

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

## **ДИНАМИЧЕСКАЯ ГОЛОГРАФИЯ**

Методические указания к практическим занятиям  
и по самостоятельной работе  
для студентов направления 11.04.04  
«Электроника и наноэлектроника»

**Шмаков, Сергей Сергеевич**  
**Шандаров, Станислав Михайлович**

Динамическая голография: методические указания к практическим занятиям и по самостоятельной работе для студентов направления 11.04.04 «Электроника и нанoeлектроника» / С.С. Шмаков, С.М. Шандаров; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра электронных приборов. – Томск: ТУСУР, 2015. – 40 с.

Цель дисциплины состоит в формировании у студентов представлений о методах динамической голографии, которая является важным компонентом естественно-научного базиса подготовки магистров по направлению «Электроника и нанoeлектроника» в рамках программы «Квантовая и оптическая электроника».

В ходе освоения дисциплины у студентов направления «Электроника и нанoeлектроника» формируются следующие компетенции:

- способность использовать иностранный язык в профессиональной сфере (ОК-1);

- способность понимать основные проблемы в своей предметной области, выбирать методы и средства их решения (ОПК-1);

- готовность формулировать цели и задачи научных исследований в соответствии с тенденциями и перспективами развития электроники и нанoeлектроники, а также смежных областей науки и техники, способностью обоснованно выбирать теоретические и экспериментальные методы и средства решения сформулированных задач (ПК-1);

- готовность осваивать принципы планирования и методы автоматизации эксперимента на основе информационно-измерительных комплексов как средства повышения точности и снижения затрат на его проведение, овладевать навыками измерений в реальном времени (ПК-3);

- способность к организации и проведению экспериментальных исследований с применением современных средств и методов (ПК-4).

Пособие предназначено для студентов очной, очно-заочной и заочной форм, обучающихся по направлению «Электроника и нанoeлектроника» по дисциплине «Динамическая голография».

© Шмаков Сергей Сергеевич, 2015

© Шандаров Станислав Михайлович, 2015

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники»

Кафедра электронных приборов

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой ЭП  
\_\_\_\_\_ С.М. Шандаров  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2015 г.

## ДИНАМИЧЕСКАЯ ГОЛОГРАФИЯ

Методические указания к практическим занятиям и по самостоятельной работе  
для студентов направления 11.04.04  
«Электроника и микроэлектроника»

РАЗРАБОТЧИКИ:  
ассистент каф. ЭП  
\_\_\_\_\_ С.С. Шмаков

профессор каф. ЭП  
\_\_\_\_\_ С.М. Шандаров

2015

## Содержание

Введение .....	6
Раздел 1 Основы голографии .....	7
1.1 Содержание раздела .....	7
1.2 Методические указания по изучению раздела .....	7
1.3 Вопросы для самопроверки .....	7
Раздел 2 Техника голографического эксперимента .....	7
2.1 Содержание раздела .....	7
2.2 Методические указания по изучению раздела .....	7
2.3 Вопросы для самопроверки .....	8
Раздел 3 Амплитудные и фазовые голограммы .....	8
3.1 Содержание раздела .....	8
3.2 Методические указания по изучению раздела .....	8
3.3 Вопросы для самопроверки .....	8
Раздел 4 Дифракционная эффективность объемной фазовой голограммы .....	9
4.1 Содержание раздела .....	9
4.2 Методические указания по изучению раздела .....	9
4.3 Вопросы для самопроверки .....	9
Раздел 5 Регистрирующие среды для голографической записи .....	9
5.1 Содержание раздела .....	9
5.2 Методические указания по изучению раздела .....	10
5.3 Вопросы для самопроверки .....	10
Раздел 6 Особенности распространения световых волн в кристаллах .....	10
6.1 Содержание раздела .....	10
6.2 Методические указания по изучению раздела .....	10
6.3 Вопросы для самопроверки .....	10
Раздел 7 Перераспределение зарядов в кристалле .....	11
7.1 Содержание раздела .....	11
7.2 Методические указания по изучению раздела .....	11
7.3 Вопросы для самопроверки .....	11
Раздел 8 Система уравнений, описывающих процесс записи голограммы .....	12
8.1 Содержание раздела .....	12
8.2 Методические указания по изучению раздела .....	12
8.3 Вопросы для самопроверки .....	12
Раздел 9 Стационарные условия голографической записи .....	12
9.1 Содержание раздела .....	12
9.2 Методические указания по изучению раздела .....	12
9.3 Вопросы для самопроверки .....	13
Раздел 10 Нестационарные условия голографической записи .....	13
10.1 Содержание раздела .....	13
10.2 Методические указания по изучению раздела .....	13
10.3 Вопросы для самопроверки .....	13
Раздел 11 Механизм синхронного детектирования бегущей интерференционной картины .....	14
11.1 Содержание раздела .....	14
11.2 Методические указания по изучению раздела .....	14
11.3 Вопросы для самопроверки .....	14
12 Сравнение механизмов голографической записи для фоторефрактивных кристаллов различных типов .....	15
12.1 Содержание раздела .....	15
12.2 Методические указания к изучению раздела .....	15
12.3 Вопросы для самопроверки .....	15
13 Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в фоторефрактивных кристаллах .....	15
13.1 Содержание раздела .....	15
13.2 Методические указания к изучению раздела .....	16
13.3 Вопросы для самопроверки .....	16
14 Темы для самостоятельного изучения .....	16
15 Темы практических занятий .....	17
15.1 Световые волны. Процессы записи и считывания голограмм .....	17
15.1.1 Примеры решения задач по теме «Световые волны. Процессы записи и считывания голограмм» .....	17
15.1.2 Вариант задач для самоподготовки .....	19
15.2 Лазер и основные характеристики лазерного излучения. Вспомогательные оптические элементы голографической установки .....	21

15.2.1 Примеры решения задач по теме «Лазер и основные характеристики лазерного излучения. Вспомогательные оптические элементы голографической установки».....	21
15.2.2 Варианты задач для самоподготовки.....	22
15.3 Дифракционная эффективность объемной фазовой голограммы.....	23
15.3.1 Примеры решения задач по теме «Дифракционная эффективность объемной фазовой голограммы» .....	23
15.3.2 Варианты задач для самопроверки .....	24
15.4 Особенности распространения световых волн в кристаллах .....	25
15.4.1 Примеры решения задач по теме «Особенности распространения световых волн в кристаллах».....	25
15.4.2 Варианты задач для самопроверки .....	28
15.5 Перераспределение зарядов в кристалле .....	30
15.5.1 Примеры решения задач по теме «Перераспределение зарядов в кристалле» .....	30
15.5.2 Варианты задач для самопроверки .....	30
15.6 Диффузионный и дрейфовый механизм записи во внешнем постоянном поле .....	32
15.6.1 Примеры решения задач по теме «Диффузионный и дрейфовый механизм записи во внешнем постоянном поле».....	32
15.6.2 Варианты задач для самопроверки .....	32
15.7 Голографическая запись при синусоидальном и знакопеременном поле, приложенном к кристаллу .....	34
15.7.1 Примеры решения задач по теме «Голографическая запись при синусоидальном и знакопеременном поле, приложенном к кристаллу» .....	34
15.7.2 Варианты задач для самопроверки .....	35
15.8 Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в кристалле .....	36
15.8.1 Примеры решения задач по теме «Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в кристалле».....	36
15.8.2 Варианты задач для самопроверки .....	36
Заключение .....	37
Список литературы .....	38

## **Введение**

**Цели и задачи дисциплины:** формировании у студентов представлений о методах динамической голографии, применяемых в квантовой электронике и оптической обработке информации, и изучение основ применения голографических методов, характеристик голограмм, условий голографической записи в электрооптических кристаллах, современных устройств динамической голографии.

### **Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина входит в вариативную часть блока Б.1 структуры программы магистров по направлению 11.04.04 «Электроника и наноэлектроника», профиль «Квантовая и оптическая электроника», изучается в третьем семестре и является важным компонентом профессиональной подготовки.

### **Требования к результатам освоения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины направлен на владение выпускникам следующими компетенциями:

- способность использовать иностранный язык в профессиональной сфере (ОК-1);
- способность понимать основные проблемы в своей предметной области, выбирать методы и средства их решения (ОПК-1);
- готовность формулировать цели и задачи научных исследований в соответствии с тенденциями и перспективами развития электроники и наноэлектроники, а также смежных областей науки и техники, способностью обоснованно выбирать теоретические и экспериментальные методы и средства решения сформулированных задач (ПК-1);
- готовность осваивать принципы планирования и методы автоматизации эксперимента на основе информационно-измерительных комплексов как средства повышения точности и снижения затрат на его проведение, овладевать навыками измерений в реальном времени (ПК-3);
- способность к организации и проведению экспериментальных исследований с применением современных средств и методов (ПК-4).

В результате освоения дисциплины студент должен:

**знать:** характеристики голограмм; характеристики регистрирующих голографических сред; свойства нелинейных кристаллов и особенности распространения световых волн в них; условия записи голограмм в фоторефрактивных кристаллах;

**уметь:** проектировать голографические приборы на основе нелинейных кристаллов;

**владеть:** основными методами, применяемыми в голографии.

### **Методические указания по изучению разделов дисциплины**

Темы сформированы в порядке, позволяющем последовательно осваивать материал с использованием библиотечных и сетевых Интернет-

ресурсов. Самостоятельная проработка материала оценивается на контрольных работах.

## **Раздел 1 Основы голографии**

### **1.1 Содержание раздела**

Первые оптические схемы для записи голограмм. Световые волны. Процесс записи и считывания голограммы. Статическая и динамическая голография. Основы применения голографических методов.

### **1.2 Методические указания по изучению раздела**

При изучении раздела «Основы голографии» следует обратить внимание на оптические схемы, применяемые в голографии; характеристики световых волн; применение голографических методов.

### **1.3 Вопросы для самопроверки**

1. Каковы типы голограмм и в чем их отличительные свойства?
2. Что такое динамическая голография?
3. Какова формулировка понятий «когерентность источника излучения», «пространственная и временная когерентность»?
4. Как реализуется схема Габора?
5. Как реализуется схема Денисюка?
6. Что такое статическая голография?
7. Что такое интерференционная картина? Что ограничивает ее размеры?
8. Что произойдет с интерференционной картиной при изменении длины волны света?
9. Что такое видность интерференционной картины?
10. В чем состоит явление дифракции света?

## **Раздел 2 Техника голографического эксперимента**

### **2.1 Содержание раздела**

Лазер и основные характеристики лазерного излучения. Вспомогательные оптические элементы голографической установки.

### **2.2 Методические указания по изучению раздела**

При изучении раздела «Техника голографического эксперимента» следует обратить внимание на такие характеристики лазерного излучения, как временная и пространственная когерентность, апертура выходного пучка и распределение интенсивности, энергетические параметры; на особенности применения оптических элементов установки голографического эксперимента (линзы, поляризаторы, четвертьволновые пластинки,

плоскопараллельные пластинки, зеркала и т.д.).

### **2.3 Вопросы для самопроверки**

1. Опишите принцип действия и основные элементы лазера.
2. Каковы основные параметры лазерного излучения?
3. Каким размером резонатора определяется межмодовый спектральный интервал лазера?
4. Будут ли интерферировать два лазерных пучка, если разность хода между ними превышает длину когерентности?
5. Чем отличаются лазеры, построенные на основе использования четырехуровневой и трехуровневой схем?
6. Какие источники света можно назвать когерентными?
7. Для чего используются четвертьволновые пластинки?
8. Светофильтры - какие типы существуют и для чего используются?
9. Объясните принципы, используемые в поляризаторах света.
10. Запишите формулы отражения Френеля.

