

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании (КСУП)

**Н. Ю. Хабибулина**

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ ИНФОРМАЦИОННО-  
УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ**

Учебно-методическое пособие по выполнению  
лабораторных и самостоятельных работ  
для бакалавров направления подготовки  
27.03.04 Управление в технических системах

Томск – 2015

**Хабибулина Н.Ю.**

Автоматизированные информационно-управляющие системы: учеб. методич. пособие по выполнению лабораторных и самостоятельных работ для для бакалавров направления подготовки 27.03.04 Управление в технических системах / Н. Ю. Хабибулина. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2015. – 41 с.

Учебно-методическое пособие содержит описание и набор заданий для лабораторных работ по дисциплине «Автоматизированные информационно-управляющие системы», требования к содержанию и оформлению самостоятельных работ. Пособие предназначено для студентов любых форм обучения.

## Содержание

Введение .....	4
Общие положения .....	5
Лабораторная работа № 1 .....	8
Лабораторная работа № 2 .....	20
Лабораторная работа № 3 .....	21
Лабораторная работа № 4 .....	23
Лабораторная работа № 5 .....	29
Лабораторная работа № 6 .....	30
Лабораторная работа № 7 .....	32
Индивидуальная работа № 1 .....	34
Индивидуальная работа № 2 .....	35
Список литературы .....	37
Приложение А .....	38
Исходные данные к лабораторным работам .....	38
Приложение Б .....	41
Образец титульного листа отчета по лабораторной работе.....	41

## Введение

Данное пособие предназначено для обучения бакалавров направления подготовки 27.03.04 «Управление в технических системах» по одно семестровой дисциплине «Автоматизированные информационно-управляющие системы». Изучение курса заканчивается сдачей экзамена.

Термин «автоматизированное управление» означает совместное участие в выработке управляющих воздействий (решений) человека и ЭВМ. При этом человек выполняет построение математической модели выработки решения, а ЭВМ используется для выполнения вычислений по этой модели. Окончательное утверждение решения остается за человеком.

Полезно сравнить автоматизированное управление с автоматическим управлением, которое предполагает, что окончательное решение выдает сама ЭВМ. Автоматическое решение задач требует наличия гораздо большей определенности в постановке этих задач по сравнению с задачами автоматизированного управления. Этим объясняется использование автоматического управления исключительно в таких технических системах, в которых человеческий фактор отсутствует: человек не только не используется для принятия решения, но и не учитывается как объект управления. Применение автоматического управления не только не исключает, но и делает желательным использование автоматизированного управления, которое используется для получения задающих воздействий или других целевых параметров для автоматических систем управления.

В результате анализа Федерального государственного образовательного стандарта автором данного пособия сделан вывод о том, что его тематика очень похожа на тематику известного курса «Исследование операций». Этим объясняется наполнение пособия. Следует отметить, что в данном пособии рассматриваются не все, а только детерминированные методы исследования операций.

Несмотря на то, что данное пособие является самодостаточным и содержит всю необходимую информацию для выполнения лабораторных и самостоятельных работ и для сдачи экзамена, для углубленного знакомства с рассматриваемым предметом рекомендуется знакомство с дополнительной литературой. При этом, так как курс «Исследование операций» сформировался достаточно давно, то можно пользоваться достаточно старыми изданиями. Особо рекомендуется учебник в трех томах [1], в котором оптимальным образом сочетаются доступность изложения и математическая корректность. Книги [2-5], вышедшие в последнее время и в своем большинстве являющиеся переизданиями, также полезны для лучшего знакомства с рассматриваемым предметом.

## **Общие положения**

**Целью преподавания дисциплины** получение теоретических знаний и практических навыков по применению математических методов для построения автоматизированных информационно-управляющих систем.

В результате изучения данной дисциплины студент должен:

**иметь представление:**

- об автоматизированных информационно-управляющих системах;
- об использовании математических методов для разработки автоматизированных информационно-управляющих систем и выработки управляющих решений;
- о принципах и методах операционного исследования.

**знать:**

- этапы применения математических методов для автоматизированного управления;
- основные оптимизационные детерминированные методы решения задач автоматизированного управления;

**владеть** приемами построения математической модели и поиска их решений с использованием оптимизационных детерминированных методов.

По курсу предусмотрены следующие занятия: лекции, лабораторные занятия и самостоятельная работа.

В соответствии с учебным планом курс «Автоматизированные информационно-управляющие системы» читается в 7 семестре. Для контроля усвоения студентами материала курса предусмотрено проведение нескольких лабораторных и индивидуальных работ. По итогам лабораторных и индивидуальных занятий осуществляется допуск и экзамену. Итоговой аттестацией, оценивающей уровень изучения предмета, является экзамен.

### **Содержание дисциплины**

#### **Лекционные занятия**

**Тема 1. Общая характеристика автоматизированных информационно-управляющих систем**

Классификация автоматизированных информационно-управляющих систем (ИУС). Проблемы и этапы разработки ИУС. Формализация структуры ИУС. Особенности ИУС реального времени. Обеспечивающие подсистемы ИУС и их характеристика.

**Тема 2. Перспективные направления разработки ИУС**

Проблема адаптации ИУС к области применения. Интеллектуализация ИУС. Информационные технологии проектирования ИУС. Виды обеспечения ИУС. Программное и техническое обеспечение.

**Тема 3. Этапы применения математических методов для автоматизированного управления**

Структуризация проблемы. Построение математической модели.

**Тема 4. Решение задач календарного и оперативного планирования методом линейного программирования**

Построение линейных оптимизационных моделей. Предварительное преобразование линейной модели. Графическая интерпретация линейных моделей. Симплексный алгоритм. Получение исходного базиса. Анализ моделей на чувствительность и двойственная задача.

***Тема 5. Сетевые оптимизационные модели***

Общие свойства сетевых моделей. Модель назначений. Модель выбора кратчайшего пути. Транспортная задача. Задача коммивояжера.

***Тема 6. Решение задач календарного и оперативного планирования методом целочисленного программирования***

Общее описание модели. Примеры моделей целочисленного программирования. Решение задачи целочисленного программирования.

***Тема 7. Решение задач календарного и оперативного планирования методом динамического программирования.***

Общее описание метода. Задача управления запасами. Модель распределения ресурса. Анализ на чувствительность.

**Лабораторные занятия**

Лабораторные работы проводятся в компьютерных классах кафедры КСУП.

- Лабораторная работа № 1. Построение линейных оптимизационных моделей. Решение задач графическим методом
- Лабораторная работа № 2. Решение модели линейного программирования симплексным методом
- Лабораторная работа № 3. Построение сетевых моделей. Решение задачи о назначениях.
- Лабораторная работа № 4. Решение классической транспортной модели методом потенциалов
- Лабораторная работа № 5. Решение задачи коммивояжера
- Лабораторная работа № 6. Решение задачи целочисленного программирования методом ветвей и границ
- Лабораторная работа № 7. Модель динамического программирования для распределения ресурса

**Самостоятельная работа**

Таблица 1 - Распределение времени на самостоятельную работу

№	Наименование работы	Кол-во часов	Форма контроля
1	Проработка лекционного материала	12	Контр. раб. по лекционному материалу на контрольных неделях, экзамен
2	Подготовка к лабораторным занятиям и выполнение отчетов	12	Опрос и проверка на лабораторных занятиях, отчет
3	Изучение тем теоретического материала, отводимых на самостоятельную проработку	30	Защита индивидуальных работ
4	Подготовка к экзамену	36	Сдача экзамена
	Всего часов самостоятельной работы	90	

### **Темы дисциплины, выносимые на самостоятельную проработку**

- 1) Анализ модели линейного программирования на чувствительность.  
Двойственная модель
- 2) Решение классической транспортной модели методом потенциалов.  
Анализ модели на чувствительность

### **Требования к содержанию и оформлению отчета**

Отчет о выполненной работе должен содержать:

1. Цель работы.
2. Задание.
3. Выполнение задания.
4. Заключение.
5. Ответы на контрольные вопросы.

Оформление отчета должно соответствовать образовательному стандарту вуза «Образовательный стандарт вуза ОС ТУСУР 01-2013. Работы студенческие по направлениям подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления» (<http://www.tusur.ru/ru/students/educational/design-rules/index.html>).

## Лабораторная работа № 1

### Графическая интерпретация линейных моделей

**Цель работы** - изучение этапов операционного исследования и графического метода поиска решений линейных оптимизационных моделей.

#### **Краткая теория**

Для выполнения данной лабораторной работы необходимо изучить лекционный материал по теме «**Этапы операционного исследования. Линейное программирование: графическая интерпретация линейной модели**».

#### **Задача 1**

Предприятие электронной промышленности выпускает две модели радиоприемников, причем каждая модель производится на отдельной технологической линии (первое изделие на первой техн.линии, второе – на второй). Суточный объем производства первой линии – 60 изделий, второй линии – 75 изделий. На радиоприемник первой модели расходуется 10 однотипных элементов электронных схем, на радиоприемник второй модели – 8 таких же элементов. Максимальный суточный запас используемых элементов равен 800 единицам.

