
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)**

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ЭМИС

_____ И. Г. Боровской

« ___ » _____ 2015 г.

Е.А. ШЕЛЬМИНА

ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

*Методические указания по выполнению лабораторных работ для
студентов 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», 09.03.02
«Информационные системы и технологии»*

Шельмина Е.А. Инновационные технологии: методическое пособие – Томск: Изд-во ТУСУР, 2015. – 32 с.

Методическое пособие для студентов ВУЗов посвящено изучению прикладных математических пакетов Mathcad и Maple. Описываются основные правила работы с математическими пакетами, особенности работы в Mathcad и Maple.

СОДЕРЖАНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ
по дисциплине «Инновационные технологии»
и руководство по выполнению
для студентов 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», 09.03.02
«Информационные системы и технологии»

Краткое содержание тем и результатов их освоения	4
Лабораторная работа №1	5
Лабораторная работа №2	7
Лабораторная работа №3	10
Лабораторная работа №4	12
Лабораторная работа №5	14
Лабораторная работа №6	19
Лабораторная работа №7	27
Лабораторная работа №8	28
Лабораторная работа №9	30
Лабораторная работа №10	32
Контрольные вопросы.....	32

Краткое содержание тем и результатов их освоения

Тема лабораторных занятий	Деятельность студента. Решая задачи, студент:
Пакеты символьных вычислений Maple и MathCad.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>изучает</i> пакеты Mathcad и Maple; • <i>знакомится</i> с понятием “символьные вычисления”;
Структура окон Maple и MathCad.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>изучает</i> интерфейс пакетов Mathcad и Maple;
Арифметические операции. Целые и рациональные числа, константы.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>знакомится</i> с основными арифметическими операциями, которые можно осуществлять в пакетах Mathcad и Maple; • <i>учится</i> выполнять простейшие математические вычисления в пакетах Mathcad и Maple;
Синтаксис команд. Стандартные функции.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>получает навыки</i> работы со стандартными функциями Mathcad и Maple; • <i>решает</i> самостоятельно задачи, базирующиеся на использовании стандартных функций Mathcad и Maple;
Преобразование математических выражений.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>знакомится</i> с основными командами математических пакетов для символьного преобразования алгебраических выражений; • <i>получает навыки</i> преобразования математических выражений в пакетах Mathcad и Maple;
Решение уравнений и неравенств.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>получает навыки</i> решения уравнений и неравенств с использованием математических пакетов; • <i>выполняет</i> индивидуальное задание на тему «Решение уравнений и неравенств»;
Построение 2D и 3D графиков.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>получает навыки</i> работы по созданию двух- и трехмерных графиков в математических пакетах; • <i>создает</i> графики функций, зависящих от одной и нескольких переменных;
Дифференциальное и интегральное исчисление.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>получает навыки</i> нахождения производных функций и решения интегралов с использованием математических пакетов; • <i>выполняет</i> индивидуальное задание на тему «Дифференциальное и интегральное исчисление»;
Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>получает навыки</i> решения дифференциальных уравнений в Mathcad и Maple; • <i>выполняет</i> индивидуальное задание на тему «Решение обыкновенных дифференциальных уравнений»;
Решение дифференциальных уравнений в частных производных.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>получает навыки</i> решения дифференциальных уравнений в частных производных в Mathcad и Maple; • <i>выполняет</i> индивидуальное задание на тему «Решение дифференциальных уравнений в частных производных»;

ХОД ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

1. Ознакомиться со справочными интернет-сведениями (СРС)
2. Ознакомиться с указанной темой в основной и дополнительной литературе.

Голоскоков, Д.П. Курс математической физики с использованием пакета Maple [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 576 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67461.

Дополнительная литература

1. Кудрявцева, И.В. Методы оптимизации в примерах в пакете MathCAD 15. Ч. I [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Кудрявцева, С.А. Рыков, С.В. Рыков [и др.]. — Электрон. дан. — СПб. : НИУ ИТМО (Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики), 2014. — 166 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70914.
2. Саликаев Ю.Р. Компьютерное моделирование и проектирование [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. Р. Саликаев ; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2012. - on-line, 94 с.
3. Ознакомиться с принципом выполнения лабораторных работ.
4. Составить и предоставить преподавателю отчет о работе, если он входит в форму отчетности по данному разделу знаний.

Введение

Этот курс лабораторных работ предназначен для практического изучения прикладных математических пакетов Mathcad и Maple. В методических указаниях основное внимание уделяется принципиальным моментам, которые необходимы для успешного выполнения лабораторных работ.

Лабораторная работа №1

Пакеты символьных вычислений Maple и MathCad

Цель работы: познакомиться с пакетами Mathcad и Maple.

Характеристика и назначение пакета Mathcad

MathCAD является математическим пакетом, позволяющим проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, начиная от элементарной арифметики и заканчивая сложными реализациями численных методов. Пользователи MathCAD – это студенты, ученые, инженеры, разнообразные технические специалисты. Благодаря простоте применения, наглядности математических действий, обширной библиотеке встроенных функций и численных методов, возможности символьных вычислений, а также превосходному аппарату представления результатов (графики самых разных типов, мощных средств подготовки печатных документов и Web-страниц), MathCAD стал наиболее популярным математическим приложением. MathCAD, в отличие от большинства других современных математических приложений, построен в соответствии с принципом WYSIWYG ("What You See Is What You Get" – "что Вы видите, то и получите"). Поэтому он очень прост в использовании, в частности, из-за отсутствия необходимости сначала писать программу, реализующую те или иные математические расчеты, а потом запускать ее на исполнение. Вместо этого достаточно просто вводить математические выражения с помощью встроенного редактора формул, причем в виде, максимально приближенном к общепринятому, и тут же получать результат. Кроме того, можно изготовить на принтере печатную копию документа или создать страницу в

Интернете именно в том виде, который этот документ имеет на экране компьютера при работе с MathCAD. Создатели MathCAD сделали все возможное, чтобы пользователь, не обладающий специальными знаниями в программировании, мог в полной мере приобщиться к достижениям современной вычислительной науки и компьютерных технологий. Для эффективной работы с редактором MathCAD достаточно базовых навыков пользователя. С другой стороны, профессиональные программисты могут извлечь из MathCAD намного больше, создавая различные программные решения, существенно расширяющие возможности, непосредственно заложенные в MathCAD. В соответствии с проблемами реальной жизни, математикам приходится решать одну или несколько из следующих задач: ввод на компьютере разнообразных математических выражений (для дальнейших расчетов или создания документов, презентаций, Web-страниц); проведение математических расчетов; подготовка графиков с результатами расчетов; ввод исходных данных и вывод результатов в текстовые файлы или файлы с базами данных в других форматах; подготовка отчетов работы в виде печатных документов; подготовка Web-страниц и публикация результатов в Интернете; получение различной справочной информации из области математики. Со всеми этими (а также некоторыми другими) задачами с успехом справляется MathCAD: математические выражения и текст вводятся с помощью формульного редактора MathCAD, который по возможностям и простоте использования не уступает, к примеру, редактору формул, встроенному в Microsoft Word; математические расчеты производятся немедленно, в соответствии с введенными формулами; графики различных типов (по выбору пользователя) с богатыми возможностями форматирования вставляются непосредственно в документы; возможен ввод и вывод данных в файлы различных форматов; документы могут быть распечатаны непосредственно в MathCAD в том виде, который пользователь видит на экране компьютера, или сохранены в формате RTF для последующего редактирования в более мощных текстовых редакторах (например, Microsoft Word); возможно сохранение документов в формате Web-страницы, причем создание файлов с рисунками происходит автоматически; символьные вычисления позволяют мгновенно получить разнообразную справочную математическую информацию, а система помощи и встроенные электронные книги помогают быстро отыскать нужную справку или пример тех или иных расчетов. Таким образом, следует хорошо представлять себе, что в состав MathCAD входят несколько интегрированных между собой компонентов – это мощный текстовый редактор для ввода и редактирования как текста, так и формул, вычислительный процессор – для проведения расчетов согласно введенным формулам, и символьный процессор, являющийся, по сути, системой искусственного интеллекта. Сочетание этих компонентов создает удобную вычислительную среду для разнообразных математических расчетов и, одновременно, документирования результатов работы.

