чтобы от характеристик, присущих джозефсоновскому туннелированию, перейти к нормальному туннельному эффекту достаточно приложить слабое магнитное поле.

Эффект возникновения осцилляций называют нестационарным эффектом Джозефсона. Более того, при облучении такого контакта СВЧ-сигналом с частотой ν на ВАХ появляются ступенчатое увеличение тока через контакт, которое будет происходить при напряжениях V_n , для которых выполняется условие:

$$V_n = nh\nu / 2e, \quad (7.8)$$

где целое число n может принимать значения 1, 2, 3, Тем самым возможно детектирование внешнего излучения с порогом чувствительности до 10^{-14} Вт, что на два порядка лучше, чем для любого детектора в субмиллиметровой области спектра.

7.2 Примеры решения задач по определению параметров сверхпроводящего состояния

Задача 1. Определить сопротивление сверхпроводника, если известно, что за 3.5 года от момента включения величина плотности тока, протекающего через сверхпроводящий соленоид индуктивностью $L = 0.25$ мкГн, изменилась на 1%.

Решение. Для решения задачи используем выражение (7.1) для начального момента времени ($t = 0$)

$$I(0) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{0}{R_0/L}\right) = I_0 \quad (7.9)$$

и момента $t = t_1$, который равен 3.5 года. В пересчете на секунды $t_1 = 1.08 \cdot 10^8 \text{ с}$

$$I(t_1) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t_1}{R_0/L}\right). \quad (7.10)$$

Разделив выражение (7.9) на (7.10), получим

$$\frac{I(0)}{I(t_1)} = \exp\left(\frac{R_0}{L} t_1\right).$$

Отсюда выразим сопротивление сверхпроводника соленоида

$$R_0 = \frac{L}{t_1} \ln\left(\frac{I(0)}{I(t_1)}\right). \quad (7.11)$$

По условию задачи известно, что величина тока за время наблюдения уменьшилась на 1%. Это означает, что

$$\frac{I_0}{I(t_1)} = \frac{1}{0.99} \approx 1.01.$$

Для вычисления натурального логарифма от этого числа воспользуемся разложением функции логарифм в ряд:

$$\ln(1 + 0.01) \approx 0.01 = 10^{-2}.$$

Следовательно, выражение (7.11) даст численное значение сопротивления сверхпроводника

$$R_0 = \frac{L}{t_1} \ln\left(\frac{I(0)}{I(t_1)}\right) = \frac{0.25 \cdot 10^{-6}}{1.08} \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-2} \approx 2.3 \cdot 10^{-18} \text{ Ом}.$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос будет следующим: сопротивление сверхпроводника соленоида составляет $2.3 \cdot 10^{-18} \text{ Ом}$.

Задача 2. Определить величину критического магнитного поля для ниобия при температуре жидкого гелия ($T = 4.2 \text{ К}$).

Решение. Для решения задачи используем выражение (7.3):

$$H_c = H_0 \left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right), \quad (7.12)$$

в котором все величины известны. Действительно, температура образца задана по условию задачи, а недостающие численные значения критической температуры и начального магнитного поля являются константами вещества и потому могут быть взяты из справочных материалов (см. п. 14.3 приложения): $T_c = 9.46 \text{ К}$, $H_0 = 15.6 \cdot 10^4 \text{ А/м}$. Подстановка этих величин в выражение (7.12) дает следующее значение критического магнитного поля:

$$H_c = H_0 \left(1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right) = 15.6 \cdot \left(1 - \left(\frac{4.20}{9.46} \right)^2 \right) = 15.6 \cdot 10^4 (1 - 0.20) =$$

$$= 15.6 \cdot 10^4 \cdot 0.8 = 12.48 \cdot 10^4 \text{ А/м}$$

Таким образом, ответ на поставленный в задаче вопрос таков: напряженность магнитного поля, разрушающего сверхпроводящее состояние в ниобате, составляет $12.48 \cdot 10^4 \text{ А/м}$.

Задача 3. Найти концентрацию сверхпроводящих электронов в сверхпроводнике, если известно, что на глубине $10 \overset{\circ}{\text{А}}$ величина магнитного поля уменьшается в 7.33 раза.

