

**А.Е. Мандель, С.Н. Шарангович**

# **ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

**Учебно-методическое пособие по организации  
самостоятельной работы студентов  
направления подготовки 210400.62 – «Радиотехника»**

**2014**

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ  
(ТУСУР)

Кафедра сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники  
(СВЧиКР)

**А.Е. Мандель, С.Н. Шарангович**

## **ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

Учебно-методическое пособие по организации самостоятельной  
работы студентов направления подготовки 210400.62  
«Радиотехника»

**УДК 37.8+621.371**

Рецензент:  
профессор каф..СВЧиКР,

В.М. Шандаров

**А.Е. Мандель, С.Н. Шарангович**

Электродинамика и распространение радиоволн: учебно-методическое пособие по организации самостоятельной работы для бакалавров направления подготовки 210400.62 «Радиотехника» /А.Е. Мандель, С.Н. Шарангович. – Томск: ТУСУР, 2014. –50 с.

В данном пособии рассмотрены все виды самостоятельной работы при изучении дисциплины «Электродинамика и распространение радиоволн».

Приводится программа курса, его цели и задачи. Каждый раздел программы заканчивается методическими указаниями со ссылкой на литературу. Представлены темы лабораторных занятий, а также темы практических занятий с примерами решения задач.

Методическое пособие предназначено для студентов очной, заочной, и вечерней форм обучения по направлению подготовки бакалавриата «Радиотехника». – 210400.62.

**УДК 537.8+621.371**

© Томск. гос. ун-т систем упр. и  
радиоэлектроники, 2014

© Мандель А.Е., Шарангович С.Н., 2014

## Оглавление

Введение. ....	5
1. Цели и задачи дисциплины. ....	6
2. Содержание лекционного курса. ....	7
3. Лабораторные занятия. ....	12
4. Практические занятия. ....	12
4.1 Темы практических занятий. ....	13
4.2. Примеры решения задач. Тестовые контрольные задания. ....	13
4.2.1. Интегральные и дифференциальные уравнения электромагнетизма .. .. .	13
4.2.2. Электростатическое поле .. .. .	16
4.2.3. Плоские электромагнитные волны в различных средах ... .. .	19
4.2.4. Электромагнитные волны в направляющих системах. ....	22
4.2.5. Излучение электромагнитных волн. Элементарные излучатели. ....	27
4.2.6. Распространение радиоволн. ....	29
5. Курсовая работа(для студентов очно-заочной формы обучения) .. .. .	30
5.1.Цели и задачи курсовой работы. ....	30
5.2.Тематика курсовых работ. ....	31
5.3.Содержание курсовой работы. ....	32
6. Контрольная работа (для студентов заочной формы обучения). ....	33
6.1. Варианты контрольных заданий .. .. .	33
7. Экзаменационные вопросы .. .. .	43
7.1. Перечень экзаменационных вопросов .. .. .	43
7.2. Структура экзаменационного билета. ....	46
8. Распределение самостоятельной работы .. .. .	46
9. Методика текущего контроля освоения дисциплины. ....	47
10. Учебно-методическое обеспечение дисциплины. ....	48

## Введение

Самостоятельная работа студентов является частью учебного процесса при подготовке квалифицированных специалистов, способных самостоятельно и творчески решать стоящие перед ними задачи. В ходе самостоятельной работы формируются важнейшие профессиональные навыки будущего специалиста, такие как: внутренняя готовность к самообразованию в профессиональной сфере, самостоятельность, инициативность и ответственность, умение работать с источниками информации.

Каждая дисциплина должна иметь методическое сопровождение по самостоятельному изучению разделов и тем, указанных в рабочей программе, по написанию рефератов, выполнению расчетно-графических и лабораторных работ. В связи с этим эффективная организация самостоятельной работы студентов требует проведения целого ряда мероприятий, создающих предпосылки и условия для реализации самостоятельной работы, а именно:

- обеспечение студентов информационными ресурсами (учебными пособиями, справочниками, банками индивидуальных заданий);
- обеспечение студентов методическими материалами (учебно-методическими практикумами, сборниками задач, указаниями по выполнению лабораторных работ);
- наличие материальных ресурсов (ПК, измерительного и технологического оборудования для выполнения заданий в рамках НИР и ГПО);
- организация консультаций преподавателей;
- возможность публичного обсуждения теоретических и практических результатов, полученных студентом самостоятельно при выполнении НИРС и ГПО (конференции, олимпиады, конкурсы).

Важным элементом в организации самостоятельной работы студентов является контроль. Контроль требует разработки преподавателем контролирующих материалов в текстовом или тестовом исполнении, а при использовании ПК - пакета прикладных программ для проверки знаний студентов. Эффективная система контроля (в т.ч. электронная система контроля), наряду с рейтинговой системой оценки знаний, позволит добиться систематической самостоятельной работы студентов над учебными материалами и повысить качество обучения.

Пособие разработано в соответствии с временными рекомендациями по организации самостоятельной работы студентов (письмо Минобразования РФ от 27.11.2002 "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений").

## 1. Цели и задачи дисциплины

### 1.1. Цель преподавания дисциплины.

**Целью** преподавания дисциплины «Электродинамика и распространение радиоволн» является освоение студентами основ теории электромагнитного поля и ее радиотехнических приложений, включая закономерности распространения радиоволн в различных средах, в линиях передачи электромагнитной энергии и объемных резонаторах; формирование у студентов навыков анализа базовых электродинамических задач.

**Место дисциплины в учебном процессе.** Дисциплина «Электродинамика и распространение радиоволн» относится к федеральному компоненту цикла общепрофессиональных дисциплин и дает основу для последующего изучения таких общепрофессиональных и специальных дисциплин, как «Устройства СВЧ и антенны», «Радиотехнические системы», «Оптические устройства в радиотехнике», разделов ряда курсов, касающихся высокочастотных узлов приемно-усилительных устройств, передающих устройств, высокоскоростных систем связи, электромагнитной совместимости.

### 1.2. Задачи изучения дисциплины

**Основными задачами** изучения дисциплины являются формирование у студентов знаний, навыков и умений, позволяющих проводить самостоятельный анализ физических процессов, происходящих в различных направляющих системах, устройствах сверхвысоких частот, в однородных и неоднородных средах и на естественных радиотрассах. Приобретенные студентами знания и навыки необходимы как для разработки широкого класса устройств, связанных с передачей и приемом сигналов, так и для грамотной эксплуатации радиотехнической аппаратуры.

**В результате изучения курса студенты должны:**

**знать**

- основные уравнения электромагнитного поля, принципы и теоремы электродинамики;
- классы электродинамических задач и подходы к их решению;
- основные математические модели электромагнитных волновых процессов, а также модели сред, условия распространения и возбуждения волн;
- методы анализа и расчета простейших структур для излучения электромагнитных волн, основных типов волноводов и резонаторов;
- механизмы влияния Земли и атмосферы Земли на распространение радиоволн различных диапазонов.

**уметь**

- использовать основные уравнения и теоремы электродинамики применительно к базовым электродинамическим задачам;
- рассчитывать и анализировать характеристики электромагнитных волн, учитывать условия их распространения и возбуждения, влияние параметров среды;
- формулировать задачу (выбрать модель) для расчета параметров конкретной

радиолинии.

**иметь**

- навыки решения базовых электродинамических задач;
- навыки выбора типа, размеров и расчета параметров направляющих систем
- навыки определения характера и степени влияния трассы распространения радиоволн на характеристики конкретной радиотехнической системы.

### 1.3. Перечень обеспечивающих дисциплин

Дисциплина "Электродинамика и распространение радиоволн" основывается на использовании знаний, полученных при изучении курсов "Математика", "Физика", "Информатика". Для успешного изучения курса необходимо знание таких разделов математики, как дифференциальное и интегральное исчисление, векторный анализ, специальные функции, дифференциальные уравнения в частных производных, теорию вероятностей, математическую статистику, ряд разделов физики. а также теорию длинных линий и колебательных контуров из курса "Основы теории цепей".

### 1.4 Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид обучения	Очное (4 семестр)	Заочное (5,6семестры)	Очно-заочное ( 5 семестр)
Вид учебной работы	Всего часов		
Общая трудоемкость дисциплины	144	144	144
Лекции	28	8	20
Лабораторные занятия	16	4	12
Практические занятия	28	6	16
Контрольная работа	-	1	-
Курсовая работа	-	-	8
Самостоятельная работа	36	126	98
Вид итогового контроля	Экзамен	Экзамен	Экзамен

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

### 2.1. Интегральные и дифференциальные уравнения электромагнетизма - 4 час.

Предмет и содержание курса. Основные уравнения электромагнитного поля – уравнения Максвелла. Материальные уравнения и классификация сред. Уравнение непрерывности и закон сохранения заряда. Сторонние источники. Полная система уравнений Максвелла с учетом сторонних источников. Поля на границах раздела сред. Граничные условия для векторов электромагнитного поля. Граничные условия на поверхности идеального проводника.

Классификация электромагнитных полей по их зависимости от времени.

Гармонические колебания. Уравнения Максвелла для гармонических колебаний. Комплексные амплитуды полей. Комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Баланс энергии в электромагнитном поле. Вектор Пойнтинга. Энергетические характеристики при гармонической зависимости электромагнитных процессов от времени. Скорость переноса энергии электромагнитных полей.

**Методические указания.** Этот раздел является основополагающим и тщательное его усвоение является обязательным не только для успешного изучения курса, но и для целого цикла дисциплин радиотехнического образования. Основные уравнения - уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальных формах, материальные уравнения и граничные условия для векторов поля должны быть усвоены до автоматизма в их воспроизведении, понимании физического смысла и использовании при решении простейших задач. Материал лучше всего изучать, используя основные пособия (1,2) , а также (5)

## **2.2. Основные теоремы и принципы в теории гармонических полей – 2 часа**

Магнитные токи и заряды. Уравнения Максвелла с учетом магнитных токов и зарядов. Принцип перестановочной двойственности уравнений Максвелла. Теорема единственности для внутренней и внешней задач электродинамики. Принцип эквивалентности. Лемма Лоренца. Теорема взаимности.

**Методические указания.** Этот раздел также является общим и важным для усвоения многих последующих разделов курса и приложений. Нужно хорошо понять физику и математическую основу описания процессов передачи сигналов и электромагнитной энергии вдоль линий связи, в частности, описание процессов излучения. Материал лучше всего изучать используя (1,2,5) .

## **2.3. Плоские электромагнитные волны в неограниченных средах- 3 часа**

Волновой характер переменного электромагнитного поля. Уравнения Гельмгольца. Плоские волны и их характеристики. Волновое число и волновой вектор. Фронт волны. Взаимная ориентация векторов поля и волнового вектора в среде без потерь. Волновое сопротивление. Поляризация электромагнитных волн. Электромагнитные волны в средах с потерями. Коэффициент затухания. Распространение электромагнитных волн в анизотропных средах.

**Методические указания.** Общие вопросы о распространении плоских волн можно изучить пользуясь (1,2,5,6). Волны в анизотропных средах более детально описаны в (2, 6).

## **2.4. Граничные задачи электродинамики - 3 часа**



Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела двух диэлектрических сред. Формулы Френеля. Явление полного прохождения, угол Брюстера. Условия возникновения полного отражения от границы раздела двух диэлектрических сред, структура поля над и под границей раздела. Отражение от идеально проводящей поверхности, структура поля. Падение плоской электромагнитной волны на границу раздела диэлектрика и поглощающей среды. Приближенные граничные условия Леонтовича..

**Методические указания.** Обратите внимание на физику процессов, обуславливающих различие в угловых зависимостях коэффициентов отражения волн различных поляризаций. Литература (1,2,3,5)

## 2.5. Электромагнитные волны в направляющих системах – 4 часа

Общие сведения о направляющих системах и направляемых волнах. Постоянная распространения, фазовая скорость и длина волны в линии передачи. Критическая частота. Классификация направляемых волн : Т, Е, и Н –волны.

Полые металлические волноводы: прямоугольный, круглый. Структура электромагнитного поля, основные типы волн, фазовая и групповая скорости, длина волны в прямоугольном волноводе, характеристическое сопротивление, затухание электромагнитных волн. Выбор размеров волновода для работы на заданном типе волн.

Особенности волн типа Т и основные параметры Т волны в коаксиальной и двухпроводной линии передачи. Фазовая постоянная, фазовая скорость, групповая скорость, длина волны в линии, волновое сопротивление.

**Методические рекомендации.** Необходимо хорошо усвоить структуру полей в прямоугольном волноводе, знать принципы организации возбуждения того или иного типа волн, обосновывать области применения волноводов различных типов. Литература (1,2,5).

## 2.6. Электромагнитные колебания в объемных резонаторах - 2 часа

Объемные резонаторы. Отрезок направляющей структуры, ограниченный металлическими торцевыми поверхностями, как резонатор. Анализ собственных колебаний в полых резонаторах. Прямоугольные и цилиндрические резонаторы. Определение резонансной частоты и добротности объемных резонаторов. Понятие об открытых и диэлектрических резонаторах..

**Методические указания.** Необходимо хорошо усвоить структуру полей в прямоугольном волноводе, знать принципы организации возбуждения того или иного типа волн, обосновывать области применения волноводов различных типов. Литература (1,2,5).

## **2.7. Излучение электромагнитных волн. Элементарные излучатели -2 часа**

Постановка задачи об излучении. Уравнения Максвелла для области, содержащей сторонние источники. Неоднородные волновые уравнения (уравнения Даламбера). Векторный и скалярный электродинамические потенциалы. Неоднородные волновые уравнения для электродинамических потенциалов и их решения. Запаздывающие потенциалы. Элементарный электрический излучатель и свойства возбуждаемой им сферической волны. Элементарный магнитный излучатель: структура поля, диаграммы направленности, сопротивление излучения.

*Методические указания.* Обратите внимание на физический смысл эффектов запаздывания и учет этих эффектов при их математическом описании. Необходимо также хорошо понимать различия в характере полей источников в ближней и дальней зонах излучателей, роль этих полей в формировании активной и реактивной части входного сопротивления излучателя. В качестве методического пособия можно рекомендовать (1,2,3,5).

## **2.8. Распространение электромагнитных волн вблизи поверхности Земли. Дифракция электромагнитных волн - 3 часа**

Классификация радиоволн по диапазону и способу распространения. Распространение радиоволн в свободном пространстве. Максимальные дальности радиосвязи и радиолокации. Понятие явления дифракции электромагнитных волн. Приближение Гюйгенса-Кирхгофа в описании явления дифракции. Зоны Френеля. Дифракция Френеля и Фраунгофера. Дифракция плоской волны на круглом отверстии в идеально проводящем экране, на непрозрачной полуплоскости. Область пространства, существенная для распространения радиоволн.