## **Раздел 3 Амплитудные и фазовые голограммы**

### **3.1 Содержание раздела**

Основные характеристики голограммы: дифракционная эффективность, угловая и спектральная селективность. Объемные и плоские голограммы. Дифракционные порядки, дифракция Брэгга и Рамана-Ната.

### **3.2 Методические указания по изучению раздела**

При изучении раздела «Амплитудные и фазовые голограммы» следует обратить внимание на основные характеристики голограмм.

### **3.3 Вопросы для самопроверки**

1. Какие типы голограмм Вы знаете, и чем они отличаются друг от друга?
2. Как изменяется характер дифракции монохроматического излучения на объемной голограмме-решетке при изменении длины волны?
3. Что такое «селективность голограммы»?
4. Может ли быть разной угловая селективность у объемных голограмм-решеток с одинаковой толщиной?
5. Как влияет на селективность голограммы-решетки изменение периода решетки?
6. Каковы параметры, характеризующие свойства голограмм?
7. Какие голограммы называют амплитудными?
8. От чего зависит дифракционная эффективность амплитудной голограммы?
9. Какие голограммы называют фазовыми?
10. Чем обусловлена дифракция излучения на фазовой голограмме?



## **Раздел 4 Дифракционная эффективность объемной фазовой голограммы**

### **4.1 Содержание раздела**

Условия Брэгга. Дифракционная эффективность (ДЭ) объемной фазовой голограммы.

### **4.2 Методические указания по изучению раздела**

При изучении раздела «Дифракционная эффективность объемной фазовой голограммы» следует обратить внимание на ДЭ объемной голограммы при выполнении условий Брэгга, ДЭ тонких фазовых и амплитудных голограмм, ДЭ объемных фазовых и амплитудных голограмм, максимальные значения ДЭ фазовых и амплитудных голограмм (тонких и объемных).

### **4.3 Вопросы для самопроверки**

1. Какие голограммы называют объемными?
2. Каковы основные свойства объемных голограмм?
3. Дайте определение дифракционной эффективности голограммы.
4. Дайте определение условия Брэгга.
5. Будет ли меняться качество пространственной фильтрации излучения при изменении дифракционной эффективности голограммы, если последнюю использовать в качестве оптического фильтра?
6. Возможно ли получение голограммы с  $ДЭ > 1$ ?
7. Как изменяется качество фильтрации с увеличением дифракционной эффективности голограммы, если последнюю использовать в качестве оптического фильтра?
8. Чем характеризуется «внебрэгговское» считывание голограммы?
9. Какое максимальное значение ДЭ может иметь объемная фазовая голограмма?
10. В чем заключается сложность определения дифракционной эффективности для объемной голографической решетки?

## **Раздел 5 Регистрирующие среды для голографической записи**

### **5.1 Содержание раздела**

Основы фоторефрактивного эффекта. Зонная модель фоторефрактивного кристалла.

## 5.2 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Регистрирующие среды для голографической записи» следует обратить внимание на физические процессы, за счет которых происходит формирование голограмм в фоторефрактивных средах.

### 5.3 Вопросы для самопроверки

1. Какие процессы в оптике считаются нелинейными?
2. В каких средах возможны нелинейные процессы?
3. Какие типы взаимодействий световых волн в нелинейных оптических кристаллах вы знаете?
4. В чем заключается явление просветления оптической среды?
5. В чем заключается фоторефрактивный эффект?
6. Какие голограммы называют пропускающими, какое взаимодействие называют попутными?
7. Что представляет собой решетка изменения показателя преломления?
8. Нарисуйте энергетическую диаграмму фоторефрактивного кристалла для одноуровневой модели зонного перераспределения заряда.
9. Перечислите основные эффекты динамической голографии.
10. Что такое глубина модуляции интенсивности?

## Раздел 6 Особенности распространения световых волн в кристаллах

### 6.1 Содержание раздела

Одноосные и двуосные кристаллы. Линейный электрооптический эффект. Модуляция показателя преломления. Тензор электрооптических коэффициентов. Оптическая активность.

### 6.2 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Особенности распространения световых волн в кристаллах» следует обратить внимание на процессы, происходящие в одноосных и двуосных кристаллах при прохождении через них световых волн, на свойства одноосных и двуосных кристаллов, описываемых тензорами второго и третьего рангов.

### 6.3 Вопросы для самопроверки

1. Что такое оптически активные среды?
2. Что такое оптическая ось?
3. В каком случае обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются в кристалле?

4. От чего зависит угол поворота плоскости поляризации в средах с естественной оптической активностью?
5. В чем заключается эффект Поггеля?
6. Какие электрооптические кристаллы Вам известны?
7. За счет чего происходит модуляция показателя преломления в фоторефрактивном кристалле?
8. Чем характеризуется взаимодействие света с анизотропной средой?
9. В чем состоит эффект Керра?
10. Какой эффект дает основной вклад в изменение диэлектрической непроницаемости нецентросимметричных кристаллов при помещении его в электрическое поле?

## **Раздел 7 Перераспределение зарядов в кристалле**

### **7.1 Содержание раздела**

Диффузия и дрейф электронов во внешнем постоянном поле. Формирование поля пространственного заряда. Эффект насыщения поля пространственного заряда.

### **7.2 Методические указания по изучению раздела**

При изучении раздела «Перераспределение зарядов в кристалле» следует обратить внимание на механизмы формирования динамических голограмм в фоторефрактивных кристаллах при приложении внешних электрических полей к ним, на динамику формирования поля пространственного заряда в фоторефрактивных кристаллах во внешнем электрическом поле.

### **7.3 Вопросы для самопроверки**

1. Каковы основные особенности одноуровневой модели зонного переноса зарядов?
2. За счет чего обеспечивается электронейтральность фоторефрактивного кристалла?
3. Чему равна вероятность фотовозбуждения одного донора в единицу времени?
4. Чему равен объемный заряд в фоторефрактивном кристалле?
5. За счет чего перемещается электрон в зоне проводимости кристалла?
6. Что происходит с увеличением контраста интерференционной картины?
7. Для какой цели к кристаллу прикладывается внешнее постоянное электрическое поле?
8. Какой характер имеет установление стационарного значения поля пространственного заряда при приложении к кристаллу внешнего постоянного поля?

9. Когда достигается максимум первой гармоники поля пространственного заряда при диффузионном механизме записи голограммы?

10. Чем определяется время жизни электрона в зоне проводимости?

## **Раздел 8 Система уравнений, описывающих процесс записи голограммы**

### **8.1 Содержание раздела**

Уравнения для поля пространственного заряда в приближении малого контраста интерференционной картины.

### **8.2 Методические указания по изучению раздела**

При изучении раздела «Система уравнений, описывающих процесс записи голограммы» следует обратить внимание на вывод уравнения для динамики поля пространственного заряда в условиях приближения малых контрастов интерференционной картины.

### **8.3 Вопросы для самопроверки**

1. Для чего используются приближения малых контрастов интерференционной картины при анализе процесса голографической записи?
2. Какие гармоники в пространственном распределении электрического поля играют заметную роль в процессе записи голограммы при больших глубинах модуляции?
3. Каковы особенности диффузионного механизма записи фоторефрактивной решетки в приближении малых контрастов?
4. Как описать формирование фоторефрактивной решетки во внешнем электрическом поле в приближении малых контрастов?

## **Раздел 9 Стационарные условия голографической записи**

### **9.1 Содержание раздела**

Диффузионный и дрейфовый механизм записи во внешнем постоянном поле. Фотовольтаический механизм записи. Амплитуда голограммы при стационарных механизмах записи

### **9.2 Методические указания по изучению раздела**

При изучении раздела «Стационарные условия голографической записи» следует обратить внимание на различия в используемых механизмах формирования голограмм в фоторефрактивных кристаллах.

### 9.3 Вопросы для самопроверки

1. Как возникает диффузионный ток в фоторефрактивных кристаллах?
2. В чем причина возникновения пространственного заряда в кристалле?
3. Вследствие чего возникает дрейфовый ток в фоторефрактивном кристалле?
4. Как направлены дрейфовый и диффузионный токи относительно друг друга?
5. Когда величина поля пространственного заряда достигает своего стационарного значения?
6. Каковы недостатки дрейфового механизма записи голограммы?
7. Как устраняется эффект экранирования при дрейфовом механизме записи голограммы?
8. В результате чего в кристалле устанавливается фотовольтаическое поле?
9. Что означает стационарный режим записи голограмм?
10. Каковы стационарные амплитуды диффузионных и дрейфовых голограмм?

## Раздел 10 Нестационарные условия голографической записи

### 10.1 Содержание раздела

Бегущая интерференционная картина или переменное электрическое поле на кристалле. Амплитуда голограммы при нестационарных механизмах записи.

### 10.2 Методические указания по изучению раздела

При изучении раздела «Нестационарные условия голографической записи» следует обратить внимание на запись голограмм в фоторефрактивных кристаллах при приложении внешнего знакопеременного поля и с использованием бегущей интерференционной картины при постоянном внешнем поле.

### 10.3 Вопросы для самопроверки

1. Что означает нестационарный режим записи голограмм?
2. Для чего используются нестационарные условия записи голограмм?
3. Какова физика процесса голографической записи бегущей интерференционной картины в фоторефрактивных кристаллах?
4. Когда достигается максимум стационарной амплитуды голограммы при приложении к фоторефрактивному кристаллу внешнего электрического поля?
5. Когда достигается максимум амплитуды голограммы, записываемой бегущей интерференционной картиной?

6. В каких кристаллах есть возможность записи резонансных бегущих голограмм?
7. Какие знакопеременные поля используются для нестационарной записи голограмм?
8. Превышает ли амплитуда голограммы, записанная во внешнем синусоидальном поле, амплитуду стационарной голограммы, записанной в постоянном поле?
9. Как влияют контакты на процессы записи голограмм во внешнем поле?
10. Когда использование стационарной интерференционной картины для записи голограмм не является оптимальным?

## **Раздел 11 Механизм синхронного детектирования бегущей интерференционной картины**

### **11.1 Содержание раздела**

Голографическая запись при синусоидальном или меандровом знакопеременном поле, приложенном к кристаллу, для бегущей интерференционной картины.

### **11.2 Методические указания по изучению раздела**

При изучении раздела «Механизм синхронного детектирования бегущей интерференционной картины» следует обратить внимание на механизм переноса заряда в знакопеременном поле, варианты синхронизации бегущей интерференционной картины с формируемой голограммой, влияние контактов на процессы формирования заряда.

### **11.3 Вопросы для самопроверки**

1. Какой механизм переноса заряда преобладает при приложении к кристаллу знакопеременного поля?
2. Какой характер имеет ток, протекающий через кристалл, в случае знакопеременного поля?
3. Из какого условия выбирается период переменного поля?
4. Что представляет собой «режим стационарных колебаний»?
5. Будет ли сдвинуто в пространстве распределение первой гармоники поля пространственного заряда голограммы относительно интерференционной картины при приложении высокочастотного внешнего напряжения прямоугольной формы? Если сдвинуто, то на сколько?
6. Каковы преимущества формирования голограммы во внешнем высокочастотном поле прямоугольной формы?
7. Какие знакопеременные поля используются для нестационарной записи голограмм?
8. Каковы варианты синхронизации интерференционной картины с голограммой?