Решение. Для решения этой задачи воспользуемся выражением (7.4), из которого выразим требуемую величину. Тогда получим

$$n_s = \frac{mc^2}{4\pi q^2 \lambda_0^2} \quad (7.13)$$

Для определения неизвестной глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводящем состоянии λ_0 воспользуемся законом изменения магнитного поля в сверхпроводнике

$$H(r) = H_0 \cdot \exp\left(-\frac{r}{\lambda_0}\right)$$

и тем, что на известной глубине $r = r_1 = 10$ ангстрем величина поля уменьшилась в 7.33 раза. Поэтому по аналогии с задачей 1 данной главы можно записать

$$\frac{H(0)}{H(r_1)} = \exp\left(\frac{r_1}{\lambda_0}\right) = \frac{1}{\frac{1}{7.33}} = 7.33$$

Отсюда найдем

$$\lambda_0 = r_1 \cdot \ln\left(\frac{H(r_1)}{H(0)}\right) = 10^{-9} \frac{1}{\ln(7.33)} = 0.5 \cdot 10^{-9} \text{ м} .$$

Теперь подставим это значение в выражение (7.13)

$$\begin{aligned}
 n_s &= \frac{mc^2}{4\pi q^2 \lambda_0^2} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{4 \cdot 3.14 \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot (0.5 \cdot 10^{-9})^2} = \\
 &= \frac{9.1 \cdot 10^{-31}}{4 \cdot 3.14} \left(\frac{3 \cdot 10^8}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.5 \cdot 10^{-9}} \right)^2 = \frac{9.1}{12.56} 10^{-31} \left(\frac{3 \cdot 10^8}{0.8 \cdot 10^{-28}} \right)^2 = \\
 &= 0.72 \cdot 10^{-31} (3.75 \cdot 10^{36})^2 = 10.1 \cdot 10^{-31} \cdot 14.1 \cdot 10^{72} \approx 1.4 \cdot 10^{41} \text{ м}^{-3} = \\
 &= 1.4 \cdot 10^{35} \text{ см}^{-3}.
 \end{aligned}$$

Ответ на вопрос данной задачи таков: концентрация сверхпроводящих электронов составляет величину порядка 10^{35} см^{-3} .

Задача 4. Найти глубину проникновения магнитного поля в сверхпроводящий индий при температуре образца $T = 1.70 \text{ К}$, если известно, что концентрация сверхпроводящих электронов в нем составляет величину 10^{29} м^{-3} .

Решение. Конечным выражением для расчета глубины проникновения магнитного поля λ является выражение (7.5)

$$\lambda(T) = \frac{\lambda_0}{\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right)^{1/2}}, \quad (7.14)$$

где неизвестной величиной глубина λ_0 . Ее можно найти из выражения (7.4)

$$\lambda_0 = \left(\frac{mc^2}{4\pi q^2 n_s} \right)^{1/2}. \quad (7.15)$$

Критическая температура для сверхпроводящего состояния индия, согласно приложению 14.3, составляет $T_c = 3.41 \text{ К}$. Найдем по (7.15) глубину проникновения поля λ_0

$$\lambda_0 = \frac{mc^2}{4\pi q^2 n_s} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 64 \cdot 10^{16}}{12.56 \cdot 2.56 \cdot 10^{-38} \cdot 10^{29}} = \frac{582.4 \cdot 10^{-15}}{32.15 \cdot 10^{-9}} = 18.12 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Тогда отыскиваемая величина будет равна следующему значению:

$$\lambda(T) = \frac{\lambda_0}{\left(1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right)^{1/2}} = \frac{18.12 \cdot 10^{-6}}{\left(1 - \left(\frac{1.70}{3.41}\right)^4\right)^{1/2}} = \frac{18.12 \cdot 10^{-6}}{\left(1 - \frac{1}{8}\right)^{1/2}} = \frac{18.12 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{7}} \sqrt{8} =$$

$$= \frac{51.28}{2.65} 10^{-6} = 19.35 \cdot 10^{-6} \text{ м} \approx 19.4 \text{ мкм} .$$

В итоге, ответ на вопрос, поставленный в задаче таков: глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводящий индий при температуре 1.70 К составляет 19.4 микрон.

Задача 5. Определить реальную и мнимую части проводимости сверхпроводника на частоте $f = 10^9 \text{ Гц}$, если известно, что время между соседними соударениями электронов $\tau = 2 \cdot 10^{-8} \text{ с}$, концентрация сверхпроводящих электронов $n_s = 4.4 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}$ превосходит концентрацию нормальных электронов в 10^{26} - раз.