Прибыль от реализации одного радиоприемника первой и второй модели равна 300 и 200 рублей соответственно. Определить оптимальный суточный объем производства первой и второй моделей.

#### **Решение**

##### **Структурирование проблемы:**

1) управляемыми переменными (элементами решения) являются:

$x_1$  – количество радиоприемников первого типа;

$x_2$  – количество радиоприемников второго типа;

2) критерием сравнения решений является объем прибыли;

3) существуют три ограничения:

– объем выпуска каждого типа радиоприемника не должен превышать суточного объема производства технологической линии;

– объем выпуска радиоприемников не должен превышать величины доступных элементов.

##### **Построение модели:**

$$300x_1 + 200x_2 \Rightarrow \max,$$

$$x_1 \leq 60,$$

$$x_2 \leq 75,$$

$$10x_1 + 8x_2 \leq 800,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

**Решение модели.** Так как управляемых переменных всего две, решение модели найдем графически (рис.1). Для этого, во-первых, изобразим на плоскости две координатные оси:  $x_1$  и  $x_2$ . Во-вторых, построим на этой координатной плоскости область допустимых решений. Для построения такой области следует построить на плоскости прямые, имеющие уравнения:

$$\begin{aligned}x_1 &= 60, \\x_2 &= 75, \\10x_1 + 8x_2 &= 800, \\x_1 &= 0, x_2 = 0.\end{aligned}$$

Каждая из этих прямых делит координатную плоскость на две полуплоскости, на одной из которых соответствующее ограничение модели выполняется, а на другой – нет. Для определения полуплоскости, на которой ограничение выполняется, достаточно взять любую точку, например  $(0,0)$ , и проверить, выполняется ли соответствующее неравенство для координат этой точки. На рис. 1 область допустимых решений показана с помощью штриховых линий.

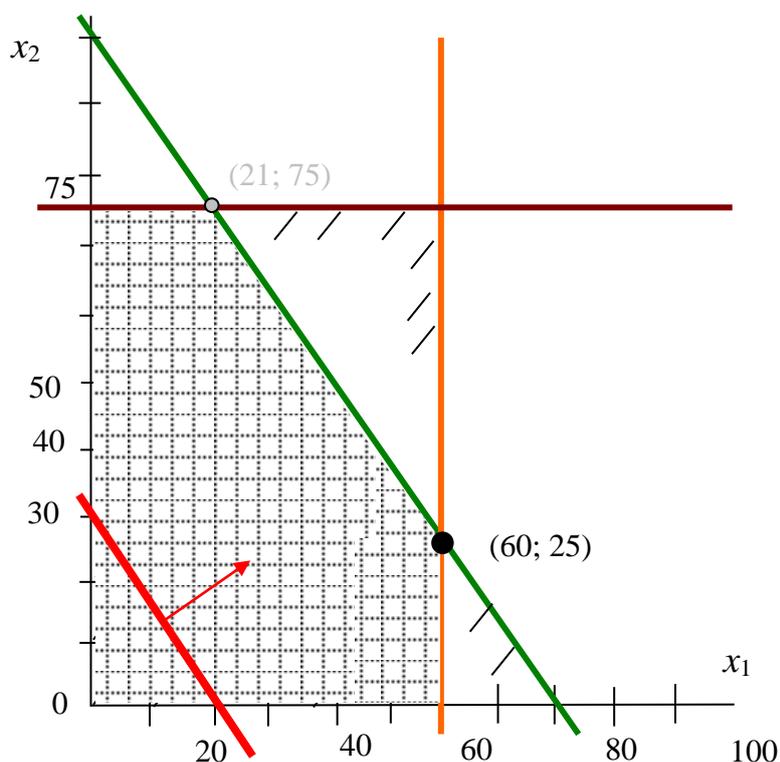


Рис. 1. Графическое решение задачи 1

В-третьих, для поиска в области допустимых решений наилучшей точки (точек), которой соответствует наибольшее значение целевой функции, необходимо эту целевую функцию построить графически. Это можно сделать, если присвоить целевой функции какое-то значение, например, 600. В этом случае получим уравнение прямой, называемой *линией равного уровня целевой функции*:

$$300x_1 + 200x_2 = 600.$$

Построив на плоскости эту прямую, а затем линии равного уровня для других значений целевой функции, нетрудно убедиться, что все эти прямые параллельны друг другу. Поэтому для определения оптимальной точки достаточно построить любую линию равного уровня целевой функции, а затем мысленно двигать эту линию параллельно самой себе в сторону увеличения целевой функции (на рис.1 это направление показано стрелкой). Нетрудно убедиться, что такое движение может продолжаться до достижения точки (20; 75) или (60; 25).

Найдем значение целевой функция в этих точках:

$$300 \times 20 + 200 \times 75 = 21300 \text{ (руб.)}$$

$$300 \times 60 + 200 \times 25 = 23000 \text{ (руб.)}$$

Как видим, целевая функция имеет наибольшее значение 23000 руб. Точке (60; 25).

Итак, получили следующее решение задачи:

оптимальный суточный объем производства первой модели радиоприемника – 60 шт, второй модели – 25 штук. При этом прибыль предприятия составит 23000 рублей

## **Задача 2**

Фирма имеет возможность рекламировать свою продукцию, используя местные радио и телевидение. Затраты на рекламу в бюджете фирмы ограничены суммой \$1000 в месяц. Каждая минута радиорекламы обходится в \$5, а каждая минута телерекламы – в \$100. Фирма хотела бы использовать радиосеть, по крайней мере, в два раза чаще, чем телевидение. Опыт прошлых лет показал, что объем сбыта, который обеспечивает каждая минута телерекламы, в 25 раз больше объема сбыта, обеспечиваемого одной минутой радиорекламы. Определить оптимальное распределение ежемесячно отпускаемых средств между радио- и телерекламой.

## ***Решение***

### ***Структурирование проблемы:***

1) структура решения (управляемые переменные):

$x_1$  – количество финансовых вложений на телерекламу;

$x_2$  – количество финансовых вложений на радиорекламу.

2) критерий оценки вариантов  $x$  – эффективность рекламы;

3) существуют 2 ограничения:

- условие использования радиосети по крайней мере в два раза чаще, чем сеть телевидения;
- ограниченный объем затрат на рекламу.

### ***Построение модели.***

Можем записать одно ограничение на общее количество средств, отпускаемых на рекламу:

$$x_1 + x_2 \leq 1000,$$

Количество минут, используемых для рекламы на телевидении, будет вычисляться следующим образом:  $\frac{x_1}{100}$ , а количество минут, используемых для рекламы на радио:  $\frac{x_2}{5}$ .

Условие использования радиосети по крайней мере в два раза чаще, чем сеть телевидения, запишется следующим ограничением:

$$\begin{aligned}\frac{x_2}{5} &\geq \frac{x_1}{100} * 2 \\ 10 x_2 &\geq x_1 \\ 10 x_2 - x_1 &\geq 0\end{aligned}$$

Теперь запишем целевую функцию.

По условию задачи мы должны найти оптимальное значение распределения финансовых средств, чтобы эффективность от рекламы была максимальной.

Если эффективность одной минуты радиорекламы обозначить за единицу, то эффективность одной минуты телерекламы будет равна двадцати пяти.

Если эффективность одной минуты радиорекламы обозначить за единицу, то эффективность  $\frac{x_2}{5}$  минут радиорекламы равна  $1 * \frac{x_2}{5}$ .

Аналогично получаем: эффективность  $\frac{x_1}{100}$  минут телерекламы равна  $25 * \frac{x_1}{100}$ .

В итоге получаем следующую целевую функцию:

$$1 * \frac{x_2}{5} + 25 * \frac{x_1}{100} = \frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{5} \rightarrow \max$$

Из условия задачи естественно вытекают ещё два ограничения:

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

Сведем все ограничения и целевую функцию в одну математическую модель:

$$\begin{aligned}\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{5} &\rightarrow \max \\ x_1 + x_2 &\leq 1000 \\ 10 x_2 - x_1 &\geq 0 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

**Решение модели.** Так как управляемых переменных всего две, решение модели найдем графически (рис.2).

Первая прямая – точки (0, 1000) и (1000, 0)

Вторая прямая – точки (0, 0) и (1000, 100)

