

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»**

Радиотехнический факультет

Кафедра телекоммуникаций и основ радиотехники (ТОР)

Демидов А.Я.

Многоканальные цифровые системы передачи

Методическое пособие к практическим занятиям по специальностям

Для всех технических направлений радиотехнического факультета

2014

Системы и сети связи: Методическое пособие к практическим занятиям.
ТУСУР. Томск, 2014.- 25 с.

Изложены краткие теоретические сведения, основные расчетные соотношения, численные примеры решения типовых задач по разделам: Модуляция в каналах цифровой связи; Скорость передачи информации в канале связи, помехоустойчивое кодирование. Предназначено для студентов всех форм обучения, изучающих дисциплины “Системы и сети передачи информации” и “Многоканальные цифровые системы передачи информации”.

© Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники, 2014

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ.....	3
1. Введение.....	4
2. Общие требования к студентам при проведении практических занятий по дисциплине..	4
3. Тема: Модуляция в каналах цифровой связи.....	4
3.1 Цель занятия.....	4
3.2 Краткие сведения по теории.....	4
3.2.1 Квадратурная амплитудная модуляция КАМ (QAM).....	6
3.2.2 Дифференциальная квадратурная амплитудная модуляция ДКАМ (DQAM).....	6
3.2.3 Ортогональное частотное мультиплексирование данных OFDM.....	8
3.3 Упражнения для индивидуальной работы.....	11
4 Тема: Скорость передачи информации в канале связи.....	12
4.1 Цель занятия.....	12
4.2 Краткие сведения по теории.....	12
4.3 Упражнения для индивидуальной работы.....	15
5 Тема: Помехоустойчивое кодирование сообщений в каналах связи.....	17
5.1 Цель занятия.....	17
5.2 Краткие сведения по теории.....	17
5.3 Упражнения для индивидуальной работы.....	23
ЛИТЕРАТУРА.....	25

1. Введение

Настоящая работа предназначена для студентов очной обучения, изучающих дисциплину ‘Системы и сети связи’ по специальности ‘Комплексная защита объектов информатизации’ и имеет целью повысить эффективность усвоения названной дисциплины путем методического руководства самостоятельными занятиями студентов.

2. Общие требования к студентам при проведении практических занятий по дисциплине.

2.1 На практическом занятии у каждого студента должен быть конспект лекций по курсу, данное методическое руководство, постоянная рабочая тетрадь и вычислительные средства.

2.2 Записи в рабочей тетради следует вести достаточно подробно и аккуратно, чтобы ими можно было воспользоваться при подготовке к контрольным опросам и экзаменам; тема и цель занятий должны быть обязательно записаны в тетрадь ещё во время предварительной домашней подготовки.

2.3 Домашняя подготовка по теории к каждому занятию совершенно обязательна, при этом краткие теоретические сведения, приводимые в данном методическом руководстве, хоть и включают все необходимые расчётные соотношения, являются недостаточными и служат только ориентиром при работе над лекциями и учебниками.

3. Тема: Модуляция в каналах цифровой связи

3.1 Цель занятия

Закрепить знания о современных видах цифровой модуляции в системах связи и способах ее реализации.

3.2 Краткие сведения по теории

В цифровой связи *модуляцией* называется запись (отображение) бит вектора (символа) сообщения в параметры аналогового физического сигнала, согласованного с каналом связи. (адаптированного к передачи в канале связи.)

Символ сообщения (слово) может содержать от одного до m бит. Сигнал с записанным символом сообщения, называется **символом модуляции**. Если в символ модуляции отображается один бит сообщения, то модуляция называется *двухпозиционной*, в противном случае – *многопозиционной*.

Символ сообщения состоящий из m бит имеет $M = 2^m$ состояний, такое же количество состояний должен иметь символ модуляции, т.е он должен быть выбран из

ансамбля (множества) $S_M \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)\}$ сигналов, определенных на интервале символа.

Тип ансамбля S_M и метод отображения на него символов сообщения полностью определяют вид модуляции.

Расстояние между парой сигналов для ансамбля S_M называется *межсимвольным расстоянием* и определяется следующим образом

$$d_{ij} = \sqrt{\int_T [s_i(t) - s_j(t)]^2 dt},$$

где T – интервал определения символа

Для ансамбль S_M вводится *минимальное межсимвольное расстояние* d_{min} , которое определяется как минимальное из всех d_{ij} .

Квадратурное представление узкополосного сигнала, квадратурный модулятор.

Известно, что любой узкополосный сигнал можно представить в виде:

$$S(t) = s(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)] \quad (3.1)$$

где $s(t)$ и $\varphi(t)$ медленно меняющиеся функции времени, а ширина спектра сигнала намного меньше его центральной частоты, т.е. $\Delta\omega \ll \omega_0$.

Перепишем выражение для символа модуляции в виде:

$$S(t) = s(t)[\cos\omega_0 t \cos\varphi(t) - \sin\omega_0 t \sin\varphi(t)] \quad (3.2)$$

Введем медленно меняющиеся функции $i(t)$ и $q(t)$

$$i(t) = s(t)\cos\varphi(t)$$

$$q(t) = -s(t)\sin\varphi(t),$$

тогда (3.2) запишется в виде:

$$S(t) = i(t)\cos\omega_0 t + q(t)\sin\omega_0 t \quad (3.3)$$

Такое представление узкополосного сигнала называется *квадратурным*: $i(t)$ называется *синфазной* огибающей сигнала, $q(t)$ – *квадратурной* огибающей сигнала, а $\cos\omega_0 t$ и $\sin\omega_0 t$ синфазной и квадратурной несущими, соответственно.

Функции $\cos\omega_0 t$ и $\sin\omega_0 t$ должны быть ортогональны на интервале определения символа модуляции.

Если символ модуляции мы определяем согласно (3), то модуляция узкополосным сигналом есть отображение (запись) бит символов сообщения на квадратурные огибающие $i(t)$ и $q(t)$, а способ отображения полностью определяет вид модуляции.