Решение. Для решения поставленной задачи в ее условия имеются все необходимые параметры, а также выражения для вычислений:

$$\sigma_1 = \text{Re}(\sigma) = \frac{n_n \tau}{n_s \Lambda} \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2},$$

$$\sigma_2 = \text{Im}(\sigma) = \frac{1}{\Lambda\omega} \left[1 + \frac{n_n (\omega\tau)^2}{n_s 1 + (\omega\tau)^2} \right].$$

$$\Lambda = \left(\frac{m}{q^2 n_s} \right).$$
(7.15)

Определим величину Λ :

$$\Lambda = \frac{m}{q^2 n_s} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31}}{2.56 \cdot 10^{-18} \cdot 4.4 \cdot 10^{27}} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31}}{11.26 \cdot 10^9} = 0.80 \cdot 10^{-40} .$$

Тогда реальная часть проводимости будет равна

$$\sigma_1 = 10^{-26} \frac{2 \cdot 10^{-8}}{0.8 \cdot 10^{-40}} \frac{1}{1 + 39.4 \cdot 10^{18} \cdot 4 \cdot 10^{-16}} = 2.5 \cdot 10^6 \frac{1}{157.7 \cdot 10^2} =$$

$$= 1.58 \cdot 10^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1} .$$

Мнимая часть проводимости будет равна

$$\sigma_2 = \frac{1}{\Lambda\omega} \left[1 + \frac{n_n (\omega\tau)^2}{n_s 1 + (\omega\tau)^2} \right] \approx \frac{1}{0.8 \cdot 10^{-40} \cdot 6.28 \cdot 10^9} \left[1 + 10^{-26} \frac{(\omega\tau)^2}{(\omega\tau)^2} \right] =$$

$$= 0.2 \cdot 10^{31} = 2 \cdot 10^{30} \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1} .$$

Таким образом, для указанного в условии задачи сверхпроводника реальная часть его проводимости равна $2 \cdot 10^2 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$, мнимая часть значительно больше: $2 \cdot 10^{30} \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$.

7.3 Варианты самостоятельных заданий по определению параметров сверхпроводящего состояния

Задача 7.1. Определить реальную и мнимую части проводимости сверхпроводника на частоте $f = 3 \cdot 10^9$ Гц, если известно, что время между соседними соударениями электронов $\tau = 2 \cdot 10^{-8}$ с, концентрация сверхпроводящих электронов $n_S = 4.4 \cdot 10^{28}$ м⁻³ превосходит концентрацию нормальных электронов в 10^{26} - раз.

Задача 7.2. Определить реальную и мнимую части проводимости сверхпроводника на частоте $f = 10^9$ Гц, если известно, что время между соседними соударениями электронов $\tau = 2 \cdot 10^{-10}$ с, концентрация сверхпроводящих электронов $n_S = 4.4 \cdot 10^{27}$ м⁻³ превосходит концентрацию нормальных электронов в $4 \cdot 10^{26}$ - раз.

Задача 7.3. Определить реальную и мнимую части проводимости сверхпроводника на частоте $f = 10^{10}$ Гц, если известно, что время между соседними соударениями электронов $\tau = 2 \cdot 10^{-10}$ с, концентрация сверхпроводящих электронов $n_S = 8.4 \cdot 10^{27}$ м⁻³ превосходит концентрацию нормальных электронов в 10^{25} - раз.

Задача 7.4. Определить реальную и мнимую части проводимости сверхпроводника на частоте $f = 10^9$ Гц, если известно, что время между соседними соударениями электронов $\tau = 2 \cdot 10^{-10}$ с, концентрация сверхпроводящих электронов $n_S = 2.4 \cdot 10^{29}$ м⁻³ превосходит концентрацию нормальных электронов в 10^{25} - раз.

Задача 7.5. Найти глубину проникновения магнитного поля в сверхпроводящий индий при температуре образца $T = 1.70$ К, если известно, что концентрация сверхпроводящих электронов в нем составляет величину 10^{29} м⁻³.

Практическое занятие 8 Физические основы процессов в полупроводниковых материалах

8.1 Примеры решения задач

Задача 1. Имеется сплавной германиевый *p-n* переход с $N_D = 10^3$ На, причем на каждые 10^8 атомов германия приходится один атом акцепторной

примеси. Определить контактную разность потенциалов при $T=300$ К (плотности атомов N и ионизованных атомов n_i принять равными $4,4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ и $2,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ соответственно).

Решение. Определим концентрацию акцепторных атомов:

$$N_a = \frac{N}{10^8} = 4,4 \cdot 10^{22} / 10^8 = 4,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$$

($N=4,4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ – плотность атомов германия).