Построим графически целевую функцию. Для этого присвоим целевой функции какое-то значение, например, 1. В этом случае получим уравнение прямой, называемой *линией равного уровня целевой функции*:

$$\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{5} = 1 \cdot 1000$$

$$250x_1 + 200x_2 = 1000$$

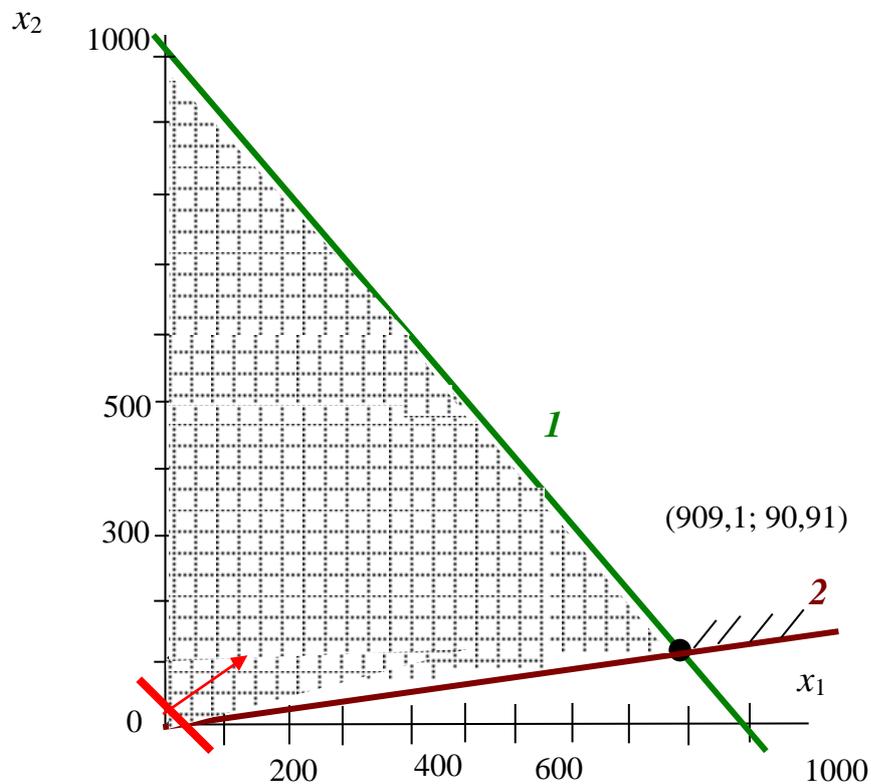


Рис. 2. Графическое решение задачи 2

Теперь, перемещая полученную кривую в направлении, отмеченном стрелкой, найдем оптимальную точку из ОДЗ. Как видно из рисунка, это могут быть две точки:

- 1) (0, 1000)

2) Найдем координаты точки пересечения ограничений 1 и 2:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1000 \\ x_1 = 10 x_2 \end{cases}$$

$$10x_2 + x_2 = 1000 \quad 11x_2 = 1000 \quad x_2 = \frac{1000}{11}$$

$$x_2 = 90,91 \quad x_1 = 909,1$$

Значение ЦФ в первой точке:  $\frac{1000}{5} = 200$

Значение ЦФ во второй точке:  $\frac{909,1}{4} + \frac{90,91}{5} = 227,28 + 18,18 = 245,46$

Таким образом, получили следующее оптимальное распределение ежемесячно отпускаемых средств между радио- и телерекламой:

на радиорекламу надо тратить 90,91\$, а на телерекламу - 909,1\$, что в минутах составляет на радио - 18,18 минуты, а на телевидении - 9,1 минуты.

### Задача 3

Фирма производит два вида продукции – А и В. Объем сбыта продукции А составляет не менее 60% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 100 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 5 кг, а на единицу продукции В – 4 кг.

Прибыль от реализации продукции А и В равны 20 и 40 рублей соответственно. Определить оптимальное соотношение сырья для изготовления продукции А и В.

### *Решение*

#### **Структурирование проблемы:**

1) структура решения (управляемые переменные):

$x_1$  – объем производства продукции А;

$x_2$  – объем производства продукции В.

2) критерием сравнения решений является объем прибыли

3) существуют 2 ограничения:

– ограниченный объем запасов сырья;

– объем сбыта продукции А составляет не менее 60% общего объема реализации продукции.

#### **Построение модели.**

Целевая функция - доход от реализации:

$$Y = 20 \cdot X_1 + 40 \cdot X_2.$$

Ограничения:

1) Ограничение в запасах сырья примет вид:  $5 \cdot X_1 + 4 \cdot X_2 \leq 100$  кг.

2) Т.к. объём сбыта продукции А составляет не менее 60 % общего объёма реализации, то  $X_1 \geq 0.6 * (X_1 + X_2)$ . Отсюда следует, что  $0,4 * X_1 - 0,6 * X_2 \geq 0$ .

Получили следующую ММ:

$$20x_1 + 40x_2 \Rightarrow \max,$$

$$5x_1 + 4x_2 \leq 100,$$

$$0,4x_1 - 0,6x_2 \geq 0,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

**Решение модели.** Так как управляемых переменных всего две, решение модели найдем графически (рис.3).

Первая прямая – точки (0, 25) и (20, 0)

Вторая прямая –  $x_1 = 1.5x_2$  - точки (0, 0); (15, 10); (20; 30)

Целевая функция –  $20x_1 + 40x_2 = 200$  – точки (0, 5) и (10, 0)

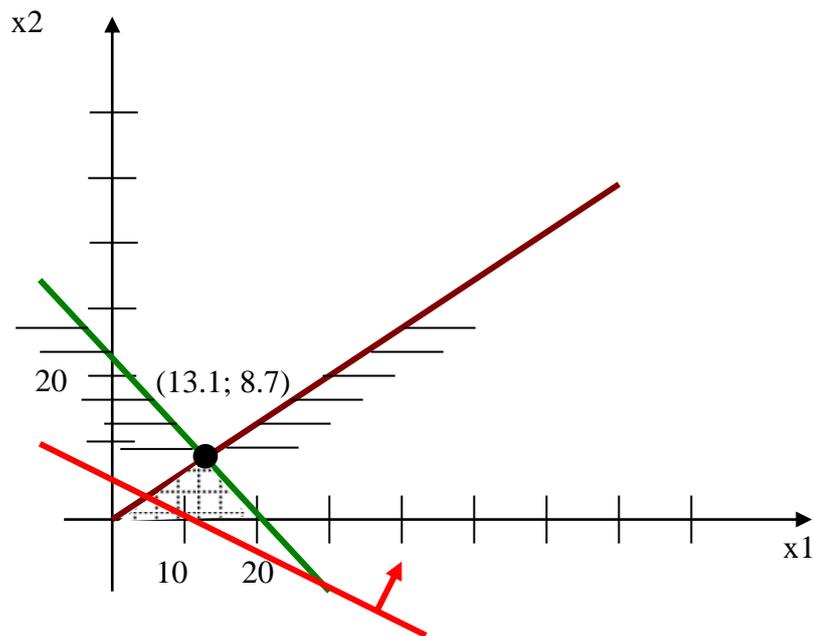


Рис. 3. Графическое решение задачи 3

Найдем точку пересечения первого и второго ограничения:

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 = 100 \\ 0.4x_1 - 0.6x_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 = 100 \\ x_1 = 1.5x_2 \end{cases}$$

$$5(1.5x_2) + 4x_2 = 100$$

$$11.5x_2 = 100$$

$$x_2 = \frac{100}{11.5} \approx 8.7 \quad x_1 = 1.5 * 8.7 = 13.1$$

Значение целевой функции в данной точке:  
 $20 * 13,1 + 40 * 8,7 = 610$  (\$)

Поиск решения нашел оптимальный объем производства продукции А и В, что составляет 13,1 и 8,7 единиц соответственно. При этом оптимальное распределение сырья – 2,62 кг на продукцию А и 2,2 кг – на продукцию Б. Данное распределение сырья обеспечит максимальную суточную прибыль в 610 \$.

### **Задания к лабораторной работе № 1**

Решить следующую линейную оптимизационную задачу

#### **Вариант 1**

В Одессе на Малой Алеутской некая фирма выпускает две модели «импортных» телевизоров (Sony и Samsung), причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства первой линии (для Sony) – 60 изделий, второй линии (Samsung) – 75 изделий. На телевизор Sony расходуется 10 однотипных электронных ламп (изготовленных на симферопольском АО «Фотон» и списанных, как не кондиционные), на телевизор Samsung – 8 таких же ламп. Максимальный суточный запас используемых элементов равен 800 единицам. Прибыль от реализации одного телевизора Sony и Samsung модели равна 3000 и 2000 рублей соответственно. Определить оптимальный суточный объем производства первой и второй моделей.

#### **Вариант 2**

Фирма производит два вида продукции – А и В. Объем сбыта продукции А составляет не менее 30% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 200 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 4 кг, а на единицу продукции В – 8 кг. Прибыль от реализации единицы продукции А и В равна 40 и 25 рублей соответственно. Определить оптимальное соотношение сырья для изготовления продукции А и В.

### **Вариант 3**

Фирма проводить маркетинговые исследования для выбора места размещения бистро: либо в центре города, либо в студгородке. Затраты на размещение бистро в бюджете фирмы ограничены суммой \$10000. Размещение бистро в студгородке обходится в \$500, а в центре – в \$1500. Фирма хотела бы использовать студгородок, по крайней мере, в два раза чаще, чем центр. Опыт прошлых лет показал, что объем сбыта, который обеспечивает студгородок, в 5 раз больше объема сбыта, обеспечиваемого центром. Определить оптимальное распределение отпускаемых средств между размещением бистро в центре и в студгородке.