Назначение Maple

Maple — система компьютерной математики, рассчитанная на широкий круг пользователей. До недавнего времени ее называли системой компьютерной алгебры, это указывало на особую роль символьных вычислений и преобразований, которые способна осуществлять эта система. Но такое название сужает сферу применения системы. На самом деле она уже способна выполнять быстро и эффективно не только символьные, но и численные расчеты, причем сочетает это с превосходными средствами графической визуализации и подготовки электронных документов.

Maple — типичная интегрированная система. Она объединяет в себе:

- мощный язык программирования (он же язык для интерактивного общения с системой);
- редактор для подготовки и редактирования документов и программ;

- современный многооконный пользовательский интерфейс с возможностью работы в диалоговом режиме;
- мощную справочную систему со многими тысячами примеров;
- ядро алгоритмов и правил преобразования математических выражений;
- численный и символьный процессоры;
- систему диагностики;
- библиотеки встроенных и дополнительных функций;
- пакеты функций сторонних производителей и поддержку некоторых других языков программирования и программ.

Лабораторная работа №2 **Структура окон Maple и MathCad**

Цель работы: изучение интерфейса пакетов Maple и Mathcad.

Структура окна Mathcad

В MathCAD интерфейс пользователя интуитивен и сходен с другими приложениями Windows. Его составные части:

- верхнее меню или строка меню;
- панели инструментов;
- панель инструментов Math (Математика) и доступные через нее дополнительные математические панели инструментов;
- рабочая область;
- строка состояния;
- всплывающие или контекстные меню;
- диалоговые окна или диалоги.

Большинство команд можно выполнить как с помощью меню (верхнего или контекстного), так и панелей инструментов или клавиатуры. Строка меню располагается в самой верхней части окна MathCAD. Она содержит девять заголовков, щелчок мышью на каждом из которых приводит к появлению соответствующего меню с перечнем сгруппированных по действию команд:

- File (Файл) – команды, связанные с созданием, открытием, сохранением, пересылкой по электронной почте и распечаткой на принтере файлов с документами;
- Edit (Правка) – команды, относящиеся к правке текста (копирование, вставка, удаление фрагментов и т. п.);
- View (Вид) – команды, управляющие внешним видом документа в окне редактора MathCAD, а также команды, создающие файлы анимации;
- Insert (Вставка) – команды вставки различных объектов в документы;
- Format (Формат) – команды форматирования текста, формул и графиков;
- Tools (Инструменты) – команды управления вычислительным процессом;
- Symbolics (Символьные вычисления) – команды символьных вычислений;
- Window (Окно) – команды управления расположением окон с различными документами на экране;
- Help (Справка) – команды вызова контекстно-зависимой справочной информации.

Панели инструментов служат для быстрого (в один щелчок мыши) выполнения наиболее часто применяемых команд:

- Standard (Стандартная) – служит для выполнения действия с файлами, редактирования документов, вставки объектов и т. д.;
- Formatting (Форматирование) – предназначена для форматирования текста и формул;
- Math (Математика) – служит для вставки математических символов и операторов в документы;

- Resources (Дополнительные ресурсы) – содержит список электронных книг, включенных в оболочку MathCAD;
- Controls (Контроль) – содержит кнопки для дополнительного контроля работы MathCAD-документа;
- Debug (Отладка) – появилась в MathCAD 13, служит для трассировки выполнения программ.

Панель Math (Математика) предназначена для вызова на экран еще девяти панелей, с помощью которых, собственно, и происходит вставка математических операций в документы:

- Calculator (Калькулятор) – вставка шаблонов основных математических операций, цифр, знаков арифметических операций;
- Graph (График) – вставка шаблонов графиков;
- Matrix (Матрица) – вставка шаблонов матриц и матричных операций;
- Evaluation (Оценка) – операторы присвоения значений и вывода результатов расчета;
- Calculus (Вычисления) – вставка шаблонов интегрирования, дифференцирования, суммирования;
- Boolean (Булевы операторы) – вставка логических (булевых) операторов;
- Programming (Программирование) – операторы, необходимые для создания программных модулей;
- Greek (Греческие буквы);
- Symbolics (Символика) – вставка операторов символьных вычислений.

В MathCAD, подобно другим программам Windows, пользователь может настроить внешний вид панелей инструментов наиболее оптимальным для него образом. Вы можете:

- показывать или скрывать панели;
- перемещать панели в любое место экрана и изменять их форму;
- делать панели плавающими, и наоборот;
- настраивать основные панели, т. е. определять набор их кнопок.

Документ MathCAD строится по принципу размещения формул и текста в рабочей области, которая изначально является подобием чистого листа. Чтобы показать или скрыть расположение регионов с математическими выражениями, текстом или графиками, имеется возможность включить опцию показа границ регионов. Делается это с помощью главного меню View / Regions (Вид / Регионы).

Ориентироваться в размещении объектов на странице документа помогает горизонтальная линейка, расположенная под панелями инструментов в верхней части окна MathCAD. Линейку можно вызвать на экран с помощью команды View / Ruler (Вид / Линейка).

Просматривать документ вверх-вниз и вправо-влево удобно с помощью вертикальной и горизонтальной полос прокрутки, перемещая их бегунки (в этом случае обеспечивается плавное перемещение вдоль документа) или щелкая мышью с одной из двух сторон бегунка (при этом перемещение по документу будет скачкообразным). Также для перемещения курсора по документу можно использовать клавиши листания страниц <PgUp> и <PgDn>. Обратите внимание, что во всех перечисленных случаях положение курсора не меняется, а просто просматривается содержание документа. Кроме того, если документ имеет большой размер, просматривать его содержимое удобно при помощи меню Edit / Go to Page (Правка / Перейти к странице). При выборе этого пункта откроется диалог, позволяющий перейти к странице с заданным номером. Для того чтобы двигаться по документу вверх-вниз и вправо-влево, перемещая курсор, следует нажимать на соответствующие клавиши управления курсором.

Изменение масштаба документа не влияет на его содержание, а просто определяет размер букв и графики, отображаемых на экране. Для того чтобы изменить масштаб

изображения, войдите в соответствующее поле на панели инструментов Standard (Стандартная). Щелчок мыши на этом поле приводит к появлению списка возможных масштабов от 25 до 200%. Значение 100% соответствует размеру страницы документа, который получится при его распечатке.