Концентрация атомов доноров $N_d = 10^{17}$ $N_a = 4,4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

Контактная разность потенциалов

$$\varphi_k = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} = 0,0258 \ln \frac{4,4 \cdot 10^{17} \cdot 4,4 \cdot 10^{14}}{(2,5 \cdot 10^{13})^2} = 0,326 \approx 0,33 \text{ В.}$$

Задача 2. Удельное сопротивление p -области германиевого p - n перехода $\rho_p = 2$ Ом·см, а удельное сопротивление n -области $\rho_n = 1$ Ом·см. Вычислить контактную разность потенциалов (высоту потенциального барьера) при $T=300$ К.

Решение. Известно, что удельное сопротивление p -области полупроводника

$$\rho_p = \frac{1}{\sigma_p} \approx \frac{1}{N_a \cdot e \cdot \mu_p},$$

где N_a - концентрация акцепторов, e - заряд электрона, μ_p - подвижность дырок. Отсюда

$$N_a = \frac{1}{\rho_p \cdot e \cdot \mu_p} = \frac{1}{2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1900} = 1,65 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$$

Аналогично найдем концентрацию доноров в n -области полупроводника:

$$N_d = \frac{1}{\rho_n \cdot e \cdot \mu_n} = \frac{1}{1 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 3900} = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$$

Контактная разность потенциалов

$$\varphi_k = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} = 0,0258 \ln \frac{1,65 \cdot 10^{15} \cdot 1,6 \cdot 10^{15}}{(2,5 \cdot 10^{13})^2} = 0,215 \approx 0,22 \text{ В.}$$

Задача 3. Германиевый сплавной p - n -переход имеет обратный ток насыщения $I_0=1$ мкА, а кремниевый с такими же размерами - $I_0=10^{-8}$ А. Вычислите и сравните прямые напряжения на переходах при $T=293$ К, если через каждый диод протекает ток 100 мА.

Решение. Ток диода определим по формуле

$$I = I_0 (e^{eU/(kT)} - 1),$$

где I_0 – обратный ток насыщения.

Для германиевого p - n -перехода

$$100 \cdot 10^{-3} = 10^{-6} \cdot e^{1.602 \cdot 10^{-19} U / (1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 293)},$$

Откуда $U=288$ мВ.

Аналогично для кремниевого p - n -перехода при $I_0=10^{-8}$ А, $U=407$ мВ.

Задача 4. Кремниевый p - n переход имеет следующие данные: ширина p - n перехода $\Delta=10^{-3}$ см, концентрация акцепторных примесей $N_a=10^{19}$ см⁻³, концентрация донорных $N_d=2 \cdot 10^{16}$ см⁻³, площадь поперечного сечения перехода $\Pi=10^{-4}$ см², длина областей $l_n=10^{-4}$ см, $l_p=10^{-3}$ см, коэффициенты диффузии неосновных носителей $D_p=8$ см²/с, $D_n=25$ см²/с, концентрация собственных носителей заряда $n_i=1,5 \cdot 10^{10}$ см⁻³. Определить: а) обратный ток насыщения I_0 .

Решение. Поскольку $N_a \gg N_d$, то обратный ток насыщения определим из выражения

$$I_0 = \frac{e \Pi n_i^2 D_n}{\Delta N_d}$$

Подставляя значения, имеем: $I_0 = 4,5 \cdot 10^{-18}$ А

Задача 5. Кремниевый p - n переход имеет следующие данные: ширина p - n перехода $\Delta=10^{-3}$ см, концентрация акцепторных примесей $N_a=10^{19}$ см⁻³, концентрация донорных $N_d=2 \cdot 10^{16}$ см⁻³, площадь поперечного сечения перехода $\Pi=10^{-4}$ см², длина областей $l_n=10^{-4}$ см, $l_p=10^{-3}$ см, коэффициенты диффузии неосновных носителей $D_p=8$ см²/с, $D_n=25$ см²/с, концентрация собственных носителей заряда $n_i=1,5 \cdot 10^{10}$ см⁻³.

Определить: прямой ток и падение напряжения на объемах P и n областей при прямом напряжении, равном 0,65 В.

Решение: б) Для прямого напряжения, равного 0.65 В, ток

$$I \approx I_0 e^{eU/(kT)} = 4.5 \cdot 10^{-18} e^{0.65 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} / (1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ А.}$$

Сопротивление объемов p - и n - областей определяем по формуле

$$R = \rho l / \Pi,$$

где ρ – удельное сопротивление; l – длина областей; Π – площадь p - n -перехода.