9. Как достичь «остановки» голограммы для синхронизации её с интерференционной картиной?

10. Будет ли иметь место экранировка внешнего поля неосвещенными областями межэлектродного промежутка при записи голограммы в знакопеременном поле?

## **12 Сравнение механизмов голографической записи для фоторефрактивных кристаллов различных типов**

### **12.1 Содержание раздела**

Сравнение механизмов голографической записи для различных типов фоторефрактивных кристаллов.

### **12.2 Методические указания к изучению раздела**

При изучении раздела «Сравнение механизмов голографической записи для фоторефрактивных кристаллов различных типов» следует обратить внимание на физические и голографические характеристики фоторефрактивных кристаллов, используемых в динамической голографии.

### **12.3 Вопросы для самопроверки**

1. Перечислите характеристики фоторефрактивных сред, связанные с их функциональными свойствами.
2. Дайте определение передаточной функции.
3. Каково определение чувствительности фоторефрактивных сред?
4. Чем определяется быстроедействие фоторефрактивных сред?
5. От чего зависит скорость формирования голограммы в фоторефрактивном кристалле (ФРК)?
6. Каким образом можно ускорить процесс стирания голограммы?
7. Что определяет скорость естественного стирания в кристалле?
8. Какие механизмы записи голограмм характерны для кристаллов  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ ,  $\text{LiNbO}_3:\text{Cu}$ ,  $\text{LiTaO}_3:\text{Fe}$ ,  $\text{LiTaO}_3:\text{Cu}$ ?
9. Какие механизмы записи голограмм используются в кристаллах  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{Ge}_{20}\text{O}_{10}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ?
10. Каковы голографические характеристики полупроводниковых ФРК?

## **13 Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в фоторефрактивных кристаллах**

### **13.1 Содержание раздела**

Уравнения связанных волн. Самодифракция световых волн на фоторефрактивных голограммах. Приближение неистощаемой накачки; перекачка амплитуды и фазы при двухволновом взаимодействии.

Энергообмен при взаимодействии волн на динамической голограмме для чисто нелокального отклика.

### **13.2 Методические указания к изучению раздела**

При изучении раздела «Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в фоторефрактивных кристаллах» следует обратить внимание на процессы самодифракции в фоторефрактивных кристаллах при приложении внешних электрических полей и без приложения внешних полей к ним.

### **13.3 Вопросы для самопроверки**

1. За счет чего происходят изменения интенсивности волн, формирующих голограмму?
2. В чем заключается явление самодифракции пучков?
3. При каком условии происходит перекачка энергии из одной волны в другую?
4. Когда будет происходить перекачка фазы из одной волны в другую?
5. Что такое несмещенная фоторефрактивная решетка?
6. Что характеризует коэффициент усиления ФРК?
7. Опишите кольцевой генератор на основе двухволнового взаимодействия.
8. Опишите явление обращения волнового фронта.
9. Как реализовать четырехволновое взаимодействие на фазовых решетках?
10. При каких механизмах записи голограммы осуществляются перекачка мощности и фазы?

### **14 Темы для самостоятельного изучения**

Темы для самостоятельного изучения обобщают приобретенные знания и позволяют студенту самостоятельно решать задачи, связанные с формированием и восстановлением голограмм и взаимодействию световых пучков на динамических голограммах. Тематика самостоятельных работ предполагает углубленное изучение ниже предложенных тем:

1. Характеристики регистрирующих сред: передаточная характеристика, чувствительность, нелинейность, частотно-контрастная характеристика, разрешение, шумы.
2. Галоидосеребряные фоточувствительные слои. Фотополупроводниковые термопластичные слои. Магнитные пленки. Фотохромные среды
3. Основные преимущества голографической интерферометрии
4. Метод двух экспозиций. Метод голографической интерферометрии в реальном времени
5. Метод голографической интерферометрии с усреднением во времени



6. Голографическая интерферометрия с модуляцией фазы опорного пучка

7. Использование в голографической виброинтерферометрии реверсивных сред

8. Голографические корреляторы

9. Использование голографических методов для улучшения качества изображения в оптических системах

Студент защищает реферат по выбранной теме на практическом занятии.

## 15 Темы практических занятий

- Световые волны. Процесс записи и считывания голограммы.
- Лазер и основные характеристики лазерного излучения. Вспомогательные оптические элементы голографической установки.
- Дифракционная эффективность объемной фазовой голограммы.
- Особенности распространения световых волн в кристаллах.
- Перераспределение зарядов в кристалле.
- Диффузионный механизм и дрейфовый механизм записи во внешнем постоянном поле.
- Голографическая запись при синусоидальном и меандровом знакопеременном поле, приложенном к кристаллу.
- Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в кристалле.

### 15.1 Световые волны. Процессы записи и считывания голограмм

#### 15.1.1 Примеры решения задач по теме «Световые волны. Процессы записи и считывания голограмм»

**Задача 1.** Две плоские монохроматические волны 1 и 2 с длиной волны  $\lambda = 532$  нм и амплитудами  $E_{m1} = 10$  В/м и  $E_{m2} = 100$  В/м, поляризованные в плоскости  $XU$ , распространяются в воздушной среде и формируют голограмму на фотопластинке, тонкий фотоэмульсионный слой которой расположен в начале координат в плоскости  $XZ$ . Волновые векторы волн  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$  ориентированы в плоскости  $XU$  и составляют с осью  $+X$  углы  $\theta_1 = \theta = 10^\circ$  и  $\theta_2 = -\theta = -10^\circ$ , соответственно.

Запишите выражения для распределений электрического и магнитного полей на фотоэмульсионном слое, используя комплексную форму записи.

**Решение.** Распределение электрического поля

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{e}_1 \dot{E}_{1m} \exp\left[i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})\right] + \vec{e}_2 \dot{E}_{2m} \exp\left[i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})\right],$$

где  $\dot{E}_{1m} = E_{1m} \exp(i\psi_{01})$  и  $\dot{E}_{2m} = E_{2m} \exp(i\psi_{02})$  – комплексные скалярные амплитуды волн, а соответствующие волновые векторы могут быть представлены в следующем виде:

$$\vec{k}_1 = \frac{\omega}{v}(\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta) = \frac{2\pi}{\lambda}(\vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta),$$

$$\vec{k}_2 = \frac{\omega}{v}(\vec{i} \cos \theta - \vec{j} \sin \theta) = \frac{2\pi}{\lambda}(\vec{i} \cos \theta - \vec{j} \sin \theta).$$

Единичные векторы поляризации волн, с учетом их ортогональности соответствующим волновым векторам, представим в виде

$$\vec{e}_1 = -\vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta; \quad \vec{e}_2 = \vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta.$$

Учитывая, что радиус-вектор определяется выражением  $\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}^0 z$ , получаем

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda}(x \cos \theta + y \sin \theta), \quad \vec{k}_2 \cdot \vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda}(x \cos \theta - y \sin \theta).$$

Подставляя полученные выражения в формулу для распределения электрического поля, получаем:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}(x, y, t) = & (-\vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta) E_{1m} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(x \cos \theta + y \sin \theta) + \psi_{01} \right) \right] + \\ & + (\vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta) E_{2m} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(x \cos \theta - y \sin \theta) + \psi_{02} \right) \right]. \end{aligned}$$

Используя связь амплитуд электрического и магнитного полей для плоских волн  $H_m = E_m/W$  через волновое сопротивление среды  $W = \sqrt{\mu/\varepsilon}$  и учитывая, что для воздуха  $\mu = \mu_0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_0$  и  $W = W_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ , а также правило, что векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{k}$  образуют правую тройку векторов, запишем выражение для распределения магнитного поля:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{H}}(x, y, t) = & \vec{k}^0 \frac{E_{1m}}{W_0} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(x \cos \theta + y \sin \theta) + \psi_{01} \right) \right] + \\ & + \vec{k}^0 \frac{E_{2m}}{W_0} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(x \cos \theta - y \sin \theta) + \psi_{02} \right) \right]. \end{aligned}$$

**Ответ:**

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}}(x, y, t) = & (-\vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta) E_{1m} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(x \cos \theta + y \sin \theta) + \psi_{01} \right) \right] + \\ & + (\vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta) E_{2m} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(x \cos \theta - y \sin \theta) + \psi_{02} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\dot{\vec{H}}(x, y, t) = \vec{k}^0 \frac{E_{1m}}{W_0} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (x \cos \theta + y \sin \theta) + \psi_{01} \right) \right] + \\ + \vec{k}^0 \frac{E_{2m}}{W_0} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (x \cos \theta - y \sin \theta) + \psi_{02} \right) \right].$$

### 15.1.2 Варианты задач для самоподготовки

1. Используя выражение для распределения электрического поля, полученное в задаче 1 пункт 15.1.1, найдите распределение интенсивности светового поля на фотоэмульсионном слое и проведите его анализ: Изобразите распределение интенсивности света вдоль оси  $X$  в виде графика, определите контраст интерференционной картины и её пространственный период.

2. Две плоские монохроматические волны 1 и 2 от He-Ne лазера с длиной волны  $\lambda = 633$  нм и амплитудами  $E_{m2} = 1$  В/м и  $E_{m1} = 100$  В/м, поляризованные в плоскости  $XZ$ , распространяются в жидкой среде с показателем преломления  $n = 1,35$  и формируют голограмму на фотопластинке, тонкий фотоэмульсионный слой которой расположен в начале координат в плоскости  $YZ$ . Волновые векторы волн  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$  ориентированы в плоскости  $XZ$  и составляют с осью  $+X$  углы  $\theta_1 = 0^\circ$  и  $\theta_2 = 30^\circ$ , соответственно.

Запишите выражения для распределений электрического и магнитного полей на фотоэмульсионном слое, используя комплексную форму записи.

3. Используя выражение для распределения электрического поля, полученное в задаче 2, найдите распределение интенсивности светового поля на фотоэмульсионном слое и проведите его анализ: изобразите распределение интенсивности света вдоль оси  $X$  в виде графика, определите контраст интерференционной картины и её пространственный период.

4. Голограмма формируется на фотопластинке с тонким фотоэмульсионным слоем, расположенной в воздушной среде, двумя плоскими световыми волнами с интенсивностями  $I_1 = 1$  мВт/см<sup>2</sup> и  $I_2 = 1$  мкВт/см<sup>2</sup>, падающими на неё под углами  $+45^\circ$  и  $-45^\circ$ , соответственно, поляризованными перпендикулярно плоскости падения. Выберите систему координат, найдите распределение интенсивности на фотоэмульсионном слое в плоскости падения и ортогонально к ней. Изобразите это распределение интенсивности для плоскости падения, определите контраст интерференционной картины и её пространственный период, при длине волны излучения  $\lambda = 532$  нм.

5. Отражательная голограмма формируется в кристалле  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ , центр которого расположен в начале координат, двумя плоскими световыми волнами, первая из которых распространяется под углом  $\theta_1 = 10^\circ$  к оси  $+Z$  в плоскости  $YZ$ , а вторая – под углом  $\theta_2 = 170^\circ$  к той же оси и в той же

плоскости. Волны поляризованы вдоль оси  $X$ , характеризуются показателем преломления  $n=2,3$  на используемой длине волны  $\lambda = 532$  нм и имеют интенсивности  $I_1=100$  мВт/см<sup>2</sup> и  $I_2=20$  мВт/см<sup>2</sup>.