Влияние земной поверхности на распространение радиоволн. Параметры земной поверхности. Расстояние прямой видимости. Классификация моделей радиотрасс над земной поверхностью. Поле излучателя, поднятого над плоской поверхностью. Интерференционная формула и формула Введенского. Диаграммы направленности поднятых антенн. Влияние сферичности Земли. Приведенные высоты. Рассеяние радиоволн шероховатыми поверхностями. Критерий Рэлея.

Расчет поля при низко расположенных антеннах. Формула идеальной радиопередачи и множитель ослабления. Структура поля вблизи поверхности Земли. Формула Шулейкина-Ван-дер-Поля. Распространение радиоволн при низко расположенных антеннах над неоднородной трассой. Береговая рефракция..

*Методические указания.* . В качестве литературы можно рекомендовать (3,7,8)

## **2.9. Тропосферное и ионосферное распространение радиоволн -3 часа**

Строение и электродинамические параметры земной атмосферы (тропосферы и ионосферы) и межпланетной среды. Экспериментальные методы исследования параметров атмосферы. Основные закономерности распространения радиоволн в атмосфере. Преломление радиоволн. Применение метода геометрической оптики к анализу распространения волн в слоистой тропосфере и ионосфере. Виды тропосферной рефракции. Закон отражения радиоволн в ионосфере. Влияние магнитного поля Земли на распространение радиоволн в ионосфере. Рассеяние радиоволн неоднородностями в атмосфере. Механизмы ослабления напряженности поля в атмосфере. Искажения радиосигналов при распространении в атмосфере. Замирания радиосигналов и борьба с ними.

*Методические указания.* В качестве литературы можно рекомендовать (3,7,8) .

## **2.10. Модели и методы расчета радиотрасс - 2 часа**

Особенности распространения радиоволн различных диапазонов на реальных трассах. Распространение радиоволн КВ диапазона с учетом влияния ионосферы. Распространение радиоволн метрового диапазона и более коротких радиоволн в пределах и за пределами прямой видимости с учетом влияния земли и тропосферы. Распространение радиоволн на линиях связи спутник-Земля, Земля-спутник. Распространение радиоволн в городских условиях. Распространение волн оптического диапазона.

Шумы и помехи радиоприему. Классификация и характеристики источников внешних помех..

*Методические указания.* В качестве литературы можно рекомендовать (3,7,8) .

## **3. ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ (16 час.)**

Основными целями выполнения лабораторных работ являются:

- изучение устройства и принципа действия источников и средств измерений СВЧ диапазона;
- приобретение студентами практических навыков в проведении измерений в СВЧ диапазоне;
- углубленное освоение студентами теоретических положений изучаемой дисциплины.

При выполнении лабораторных работ студент должен продемонстрировать знание соответствующего теоретического материала и знакомство с учебно-методической литературой по заданной теме.

Методические указания к лабораторным работам [7-10] размещены на научно-образовательном портале ТУСУРа, а также представлены в локальной вычислительной сети кафедры СВЧиКР.

### **Список лабораторных работ:**

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование лабораторных работ	Трудоемкость (час)
1	2.4.	Исследование наклонного падения оптических волн на границу раздела двух сред	4
4	2.5.	Исследование линий передачи СВЧ диапазона	4
3	2.6.	Исследование объёмного резонатора	4
4	2.8.	Исследование влияние Земли на излучение антенн	4

#### 4. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ (28 час.)

Решение задач способствует развитию навыков практического применения полученных теоретических знаний, а также позволяет глубже понять физическую сущность электромагнитных процессов и явлений, закрепить в памяти основные формулы, значения важнейших величин и параметров.

Ниже, в п. 4.2, приведен подробный анализ решения некоторых типичных задач, способствующий более глубокому осмыслению студентами изучаемых вопросов, а также примеры тестовых контрольных заданий, с которыми студенты работают на практических занятиях. Подробный анализ решения большого количества типовых задач приведен в учебном пособии [5].

##### 4.1 Темы практических занятий

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование практических занятий	Трудоемкость (час)
1	1	Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах. Полный ток и его составляющие. Материальные уравнения. Граничные условия для векторов электрического и магнитного поля. Расчет энергетических характеристик электромагнитного поля.	4
2	2	Принцип перестановочной двойственности уравнений Максвелла. Теорема единственности для внутренней и	2

		внешней задач электродинамики. Принцип эквивалентности. Лемма Лоренца. Теорема взаимности	
3	3	Вычисление параметров плоской волны, распространяющейся в средах без потерь, в средах с потерями.	4
4	4	Вычисление коэффициентов отражения и прохождения, угла Брюстера при падении плоской электромагнитной волны на границу раздела двух диэлектрических сред.	2
5	5	Вычисление характеристик электромагнитного поля различных типов волн в прямоугольном и волноводе Выбор поперечных размеров для одноволнового режима работы.	4
6	6	Вычисление резонансной частоты и добротности объемных резонаторов.	2
7	7	Вычисление структуры поля, диаграммы направленности, сопротивление излучения элементарного электрического излучателя.	4
8	8	Вычисление напряженности электромагнитного поля при помощи интерференционных формул, формулы Введенского. Расчет области пространства, существенной для распространения радиоволн.	2
9	9	Оценка влияния параметров тропосферы и ионосферы на условия распространения радиоволн различных диапазонов	2
10	10	Знакомство с особенностями построения и расчета радиолиний различного назначения (теле и радио вещания, передачи информации, радиолокации и навигации и пр.)	2

## 4.2. Примеры решения задач. Тестовые контрольные задания

### 4.2.1. ТЕМА: Интегральные и дифференциальные уравнения электромагнетизма

#### Задача №1

В свободном пространстве выражение электрического поля имеет вид  $\vec{E} = E_0 (\vec{x}^0 y - \vec{y}^0 x) \cos \omega t$ . Определить магнитное поле  $\vec{H}$ .

**Решение:** Для решения задачи используем 2-е уравнение Максвелла.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \begin{bmatrix} \vec{x}^0 & \vec{y}^0 & \vec{z}^0 \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ y & -x & 0 \end{bmatrix} E_0 \cos \omega t = -\vec{z}^0 2E_0 \cos \omega t.$$

Интегрируя затем  $\operatorname{rot} \vec{E}$  по времени, определим вектор  $\vec{B}$ .

$$\vec{B} = \int \vec{z}^0 2E_0 \cos \omega t \cdot dt = \vec{z}^0 \frac{2E_0}{\omega} \sin \omega t.$$

Используя материальное уравнение, находим вектор  $\vec{H}$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}, \Rightarrow \vec{H} = \vec{z}^0 \frac{2E_0}{\mu\omega} \sin \omega t.$$

Проверим, существует ли в природе такое поле. Для этого подчиним полученное магнитное поле первому уравнению Максвелла:  $\text{rot } \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t$ . Так как  $\vec{H}$  не зависит от координат, то  $\text{rot } \vec{H} = 0$ . Следовательно,  $\varepsilon \cdot \partial \vec{E} / \partial t = 0$ . Откуда  $\vec{E} = 0$ . Поэтому, заданного в таком виде переменного электромагнитного поля в природе не существует.

### Задача №2

По прямолинейному круглому проводнику радиуса  $R$  протекает ток силой  $I$ . Найти выражения, определяющие напряженность магнитного поля внутри проводника (область 1,  $0 \leq r \leq R$ ) и вне проводника (область 2:  $-R \leq r \leq \infty$ ).

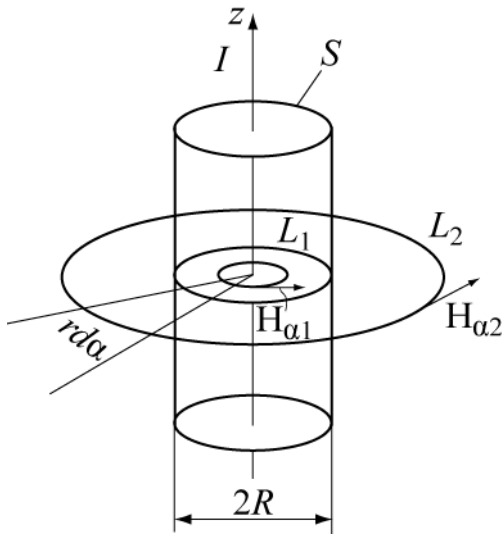


Рис.1

Построить график зависимости  $H(r)$ . Определить значения  $H$  при следующих данных: радиус проводника  $R=1$  см, величина тока  $I=1$  А,  $r_1=0,5$  см и  $r_2=1$  м.

**Решение.** Для решения этой задачи используется первое уравнение Максвелла в интегральной форме, т.е. закон полного тока (1.1).

Формулировка этого закона утверждает, что циркуляции вектора  $\vec{H}$  по контуру  $L$  определяется величиной полного тока, охватываемого этим замкнутым контуром,

как показано на рис. 1. Так как элемент длины контура в цилиндрической системе координат равен  $d\vec{\ell}_\alpha = \vec{\alpha}^0 r d\alpha$ , то

$$\oint_L \vec{H} d\vec{\ell} = \int_0^{2\pi} H_\alpha r d\alpha = H_\alpha \cdot 2\pi r = I,$$

В области 2 контур  $L_2$  охватывает полный ток  $I$ , поэтому

$$H_{\alpha 2} = \frac{I}{2\pi r};$$

Определим величину тока в области 1 (внутри проводника), охватываемой контуром  $L_1$ , исходя из постоянства плотности тока по сечению. Приравнявая значение плотности полного тока в пределах всей площади  $\pi R^2$ ,

равное  $j = \frac{I}{\pi R^2}$ , и плотности тока на любом сечении с радиусом проводника  $r$

( $j = \frac{I_1}{\pi r^2}$ ), получим значение тока в любой точке для первой области  $I_1 = \frac{I r^2}{R^2}$ .

Напряженность магнитного поля в первой области будет равна

$$H_{\alpha 1} = \frac{I r}{2 \pi R^2} .$$

График зависимости  $H(r)$  представлен на рис. 2.

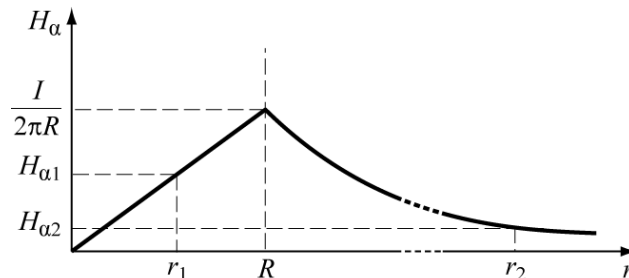


Рис.2

Результат численного расчёта дает:  $H_1 = 8$  А/м,  $H_2 = 0,16$  А/м.

Решение этой задачи позволяет получить решения для следующих вариантов:

1. Если направление тока в проводе заменить на противоположное, чему равна напряженность магнитного поля?

2. Как изменится величина напряженности магнитного поля во внешней области, если провод заменить полым цилиндром с внутренним радиусом равным  $R/2$ , а ток оставить неизменным? Чему будет в этом случае напряженность магнитного поля в области  $0 \div R/2$ ?

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1.

Вектор электрической индукции определяется выражением  $\vec{D} = y^2 \vec{i} - x \vec{j}$ .

Определить объёмный заряд, создающий это поле.

**ОТВЕТЫ:** 1) 0 2)  $2y-2x$  3)  $y^2 - x^2$  4)  $4y\vec{i} - 2x\vec{j}$  5) правильного ответа не приведено.

#### ВОПРОС 2.

Вектор  $\vec{E}$  электромагнитного поля равен  $\vec{E} = E_0 \vec{x}_0 \sin(\omega t - \omega \sqrt{\epsilon \mu} \cdot z)$ .

Определить вектор  $\vec{H}$ .

#### ОТВЕТЫ:

1)  $\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \vec{y}_0 \sin(\omega t - \omega \sqrt{\epsilon \mu} \cdot z)$  2)  $\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \vec{z}_0 \sin(\omega t - \omega \sqrt{\epsilon \mu} \cdot z)$

3)  $\vec{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} E_0 \vec{x}_0 \cos(\omega t - \omega \sqrt{\epsilon \mu} \cdot z)$  4)  $\vec{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0 \vec{x}_0 \cos(\omega t - \omega \sqrt{\epsilon \mu} \cdot z)$

5)  $\vec{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} E_0 \vec{y}_0 \cos(\omega t - \omega \sqrt{\epsilon \mu} \cdot z)$

#### ВОПРОС 3.

Каков физический смысл третьего уравнения Максвелла  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$  ?

1. Снаружи замкнутой поверхности  $S$  нет источников поля;
2. Внутри замкнутой поверхности  $S$  нет ни источников, ни стоков поля, поток вектора  $\vec{D}$  через  $S$  равен нулю;
3. Такой вид уравнения Максвелла смысла не имеет;
4. Внутри замкнутой поверхности  $S$  нет источников поля;
5. Снаружи замкнутой поверхности  $S$  отсутствуют стоки поля.

#### ВОПРОС 4.

В объёме  $V$  имеется заряд  $Q=2\text{к}$  и заряд  $Q_2$ . Определить  $Q_2$ , если известно, что поток вектора  $\vec{D}$  через поверхность  $S$ , охватывающую объём  $V$ , равен  $1\text{к}$ .

#### ОТВЕТЫ:

1.  $Q_2=-5\text{к}$ , 2.  $Q_2=-3\text{к}$ , 3.  $Q_2=-2\text{к}$ , 4.  $Q_2=-1\text{к}$ , 5.  $Q_2=-4\text{к}$ .

#### ВОПРОС 5.

Вектор  $\vec{D}$  направлен под углом  $\alpha_1 = 30^\circ$  к границе раздела двух сред, диэлектрические проницаемости которых относятся так  $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Определить

угол  $\alpha_2$  между вектором  $\vec{D}$  и границей раздела во второй среде.

**ОТВЕТЫ:** 1)  $\alpha_2=0$  2)  $\alpha_2=45^\circ$  3)  $\alpha_2=60^\circ$  4)  $\alpha_2=30^\circ$  5)  $\alpha_2=90^\circ$

### 4.2.2. ТЕМА: Электростатическое поле

#### Задача №1

Две плоские металлические пластины разделены тонким слоем однородного диэлектрика толщиной  $d$  с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . На верхнюю пластину подан потенциал  $U$ , нижняя пластина заземлена (конденсатор) (рис. 2.1). Найти распределение потенциала между пластинами, напряженность поля  $\vec{E}$ , вектор электрического смещения  $\vec{D}$ , заряд на одной из пластин конденсатора  $q$ , емкость  $C$ . Линейные размеры пластин много больше размера  $d$ .

#### Решение

Выбираем прямоугольную систему координат, в которой ось  $y$  перпендикулярна поверхности пластин. В этом случае, можно считать потенциал  $\varphi$  зависящим только от координаты  $y$ . Решение проводим с помощью уравнения Лапласа с применением граничных условий для потенциала на границе диэлектрик-металл.