Удельное сопротивление можно вычислить по формулам:

Для n -областей

$$\rho_n \gg \rho_p \text{ и } \rho_n = 1/(e \mu_n n) = 3 \cdot 10^{-1} \text{ Ом} \cdot \text{см.}$$

Следовательно, сопротивление n -области

$$R = \frac{3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-4}}{10^{-4}} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ Ом};$$

Для p -области

$$\rho_p \gg \rho_n \text{ и } \rho_p = 1/(e \mu_p p) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Ом} \cdot \text{см.}$$

Следовательно, сопротивление p -области

$$R = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} / 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-2}$$

При токе, равном $4 \cdot 10^{-4}$ А, падение напряжения на сопротивлениях объемов p - и n - областей равно $1.3 \cdot 10^{-4}$ В.

Задача 6. Германиевый полупроводниковый диод, имеющий обратный ток насыщения $I_0 = 25$ мкА, работает при прямом напряжении, равном 0,1 В, и $T = 300$ К. Определить: а) сопротивление диода постоянному току R_0 ; б) дифференциальное сопротивление $r_{\text{диф}}$.

Решение. Найдем ток диода при прямом напряжении $U = 0,1$ В по формуле

$$I = I_0 (e^{eU/(kT)} - 1) = 25 \cdot 10^{-6} (e^{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 0.1 / (1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300)} - 1) = 25 \cdot 10^{-6} (e^{3.87} - 1) = 1.17 \text{ мА.}$$

Тогда сопротивление диода постоянному току

$$R_0 = \frac{U}{I} = \frac{0.1}{1.17 \cdot 10^{-3}} = 85 \text{ Ом.}$$

Вычислим дифференциальное сопротивление

$$r_{\text{диф}}^{-1} = \frac{dI}{dU} = I_0 \left(\frac{e}{kT} \right) \cdot e^{eU/kT} = 25 \cdot 10^{-6} (38.6) \cdot 48 = 46 \cdot 10^{-3} \text{ см,}$$

откуда

$$r_{\text{диф}} = 1 / (46 \cdot 10^{-3}) = 21.6 \text{ Ом},$$

Или приближенно, с учетом того, что $I \gg I_0$,

$$r_{\text{диф}}^{-1} = \frac{dI}{dU} = \left(\frac{e}{kT} \right) (I + I_0) \approx \frac{e}{kT} I,$$

откуда

$$r_{\text{диф}} = \frac{kT}{eI} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.17 \cdot 10^{-3}} = 22 \text{ Ом}.$$

Задача 7. Для идеального p - n -перехода определить: а) при каком напряжении обратный ток будет достигать 90% значения обратного тока насыщения при $T=300$ К; б) отношение тока при прямом напряжении, равно 0,05 В, к току при том же значении обратного напряжения.

Решение. а) Известно, что при $T=300$ К температурный потенциал

$$U_T = T/11600 = 0,026 \text{ В}$$

Ток периода

$$I = I_0 (e^{U/U_T} - 1)$$

По условию задачи

$$0,9I_0 = I_0 (e^{U/0,026} - 1)$$

Откуда $U = (0,026) \ln(1,9) = -0,06 \text{ В}$

Задача 8. Для идеального p - n -перехода определить: а) при каком напряжении обратный ток будет достигать 90% значения обратного тока насыщения при $T=300$ К; б) отношение тока при прямом напряжении, равно 0,05 В, к току при том же значении обратного напряжения.

Решение. б) Определим отношение прямого тока к обратному при напряжениях 0,05 и -0,05 В:

$$\frac{I_{\text{пр}}}{I_{\text{обр}}} = \frac{I_0 (e^{50/26} - 1)}{I_0 (e^{-50/26} - 1)} = \frac{e^{1,92} - 1}{e^{-1,92} - 1} = \frac{6,82 - 1}{0,147 - 1} = 7$$

Задача 9. Транзистор p - n - p включен в схему с общей базой. Покажите, что дифференциальное сопротивление эмиттера можно приближенно вычислить по формуле

$$r_3 = kT / (eI_3)$$

где I_3 – ток эмиттера. Вычислить r_3 при $T=300$ К, если $I_3=2$ мА.

Решение: Поскольку на эмиттерный переход подано прямое напряжение, то ток эмиттера может быть определен следующим образом:

$$I_{\text{э}} = I_{\text{эбк}} e^{eU_{\text{эб}}/(kt)}$$

где $I_{\text{эбк}}$ – обратный ток.

Тогда

$$r_{\text{э}} = \left. \frac{dU_{\text{эб}}}{dI_{\text{э}}} \right|_{U_{\text{кк}}=\text{const}} = \frac{kt}{eI_{\text{э}}}$$

$$r_{\text{э}} = kT/(eI_{\text{э}})$$

При $I_{\text{э}}=2$ мА и $T=300$ К

$$r_{\text{э}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 / (1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-3}) = 13 \text{ Ом.}$$

Задача 10. Сплавной транзистор типа $p-n-p$ включен в схему, изображенную на рисунке 8.1.