Чтобы выбрать другое значение масштаба отображения документа, необходимо выполнить команду View / Zoom (Вид / Масштаб). В этом случае появляется диалоговое окно Zoom (Масштаб) управления масштабом, в котором можно выбрать один из переключателей с желаемым значением масштаба. Для задания значения вручную выберите переключатель Custom (Прочие) и в открывшемся текстовом поле введите нужное число (в процентах от реального масштаба страницы). Для подтверждения проделанных изменений нажмите кнопку ОК.

Формульный редактор MathCAD позволяет быстро и эффективно вводить и изменять математические выражения. Тем не менее, некоторые аспекты его применения не совсем интуитивны, что связано с необходимостью избежать ошибок при расчетах по этим формулам. Поэтому не пожалейте немного времени на знакомство с особенностями формульного редактора, и впоследствии при реальной работе вы сэкономите гораздо больше.

Перечислим элементы интерфейса редактора MathCAD:

- указатель мыши (mouse pointer) – играет обычную для приложений Windows роль, следуя за движениями мыши;
- курсор – обязательно находится внутри документа в одном из трех видов:
 - курсор ввода (crosshair) - крестик красного цвета, который отмечает пустое место в документе, куда можно вводить текст или формулу;
 - линии ввода (editing lines) – горизонтальная (underline) и вертикальная (insertion line) линии синего цвета, выделяющие в тексте или формуле определенную часть;
 - линия ввода текста (text insertion point) – вертикальная линия, аналог линий ввода для текстовых областей;
- местозаполнители (placeholders) – появляются внутри незавершенных формул в местах, которые должны быть заполнены символом или оператором:
 - местозаполнитель символа – черный прямоугольник;
 - местозаполнитель оператора – черная прямоугольная рамка.

Структура окна Maple

Интерфейс Maple имеет ряд характерных элементов перечисленных ниже:

- строка заголовка (сверху);
- строка главного меню;
- главная панель инструментов;
- контекстная панель инструментов, вид которой зависит от режима работы с Maple;
- окно ввода и редактирования документов; О строка состояния (в самом низу окна).

Пользовательский интерфейс Maple позволяет готовить документы, содержащие одновременно текстовые комментарии, команды входного языка (с возможным преобразованием их в естественную математическую форму), результаты вычислений в виде обычных математических формул и графические данные. Это обеспечивает понятное представление исходных данных и результатов вычислений, а также удобство их повторного использования.

В основе пользовательского интерфейса Maple лежит графический многооконный интерфейс операционной системы Windows. Управление системой Maple возможно с помощью главного меню, панелей инструментов и палитр, а также «горячих» клавиш. Поддерживаются также многие возможности мыши, присущие приложениям под Windows.

Пользователь Maple (как и ряда других математических систем) работает с документами, которые являются одновременно описаниями алгоритмов решения задач,

программами и результатами их исполнения. Все данные команды и результаты размещаются в соответствующих ячейках. Графические построения выполняются как в ячейках документа, так и в отдельных окнах, и имеют свои меню для оперативного управления параметрами.

Наиболее полные возможности управления предоставляет главное меню системы Maple. Оно, как обычно, расположено непосредственно под строкой заголовка. Меню предоставляет доступ к основным операциям и параметрам пользовательского интерфейса системы. Ниже дан перечень меню, доступных при наличии открытого документа:

- File — работа с файлами и печатью документов;
- Edit — команды редактирования документа и операции с буфером обмена;
- View — управление видом пользовательского интерфейса;
- Insert — операции вставки;
- Format — операции задания форматов;
- Spreadsheet — операции задания таблиц;
- Options — задание параметров;
- Window — управление окнами;
- Help — работа со справочной системой.

Главное меню Maple является контекстно-зависимым. Это означает, что его вид может меняться в зависимости от текущего состояния (контекста) системы. Например, если все документы закрыты, то главное меню содержит только три заголовка меню: File, Options и Help. При этом место для окон документов пусто и окрашено в серый цвет. Вид меню также меняется в зависимости от того, какие объекты в документе выделены.

Полезно обратить внимание на возможность модификации интерфейса системы Maple с помощью команд меню View. В этом меню (оно показано в открытом состоянии) можно увидеть список палитр Palettes, предназначенных для ввода математических знаков. Установив флажки соответствующих палитр, можно вывести их на экран и переместить в любое место. Все четыре палитры математических символов представлены. При этом палитра VECTOR введена в Maple впервые.

Назначение знаков в палитрах очевидно из их названий:

- SYMBOL — ввод отдельных символов (греческих букв и некоторых математических знаков);
- EXPRESSION — ввод шаблонов математических операторов и операций;
- MATRIX — ввод шаблонов матриц разных размеров;
- VECTOR — ввод шаблонов векторов разных размеров и типов (векторы-столбцы или векторы-строки).

Еще один важный и полезный элемент интерфейса — всплывающие подсказки. Они появляются, если навести курсор мыши на тот или иной элемент интерфейса. Показана одна из всплывающих подсказок. Подсказки имеют вид облачка, которое вытекает из указанного элемента интерфейса. Особенно удобны подсказки для пояснения назначения кнопок палитр и панелей инструментов. В дальнейшем мы будем неоднократно приводить примеры всплывающих подсказок при работе с интерфейсом.

Лабораторная работа №3

Арифметические операции. Целые и рациональные числа, константы.

Цель работы: познакомится с основными арифметическими операциями пакетов Mathcad и Maple, научится выполнять простейшие математические вычисления в пакетах Mathcad и Maple.

Запись команд в рабочем документе системы MathCAD

Запись команд в системе MathCAD на языке очень близка к стандартному языку математических расчётов выполнимых на бумаге, что значительно упрощает постановку и

решение задач. В результате главные аспекты решения математических задач смещаются с их программирования на алгоритмическое и математическое описание.

MathCad реализует вычисления в строго определённом порядке: слева направо и сверху вниз. Правильный порядок выполнения блоков – основа правильного функционирования системы при обработке документа.

Сигнал ошибки в системе имеет вид всплывающей надписи, заключённой в прямоугольник.

Используемые типы констант

В системе MathCAD предусмотрены следующие типы данных:

1. Целые (2, -54, +43).
2. вещественные (1.3, -2.23).
3. Комплексные (2.5+7i). Следует иметь в виду, что при записи мнимой единицы следует использовать специальную кнопку панели Calculus.
4. Строковые. Обычно это комментарии вида: «Вычисление суммы».
5. Системные. Системная константа – это предварительно определённая переменная, значение которой задаётся в начале загрузки системы. Примерами таких констант являются числа e или π .

Простые вычисления

Результат арифметического выражения отображается, если после него стоит знак «=» или знак «→». В первом случае результат представляется в *численном* виде, а во втором – в *символьном*.

Пример символьного вычисления:

$$\frac{2.45}{6.178} + \frac{4}{52} - 76 - \frac{8}{87} \rightarrow -75.618462477305312281$$

При выполнении вычислительной системой арифметического выражения используются знаки арифметических операций с приоритетами, принятыми в обычной математике. Выражение может содержать также другие операции:

- извлечение корня;
- возведение в степень;
- интегрирование и дифференцирование;
- знаков факториала и суммирования и т.д.

Часть этих операций можно «взять» на панели Calculator. Примером записи выражения может быть:

$$4.5 \cdot \left(\sqrt[5]{56.3} + \sqrt{14.356} \right) + 5.2^{1.8} - 4.89 + \frac{6.52}{4.78} = 43.046$$

Количество значащих цифр, отображаемых при вычислении, можно регулировать с помощью главного меню **Format**→**Result**. В этом случае команда предоставит диалоговое окно, в котором следует переустановить параметры для вывода результата.