### **Вариант 4**

В Питере некая фирма выпускает две модели «импортных» телевизоров (Sony и Samsung), причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства первой линии (для Sony) – 60 изделий, второй линии (Samsung) – 55 изделий. На телевизор Sony расходуется 17 однотипных электронных ламп (изготовленных на симферопольском АО «Фотон» и списанных, как не кондиционные), на телевизор Samsung – 11 таких же ламп. Максимальный суточный запас используемых элементов равен 815 единицам. Прибыль от реализации одного телевизора Sony и Samsung модели равна 7000 и 6500 рублей соответственно. Определить оптимальный суточный объем производства первой и второй моделей.

### **Вариант 5**

Фирма производит два вида продукции – А и В. Объем сбыта продукции А составляет не менее 80% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 300 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 25 кг, а на единицу продукции В – 48 кг. Прибыль от реализации единицы продукции А и В равна 45 и 70 рублей соответственно. Определить оптимальное соотношение сырья для изготовления продукции А и В.

### **Вариант 6**

Фирма имеет возможность рекламировать свою продукцию, используя местные радио и телевидение. Затраты на рекламу в бюджете фирмы ограничены суммой \$2000 в месяц. Каждая минута радиорекламы обходится в \$20, а каждая минута телерекламы – в \$150. Фирма хотела бы использовать радиосеть, по крайней мере, в два раза чаще, чем телевидение. Опыт прошлых лет показал, что объем сбыта, который обеспечивает каждая минута телерекламы, в 20 раз больше объема сбыта, обеспечиваемого одной минутой радиорекламы. Определить оптимальное распределение ежемесячно отпускаемых средств между радио- и телерекламой.

### **Вариант 7**

Предприятие электронной промышленности выпускает две модели радиоприемников, причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства первой линии – 40 изделий, второй линии – 65 изделий. На радиоприемник первой модели расходуется 8 однотипных элементов электронных схем, на радиоприемник второй модели – 6 таких же элементов. Максимальный суточный запас используемых элементов равен 500 единицам. Прибыль от реализации одного радиоприемника первой и второй модели равна 200 и 100 рублей соответственно. определить оптимальный суточный объем производства первой и второй моделей.

### **Вариант 8**

Фирма производит два вида продукции – А и В. Объем сбыта продукции А составляет не менее 70% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 400 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 22 кг, а на единицу продукции В – 41 кг. Прибыль от реализации единицы продукции А и В равна 25 и 40 рублей соответственно. Определить оптимальное соотношение сырья для изготовления продукции А и В.

### **Вариант 9**

Университет имеет возможность рекламировать свои специальности, используя местные печатные издания и телевидение. Затраты на рекламу в бюджете университета ограничены суммой \$4000 в месяц. Выпуск одной рекламной статьи обходится в \$20, а каждая минута телерекламы – в \$80. Университет хотел бы использовать печатное издание, по крайней мере, в четыре раза чаще, чем телевидение. Опыт прошлых лет показал, что количество абитуриентов, пришедших в ВУЗ после телерекламы, в 2 раза больше количества абитуриентов, узнавших о ВУЗе в газете. Определить оптимальное распределение ежемесячно отпускаемых средств между печатным изданием и телерекламой.

### **Вариант 10**

В Москве некая фирма выпускает две модели «импортных» телевизоров (Sony и Samsung), причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства первой линии (для Sony) – 70 изделий, второй линии (Samsung) – 55 изделий. На телевизор Sony расходуется 12 однотипных электронных ламп (изготовленных на симферопольском АО «Фотон» и списанных, как не кондиционные), на телевизор Samsung – 9 таких же ламп. Максимальный суточный запас

используемых элементов равен 840 единицам. Прибыль от реализации одного телевизора Sony и Samsung модели равна 3050 и 2500 рублей соответственно. Определить оптимальный суточный объем производства первой и второй моделей

### **Вариант 11**

Фирма производит два вида продукции – А и В. Объем сбыта продукции В составляет не менее 50% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 400 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 10 кг, а на единицу продукции В – 20 кг. Прибыль от реализации единицы продукции А и В равна 50 и 60 рублей соответственно. Определить оптимальное соотношение сырья для изготовления продукции А и В.

### **Вариант 12**

Фирма имеет возможность рекламировать свою продукцию, используя местные радио и телевидение. Затраты на рекламу в бюджете фирмы ограничены суммой \$200 в месяц. Каждая минута радиорекламы обходится в \$2, а каждая минута телерекламы – в \$15. Фирма хотела бы использовать телевидение, по крайней мере, в два раза чаще, чем радиовещание. Опыт прошлых лет показал, что объем сбыта, который обеспечивает каждая минута телерекламы, в 5 раз больше объема сбыта, обеспечиваемого одной минутой радиорекламы. Определить оптимальное распределение ежемесячно отпускаемых средств между радио- и телерекламой.

### **Вариант 13**

В Одессе на Малой Алеутской некая фирма выпускает две модели «импортных» чайников (Tefal и Kenwood), причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства первой линии – 600 изделий, второй линии – 450 изделий. На чайник Tefal расходуется 5 кг материала, на чайник Kenwood – 3 кг такого же материала. Максимальный суточный запас используемого материала равен 900 кг. Прибыль от реализации одного чайника Tefal и Kenwood равна 300 и 150 рублей соответственно. Определить оптимальный суточный объем производства первой и второй моделей.

### **Вариант 14**

Фирма производит два вида продукции – А и В. Объем сбыта продукции В составляет не менее 65% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции А и В используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 1000 кг. Расход сырья на единицу продукции А составляет 150 кг, а на единицу продукции В – 250 кг. Прибыль от реализации единицы продукции А и В равна 250 и 450 рублей соответственно.

Определить оптимальное соотношение сырья для изготовления продукции А и В.

### **Вариант 15**

Институт имеет возможность рекламировать свои специальности, используя местные печатные издания и телевидение. Затраты на рекламу в бюджете института ограничены суммой 5000 рублей в месяц. Выпуск одной рекламной статьи обходится в 250 руб., а каждая минута телерекламы – в 400 руб. Институт хотел бы использовать печатное издание, по крайней мере, в два раза чаще, чем телевидение. Опыт прошлых лет показал, что количество абитуриентов, пришедших в институт после телерекламы, в 4 раза больше количества абитуриентов, узнавших об институте в газете. Определить оптимальное распределение ежемесячно отпускаемых средств между печатным изданием и телерекламой.

### **Вариант 16**

В Томске некая фирма выпускает два вида булочек: с сахаром и с повидлом, причем каждая модель производится на отдельной технологической линии. Суточный объем производства первой линии – 500 изделий, второй линии – 450 изделий. На булочку с сахаром расходуется 50 гр сахара, на булочку с повидлом – 30 гр. Максимальный суточный запас используемого сахара равен 40 кг. Прибыль от реализации одного булочки соответственно равна 8 и 12 рублей соответственно. Определить оптимальный суточный объем производства булочек первого и второго типа.

### **Вариант 17**

Фирма производит два вида продукции – С и D. Объем сбыта продукции С составляет не менее 45% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции С и D используется одно и то же сырье, суточный запас которого ограничен величиной 400 кг. Расход сырья на единицу продукции С составляет 5 кг, а на единицу продукции D – 10 кг. Прибыль от реализации единицы продукции С и D равна 10 и 20 рублей соответственно. Определить оптимальное соотношение сырья для изготовления продукции С и D.

### **Вариант 18**

Фирма проводит маркетинговые исследования для выбора места размещения салона красоты: либо в центре города, либо в жилмассиве. Затраты на размещение салона красоты в бюджете фирмы ограничены суммой \$15000. Размещение салона красоты в жилмассиве обходится в \$300, а в центре – в \$1000. Фирма хотела бы использовать жилмассив, по крайней мере, в три раза чаще, чем центр. Опыт прошлых лет показал, что объем сбыта, который обеспечивает жилмассив, в 2 раза меньше объема сбыта, обеспечиваемого

центром. Определить оптимальное распределение отпускаемых средств между размещением салона красоты в центре и в жилмассиве.

### **Контрольные вопросы**

1. Что такое операционное исследование?
2. Кратко охарактеризуйте этапы операционного исследования.
3. Что такое «управляемые переменные»?
4. Что такое «критерии сравнения решений»?
5. Что такое «неуправляемые параметры»?
6. Приведите классификацию моделей исследований операций.
7. Чем прямые методы исследования операций отличаются от обратных?
8. Что такое «детерминированные» модели (методы) исследования операций?
9. Что такое «стохастические» модели (методы) исследования операций?
10. Что такое «область допустимых решения»?
11. Что такое «линия равного уровня»?

## **Лабораторная работа № 2**

### **Решение модели линейного программирования симплексным методом**

**Цель работы** - изучение симплексного метода для поиска решений линейных оптимизационных моделей.

#### **Краткая теория**

Для выполнения данной лабораторной работы необходимо изучить лекционный материал по теме «**Линейное программирование. Симплексный алгоритм**».