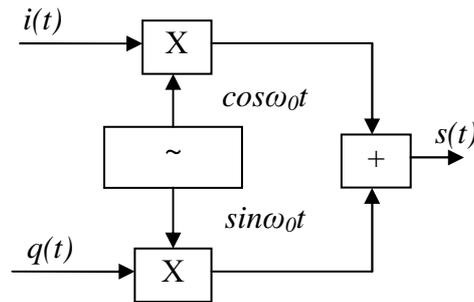


Рис.3.1 Квадратурный модулятор

3.2.1 Квадратурная амплитудная модуляция КАМ (QAM)

Не теряя общности, с целью упрощения понимания процесса формирования **QAM** - символов, квадратурные амплитуды на интервале символа модуляции мы можем положить константными, т.е.

$$i(t) \approx I_s \text{ и } q(t) \approx Q_s.$$

При **QAM** модуляции сообщение разбивается на группы бит (символы сообщения) по m бит в символе и каждый символ сообщения таблично отображается на квадратурные амплитуды

$$I_s = k_{\text{мод}} I \text{ и } Q_s = k_{\text{мод}} Q,$$

где $k_{\text{мод}}$ – коэффициент модуляции, выравнивающий в среднем по ансамблю энергию на символ модуляции для различного количества состояний $M = \log_2^{2m}$ символа модуляции (выравнивает энергетику многопозиционных сигналов)

Для некоторых четных значений M таблицы отображений бит символа сообщения на амплитуды I и Q , положение сигнального вектора на плоскости I, Q и коэффициент модуляции приведены ниже. Согласно таблицам первая половина бит сообщения отображается на синфазную амплитуду I , вторая на квадратурную Q .

Минимальное межсимвольное расстояние d_{min} уменьшается с увеличением количества состояний M символа модуляции и в нормированном виде равно $d_{\text{min}} = 2 k_{\text{мод}}$.

3.2.2 Дифференциальная квадратурная амплитудная модуляция ДКАМ (DQAM)

При дифференциальной модуляции параметры физического сигнала зависят не от текущего состояния бит в символе сообщения, а определяются состоянием всех предыдущих символов сообщения (модуляция с памятью). Дифференциальная модуляция при некоторой потере в помехозащищенности позволяет значительно упростить и удешевить реализацию приемника (не требуется фазовая синхронизация).

В настоящее время наиболее широко используется модуляция: $\pi/4$ DQPSK-дифференциальная модуляция с минимальным сдвигом фазы на $\pi/4$.

Символ модуляции

$$S_k(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_k) = A(t)[\cos \varphi_k \cos \omega_0 t - \sin \varphi_k \sin \omega_0 t],$$

где $\varphi_k = \varphi_{k-1} + \Delta\varphi_k$ - фаза k^{th} символа, $\Delta\varphi_k$ - приращение фазы несущей относительно предыдущего символа.

В приближении $A(t) = \text{const}$, квадратуры запишутся в виде: $I_k = \cos \varphi_k, Q_k = \sin \varphi_k$

Каждой паре бит сообщения ставится в соответствие приращение фазы в соответствии с таблицей 6. Упрощенная схема модулятора $\pi/4$ DQPSK приведена на рис.3.2

Таблица 1 QAM-2

b_0	I	Q	BPSK
1	1	0	
0	-1	0	

Таблица 2 QAM-4

$b_0(b_1)$	I(Q)	QPSK
0	-1	
1	1	

Таблица 3 QAM-16

$b_0b_1(b_2b_3)$	I(Q)
00	-3
01	-1
11	1
10	3

Таблица 4 QAM-64

$b_0b_1b_2(b_3b_4b_5)$	I(Q)
000	-7
001	-5
011	-3
010	-1
110	1
100	3
101	5

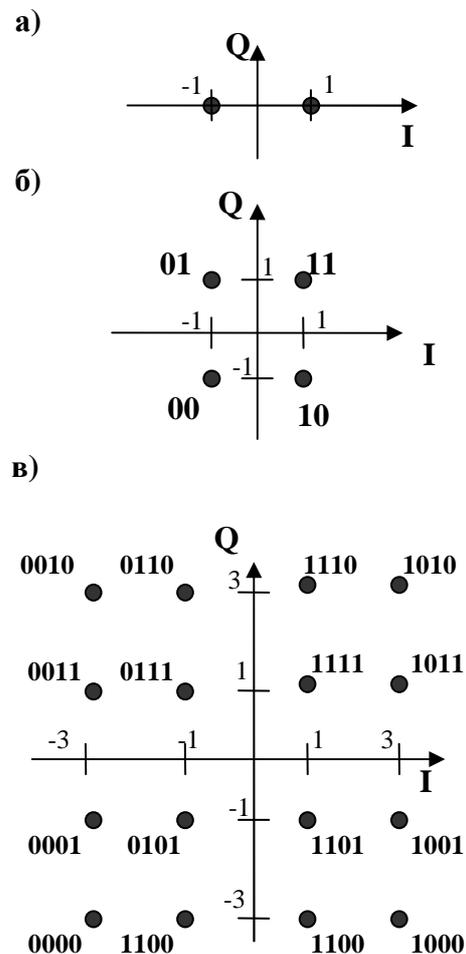


Рис 3.2. Сигнальные созвездия для BPSK (а), QPSK (б), QAM-16 (в)

Таблица 5

Модуляция	K_{MOD}
BPSK	1
QPSK	$1/\sqrt{2}$
QAM-16	$1/\sqrt{10}$
QAM-64	$1/\sqrt{42}$