Найдите распределение интенсивности вдоль координаты  $z$ , изобразите это распределение в виде графика, определите контраст интерференционной картины и её пространственный период.

**6.** Отражательная голограмма формируется в кристалле титаната висмута, центр которого расположен в начале координат, двумя плоскими световыми волнами, распространяющимися в противоположных направлениях вдоль кристаллографической оси  $[100]$ . Одна из них имеет правую, а вторая – левую круговую поляризацию. Кристалл характеризуется показателем преломления  $n=2,58$  и удельным оптическим вращением  $\rho = -6.5$  угл.град/мм на используемой длине волны  $\lambda = 633$  нм.

Запишите выражения для распределения электрического поля волн в кристалле, используя комплексную форму записи.

**7.** Используя выражение для распределения электрического поля, полученное в задаче 6, найдите распределение интенсивности света в кристалле и проведите его анализ: изобразите распределение интенсивности света вдоль направления  $[100]$  в виде графика, определите контраст интерференционной картины и её пространственный период, для интенсивностей волн, составляющих 200 мВт/см<sup>2</sup> и 10 мкВт/см<sup>2</sup>.

**8.** Голограмма формируется на фотопластинке с тонким фотоэмульсионным слоем, расположенной в воздушной среде, плоской световой волной, падающей нормально на её границу, и сферической волной от точечного источника, расположенного на расстоянии 10 см от фотоэмульсионного слоя. Обе волны являются монохроматическими, с длиной волны  $\lambda = 514$  нм.

Запишите выражения для распределений электрического поля на фотоэмульсионном слое, используя комплексную форму записи.

**9.** Используя выражение для распределения электрического поля, полученное в задаче 8, найдите распределение интенсивности света на фотоэмульсионном слое и проведите его анализ: изобразите распределение интенсивности света вдоль некоторого направления в плоскости фотоэмульсионного слоя в виде графика; определите контраст интерференционной картины в её центре для интенсивностей в области этого центра, составляющих 20 мВт/см<sup>2</sup> для плоской волны и 40 мкВт/см<sup>2</sup> для сферической волны.

## 15.2 Лазер и основные характеристики лазерного излучения. Вспомогательные оптические элементы голографической установки

### 15.2.1 Примеры решения задач по теме «Лазер и основные характеристики лазерного излучения. Вспомогательные оптические элементы голографической установки»

**Задача 1.** Определить, во сколько раз изменится диаметр пучка в фокусе линзы, если перед ней поставить телескопическую систему с увеличением  $b^x$ .

**Решение.** Диаметр пучка в фокусе линзы  $d_0 = \theta f$

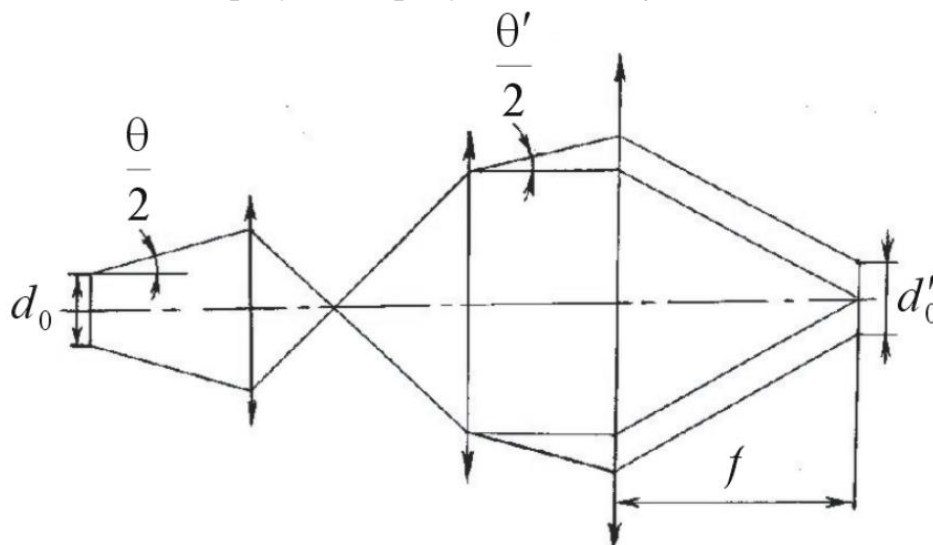


Рис. 1. Определение диаметра пучка в фокусе линзы

Если перед линзой поставить телескопическую систему, размер пучка в фокусе линзы как  $d'_0 = \theta' f$ , где  $\theta'$  – расходимость лазерного пучка после телескопической системы:  $\theta' = \frac{\theta}{b^x}$ . В результате имеем:

$$\begin{cases} d'_0 = \theta' f = \frac{\theta f}{b^x} \\ d_0 = \theta b \end{cases}$$

отсюда получается  $\frac{d'_0}{d_0} = \frac{1}{b^x}$

**Ответ:** диаметр пучка в фокусе линзы уменьшится в  $b^x$  раз.

**Задача 2.** Определить мощность и энергию импульсов излучения лазера при длительности импульсов  $\tau = 10^{-8}$  с, необходимые для достижения плотности мощности излучения в фокусе  $q_0 = 10^7$  Вт/см<sup>2</sup>, если расходимость пучка  $\theta = 1$  мрад, а фокусное расстояние оптической системы  $f = 3$  см.

**Решение.** Мощность импульсов лазерного излучения определяется формулой:

$$P_0 = q_0 S,$$

где  $S = \pi d_0^2 / 4$  – площадь пятна в фокальной плоскости.

Определим, чему равен диаметр пятна в фокусе, по следующей формуле:

$$d_0 = \theta f = 30 \text{ мкм.}$$

Вычислим мощность импульсов излучения:

$$P_0 = q_0 \pi d_0^2 / 4 = 70,7 \text{ Вт,}$$

а энергия импульсов излучения равна:  $W = P_0 \tau = 0,707 \text{ мкДж.}$

**Ответ:**  $P_0 = 70,7 \text{ Вт, } W = 0,707 \text{ мкДж.}$

### 15.2.2 Варианты задач для самоподготовки

1. Доказать, что при угле падения, равному углу Брюстера, угол между отраженным и преломленным лучами равен  $\pi/2$ .

2. Привести соотношения между импульсной и средней мощностью излучения, плотностью энергии и плотностью мощности.

3. Определить, какая доля лазерного излучения находится внутри круговой области  $r \leq r_0$ , где  $r_0$  – характерный размер гауссова распределения плотности мощности излучения в пучке  $I = I_0 \exp(-r^2/r_0^2)$ .

4. Определить радиус области, в которой сосредоточено 50%, 90% всей энергии гауссова пучка, если задан характерный размер гауссова распределения (см. задачу 3).

5. He-Ne лазер с длиной резонатора  $L = 60 \text{ см}$  генерирует излучение на основной поперечной моде  $TEM_{00q}$  и трех соседних продольных модах, на длине волны  $\lambda = 633 \text{ нм}$ . Определите для данного лазера ширину спектра генерации  $\Delta f$  (в Гц) и  $\Delta \lambda$  (в нм), степень монохроматичности излучения, время и длину когерентности.

6. Одночастотный твердотельный лазер генерирует излучение с шириной спектра  $\Delta f = 3 \text{ МГц}$  на длине волны  $532 \text{ нм}$ . Определите для данного лазера ширину спектра генерации  $\Delta \lambda$  (в нм), степень монохроматичности излучения, время и длину когерентности.

7. Одночастотный лазерный модуль с волоконно-брэгговской решеткой генерирует излучение с шириной спектра  $\Delta f = 500 \text{ кГц}$  на длине волны  $740 \text{ нм}$ . Определите для данного лазера ширину спектра генерации  $\Delta \lambda$  (в нм), степень монохроматичности излучения, время и длину когерентности.

8. He-Ne лазер, генерирующий непрерывное излучение с длиной волны  $633 \text{ нм}$  и мощностью  $20 \text{ мВт}$ , используется для записи голограммы на фотопластинке с размерами  $9 \times 12 \text{ см}^2$ , имеющую чувствительность фотоэмульсионного слоя  $10^{-4} \text{ нДж/мкм}^2$ . Оцените время, необходимое для экспонирования фотопластинки при записи голограммы излучением данного лазера.

9. Отражательная голограмма формируется на фотопластинке с чувствительностью фотоэмульсионного слоя  $10^{-3} \text{ нДж/мкм}^2$ , имеющей размеры  $12 \times 16 \text{ см}^2$ , моноимпульсным излучением твердотельного лазера с

длиной волны 532 нм и длительностью импульса 40 нс. Оцените необходимую энергию и мощность данного лазера, которые обеспечат запись голограммы на всей площади фотопластинки.

**10.** Сконструируйте линзовый коллиматор, расширяющий лазерный пучок с исходной апертурой в 1 мм до апертуры, обеспечивающей формирование отражательной голограммы с цилиндрической симметрией и поперечным размером 10 мм в фоторефрактивном кристалле. В качестве одной из линз используйте рассеивающую линзу с фокусным расстоянием  $F = -20$  мм. Определите тип и фокусное расстояние второй линзы; найдите необходимое расстояние между линзами; изобразите схему коллиматора и проиллюстрируйте на ней преобразование исходного светового пучка.

**11.** Сконструируйте линзовый коллиматор, расширяющий лазерный пучок с исходной апертурой в 2 мм до апертуры, обеспечивающей формирование отражательной голограммы с цилиндрической симметрией и поперечным размером 10 мм в фоторефрактивном кристалле. В качестве одной из линз используйте собирающую линзу с фокусным расстоянием  $F = 16$  мм. Определите тип и фокусное расстояние второй линзы; найдите необходимое расстояние между линзами; изобразите схему коллиматора и проиллюстрируйте на ней преобразование исходного светового пучка.

### 15.3 Дифракционная эффективность объемной фазовой голограммы

#### 15.3.1 Примеры решения задач по теме «Дифракционная эффективность объемной фазовой голограммы»

**Задача 1.** Объемная пропускающая фазовая голограмма в кристалле ниобата лития характеризуется пространственным периодом  $\Lambda = 15$  мкм и амплитудой модуляции показателя преломления  $\Delta n_m = 4 \times 10^{-6}$  для излучения с длиной волны  $\lambda = 0,633$  мкм, при невозмущенном показателе преломления  $n_0 = 2,233$ . Для кристалла с толщиной  $d = 2$  мм найдите максимальную дифракционную эффективность голограммы  $\eta_m$ .

**Решение.** Эффективность дифракции на пропускающей фазовой голограмме максимальна при выполнении условия Брэгга, и в этом случае определяется выражением

$$\eta(\theta_B) = \eta_m = \sin^2 \left( \frac{\pi \Delta n_m d}{\lambda \cos \theta_B} \right),$$

где угол Брэгга равен

$$\theta_B = \arcsin \left( \frac{\lambda}{2n_0\Lambda} \right),$$

и при заданных условиях получаем:  $\cos \theta_B = 0,99996$ . С учетом этого находим:  $\eta_m = 0,073$ .