#### **Задания к лабораторной работе № 2**

1) Сформулировать по заданному 24-хзначному числу (приложение А) задачу линейного программирования вида:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^6 c_j x_j &\Rightarrow \max, \\ \sum_{j=1}^6 a_{ij} x_j &\leq b_i \quad (i=1,2,3), \\ x_j &\geq 0 \quad (j=\overline{1,6}), \end{aligned}$$

где все параметры модели должны быть определены на основе таблиц 3, 4, 5 приложения А, а также из следующих условий:

$$b_1 = r + p, \quad b_2 = p + g, \quad b_3 = g + \omega.$$

2) Придумать оригинальную содержательную постановку задачи, которой соответствует модель из п.1.

- 3) Найти оптимальное решение модели, сформированной в п.1.
- 4) Сформулировать словесное описание полученного ответа.

### **Контрольные вопросы**

1. Запишите линейную оптимизационную модель в общем виде.
2. Какие переменные называются свободными или остаточными?
3. Что такое опорный план или базис? Опишите процедуру его определения.
4. Сколько переменных должен содержать базис?
5. Как выбирается переменная для ввода в базис?
6. Как выбирается переменная для исключения из базиса?
7. Что такое «операция замены базиса»? Для чего она производится?
8. При выполнении какого условия можно сделать вывод о получении оптимального решения?

## **Лабораторная работа № 3**

### **Решение задачи о назначениях**

**Цель работы** - изучение алгоритмов построения математической модели и поиска решений задачи назначения.

### **Краткая теория**

Для выполнения данной лабораторной работы необходимо изучить лекционный материал по теме «**Сетевые оптимизационные модели: модель назначений**».

### **Задания к лабораторной работе № 3**

Имеются  $n$  видов работ и  $n$  работников. Стоимость  $c_{ij}$  выполнения  $i$ -ой работы  $j$ -ым работником приведена в таблице, где работе соответствует строка, а работнику – столбец. Необходимо составить план работ так, чтобы все работы были выполнены, каждый рабочий был занят только на одной работе, а суммарная стоимость выполнения всех работ была бы минимальной.

### **План выполнения лабораторной работы**

- 1) Записать модель задачи о назначениях.
- 2) Составить соответствующую сеть задачи о назначениях.
- 3) Найти оптимальное решение.
- 4) Сформулировать словесное описание полученного ответа.

Исходные данные к задаче заданы по вариантам.

Вариант 1

3	6	2	5	11
1	2	7	11	3
5	12	11	9	1
2	4	2	10	5
5	3	9	12	15

Вариант 8

5	4	12	2	10
6	5	10	8	4
3	7	11	10	8
4	10	7	3	2
10	1	5	11	9

Вариант 2

1	3	6	5	7
5	2	7	8	3
3	5	1	9	2
6	4	2	10	5
7	12	8	3	8

Вариант 3

9	4	8	5	7
1	2	9	8	3
3	8	1	9	2
3	4	2	4	5
10	3	5	3	10

Вариант 4

8	6	2	5
5	2	9	8
3	8	1	9
1	4	2	3

Вариант 5

10	8	6	2	7
6	2	9	8	3
3	7	1	10	5
9	5	3	5	8
9	10	2	3	4

Вариант 6

9	3	2	7
7	8	1	10
1	9	10	3
2	7	8	5

Вариант 7

9	4	6	2	10
6	2	10	8	4
3	7	1	10	5
5	8	6	8	7
7	10	5	3	9

Вариант 9

10	3	2	4
5	9	10	8
11	10	9	12
2	7	8	10

Вариант 10

5	12	2	7
10	9	7	12
7	8	11	9
2	10	9	13

Вариант 11

3	6	2	5	3
7	2	7	8	3
5	2	1	9	1
2	4	2	10	5
9	5	6	4	8

Вариант 12

1	3	6	5	4
5	2	9	8	3
3	7	1	9	2
8	5	10	8	12
2	4	2	1	5

Вариант 13

9	4	8	5	4
1	2	5	8	3
2	8	1	2	2
12	6	4	9	10
3	7	2	4	5

Вариант 14

8	6	2	5
5	2	9	8
1	4	2	3
3	7	10	5

Вариант 15

1	8	6	2	7
6	5	9	8	3
9	3	5	7	4
3	7	1	1	5
9	10	2	3	1

Вариант 19

5	4	10	8
7	8	1	9
11	10	5	2
2	7	8	10

Вариант 16

9	3	2	7
5	4	3	8
7	7	1	10
1	9	10	4

Вариант 20

10	9	7	12
17	8	11	9
2	10	9	13
11	7	18	3

Вариант 17

8	4	6	2	1
6	2	7	8	4
3	7	1	1	5
7	1	5	3	8
11	5	9	4	12

Вариант 21

9	3	2	17
5	8	3	8
4	7	11	10
3	7	8	5

Вариант 18

5	4	12	2	3
10	5	10	8	4
3	7	1	7	8
8	3	8	9	5
1	9	5	11	9

Вариант 22

8	4	6	12	1
16	2	7	8	4
14	8	4	9	12
3	7	1	1	15
7	11	15	3	8

### **Контрольные вопросы**

1. Запишите математическую модель задачи о назначениях в общем виде.
2. Опишите управляемые переменные задачи о назначениях.
3. Что такое «независимый ноль»?
4. При выполнении какого условия можно сделать вывод о получении оптимального решения?

## **Лабораторная работа № 4** **Классическая транспортная задача**

**Цель работы** - изучение алгоритмов построения математической модели и поиска решений классической транспортной задачи.

### **Краткая теория**

Для выполнения данной лабораторной работы необходимо изучить лекционный материал по теме «**Сетевые оптимизационные модели: классическая транспортная задача**».

### Задания к лабораторной работе № 4

Имеются  $m$  пунктов производства и  $n$  пунктов распределения продукции. Стоимость перевозки единицы продукции с  $i$ -го пункта перевозки в  $j$ -й центр распределения  $c_{ij}$  приведена в таблице, где под строкой понимается пункт производства, а под столбцом – пункт распределения. Кроме того, в этой таблице в  $i$ -ой строке указан объем производства в  $i$ -м пункте производства, а в  $j$ -м столбце указан спрос в  $j$ -м центре распределения. Необходимо составить план перевозок по доставке требуемой продукции в пункты распределения, минимизирующий суммарные транспортные расходы.

#### План выполнения лабораторной работы

- 1) Построить соответствующую сеть транспортной задачи.
- 2) Записать математическую модель транспортной задачи.
- 3) Найти оптимальное решение.
- 4) Сформулировать словесное описание полученного ответа.

Исходные данные к задаче заданы по вариантам.

#### Вариант 1

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
1	3	4	5	20
5	2	10	3	30
3	2	1	4	50
6	4	2	6	20
30	20	60	10	← Объемы потребления

#### Вариант 2

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
6	3	4	5	20
5	2	3	3	70
3	4	2	4	50
5	6	2	7	30
40	30	80	20	← Объемы потребления

#### Вариант 3

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
2	7	7	6	20
1	1	1	2	50
5	5	3	1	10
2	8	1	4	20
3	2	1	5	10
40	30	20	20	← Объемы потребления

**Вариант 4**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
5	1	7	6	30
1	5	8	1	40
5	6	3	3	10
2	5	1	4	10
3	7	9	1	10
20	40	20	20	← Объемы потребления

**Вариант 5**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
3	9	4	5	40
1	8	5	3	10
7	2	1	4	30
2	4	10	6	20
50	10	30	10	← Объемы потребления

**Вариант 6**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
6	1	3	1	20
3	4	5	8	30
5	9	3	2	20
2	4	8	4	20
3	2	1	5	10
50	30	10	10	← Объемы потребления

**Вариант 7**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
5	9	4	5	30
1	5	5	6	20
2	2	10	4	30
3	7	2	6	40
20	50	20	30	← Объемы потребления

**Вариант 8**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
7	9	1	5	20
2	7	5	6	30
3	5	10	8	40
3	7	4	5	30
40	30	30	20	← Объемы потребления

**Вариант 9**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
7	1	3	2	30
8	4	5	8	20
5	2	3	7	10
5	5	8	4	20
1	9	7	5	30
30	40	30	10	← Объемы потребления

**Вариант 10**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
5	9	3	10	10
3	10	5	9	30
8	5	11	2	30
5	9	10	5	20
30	10	30	20	← Объемы потребления

**Вариант 11**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
1	3	4	5	20
5	7	10	3	30
3	2	1	4	20
4	4	2	1	20
30	20	20	20	← Объемы потребления

**Вариант 12**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
2	7	7	6	20
1	1	1	2	40
5	5	3	3	10
2	7	6	4	20
1	2	1	5	10
40	20	30	10	← Объемы потребления

**Вариант 13**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
6	3	4	5	20
5	2	3	3	30
3	4	1	4	50
1	8	2	3	30
40	20	50	20	← Объемы потребления

**Вариант 14**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
5	1	7	6	30
1	5	5	1	20
8	6	3	3	10
2	3	1	4	30
3	7	9	2	10
20	40	30	10	← Объемы потребления