Уравнение Лапласа для данной задачи будет иметь вид  $\frac{d^2 \varphi}{dy^2} = 0$ , а его решение  $\varphi = Ay + B$ , где  $A$  и  $B$  неизвестные постоянные подлежащие определению. Для их определения используем два граничных условия:

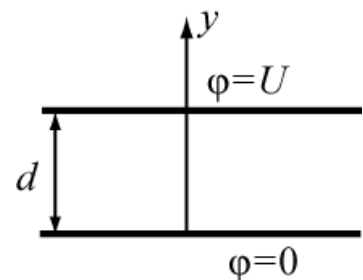


Рис. 1



а) при  $y = 0$   $\varphi = 0$ ; б) при  $y = d$   $\varphi = U$ .

В результате получим  $B = 0$ ,  $A = \frac{U}{d}$  и выражение потенциала

$$\varphi = \frac{U}{d} y.$$

Как следует из решения, потенциал линейно возрастает от 0 до  $U$  при изменении координаты  $y$  от 0 до  $d$ .

Напряженность и индукция электрического поля определяются формулами  $\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\vec{y}^0 \frac{d\varphi}{dy} = -\vec{y}^0 \frac{U}{d}$ ,  $\vec{D} = -\vec{y}^0 \varepsilon \frac{U}{d}$ .

Поверхностная плотность заряда определяется из граничных условий: на верхней (нормаль направлена против оси  $y$ ) пластине при  $y=d$

$\xi = -\varepsilon \frac{d\varphi}{dn} = \varepsilon \frac{d\varphi}{dy} = \varepsilon \frac{U}{d}$ , на нижней пластине

(нормаль и орт  $\vec{y}^0$  одинаково направлены)

при  $y=0$  получим  $\xi = -\varepsilon \frac{d\varphi}{dy} = -D_n = -\varepsilon \frac{U}{d}$ .

Заряд на верхней пластине конденсатора  $q = \xi S$ , емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{U_1 - U_2} = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon S}{d}.$$

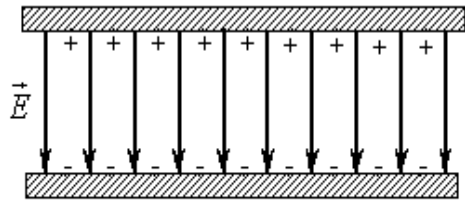


Рис. 2

На рисунке 2 изображено: распределение электрических зарядов на поверхностях электродов и однородное электрическое поле между пластинами.

### Задача №2

Получите выражение в точке  $M$  для потенциала  $\varphi$ , создаваемого точечным зарядом  $q$ , расположенным над идеально проводящей плоскостью на высоте  $h$  (рис.1).

#### Решение:

Используем метод зеркального отображения и принцип суперпозиции. Метод зеркального отображения заключается в том, что металлическая поверхность заменяется зеркально отображенным зарядом  $(-q)$ .

Согласно принципа суперпозиции, записываем выражение для потенциала в точке  $M$  от двух зарядов:

$$\varphi = \varphi_{(q)} + \varphi_{(-q)} = \frac{q}{4\pi\varepsilon a} - \frac{q}{4\pi\varepsilon 5a} = \frac{4q}{20\pi\varepsilon a} = \frac{q}{5\pi\varepsilon a}.$$

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1

Какой из приведенных ниже векторов может быть вектором напряженности электростатического поля?

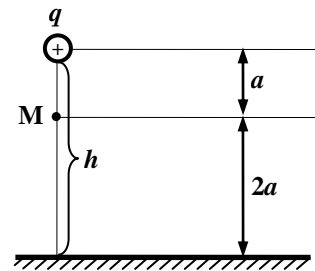


Рис. 1

**ОТВЕТЫ:** 1.  $\vec{A} = 7 \cdot x^4 \cdot \vec{i} + 6 \cdot y^3 \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ ; 2.  $\vec{A} = y^2 \cdot x^2 \cdot \vec{i} + z^2 \cdot x^2 \cdot \vec{j} + y^2 \cdot \vec{k}$ ;  
3.  $\vec{A} = x^2 \cdot \vec{j} - y \cdot \vec{k}$ ; 4.  $\vec{A} = [\vec{k}, \vec{r}]$ ; 5.  $\vec{A} = 7 \cdot y \cdot x^4 \cdot \vec{i} + 6 \cdot y^3 \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ ;

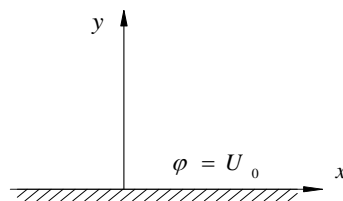
### ВОПРОС 2

В поле  $\vec{E} = 3 \cdot E_0 \cdot x \cdot \vec{i} + 2 \cdot E_0 \cdot y \cdot \vec{j} - E_0 \cdot \vec{k}$  перемещается единичный заряд из точки  $A(0,1,0)$  в точку  $B(0,5,0)$ . Определить совершенную при этом работу.

**ОТВЕТЫ:** 1.  $-4 \cdot E_0$ ; 2.  $9 \cdot E_0$ ; 3.  $4 \cdot E_0$ ; 4.  $24 \cdot E_0$ ; 5.  $-9 \cdot E_0$ ;

### ВОПРОС 3

Вблизи поверхности пластины с потенциалом  $\varphi = U_0$ , распределение потенциала описывается выражением  $\varphi = U_0 + 3 \cdot U_0 \cdot y \cdot x^2 - U_0 \cdot y^3$ . Какие распределения зарядов создают этот потенциал?



### ОТВЕТЫ:

1. В поле присутствует точечный заряд в т.(0,0);
2. Только объемные заряды над пластиной;
3. Поверхностные заряды на пластине и объемные вне ее;
4. Только поверхностные заряды на пластине;
5. Отсутствуют поверхностные заряды на пластине и объемные вне её.

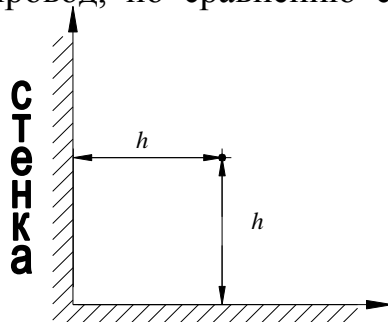
### ВОПРОС 4

Как изменится ёмкость плоского конденсатора, если диэлектрическую проницаемость заполняющей его среды увеличить в 2 раза, а площадь обкладок уменьшить в 4 раза?

**ОТВЕТЫ:** 1. Не изменится; 2. Увеличится в 8 раз; 3. Уменьшится в 2 раза; 4. Увеличится в 2 раза; 5. Уменьшится в 8 раз.

### ВОПРОС 5:

На расстоянии  $h$  от равномерно заряженного провода, повешенного над землёй на высоту  $h$ , построили стену. Считая поверхность стены проводящей, определить во сколько раз изменится электрическая сила, действующая на провод, по сравнению с случаем, когда стены не было.



**ОТВЕТЫ:** 1. Не изменится; 2. Увеличится в 2 раза; 3. Уменьшится в 2 раза; 4. Увеличится в  $\sqrt{2}$  раз; 5. Уменьшится в  $\sqrt{2}$  раз.

#### 4.2.3. ТЕМА: Плоские электромагнитные волны в различных средах

##### Задача №1

Плоская электромагнитная волна распространяется в свободном пространстве (вакууме). Задана комплексная амплитуда магнитного поля

$$\vec{H}(y) = -\vec{z}_0 H_0 e^{-i(ky + \pi/3)}.$$

Определить: 1) Комплексную амплитуду электрического поля,

2) Мгновенные значения векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ,

3) Амплитуды полей  $E_0$  и  $H_0$ , если при  $t=0$  в точке  $y=0$  величина вектора  $\vec{E}$  равна 1 В/м,

4) Величину векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в момент времени  $t=10^{-6}$  с в точке с координатой  $y=100$  м, если частота волны  $f=1$  МГц.

##### Решение:

1) Очевидно, что в данном случае волна распространяется в положительном направлении оси «у», в эту же сторону направлен вектор Пойнтинга. Изобразим систему координат (правовинтовую) и векторы  $\vec{H}$  и  $\vec{P}$  в некоторой точке пространства.

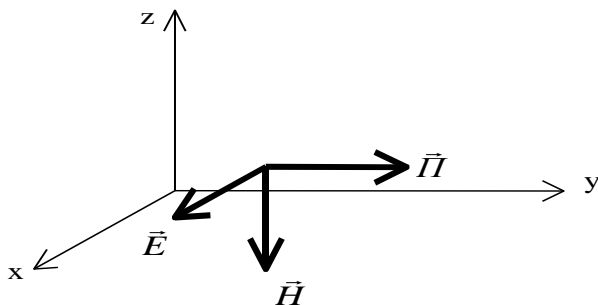


Рис.4.1

Подберем такое направление вектора  $\vec{E}$ , чтобы векторное произведение  $[\vec{E} \cdot \vec{H}]$  было направлено вдоль оси «у». Направление векторного произведения определяется по правилу правого винта, т.е. направлением движения винта при его вращении от первого вектора ко второму по меньшему углу. Очевидно, что вектор  $\vec{E}$  будет

направлен по оси  $x$  (рис. 4.1). Так как в идеальном диэлектрике векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  синфазные, то комплексная амплитуда вектора  $\vec{E}$  будет иметь вид:

$$\vec{E}(y) = \vec{x}_0 E_0 e^{-i(ky + \pi/3)}.$$

Амплитуда  $E_0$  определится через  $H_0$  и волновое сопротивление среды

$$E_0 = H_0 \cdot W_0.$$

2) Мгновенные значения напряженностей  $E$  и  $H$  определяются через комплексные амплитуды как

$$\vec{E}(y, t) = \text{Re} \left[ \vec{E}(y) \cdot e^{i\omega t} \right] = \text{Re} \left[ \vec{x}_0 E_0 \cdot e^{i(\omega t - ky - \pi/3)} \right] = \vec{x}_0 E_0 \cos(\omega t - ky - \pi/3).$$

Аналогично  $\dot{H}(y, t) = -\vec{z}_0 H_0 \cos(\omega t - ky - \pi/3)$ .

3) Определим  $E_0$  из условия задачи

$$E(y=0, t=0) = E_0 \cos(-\pi/3) = 1 \text{ В/м.}$$

Отсюда

$$E_0 = 2 \frac{\text{В}}{\text{м}} \text{ и } H_0 = \frac{E_0}{W_0} = \frac{2}{120 \pi} = 5.305 \cdot 10^{-3} \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

4) Чтобы определить мгновенное значение векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в заданной точке ( $y=100\text{м}$ ) в момент времени  $t=10^{-6}\text{с}$  подсчитаем значение фазы волны в этой точке для данного момента времени. Для этого найдем значение волнового числа  $k$ . Поскольку фазовая скорость в вакууме равна  $c$ - скорости света, то

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8} = \frac{2\pi}{3} \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{м}}.$$

Фаза волны в данной точке пути в заданный момент времени определится как

$$\varphi = \omega t - ky - \pi/3 = 2\pi \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} - \frac{2\pi}{3} \cdot 10^{-2} \cdot 100 - \pi/3 = \pi.$$

Мгновенные значения векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  при  $y=100\text{м}$  и  $t=10^{-6}\text{с}$  будут равны

$$\vec{E} = \vec{x}_0 E_0 \cos \pi = -\vec{x}_0 2 \frac{\text{В}}{\text{м}}, \quad \vec{H} = -\vec{z}_0 H_0 \cos \pi = \vec{z}_0 5.305 \cdot 10^{-3} \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

## Задача №2

Плоская электромагнитная волна с частотой  $f=1\text{ МГц}$  распространяется в морской воде с параметрами  $\varepsilon_r = 81$ ,  $\sigma = 1 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$ . Определить фазовую скорость, длину волны, коэффициент затухания и волновое сопротивление среды.

**Решение:**

Учтем, что по условию задачи известна относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_r$ , а в формулы для параметров волны входит полная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ , где  $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$ . Кроме того, не задана магнитная проницаемость воды, но известно, что вода не является ферромагнитным веществом и, поэтому  $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ .

Определим  $\text{tg} \Delta$ :

$$\text{tg} \Delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{36\pi \cdot 10^9}{2\pi \cdot 10^6 \cdot 81} = \frac{2 \cdot 10^3}{9} \approx 2.22 \cdot 10^2.$$

Так как  $\text{tg} \Delta \gg 1$ , то на этой частоте морская вода ведет себя как проводник, т.е. амплитуда плотности тока проводимости много больше амплитуды плотности тока смещения. Определим  $k'$  и  $k''$ :

$$k' \approx k'' \approx \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}{2}} = 1.987 \frac{1}{\text{м}}.$$

Таким образом, коэффициент затухания равен  $k'' = 1.987 \frac{1}{\text{м}}$ . Определим фазовую скорость и длину волны

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k'} = \frac{2\pi \cdot 10^6}{1.987} = 3.162 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k'} = \frac{2\pi}{1.987} = 3.162 \text{ м}.$$

Сравним эти значения с фазовой скоростью в вакууме (а) и в дистиллированной воде с параметрами  $\varepsilon_r = 81$ ,  $\sigma = 0$  (б).

$$а) \quad v_{\phi} = c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad \lambda_0 = \frac{c}{f} = 300 \text{ м};$$

$$б) \quad v_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{81}} = 3.333 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad \lambda = \frac{v_{\phi}}{f} = 33.33 \text{ м}.$$

Видно, что увеличение диэлектрической проницаемости и проводимости вещества приводит к уменьшению фазовой скорости и соответственно уменьшению длины волны в данном веществе.

Определим волновое сопротивление среды.

$$\dot{Z}_c = \sqrt{\frac{\mu \cdot \cos \Delta}{\varepsilon}} \cdot e^{i \frac{\Delta}{2}}.$$

Поскольку  $\text{tg} \Delta \approx 222 \gg 1$ , то  $\cos \Delta = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \Delta}} \approx \frac{1}{\text{tg} \Delta}$  и  $\Delta \approx 90^\circ$ .

$$\dot{Z}_c \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \text{tg} \Delta}} \cdot e^{i\pi/4} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{81 \cdot 222}} e^{i\pi/4} \approx 2.811 \cdot e^{i\pi/4} \text{ Ом}.$$

Полученное значение волнового сопротивления означает, что отношение амплитуд полей  $E$  и  $H$  составляет 2.811 Ом и электрическое поле опережает по фазе магнитное на  $45^\circ$ .

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1:

Найти вектор  $\vec{E}$  плоской электромагнитной волны, если:  
 $H = -y_0 \cdot H_m \cdot \sin(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ .

**ОТВЕТЫ:** 1.  $\vec{E} = \frac{\varepsilon \cdot \varpi}{k} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \sin(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ; 2.  $\vec{E} = \frac{k}{\varepsilon \cdot \varpi} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \cos(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ;

3.  $\vec{E} = -\frac{k}{\varepsilon \cdot \varpi} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \sin(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ; 4.  $\vec{E} = -\frac{\varepsilon \cdot \varpi}{k} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \cos(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ;

5.  $\vec{E} = \frac{k}{\varepsilon \cdot \varpi} \cdot \vec{z}_0 \cdot H_m \cdot \sin(\varpi \cdot t - k \cdot x)$ ;

#### ВОПРОС 2:

Мощность плоской электромагнитной волны уменьшается на метре пути в 20 раз. Какова постоянная затухания волны?