**Ответ:** Максимальная дифракционная эффективность голограммы равна  $\eta_m = 0,073$ .

### 15.3.2 Варианты задач для самопроверки

**1.** Объемная пропускающая фазовая голограмма в кристалле ниобата лития характеризуется пространственным периодом 13 мкм и амплитудой модуляции показателя преломления  $\Delta n_m = 1 \times 10^{-6}$  для излучения с длиной волны  $\lambda = 0,655$  мкм, при невозмущенном показателе преломления  $n_0 = 2,195$ . Для кристалла с толщиной  $d = 5$  мм найдите максимальную дифракционную эффективность голограммы  $\eta_m$ .

**2.** Объемная пропускающая фазовая голограмма в кристалле ниобата лития характеризуется пространственным периодом  $\Lambda = 10$  мкм и амплитудой модуляции показателя преломления  $\Delta n_m = 2 \times 10^{-6}$  для излучения с длиной волны  $\lambda = 633$  нм, при невозмущенном показателе преломления  $n_0 = 2,202$ .

Для кристалла с толщиной  $d = 2$  мм найдите:

1. Максимальную дифракционную эффективность голограммы.
2. Угол падения на входную грань считывающего пучка, при котором дифракционная эффективность  $\eta$  максимальна.
3. Выходной угол между считывающим и дифрагированным пучками.

**3.** Объемная пропускающая фазовая голограмма в кристалле ниобата лития характеризуется пространственным периодом  $\Lambda = 5$  мкм и амплитудой модуляции показателя преломления  $\Delta n_m = 4 \times 10^{-6}$  для излучения с длиной волны  $\lambda = 532$  нм, при невозмущенном показателе преломления  $n_0 = 2,233$ .

Для кристалла с толщиной  $d = 2$  мм найдите:

1. Максимальную дифракционную эффективность голограммы  $\eta_m$ .
2. Угловую селективность голограммы, по уровню 0,1  $\eta_m$ .

**4.** Объемная пропускающая фазовая голограмма в кристалле ниобата лития характеризуется пространственным периодом  $\Lambda = 3$  мкм и амплитудой модуляции показателя преломления  $\Delta n_m = 1 \times 10^{-6}$  для излучения с длиной волны  $\lambda = 655$  нм, при невозмущенном показателе преломления  $n_0 = 2,195$ .

Для кристалла с толщиной  $d = 10$  мм найдите:

1. Максимальную дифракционную эффективность голограммы  $\eta_m$ .
2. Спектральную селективность голограммы, по уровню 0,1  $\eta_m$ .

**5.** Объемная пропускающая фазовая голограмма в кристалле ниобата лития записывается световыми пучками с длиной волны  $\lambda = 532$  нм (показатель преломления  $n_0 = 2,233$ ), при угле между пучками  $30^\circ$ , симметрично падающими на входную грань. Найдите пространственный период голограммы  $\Lambda$  и угол падения считывающего пучка с длиной волны  $\lambda = 655$  нм (показатель преломления  $n_0 = 2,195$ ) на входную грань, при котором дифрагированный пучок на этой длине волны будет иметь максимальную интенсивность.

**6.** Объемная отражательная фазовая голограмма в кристалле ниобата лития была записана двумя световыми пучками с длиной волны  $\lambda = 532$  нм,



распространявшимися встречно вдоль оси  $z$ . Учитывая, что показатель преломления волн имеет значение  $n_0 = 2,325$ , найдите пространственный период голограммы  $\Lambda$ , её максимальную дифракционную эффективность  $\eta_m$  и спектральную селективность по уровню  $0,1 \eta_m$ , при амплитуде модуляции показателя преломления  $\Delta n_m = 1 \times 10^{-6}$  и толщине кристалла  $d = 1$  мм.

## 15.4 Особенности распространения световых волн в кристаллах

### 15.4.1 Примеры решения задач по теме «Особенности распространения световых волн в кристаллах»

**Задача 1.** Используя систему алгебраических уравнений для компонент единичного вектора поляризации  $\left[ n^2 (\delta_{ij} - m_i m_j) - \varepsilon_{ij}^r \right] e_j = 0$  плоской световой волны  $\vec{E}(\vec{r}, t) = E^m \vec{e} \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})]$ , найти её комплексную векторную амплитуду на выходе кристалла симметрии  $mm2$   $\text{KTiOPO}_4$  с размерами  $l = 10$  мм вдоль оси  $[100]$  и  $d = 2$  мм вдоль оси  $[001]$ :

а) при внешнем поперечном электрическом поле с напряженностью  $E^0$ , приложенному к кристаллу;

б) при  $E^0 = 0$ .

Компоненты тензора линейного электрооптического эффекта:

$$r_{131} = r_{311} = r_{51}, \quad r_{232} = r_{322} = r_{42}, \quad r_{113} = r_{13}, \quad r_{223} = r_{23}, \quad r_{333} = r_{33};$$

$$r_{13} = 8,8 \text{ пм/В}, \quad r_{23} = 13,3 \text{ пм/В}, \quad r_{33} = 35,0 \text{ пм/В}, \quad r_{51} = 6,9 \text{ пм/В}, \quad r_{42} = 8,8 \text{ пм/В}.$$

Показатели преломления кристалла на длине волны  $\lambda = 1064$  нм:

$$n_1 = 1,7400; \quad n_2 = 1,7469; \quad n_3 = 1,8304.$$

Ориентация единичного вектора волновой нормали в кристалле:  $\vec{m} \parallel [100]$ .

Ориентация вектора напряженности внешнего электрического поля  $\vec{E}^0 \parallel [100]$ , а его величина  $E^0(t) = U(t)/d$  определяется напряжением  $U(t)$ , приложенным с использованием напыленных на кристалл металлических электродов.

Вектор поляризации световой волны на входной грани кристалла ориентирован вдоль направления  $[010]$ , а амплитуда напряженности электрического поля световой волны при  $x = 0$   $E^{(m0)} = 10$  В/м.

**Решение.** Перед началом решения задачи проанализируем исходные данные. Кристалл имеет размеры 10 мм вдоль оси  $x$  и 2 мм вдоль оси  $z$ . Единичный вектор волновой нормали  $\vec{m}$  параллелен направлению  $[100]$ , значит, волна распространяется вдоль оси  $x$ . Внешнее электрическое поле параллельно направлению  $[001]$ , откуда следует, что оно является поперечным и приложено вдоль оси  $z$ .

На основе этих данных можно схематически изобразить кристалл, направление распространения световой волны и грани с приложенным внешним электрическим полем.

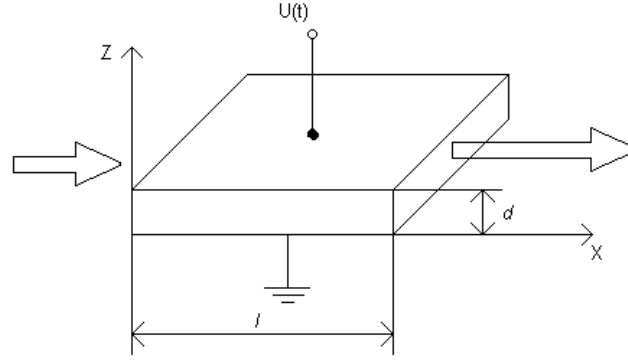


Рис. 1 – Распространение волн в кристалле во внешнем электрическом поле

Далее прежде чем переходить к решению основной задачи, необходимо установить компоненты тензора диэлектрической проницаемости, компоненты вектора волновой нормали, внешнего поля, компоненты тензора относительной диэлектрической проницаемости невозмущенного кристалла.

$$\Delta \varepsilon_{ij}^r = -\varepsilon_{ik}^{0r} \varepsilon_{jl}^{0r} \Delta b_{kl}, \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_0 (\varepsilon_{ij}^{0r} + \Delta \varepsilon_{ij}^r), \quad (1)$$

$$\text{где } \Delta b_{ij} = r_{ijk} E_k^0. \quad (2)$$

Компоненты тензора линейного электрооптического эффекта  $r_{ijk}$  нам известны. Компоненты тензора диэлектрической проницаемости невозмущенного кристалла на частоте световой волны также известны:

$$\varepsilon_{mk}^{0r} = \delta_{mk} n_k^2,$$

где  $n_k$  – показатели преломления по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , а  $\delta_{mk}$  – единичный симметричный тензор второго ранга. Получим компоненты тензора относительной диэлектрической проницаемости невозмущенного кристалла:

$$\varepsilon_{mk}^{0r} = \begin{vmatrix} n_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_3^2 \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Теперь, используя соотношения (1) – (2), учитывая компоненты вектора внешнего электрического поля  $\vec{E}^0$ , ненулевые компоненты тензора линейного электрооптического эффекта  $r_{ijk}$  и соотношение (3), найдем компоненты диэлектрической проницаемости кристалла:

$$\Delta b_{11} = r_{13} E_3^0, \quad \Delta b_{22} = r_{23} E_3^0, \quad \Delta b_{33} = r_{33} E_3^0,$$

$$\Delta b_{12} = \Delta b_{21} = \Delta b_{13} = \Delta b_{31} = \Delta b_{23} = \Delta b_{32} = 0;$$

$$\Delta \varepsilon_{ij}^r = \begin{vmatrix} -n_1^4 r_{13} E_3^0 & 0 & 0 \\ 0 & -n_2^4 r_{23} E_3^0 & 0 \\ 0 & 0 & -n_3^4 r_{33} E_3^0 \end{vmatrix},$$

$$\varepsilon_{ij}^r = \begin{vmatrix} n_1^2 - n_1^4 r_{13} E_3^0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2^2 - n_2^4 r_{23} E_3^0 & 0 \\ 0 & 0 & n_3^2 - n_3^4 r_{33} E_3^0 \end{vmatrix}.$$

Для вектора волновой нормали  $\vec{m}$ , имеющего компоненты  $m_1 = 1$  и  $m_2 = m_3 = 0$ , из системы уравнений  $\left[ n^2 (\delta_{ij} - m_i m_j) - \varepsilon_{ij}^r \right] e_j = 0$  получаем:

$$\begin{cases} (-n_1^2 + n_1^4 r_{13} E_3^0) e_1 = 0, \\ (n^2 - n_2^2 + n_2^4 r_{23} E_3^0) e_2 = 0, \\ (n^2 - n_3^2 + n_3^4 r_{33} E_3^0) e_3 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения данной системы находим, что волны, распространяющиеся вдоль направления  $x$ , являются чисто поперечными, поскольку для них единичный вектор поляризации  $\vec{e}$  имеет нулевую проекцию на данное направление:  $e_1 = 0$ .