**Вариант 15**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
3	9	4	5	40
1	7	5	3	15
8	2	1	1	35
2	4	9	6	20
20	10	30	50	← Объемы потребления

**Вариант 16**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
2	1	3	1	20
3	4	5	8	30
5	9	6	2	10
7	8	8	4	40
3	2	1	5	10
50	30	10	20	← Объемы потребления

**Вариант 17**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
5	8	4	5	30
1	5	5	6	20
2	2	10	4	10
3	7	2	3	40
20	30	20	30	← Объемы потребления

**Вариант 18**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
7	9	1	5	20
2	7	3	6	25
8	5	10	2	45
3	4	2	8	30
45	30	25	20	← Объемы потребления

**Вариант 19**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
6	1	3	2	35
8	4	5	8	20
5	2	1	7	10
4	5	8	4	25
1	9	7	5	30
30	40	40	10	← Объемы потребления

**Вариант 20**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
5	9	3	10	10
3	10	5	9	30
7	2	7	8	20
4	5	11	2	35
40	30	10	15	← Объемы потребления

**Вариант 21**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
12	1	3	1	20
2	4	5	8	30
5	19	16	2	10
7	8	8	7	40
3	2	1	5	15
50	35	10	20	← Объемы потребления

**Вариант 22**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
5	8	4	5	30
11	5	5	16	20
2	2	10	4	50
3	17	2	3	40
20	40	40	40	← Объемы потребления

**Вариант 23**

Стоимость перевозки единицы продукции				Объемы производства ↓
7	9	1	5	20
2	7	13	6	25
18	5	10	12	25
3	14	2	8	30
30	25	15	30	← Объемы потребления

**Контрольные вопросы**

1. Запишите математическую модель классической транспортной задачи в общем виде.
2. Сколько переменных имеет невырожденный базис?
3. Кратко опишите метод формирования исходного базиса. Как он называется?
4. Как строится матрица оценок?
5. Каково условие вырожденности базиса?
6. При выполнении какого условия можно сделать вывод о получении оптимального решения?

**Лабораторная работа № 5**  
**Решение задачи коммивояжера**

**Цель работы** - изучение алгоритмов построения математической модели и поиска решений задачи коммивояжера.

**Краткая теория**

Для выполнения данной лабораторной работы необходимо изучить лекционный материал по теме «**Сетевые оптимизационные модели: задача коммивояжера**».

**Задания к лабораторной работе № 5**

1) Записать математическую модель для симметричной ( $c_{ij}=c_{ji}$ ) задачи коммивояжера, заданной сетью на рис.5.1 и таблицей 5.1 (параметры  $A_i$  во внимание не принимаются). Исходная информация для выполнения

лабораторных работ представляет собой 24-значное десятичное число, выбираемое из таблиц 1 и 2 (приложение А) в соответствии с номером № вашего варианта (от 1 до 44).

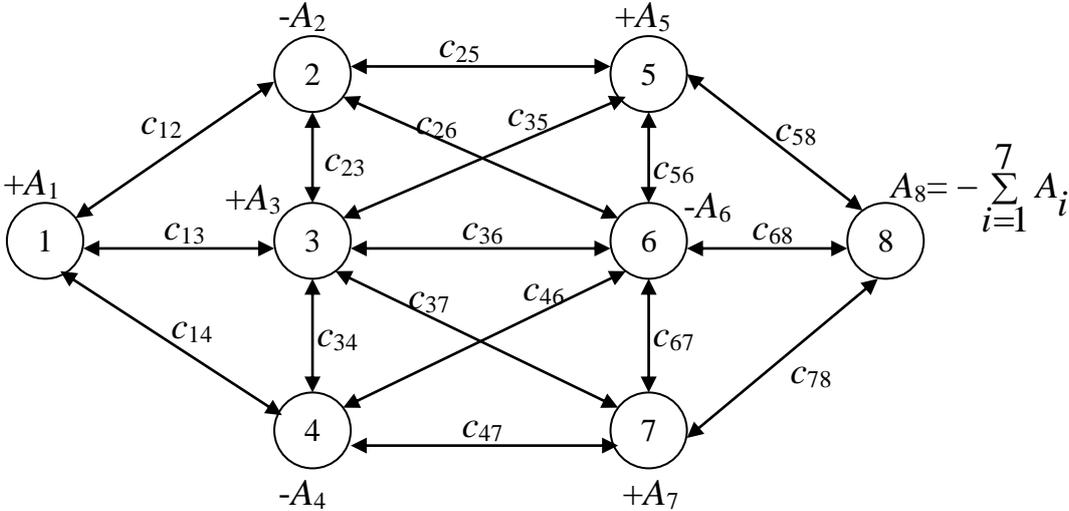


Рис.5.1 Сеть задачи коммивояжера

Таблица 5.1

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$c_{12}$
<i>i</i>	9	10	11	12	13	14	15	16
	$c_{13}$	$c_{14}$	$c_{23}$	$c_{25}$	$c_{26}$	$c_{34}$	$c_{35}$	$c_{36}$
<i>i</i>	17	18	19	20	21	22	23	24
	$c_{37}$	$c_{46}$	$c_{47}$	$c_{56}$	$c_{58}$	$c_{67}$	$c_{68}$	$c_{78}$

- 2) Найти оптимальное решение модели из п.1.
- 3) Сформулировать словесное описание полученного ответа.

**Контрольные вопросы**

- 1. Запишите формулировку задачи коммивояжера.
- 2. Запишите математическую модель задачи коммивояжера в общем виде.
- 3. Какой метод лежит в основе алгоритма решения задачи коммивояжера?
- 4. При каком условии заканчивается построение дерева задач?
- 5. Какую задачу необходимо решать на каждой итерации задачи коммивояжера?
- 6. При выполнении какого условия можно сделать вывод о получении оптимального решения?

**Лабораторная работа № 6**

**Решение задачи целочисленного программирования методом ветвей и границ**

**Цель работы** - изучение алгоритмов построения математической модели и поиска решений задачи целочисленного программирования.

### Краткая теория

Для выполнения данной лабораторной работы необходимо изучить лекционный материал по теме «Целочисленное программирование».

### Задания к лабораторной работе № 6

1) Сформулировать по заданному 24-хзначному числу, выбираемому из таблиц 1 и 2 (приложение А) в соответствии с номером № вашего варианта (от 1 до 44), модель целочисленного программирования вида:

$$\sum_{j=1}^3 c_j x_j \Rightarrow \max,$$

$$\sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i = \overline{1,2}),$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,3}),$$

$$x_j - \text{целые } (j = \overline{1,3}).$$

где все параметры модели должны быть определены на основе таблиц 3, 4, 5 приложения А, а также из следующих условий:

$$b_1 = r + p, \quad b_2 = p + g.$$

2) Придумать оригинальную содержательную постановку задачи, которой соответствует модель из п.1.

3) Найти оптимальное решение модели, сформированной в п.1, используя метод ветвей и границ.

4) Записать математическую модель, отличающуюся от модели, сформированной в п.1, учетом следующих дополнительных условий:

а) продукция типа 1 выпускается только в том случае, если разрешен выпуск хотя бы одного типа продукции: 2 и 3;

б) выпуск продукции 2 возможен только в том случае, если запрещен выпуск продукции 1 и запрещен выпуск продукции 3.

5) Записать математическую модель транспортной задачи, отличающуюся от модели, сформированной в п.1 индивидуальной работы №2, учетом следующих дополнительных условий:

а) для любого из восьми пунктов транспортной сети могут использоваться не более двух дорог, связывающих его с соседними пунктами;

б) общая длина всех дорог транспортной сети не может превышать 40. (В качестве длины дороги между пунктами  $i$  и  $j$  следует взять число  $c_{ij}$ ).

### Контрольные вопросы

1. Приведите примеры задач, относящихся к задачам целочисленного программирования.
2. Какой метод лежит в основе алгоритма решения задачи целочисленного программирования?
3. При каком условии в дерево задач добавляются ветви?
4. При каком условии заканчивается построение дерева задач?
5. Какие ограничения добавляются при вводе новых ветвей дерева задач?
6. При выполнении какого условия можно сделать вывод о получении оптимального решения?

### Лабораторная работа № 7

#### Модель динамического программирования для решения задач распределения ресурса

**Цель работы** - изучение алгоритмов построения математической модели задачи распределения ресурсов и поиска ее решения с помощью динамического программирования.

#### Краткая теория

Для выполнения данной лабораторной работы необходимо изучить лекционный материал по теме «**Динамическое программирование. Модель распределения ресурса**».

#### Задания к лабораторной работе № 7

1) Сформулировать по заданному 24-значному числу, выбираемому из таблиц 1 и 2 (приложение А) в соответствии с номером № вашего варианта (от 1 до 44), математическую модель вида:

$$\sum_{j=1}^4 c_j x_j \Rightarrow \max,$$

$$\sum_{j=1}^4 a_{1j} x_j \leq b_1,$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,4}),$$

$$x_j - \text{целые} \quad (j = \overline{1,4}).$$

где все параметры модели должны быть определены на основе таблиц 3, 4, 5 приложения А, а также из следующего условия:

$$b_1 = 18.$$

**Примечание.** Если  $a_{ij} = 1$ , то следует принять  $a_{ij} = 2$ . (Это делается для уменьшения размера таблиц, получаемых при решении данной модели.)

