

Министерство образования и науки

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

Томский государственный университет систем управления  
и радиоэлектроники (ТУСУР)

Кафедра автоматизированных систем управления

**А.А. МИЦЕЛЬ**

## **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

Методические указания по самостоятельной работе студентов

Уровень основной образовательной программы бакалавриат

Специальность – Прикладная информатика 230700.62

Профиль – Экономика

Томск-2012

**Мицель А.А.**

**Численные методы.** Методические указания по самостоятельной работе студентов по специальности "230700.62 – «Прикладная информатика" (профиль Экономика) / А.А. Мицель. – Томск: ТУСУР, 2012. – 10 с.

Методические указания разработаны в соответствии с решением кафедры автоматизированных систем управления

Составитель: профессор А.А. Мицель

Методические указания утверждены на заседании кафедры автоматизированных систем управления 31 января 2012 г., протокол № 1

© ТУСУР, каф. АСУ

© Мицель А.А.

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Общие рекомендации	4
2. Содержание дисциплины	4
2.1 Теоретический материал	4
2.2 Практические занятия	5
3. Темы для самостоятельного изучения	5
4. Методические рекомендации по самостоятельному изучению материала	6
5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	6

## 1 ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Дисциплина «Численные методы» относится к математическому и естественно-научному циклу (вариативная часть) дисциплин, задачей которой является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков в использовании численных методов при решении задач поиска нулей функций одной переменной, решения систем линейных и нелинейных уравнений, вычисления собственных чисел и собственных векторов матриц, обращения матриц, интерполирования функций, численного дифференцирования и интегрирования функций, решения дифференциальных и интегральных уравнений.

**Предметом изучения** в рассматриваемой дисциплине являются модели и алгоритмы численного решения прикладных задач из различных областей науки и техники.

**Цель дисциплины** – изучение теоретических методов и освоение практических навыков в использовании численных методов при решении различных прикладных задач.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Численные методы» направлен на формирование следующих компетенций:

### *общекультурные компетенции (ОК):*

- способен использовать, обобщать и анализировать информацию, ставить цели и находить пути их достижения в условиях формирования и развития информационного общества (ОК-1);
- способен логически верно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь, владеть навыками ведения дискуссии и полемики (ОК-2);
- способен самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, стремится к саморазвитию (ОК-5);

### *профессиональные компетенции (ПК):*

проектная деятельность:

- способен ставить и решать прикладные задачи с использованием современных информационно-коммуникационных технологий (ПК-4);
- способен применять к решению прикладных задач базовые алгоритмы обработки информации, выполнять оценку сложности алгоритмов, программировать и тестировать программы (ПК-10);

аналитическая деятельность:

- способен применять методы анализа прикладной области на концептуальном, логическом, математическом и алгоритмическом уровнях (ПК-17)
- способен выбирать необходимые для организации информационные ресурсы и источники знаний в электронной среде (ПК-20);

научно-исследовательская деятельность:

- способен применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач (ПК-21);

**В результате освоения содержания дисциплины «Численные методы» студент должен:**

### **Знать**

- особенности математических вычислений, реализуемых на ЭВМ;
- теоретические основы численных методов, погрешности вычислений, устойчивость и сложность алгоритма (по памяти, по времени счета);
- численные методы линейной алгебры;
- решение нелинейных уравнений и систем;
- численное интегрирование и дифференцирование;
- методы приближения функции;
- методы решения дифференциальных уравнений;
- методы решения интегральных уравнений;

### **Уметь**

- строить алгоритмы реализации численных методов решения прикладных программ;
- разрабатывать программы, реализующие численные методы.

### **Владеть**

- навыками применения базового инструментария численных методов для решения прикладных задач;
- методикой построения, анализа и применения численных моделей в профессиональной деятельности.

## **3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **3.1 Теоретический материал**

#### **Тема 1. Погрешности вычислений**

Содержание темы. Источники погрешностей. Понятие приближенного числа. Абсолютная и относительная погрешности. Верные цифры числа. Связь относительной погрешности с количеством верных знаков числа. Погрешность суммы, разности, произведения, частного, степени. Общая формула для погрешности функции. Обратная задача теории погрешности.

**Тема 2. Корректность вычислительных задач и алгоритмов**

Содержание темы. Постановка вычислительной задачи; обусловленность вычислительной задачи; корректность вычислительных алгоритмов; требования, предъявляемые к вычислительным алгоритмам.