Таблица 6. Модуляция $\pi/4$ DQPSK

b_0b_1	$\Delta\varphi_k$
00	$+\pi/4$
01	$+3\pi/4$
10	$-\pi/4$
11	$-3\pi/4$

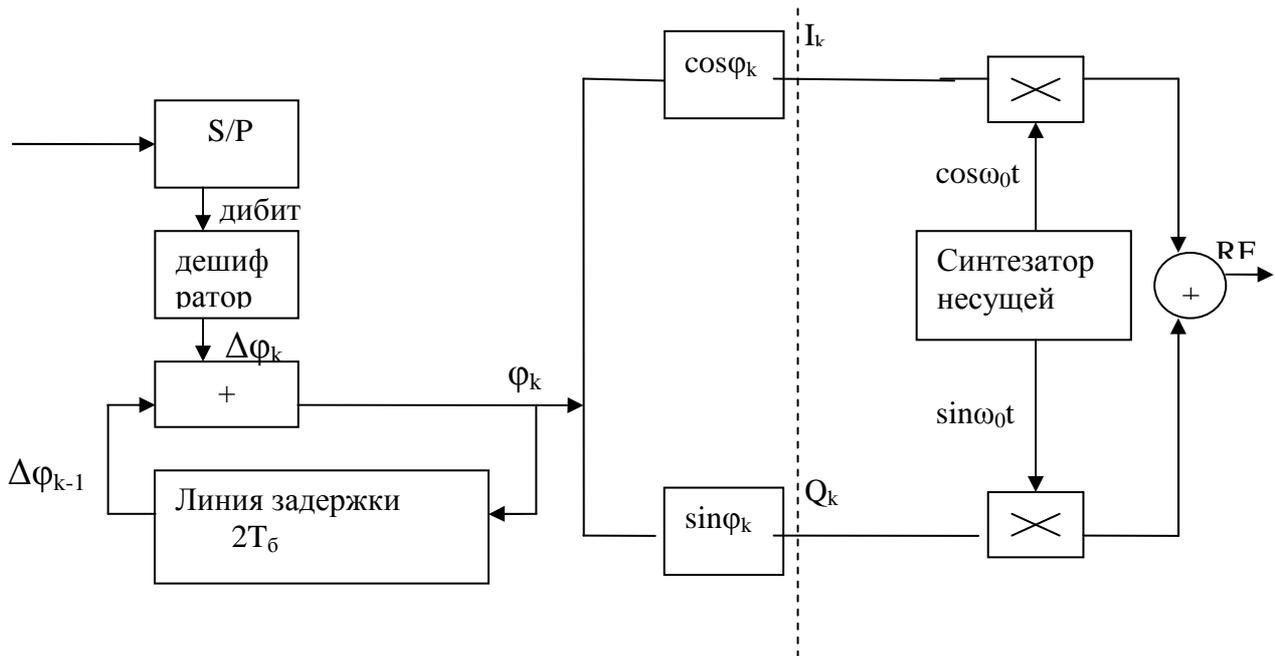


Рисунок 3.3 Схема модуляции $\pi/4$ DQPSK

3.2.3 Ортогональное частотное мультиплексирование данных OFDM

Ортогональное частотное мультиплексирование данных является многопозиционной модуляцией, при которой в один символ модуляции отображается вектор сообщения содержащий от нескольких десятков до нескольких тысяч бит.

Символ модуляции при таком отображении носит название *символ OFDM*

При OFDM вектор сообщения $V = \{b_0 b_1 b_2 \dots b_{L-1}\}$, состоящий из L бит, разбивается на N групп, рис.3.4. Каждая из N групп может содержать, в общем случае, разное количество бит, для упрощения примем количество бит в группах принимается равным M ($M \geq 1$). Рисунок 3.4 иллюстрирует разбиение вектора сообщения на N групп по два бита в каждой.

1-я группа		2-я группа		3-я группа	N-я группа
b ₀	b ₁	b ₂	b ₃			b _{L-1}

Рис.3.4.

Определим длину *символа OFDM* равной T_{OFDM} . На интервале T_{OFDM} определим составную систему ортогональных функций $\{\cos 2\pi f_n t, \sin 2\pi f_n t\}$, где $n = 0, 2, \dots, N-1$. Условием ортогональности данной системы является

$$f_n = \frac{n}{T_{OFDM}} ; \quad f_m - f_l = \frac{|m-l|}{T_{OFDM}} ; \quad m, l = 0, \dots, N-1; \quad (3.4)$$

Т.е. при выполнении (2.4)

$$\int_{T_{OFDM}} \cos 2\pi f_i t \cdot \cos 2\pi f_j t = 0 \quad \text{при } i \neq j$$

$$\int_{T_{OFDM}} \cos 2\pi f_i t \cdot \sin 2\pi f_j t = 0 \quad \text{при } i \neq j \quad i, j = 0, \dots, N-1 \quad (3.5)$$

$$\int_{T_{OFDM}} \sin 2\pi f_i t \cdot \sin 2\pi f_j t = 0 \quad \text{при } i \neq j$$

и на интервале T_{OFDM} укладывается целое количество периодов функций $\{\cos 2\pi f_n t, \sin 2\pi f_n t\}$

Отобразим n -ю группу бит на несущую с частотой f_n по правилам QAM-М модуляции, , при этом группа из m бит отображается на коэффициенты I_n и Q_n по правилам, рассмотренными ранее. Так при $m = 1$ на каждой несущей имеем модуляцию BPSK, при $m = 2$ - QPSK, при $m = 4$ - QAM-16 и т.д.

OFDM символ является суперпозицией сигналов на всех несущих.

$$S(t) = \sum_{n=0}^{N-1} I_n \cos 2\pi f_n t + \sum_{n=0}^{N-1} Q_n \sin 2\pi f_n t \quad (3.6)$$

Перейдем к дискретному преобразованию Фурье на интервале T_{OFDM} . В качестве ортогонального базиса используем систему комплексных экспоненциальных функций

Выражение (3.6) представляет OFDM символ как непрерывную функцию на интервале T_{OFDM} есть не что иное как ряд Фурье

Перейдем к дискретному преобразованию Фурье на интервале T_{OFDM} . В качестве ортогонального базиса используем систему комплексных экспоненциальных функций $\{ e^{i2\pi f_n t} \}$. При выполнении условия (3.4), эта система ортогональна на интервале T_{OFDM}

$$\int_{T_{OFDM}} e^{i2\pi f_n t} e^{-i2\pi f_k t} = 0 \quad \text{при} \quad n \neq k \quad (3.7)$$

Дискретизированный символ $S_{OFDM}(t_k)$ на интервале T_{OFDM} определяется через обратное дискретное преобразование Фурье

$$S_{OFDM}(t_k) = \text{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} C_n e^{i2\pi f_n t_k} \right\}. \quad (3.8)$$

Комплексные коэффициенты C_n являются спектральными коэффициентами, они связаны с коэффициентами I_n и Q_n в (6)

$$C_n = I_n + iQ_n$$

Дискретное преобразование Фурье (5) обычно определяют в числовой форме

$$S_k = \sum_{n=0}^{N-1} C_n e^{\frac{i2\pi nk}{N}}. \quad (3.9)$$

S_k – отсчеты во времени, C_n – спектральный коэффициент

Переход от (8) к (9) осуществляется с учетом следующих соотношений:

$t_k = \Delta k$, $\Delta = T_{OFDM}/N$ – период дискретизации, $f_n = n/T_{OFDM}$ частота n^{th} несущей,

N – кол-во отсчетов дискретного OFDM символа.

Т.о. OFDM символ является результатом обратного дискретного преобразования Фурье (ОДПФ), на коэффициенты которого отображаются биты вектора сообщения

Структурная схема формирователя OFDM символа приведена на рис.2.5.

Общее количество бит (L), которое переносит один OFDM символ определяется следующим образом:

$$L = mN = N \log_2 M,$$

где N - количество ортогональных несущих;

m – число бит в группе;

M – кол-во точек в QAM созвездии, $M = 2^m$.