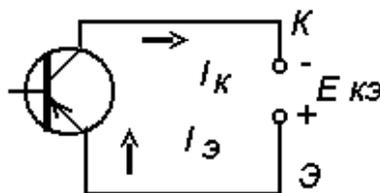


Рисунок 8.1 - Схема включения транзистора

Определить коллекторный ток, если известно, что коэффициент передачи тока эмиттера транзистора $\alpha = 0,98$ и обратный ток коллекторного перехода $I_{\text{КБ0}} = 10$ мА.

Решение. Воспользуемся известным соотношением для токов транзистора в активном режиме: $I_{\text{К}} = \alpha I_{\text{э}} + I_{\text{КБ0}}$. Поскольку цепь базы разорвана, то $I_{\text{К}} = I_{\text{э}}$. Исключив из уравнения $I_{\text{э}}$, получим

$$I_{\text{К}} = \alpha I_{\text{К}} + I_{\text{КБ0}} \text{ или } I_{\text{К}} (1 - \alpha) = I_{\text{КБ0}}$$

Откуда

$$I_{\text{К}} = I_{\text{КБ0}} / (1 - \alpha) = I_{\text{КБ0}} (1 + \beta).$$

Этот ток обозначается символом $I_{\text{КБ0}}$ и называется обратным током коллектора – эмиттер при разомкнутом выводе базы.

Подставляя числовые значения, данные в условии задачи, получаем

$$I_{\text{КБ0}} = 10 / (1 - 0,98) = 500 \text{ мкА.}$$

Задача 11. Установить связь между z -параметрами и y -параметрами транзистора.

Решение: Уравнения для системы z-параметров имеют вид:

$$\ddot{U}_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2;$$

$$\ddot{U}_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2;$$

Уравнения для системы y-параметров имеют вид:

$$I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2$$

$$I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2$$

Переход от одной системы параметров к другой удобно вычислять с помощью определителей.

Решая первой системы относительно I_1 и I_2 получаем.

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} U_1 & z_{12} \\ U_2 & z_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{vmatrix}} = \frac{z_{22}U_1 - z_{21}U_2}{z_{11}z_{22} - z_{21}z_{12}} = \frac{z_{22}}{\Delta z}U_1 - \frac{z_{12}}{\Delta z}U_2$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} z_{11} & U_1 \\ z_{22} & U_2 \end{vmatrix}}{\Delta z} = -\frac{z_{21}U_1}{\Delta z} - \frac{z_{12}U_2}{\Delta z}$$

Задача 12. Транзистор работает в схеме с общей базой с нагрузкой $R_H = 2$ кОм.

Его параметры: $r_3 = 40$ Ом; $r_6 = 200$ Ом; $r_k = 200$ кОм; $C_k = 20$ пФ.

На какой частоте за счет влияния емкости C_k модуль коэффициента усиления $|K_1|$ уменьшится вдвое? Внутренним сопротивлением источника сигнала пренебречь.

Решение

Изобразим T-образную схему замещения транзистора. (рис.8.2а)) Ток, протекающий через R_H должен быть в 2 раза меньше тока, протекающего через него на низкой частоте (когда емкостью C_k пренебрегаем (рис 8.2.б).