**Тема 3. Приближенное решение нелинейных уравнений**

Содержание темы. Локализация корней; обусловленность задачи вычисления корня. Методы нахождения корней: перебора, бисекции (метод дихотомии); метод Ньютона; модификации метода Ньютона (упрощенный метод Ньютона, хорд, секущих, метод Стеффенсена); комбинированный метод; метод итераций. Обусловленность метода простой итерации и метода Ньютона; чувствительность к погрешностям.

**Тема 4. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

Содержание темы. Постановка задачи. Нормы векторов и матриц; абсолютная и относительная погрешность векторов. Обусловленность задачи решения систем линейных алгебраических уравнений. Прямые методы решения СЛАУ: метод Гаусса (схема единственного деления, схема с выбором главного элемента по столбцу); связь метода Гаусса с LU-разложением матрицы. QR-алгоритм решения СЛАУ (метод вращений). Метод ортогонализации; метод Халецкого. Итерационные методы решения СЛАУ: метод простой итерации, метод Зейделя. Сходимость итерационных процессов. Погрешности итерационных процессов. Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов. Вычисление определителей: метод Гаусса, метод Халецкого. Вычисление обратной матрицы.

**Тема 5. Вычисление собственных чисел и собственных векторов**

Содержание темы. Постановка задачи. Преобразование подобия. Локализация собственных значений. Обусловленность задачи вычисления собственных значений и собственных векторов. Степенной метод вычисления максимального собственного числа. QR- алгоритм вычисления собственных чисел. Метод обратных итераций вычисления собственных векторов.

**Тема 6. Решение систем нелинейных уравнений**

Содержание темы. Постановка задачи; локализация корней; корректность и обусловленность задачи. Метод Ньютона; модифицированный метод Ньютона; упрощенный метод Ньютона. Метод итерации. Условия сходимости метода итераций. Градиентный метод.

**Тема 7. Приближение функций**

Содержание темы. Постановка задачи. Интерполяция обобщенными многочленами. Полиномиальная интерполяция, многочлен Лагранжа. Погрешность интерполяции. Минимизация погрешности. Интерполяционная формула Ньютона для равномерной сетки. Формула Ньютона для неравномерной сетки. Глобальная полиномиальная интерполяция. Чувствительность интерполяционного полинома к погрешностям входных данных. Интерполяция с помощью «скользящего» полинома. Кусочно-полиномиальная интерполяция. Преобразование Фурье, дискретное преобразование. Тригонометрическая интерполяция. Приближение сплайнами. Линейные, параболические, кубические сплайны. Ортогональные системы функций (показательные и тригонометрические функции).

### **Тема 8. Численное дифференцирование функций**

Содержание темы. Постановка задачи. Простейшие формулы численного дифференцирования: вычисление первой производной, вычисление второй производной. Общий способ получения формул численного дифференцирования. Погрешности дифференцирования. Обусловленность формул численного дифференцирования.

### **Тема 9. Численное интегрирование функций**

Содержание темы. Понятие о квадратурных формулах. Формулы Ньютона-Котеса. Формулы трапеций, Симпсона, Гаусса, прямоугольников. Погрешность квадратурных формул. Обусловленность квадратурных формул. Правило Рунге оценки погрешности квадратурных формул.

### **Тема 10. Решение дифференциальных уравнений**

Содержание темы. Постановка задачи. Устойчивость решения задачи Коши: устойчивость на конечном отрезке, устойчивость по правой части. Численные методы решения задачи Коши (сетки и сеточные функции), дискретная задача Коши, явные и неявные методы, устойчивость). Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты, схемы 1, 2, 3 и 4 порядков точности. Решение систем дифференциальных уравнений. Решение уравнения  $n$ -го порядка.

### **Тема 11. Интегральные уравнения (2 часа)**

Содержание темы. Классификация линейных интегральных уравнений. Дискретизация интегрального уравнения второго рода. Решение интегральных уравнений I рода. Регуляризация.