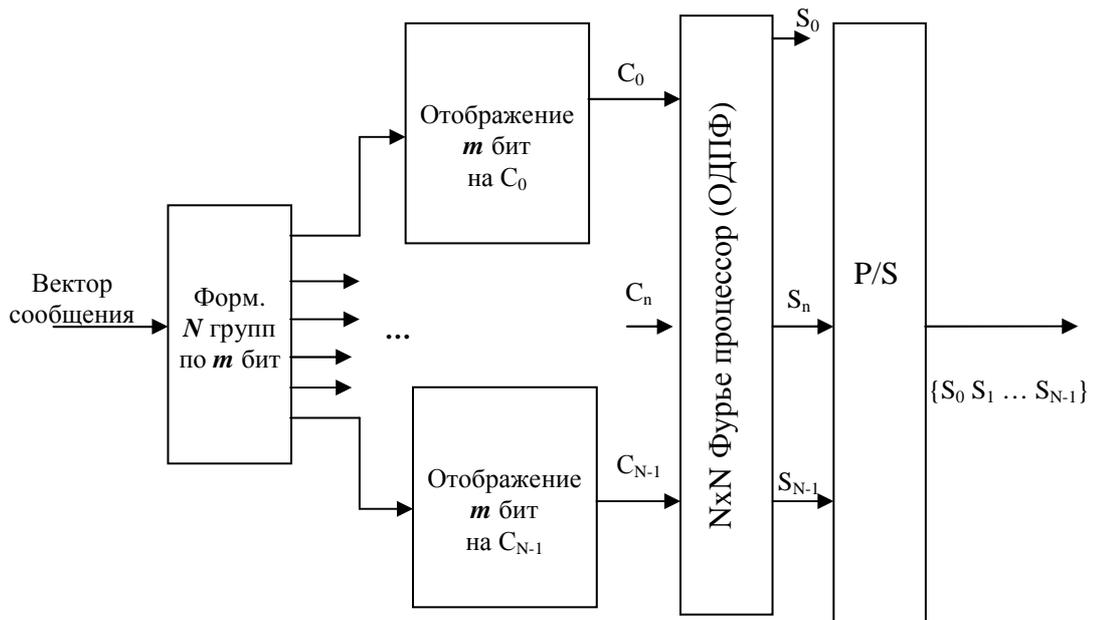


Рис.3.5. Структурная схема формирователя OFDM символа Фурье процессором

3.3 Упражнения для индивидуальной работы

Задача 1. Для векторов сообщений, приведенных в таблице, определить количество символов модуляции, изобразить положения сигнального вектора каждого символа на плоскости I, Q, определить минимальное межсимвольное расстояние

Вариант	Модуляция	Сообщение	d_{\min}
1	QPSK	010010111	
2	QAM-16	0011010010111001	
3	QAM-64	110011100100	

Задача 2. Для модуляции $\pi/4$ DQPSK в приближении постоянной огибающей и начальной фазы несущей $\varphi_0 = 0$ на плоскости I, Q изобразить переходы сигнального вектора для бит сообщения

Вариант	сообщение
1	0001101000111011
2	1111001001010100
3	1010100000111011
4	0100011010011101
5	0010110001001111
6	1101100010110100

Задача 3. Длина OFDM символа равна 6.4 мкс. Определить частотный интервал между ортогональными несущими Сколько бит сообщения переносит один OFDM символ при количестве ортогональных несущих N, определить ширину спектра W OFDM символа

Вариант	Модуляция	N	L(бит/символ)	W (Гц)
1	BPSK	121		
2	QPSK	1600		
3	QAM-16	48		
4	QAM-64	840		
5	QAM-256	470		

Пример.

Сообщение состоит из двух полей- служебного поля, содержащего 96 бит и поля данных, содержащего 1200 бит, каждое из полей передается одним OFDM символом. При передаче служебного поля используется модуляция BPSK, а при передаче поля данных модуляция QAM-64. Определить минимально необходимую размерность обратного дискретного преобразования Фурье для формирования OFDM символов.

Решение: При модуляции BPSK каждая несущая переносит один бит, поэтому для передачи служебного поля необходимо 96 ортогональных несущих. При модуляции QAM-64 каждая несущая переносит 6 бит, поэтому для передачи поля данных необходимо 200 ортогональных несущих. Размерность ОДПФ должна быть не менее 200.

4 Тема: Скорость передачи информации в канале связи

4.1 Цель занятия

Научиться определять требуемую скорость передачи информации в канале при различных модуляциях

4.2 Краткие сведения по теории

На передающем конце канала связи скорость передачи информации определяется выражением

$$R = F_s \log_2 M, \text{ (бит/с),}$$

где F_s - скорость передачи символов модуляции (в Бодах), M - число возможных состояний одного символа.

При передаче аналогового сообщения (телефонный сигнал, изображение, телеметрический сигнал и др.) по цифровому каналу связи при малой вероятности ошибки

На бит (10^{-6}) цифровой канал связи практически не вносит искажений в передаваемое аналоговое сообщение. Искажения аналогового сообщения возникают при преобразовании аналогового сообщения в цифровое при дискретизации аналогового сообщения во времени (формировании выборок аналогового сообщения) и квантовании (оцифровке) выборок по амплитуде. Эти отклонения переданного по каналу связи сигнала от исходного неискаженного аналогового сигнала вследствие случайного характера передаваемых аналоговых сообщений являются случайным процессом и характеризуются среднеквадратической ошибкой дискретизации $\epsilon_{\text{д}}$ сообщения по времени и среднеквадратической ошибкой квантования $\epsilon_{\text{кв}}$ выборок по амплитуде.

Величины $\epsilon_{\text{д}}$ и $\epsilon_{\text{кв}}$ являются независимыми и результирующая среднеквадратическая величина искажения аналогового сообщения при преобразовании его в цифровое сообщение равна

$$\epsilon = \sqrt{\epsilon_{\text{д}}^2 + \epsilon_{\text{кв}}^2}$$

Среднеквадратические ошибки $\epsilon_{\text{д}}$, $\epsilon_{\text{кв}}$, ϵ вычисляются относительно максимального значения аналогового сигнала.

Аналоговый сигнал с максимальной амплитудой $\pm U_{\text{с}}$ делится на $L \gg 1$ амплитудных уровней с шагом квантования Δ , который примем одинаковым для всех амплитудных уровней сигнала, так что при $L \gg 1$. $U_{\text{с}} = L\Delta / 2$.

Максимальная ошибка квантования не превышает величины $\Delta/2$, а среднеквадратическое значение шумов квантования равно $\sigma = \Delta/2\sqrt{3}$. Отсюда, если все уровни квантования равновероятны,

$$\epsilon_{\text{кв}} = \frac{\sigma}{U_{\text{с}}} = \frac{1}{\sqrt{3}L}$$

Число уровней квантования L выбирается таким образом, чтобы оно было представимо двоичным кодом с числом информационных разрядов (бит) k , так, что $L = 2^k$. Оцифровка выборок осуществляется в АЦП.

Передача оцифрованных выборок аналогового сигнала по цифровой линии связи называется передачей аналогового сигнала методом кодово-импульсной модуляции (КИМ), а для телефонного сигнала по традиции методом импульсно-кодовой модуляции (ИКМ). В приемном устройстве оцифрованные выборки с помощью

ЦАП преобразуются в амплитудные выборки - в сигнал с амплитудно-импульсной модуляцией (АИМ). Далее сигнал с АИМ поступает на устройство интерполяции или экстраполяции для восстановления значений аналогового сигнала в интервалах времени

между выборками. Погрешность интерполяции (экстраполяции) и есть погрешность дискретизации аналогового сообщения по времени.