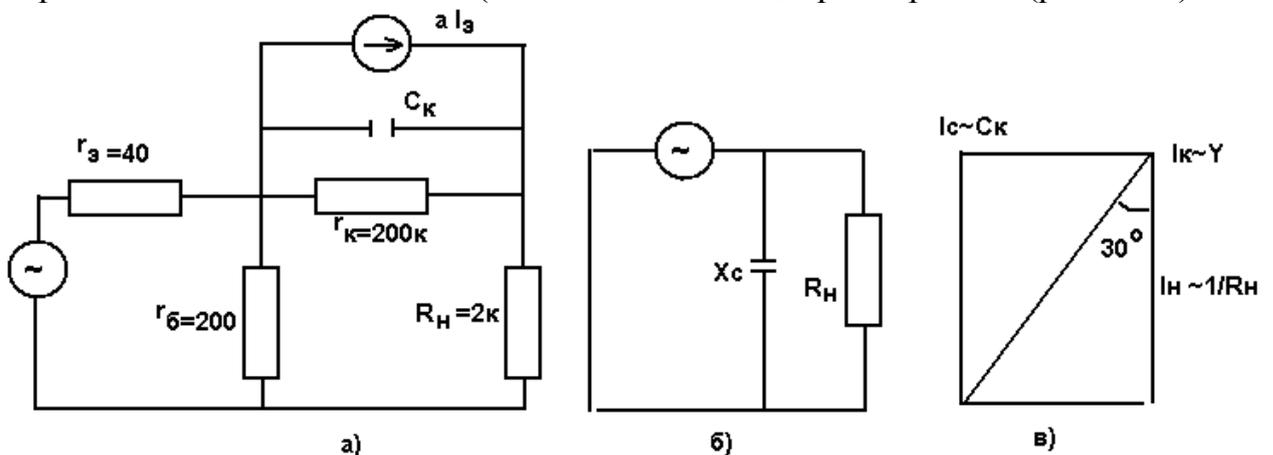


Рисунок 8.2

Так как можно пренебречь r_3 и внутренним сопротивлением источника сигнала в виду их малости, то токи пропорциональны проводимостям (рис. 8.2.в)

$$Y = \sqrt{(1/R_H)^2 + (\omega C_K)^2}$$

По условию задачи на высокой частоте

$$1/R_H = Y/2$$

Следовательно:

$$\frac{2}{R_H} = Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R_H}\right)^2 + (\omega C_K)^2} = \frac{\sqrt{1 + (\omega C_K R_H)^2}}{R_H}$$

$$f = \frac{\sqrt{3}}{2\pi C_K R_H} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^3} \approx 7 \text{ МГц}$$

8.2 Задачи для проработки темы

Задача 8.1. Какое влияние оказывает на эффективность эмиттера и коэффициент переноса увеличение проводимости области базы в двух случаях: а) при пропорциональном изменении проводимости эмиттерной области; б) при неизменной проводимости эмиттерной области.

Задача 8.2. Объясните, почему при изменении проводимости области базы изменяется коэффициент передачи тока эмиттера.

Задача 8.3. Покажите, что отношение дырочного тока к электронному I_{p3}/I_{n3} протекающих через эмиттерный переход, прямо пропорционально отношению проводимостей материала p -типа к проводимости n -типа.

Задача 8.4. Транзистор типа $n-p-n$ включен в схему с общей базой. Напряжение $U_{36} = -0,5$ В, напряжение $U_{к6} = 12$ В. Определить напряжение коллектор-эмиттер.

Задача 8.5. Транзистор типа $p-n-p$ включен в схему с общим эмиттером. Напряжение $U_{36} = -0,8$ В, напряжение $U_{к3} = -10$ В. Определить напряжение коллектор- база.

Задача 8.6. Выводы электродов полевого транзистора маркированы A, B, C . Сопротивление между выводами BC с оборванным проводом A , равно 300 Ом и не зависит от полярности напряжения. При напряжении -2 В,

приложенном к A и B , течет ток 10^{-11} А. Какой вывод соединен с затвором? Какого типа канал (n или p) имеет данный транзистор.

Задача 8.7. Покажите, что если полевой транзистор с управляющим p - n - переходом работает при достаточно низком напряжении сток-исток, то его можно представить в виде резистора с сопротивлением:

$$R = R_0 [1 - (|U_{zu}| / U_{отс})^{0,5}]^{-1}$$

где R_0 - сопротивление канала при нулевом напряжении затвор-исток.

Задача 8.8. Удельная проводимость канала n -типа полевого транзистора $\delta = 20,9$ См/м и ширина канала $\omega = 6$ мкм при напряжении затвор-исток, равном нулю. Найти напряжение отсечки $U_{отс}$, считая, что подвижность электронов $\mu_n = 0,13$ м²/(В·с), а относительная диэлектрическая проницаемость кремния $\varepsilon = 12$.

Задача 8.9. Устройство с полевым транзистором имеет удельную проводимость канала n -типа полевого транзистора $\delta = 20,9$ См/м и ширина канала $\omega = 6$ мкм при напряжении затвор-исток, равном нулю. Найти напряжение отсечки $U_{отс}$, считая, что подвижность электронов $\mu_n = 0,13$ м²/(В·с), а относительная диэлектрическая проницаемость кремния $\varepsilon = 12$.

Задача 8.10. При напряжении затвора равном нулю, сопротивление сток-исток равно 50 Ом. При каком напряжении затвора сопротивление сток-исток станет равным 200 Ом

Практическое занятие № 9. Интерактивно занятие – конференция

Конференция проводится по результатам защиты самостоятельных работ. Желательно присутствие коллектива поддержки или ученых. Самостоятельная работа спроектирована так, чтобы студент показал знания, умения, навыки, а также освоение компетенций

Технология подготовки конференции

1. Преподаватель проверяет работу, отмечает ошибки и ставит дату приема.
2. Оргкомитет (старосты групп в потоке) – собирают презентации докладов для просмотра
3. Затем следует проверка ошибок и выносятся решение о допуске к конференции.