2) Придумать оригинальную содержательную постановку задачи, которой соответствует модель из п.1.

**Примечание.** Данная задача относится к классу задач распределения ресурса.

3) Найти оптимальное решение модели, сформированной в п.1, используя метод динамического программирования.

4) Построить график зависимости оптимальной прибыли от величины распределяемого ресурса.

5) Требуется графически изобразить ациклическую сеть распределения ресурса, соответствующую модели из п.1.

**Примечание.** Константу  $b_1 = 18$  в правой части ограничения модели следует заменить на  $b_1 = 10$ .

### **Контрольные вопросы**

1. Сформулируйте принцип оптимальности.
2. Перечислите требования к задачам, решаемым с помощью метода динамического программирования.
3. При каком условии для решения статической задачи можно использовать метод динамического программирования?

## Индивидуальная работа № 1

### Анализ модели линейного программирования на чувствительность. Двойственная модель

1. Произвести анализ на чувствительность модели, сформированной в лабораторной работе 2.

1.1 Определить, в каких пределах могут меняться коэффициенты при небазисных переменных в выражении для целевой функции, не нарушая оптимальности прежнего базиса.

1.2. То же, что и п.1.1, но только для базисных переменных.

1.3. Записать систему неравенств, описывающую допустимую в смысле сохранения оптимальности прежнего решения, область одновременных изменений коэффициентов при базисных переменных в выражении для целевой функции. Построить эту область графически.

1.4. Найти пределы, в которых могут меняться константы в правых частях математической модели линейной оптимизационной модели, построенной в лабораторной работе 2, не нарушая оптимальности прежнего решения.

1.5. Пусть в правых частях первых двух ограничений математической модели лабораторной работы 2 константы  $b_1$  и  $b_2$  могут одновременно быть изменены. Найти систему неравенств, при выполнении которой прежнее решение остается оптимальным. Изобразить допустимую область графически.

2. Двойственная задача.

2.1. Записать для задачи, сформированной в лабораторной работе 2, двойственную задачу.

2.2. Найти оптимальное решение двойственной задачи.

2.3. Используя двойственную модель определить, в каких интервалах могут меняться коэффициенты при небазисных переменных в выражении для целевой функции, не нарушая оптимальности прежнего решения.

2.4. Пусть вводятся новые управляемые переменные  $x_{10}$  и  $x_{11}$ . Коэффициенты при  $x_{10}$  и  $x_{11}$  записаны в табл.И1.1. Целесообразен ли ввод данных переменных?

Таблица И1.1

<i>i</i>	2	9	16	23	3	10	17	24
	<i>a</i> <sub>1,10</sub>	<i>a</i> <sub>2,10</sub>	<i>a</i> <sub>3,10</sub>	<i>c</i> <sub>10</sub>	<i>a</i> <sub>1,11</sub>	<i>a</i> <sub>2,11</sub>	<i>a</i> <sub>3,11</sub>	<i>c</i> <sub>11</sub>

3. На основе содержательной постановки, предложенной согласно п.2 лабораторной работы 2, предложить содержательную постановку динамической задачи. Плановый период составляет три единицы времени. Записать соответствующую модель линейного программирования, используя символические (буквенные) обозначения параметров модели.

## Индивидуальная работа № 2

### Решение классической транспортной модели методом потенциалов. Анализ модели на чувствительность

1.1. Записать математическую модель транспортной задачи с промежуточными пунктами, заданной сетью на рис.И2.1 и таблицей И2.1.

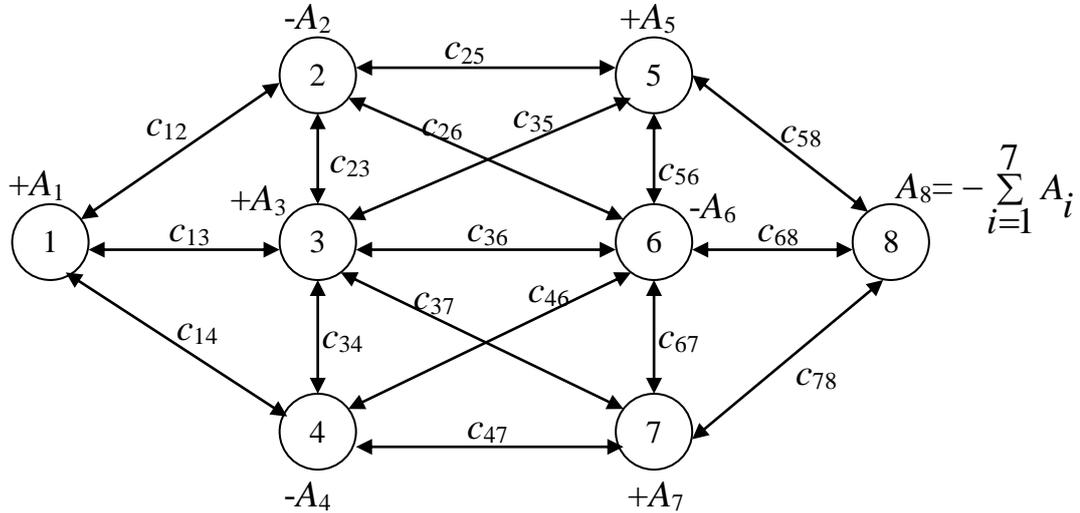


Рисунок И2.1 - Сеть транспортной задачи с промежуточными пунктами

Таблица И2.1

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$c_{12}$
$i$	9	10	11	12	13	14	15	16
	$c_{13}$	$c_{14}$	$c_{23}$	$c_{25}$	$c_{26}$	$c_{34}$	$c_{35}$	$c_{36}$
$i$	17	18	19	20	21	22	23	24
	$c_{37}$	$c_{46}$	$c_{47}$	$c_{56}$	$c_{58}$	$c_{67}$	$c_{68}$	$c_{78}$

1.2. Найти оптимальное решение задачи из п.1.1.

**Примечание.** Конечный результат должен быть записан для исходной сети с промежуточными пунктами, а не для вспомогательной классической транспортной задачи.

1.3. Произвести анализ на чувствительность задачи из п.1.1.

1.3.1. Найти наименьшее значение каждого из коэффициентов  $C_{25}$  и  $C_{47}$  в исходной сети с промежуточными пунктами, при которых прежнее решение остается оптимальным.

1.3.2. Допустим, что один избыток запасов  $A_i$  ( $i=1,3,5,7$ ) увеличился на  $\delta$ . Найти приращение целевой функции при  $\delta=1$ , а также предельное значение  $\delta$ , при котором прежнее решение остается оптимальным.

**Примечание.** Для каждого  $A_i$  ( $i=1,3,5,7$ ) показать цикл перераспределения на матрице условий.

1.3.3. Допустим, что один избыток запасов  $A_i$  ( $i=1,3,5$ ) увеличился на  $\delta$  одновременно с таким же увеличением потребности  $A_{i+1}$ . Найти приращение

целевой функции при  $\delta=1$ , а также предельное значение  $\delta$ , при котором прежнее решение остается оптимальным.

**Примечание.** Для каждой пары  $A_i$  и  $A_{i+1}$  ( $i=1,3,5$ ) показать цикл перераспределения на матрице условий.

## Список литературы

1. Одинокое В.В., Хабибулина Н.Ю. Автоматизированные информационно-управляющие системы.: Учебное пособие. / В.В. Одинокое, Н.Ю. Хабибулина. – Томск: каф. КСУП, 2012. – 131 с. URL: [http://www.kcup.tusur.ru/index.php?module=mod\\_methodic&command=view&id=196](http://www.kcup.tusur.ru/index.php?module=mod_methodic&command=view&id=196)
2. Шикин, Е. В. Исследование операций: Учебник для вузов / Е. В. Шикин, Г. Е. Шикина; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова. - М.: Проспект, 2006. - 275 с.
3. Вентцель, Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология : научное издание / Е. С. Вентцель. - 2-е изд., стереотип. - М. : Наука, 1988. - 206 с.
4. Шапкин, А. С. Математические методы и модели исследования операций : Учебник для вузов / А. С. Шапкин, Н. П. Мазаева. - 4-е изд. - М. : Дашков и К°, 2007. - 395с.
5. Турунтаев, Л. П. Системный анализ и исследование операций : учебное пособие / Л. П. Турунтаев. - Томск: ТМЦДО, 2004. - 212 с. (6 экз.)
6. Вагнер Г. Основы исследования операций. Том 1,2,3. – М.: Мир, 1973.
7. Аронович А.Б. Сборник задач по исследованию операций. – М.: Изд-во Московского ун-та, 1997.
8. Хэмди А. Введение в исследование операций. – М.: «Вильямс», 2001.
9. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Высшая школа, 2001.
10. Конюховский П. Математические методы исследования операций в экономике. – СПб.: «Питер», 2002.