Из второго уравнения получаем, что одна из собственных волн имеет следующий показатель преломления:

$$n^{(1)} = \sqrt{n_2^2 - n_2^4 r_{23} E_3^0} \approx n_2 - \frac{n_2^3}{2} r_{23} E_3^0.$$

Единичный вектор поляризации  $\vec{e}^{(1)}$  данной собственной волны имеет следующие компоненты:

$$e_2^{(1)} = 1, \quad e_1^{(1)} = e_3^{(1)} = 0.$$

Из третьего уравнения находим показатель преломления второй собственной волны, как

$$n^{(2)} = \sqrt{n_3^2 - n_3^4 r_{33} E_3^0} \approx n_3 - \frac{n_3^3}{2} r_{33} E_3^0,$$

а также компоненты ее единичного вектора поляризации  $\vec{e}^{(2)}$ :

$$e_3^{(2)} = 1, \quad e_1^{(2)} = e_2^{(2)} = 0.$$

Таким образом, поле в кристалле представляет линейную суперпозицию двух собственных волн:

$$\vec{E}_1(x, t) = E^{(m1)} \vec{e}^{(1)} \exp \left[ i \left( \omega t - k_0 n^{(1)} x \right) \right] = E^{(m1)} \vec{y}^0 \exp \left\{ i \left[ \omega t - k_0 \left( n_2 - \frac{n_2^3}{2} r_{23} E_3^0 \right) x \right] \right\},$$

$$\vec{E}_2(x, t) = E^{(m2)} \vec{e}^{(2)} \exp \left[ i \left( \omega t - k_0 n^{(2)} x \right) \right] = E^{(m2)} \vec{z}^0 \exp \left\{ i \left[ \omega t - k_0 \left( n_3 - \frac{n_3^3}{2} r_{33} E_3^0 \right) x \right] \right\},$$

где их амплитуды  $E^{(m1)}$  и  $E^{(m2)}$  определяются граничными условиями. Приравнивая сумму полей  $\vec{E}_1(x, t) + \vec{E}_2(x, t)$  к полю падающей световой волны

$$\vec{E}_2(x,t) = E^{(m0)} \vec{y}^0 \exp[i(\omega t - k_0 x)]$$

на входной грани кристалла  $x = 0$ , получаем:

$$E^{(m1)} = E^{(m0)} = 10 \text{ В/м}, \quad E^{(m2)} = 0.$$

Таким образом, с учетом соотношения для напряженности приложенного к кристаллу внешнего электрического поля, световое поле на выходной грани кристалла  $x = l$  может быть записано в следующем виде:

$$\vec{E}(l,t) = E^{(m0)} \vec{y}^0 \exp[i(\omega t - k_0 n_2 l)] \exp\left\{i \frac{\pi n_2^3 r_{23} l}{\lambda d} U(t)\right\}.$$

В отсутствие внешнего поля  $U(t) = 0$  и световое поле не имеет фазовой модуляции:

$$\vec{E}(l,t) = E^{(m0)} \vec{y}^0 \exp[i(\omega t - k_0 n_2 l)].$$

**Ответ:**

а)  $\vec{E}(l,t) = E^{(m0)} \vec{y}^0 \exp[i(\omega t - k_0 n_2 l)] \exp\left\{i \frac{\pi n_2^3 r_{23} l}{\lambda d} U(t)\right\};$

б)  $\vec{E}(l,t) = E^{(m0)} \vec{y}^0 \exp[i(\omega t - k_0 n_2 l)].$

### 15.4.2 Варианты задач для самопроверки

1. Вектор напряженности электрического поля в одноосном кристалле задан в виде  $\vec{E} = 10 \left( \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{k}^0}{\sqrt{2}} \right)$  В/м, а компоненты тензора диэлектрической проницаемости равны  $\varepsilon_{\perp} = 4\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_{\parallel} = 2\varepsilon_0$ .

Определите: 1) Вектор электрической индукции  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  данного поля; 2) вектор электрической поляризации среды  $\vec{P} = \varepsilon_0 \hat{\chi} \cdot \vec{E}$ , наводимой данным полем; 3) тензор диэлектрической восприимчивости  $\hat{\chi}$ ; 4) угол между векторами электрической напряженности и электрической индукции.

2. Для световой волны, распространяющейся вдоль оси  $x$  в кубическом кристалле симметрии 23, найдите все компоненты тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{ik}(\omega, \vec{k})$ .

Примите во внимание, что в кристалле данной симметрии:

- 1)  $\varepsilon_{ik}(\omega, 0) = \varepsilon_0 n_0^2 \delta_{ik}$ , где  $n_0(\omega)$  - его показатель преломления;
- 2) псевдотензор, характеризующий пространственную дисперсию, определяется выражением  $g_{ml} = g_0 \delta_{ml}$  ( $g_0 = 2n_0 \rho / k_0$ ,  $\rho$  - удельное оптическое вращение,  $k_0 = 2\pi / \lambda$ ).

3. Используя полученный в предыдущей задаче тензор диэлектрической проницаемости, найдите систему алгебраических уравнений для компонент вектора поляризации  $e_j$  плоской световой волны, распространяющейся в кубическом кристалле симметрии 23 вдоль оси  $x$ .

4. Найдите систему алгебраических уравнений для компонент вектора поляризации  $e_j$  плоской световой волны, распространяющейся в одноосном кристалле вдоль оси  $y$ , не обладающем пространственной дисперсией и в отсутствие оптического поглощения. Компоненты тензора относительной диэлектрической проницаемости примите равными  $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_0 n_o^2$  и  $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_0 n_e^2$ , где  $n_o$  и  $n_e$  - обыкновенный и необыкновенный показатели преломления кристалла, соответственно.

5. Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $\lambda = 633$  нм, распространяющаяся вдоль оси  $x$  в кристалле симметрии 23 с показателем преломления  $n_o = 2.58$  и удельным оптическим вращением  $\rho = 6.0^\circ / \text{мм}$ , на входной грани, при  $x = 0$ , имеет векторную амплитуду  $\vec{E}^{(m0)} = E^{(m0)} (\vec{y}^0 + \vec{z}^0) / \sqrt{2}$ . Найдите векторную амплитуду волны при  $x = 7.5$  мм, на выходной грани кристалла.

6. Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны 633 нм в одноосном кристалле, имеющем компоненты тензора относительной диэлектрической проницаемости, равные  $\varepsilon_{\perp} = n_o^2$  и  $\varepsilon_{\parallel} = n_e^2$ , где  $n_e = 2.202$  и  $n_o = 2.2868$  - обыкновенный и необыкновенный показатели преломления, соответственно, имеет единичный вектор волновой нормали, ориентированный в плоскости  $yz$  под углом  $45^\circ$  к оптической оси  $z$ .

Найдите показатели преломления и единичные векторы поляризации собственных волн, лучевой вектор и угол между данным вектором и вектором волновой нормали.

7. Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $\lambda = 628$  нм падает нормально на пластинку из кристаллического кварца ( $n_o = 1.54282$ ;  $n_e = 1.55188$ ), имеющую толщину  $d = 17.3$  мкм и вырезанную перпендикулярно оси  $x$ . Найдите поляризацию излучения на выходе пластинки, если на входной грани она является линейной, с ориентацией вектора поляризации под углом  $45^\circ$  к оптической оси  $z$ .

8. Кристалл титаната висмута (класс симметрии 23), имеющий показатель преломления  $n_o = 2.58$  и электрооптический коэффициент  $r_{41} = 5$  пм/В на длине волны  $\lambda = 633$  нм, толщиной  $d = 3$  мм вдоль кристаллографического направления  $[110]$ , помещен в плоский конденсатор. Найдите компоненты тензора диэлектрической непроницаемости данного образца в отсутствие приложенного напряжения и для напряжения на конденсаторе  $U = 3$  кВ, принимая во внимание только электрооптический эффект.

9. К кристаллу ниобата лития приложено электрическое поле с напряженностью 50 кВ/см вдоль оси  $y$ . Используя значения показателей преломления  $n_o = 2.2868$ ,  $n_e = 2.202$  и электрооптических коэффициентов  $r_{22} = 3.4 \cdot 10^{-12}$  м/В,  $r_{13} = 8.6 \cdot 10^{-12}$  м/В,  $r_{33} = 30.8 \cdot 10^{-12}$  м/В,  $r_{51} = 28 \cdot 10^{-12}$

м/В на длине волны  $\lambda = 633$  нм, найдите возмущения компонент тензора относительной диэлектрической проницаемости.

**10.** В кристалле титаната висмута (класс симметрии 23) среза (100), имеющем показатель преломления  $n_0 = 2.58$  и электрооптический коэффициент  $r_{41} = 5$  пм/В на длине волны  $\lambda = 633$  нм, сформирована отражательная фоторефрактивная решетка с распределением электрического поля  $\vec{E}^0(x) = \vec{x}^0 E^{m0} \cos(Kx)$ , пространственным периодом  $\Lambda = 123$  нм и амплитудой  $E^{m0} = 2$  кВ/см. Найдите волновое число  $K$  и все компоненты тензора диэлектрической проницаемости данного кристалла, принимая во внимание линейный электрооптический эффект.

## 15.5 Перераспределение зарядов в кристалле

### 15.5.1 Примеры решения задач по теме «Перераспределение зарядов в кристалле»

**Задача 1.** В кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  с полной концентрацией доноров  $N_D = 10^{25} \text{ м}^{-3}$  и акцепторов  $N_A = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ , сечением фотоионизации  $S = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{Дж}$ , найдите начальное значение концентрации ионизированных доноров и начальную скорость её роста, при включении в момент времени  $t = 0$  опорного пучка с интенсивностью  $I_0 = 100 \text{ мВт}/\text{см}^2$ .

**Решение.**

Процессы фотоионизации и рекомбинации можно описать скоростным уравнением:

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = SI(N_D - N_D^+) - \gamma_R n N_D^+,$$

где в начальный момент времени, до включения опорного пучка при  $t = 0$ , концентрация ионизированных доноров соответствует темновым условиям и равна концентрации компенсирующих акцепторов,  $N_D^+(0) = N_A = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ , а концентрация электронов в зоне проводимости  $n(0) = 0$ . Поэтому начальная скорость роста определяется уравнением

$$\frac{\partial N_D^+(0)}{\partial t} = SI_0(N_D - N_A),$$

и при заданных в задаче условиях равна  $\partial N_D^+(0)/\partial t = 2,97 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$ .

**Ответ:**  $N_D^+(0) = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ ;  $\partial N_D^+(0)/\partial t = 2,97 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$ .

### 15.5.2 Варианты задач для самопроверки

**1.** В кристалле силиката висмута с полной концентрацией доноров  $N_D = 10^{25} \text{ м}^{-3}$  и акцепторов  $N_A = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ , сечением фотоионизации

$S = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{Дж}$ , найдите начальное значение концентрации ионизированных доноров и начальную скорость её роста, при включении в момент времени  $t = 0$  опорного пучка с интенсивностью  $I_0 = 100 \text{ мВт}/\text{см}^2$ .

2. В кристалле силиката висмута с концентрацией акцепторов  $N_A = 10^{22} \text{ м}^{-3}$  и коэффициентом двухчастичной рекомбинации  $\gamma_R = 3 \cdot 10^{-17} \text{ м}^3/\text{с}$  однородным световым пучком создана стационарная концентрация электронов в зоне проводимости  $n_0 = 3 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-3}$ . Найдите закон изменения этой концентрации во времени,  $n_0(t)$ , после выключения светового пучка при  $t = 0$ .

3. Для найденного выше в задаче 2 закона изменения  $n_0(t)$  получите для него приближенное соотношение, справедливое при  $n_0(0) \ll N_A$ .

4. Для заданных в задаче 2 параметров кристалла и начального значения  $n_0(0) = 1 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ , найдите время  $t_0$ , в течение которого концентрация электронов в зоне проводимости уменьшится до значения  $n_0(t_0) = 1 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$ .