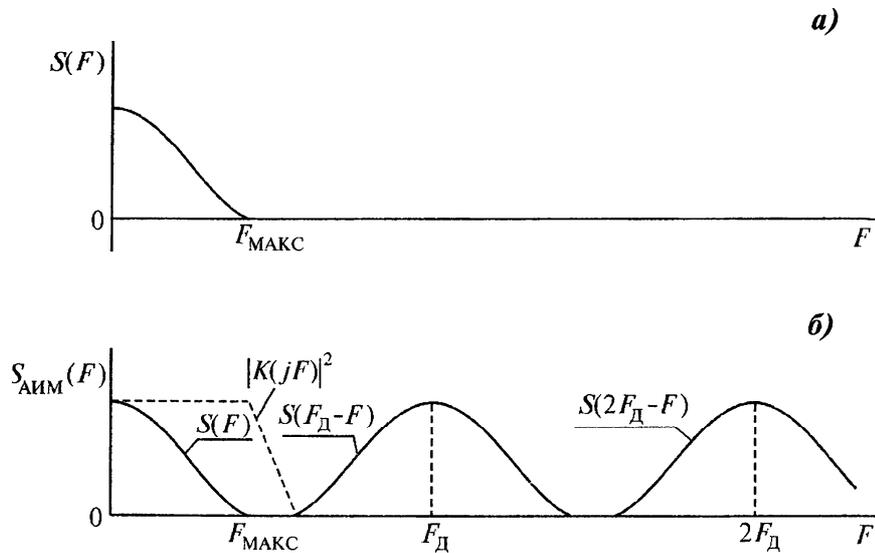


Рис. 4.1. а - спектр мощности $S(F)$ исходного аналогового сообщения; б - спектр мощности $S_{\text{АИМ}}(F)$ сигнала с АИМ ($F_{\text{Д}}$ - частота дискретизации аналогового сообщения по времени)

На рис. 4.1 показан спектр мощности сигнала с АИМ при дискретизации аналогового сигнала со спектром мощности $S(F)$, который условно ограничен некоторой максимальной частотой $F_{\text{МАКС}}$, т.е. такой максимальной частотой, выше которой мощность аналогового

сообщения может считаться пренебрежимо малой.

На этом рисунке пунктиром показан квадрат амплитудно-частотной характеристики интерполирующего фильтра $K(jF)$ для выделения спектра $S(F)$ из спектра $S_{\text{АИМ}}(F)$.

Из рис.4.1 следует, что должно выполняться условие $F_{\text{Д}} > 2F_{\text{МАКС}}$. Однако, из-за конечной крутизны спада частотной характеристики фильтра в полосу фильтра $K(jF)$ попадают компоненты спектральной полосы $S(F_{\text{Д}} - F)$, создавая помеху дискретизации. Для телефонного сигнала и вещательного телевизионного сигнала значения $F_{\text{Д}}$ выбираются экспериментально методами экспертной оценки качества воспроизводимого сигнала. Так для телефонного сигнала Международным союзом электросвязи установлена частота дискретизации $F_{\text{Д}} = 8$ кГц, что при $F_{\text{МАКС}} = 3400$ Гц дает значение $k_{\text{д}} = F_{\text{Д}} / 2 F_{\text{МАКС}} \approx 1,15$. Для телевизионных сигналов с $F_{\text{МАКС}} = 6$ МГц выбирают $k_{\text{д}} = 1,15 - 1,25$, так что частота дискретизации $F_{\text{Д}}$ для сигнала яркости может быть взята не

более 15 МГц ($E_d = 13,5$ МГц стандарта «Секам»). Итак, скорость передачи аналоговых сообщений по цифровому каналу связи можно определить выражением $R = F_d \log_2 L$.

4.3 Упражнения для индивидуальной работы

Задача 1. При квадратурной амплитудной модуляции (КАМ) образуются два независимых канала связи, синфазный и квадратурный, в каждом из которых используется L амплитудных значений сигнала ($L/2$ положительной полярности и $L/2$ отрицательной полярности), итого $M = L^2$. При $L = 2$ получаем известную QPSK (ФМ4).

Требуется определить скорость передачи информации в канале соответствии с предлагаемой таблицей для модуляции сигнала методом КАМ.

Число (L) КАМ сигнала	2	4	8	16	32	64	128
F_s (Гц)	9600	9600	9600	9600	4800	4800	4800
Число бит на один символ							
R (бит/с)							

Задача 2. Отношение амплитуды сигнала к среднеквадратической ошибке квантования (отношение сигнал/ шум квантования по амплитуде) есть

$$\frac{U_c}{\sigma_{кв}} = \frac{1}{\epsilon_{кв}} = \sqrt{3}L = \sqrt{3} \cdot 2^k.$$

На сколько дБ измениться отношение сигнал/шум квантования при увеличении величины k на: а) один разряд; б) на два разряда?

Задача 3. При передаче телеметрических сообщений требуется обеспечить погрешность измерений не хуже 1 %. Полагая, что ошибка квантования $\epsilon_{кв} < 0,5\%$,

определить необходимое число разрядов АЦП при оцифровке выборок телеметрического сигнала.

Задача 4. При передаче телевизионного сигнала цифровым методом требуется обеспечить отношение сигнал/шум квантования не менее 50 дБ. Определить число разрядов АЦП, необходимых для оцифровки выборок телевизионного сигнала.

Задача 5 Определить требуемую скорость передачи сигнала яркости телевизионного сигнала при следующих условиях:

- $F_d = 15$ МГц.
- динамический диапазон средней яркости сцен составляет 30 дБ;
- человеческий глаз различает не более 10 градаций яркости в отдельной сцене.

Задача 6 Определить скорость передачи цветного ТВ сигнала при следующих условиях:

- $F_d = 13,5$ МГц для сигналов как яркости, так и цветности;
- динамический диапазон сигнала яркости 42 дБ;
- динамический диапазон сигналов цветности (два цветных сигнала) не более 24 дБ;
- при передаче ТВ сигнала используется сжатие сигнала с коэффициентом сжатия 50.

Задача 7 . При передаче изображений земной поверхности качество изображения задается разрешающей способностью оптико-электронной системы наблюдения

с параметрами:

- число пикселей (элементов разрешения) в одном кадре цифрового фотоаппарата равно 16 миллионов (разрешающая способность 16 Мегапикселей);
- число градаций яркости изображения должно быть не менее 256;
- число передаваемых кадров в секунду равно 5.

Определить требуемую пропускную способность канала передачи изображений.

Пример.