## Приложение А

### Исходные данные к лабораторным работам

Исходная информация для выполнения лабораторных работ представляет собой 24-хзначное десятичное число, выбираемое из таблиц 1 и 2 в соответствии с номером № вашего варианта (от 1 до 44). Этот номер рассчитывается по формуле:

$$№ = (44 \times K) \operatorname{div} 100,$$

где № – искомый номер варианта (при № = 0 выбирается номер варианта 20);

$K$  – значение двух последних цифр зачетной книжки (число от 00 до 99);

$\operatorname{div}$  – целочисленное деление (после деления отбрасывается дробная часть).

Таблица 1

№ \ i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3	9	1	2	1	5	3	4	8	5	6	4
2	2	8	7	7	6	9	6	4	6	8	7	4
3	6	7	9	3	7	4	1	4	2	8	6	4
4	4	4	2	9	5	6	9	3	4	8	8	3
5	5	2	1	7	9	4	2	3	7	4	5	9
6	9	2	5	4	2	7	8	5	3	1	4	8
7	4	8	7	2	9	6	7	3	5	4	1	8
8	7	5	4	3	8	9	1	5	3	6	9	6
9	7	3	5	1	9	3	8	5	7	2	6	1
10	3	8	1	9	4	5	7	3	8	5	2	9
11	9	3	8	2	6	4	5	8	1	7	2	9
12	2	3	5	4	2	8	3	7	2	5	8	1
13	7	9	5	2	7	5	3	2	5	1	4	5
14	2	3	5	1	7	8	4	6	2	6	7	9
15	3	1	4	5	6	7	7	3	2	2	1	9
16	2	7	2	4	8	1	7	8	5	6	8	2
17	6	2	5	3	7	9	8	2	7	2	2	3
18	9	8	2	3	9	5	1	9	1	9	5	7
19	5	4	4	5	8	1	6	1	3	2	6	4
20	4	2	7	9	5	3	8	4	3	1	4	3
21	7	4	9	3	8	1	8	6	4	8	4	2
22	7	3	4	4	9	6	6	3	2	8	3	4
23	6	1	2	3	6	8	6	5	4	3	8	9
24	9	8	4	4	6	2	5	2	8	7	9	6
25	3	8	5	3	1	7	5	9	8	4	6	3
26	7	4	3	1	8	3	2	4	5	9	3	7
27	2	3	7	6	4	9	2	7	1	3	5	7
28	8	3	7	7	2	8	6	2	9	5	2	7
29	3	2	6	8	1	2	3	7	9	5	3	2
30	7	4	3	2	2	5	6	2	7	2	5	7
31	5	2	6	4	3	5	2	7	6	3	3	5

<b>32</b>	5	8	4	5	7	5	1	7	6	6	2	4
<b>33</b>	9	7	8	4	8	4	1	7	8	4	9	4
<b>34</b>	1	2	8	2	7	3	5	7	7	7	9	3
<b>35</b>	6	3	6	3	4	8	1	7	5	3	8	6
<b>36</b>	4	7	8	1	6	3	4	6	6	4	8	9
<b>37</b>	8	6	1	9	2	1	6	8	9	8	6	2
<b>38</b>	3	1	2	9	5	7	3	7	7	1	7	2
<b>39</b>	2	5	2	5	3	6	1	6	8	5	8	3
<b>40</b>	8	6	7	2	6	8	8	7	1	4	2	7
<b>41</b>	8	9	1	6	1	8	6	7	4	5	4	1
<b>42</b>	7	6	3	8	4	7	4	5	1	7	1	4
<b>43</b>	2	5	1	7	8	5	4	8	6	8	1	4
<b>44</b>	3	7	1	2	1	3	6	9	8	2	4	8

Таблица 2

<b>№</b> <sup>i</sup>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>
<b>1</b>	1	4	5	3	2	5	2	7	5	7	9	5
<b>2</b>	2	5	8	6	2	7	8	4	9	8	5	5
<b>3</b>	5	6	9	1	5	6	1	9	3	2	1	5
<b>4</b>	2	2	3	8	2	7	3	7	9	6	2	5
<b>5</b>	1	6	3	5	4	8	3	9	6	4	3	7
<b>6</b>	5	8	3	2	8	7	5	9	3	4	6	2
<b>7</b>	5	2	4	9	6	7	3	2	5	9	2	1
<b>8</b>	7	2	4	6	4	2	3	7	1	8	4	9
<b>9</b>	5	3	9	6	4	2	5	9	7	1	4	4
<b>10</b>	4	5	8	1	4	7	3	6	1	3	9	4
<b>11</b>	5	1	7	3	5	8	1	3	9	2	6	3
<b>12</b>	8	2	3	4	2	8	9	7	1	7	2	9
<b>13</b>	5	6	4	3	4	8	2	1	5	3	9	1
<b>14</b>	1	8	3	1	5	9	4	6	5	7	5	6
<b>15</b>	3	6	4	2	9	8	1	5	1	2	7	3
<b>16</b>	2	9	7	9	2	6	3	6	9	2	4	3
<b>17</b>	8	8	3	9	3	4	9	5	6	4	4	2
<b>18</b>	5	6	2	3	4	6	4	1	5	3	7	9
<b>19</b>	8	3	2	5	8	7	3	9	5	4	5	8
<b>20</b>	6	3	5	5	3	7	2	3	9	5	8	4
<b>21</b>	7	3	7	5	1	8	9	7	2	3	7	4
<b>22</b>	4	1	6	7	3	5	3	2	9	4	8	7
<b>23</b>	1	8	5	2	7	4	8	5	6	3	9	7
<b>24</b>	8	1	4	4	4	7	3	8	9	3	4	3
<b>25</b>	3	1	8	8	3	1	7	9	6	8	4	3
<b>26</b>	4	6	2	4	3	8	9	1	7	8	3	4
<b>27</b>	6	1	8	8	2	7	9	4	3	5	2	8
<b>28</b>	9	1	3	4	8	2	3	4	4	1	2	5
<b>29</b>	8	2	9	6	3	6	4	1	7	5	1	8
<b>30</b>	4	8	3	7	2	7	2	7	7	8	3	7
<b>31</b>	7	8	3	3	2	7	4	4	5	6	2	8
<b>32</b>	8	6	4	5	6	3	2	4	9	3	8	5
<b>33</b>	9	8	2	9	2	2	7	1	4	5	9	6

<b>34</b>	7	2	5	6	2	7	5	5	6	4	9	3
<b>35</b>	7	6	1	8	6	5	3	5	5	6	3	5
<b>36</b>	9	8	5	8	5	3	5	5	6	2	6	2
<b>37</b>	6	9	3	4	3	7	2	5	2	5	9	4
<b>38</b>	8	6	1	7	9	6	2	7	5	4	4	6
<b>39</b>	7	3	3	2	5	3	5	6	8	5	9	3
<b>41</b>	8	7	5	9	7	2	6	3	7	7	1	7
<b>42</b>	4	4	3	5	1	8	6	1	9	6	6	8
<b>43</b>	3	8	8	5	2	4	6	8	3	3	4	8
<b>44</b>	8	9	3	8	4	7	5	6	7	2	4	8

Таблица 3

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6
	<i>a</i> <sub>11</sub>	<i>a</i> <sub>12</sub>	<i>a</i> <sub>13</sub>	<i>a</i> <sub>14</sub>	<i>a</i> <sub>15</sub>	<i>a</i> <sub>16</sub>
<i>i</i>	7	8	9	10	11	12
	<i>a</i> <sub>21</sub>	<i>a</i> <sub>22</sub>	<i>a</i> <sub>23</sub>	<i>a</i> <sub>24</sub>	<i>a</i> <sub>25</sub>	<i>a</i> <sub>26</sub>
<i>i</i>	13	14	15	16	17	18
	<i>a</i> <sub>31</sub>	<i>a</i> <sub>32</sub>	<i>a</i> <sub>33</sub>	<i>a</i> <sub>34</sub>	<i>a</i> <sub>35</sub>	<i>a</i> <sub>36</sub>

Таблица 4

<i>i</i>	3	6	9	12	15	18
	<i>c</i> <sub>1</sub>	<i>c</i> <sub>2</sub>	<i>c</i> <sub>3</sub>	<i>c</i> <sub>4</sub>	<i>c</i> <sub>5</sub>	<i>c</i> <sub>6</sub>

Таблица 5

<i>i</i>	19	20	21	22
	<i>r</i>	<i>p</i>	<i>g</i>	<i>ω</i>

**Приложение Б**  
**Образец титульного листа отчета по лабораторной работе**

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра компьютерных систем в управлении и проектировании (КСУП)

Отчет по лабораторной работе \_\_\_\_\_

Тема \_\_\_\_\_

Вариант \_\_\_\_\_

Студент гр. ...

\_\_\_\_\_ А.Б. Иванов

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Руководитель:

Доцент .каф.КСУП,

канд.техн.наук

\_\_\_\_\_ Н.Ю.Хабибулина

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.