Основные объекты Maple

Объектами Maple могут быть числа, строки, имена переменных, команды, например, 345; 4/18; 2.718281828; 3.8e4; 1.8e-3; ‘Maple’; Pi; restart.

Запись числа в виде 271.8 называется записью числа с фиксированной точкой, а запись 2.718e2 называется записью числа с плавающей точкой. Числа с плавающей точкой имеют мантиссу (число с фиксированной точкой) и масштабный множитель (порядок). Если мантисса числа лежит на интервале [0.1, 1), то говорят, что она нормализована; если мантисса числа принадлежит интервалу [1, 10), то говорят, что число представлено в научной нотации. Экспоненциальную форму записи используют, как правило, при записи слишком малых или слишком больших чисел.

В Maple есть все основные математические константы, приведем лишь некоторые из них: Pi - число π , I - мнимая единица, infinity – бесконечность. Имена этих констант являются зарезервированными, а их значения не могут быть переопределены в отличие от ряда управляющих констант (например, Digits). Оператор Digits:= n задает длину мантиссы для операций с плавающей запятой. Строкой (string) является любой набор символов, заключенный в обратные кавычки (левая верхняя клавиша на клавиатуре): ‘Maple’.

Каждая переменная Maple имеет имя — набор символов (букв, цифр, знака подчеркивания), начинающийся с буквы, например, a; A; n1; newvalue; new_value; new_Value; В качестве имен переменных запрещено использовать слова Maple-языка, например, and, do, then, to . Проверка совпадения с существующим зарезервированным словом: ?name (здесь name — проверяемое имя переменной). Если имя переменной совпадает с каким-либо зарезервированным словом, то Maple выдаст соответствующую страницу справочной системы.

Скобки, применяемые в Maple: () - задают порядок выполнения операций в математических выражениях, обрамляют аргументы функций и параметры в записи команд; [] - для работы с индексными величинами; { } - для формирования множеств, систем уравнений.

Знаки операций: + - сложение, / - деление, - вычитание, ^ - возведение в степень, * - умножение, ! – факториал. Последовательность выполнения арифметических операций соответствует стандартным математическим правилам.

Знаки операций отношения: > - больше, <= - меньше либо равно, < - меньше, <> - не равно, >= - больше либо равно, = - равно.

Задания

Задание 3.1. Вычислить значение выражения: $b = \frac{g^2 a - 3}{4g}$, $a = -1.57$, $g = -1.2$

Задание 3.2. Вычислить значение арифметического выражения. Установить формат результата: 5 знаков после запятой.

$$x^{-2} + \frac{y^2}{\sin^2(x) - \cos^2\left(\frac{x+1.15}{y-\sqrt{1.15}}\right)}, \quad x=1, \quad y=\frac{1}{2}$$

Задание 3.3. Рассчитать выражения в соответствии с вариантом. Ответ должен содержать m знаков после запятой; переменную x определить в соответствии с областью определения.

$$y = \frac{1 + \sin^2 8 + x^3}{\sqrt[3]{8 + x^3}}, \quad m = 4, \quad a = -5, \quad b = 5, \quad h = 1.$$

Синтаксис команд. Стандартные функции.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>получает навыки</i> работы со стандартными функциями Mathcad и Maple; • <i>решает</i> самостоятельно задачи, базирующиеся на использовании стандартных функций Mathcad и Maple;
--	---

Лабораторная работа №4

Синтаксис команд. Стандартные функции

Цель работы: получение навыков работы со стандартными функциями Mathcad и Maple.

Использование стандартных функций в Mathcad

В системе MathCAD имеется множество встроенных функций. Для избегания возможных ошибок не рекомендуется имя функции вводить с клавиатуры. Наиболее часто используемы функции, такие как $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\ln(x)$, ..., можно задать, используя их обозначение на панели инструментов Calculator. К другим функциям можно обратиться с помощью команды главного меню Insert, либо с помощью команды (кнопки) $f(x)$. В окне, которое представляет команда, пользователь может установить категорию функции, познакомиться с примером её записи и спецификацией (описанием), а затем произвести нужный выбор. После этого система представляет пользователю шаблон, в который требуется вписать необходимые параметры.

Особенностью функции является возврат значения, т.е. функция в ответ на обращение к ней по имени с указанием её аргументов должна вернуть своё значение.

Определение переменных и пользовательских функций

В системе MathCAD, как и в любых других языках программирования, каждой ячейке памяти соответствует имя-идентификатор, которое выбирается в соответствии с установленным синтаксисом системы. Идентификаторы в MathCAD могут состоять из букв латинского или греческого алфавита и цифр, но в начальной позиции может стоять только буква. Идентификатор не должен совпадать со служебными словами, предусмотренными в системе. Следует иметь в виду, что MathCAD различает малые и заглавные буквы.

Локальные и глобальные переменные

Как и в других языках программирования в MathCAD различают локальные и глобальные переменные. Присваивание локальным переменным значения в системе MathCAD реализуют с помощью знака «:=». Для этого достаточно ввести знак двоеточие.

Глобальная переменная вводится следующим образом: переменная~выражение.

Вид, который принимает в документе введённое таким образом присваивание: переменная \equiv выражение.

Отличие глобальных переменных от локальных переменных в том, что глобальные переменные могут использоваться в любом месте документа (в том числе, слева от их определения и над ним).

Определение и использование пользовательских функций

Важным инструментом в математических вычислениях являются пользовательские функции. Функции особенно целесообразно использовать, когда приходится производить многократные вычисления по одним и тем же формулам, но с разными исходными данными.

Чтобы воспользоваться собственной функцией, нужно:

1. описать функцию;
2. вызвать описанную функцию для выполнения;

Для определения функции используются идентификаторы: имя функции и имена формальных параметров функции.

Формальный параметр – это идентификатор, конкретное значение которого определяется путём замены его на соответствующее ему значение фактического параметра при обращении к функции. Функции однозначно ставят в соответствие значениям аргументов (формальным параметрам) значения фактических параметров функции.

Формат определения функции:

Имя_функции (список формальных параметров):=выражение

Вызов пользовательской функции производится подобно тому, как в случае вызова любой стандартной функции.

Можно поместить результат в отдельную переменную:

Имя_переменной_результата:=Имя_функции (список формальных параметров)
Или напечатать:
Имя_функции(список формальных параметров)=
Задание. Познакомиться со стандартными функциями Mathcad и Maple.

Лабораторная работа №5

Преобразование математических выражений

Цель работы: получить навыки работы с основными командами математических пакетов для символьного преобразования алгебраических выражений.

Символьные вычисления в MathCAD

Символьные вычисления в MathCAD можно осуществлять в двух различных вариантах:

- с помощью команд меню;
- с помощью оператора символьного вывода \rightarrow , ключевых слов символьного процессора и обычных формул. Первый способ более удобен, когда требуется быстро получить какой-либо аналитический результат для однократного использования, не сохраняя сам ход вычислений. Второй способ более нагляден, т. к. позволяет записывать выражения в традиционной математической форме и сохранять символьные вычисления в документах MathCAD.

Для символьных вычислений при помощи команд предназначено главное меню Symbolics (Символика), объединяющее математические операции, которые MathCAD умеет выполнять аналитически. Для реализации второго способа применяются все средства MathCAD, пригодные для численных вычислений (например, панели Calculator, Evaluation и т. д.), и специальная математическая панель инструментов, которую можно вызвать на экран нажатием кнопки Symbolic Keyword Toolbar (Панель символика) на панели Math (Математика). На панели Symbolic (Символика) находятся кнопки, соответствующие специфическим командам символьных преобразований.