5. В кристалле титаната висмута, имеющем относительную статическую диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_r = 47$ , интерференционной картиной с контрастом  $m = 2 \cdot 10^{-4}$  создано распределение ионизированных доноров  $N_D^+(x) = N_{D0}^+ + N_{Dm}^+ \sin(Kx)$  с амплитудой первой пространственной гармоники  $N_{Dm}^+ = 2 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3}$  и периодом  $\Lambda = 1 \text{ мкм}$ . Найдите распределение электрического поля в кристалле и амплитуду его первой пространственной гармоники.

6. В кристалле ниобата лития, легированном Fe и имеющем относительную статическую диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_r = 29$ , при записи отражательной фазовой голограммы создано распределение электрического поля  $E(z) = E_{ph0} + E_1 \cos(Kz)$ , с амплитудой первой пространственной гармоники  $E_1 = 10 \text{ кВ}/\text{см}$  и пространственным периодом  $116 \text{ нм}$ . Найдите распределение концентрации ионизированных доноров в этом кристалле и амплитуду первой пространственной гармоники в найденном распределении.

7. В электрически разомкнутом кристалле ниобата лития, легированном Fe, имеющем относительную статическую диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_r = 29$  и компоненту фотовольтаического тензора  $\beta_{33} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ А}/\text{Вт}$ , в момент времени  $t = 0$  включаются необыкновенно поляризованные световые пучки с распределением интенсивности  $I(z) = I_0 + mI_0 \sin(Kz)$ , формирующие пропускающую голограмму с пространственным периодом  $\Lambda = 10 \text{ мкм}$ . Найдите закон изменения поля пространственного заряда во времени и в пространстве для начального участка формирования голограммы, а также определите скорость роста

постоянной составляющей и амплитуды первой пространственной гармоники электрического поля в кристалле для  $t = 0$ , при  $I_0 = 10 \text{ мВт/см}^2$  и  $m = 0,5$ .

## 15.6 Диффузионный и дрейфовый механизм записи во внешнем постоянном поле

### 15.6.1 Примеры решения задач по теме «Диффузионный и дрейфовый механизм записи во внешнем постоянном поле»

**Задача 1.** В кристалле титаната висмута двумя когерентными пучками с длиной волны  $\lambda = 633 \text{ нм}$  записывается голограмма за счет диффузионного механизма. Параметры кристалла  $\varepsilon_r = 47$ ;  $r_{41} = 5,17 \text{ пм/В}$ ;  $n_0 = 2,58$  и концентрация акцепторов  $N_A = 5 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$ . Определить оптимальный период голограммы, а также поле насыщения ловушек и диффузионное поле при пространственном периоде голограммы, равном оптимальному,  $\Lambda = \Lambda_{opt}$ .

**Решение.**

Оптимальный период голограммы определяется выражением

$$\Lambda_{opt} = \frac{2\pi}{e} \sqrt{\frac{k_B T \varepsilon}{N_A}},$$

где  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ . Принимая температуру равной  $T = 300 \text{ К}$ , для заданных значений  $N_A$  и  $\varepsilon_r$  находим:  $\Lambda_{opt} = 0,52 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ .

Поле насыщения ловушек  $E_q = eN_A/(\varepsilon K)$  и диффузионное поле  $E_D = K(k_B T/e)$  зависят от модуля вектора фоторефрактивной решетки  $K = 2\pi/\Lambda$ , который для  $\Lambda = \Lambda_{opt}$  равен  $K = 1,22 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ . В результате находим:  $E_q = 3,16 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ ,  $E_D = 3,16 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ .

**Ответ:**  $\Lambda_{opt} = 0,52 \text{ мкм}$ ;  $E_q = 3,16 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ ,  $E_D = 3,16 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ .

### 15.6.2 Варианты задач для самопроверки

1. На фоторефрактивный кристалл ( $n_0 = 2,58$ ) с одной стороны падают два пучка, имеющие интенсивности  $I_1 = 0,8 \text{ Вт/м}^2$  и  $I_2 = 0,2 \text{ Вт/м}^2$ , длину волны  $\lambda = 532 \text{ нм}$ ; волновые векторы, составляющие углы  $\pm 15^\circ$  с осью  $x$ . Определить глубину модуляции интенсивности; период и волновое число голограммы, формируемой этими пучками.

2. В некотором кристалле ( $n_0 = 2,58$ ,  $r_{41} = 5 \text{ пм/В}$ , толщина  $10 \text{ мм}$  вдоль направления  $[100]$ , концентрация компенсирующих акцепторов  $N_A = 10^{21} \text{ м}^{-3}$ , относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon' = 56$ ; произведение подвижности электронов на их время жизни в зоне проводимости  $\mu\tau_R = 2,2 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{В}$ ) с приложенным к нему вдоль оси  $[100]$  постоянным внешним электрическим напряжением  $U = 5 \text{ кВ}$  записывается пропускающая голограмма с пространственным периодом  $\Lambda = 20 \text{ мкм}$  двумя когерентными



световыми пучками с длиной волны  $\lambda = 633$  нм и интенсивностями  $I_1 = 0,8$  Вт/см<sup>2</sup> и  $I_2 = 0,2$  мкВт/см<sup>2</sup>. Определить стационарное значение амплитуды поля пространственного заряда.

**3.** Фоторефрактивная голограмма записывается за счет диффузионного механизма в кристалле силиката висмута с показателем преломления  $n_0=2,55$ , концентрацией компенсирующих акцепторов  $N_A=10^{22}$  м<sup>-3</sup>, относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon^r = 56$  и эффективной электрооптической постоянной  $r_{eff} = 5$  пм/В двумя когерентными световыми пучками с длиной волны  $\lambda = 633$  нм.

Определите:

- Оптимальный пространственный период голограммы, при котором амплитуда поля пространственного заряда  $E_{SC}$  максимальна.
- Диффузионное поле, поле насыщения ловушек и поле  $E_{SC}$  при оптимальном пространственном периоде голограммы.
- Угол между пучками в воздухе, при котором реализуется голограмма с оптимальным пространственным периодом.

**4.** Фоторефрактивная голограмма записывается за счет дрейфового механизма двумя когерентными световыми пучками с длиной волны  $\lambda = 633$  нм в кристалле силиката висмута с приложенным к нему внешним постоянным напряжением  $U = 3$  кВ. Кристалл имеет следующие параметры: концентрация компенсирующих акцепторов  $N_A=10^{22}$  м<sup>-3</sup>, относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon^r = 56$ , произведение подвижности электронов на их время жизни в зоне проводимости  $\mu\tau_R = 2,5 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/В; размер кристалла, вдоль которого приложено поле с помощью металлических электродов, равен 3 мм. Получите уравнение для амплитуды первой гармоники поля пространственного заряда. Определите амплитуду поля пространственного заряда для пространственного периода голограммы  $\Lambda = 15$  мкм.

**5.** В кристалле титаната висмута двумя когерентными пучками с длиной волны  $\lambda = 633$  нм записывается голограмма за счет диффузионного механизма. Параметры кристалла:  $\epsilon_r = 47$ , концентрация акцепторов  $N_A = 10^{22}$  м<sup>-3</sup>. Определить оптимальный период голограммы, угол между записываемыми пучками в воздухе для его реализации, поле насыщения ловушек и диффузионное поле.

**6.** В кристалле титаната висмута, относительная статическая диэлектрическую проницаемость которого равна  $\epsilon_r = 47$ , а концентрация акцепторов  $N_A = 2 \cdot 10^{23}$  м<sup>-3</sup>, интерференционной картиной с контрастом  $m = 2 \cdot 10^{-4}$  создана голограмма, имеющая период  $\Lambda = 1$  мкм. Найдите распределение электрического поля в кристалле и амплитуду его первой пространственной гармоники при диффузионном механизме записи голограммы.

**7.** Используя данные из задачи 6 и значение произведение подвижности электронов на их время жизни в зоне проводимости  $\mu\tau_R = 2,5 \cdot 10^{-11}$  м<sup>2</sup>/В, найдите распределение электрического поля в кристалле и амплитуду поля

пространственного заряда, если к кристаллу с помощью напыленных металлических электродов приложено постоянное электрическое поле с разностью потенциалов  $U = 5$  кВ, при межэлектродном промежутке 4 мм.

## 15.7 Голографическая запись при синусоидальном и меандровом знакопеременном поле, приложенном к кристаллу

### 15.7.1 Примеры решения задач по теме «Голографическая запись при синусоидальном и меандровом знакопеременном поле, приложенном к кристаллу»

**Задача 1.** В кристалле титаната висмута формируется фоторефрактивная решетка двумя световыми когерентными пучками с длиной волны  $\lambda = 633$  нм, имеющими интенсивности  $I_1 = 10$  Вт/м<sup>2</sup> и  $I_2 = 0,01$  Вт/м<sup>2</sup>. К кристаллу приложено переменное напряжение прямоугольного (меандрового) вида с амплитудой  $U_m = 3$  кВ и частотой  $f = 2500$  Гц. Кристалл имеет следующие свойства: показатель преломления  $n_0 = 2,25$ , относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon' = 47$ , электрооптический коэффициент  $r_{41} = 5,17$  пм/В, концентрация акцепторов  $N_A = 10^{23}$  м<sup>-3</sup>; произведение подвижности электронов на их время жизни в зоне проводимости  $\mu\tau_R = 2,4 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/В; толщина кристалла вдоль направления приложения внешнего поля  $h = 3$  мм, а вдоль биссектрисы между взаимодействующими пучками  $d = 5$  мм. Определите амплитуду поля пространственного заряда решетки для ее пространственного периода  $\Lambda = 5$  мкм.

#### Решение.

Период повторения меандрового поля  $T = 1/f$  равен  $4 \cdot 10^{-4}$  с и удовлетворяет неравенству  $\tau_R \ll T \ll \tau_{di}$ . В этом случае амплитуда поля пространственного заряда определяется выражением

$$\tilde{E}_1 = -imE_q \frac{E_D(E_\mu + E_D) + E_0^2}{(E_\mu + E_D)(E_q + E_D) + E_0^2},$$

где контраст интерференционной картины равен  $m = 2\sqrt{I_1 I_2} / (I_1 + I_2) = 0,063$ ; поле насыщения ловушек составляет величину  $E_q = eN_A \Lambda / (2\pi\epsilon) = 3,06 \cdot 10^7$  В/м; диффузионное поле  $E_D = (2\pi/\Lambda)(k_B T / e) = 3,23 \cdot 10^4$  В/м; дрейфовое поле  $E_\mu = \Lambda / (2\pi\mu\tau_R) = 3,3 \cdot 10^5$  В/м; амплитуда приложенного к кристаллу внешнего поля  $E_0 = U_m / h = 10^6$  В/м.

Подставляя найденные значения в формулу для амплитуды поля пространственного заряда фоторефрактивной решетки  $\tilde{E}_1$ , получаем, что ее распределение имеет пространственный сдвиг относительно интерференционной картины на величину  $\Delta z = -\Lambda/4$ , а модуль амплитуды равен  $|\tilde{E}_1| = 1,61 \cdot 10^5$  В/м.

**Ответ:** Распределение поля пространственного заряда фоторефрактивной решетки  $\tilde{E}_1$  имеет пространственный сдвиг относительно интерференционной картины на величину  $\Delta z = -\Lambda/4$ , а модуль его амплитуды равен  $|\tilde{E}_1| = 1,61 \cdot 10^5$  В/м.