Требуется определить скорость передачи телефонного сигнала методом ИКМ при следующих условиях:

- $F_d = 8$ КГц;
- шум квантования не заметен на слух при отношении средней мощности телефонного сигнала к мощности шумов квантования 23 дБ;
- пикфактор (отношение максимального уровня к среднему значению) сигнала равен 15 дБ;
- средняя мощность сигнала (динамический диапазон) имеет разброс, равный 30 дБ, определяемый разбросом громкостей разговора различных абонентов, разбросом коэффициентов передачи микрофонов, абонентских линий и др. Для уменьшения динамического диапазона использовать компрессор, который уменьшает динамический диапазон среднего уровня сигнала с 30 до 10 дБ.

Решение:

Скорость передачи T телефонного сигнала при ИКМ равна

$$R = F_d \log_2 L \text{ бит/с,}$$

где L – требуемое число уровней квантования по амплитуде выборок сигнала и $L = 2^k$ при их оцифровке.

Из исходных данных следует, что при отношении средней мощности сигнала к мощности шумов квантования 23 дБ, отношение пикового значения сигнала к мощности шумов квантования должно быть равно $23 + 15 = 38$ дБ.

С учетом возможности уменьшения среднего значения сигнала на 10 дБ отношение пикового значения амплитуды сигнала к среднеквадратическому значению шумов квантования должно быть не менее 48 дБ.

Из уравнения $20 (\lg \sqrt{3L}) = 48$ дБ получаем $L > 145$ и при двоичном представлении оцифрованных выборок $L < 2^k$ получаем $k = 8$ и $R = F_d \cdot 8 = 64$ кбит/с.

5 Тема: Помехоустойчивое кодирование сообщений в каналах связи

5.1 Цель занятия

Изучить основные принципы помехоустойчивого кодирования в каналах связи.

5.2 Краткие сведения по теории

Помехоустойчивое кодирование сообщений в каналах связи используется в следующих целях:

- для получения энергетического выигрыша в радиолиниях;
- для передачи сообщений в более узкой полосе частот
- с целью экономии занимаемой полосы частот и увеличения, тем самым, возможного числа каналов в системе связи;
- для получения квазибезошибочной передачи сообщений;
- для контроля достоверности принимаемых сообщений путем обнаружения ошибок в канале связи и стирания ошибочно принятых сообщений

При помехоустойчивом кодировании к информационным символам добавляются избыточные символы. Пусть длительность одного двоичного символа на входе кодера равна τ_0 . Блок из k информационных бит будет передан за время $T = k\tau_0$. Если к k информационным битам добавляются r избыточных бит, так что кодовое слово содержит $n = k + r$ бит, то эти n бит должны быть переданы за время T ; при этом длительность канального бита окажется равной $\tau = \frac{k}{n} \tau_0$ и полоса частот, занимаемая кодированным сигналом, увеличивается. Величина k/n называется скоростью кодирования $r = k/n < 1$.

Вторым основным параметром двоичного кода является минимальное Хэммингово расстояние d_x , которое равно минимальному числу символов, на которое отличаются любая пара кодовых слов в Евклидовом пространстве. Кодовое слово из n символов длительностью T представляется в Евклидовом n -мерном пространстве вектором с длиной

$$\|U_c\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n U_{ci}^2} = \sqrt{nP_c},$$

где P_c средняя мощность сигнала длительностью T .

Аналогично, если мощность шума по одной координате есть σ^2 , то эффективная длина вектора шума в n -мерном пространстве есть $\|U_{\text{ш}}\| = \sqrt{n\sigma^2}$. Так как все направления вектора шума в пространстве сигналов равновероятны, то шум в пространстве сигналов образует некоторое облако неопределенности сферической формы вокруг конца вектора принятого сигнала. Некоторый объем пространства сигналов можно разбить на M непересекающихся объемов (M - число кодовых слов ансамбля сигналов), расположенных около концов векторов сигнала. Этот объем называется зоной сигнала и определяет вероятность правильного приема этого сигнала, поскольку если вектор принятого сигнала плюс шум попадают в зону передаваемого сигнала, то сигнал считается принятым правильно.

Из-за сферической формы облака неопределенности шума при одном и том же объеме зоны сигнала наибольшая вероятность правильного приема сигнала будет соответствовать зоне сигнала, наиболее приближающейся к сфере. Концы векторов сигналов оптимального кода должны лежать в центрах гиперсфер при их плотнейшей укладке в объеме пространства сигналов, поэтому оптимальные коды называются кодами плотнейшей сферической укладки.

В двумерном пространстве задача плотнейшей сферической укладки сводится к задаче плотнейшей укладки кругов на плоскости и оптимальной формой зоны сигналов является правильный шестиугольник, как это показано на рис. 5.1

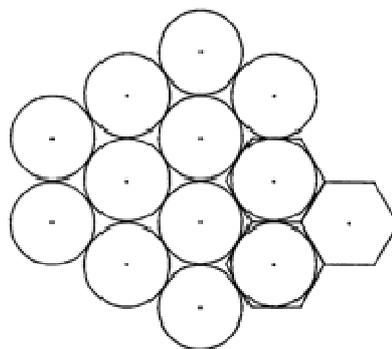


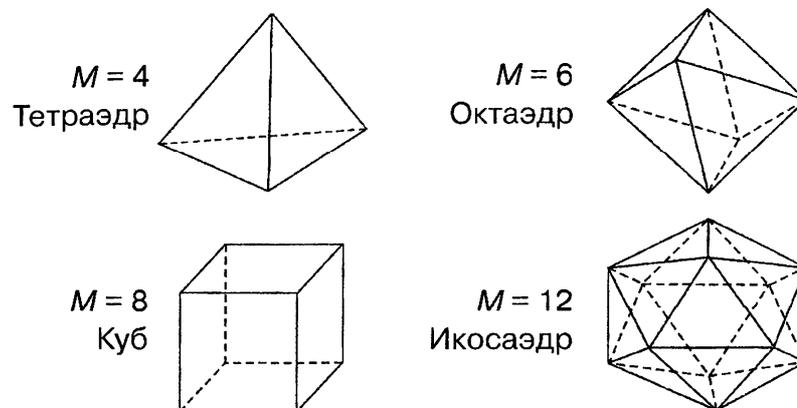
Рис. 5.1. Форма зоны сигнала плотнейшей укладки на плоскости

Если все кодовые слова имеют одинаковую среднюю мощность (одинаковую энергию), то концы векторов сигналов лежат на поверхности сферы одного и того же радиуса. Сигнальные точки оптимальных кодов в этом случае будут совпадать с центрами кругов плотнейшей укладки на поверхности гипертсферы. Такие оптимальные коды называются кодами поверхностно-сферической укладки.

Среди кодов с одинаковыми расстояниями между ближайшими сигналами коды плотнейшей укладки имеют максимальное количество кодовых слов, а среди кодов с одинаковым количеством кодовых слов коды плотнейшей укладки имеют наибольшее расстояние между ближайшими сигналами.