При проведении символьных вычислений можно использовать следующие символьные операторы:

1) *float* – указывает на то, что результат должен быть выведен в виде числа с плавающей запятой, после слова float должно быть указано количество знаков после запятой, которые должны быть выведены в результате; при символьных вычислениях с использованием оператора float, в отличие от обычных численных расчетов (=), выражение сначала вычисляется аналитически, поэтому максимальное количество знаков после запятой равно 250 (а при численных расчетах - 15). Например,

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \blacksquare$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \text{ float, 25} \rightarrow$$

2) *complex* – выводит комплексное число в виде $a+bi$
3) *assume* – наложение ограничений на параметры выражения
4) *solve* – решение уравнения или системы уравнения
5) *simplify* – упрощение выражения, символьный процессор MathCAD стремится так преобразовать выражение, чтобы оно приобрело более простую форму. При этом используются различные арифметические формулы, приведение подобных слагаемых, тригонометрические тождества, пересчет обратных функций и др. Например,

$$(x + 2y) \cdot z - z^2 \cdot (x + 5y) + z \text{ simplify } \rightarrow$$

$$x := 5 \quad y := 3$$

$$2(x + 2y) \cdot z - z^2 \cdot (x + 5y) + z \text{ simplify } \rightarrow$$

$$\sqrt{3} + x \text{ simplify } \rightarrow$$

$$\sqrt{3.01} + x \text{ simplify } \rightarrow$$

6) *substitute* – подстановка выражения вместо переменной. Например,

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c \text{ substitute } , x = 5 \rightarrow$$

$$\sin \left| k \cdot x^2 + b \cdot x \right| \text{ substitute } , k = a \cdot x^2 , b = x \rightarrow$$

7) *factor* – в зависимости от введенного выражения, данный оператор выполняет одно из следующих действий: сворачивает полином в произведение полиномов, раскладывает целое число на простые множители или приводит дроби к общему знаменателю. Например,

$$x^4 - 16 \text{ factor } \rightarrow$$

$$28 \text{ factor } \rightarrow$$

8) *expand* - операция символьного разложения, или расширения, выражений. В ходе разложения

раскрываются все суммы и произведения, а сложные тригонометрические зависимости разлагаются с помощью тригонометрических тождеств.

9) *coeffs* – вычисление полиномиальных коэффициентов

$$(x + 2y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ coeffs } , x \rightarrow$$

$$(x + 2y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ coeffs } , z \rightarrow$$

$$(x - 4) \cdot (x - 7) \cdot x + 99 \text{ coeffs } , x \rightarrow$$

10) *collect* – приведение выражения к полиному по заданной переменной (приведение подобных слагаемых):

$$(x + 2y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ collect } , x \rightarrow$$

$$(x + 2y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ collect } , y \rightarrow$$

$$(x + 2y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ collect } , y , x \rightarrow$$

$$(x + 2y) \cdot z - z^2 \cdot y \cdot (x + 5y) + z \text{ collect } , x , y \rightarrow$$

11) *series* – разложение функции в степенной ряд Тейлора, нужно указать имя переменной, по которой проводится разложение и порядок аппроксимации (количество степенных слагаемых)

$\sin(x)$ series, x, 10 →

12) *parfrac* – разложение дроби на простейшие:

$$\frac{11x^2 + 9x + 1}{x^2 - 3x + 2} \text{ convert, parfrac, x} \rightarrow$$

13) *fourier, invfourier* – прямое и обратное преобразование Фурье

14) *laplace, invlaplace* – прямое и обратное преобразование Лапласа

15) *ztrans, invztrans* – прямое и обратное Z-преобразование.

Преобразование выражений в Maple

Упрощение выражения: *simplify()*

Команда *simplify()* предназначена для упрощения разнообразных выражений, составленных из чисел, переменных и элементарных функций. Заметим, что Maple может его упростить, а может и не упростить, так как он использует свои внутренние алгоритмы упрощения, результат выполнения которых может не совсем соответствовать взглядам пользователя на то, как он хотел бы упростить выражение и в каком виде его получить.

Эта команда имеет несколько форм вызова. Ее самый простой синтаксис имеет следующий вид: *simplify*(выражение).

В скобках указывается выражение, подлежащее упрощению. Команда *simplify()* ищет в выражении вызовы функций, квадратные корни, радикалы и степени и инициализирует подходящие процедуры упрощения. Реально команда *simplify()* реализована в виде набора процедур упрощения, хранящихся в основной библиотеке Maple.

В команде можно задать конкретные процедуры упрощения, и тогда только они будут использоваться для упрощения заданного выражения, а не весь возможный, установленный по умолчанию набор. Это обеспечивается следующим синтаксисом команды: *simplify*(выражение, n1, n2,...);

Раскрытие скобок в выражении: *expand()*

Команда *expand()* представляет произведение в виде суммы, т.е. раскрывает скобки в алгебраическом выражении. Она выполняется для любого полинома. Для частного двух полиномов (рациональная алгебраическая дробь) эта команда раскрывает скобки в числителе и делит каждый член полученного выражения на знаменатель, с которым она не производит никаких преобразований.

Эта команда имеет следующий синтаксис: *expand*(выр, выр1, выр2,..., вырn); где выр является выражением, в котором необходимо раскрыть скобки, а необязательные параметры выр1, выр2, вырn указывают системе, что в данных выражениях в заданном преобразуемом выражении выр раскрывать скобки не надо.

Разложение полинома на множители: *factor()*

Команда *factor()* разлагает на множители полином от нескольких переменных. Под полиномом в Maple понимается выражение, содержащее неизвестные величины. Каждый член в этом выражении представлен в виде произведения целых неотрицательных степеней неизвестных величин с числовым или алгебраическим коэффициентом, т.е. коэффициент может быть целым, дробным, с плавающей точкой, комплексным числом и даже представлять собой алгебраическое выражение с другими переменными.

Следует помнить правило: команда раскладывает полином на множители над числовым полем, которому принадлежат коэффициенты полинома. Если все коэффициенты целые, то и в получаемых сомножителях будут только целые

коэффициенты и не обязательно будут получены линейные сомножители. Второй необязательный параметр этой команды указывает, над каким числовым полем следует осуществлять разложение полинома. Он может иметь значение `real`, `complex`, а также один радикал или множество радикалов.

Если применить команду `factor()` к алгебраической рациональной дроби (отношение двух полиномов), то сначала будет осуществлено приведение дроби к нормальной форме (сокращение общих множителей числителя и знаменателя), а после этого и числитель, и знаменатель раскладываются на множители (с учетом поля коэффициентов).

Сокращение алгебраической дроби: `normal ()`

Команда `normal()` приводит выражение, содержащее алгебраические дроби, к общему знаменателю и упрощает полученную алгебраическую дробь, сократив и числитель, и знаменатель на наибольший общий делитель. Команда имеет две формы вызова: `normal(f)`; `normal(f, expanded)`; где `f` – алгебраическая дробь, а параметр `expanded` указывает на то, что после сокращения дроби в числителе и знаменателе раскрываются скобки.