**ОТВЕТЫ:** 1.  $20 \text{ дБ/м}$ ; 2.  $15 \text{ дБ/м}$ ; 3.  $13 \text{ дБ/м}$ ; 4.  $26 \text{ дБ/м}$ ; 5.  $10 \text{ дБ/м}$ ;

**ВОПРОС 3:**

Вертикально поляризованная волна падает на границу раздела под углом Брюстера. Каким при этом будет коэффициент отражения?

**ОТВЕТЫ:** 1.  $\frac{1}{2}$ ; 2.  $\frac{1}{4}$ ; 3. 1; 4.  $\frac{1}{3}$ ; 5. 0;

**ВОПРОС 4:**

В каком направлении распространяется плоская электромагнитная волна, если она записывается в форме:  $\vec{H} = H_0 \cdot \vec{y}_0 \cdot e^{i \left( \omega \cdot t - \frac{2\pi}{2\lambda} \cdot x + \frac{2\pi \cdot \sqrt{3}}{2\lambda} \cdot z \right)}$  ?

**ОТВЕТЫ:** 1. Под углом  $30^\circ$  к оси  $-z$  и  $60^\circ$  к оси  $+x$  ;  
 2. Под углом  $60^\circ$  к оси  $+z$  и  $30^\circ$  к оси  $-x$  ;  
 3. Под углом  $60^\circ$  к оси  $+x$  и  $30^\circ$  к оси  $-z$  ;  
 4. Под углом  $30^\circ$  к оси  $-z$  и  $60^\circ$  к оси  $+y$  ;  
 5. Под углом  $30^\circ$  к оси  $-y$  и  $60^\circ$  к оси  $+x$  ;

**ВОПРОС 5:**

В каком отношении находятся мощности, переносимые волной с круговой поляризацией  $P_K$  и линейно поляризованной волной  $P_L$ , если амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей волн одинаковы?

**ОТВЕТЫ:** 1.  $P_K = P_L$  ; 2.  $P_K = 2 \cdot P_L$  ; 3.  $P_K = \frac{1}{2} \cdot P_L$  ; 4.  $P_K = \sqrt{2} \cdot P_L$  ; 5.  $P_K = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot P_L$  ;

**4.2.4. ТЕМА: Электромагнитные волны в направляющих системах**

**Задача**

В прямоугольном волноводе возбуждена волна типа  $H_{11}$ . Размеры поперечного сечения  $a$  и  $b$  (рис.1).

Требуется получить уравнение силовых линий электрического поля.

**Решение**

Электромагнитное поле является векторным полем и графически представляется линиями векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Выражение векторной линии  $\vec{E}$  в прямоугольной системе координат имеет вид

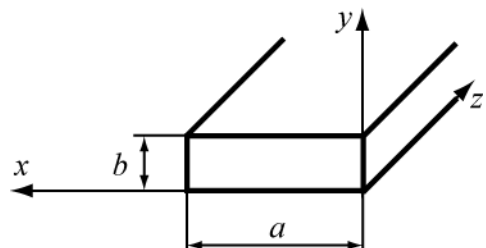


Рис.1.

$$\frac{dx}{E_x} = \frac{dy}{E_y} = \frac{dz}{E_z}. \quad (1)$$

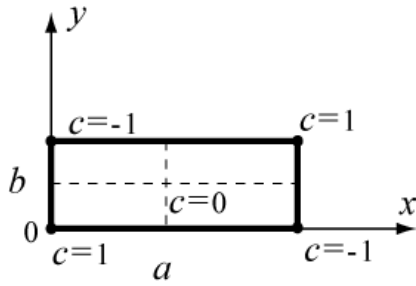


Рис.2

Для решаемой задачи проекции векторов электрического поля равны

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad E_y = \frac{j\omega\mu}{\chi^2} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad E_z = 0.$$

(2)

Из (1), согласно (2), уравнение векторной линии электрического поля волны  $H_{11}$  записывается в виде

$$E_y dx - E_x dy = 0.$$

(3)

Подставляя в (3) компоненты из (2), получим

$$\left\{ \frac{\partial H_z}{\partial x} dx + \frac{\partial H_z}{\partial y} dy \right\} = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) представляет полный дифференциал, т.е.  $dH_z = 0$ , решение которого с учетом для волны  $H_{11}$  должно иметь вид

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) = \text{const} = C \quad \text{или} \quad \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) = \text{const} = C \quad (5)$$

$$\text{или} \quad x = \frac{a}{\pi} \arccos \frac{C}{\cos\left(\frac{\pi}{b}y\right)} \quad (6)$$

Уравнение (6) является уравнением линии вектора  $\vec{E}$  волны  $H_{11}$ , лежащей в плоскости  $z = \text{const}$ , т.к. оно получается из уравнения силовых линий.

Как должно производиться построение силовых линий вектора  $\vec{E}$ ?

Силовая линия соответствует любому определенному значению постоянной  $C$ , которое может принимать, согласно (5), величину в пределах  $-1 \leq C \leq 1$ .

Каждому значению  $C$ , взятому в этих пределах, соответствует одна силовая линия электрического поля волны  $H_{11}$ .

Найдем линии вектора  $\vec{E}$  при некоторых значениях  $C$ .

**I. Пусть  $C=0$ .** Что представляет собой силовая линия вектора  $\vec{E}$  при  $C=0$ ? Физически – отсутствие поля  $E$  на этой линии, а местоположение точек этого

случая находится из (5). Если  $C=0$ , то  $\cos\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{\pi}{b}y\right) = 0$ ,

что имеет место только при

а).  $\cos \frac{\pi x}{a} = 0$ , т.е. при  $x = \frac{a}{2}$ ; а  $y \rightarrow$  любое значение в интервале от  $0-b$ ,

б).  $\cos \frac{\pi y}{b} = 0$ , т.е.  $y = \frac{b}{2}$ ; а  $x \rightarrow$  любое значение в

интервале от  $0-a$ .

**Вывод:** Если  $C=0$ , то векторными линиями будут две взаимно ортогональные линии, проходящие через координаты  $x = \frac{a}{2}$  и  $y = \frac{b}{2}$  (рис. 2).

**II. Пусть  $C = \pm 1$ .** Что представляет собой силовая линия поля при  $C = \pm 1$ ?

Как следует из (5) при

$$C = 1 : x = 0, y = 0 \quad \text{и} \quad x = a, y = b;$$

$$C = -1 : x = 0, y = b \quad \text{и} \quad x = a, y = 0.$$

Таким образом, при  $C = \pm 1$  силовые линии поля вырождаются в точки (рис. 2).

**III. Пусть значение  $C$  будет любым.** Например,  $C = \pm 0,2$ .

Тогда из (6) имеем 
$$x = \frac{a}{\pi} \arccos \frac{\pm 0,2}{\cos\left(\frac{\pi}{b} y\right)}$$

Изменяя координату  $y$  в пределах  $0 \leq y \leq b$ , получим координаты точек  $x$ , соответствующие заданной константе  $C$ .

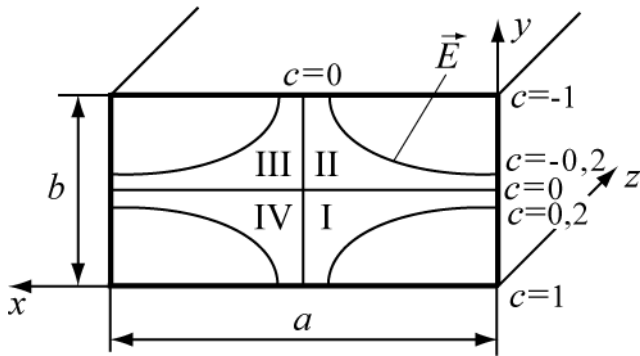


Рис.3

Семейство силовых линий поля  $E$  волны  $H_{11}$  на поперечном сечении прямоугольного волновода для этого случая изображено на рис. 3.

Следует заметить, что, в силу граничного условия  $E_{\tau} = 0$ , силовые линии вектора  $\vec{E}$  в точке соприкосновения со стенками волновода всегда ортогональны к стенкам.

Найдите сами силовые линии вектора  $\vec{A}$ , пользуясь (6), для значений  $C = \pm 0,5; \pm 0,7; \pm 0,9$ . Результаты расчета внесите в таблицу 1 (для примера приведен расчет при  $C = 0,6$ ) и изобразите их на рисунке поперечного сечения волновода.

Таблица 1

$C$	0,6					
$\cos \frac{\pi y}{b} = \cos \alpha_0$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$\alpha^0 = \frac{\pi}{b} y$				$44^0$	$53^0$	
Координата $y = \frac{\alpha^0 b}{180}$				0,24b	0,29b	
$C / \cos\left(\frac{\pi}{b} y\right)$				0,85	1	
$\arccos(C / \cos\left(\frac{\pi}{b} y\right)) = \psi$				$30^0$	$0^0$	
Координата $x = (a \cdot \psi) / \pi$				$1/6 \cdot a$	0	



В области I константа  $C$  (рис. 3) имеет положительное значение, например  $C=0,2$ , но значение  $y$  не превышает  $b/2$ .

В области II константа  $C$  имеет отрицательное значение, например,  $C=-0,2$ , но  $0,5 \cdot b < y < b$ , и  $\cos \frac{\pi y}{b} = \cos \alpha_0$  имеет отрицательные значения, а отношение  $\frac{C}{\cos(\pi y/b)}$  остается положительным. Угол  $\alpha^0 > 90^0$ , поэтому  $\cos(\pi y/b)$  удобно в этих случаях представлять в виде  $\cos(180^0 - \alpha)$ .

Если известно расположение силовых линий электрического поля волны, то можно изобразить линий магнитного поля на поперечном сечении волновода. Следует учесть, что линии полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  взаимно ортогональны.

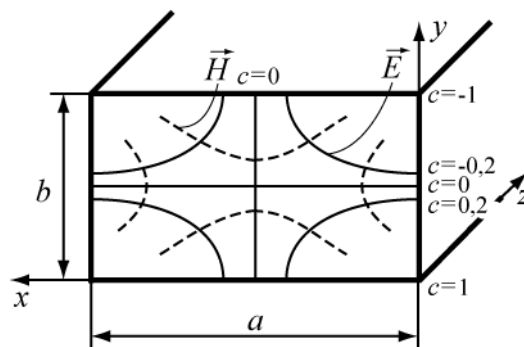


Рис.4

Поэтому, зная расположение силовых линий  $\vec{E}$  (или  $\vec{H}$ ), легко начертить семейство силовых линий  $\vec{H}$  (или наоборот), сохраняя их ортогональность в каждой точке. На рис. 4 представлены поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  волны типа  $H_{11}$ .

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1.

В волноводе с поперечными размерами  $2 * 1$  см длина распространяющейся волны  $\lambda=8$  см. Как следует изменить диэлектрическую проницаемость среды, заполняющей волновод, чтобы  $\lambda$  уменьшилась вдвое? Тип волны  $H_{10}$ .

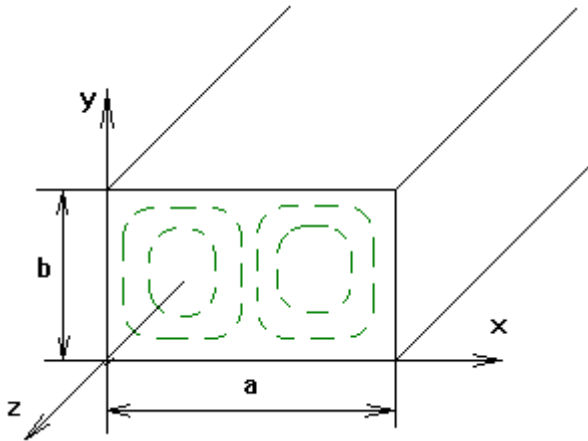
**ОТВЕТЫ:** 1.  $\epsilon_2=20\epsilon_1$ . 2.  $\epsilon_2=10\epsilon_1$ . 3.  $\epsilon_2=1,6\epsilon_1$ . 4.  $\epsilon_2=2\epsilon_1$ . 5.  $\epsilon_2=0,5\epsilon_1$ .

#### ВОПРОС 2.

В каком отношении находятся фазовые скорости  $v_\phi$  волн  $H_{11}$  и  $E_{11}$ , возбуждаемых в прямоугольном волноводе?

**ОТВЕТЫ:** 1.  $v_\phi H_{11} = \pi v_\phi E_{11}$ . 2.  $v_\phi H_{11} = 3v_\phi E_{11}$ . 3.  $v_\phi H_{11} = 2v_\phi E_{11}$ .  
4.  $v_\phi H_{11} = v_\phi E_{11}$ . 5.  $v_\phi H_{11} = 0,5v_\phi E_{11}$ .

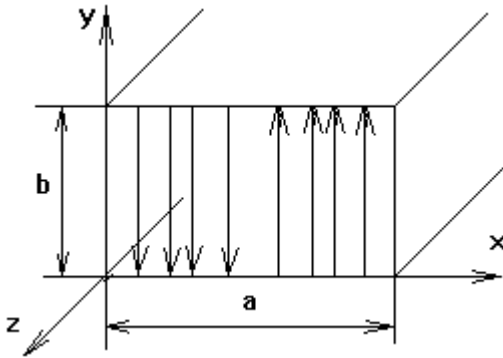
**ВОПРОС 3.** На рисунке изображено распределение силовых линий магнитного поля. Какому типу волны оно принадлежит?



**ОТВЕТЫ:** 1.  $E_{21}$  2.  $E_{12}$  3.  $H_{12}$  4.  $H_{21}$  5.  $H_{11}$

**ВОПРОС 4.**

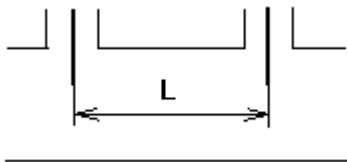
Какому типу волн принадлежит картина электрического поля, изображенного на рисунке?



**ОТВЕТЫ:** 1.  $E_{20}$  2.  $E_{02}$  3.  $H_{20}$  4.  $H_{02}$  5.  $H_{11}$

**ВОПРОС 5.**

В волновод с сечением  $2 \times 1 \text{ см}^2$  введены два возбуждающих штыря с противофазным питанием. На каком расстоянии они должны быть включены, чтобы наилучшим образом возбудить волну  $H_{10}$ , если  $\lambda = 3,2 \text{ см}$ ?



**ОТВЕТЫ:** 1.  $L = 2,65 \text{ см}$  . 2.  $L = 1,32 \text{ см}$  . 3.  $L = 5,3 \text{ см}$  . 4.  $L = 3,2 \text{ см}$  . 5.  $L = 1,6 \text{ см}$ .