Максимальная средняя вероятность правильного приема кодовых слов ансамбля сигналов достигается, когда все области правильного приема сигналов или зоны сигналов одинаковы. Такие коды называются регулярными. Теория кодирования занимается построением регулярных кодов.

В трехмерном пространстве сигнальные точки регулярных кодов с равной энергией лежат на поверхности сферы и совпадают с вершинами правильных многогранников, которые показаны на рис.5.2 с числом сигнальных точек M .



Геометрическая фигура	Тетраэдр	Октаэдр	Куб	Икосаэдр
Наименование кода	Симплексный	Биортонгальный	Двоичный безызбыточный	—
Число сигнальных точек кода M	4	6	8	12
$M(d/r)^2$	10,67	12	10,67	12

Рис. 5.2. Правильные многогранники в трехмерном пространстве

Если радиус сферы, на которой лежат сигнальные точки кодовых слов есть r , то площадь поверхности сферы зоны одного сигнала есть $S_1 = 4\pi r^2/M$

Помехоустойчивость приема сигналов будет наибольшей для таких сигналов, для которых

при одинаковой величине S_1 расстояние между соседними сигналами d будет наибольшим или для таких сигналов, для которых безразмерная величина d^2/S_1 будет наибольшей.

Запишем:
$$\frac{d^2}{S_1} = \frac{Md^2}{4\pi r^2} = \frac{M}{4\pi} \left(\frac{d}{r}\right)^2.$$

Величина d/r есть Евклидово расстояние между соседними сигналами на сфере единичного радиуса.

Итак, оптимальный код есть код, который обеспечивает максимум величины $M(d/r)^2$. В таблице представлены значения величин $M(d/r)^2$ для сигнальных конструкций, представленных на рис.5.2.

Из таблицы следует, что кодам плотнейшей поверхностно-сферической укладки соответствуют положения сигнальных точек в вершинах октаэдра и икосаэдра. Эти коды в трехмерном пространстве не являются двоичными. Для икосаэдра можно построить троичный код со значениями символов +1, 1 и нуль.

Рассмотрим два сигнала в n -мерном пространстве. Расстояние между концами векторов сигнала есть d . Совместим отрезок d с одной из осей координат пространства сигналов (рис. 5.3). По координате X_1 действует гауссовский шум с дисперсией σ^2 . Ошибка при приеме кодового слова № 1 или № 2 произойдет, если мгновенное напряжение шума по координате X превысит величину $d/2$. Вероятность этого события равна:

$$P_{\text{ош1}} = \int_{d/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x_1^2/2\sigma^2} dx_1 = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{d}{2\sigma}\right) \right].$$

Найдем величину $(d/2\sigma)^2 = \frac{d^2\tau}{2N_s}$, где $\sigma^2 = N_0 \frac{1}{2\tau}$ длительность одного символа передаваемого n -значного кодового слова.

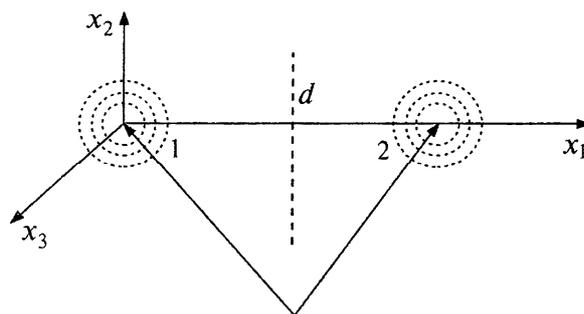


Рис. 5.3. Два сигнала в пространстве сигналов

Вокруг каждого кодового слова находится $M_{\text{Бл}}$ ближайших кодовых слов. Принимая при малой вероятности ошибки, что принимаемое кодовое слово с наибольшей вероятностью перейдет в ближайшее кодовое слово, получим аддитивную границу' (оценку сверху) вероятности ошибочного приема кодового слова $P_{\text{ош}} < M_{\text{Бл}} P_{\text{ош1}}$.

Рассмотрим двоичные помехоустойчивые коды с одинаковыми энергиями кодовых слов и минимальным расстоянием Хэмминга d_x между словами. Хэммингово и Евклидово расстояния связаны соотношением $d = 2\sqrt{d_x P_c}$. Тогда

$$\left(\frac{d}{2\sigma}\right)^2 = 2\frac{P_c \tau_0}{N_0} d_x \frac{\tau}{\tau_0} = 2\frac{E_b}{N_0} d_x \frac{k}{n}$$

и

$$P_{\text{ош1}} = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0} d_x \frac{k}{n}} \right) \right].$$

При ошибочном приеме кодового слова с наибольшей вероятностью будет ошибочно восстановлено ближайшее кодовое слово, и число ошибочно принятых двоичных символов будет равно d_x . Доля ошибочных информационных бит равна $d_x \frac{k}{n}$ а условная вероятность искажения одного информационного бита есть $p = \frac{d_x}{n} P_{\text{ош1}}$.

Окончательно $p \leq \frac{d_x M_{\text{Бл}}}{n} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0} d_x \frac{k}{n}} \right) \right]$. По отношению

кодов Евклидово расстояние между сигналами возрастает в $\sqrt{d_x \frac{k}{n}}$ раз, а потенциальный энергетический выигрыш помехоустойчивого кода равен $d_x \frac{k}{n}$ раз.

В таблице для $p = 10^{-6}$ и оптимального декодера приведены некоторые характеристики помехоустойчивых кодов для $n < 128$, η_k — энергетический выигрыш кода по отношению к избыточному коду. Код БЧХ — код Боуза-Чоудхури Хоквингема.

№	Наименование кода	d_x	$d_x \frac{k}{n}$	$M_{\text{Бл}}$	$E_b/N_0, \text{дБ}$	$\eta_k, \text{дБ}$
1	Код без избыточности	1	1	-	10.5	0
2	Совершенный код Хэмминга (7,4)	3	1.72	7	8.57	1.95
3	Симплексный (15,4)	8	2.13	15	8	2.5
4	БЧХ (15,7)	5	2.34	18	7.5	3.0
5	Голея (23,12)	7	3.66	253	6.3	4.2
6	БЧХ (31,15)	8	3.87	465	6.2	4.3
7	БЧХ (64,30)	14	6.56	8064	4.55	6.0
8	БЧХ (128,64)	22	11	243840	3.0	7.5

Общая закономерность - энергетический выигрыш кода растет с увеличением длины кодового слова n (размерности пространства сигналов).