Если параметр `f` задан в виде списка, множества, последовательности, ряда, уравнения, отношения или функции, то команда `normal()` последовательно применяется к компонентам `f`. Например, для уравнения это означает, что процедура сокращения применяется и к правой, и к левой части уравнения. В случае ряда, это означает, что упрощаются коэффициенты ряда, а в случае выражения с несколькими функциями, аргументы которых представлены алгебраическими дробями, процедура сокращения применяется к аргументу каждой функции.

Приведение нескольких членов выражения к одному: `combine ()`

Назначение команды `combine ()` – привести несколько членов в выражении, представленном суммой, произведением или степенями неизвестных, к одному члену, используя разнообразные правила. Эти правила, по существу, противоположны правилам, применяемым командой `expand ()`.

Приведение подобных членов: `collect()`

Команда `collect()` работает с полиномами, в которых в качестве неизвестных могут выступать функции с аргументами, являющимися неизвестными величинами Maple. Команда имеет три формы вызова:

`collect (выражение, x);`
`collect (выражение, x, form, func);`
`collect (выражение, x, func);`

где параметр `x` представляет имя неизвестной величины, относительно степеней которой осуществляется приведение коэффициентов. Параметр `x` может быть также списком или множеством неизвестных в случае полинома нескольких переменных или именем функции с аргументом-неизвестной в выражении, представленном первым параметром выражение.

Команда `collect ()` различает не только целые, но и положительные и отрицательные дробные степени неизвестной, т.е. при всех степенях будут отдельно приведены подобные члены.

Параметр `form` применяется для полиномов от нескольких переменных и определяет алгоритм приведения подобных членов. Заметим, что неизвестные, при степенях которых приводятся подобные члены, должны быть заданы в виде списка или множества. Параметр `form` принимает два значения: `recursive` и `distributed`. В первом случае приводятся подобные члены при степенях первой неизвестной в списке, затем в полученных коэффициентах приводятся подобные члены относительно степеней второй

неизвестной в списке и т.д. Если при этом значении параметра `form` неизвестные полинома, относительно которых приводятся подобные члены, заданы в виде множества, то порядок приведения определяется системой Maple и может меняться от сеанса к сеансу. Значение `distributed` указывает на приведение коэффициентов при членах, содержащих всевозможные произведения степеней неизвестных в списке или множестве, причем суммарная степень всех переменных возрастает от наименьшей к наибольшей.

Параметр `func` определяет имя команды, применяемой к полученным в результате коэффициентам при соответствующих степенях неизвестных. Обычно используют команды `simplify()` и `factor()`.

Рационализация дробей: `rationalize()`

Рационализация дроби – это избавление от иррациональности в знаменателе этой дроби. Команда `rationalize()` производит такое преобразование над числовыми и алгебраическими дробями. Причем в случае алгебраической дроби принимается во внимание только знаменатель в виде полинома. Эта команда может рационализировать алгебраическую дробь, знаменатель которой содержит трансцендентные функции типа `sin()`, `exp()`, `ln()` и т.п. Однако если их аргумент является дробью с иррациональностями в знаменателе, то эти конструкции не участвуют в процессе рационализации.

Ограничения на неизвестные: `assume()`

Часто в математических выводах приходится делать те или иные предположения относительно некоторых величин, фигурирующих в наших исследованиях, т.е. как-то ограничивать эти величины. Одни ограничения логически вытекают из области определения независимых переменных, входящих в выражения, другие мы накладываем сами. В системе Maple имеются команды для введения и проверки ограничений, наложенных на некоторые неизвестные или даже целые выражения. Введенные ограничения используются командами и функциями Maple, например `simplify()`, `sqrt()`, для получения более простого ответа, если введенные ограничения позволяют это.

Назначение команды `assume()` – накладывать ограничения на неизвестные величины Maple. Команда имеет следующий синтаксис: `assume(x, свойство)`;

Здесь `x` – любая неопределенная переменная или выражение с такими переменными, а параметр `свойство` может принимать значения, равные названиям свойств (специальным символьным именам, зарезервированным Maple для задания различных ограничений на переменную или выражение, определенные первым параметром), имени типа данных и числовому диапазону. Некоторые из наиболее употребительных свойств перечислены в табл. 1.

Таблица 1. Свойства числовых переменных и выражений

Название свойства	Описание
<code>negative</code>	Отрицательные вещественные числа из интервала $(-\infty, 0)$ (ноль не включается)
<code>nonnegative</code>	Неотрицательные вещественные числа из интервала $(0, \infty)$ (ноль включается)
<code>positive</code>	Положительные вещественные числа из интервала $(0, \infty)$ (ноль не включается)
<code>natural</code>	Натуральные числа (целые, большие или равные 0)
<code>posint</code>	Целые строго большие 0
<code>odd</code>	Нечетные числа
<code>even</code>	Четные числа
<code>complex</code>	Комплексные числа
<code>NumeralNonZero</code>	Комплексные числа, исключая 0

real	Вещественные числа
rational	Рациональные числа (дроби и целые)
irrational	Иррациональные числа
integer	Целые числа
fraction	Только дробные числа
prime	Простые числа

Некоторые параметры (x, свойство) можно заменить математическим отношением, если, конечно, это возможно. Например, (x, negative) соответствует отношению $x < 0$, а (x, nonnegative) соответствует $x \geq 0$ и т.д.

При наложении на переменную каких-либо ограничений в результатах выполнения действий над выражениями, в которые входит эта переменная, сразу же за ее именем по умолчанию отображается символ тильда (~). Эту функциональность по умолчанию можно изменить на следующие:

- либо вообще не информировать пользователя, что на переменную наложены ограничения, и она будет продолжать отображаться как и все переменные без ограничений (команда Options P Assumed Variables P NoAnnotation);

- либо в области вывода, если отображаются результаты, в которых присутствует переменная с наложенными ограничениями, словесно сообщается, на какие переменные наложены ограничения (команда Options P Assumed Variables P Phrase).

Вернуться в режим отображения переменных с наложенными ограничениями по умолчанию можно командой Options P Assumed Variables P Trailing Tildes.

В качестве своих параметров команда assume() может получать несколько пар (x, свойство) или несколько математических отношений. В этом случае все заданные ограничения действуют одновременно. Поэтому наложение ограничений в виде

> assume (x>3, x<5);

соответствует тому, что переменная x может изменяться только в интервале (3,5).

Новое ограничение, накладываемое новой командой assume () на переменную, отменяет все предыдущие ограничения. Поэтому последовательное задание ограничений двумя командами:

> assume (x>3);

> assume (x<5);

соответствует предположению, что значение переменной x не превосходит числа 5, а не тому, что значение этой переменной должно лежать в интервале (3,5).

Задания

Задание 5.1. Упростить выражение: $(3\sin(x)+2\cos(x))^2+(2\sin(x)-3\cos(x))^2$.

Задание 5.2. Разложить число на простые множители: 1245.

Задание 5.3. Подставить в заданную функцию вместо x заданное выражение:

$$\sqrt{\cos x + \sin y - t + 2x^2}, \quad x = \sqrt{1 + \frac{1}{t-1}}.$$

Задание 5.4. Привести выражение к полиному по переменной y: $9+(3-z)y-2y(x+4y)$

Задание 5.5. Получить полиномиальные коэффициенты по переменной z для выражений из предыдущего задания.