## **3.2. Практические занятия**

### **Темы практических работ**

**Тема 1.** Нахождение нулей функций с одной переменной

**Тема 2.** Численные методы решения задач линейной алгебры

**Тема 3.** Численные методы решения систем нелинейных уравнений

**Тема 4.** Методы приближения функций

**Тема 5.** Численное дифференцирование функций

**Тема 6.** Численное интегрирование

**Тема 7.** Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений

**Тема 8.** Численные методы решения интегральных уравнений

#### **4. ТЕМЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ**

1. Погрешности вычислений.
2. Модификации метода Ньютона поиска корней нелинейного уравнения с одной переменной
3. Метод ортогонализации решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Приближение сплайнами. Линейные, параболические, кубические сплайны.
5. Ортогональные системы показательных функций.
6. Метод Халецкого решения СЛАУ. Решение переопределенной СЛАУ методом наименьших квадратов.
7. Решение интегральных уравнений

#### **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОМУ ИЗУЧЕНИЮ МАТЕРИАЛА**

Указанные в п. 4 темы изучаются студентами самостоятельно. Литература по этим темам дана в п. 8.1, 8.2. Контроль знаний по этим темам осуществляется на практических занятиях, а также во время контрольной точки и на экзамене.

Темы практических занятий студенты изучают следующим образом. Перед практикой студенты самостоятельно повторяют теоретический материал. Далее на практике у доски решают практические задачи по этим темам. Затем, перед написанием компьютерной программы проводят моделирование работы численных алгоритмов в MathCAD или MATLAB. И далее пишут программы, отчет и защищают их.

#### **6. ФОРМЫ КОНТРОЛЯ**

Формой контроля освоения компетенций, указанных в п. 2, являются конспекты лекционного материала и самостоятельной работы, решения практических задач, контрольные работы, тесты, опросы на практических занятиях и экзамен.

#### **7. ИНТЕРАКТИВНЫЕ ФОРМЫ**



Важным элементом успешного освоения материала являются интерактивные формы проведения занятий. По данной дисциплине предполагаются следующие интерактивные формы: работа в команде, поисковый метод и решение ситуационных задач.

1) Работа в команде. Студенты разбиваются на группы. Каждой группе предлагается конкретная математическая модель задачи. Необходимо выбрать численный метод и написать компьютерную программу, обеспечивающую наилучшую точность и максимальное быстродействие.

2) Поисковый метод. Рассматриваются несколько уже изученных тем. Студентам предлагаются различные математические модели задач. Необходимо выбрать и обосновать численный метод решения конкретной задачи.

3) Решение ситуационных задач. Рассматривается задача обработки экспериментальных данных некоторой физической задачи. Необходимо предложить математическую модель задачи и возможный численный метод ее решения.

## **8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### ***8.1. основная литература***

1. Мицель А.А. Вычислительные методы. Учебное пособие. – Томск: В-Спектр, 2010.– 264с. (70 экз.)

2. Бахвалов Н.С. Жидков Н.П. Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 636 с. (130 экз)

3. Мицель А.А. Практикум по численным методам. – Томск: ТУСУР, 2004. –196 с. (100 экз.)

### ***8.2. дополнительная литература***

1. Романенко В.В. Вычислительная математика. Лабораторный практикум. – Томск: ТУСУР, 2006. –114с. (97 экз)

2. Романенко В.В. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Вычислительная математика». – Томск: ТУСУР, 2010. – 106 с. // [http://asu.tusur.ru/learning/bak230100/d18/b230100\\_d18\\_pract.doc](http://asu.tusur.ru/learning/bak230100/d18/b230100_d18_pract.doc)

3. Мицель А.А., Катаев М.Ю. Приближение сплайнами: Учебное пособие. - Томск: ТУСУР, 2001. - 40 с. (10 экз)

### ***8.3. Лицензионное программное обеспечение***

- Операционная система MS Windows
- MicroSoft Visual C++ Express Edition
- Borland Developer Studio 2006, Free Pascal 2.4.

- Среда разработки Microsoft Visual Studio 2005/2008
- Офисный пакет Microsoft Office
- Пакет Mathsoft MathCAD
- Пакет MathWorks MATLAB

#### ***8.4. . Internet-ресурсы:***

<http://poiskknig.ru> – электронная библиотека учебников Мех-Мата МГУ, Москва

<http://www.mathnet.ru.ru/> - общероссийский математический портал

<http://www.lib.mexmat.ru> – электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета

<http://onlinelibrary.wiley.com> - научные журналы издательства Wiley&Sons

<http://www.sciencedirect.com/> - научные журналы издательства Elsevier