Будем рассматривать кодовые слова с одинаковой энергией. Коэффициент корреляции между принятым сигналом $u(t)$ и вектором сигнала $u_1(t)$ есть

$$\rho = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} u_1(t)u(t)dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} u_1^2(t)dt} \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} u^2(t)dt}} = \cos \alpha_1,$$

Где α есть угол между принятым сигналом $u(t)$ и вектором сигнала $u_1(t)$, рис. 5.4

Если передавался сигнал $u_1(t)$, то он будет принят правильно, если проекция принятого сигнала $u(t)$ на вектор $u_1(t)$ будет больше проекции сигнала $u(t)$ на вектор $u_2(t)$.

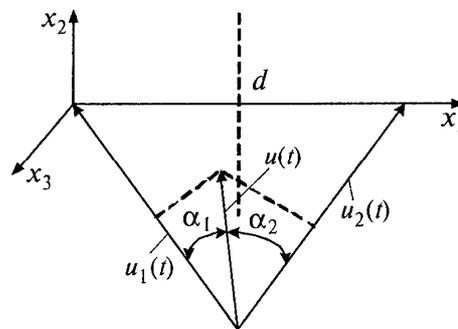


Рис. 5.4. Проекции принятого сигнала $u(t)$ на сигналы $u_1(t)$ и $u_2(t)$

Вычислитель величин $\cos \alpha_1 \cos \alpha_2$ и т.д. есть вычислитель коэффициентов корреляции ρ принятого сигнала с опорными сигналами $u_1(t)$, $u_2(t)$ и т.д. И называется корреляционным декодером. Функциональная схема корреляционного декодера показана на рис. 5.5.

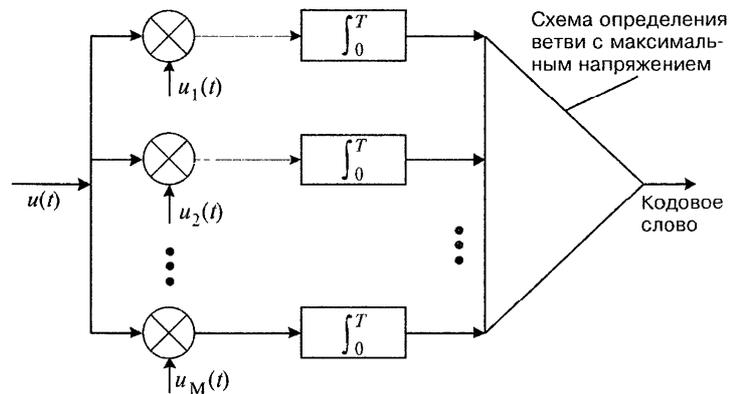


Рис. 5.5. Функциональная схема корреляционного декодера (T длительность кодового слова)

5.3 Упражнения для индивидуальной работы

Задача 1. Для симплексного кода с $M = 3$ в двумерном пространстве, показанного на рис. 5.6, изобразить три кодовых слова как функцию времени в виде прямоугольных видеоимпульсов длительностью τ_0 по каждой координате. Длину вектора для каждого кодового слова принять равной единице. Для схемы корреляционного декодера (рис. 5.5), полагая, что входной сигнал $u(t) = u_2(t)$ изобразить напряжения на выходах корреляторов

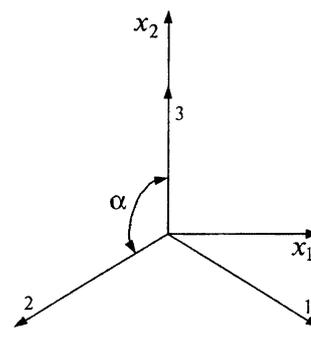


Рис. 5.6 Симплексный код в двумерном пространстве

(интеграторов со временем интегрирования $T = \tau_0$).

Полученные значения напряжений в конце интервала интегрирования сравнить с величиной коэффициента корреляции $\rho = \cos \alpha$, получаемого из геометрии сигналов на рис. 5.6.

Задача 2. В трехмерном пространстве симплексный код с $M = 4$ (вершины тетраэдра) может быть двоичным. Из сигнальных точек куба с $M = 8$ отберите сигнальные точки, которые соответствуют симплексным сигналам. Запишите четыре симплексных сигнала в виде последовательностей из «единиц» и «нулей». Добавьте к каждому двоичному кодовому слову слева или справа по одинаковому двоичному символу. Полученный ансамбль кодовых слов с $M = 4$ является ансамблем двоичных ортогональных кодовых слов. Докажите это утверждение путем вычисления коэффициентов корреляции каждой пары кодовых слов, которые должны быть равны нулю. Определите Хеммингово расстояние между словами двоичного ортогонального кода.

Задача 3. Для трехмерного пространства сигналов рассмотреть троичный код, которого на двух временных позициях могут находиться символы 1 или -1, а на одной временной

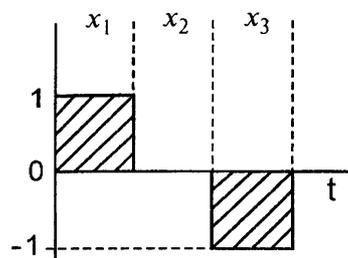


Рис. 5.7 Троичный код для трехмерных сигналов

позиции нулевой сигнал (рис 5.7) Найти число кодовых слов M ансамбля сигналов. Определить расстояние между ближайшими сигналами на сфере единичного радиуса d/r и найти коэффициенты плотности укладки кодовых слов. Сравнить полученные характеристики с ансамблем сигнальных точек икосаэдра

Задача 4. Для кодовых слов, состоящих из 5 символов ($n = 5$) рассмотреть три варианта построения троичного кода:

1. На одной временной позиции располагается нулевой сигнал, на остальных временных позициях располагаются символы «+ 1» и «-1».
2. На двух временных позициях располагаются нулевые сигналы, на остальных символы «+ 1» и «-1».
3. На трех временных позициях находится нулевой сигнал, на остальных символы «+1» и «-1».

Определить для каждого варианта кодов число сигнальных точек M кодового ансамбля и коэффициенты плотности укладки кодовых слов $M =:(d/r)^2$. Определить наилучший вариант кода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крук Б.И., Попандопуло В.И., Шувалов В.П. Телекоммуникационные системы и сети: Учебное пособие в 3 томах. – Современные технологии.- Изд. 4е , доп. И испр. – М.: Горячая линия – Телеком. 2012. Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/5185/page62/>;
2. Крухмалев В.В., Гордиенко В.Н., Моченов А.Д. Цифровые системы передачи: Учебное пособие для ВУЗов / под редакцией А.Д. Моченова. – 2-е изд., перераб. И доп. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012. – 376 стр. Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/5168/page2/>;
3. Волков Л.Н., и др. Системы цифровой радиосвязи: Учебн. пособие. - М.: Эко-Трендз, 2005. – 392с.
4. Прокис Джон. Цифровая связь. Пер.с англ./Под ред.Д.Д. Кловского.- М.: Радио и связь, 2000. – 800с.