#### 4.2.5. ТЕМА: Излучение электромагнитных волн. Элементарные излучатели

##### Задача №1

Найти амплитуду тока в диполе Герца и сопротивление излучения, если длина диполя 5 см и в точке с координатами  $r = 1\text{ км}$ ,  $\theta = \pi/2$  амплитуда напряженности электрического поля  $E_\theta = 10^{-4}\text{ В/м}$ . Частота колебаний 150 МГц.

##### Решение:

Определим излучаемую длину волны. Поскольку параметры среды не заданы, то будем полагать, что это – воздух (или вакуум)

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{150 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{с}}} = 2 \text{ м} .$$

Определим величину  $kr$  для оценки.  $kr = \frac{2\pi}{\lambda} r = \pi \cdot 10^3$ .

Поскольку  $kr \gg 1$ , то точка наблюдения находится в дальней зоне, запишем ее для амплитуды  $E_\theta$ , опуская фазовые множители  $i$  и  $e^{-ikr}$

$$E_\theta = \frac{kI_{\text{н}0} l W_0}{4\pi r} \sin \theta . \quad \text{Отсюда} \quad I_{\text{н}0} = \frac{4\pi r E_\theta}{k l W_0 \sin \theta} .$$

Подставляя значения  $r$ ,  $\theta$  и  $W_0 = 120 \pi \text{ Ом}$ , получим амплитуду тока в диполе  $I_{\text{см}} = \frac{1}{15\pi} \text{ А} \approx 2.12 \cdot 10^{-2} \text{ А}$ .

Сопротивление излучения диполя определяется как

$$R_\Sigma = \frac{2\pi W_0}{3} \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 = 5\pi^2 \cdot 10^{-2} \approx 0.5 \hat{\Omega} .$$

##### Задача №2

Диполь Герца длиной 1 м питается током частотой 1 МГц и амплитудой 2 А. Определить напряженности электрического и магнитного полей на расстоянии 10 м и 10 км и построить зависимости их амплитуд от углов  $\theta$  и  $\alpha$  при этих расстояниях.

##### Решение:

Аналогично решению предыдущей задачи, определим величины  $kr$  для двух значений  $r_1 = 10\text{ м}$  и  $r_2 = 10\text{ км}$ .

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{10^6} = 300 \text{ м} , \quad kr_1 = \frac{2\pi}{\lambda} r_1 \approx 0.209 , \quad kr_2 \approx 209 ,$$

Таким образом, расстояние  $r_1$  соответствует ближней зоне, а  $r_2$  – дальней.

Поля в ближней зоне с учетом, что для воздуха  $\frac{1}{\omega\epsilon} = \frac{W_0}{k}$  будет:

$$H_{\alpha} = \frac{I_{cm}}{4\pi r^2} \sin \theta = \frac{1 \cdot 2}{4\pi 10^2} \sin \theta \approx 1.59 \cdot 10^{-3} \sin \theta \text{ А/м},$$

$$\dot{E}_{\theta} = i \frac{I_{cm}}{4\pi\omega\epsilon r^3} \sin \theta = i \frac{I_{cm} W_0}{4\pi k r^3} \sin \theta = i \frac{9}{\pi} \sin \theta \approx i 2.86 \sin \theta \text{ В/м},$$

$$E_r = i \frac{I_{cm}}{2\pi\omega\epsilon r^3} \cos \theta = i \frac{I_{cm} W_0}{2\pi k r^3} \cos \theta = i \frac{18}{\pi} \cos \theta \approx i 5.73 \cos \theta \text{ В/м}.$$

Таким образом, на расстоянии 10 м от диполя будут присутствовать две компоненты вектора  $\vec{E}$  и одна – вектора  $\vec{H}$ . Их диаграммы направленности в ближней зоне в полярной системе координат имеют вид, приведенный на рис.1.

На рисунке 1 диполь выделен жирной линией. Следует обратить внимание на то, что в ближней зоне существует значительное продольное электрическое поле  $E_r$  и на сдвиг по фазе между полями  $E$  и  $H$ .

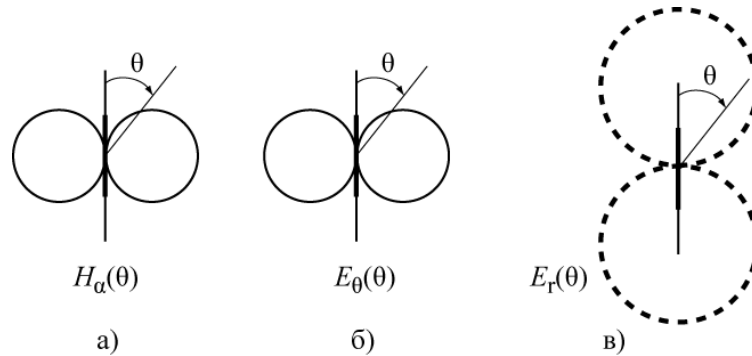


Рис. 1

Определим амплитуду  $H_{\alpha}$

$$H_{\alpha} = \frac{k I_{cm} l}{4\pi r} \sin \theta = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 1}{300 \cdot 4\pi \cdot 10^4} \sin \theta = 3.33 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \theta \text{ А/м}.$$

В дальней зоне электрическое поле имеет одну составляющую  $E_{\theta}$ , которую можно определить через  $H_{\alpha}$  и волновое сопротивление

$$E_{\theta} = W_0 \cdot H_{\alpha} = 120 \pi \cdot 3.33 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \theta = 1.256 \cdot 10^{-4} \cdot \sin \theta \text{ В/м}.$$

Диаграмма направленности в дальней зоне описывается функцией  $\sin \theta$  и имеет вид изображенный на рис. 1а для  $H_{\alpha}$  или рис. 1 б для  $E_{\theta}$ .

### Пример тестовых контрольных заданий

#### ВОПРОС 1.

Два диполя параллельны между собой и перпендикулярны линии, их соединяющей. Расстояние между ними  $L = 10 \lambda$ . Токи одинаковые по амплитуде и противофазные. На каком расстоянии  $r$  от первого диполя поле равно нулю?

**ОТВЕТЫ:** 1.  $r = 3 \cdot \lambda$ ; 2.  $r = 4 \cdot \lambda$ ; 3.  $r = 5 \cdot \lambda$ ; 4.  $r = 6 \cdot \lambda$ ; 5.  $r = 7 \cdot \lambda$ ;

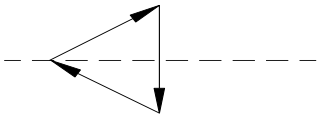
**ВОПРОС 2.**

Найти сопротивление излучателя диполя Герца при  $l = 5 \text{ см}$  и  $\lambda = 3 \text{ м}$ .  
Определить мощность излучения, если амплитуда тока в диполе равна  $10 \text{ А}$ .

**ОТВЕТЫ:** 1.  $R_{\Sigma} = 0,41 \text{ Ом}$  ;  $P_{\Sigma} = 5,8 \text{ Вт}$  ; 2.  $R_{\Sigma} = 0,37 \text{ Ом}$  ;  $P_{\Sigma} = 7,3 \text{ Вт}$  ;  
3.  $R_{\Sigma} = 0,31 \text{ Ом}$  ;  $P_{\Sigma} = 8,5 \text{ Вт}$  ; 4.  $R_{\Sigma} = 0,27 \text{ Ом}$  ;  $P_{\Sigma} = 9 \text{ Вт}$  ; 5.  $R_{\Sigma} = 0,22 \text{ Ом}$  ;  $P_{\Sigma} = 11 \text{ Вт}$  .

**ВОПРОС 3.**

Три диполя Герца составляют равносторонний треугольник. Токи синфазны одинаковыми амплитудами, их направления показаны на рисунке. Чему равно поле  $E$ , излучаемое всей системой в точке, расположенной на биссектрисе угла треугольника в дальней зоне?



**ОТВЕТЫ:** 1.  $E = 2E_0$  2.  $E = 1,5E_0$  3.  $E = E_0$  4.  $E = 0$  5.  $E = 3E_0$

**ВОПРОС 4.**

Найти магнитную составляющую поля излучения диполя Герца для  $l = 5 \text{ см}$  в экваториальной плоскости на расстоянии  $r = 2 \cdot 10^4 \text{ м}$  от диполя и при частоте  $f = 400 \text{ МГц}$ . Амплитуда тока  $I_m = 20 \text{ А}$ .

**ОТВЕТЫ:** 1.  $0,016 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$  2.  $0,021 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$  3.  $0,01 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$  4.  $0,015 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$  5.  
 $0,033 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}$

**ВОПРОС 5**

Найти сопротивление излучения диполя Герца при  $l = 5 \text{ см}$  и  $\lambda = 3 \text{ м}$ . Амплитуда тока в диполе равна  $10 \text{ А}$ .

**ОТВЕТЫ:** 1.  $R_{\Sigma} = 0,41 \text{ Ом}$  ; 2.  $R_{\Sigma} = 0,37 \text{ Ом}$  ; 3.  $R_{\Sigma} = 0,31 \text{ Ом}$  ; 4.  $R_{\Sigma} = 0,27 \text{ Ом}$  ; 5.  
 $R_{\Sigma} = 0,22 \text{ Ом}$  .

**4.2.6. Тема : Распространение радиоволн****Пример тестовых контрольных заданий****Вопрос 1.**

Определите мощность сигнала в приемной антенне при распространении радиоволн в свободном пространстве, если передающая антенна излучает сигнал мощностью  $100 \text{ Вт}$  и находится на расстоянии  $10 \text{ км}$  от приемной. Коэффициент направленного действия обеих антенн  $1000$ , длина радиоволны  $40 \text{ см}$ . (Считать  $\pi \approx 10$ ).

**Ответы:** 1.  $1 \text{ мВт}$  2.  $0,5 \text{ мВт}$  3.  $10 \text{ мВт}$  4.  $0,1 \text{ мВт}$

**Вопрос 2.**

Какой из приведенных параметров в формуле Шулейкина- Ван-дер-Поля называется численным расстоянием.

**Ответы:** 1.  $\rho = \pi \cdot r / \lambda \cdot |\varepsilon|$  2.  $\rho = \pi \cdot r^2 / \lambda \cdot |\varepsilon|$  3.  $\rho = \pi \cdot r^2 / \lambda^2 \cdot |\varepsilon|$  4.  $\rho = |\varepsilon| \cdot r / \lambda \cdot \pi$

### Вопрос 3

Определить критическую частоту для вертикально падающей на ионосферу волны. Максимальная электронная концентрация  $N_{\max} = 5 \cdot 10^6$  эл/см<sup>3</sup>

**Ответы:** 1. 20 МГц 2. 40 МГц 3. 80 МГц 4. 30 МГц

### Вопрос 4

Какая из приведенных формул является интерференционной формулой Введенского.

**Ответы:** 1.  $E_m = \frac{\sqrt{60 PD} \cdot 4\pi h_1 h_2}{\lambda \cdot r^2}$  2.  $E_m = \frac{\sqrt{60 PD} \cdot 4\pi h_1 h_2}{\lambda^2}$

### Вопрос 5

На какую величину различаются фазы волн, пришедших в точку приема из первой и пятой зон Френеля.

**Ответы:** 1.  $4\pi$  2.  $2\pi$  3.  $5\pi$  4.  $8\pi$

## 5. Курсовая работа

Курсовая работа - это первое самостоятельное исследование студента, оформленное с соблюдением общих требований и правил оформления. Курсовая работа является обязательной частью учебного плана и выполняется на основе индивидуального технического задания (ТЗ). По желанию студента работа может быть выполнена по реальной тематике. Задание выдается на четвертой неделе 4 семестра; сдача готовой работы на проверку – на 16 неделе. Отчетность о работе в течение семестра – по графику. Студент представляет для проверки результаты работы: полученные формулы, обоснование выбранных решений и расчеты. Объем пояснительной записки – 15-20 л. формата А4. Поощряется ритмичная работа в течение семестра и рациональное применение средств вычислительной техники и программных продуктов. Требования к структуре и оформлению проекта – по ОС ТУСУР 6.1.2013. Методические указания по выполнению курсовой работы приведены в [1].

### 5.1. Цель и задачи курсовой работы

Целью курсовой работы по дисциплине «Электродинамика и распространение радиоволн» является развитие и закрепление навыков применения теории электромагнитных полей для решения практических задач

при расчете установок или устройств. В процессе самостоятельной работы студентом (под руководством преподавателя) решаются следующие задачи:

- составление последовательности организационных мер и приемов при выполнении работ большого объема;
- изучение вопросов теории, необходимых для выполнения задания;
- наработка навыков получения из общей теории электромагнитного поля математической модели или формул для полного решения задачи;
- применение полученной математической модели или формул для решения конкретной задачи и обоснование конечных результатов;
- составление схемы установки и методики необходимых измерений;
- развитие навыков использования справочной литературы и поиска необходимых данных (включая источники в Интернет);

Курсовая работа выполняется по индивидуальным заданиям.

Общее руководство осуществляет преподаватель.

За проводимые в работе решения и правильность использования формул или математических моделей, за правильность расчета основных параметров и характеристик, за качество подготовки текстовых документов, а также за своевременность подготовки и защиты курсовой работы в целом отвечает студент. В процессе выполнения работы студент должен правильно организовать свой труд, регулярно работать над заданием, проявлять максимум инициативы и самостоятельности для решения поставленных задач.

## 5.2. Тематика курсовых работ

Тематика предлагаемых курсовых работ определяется рабочей программой по дисциплине «Электродинамика и распространение радиоволн» и может быть выделена в такие разделы:

1. Расчет планарных волноводов для распространения волн E или H типов в оптическом диапазоне волн.
2. Расчет диэлектрических волноводов круглого сечения для распространения волн типа - E или типа - H в оптическом диапазоне.
3. Расчет резонаторов для оптического диапазона волн.
4. Расчет многослойных диэлектрических зеркал для отражения и пропускания оптического диапазона волн.
5. Обыкновенные и необыкновенные волны в анизотропных средах (намагниченный феррит или плазма) и схема установки для обнаружения эффекта Фарадея или эффекта Коттона–Муттона.
6. Расчет электромагнитных полей в СВЧ установках разогрева диэлектриков полями бегущих и стоячих волн.
7. Расчет резонатора для измерения электродинамических параметров диэлектриков в заданном диапазоне частот.
8. Расчет и разработка элементарных вибраторов для исследования поляризационных характеристик радиоволн.
10. Расчет дифракции радиоволн на щелях (прямоугольных, круглых).

11. Плоские волны при анализе диода Ганна, условия распространения, усиления или генерации.

12. Разработка математической модели компьютерной лабораторной работы измерения электромагнитных полей элементарных вибраторов (разных типов) в ближней или дальней зонах.

13. Разработка математическая модели компьютерной лабораторной работы измерения коэффициентов отражения и преломления для различных сред и поляризаций электромагнитных полей.