Защита включает доклад студента (5-7 минут) и ответы на вопросы (5 мин). В докладе сообщается тема задания, техническое задание, краткое содержание работы. Необходимо обосновать актуальность темы, метод выбранных инженерных решений. Особое внимание в докладе следует

уделить самостоятельным творческим разработкам, их технико-экономическому обоснованию. По окончании доклада студенту задаются вопросы, позволяющие оценить, насколько глубоко проработан материал.

В процессе защиты учитываются: самостоятельность работы, оригинальность и тщательность проработки технических решений, качество оформления чертежей и расчетно-пояснительной записки, выполнение ГОСТ, использование ЭВМ в расчетах, полнота и четкость доклада, правильность ответов на вопросы, планомерность работы над заданием и срок защиты (досрочно, в срок, после срока без уважительных причин).

После конференции студентам сообщается оценка. При этом дается краткий анализ задания и доклада, отмечаются достоинства и недостатки задания, высказываются критические замечания и пожелания. Если задание защищается после срока без уважительных причин, то оценка снижается.

Приложение А

Некоторые физические постоянные

$N_a = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – постоянная Авогадро

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса покоя электрона

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая постоянная??? $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-14}$ ф/м

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона

$1 \text{ a.e.m.} = 1,6606 \cdot 10^{-27}$ кг – атомная единица массы

$h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Вт/сек² = $4,13 \cdot 10^{-15}$ эв·сек - постоянная Планка

$k = \frac{1}{11600}$ эв·град⁻¹ = $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж·град⁻¹ – постоянная Больцмана

Приложение Б
Справочные данные по полупроводниковым материалам

Параметры материала	Кремний	Германий	Арсенид галлия
1. Ширина запрещенной зоны при $T=300\text{ К}$, эВ	1.12	0.66	1.4
2. Число атомов в 1 см^3	$5 \cdot 10^{22}$	$4.4 \cdot 10^{22}$	$2.2 \cdot 10^{22}$
3. Относительная диэлектрическая проницаемость	11.7	16.0	12.5
4. Собственная концентрация носителей при $T=300\text{ К}$, см^{-3}	$1.4 \cdot 10^{10}$	$2.4 \cdot 10^{13}$	$1.4 \cdot 10^8$
5. Подвижность электронов при $T=300\text{ К}$, $\text{см}^2/\text{м} \cdot \text{с}$	1450	3900	8000
6. Подвижность дырок при $T=300\text{ К}$, $\text{см}^2/\text{м} \cdot \text{с}$	480	1900	500
7. Время жизни электронов, с	10^{-3}	10^{-5}	10^{-8}
8. Время жизни дырок, с	10^{-3}	10^{-5}	10^{-8}
9. Эффективная масса электрона, m_0 - тяжелых электронов - легких электронов	0.97 0.19	1.58 0.082	0.068
10. Эффективная масса дырок, m_0 - легких дырок - тяжелых дырок	0.16 0.5	0.04 0.3	0.12 0.5
11. Время излучательной рекомбинации, с	$1.54 \cdot 10^4$	0.61	0.009
12. Средство к электрону, эВ	4.05	4.0	4.07

Приложение В
Значения работы выхода из различных металлов

Металл	Mg	Al	Ni	Cu	Au	Ag	Pt
Работа выхода, эВ	3.35	4.1	4.55	4.7	5.0	5.1	5.1

Приложение Г

Критическая температура и критическая напряженность магнитного поля для некоторых сверхпроводников

Элемент	ТС, К	$H_0 \cdot 10^{-4}$, А/м	Элемент	ТС, К	$H_0 \cdot 10^{-4}$, А/м
Al	1.19	0.8	Pb	7.18	6.5
Ga	1.09	0.4	Sn	3.72	2.5
α - Hg	4.15	3.3	Ta	4.48	6.7
β - Hg	3.95	2.7	Th	1.37	1.3
In	3.41	2.3	V	5.30	10.5
Nb	9.46	15.6	Zn	0.92	0.4

Учебное пособие

Орликов Л.Н., Давыдов В.Н.

ЭЛЕКТРОНИКА 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ

Методические указания к практическим занятиям

Усл. печ. л. . Препринт
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники
634050, г.Томск, пр.Ленина, 40