### 15.7.2 Варианты задач для самопроверки

1. В кристалле титаната висмута формируется фоторефрактивная решетка двумя световыми когерентными пучками. К кристаллу приложено знакопеременное напряжение прямоугольного (меандрового) вида.

Выведите выражение для стационарной амплитуды первой гармоники поля пространственного заряда.

2. Используя выведенное в задаче 1 выражение для стационарной амплитуды первой гармоники поля пространственного заряда, найдите её стационарную составляющую, используя следующие данные: а) параметры кристалла: относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon^r = 47$ , концентрация акцепторов  $N_A = 2 \cdot 10^{23}$  м<sup>-3</sup>, произведение подвижности электронов на их время жизни в зоне проводимости  $\mu\tau_R = 2,4 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>/В; толщина кристалла вдоль направления приложения внешнего поля  $h = 3$  мм; б) параметры приложенного внешнего напряжения  $U_m = 1$  кВ,  $f = 5000$  Гц; в) пространственный период голограммы  $\Lambda = 10$  мкм; контраст интерференционной картины  $m = 0,01$ .

3. Используя данные задач 1 и 2, определите оптимальный пространственный период голограммы, при котором амплитуда первой гармоники поля пространственного заряда  $E_1$  максимальна.

4. Используя данные задач 1, 2 и 3, определите диффузионное поле  $E_D$ , поле насыщения ловушек  $E_q$  и дрейфовое поле  $E_\mu$  при оптимальном пространственном периоде голограммы.

5. В кристалле титаната висмута формируется фоторефрактивная решетка двумя световыми когерентными пучками с длиной волны  $\lambda = 633$  нм, симметрично падающими на входную грань. К кристаллу приложено знакопеременное напряжение меандрового (прямоугольного) вида с частотой 500 Гц. Найдите скорость роста амплитуды первой пространственной гармоники электрического поля в кристалле для  $t = 0$  и  $m = 0,03$ . При решении задачи используйте данные из задачи 2.

## 15.8 Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в кристалле

### 15.8.1 Примеры решения задач по теме «Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в кристалле»

**Задача 1.** На входную грань фоторефрактивного кристалла с одной стороны падают две световые волны с интенсивностями  $I_1 = 8 \text{ Вт/м}^2$  и  $I_2 = 0,002 \text{ Вт/м}^2$  с длиной волны  $\lambda = 633 \text{ нм}$ . Параметры кристалла: показатель преломления  $n_0 = 2,58$ ; относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon^r = 47$ ; эффективный электрооптический коэффициент  $r_{eff} = 5,17 \text{ пм/В}$ ; концентрация акцепторов  $N_A = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ ; толщина кристалла  $10 \text{ мм}$ . Определить коэффициент двухпучкового усиления для диффузионного механизма формирования взаимодействующими пучками фоторефрактивной голограммы при ее пространственном периоде  $\Lambda = 0,6 \text{ мкм}$ .

**Решение.**

Контраст интерференционной картины равен  $m = 2\sqrt{I_1 I_2} / (I_1 + I_2) = 0,032$  и удовлетворяет условию  $m \ll 1$ . В этом случае коэффициент двухпучкового усиления определяется следующим выражением:

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{eff} E_{SC} = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{eff} \frac{E_D}{1 + E_D/E_q}.$$

Расчитывая значения полей  $E_D = (2\pi/\Lambda)(k_B T/e) = 2,69 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ ,  $E_q = eN_A \Lambda / (2\pi\varepsilon) = 3,67 \cdot 10^6 \text{ В/м}$  и используя формулу для коэффициента усиления, получаем, что  $\Gamma = 2,21 \text{ см}^{-1}$ .

**Ответ:** Коэффициент двухпучкового усиления  $\Gamma = 2,21 \text{ см}^{-1}$ .

### 15.8.2 Варианты задач для самопроверки

**1.** Две плоские световые волны с одинаковыми частотами  $\omega$ , начальными фазами  $\varphi_0 = 0$  и векторами поляризации вдоль оси  $y$  имеют волновые векторы  $\vec{k}_1$  и  $\vec{k}_2$ , составляющие углы  $\pm\theta$  с осью  $z$  в плоскости  $xz$ .

Найдите распределение интенсивности в картине интерференции этих волн, имеющих амплитуды  $E_{1m}$  и  $E_{2m}$ , в среде с показателем преломления  $n_0$ , не обладающей магнитными свойствами ( $\mu = \mu_0$ ). Определите период интерференционной картины и глубину модуляции интенсивности  $m = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ .

**2.** Фоторефрактивная голограмма записывается за счет диффузионного механизма в кристалле силиката висмута с показателем преломления  $n_0 = 2,55$ , концентрацией компенсирующих акцепторов  $N_A = 10^{21} \text{ м}^{-3}$ , относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon^r = 56$  и эффективной электрооптической постоянной  $r_{eff} = 5 \text{ пм/В}$  двумя когерентными световыми пучками с длиной

волны  $\lambda = 633$  нм. Определите экспоненциальный коэффициент двухпучкового усиления для оптимального пространственного периода.

3. Встречное взаимодействие световой волны накачки ( $P$ ) с правой круговой поляризацией, распространяющейся вдоль оси  $x$ , и сигнальной волны ( $S$ ) с левой круговой поляризацией, распространяющейся в противоположном направлении в фоторефрактивном кристалле симметрии 23 среза (111), описывается следующими уравнениями для комплексных амплитуд:

$$\frac{dC_{S1}}{dx} = -\frac{1}{4} \Gamma_{ph} m C_{P2} \exp(-\alpha x),$$

$$\frac{dC_{P2}}{dx} = -\frac{1}{4} \Gamma_{ph} m^* C_{S1} \exp(\alpha x),$$

где контраст интерференционной картины определяется как

$$m(x) = \frac{2C_{S1}C_{P2}^*}{|C_{P2}|^2 \exp(-\alpha x) + |C_{S1}|^2 \exp(\alpha x)},$$

$\Gamma_{ph}$  - коэффициент двухпучкового усиления и  $\alpha$  - коэффициент оптического поглощения кристалла.

Выведите систему уравнений для интенсивностей взаимодействующих волн.

4. Пропускающая голограмма с пространственным периодом  $\Lambda = 0,8$  мкм формируется в фоторефрактивном кристалле за счет диффузионного механизма двумя пучками с длиной волны  $\lambda = 633$  нм, имеющими входные интенсивности  $I_1 = 8$  Вт/м<sup>2</sup> и  $I_2 = 0,001$  Вт/м<sup>2</sup>. Параметры кристалла: показатель преломления  $n_0 = 2,58$ ; относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon^r = 47$ ; концентрация компенсирующих акцепторов  $N_A = 10^{22}$  м<sup>-3</sup>; эффективный электрооптический коэффициент  $r_{41} = 5,17$  пм/В; толщина вдоль длины взаимодействия 2 мм. Определить выходную интенсивность слабого пучка  $I_2$  при положительном значении экспоненциального коэффициента двухпучкового усиления.

5. На входную грань кристалла титаната висмута толщиной 5 мм падают два когерентных световых пучка с длиной волны  $\lambda = 633$  нм с мощностями 30 мкВт (сигнальный) и 0,1 Вт (опорный), формируя в нем пропускающую голограмму за счет диффузионного механизма. Показатель преломления кристалла  $n_0 = 2,58$ ; относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon^r = 47$ ; концентрация компенсирующих акцепторов  $N_A = 5 \cdot 10^{22}$  м<sup>-3</sup>; коэффициент оптического поглощения  $\alpha = 0,65$  см<sup>-1</sup>; эффективный электрооптический коэффициент  $r_{41} = 5,17$  пм/В. Определить координатные зависимости интенсивностей сигнальной и опорной волн.

## Заключение

В итоге изучения дисциплины студент должен, как минимум, твердо знать следующие темы.

1. Характеристики голограмм.

2. Характеристики регистрирующих голографических сред.
3. Свойства нелинейных кристаллов.
4. Условия записи голограмм в фоторефрактивных кристаллах.
5. Технику, применяемую в голографическом эксперименте.
6. Особенности распространения световых волн в кристаллах.
7. Перераспределение зарядов в фоторефрактивных кристаллах.
8. Уравнения, описывающие процесс записи голограммы.
9. Механизмы и условия записи голограмм в фоторефрактивных кристаллах.
10. Энергообмен и усиление при взаимодействии волн в кристаллах.
11. Современные голографические установки и их применения.

Он должен уметь проектировать устройства динамической голографии на основе нелинейных кристаллов, а также владеть основными методами, применяемыми в голографии.

### Список литературы

1. Шандаров С.М., Шандаров В.М., Мандель А.Е., Буримов Н.И. Фоторефрактивные эффекты в электрооптических кристаллах. Т.: ТУСУР, 2007. – 241 с (65 экземпляров в библиотеке)
2. Шандаров С.М. Буримов Н.И. Фоторефрактивная и нелинейная оптика: учебное методическое пособие. Т.: ТУСУР, 2007. – 39 с (75 экземпляров в библиотеке)
3. Чирцов А.С. Динамическая голография и проблема обращения волнового фронта // Соросовский образовательный журнал, 2001, №1, с. 89-95. [http://window.edu.ru/resource/158/21158/files/0101\\_089.pdf](http://window.edu.ru/resource/158/21158/files/0101_089.pdf)
4. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. // Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. СПб.: Наука, 1992. 320 с.
5. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации. - Л.: Наука, 1983. - 269 с.
6. Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В. Динамическая голография. К.: Наукова думка, 1983. 130 с.
7. Стурман Б.И., Фридкин В.М. Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии и родственные явления. – М.: Наука, 1992. – 208 с.
8. Solymar L., Webb D.J., Grunnet-Jepsen A. The Physics and application of photorefractive materials. Clarendon press: oxford, 1996. – 493 p.
9. Беспалов В.И. // Обращение волнового фронта оптического излучения в нелинейных средах. Г.: АН СССР ИПФ, 1979. 205 с.
10. Одулов С.Г., Соскин М.С., Хижняк А.И. // Лазеры на динамических решетках: Оптические резонаторы на четырехволновом смещении. М.: Наука, 1990. 272 с.
11. Günter P., Huignard J.-P. // Photorefractive materials and their applications. Berlin: Springer-Verlag, 1988. 296 p.

12. Шандаров С.М. Введение в оптическую физику : учебное пособие для студентов направлений подготовки «Фотоника и оптоинформатика», «Электроника и наноэлектроника», «Электроника и микроэлектроника» / С.М. Шандаров. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2012. – 127 с., <http://edu.tusur.ru/training/publications/2196>

13. Самовоздействие световых волн на отражательных голографических решетках в кубических фоторефрактивных кристаллах (сб. статей под ред. С.М. Шандарова и А.Л. Толстика). – Томск: Издательство ТУСУР, 2007. – 100 с.

14. Актуальные проблемы науки и индустрии фотоники и оптоинформатики: Сборник статей. Учебное пособие / Под ред. С.М. Шандарова, В.В. Шепелевича, В.М. Шандарова. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2013. – 275 с., <http://edu.tusur.ru/training/publications/3012>

Учебное пособие

Шмаков Сергей Сергеевич  
Шандаров Станислав Михайлович

Динамическая голография

Методические указания к практическим занятиям и по самостоятельной  
работе

Усл. печ. л. \_\_\_\_\_ Препринт  
Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники  
634050, г. Томск, пр. Ленина, 40