Каждый раздел включает 3÷4 варианта заданий, отличающиеся параметрами слоев, типами волн, формой поперечного сечения электродинамической системы, рабочей частотой, выходными параметрами, величиной входных мощностей и т.д.

Наличие большого числа разделов позволяет учесть индивидуальные особенности студентов и стимулирует его интерес к выполняемой работе. Студентам с хорошей базовой подготовкой по физике, математике и информатике рекомендуется выбирать более сложные темы. Для тех тем, которые не рассматриваются в данном пособии, рекомендуемая для работы литература указана в перечне разделов.

В каждой работе студент должен выполнить графический материал, которым может быть, в соответствии с темой задания, либо эскизный чертеж электродинамической системы, либо структурная схема измерителя параметров, либо характеристики системы и структуры электромагнитных полей, построенные по разработанным компьютерным программам.

### **5.3. Содержание курсовой работы**

В результате выполнения курсовой работы студент должен получить представление обо всех этапах решения поставленной задачи: от использования общей теории (уравнения Максвелла, граничные условия, энергия поля, поляризация волн, выражения составляющих полей и т. д.) до получения требуемых формул для расчета или математической модели для последующего использования вычислительной техники; провести необходимые расчеты с использованием соответствующих данных по заданию, а в необходимых ситуациях дать оценку точности полученным результатам и соотношениям.

После получения задания по курсовой работе студент последовательно выполняет следующие этапы, входящие в рейтинговую систему оценки:

- анализ технического задания;
- составление схемы последовательности выполнения задания;
- выбор и обоснования метода решения задачи; выполнение основных расчетов предложенного варианта задания;
- выбор и обоснование использования программного обеспечения для расчета и построения основных характеристик;
- оформление курсовой работы;
- защита работы.



## **6. Контрольная работа (для студентов заочной формы обучения)**

В процессе изучения курса ЭД и РРВ студенты выполняют **контрольную работу**, включающую семь заданий.

Самостоятельное выполнение контрольных работ способствует более глубокому и конструктивному усвоению теоретического материала курса и развитию необходимых инженеру навыков применения теории для практических задач.

Задачи в каждом варианте составлены таким образом, что они охватывают основные разделы курса в той последовательности, как эти разделы изложены в программе. Поэтому выполнение контрольных работ целесообразно производить параллельно с изучением материала, указанного в соответствующих разделах программы.

Решение каждой задачи должно содержать необходимый минимум пояснений и рассуждений, а также ссылки на используемую литературу и применяемые формулы, если они получены в указанном пособии. Студент приводит выводы формул, если это требуется условием задачи. Решение задач заканчивается краткими выводами, сопровождается графиками или рисунками, при необходимости. К графикам должны быть приложены достаточно подробные таблицы вычислений.

На обложке контрольной работы необходимо указать:

- 1) фамилию и инициалы;
- 2) шифр студенческого билета;
- 3) наименование дисциплины и номер контрольного варианта.

Условия задач перед решением переписываются полностью.

При проведении каждого конкретного расчета необходимо указать его цель и привести расчетную формулу со ссылкой на литературу. Затем подставляются численные значения известных величин и подробно производятся все вычисления. Конечный результат приводится с указанием размерности.

Контрольные работы составлены в десяти вариантах (от 0 до 9). Номер варианта определяется последней цифрой шифра студенческого билета каждого студента (или, что - то же самое, номером его зачётной книжки). Варианты контрольных заданий приведены ниже.

### **6.1. Варианты контрольных заданий**

#### **Вариант 0**

1. Записать первые два уравнения Максвелла в цилиндрической системе координат по компонентам.

2. Определить поверхностную плотность заряда, индуцированного на внутренней поверхности проводящей сферы радиуса  $r=2$  [м] точечным зарядом  $q=1$ [Кл], расположенным в центре.
3. Определить магнитную энергию единицы длины коаксиального кабеля, имеющего размеры  $R_1=7$ мм и  $R_2=18$  мм, по которому течет постоянный ток  $I=5$  [А].
4. Найти мгновенное и среднее значение вектора Пойнтинга, а также величины волнового числа, длины волны и фазовой скорости плоской волны, распространяющейся в идеальном диэлектрике с параметрами  $\epsilon_r=3$ ,  $\mu_r=1$ , если амплитуда вектора  $\vec{E}=20$  мВ/м, частота сигнала 40 МГц. Построить зависимость  $\vec{E}=\vec{E}(z)$  при  $t=5$ с и  $0<z<300$ м (фаза вектора  $\vec{E}$  при  $t=0$  с и  $z=0$  м равна  $45^\circ$ ).
5. Плоская волна горизонтальной поляризации наклонно падает из диэлектрика с параметрами  $\epsilon=16\epsilon_0$ ,  $\mu=\mu_0$ ,  $\sigma=0$  на плоскую границу с вакуумом. Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов преломления и отражения от угла падения. Найти угол полного внутреннего отражения и сделать выводы о распространении волны в обеих средах.
6. Найти длину электрического диполя Герца, необходимую для создания в вакууме на расстоянии  $1000$  м в направлении максимального излучения напряженности электрического поля с амплитудой  $0,05$  В/м . если рабочая частота  $f=5\cdot 10^3$  Гц , а ток в диполе  $I=12$  А .
7. По прямоугольному волноводу, имеющему размеры поперечного сечения  $a\times b=28\times 12$  мм<sup>2</sup>, на волне типа  $H_{10}$  и частоте  $f=10$  ГГц передается мощность  $100$  Вт (на входе). Определить мощность на выходе волновода, если его длина  $10$  м, а материал волновода – серебряная медь.

### Вариант 1

1. Записать первые два уравнения Максвелла в сферической системе координат по компонентам.
2. Определить угол наклона силовых линий электрического поля во второй среде к границе раздела, если в первой среде он равен  $45^\circ$ , диэлектрические параметры сред  $\epsilon_{r1}=3$ ;  $\epsilon_{r2}=6$ ; поверхностный заряд на границе отсутствует.
3. Определить мощность, передаваемую по коаксиальному кабелю, если напряженности электрического и магнитного полей в нем изменяются по закону
 
$$\vec{E} = \vec{r}_0 \frac{u}{2\pi r}; \quad \vec{H} = \vec{\alpha}_0 \frac{I}{2\pi r};$$
 где  $r$  - независимая переменная,  $\vec{r}_0$ ,  $\vec{\alpha}_0$  -единичные векторы в цилиндрической системе координат; центральная жила кабеля имеет радиус  $a=6$ мм; экран – радиус  $b=14$ мм.

4. В идеальном диэлектрике с параметрами  $\epsilon_r = 5$ ,  $\mu_r = 3$ , распространяется плоская волна на частоте 200 МГц. Найти величины волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. В обоих случаях вычислить амплитуду вектора  $\vec{E}$ , если амплитуда вектора  $\vec{H}$  равна 0,5 А/м. Построить зависимость  $\vec{H} = \vec{H}(z)$  при  $t = 10$  с; изменяя расстояние от  $0 < z < 300$  м; фаза вектора  $\vec{H}$  при  $t = 0$  с и  $z = 0$  м равна  $60^\circ$ .
5. Плоская волна горизонтальной поляризации наклонно падает из среды с параметрами  $\epsilon = 8 \epsilon_0$ ,  $\mu = 3 \mu_0$ ,  $\sigma = 0$  на плоскую границу с вакуумом. Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов прохождения и отражения от угла падения, изменяя его от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . Найти угол полного внутреннего отражения.
6. Диполь Герца длиной 1 см возбуждается на частоте 100 МГц током с амплитудой 1 А. Определить амплитуды напряженности электрического и магнитного полей в экваториальной плоскости вибратора на расстоянии 1000 м от него.
7. В круглом волноводе диаметром 5 см, заполненном диэлектриком, распространяется волна основного типа Н<sub>11</sub>. Частота колебаний 3 ГГц. Определить диэлектрическую проницаемость вещества, заполняющего волновод, если фазовая скорость волны в волноводе равна скорости света в свободном пространстве.

## Вариант 2

1. В идеальном диэлектрике существует электромагнитное поле, заданное вектором электрического поля:  $\vec{E} = \vec{z}_0 E_z(r) \cos \omega t$ , явная зависимость которого от  $r$  неизвестна. Найти напряженность магнитного поля  $H(r)$ , соответствующего заданному вектору. Система координат цилиндрическая.
2. Определить напряженность магнитного поля на расстоянии 20 см от центра прямолинейного круглого провода радиуса 0,7 см, по которому протекает постоянный ток  $I = 12$  А.
3. В сферическом объеме радиуса  $R$  равномерно распределён гармонически изменяющийся заряд с объёмной плотностью  $\rho = 8 \cos \omega t$ . Удельная проводимость среды равна  $\sigma \frac{1}{\rho_i \cdot i}$ . Определить ток проводимости, связанный с этим зарядом, и энергию электрического поля в объеме.

4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\epsilon_r = 15$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 2 \frac{\tilde{N}i}{i}$ , распространяется плоская волна на частоте 300 МГц. Найти величины комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается 100 раз.
5. Плоская волна горизонтальной поляризации падает из вакуума на плоскую границу с идеальным диэлектриком ( $\epsilon = 6 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ ) под углом  $45^\circ$ . Определить под каким углом должна падать на эту же границу волна вертикальной поляризации, чтобы угол преломления уменьшился в два раза.
6. Электрический диполь Герца, имеющий длину  $l = 0,01 \lambda$ , излучает в свободном пространстве (вакуум) сигнал с мощностью  $15 \text{ мВт}$ . Определить максимальные амплитуды векторов электрического и магнитного полей вибратора на расстоянии  $10 \text{ км}$  от него.
7. По медному волноводу круглого сечения, имеющему радиус  $a = 16 \text{ м}$ , на волне типа  $H_{11}$  и частоте  $f = 10 \text{ МГц}$  передается мощность  $10 \text{ кВт}$ . Потерями в волноводе можно пренебречь. Определить амплитуды тока смещения и поперечного тока проводимости.

### Вариант 3

1. Вычислить  $\text{div}[\vec{r}, \vec{E}]$ , где  $\vec{E} = \frac{A \cdot \vec{r}^0}{r}$  -вектор напряженности электрического поля, не зависит от времени,  $A$  –постоянная величина,  $r$ -радиус-вектор точки в цилиндрической системе координат.
2. На границе (плоскость  $xOz$ ) раздела двух сред векторы  $\vec{D}_I$  и  $\vec{D}_{II}$  имеют вид  $\vec{D}_I = (2\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0 + 4\vec{z}_0) \cdot \epsilon_0$  ;  $\vec{D}_{II} = (4\vec{x}_0 + 5\vec{y}_0 + 8\vec{z}_0) \cdot \epsilon_0$  . Определить напряженности электрического поля в этих средах. С какими средами, с точки зрения материальных уравнений, мы имеем здесь дело?
3. Определить плотность энергии и напряженность электрического поля, создаваемые объемным зарядом плотности  $\rho = \rho_0 r$ , размещенным в цилиндре радиуса  $a$ , на расстоянии  $a/2$  и  $3a$  от оси цилиндра. Внутри цилиндра диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1 = 2 \epsilon_0$ , а снаружи  $\epsilon_2 = \epsilon_0$ .
4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\epsilon_r = 5$ ,  $\mu = 50 \mu_0$ ,  $\sigma = 10^6 \tilde{N}i / i$ , распространяется плоская волна на частоте 200 МГц. Найти величины комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается 1000 раз.
5. Плоская волна вертикальной поляризации наклонно падает из вакуума на плоскую границу диэлектрика с параметрами  $\epsilon = 10 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ .

- Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов преломления и отражения от угла падения.
6. Элементарный магнитный излучатель (круглый виток диаметром  $0,5\text{ м}$ ) возбуждается в вакууме на частоте  $f = 30 \text{ МГц}$  током с амплитудой  $15 \text{ А}$ . Найти мощность и сопротивление излучения его.
7. Для волновода круглого сечения, имеющего радиус  $a = 44 \text{ мм}$ . Найти значение критической частоты на волне типа  $H_{01}$  и рабочей частоте  $f = 12 \text{ МГц}$ . Найти также величины: фазовой постоянной распространения, длины волны в волноводе, характеристического сопротивления, фазовой и групповой скоростей. Потерями в волноводе пренебречь.

#### Вариант 4

1. Найти выражение для вектора объемной плотности тока, если
- $$\vec{H} = \vec{\alpha}_0 \frac{I}{2\pi a^2} r \quad \text{при } r < a ;$$
- $$\vec{H} = \vec{\alpha}_0 \frac{I}{2\pi r} \quad \text{при } r > a ; \quad \text{где } I, a = \text{const} .$$
2. Определить плотность энергии и напряженность электрического поля, создаваемые объемным зарядом плотности  $\rho = \rho_0 r^2$ , размещенным в шарике радиуса  $a$ , на расстоянии  $a/2$  и  $2a$  от центра шарика. Внутри шарика диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_1 = 5\epsilon_0$ , а снаружи  $\epsilon_2 = 2\epsilon_0$ .
3. Вычислить величину электродвижущей силы в прямоугольной рамке, имеющей размерами  $a \times b$ , в которой протекает ток  $I = I_0 \cos \omega t$ . Рамка расположена на расстоянии  $r$  от прямолинейного бесконечного проводника.
4. В диэлектрике типа сухой почвы, имеющей параметры  $\epsilon_r = 4$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 10^{-3} \frac{\text{Нд}}{\text{м}}$ , распространяется плоская волна на частоте  $20 \text{ МГц}$ . Найти величины комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^5$  раз.
5. Плоская волна вертикальной поляризации наклонно падает из вакуума на плоскую границу диэлектрика с параметрами  $\epsilon = 6\epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ . Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов преломления и отражения от угла падения. Найти угол Брюстера.
6. Щелевой элементарный излучатель при частоте  $10^6 \text{ Гц}$  создает в вакууме на расстоянии  $20 \text{ м}$  в направлении максимального излучения поток энергии плотностью  $10^{-6} \text{ Вт/м}^2$ . Найти напряженность электрического поля между краями щели, если ее длина  $l = 10 \text{ мм}$ , а ширина  $d = 1 \text{ мм}$ .
7. По прямоугольному волноводу, имеющему размеры поперечного сечения  $a \times b = 23 \times 10^{-2} \text{ м}^2$ , на волне типа  $H_{10}$  и частоте  $f = 10 \text{ МГц}$  передается

мощность  $10 \text{ Вт}$ . Найти максимальное значение вектора магнитного поля на оболочке волновода, материал волновода - медь.

### Вариант 5

1. Вычислить дивергенцию вектора магнитного поля

$$\vec{H} = \vec{\alpha}_0 \frac{A}{R}, \quad R > 0, \quad A = \text{const}.$$

2. Определить плотность энергии и величину напряженности электрического поля, создаваемые объемным зарядом плотности  $\rho = \rho_0 r^{-1}$ , размещенным между двумя коаксиальными диэлектрическими цилиндрами радиуса  $a$  и  $b$  на расстоянии  $2a$  и  $2b$  от оси цилиндра. Внутри цилиндра диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_1 = 3\varepsilon_0$ , а снаружи  $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0$ .
3. Анизотропный диэлектрик имеет диэлектрическую проницаемость

$$\|\varepsilon\| = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \alpha & 0 \\ \alpha & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{bmatrix}. \text{ К нему приложено поле } \vec{E} = \vec{x}^0 E_x + \vec{z}^0 E_z.$$

Найдите выражение для вектора электрического смещения  $\vec{D}$ . Определите угол между векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ .

4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\varepsilon = 5\varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 10^{-3} \frac{\text{Нл}}{\text{л}}$ ,

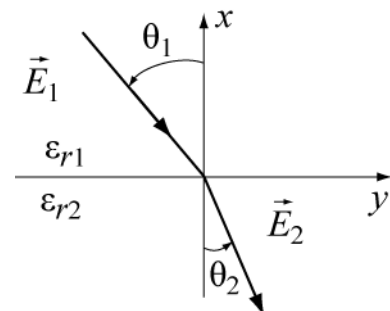
распространяется плоская волна на частоте  $30 \text{ МГц}$ . Найти величины: комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^4$  раз.

5. Плоская волна распространяется в среде с параметрами  $\varepsilon = 16\varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ , имеет амплитуду электрического поля  $\vec{E} = 50 \hat{A} / \text{л}$ , частоту  $f = 10 \text{ лАв}$  и падает нормально на плоскую поверхность среды, с параметрами  $\varepsilon_2 = 10\varepsilon_0$ ,  $\mu_2 = 2\mu_0$ ,  $\sigma_2 = 0$ . Определить амплитуды векторов электрического и магнитного полей отраженной и прошедшей волны, а также амплитуду вектора магнитного поля падающей волны.
6. Элементарный магнитный излучатель работает на частоте  $3 \text{ МГц}$ . Ток в витке  $10 \text{ А}$ , площадь витка  $0,6 \text{ м}^2$ . Найти удельные объемные плотности электрической и магнитной энергий в дальней зоне диполя и величину мощности излучения.
7. Найти полный ток проводимости, протекающий через поперечное сечение цилиндрического волновода, работающего на волне типа  $E_{01}$ .

Радиус волновода 18 мм, рабочая частота 10 ГГц. Передаваемая по медному волноводу мощность равна 5 Вт.

### Вариант 6

1. Вычислить ротор вектора  $\vec{H} = \vec{\alpha}_0 H_0 \sin \theta \frac{e^{-ikR}}{R}$ ,  $R > 0$ ,  $k = \text{const}$ .
2. Определить плотность энергии и напряженность электрического поля, создаваемые объемным зарядом плотности  $\rho = \rho_0 r^{-1}$ , размещенным между концентрическими сферами радиуса  $a$  и  $b$ , на расстоянии  $3b$  от центра сфер. Между сферами диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_1 = 6\varepsilon_0$ , а снаружи  $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0$ .
3. Два диэлектрика, обладающие относительными диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_{r1}$  и  $\varepsilon_{r2}$  имеют плоскую границу раздела. Вектор  $\vec{E}$  электрического поля в первой среде образует угол  $\theta_1$  с осью  $z$ . Найти вектора  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  во второй среде и угол преломления  $\theta_2$ . Численный ответ привести для  $\varepsilon_{r1}=3$ ,  $\varepsilon_{r2}=5$ ,  $E_1=10$  В/м,  $\theta_1=30^\circ$ .
4. В идеальном диэлектрике с параметрами  $\varepsilon=10\varepsilon_0$ ,  $\mu=\mu_0$ , распространяется плоская волна на частоте 300 МГц. Найти величины волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. В обоих случаях вычислить амплитуду вектора  $\vec{E}$ , если амплитуда вектора  $\vec{H}$  равна 1 А/м. Построить зависимость  $\vec{H}=\vec{H}(z)$  при  $t=10$ с; изменяя расстояние от  $0 < z < 300$ м; фаза вектора  $\vec{H}$  при  $t=0$  с и  $z=0$  м равна  $45^\circ$ .
5. Плоская волна из вакуума нормально падает на идеально проводящую плоскость. Рабочая частота падающей волны 500 МГц, амплитуда магнитного поля  $\vec{H} = 15$  А/м. Найти плотность поверхностного тока на границе раздела, амплитуды векторов электрического и магнитного полей в их пучности, а также расстояние от границы до ближайших к ней узлов электрического и магнитного полей.
6. Вычислить среднюю во времени плотность потока энергии в поле элементарного электрического излучателя, расположенного в вакууме, на расстоянии 500 м, если амплитуда тока 15 А, его длина  $l = 0,03\lambda$ . Найти излучаемую диполем мощность.
7. По прямоугольному медному волноводу, имеющему размеры поперечного сечения  $a \times b = 23 \times 10^{-2}$  м, передается мощность 100 Вт на волне типа  $H_{10}$  и частоте  $f = 9$  ГГц.



Найти амплитуды векторов электрического поля и магнитного поля вблизи оболочки волновода.

### Вариант 7

1. Вычислить ротор вектора  $\vec{E} = \vec{\alpha}_0 E_0 \frac{1}{R^2}$ ,  $R > 0$ ,  $E_0 = const$ .
2. Определить поверхностную плотность заряда, индуцированного на внешней поверхности внутреннего проводника коаксиальной линии, внутренний радиус которой  $r=0,2$  [м], а внешний  $R=0,5$  [м] зарядом  $q=1$  [Кл], расположенным на внешнем цилиндре.
3. Выражение электрического поля в свободном пространстве известно  $\vec{E} = E_0 (\vec{x}^0 y - \vec{y}^0 x) \cos \omega t$ . Определить магнитное поле  $\vec{H}$  и удельную энергию электрического и магнитного полей.
4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\epsilon=15 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 10^{-2} \frac{Cm}{m}$ , распространяется плоская волна на частоте 30 МГц. Найти величины: комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^3$  раз.
5. Плоская волна горизонтальной поляризации падает из вакуума на плоскую границу с идеальным диэлектриком ( $\epsilon = 6 \epsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 0$ ) под углом  $60^\circ$ . Определить под каким углом должна падать на эту же границу волна вертикальной поляризации, чтобы коэффициент прохождения остался прежним.
6. Найти для элементарного электрического диполя длиной 10 см составляющие поля в экваториальной плоскости на расстоянии а) 1м; б) 1км, если частота колебаний составляет 30 МГц.
7. В круглом волноводе радиуса  $a=6$  см, предназначенном для СВЧ разогрева диэлектриков, распространяется волна типа  $E_{01}$ . Частота колебаний 2,45 ГГц, передаваемая по волноводу мощность 2 кВт. Определить максимальное значение продольной составляющей напряженности электрического поля.

### Вариант 8

1. Вычислить ротор вектора  $\vec{E} = \vec{y}_0 E_0 \sin \frac{\pi x}{a} e^{-i\tilde{A}z}$ ,  $a, \tilde{A}, E_0 = const$ .
2. Две полубесконечные магнитные среды, 1-ая изотропная и 2-ая анизотропная, имеют плоскую границу раздела, которая проходит через

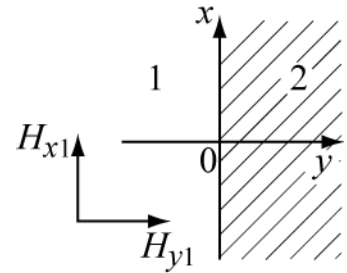


$y=0$ , координатная поверхность зох.  
Проводимости сред равны нулю. В первой среде  
существует магнитное поле

$$\vec{H} = \vec{x}^0 H_{x1} + \vec{y}^0 H_{y1} + \vec{z}^0 H_{z1}.$$

Параметры сред:

$$\mu_1 = \mu_0; \quad \|\mu_2\| = \begin{bmatrix} \mu_0 & -\alpha & 0 \\ +\alpha & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0$$



Определить магнитное поле во второй среде.

3. Электрон, летящий вдоль оси Z со скоростью  $V = 10^6$  м/с, попадает в зону, где одновременно существуют стационарное электрическое и магнитное поля, имеющие вид:  $\vec{E} = \vec{x}_a E_x$  и  $\vec{B} = \vec{y}_0 B_y$ , где  $E_x = 1 \cdot 10^3$  В/м;  $B_y = 4$  мТл. Определить величину силы, действующей на электрон.

4. В диэлектрике, имеющем параметры  $\varepsilon = 15 \varepsilon_0$ ,  $\mu = \mu_0$ ,  $\sigma = 10^{-4} \frac{\tilde{N}i}{i}$ ,

распространяется плоская волна на частоте 800 МГц. Найти величины: комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^4$  раз.

Плоская волна горизонтальной поляризации наклонно падает из среды с параметрами  $\varepsilon = 8 \varepsilon_0$ ,  $\mu = 3 \mu_0$ ,  $\sigma = 0$  на плоскую границу с вакуумом. Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов прохождения и отражения от угла падения, изменяя его от 0° до 90°. Найти угол полного внутреннего отражения.

Диполь Герца длиной 1 см возбуждается на частоте 100 МГц током с амплитудой 1 А. Определить амплитуды напряженности электрического и магнитного полей в экваториальной плоскости вибратора на расстоянии 1000 м от него.

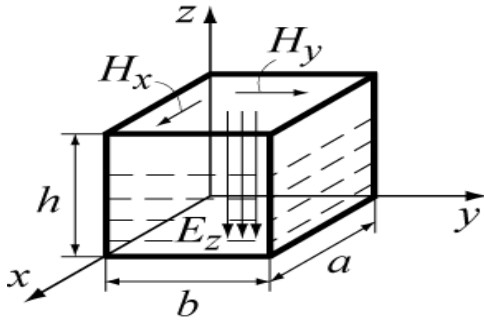
В круглом волноводе диаметром 5 см, заполненном диэлектриком, распространяется волна основного типа Н<sub>11</sub>. Частота колебаний 3 ГГц. Определить диэлектрическую проницаемость вещества, заполняющего волновод, если фазовая скорость волны в волноводе равна скорости света в свободном пространстве.

## Вариант 9

1. Вычислить градиент функции  $U = A \frac{\cos \theta}{R^2}$ ,  $A = const$ .
2. Показать, что из дифференциальных уравнений Максвелла для диэлектрика в отсутствии свободных зарядов и сторонних источников

получаются волновые уравнения для векторов электромагнитного поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ .

3. В полном металлическом объеме, заполненном воздухом, существует электромагнитное поле, представленное векторами  $\vec{E} = \vec{z}^0 E$  и  $\vec{H} = \vec{x}^0 H_x + \vec{y}^0 H_y$ , где проекции векторов имеют вид:



$$E_z = -E_{y_0} \sin \frac{\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y \cos \omega t,$$

$$H_x = -H_{x_0} \sin \frac{\pi}{a} x \cos \frac{\pi}{b} y \sin \omega t,$$

$$H_y = H_{y_0} \cos \frac{\pi}{b} y \sin \frac{\pi}{a} x \sin \omega t.$$

Определить энергию электрического поля в объеме и найти поверхностный заряд на внутренних металлических стенках объема и токи, протекающие по его боковым стенкам.

4. Плоская волна (частотой 200 МГц) распространяется в проводящей среде, имеющей параметры  $\epsilon_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\sigma = 10^7 \frac{\tilde{N}i}{i}$ . Найти величины комплексного волнового числа, длины волны и фазовой скорости. Сравнить эти величины с таковыми для вакуума. Определить расстояние, на котором амплитуда поля уменьшается  $10^3$  раз.
5. Плоская волна горизонтальной поляризации наклонно падает из среды с параметрами  $\epsilon = 10\epsilon_0$ ,  $\mu = 10\mu_0$ ,  $\sigma = 0$  на плоскую границу с вакуумом. Рассчитать и построить графики зависимостей коэффициентов прохождения и отражения от угла падения, изменяя его от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . Найти угол полного внутреннего отражения.
6. Магнитный излучатель диаметром 0,3 м возбуждается током 0,4 А на частоте 50 МГц и расположен в свободном пространстве. Найти амплитуду напряженности магнитного и электрического полей в плоскости рамки на расстоянии 10 км и излучаемую мощность.
7. Амплитудное значение напряженности электрического поля на волне типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе сечением  $a \times b = 50 \times 25$  мм<sup>2</sup> составляет  $10^5$  В/м на частоте  $7,5 \cdot 10^9$  ГГц. Определить величину амплитуды тока смещения и максимальную величину напряженности магнитного поля поперечной составляющей.

## 7. Экзаменационные вопросы

Подготовка к экзаменам содействует систематизации, обобщению и

закреплению знаний, устранению пробелов, возникающих в процессе учебных занятий, и должна вестись в течение всего семестра. Организация самостоятельной работы в семестре является залогом успешной сдачи зачетов и экзаменов.

## 7.1.Перечень экзаменационных вопросов

### 1.Интегральные и дифференциальные уравнения электромагнетизма

- 1.1. Определение электромагнитного поля
- 1.2. Векторы электрического поля
- 1.3. Векторы магнитного поля
- 1.4. Закон Ома в дифференциальной форме.
- 1.5. Полный ток
- 1.6. Классификация сред, материальные уравнения
- 1.7. Уравнения Максвелла в дифференциальной и интегральной формах
- 1.8. Первое уравнение Максвелла: полный ток и магнитное поле
- 1.9. Второе уравнение Максвелла: Обобщенный закон электромагнитной индукции
- 1.10. Третье уравнение Максвелла: Электрическое поле и заряды
- 1.11. Четвертое уравнение Максвелла: Непрерывность линий вектора  $\vec{B}$
- 1.12. Граничные условия для электромагнитного поля. Нормальные и тангенциальные составляющие векторов поля.
- 1.13. Граничные условия для нормальных составляющих электрического поля
- 1.14. Граничные условия для нормальных составляющих магнитного поля
- 1.15. Граничные условия для тангенциальных составляющих магнитного поля
- 1.16. Граничные условия для тангенциальных составляющих электрического поля
- 1.17. Монохроматические поля, метод комплексных амплитуд .
- 1.18. Уравнения Максвелла для гармонических колебаний. Комплексные проницаемости.
- 1.19. Лемма Лоренца.
- 1.20. Принцип перестановочной двойственности.

### 2. Энергия электромагнитного поля

- 2.1. Энергия электромагнитного поля
- 2.2. Закон Джоуля–Ленца и превращение энергии
- 2.3. Уравнение баланса энергии для электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга.
- 2.4. Движение энергии в электромагнитном поле
- 2.5. Средний баланс энергии в случае гармонических колебаний.

### 3. Электростатическое поле

- 3.1. Характер электростатического поля, градиент, потенциал
- 3.2. Уравнения Максвелла для электростатического поля

- 3.3. Электростатический потенциал
- 3.4. Уравнения для электростатического потенциала.
- 3.5. Граничные условия в электростатике
- 3.6. Методы решения задач электростатики

#### **4. Плоские электромагнитные волны в различных средах**

- 4.1. Уравнение Гельмгольца для среды без потерь. Его решения. Волновое число и волновой вектор. Фронт волны.
- 4.2. Уравнения Максвелла для плоской однородной волны. Взаимная ориентация векторов поля и волнового вектора в среде без потерь. Волновое сопротивление.
- 4.3. Поляризация плоской электромагнитной волны.
- 4.4. Электромагнитные волны в средах с потерями. Коэффициент затухания.
- 4.5. Волновое число в поглощающих средах. Волны в диэлектрике. Волны в проводнике. Поверхностный эффект.
- 4.6. Распространение электромагнитных волн в гиротропных средах. Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости анизотропной среды.

#### **5. Граничные задачи электродинамики**

- 5.1. Нормальное падение плоской волны на границу двух сред. Формулы Френеля.
- 5.2. Наклонное падение плоской волны на границу двух сред. Законы Снеллиуса Формулы Френеля. Угол Брюстера.
- 5.3. Явление полного внутреннего отражения и его применение. Неоднородные плоские волны.
- 5.4. Падение плоской электромагнитной волны на диэлектрическое полупространство с потерями.. Приближенные граничные условия Леонтовича.

#### **6. Электромагнитные волны в направляющих системах**

- 6.1. Понятие о направляющих системах. Условия распространения электромагнитных волн в направляющих системах. Критическая частота, длина волны в линии передачи, фазовая скорость.
- 6.2. Связь между продольными и поперечными составляющими поля в однородной направляющей системе
- 6.3. Классификация направляемых волн.
- 6.4. Прямоугольный металлический волновод. Волны типа E, их характеристики и структура поля.
- 6.5. Прямоугольный металлический волновод. Волны типа H, их характеристики и структура поля.
- 6.6. Основная волна прямоугольного волновода, ее характеристики, структура поля и токов. Мощность, переносимая основной волной через поперечное сечение волновода.
- 6.7. Круглые волноводы. Волна основного типа и ее характеристики.
- 6.8. Волноводы с волнами типа T. Коаксиальный и полосковый волноводы.

## **7. Электромагнитные колебания в объемных резонаторах**

7.1. Накопление энергии в объеме. Резонатор и направляющая структура

7.2. Резонансная частота и добротность объемных резонаторов

## **8. Излучение электромагнитных волн. Элементарные излучатели**

8.1. Уравнения Максвелла для области, содержащей источник. Неоднородные волновые уравнения

8.2. Электродинамические потенциалы. Решение уравнений для электродинамических потенциалов.

8.3. Элементарный электрический излучатель

8.4. Исследование поля электрического диполя. Поле в ближней зоне

8.5. Исследование поля электрического диполя. Поле в дальней зоне

8.6. Элементарный магнитный излучатель

## **9. Дифракция электромагнитных волн**

9.1. Понятие явления дифракции электромагнитных волн. Приближение Гюйгенса-Кирхгофа в описании явления дифракции. Зоны Френеля.

9.2. Область пространства, существенная при распространении радиоволн.

## **10. Распространение электромагнитных волн вблизи поверхности Земли**

10.1. Классификация моделей радиотрасс над земной поверхностью.

10.2. Поле излучателя, поднятого над плоской поверхностью. Интерференционная формула и формула Введенского.

10.3. Учет сферичности Земли при распространении радиоволн в зоне освещенности. Приведенные высоты.

10.4. Рассеяние радиоволн шероховатыми поверхностями. Критерий Рэлея.

10.5. Структура поля излучения вертикального диполя при низко расположенных антеннах.

10.6. Расчет вертикальной составляющей поля при низко расположенных антеннах. Формула Шулейкина-Ван-дер-Поля.

10.7. Распространение радиоволн при низко расположенных антеннах над неоднородной трассой. Береговая рефракция.

## **11. Тропосферное и ионосферное распространение радиоволн**

11.1. Состав и электрические параметры тропосферы. Индекс преломления

11.2. Распространение волн в плавно-неоднородной среде. Явление рефракции. Эквивалентный радиус Земли. Виды тропосферной рефракции.

11.3. Строение ионосферы. Физические причины образования в ионосфере ионизированных слоев. Электрические параметры ионосферы.

11.4. Отражение и преломление радиоволн в ионосфере.

## **12. Модели и методы расчета радиотрасс**

12.1. Особенности распространения сверхдлинных и длинных волн.

12.2. Особенности распространения средних волн.

12.3. Особенности распространения коротких волн.

12.4. Распространение ультракоротких волн.

12.5. Шумы и помехи радиоприему. Классификация и характеристики

источников внешних помех.

## 7.2. Структура экзаменационного билета.

Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов по основным разделам курса «Электродинамика и распространение радиоволн».

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

№ п/п	Раздел дисциплины	Тематика самостоятельной работы (детализация)	Трудо- емкость (час.)	Компетенции ОК, ПК	Контроль выполнения работы
1	Интегральные и дифференциальные уравнения электромагнетизма	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям и тестовой контрольной работе.	4	ОК-10, ПК-2	Контрольная работа.
2	Основные теоремы и принципы в теории гармонических полей	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям.	2	ОК-10, ПК-2	Опрос на практическом занятии.
3.	Плоские электромагнитные волны в неограниченных средах	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям и тестовой контрольной работе.	4	ОК-10, ПК-2, ПК-19	Контрольная работа.
4	Граничные задачи электродинамики	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям и тестовой контрольной работе. Подготовка к лабораторной работе	4	ОК-10, ПК-2, ПК-19	Контрольная работа. Отчет по лабораторной работе.
5	Электромагнитные волны в направляющих системах	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям и тестовой контрольной работе. Подготовка к лабораторной работе	6	ОК-10, ПК-2, ПК-19	Контрольная работа. Отчет по лабораторной работе.
6	Электромагнитные колебания в объемных резонаторах	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям и тестовой контрольной работе. Подготовка к лабораторной работе	4	ОК-10, ПК-2, ПК-19	Контрольная работа. Отчет по лабораторной работе.
7	Излучение электромагнитных волн. Элементарные излучатели	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям и тестовой контрольной работе.	4	ОК-10, ПК-2, ПК-19	Контрольная работа.
8	Распространение электромагнитных волн вблизи поверхности Земли. Дифракция электромагнитных волн	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям и тестовой контрольной работе. Подготовка к лабораторной работе	4	ОК-10, ПК-2, ПК-19	Контрольная работа. Отчет по лабораторной работе.
9	Тропосферное и ионосферное распространение радиоволн	Изучение теоретического материала. Подготовка к практическим занятиям и тестовой контрольной работе.	2	ОК-10, ПК-2, ПК-19	Контрольная работа.
10	Модели и методы	Изучение теоретического материала.	2	ОК-10, ПК-2,	Опрос на

расчета радиотрасс	Подготовка к практическим занятиям		ПК-19	практическ ом занятии.
--------------------	------------------------------------	--	-------	---------------------------

## 9. МЕТОДИКА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 9.1. Методика текущего контроля освоения дисциплины

Осуществляется в соответствии с Положением о порядке использования рейтинговой системы для оценки успеваемости студентов (приказ ректора 25.02.2010 № 1902) и основана на бально-рейтинговой системы оценки успеваемости, действующей с 2009 г., которая включает **текущий** контроль выполнения элементов объема дисциплины по элементам контроля с подведением текущего рейтинга (раздел 8) и **итоговый** контроль.

**Правила формирования пятибалльных оценок** за каждую контрольную точку (КТ1, КТ2) осуществляется путем округления величины, рассчитанной по формуле:

$$КТx \Big|_{x=1,2} = \frac{(Сумма \text{ _ баллов , _ набранная \text{ _ к \text{ _ КТ}x \text{ )} * 5}{Требуемая \text{ _ сумма \text{ _ баллов \text{ _ по \text{ _ балльной \text{ _ раскладке} .$$

**Итоговый контроль освоения** дисциплины осуществляется на экзамене по традиционной пятибалльной шкале. Обязательным условием перед сдачей экзамена является выполнение студентом необходимых по рабочей программе для дисциплины видов занятий: выполнение и защита результатов лабораторных работ, сдача контрольных работ.

Экзаменационный билет содержит два вопроса. Максимальная оценка за каждый вопрос составляет 15 баллов. Максимальная экзаменационная оценка составляет 30 баллов. Экзаменационная составляющая менее 10 баллов – несдача экзамена, требует повторной передачи в установленном порядке.

**Формирование итоговой суммы баллов** осуществляется путем суммирования семестровой (до 70 баллов) и экзаменационной составляющих (до 30 баллов).

### 9.2. Таблица распределения баллов в течение семестра

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ую контрольную точку с начала семестра	Максимальный балл за период между 1КТ и 2КТ	Максимальный балл за период между 2КТ и на конец семестра	Всего за семестр
Посещение занятий	3	3	3	<b>9</b>
Контрольные работы на практических занятиях	12	10	10	<b>32</b>
Выполнение и защита результатов лабораторных работ		10	10	<b>20</b>
Компонент своевременности	3	3	3	<b>9</b>

<b>Итого максимум за период:</b>	<b>18</b>	<b>26</b>	<b>26</b>	<b>70</b>
Сдача экзамена (максимум)				<b>30</b>
<b>Нарастающим итогом</b>	<b>18</b>	<b>44</b>	<b>70</b>	<b>100</b>

### 9.3. Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
≥ 90 % от максимальной суммы баллов на дату КТ	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ	4
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ	3
< 60 % от максимальной суммы баллов на дату КТ	2

### 9.4. Пересчет итоговой суммы баллов в традиционную международную оценку

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов (учитывает успешно сданный экзамен)	Оценка (ECTS)
5 (отлично)	<b>90-100</b>	A (отлично)
4 (хорошо)	<b>85-89</b>	B (очень хорошо)
	<b>75-84</b>	C (хорошо)
	<b>70-74</b>	D (удовлетворительно)
3 (удовлетворительно)	<b>65-69</b>	E(посредственно)
	<b>60-64</b>	
2(неудовлетворительно)	<b>Ниже 60 баллов</b>	F (неудовлетворительно)

Преобразование суммы баллов в традиционную оценку и в международную буквенную оценку происходит один раз в конце семестра после подведения итогов изучения дисциплины( успешной сдачи экзамена).

## 10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

При изучении дисциплины “Электродинамика и распространение радиоволн” рекомендуется использовать учебные пособия [1,2,5] из списка основной учебной литературы, охватывающие все разделы программы, а также использовать дополнительную литературу для более глубокого изучения отдельных разделов курса [3,4]. Основные учебные [2] и учебно-методические пособия [5-11]. размещены на научно-образовательном портале ТУСУРа, в системе управления курсами каф. СВЧиКР и в ЛВС каф.СВЧиКР.

### 10.1.Основная литература

- 1.Б.М. Петров Электродинамика и распространение радиоволн: Учебник для вузов. - М.: Горячая линия- Телеком, 2007.-558 с. **(100)**
2. Л.А.Боков, В.А. Замотринский, А.Е. Мандель Электродинамика и распространение радиоволн: Уч. пособие.. - Томск: ТУСУР, 2013. – 410 с. – Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/3289> ISBN **978-5-86889-578-4**



## 10.2. Дополнительная литература

3. Пименов Ю. В. Техническая электродинамика : Учебное пособие для вузов / Ю. В. Пименов, В. И. Вольман, А. Д. Муравцов ; ред. Ю. В. Пименов. - М. : Радио и связь, 2002. - 536 с. (23)
4. Фальковский О.И. Техническая электродинамика [Электронный ресурс] : Учебник для вузов. – СПб. Издательство «Лань», 2009. -432 с. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/403>

## 10.3. Перечень методических указаний по практическим занятиям, лабораторным работам и самостоятельной работе студентов

5. Боков Л. А., Мандель А. Е., Соколова Ж. М., Шангина Л. И. Электромагнитные поля и волны: Сборник задач и упражнений [Электронный ресурс]: учеб. пособие.- – Томск : ТУСУР, 2014. – 182 с. Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/4876>.
6. Мандель А. Е., Соколова Ж. М., Шангина Л. И. Электромагнитные поля и волны: Сборник тестовых задач и вопросов – Томск : ТУСУР, – 2013. 375 с.  
Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/3714>
7. Исследование линий передачи СВЧ диапазона: Руководство к лабораторной работе для бакалавров направлений подготовки 210700.62 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 210400.62 «Радиотехника», специалистов направления подготовки 210601.65 «Радиоэлектронные системы и комплексы» / Соколова Ж. М., Мандель А. Е., Фатеев А. В., Никифоров А. Н. – Томск : ТУСУР, – 2013. 24 с.  
Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/3657>
8. Исследование параметров объёмного резонатора прямоугольного сечения [Электронный ресурс]: Руководство к лабораторной работе для бакалавров направлений подготовки 210700.62 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 210400.62 «Радиотехника», и специалистов направления подготовки 210601.65 «Радиоэлектронные системы и комплексы» / Соколова Ж. М., Мандель А. Е., Фатеев А. В., Никифоров А. Н. – Томск : ТУСУР, – 2013. 30 с.  
Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/3656>
9. Исследование влияния Земли на излучение антенн [Электронный ресурс]: Руководство к лабораторной работе для бакалавров направлений подготовки: 210700.62 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи»; 210400.62 «Радиотехника», специалистов направления подготовки; 210601.65 «Радиоэлектронные системы и комплексы» / Соколова Ж. М., Фатеев А. В., Мандель А. Е., Никифоров А. Н. – Томск : ТУСУР, – 2013. 15 с.  
Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/3650>
10. Исследование отражения электромагнитных от границы раздела двух сред [Электронный ресурс]: Руководство к лабораторной работе для бакалавров направлений подготовки 210700.62 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи», 210400.62 «Радиотехника», специалистов

направления подготовки 210601.65 «Радиоэлектронные системы и комплексы» / Кущ Г. Г., Мандель А. Е., Никифоров А. Н. – Томск : ТУСУР, – 2013. 17 с.

Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/3653>

11. Электромагнитные поля и волны [Электронный ресурс]: Учебное методическое пособие по выполнению курсовой работы / Соколова Ж. М. – Томск : ТУСУР, 2012. – 109 с.

Режим доступа: <http://edu.tusur.ru/training/publications/2297>

.

**Учебное издание**

**Мандель Аркадий Евсеевич  
Шарангович Сергей Николаевич**

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ  
РАДИОВОЛН**

Учебно-методическое пособие по организации самостоятельной  
работы студентов по дисциплине  
«Электродинамика и распространение радиоволн»

Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л. \_\_\_\_\_.

Тираж \_\_\_\_\_ экз. Заказ \_\_\_\_\_.

Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники.

634050, Томск, пр. Ленина, 40. Тел. (3822) 533018.