Лабораторная работа №6

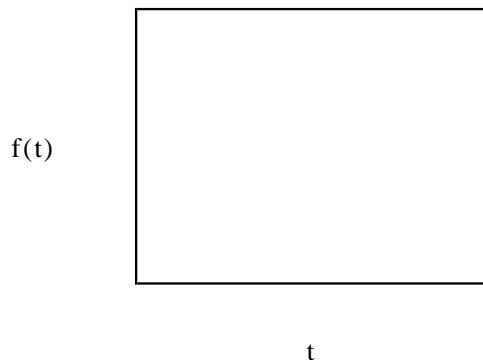
Решение уравнений и неравенств

Цель работы: получение навыков решения уравнений и неравенств с использованием математических пакетов Mathcad и Maple.

Решение уравнений в Mathcad

Численный поиск корня уравнения. Любой численный метод решения уравнения основан на уточнении какого-либо начального значения корня до заданной точности. Точность вычислений в MathCAD задается встроенной переменной TOL и по умолчанию равна 0,001. Для задания начального значения корня удобно сначала построить график функции, задающей уравнение. Например, найдем корни уравнения $\ln x = x - 2$. Для задания начального значения x построим график функции $f(x) = \ln x - x + 2$.

$$f(x) := \ln(x) - x + 2$$



Для нахождения правого корня уравнения зададим точность $TOL=0,000001$, начальное значение $x=4$ и используем функцию $\text{root}(f(x),x)$.

$$x := 4$$

$$\text{root}(f(x),x) = \blacksquare$$

Можно локализовать корень не с помощью начального значения, а с помощью интервала, которому принадлежит корень, при этом границы интервала нужно задать как аргументы функции root . Например, найдем левый корень исходного уравнения как корень, принадлежащий интервалу $[0.01, 1]$.

$$\text{root}(f(x),x,0.01,1) = \blacksquare$$

Можно задать функцию $r(x)=\text{root}(f(x),x)$, которая возвращает корень уравнения, полученный из начального приближения x . Например:

$$r(x) := \text{root}(f(x),x)$$

$$r(2) = \blacksquare$$

$$r(0.2) = \blacksquare$$

Пользуясь этой функцией можно получить вектор корней уравнения:

$$i := 0..2$$

$$x_i :=$$

-1
0.2
4

$$X_i := r(x_i) \quad X_i = \blacksquare$$

Для получения комплексного корня начальное приближение следует задавать комплексным.

$$f(x) := x^2 + 3$$

$$x := i$$

$$\text{root}(f(x), x) = \blacksquare$$

Нахождение корней полиномов. Для нахождения корней полинома в MathCAD имеется встроенная функция $\text{polyroots}(a)$, аргументом которой является вектор коэффициентов полинома $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Например, для уравнения $x^3 + 2x^2 - 1 = 0$ вектор a имеет вид:

$$i := 0..3$$

$$a_i :=$$

$$\begin{array}{|c|} \hline -1 \\ \hline 0 \\ \hline 2 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \text{polyroots}(a) = \blacksquare$$

Коэффициенты полинома и корни могут быть и комплексными. Например, для уравнения $x^2 + 1 = 0$

$$i := 0..2$$

$$a_i :=$$

$$\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \text{polyroots}(a) = \blacksquare$$

Для того, чтобы выделить из многочлена вектор коэффициентов можно воспользоваться символьными преобразованиями. Например, решим уравнение $(x+1)(x^2-4)(x^2+x-2) = 0$:

$$a := (x+1) \left| x^2 - 4 \right| \left| x^2 + x - 2 \right| \text{ coeffs}, x \rightarrow \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -10 \\ -5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}(a) = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Нахождение корней уравнений аналитически (путем символьных преобразований).

Во многих случаях MathCAD позволяет найти аналитическое решение. Для того, чтобы найти решение уравнения необходимо записать выражение и выделить в нем переменную (поставить указатель курсора возле переменной), и воспользоваться пунктом Solve for Variable (Переменная→Решение) из пункта меню Symbolic (Символика).

Можно также воспользоваться функцией root , поставив вместо знака « \Rightarrow » знак « \rightarrow ».

Например:

$$\frac{\cos(a \cdot x)}{(x+5)^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{a}$$

$$f(x) := x^3 + 1$$

$$\text{root}(f(x), x) \rightarrow \left(-1 \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot i \cdot \sqrt{3} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot i \cdot \sqrt{3} \right)$$

При этом для первого уравнения найден только 1 корень, хотя их бесчисленно много, а для полинома найдены все 3 корня, в том числе и комплексные.

Численный поиск решения системы уравнений и неравенств. Системы линейных и нелинейных уравнений и неравенств позволяет решать в MathCAD блок *given* в сочетании с функцией *Find*.

После слова *given* записывается система уравнений и неравенств, подлежащих решению, при этом вместо знака « \Rightarrow » следует набирать $\text{Ctrl}+=$. Перед блоком *given* необходимо указывать начальные приближения для всех переменных, если нужно найти комплексный корень, то следует задавать комплексное начальное приближение. Признаком окончания системы служит функция *Find*, если надо найти точное решение или функция *Minerr*, если система не может быть решена точно, и требуется найти наилучшее приближение, обеспечивающее минимальную погрешность.

Функции *Minerr* и *Find* должны иметь столько же или меньше аргументов, сколько уравнений и неравенств содержит блок *given*. Если окажется, что блок содержит слишком мало уравнений или неравенств, то его можно дополнить тождествами или повторяющимися выражениями.

Например,

$$x := 1 \quad y := 1$$

Given

$$x^2 - y = 23$$

$$x^2 \cdot y = 50$$

$$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Если необходимо найти решение при различных начальных приближениях, имеет смысл определить новую функцию. Например:

Given

$$x^2 - y = 23$$

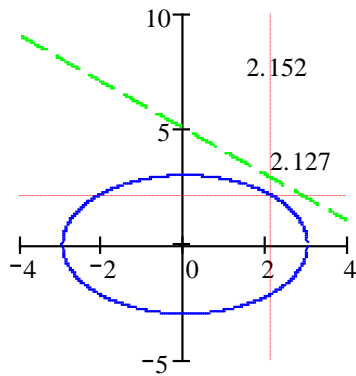
$$x^2 \cdot y = 50$$

$$f(x, y) := \text{Find}(x, y)$$

$$f(1, 1) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad f(-1, 1) = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$f(i, 1) = \begin{pmatrix} 1.414i \\ -25 \end{pmatrix} \quad f(-i, 1) = \begin{pmatrix} -1.414i \\ -25 \end{pmatrix}$$

Если система не имеет решения, но возникает необходимость найти значения переменных, при которых уравнения, входящие в систему удовлетворяются хотя бы приближенно, то используется функция *minerr*. Например:



$$x := 1 \quad y := 1$$

Given

$$x^2 + y^2 = 9$$

$$y + x = 5$$

$$\text{MinErr}(x, y) = \begin{pmatrix} 2.152 \\ 2.127 \end{pmatrix}$$

Решение систем линейных уравнений. Систему линейных уравнений можно решать численным методом, описанном в предыдущем пункте, но если определитель матрицы из коэффициентов при неизвестных в уравнениях системы будет равен 0 (система не имеет решения либо имеет множество решений), то численный метод не даст результата. Также численный метод может дать приближенный результат вместо точного. Поэтому для решения систем линейных уравнений можно воспользоваться методом Гаусса, матричным методом или формулами Крамера. Однородную же систему линейных уравнений можно решить только методом Гаусса. Рассмотрим решение систем линейных уравнений всеми этими способами:

а) численный метод

$$x := -2 \quad y := 1 \quad z := 2$$

Given

$$2x - 4y + 3z = 1$$

$$x - 2y + 4z = 3$$

$$3x - y + 5z = 2$$

$$\text{Find}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

б) метод Гаусса

$$2x - 4y + 3z = 1$$

$$x - 2y + 4z = 3$$

$$3x - y + 5z = 2$$

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & 3 \\ 3 & -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{rref}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C := \text{rref}(A)$$

$$X := C^{(4)}$$

$$X = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

в) матричный метод

$$\begin{aligned} 2x - 4y + 3z &= 1 \\ x - 2y + 4z &= 3 \end{aligned} \quad A := \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$3x - y + 5z = 2 \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.24 & -0.68 & 0.4 \\ -0.28 & -0.04 & 0.2 \\ -0.2 & 0.4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X := A^{-1} \cdot B$$

$$X = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

г) метод Крамера

$$\begin{aligned} 2x - 4y + 3z &= 1 \\ x - 2y + 4z &= 3 \end{aligned} \quad A := \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$3x - y + 5z = 2 \quad A1 := A \quad A2 := A \quad A3 := A$$

$$A1^{(1)} := B \quad A2^{(2)} := B \quad A3^{(3)} := B$$

$$A1 = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 3 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad A2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad A3 = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X1 := \frac{|A1|}{|A|} \quad X2 := \frac{|A2|}{|A|} \quad X3 := \frac{|A3|}{|A|}$$

$$X1 = \blacksquare \quad X2 = \blacksquare \quad X3 = \blacksquare$$

Решение систем уравнений в символьном виде. Во многих случаях решение системы уравнений может быть найдено не только численно, но и аналитически. Для этого также используется блок given и функция Find, но вместо знака равенства после функции следует поставить знак символического преобразования \rightarrow .

Например:

Given

$$x^2 + xy + y^2 = 13$$

$$x - y = 4$$

Find(x,y)→

Решение записано в вид матрицы, каждый столбец которой является решением.

Решить систему уравнений в символьном виде можно также с помощью оператора solve. Для этого систему уравнений записывают в виде матрицы, состоящей из 1 столбца и нужного количества строк. Например:

$$\begin{pmatrix} x^2 + xy + y^2 = 13 \\ x - y = 4 \end{pmatrix} \text{solve } ,x,y \rightarrow$$

В данном случае решением является каждая строка матрицы.

Решение уравнений и неравенств в Maple

Система аналитических вычислений Maple обладает возможностью решения алгебраических уравнений, неравенств и их систем как в аналитическом так и в численном виде. Для начала несколько подробнее остановимся на самих уравнениях и неравенствах.

Два выражения, соединенные знаком равенства (=), представляют самостоятельный тип данных Maple – уравнение (equation). Уравнения можно присваивать обычным переменным Maple, с уравнениями можно осуществлять преобразования, используя обычные арифметические действия, которые выполняются отдельно для левой и правой частей уравнений. Эти действия позволяют преобразовать уравнения к виду, удобному для использования, а иногда и облегчающему Maple поиск решения.

При проверке типа переменной, значением которой является уравнение, с помощью команды `whattype()` результатом является равенство =, означающее, что тип проверяемой переменной является уравнением.

Как и при задании уравнений два выражения, соединенные знаками `>=(больше или равно)`, `<=(меньше или равно)`, `>(больше)` или `<(меньше)`, представляют новый тип - неравенство (inequation).

При проверке типа объекта, представляющего неравенство, в области вывода отображается либо `<>`, либо `<`, либо `<=`. Дело в том, что Maple “понимает” только эти три типа. Неравенства противоположного знака приводятся к ним перестановкой левой и правой частей с заменой знаков на противоположные.

Команда `solve()`. Команда `solve()` позволяет решать уравнения и системы уравнений, неравенства и системы неравенств. Эта команда всегда пытается найти замкнутое решение в аналитической форме. Ее синтаксис достаточно прост:

`solve (уравнение, переменная);`

`solve ({уравнение 1, уравнение 2, ... }, {переменная 1, переменная 2, ... });`

Первая форма команды предназначена для решения одного уравнения относительно заданной переменной. Вторая форма позволяет решать системы уравнений относительно переменных, заданных вторым параметром. Заметим, что система уравнений и ее неизвестные переменные задаются в виде множеств, результатом в этом случае является также множество значений неизвестных в виде уравнений. В случае задания одного уравнения результатом будет выражение (в случае одного корня уравнения) или последовательность выражений (в случае нескольких корней). Если не задана переменная/переменные, относительно которых следует решать уравнение/систему уравнений, то Maple выдаст все решения относительно всех неопределенных переменных в исходных уравнениях.

Команда `fsolve()`. По умолчанию Maple пытается найти аналитическое выражение для корней уравнения. Если это не удастся, то, как отмечалось выше, в области вывода ничего не печатается. В подобных случаях (если корни действительно существуют) можно воспользоваться командой `fsolve()`, которая находит численное решение уравнения или системы уравнений. Формат команды отличается от формата команды `solve()` наличием третьего параметра опция: `fsolve (уравнения, переменные, опция);`

Задание первых двух параметров соответствует заданию аналогичных параметров в команде `solve()`, а параметр опция может принимать значения из таблицы 2.

Таблица 2. Значения параметра опция команды `fsolve()`

Значение	Смысл
<code>complex</code>	Разыскиваются комплексные корни (только для полиномов)
<code>Fulldigits</code>	Используется арифметика с максимальной мантиссой
<code>Maxsols=n</code>	Разыскивается n решений (только для полиномов)

a.. b или x=a..b	Задан промежуток [a, b], на котором разыскивается решение (во второй форме задания этой опции x обозначает имя неизвестной переменной в уравнении)
---------------------	--

Для произвольного уравнения по умолчанию эта функция находит одно решение, но для полиномов определяются все действительные корни. Для нахождения всех корней полинома, включая комплексные, следует задать опцию `complex`.

Другие команды решения уравнений. Кроме универсальных команд `solve()` и `fsolve()` решения уравнений и систем уравнений, система Maple содержит специализированные команды, предназначенные либо для решения определенного класса уравнений, либо нахождения решений в заданном числовом поле. Здесь эти команды описаны предельно кратко для того, чтобы читатель знал об их существовании. Более подробно об этих командах можно узнать в справочной системе Maple, выполнив команду `?имя_команды`, где вместо параметра `имя_команды` следует подставить ее действительное имя.

Команда `isolve()` ищет все целые решения уравнений. Если в уравнении задано несколько неизвестных, то строится решение относительно всех заданных неизвестных.

Команда `msolve()` также ищет целочисленные решения уравнения, но только по модулю, заданному вторым параметром.

Команда `rsolve()` строит общее решение рекуррентного уравнения, используя начальные значения, если они заданы, или через их символьные обозначения, если они не заданы.

Решение неравенств. Команда `solve()` используется для решения неравенств и систем неравенств в области вещественных чисел точно так же, как и для решения уравнений и систем уравнений. Ответ выражается либо в виде множества неравенств, либо через функции `RealRange()` и `Open()`. Первая определяет замкнутый отрезок действительных чисел, а вторая используется для указания того, что граничная точка не входит в построенное решение. Для задания решения в виде множества, следует задать в виде множества либо само неравенство, либо неизвестную, относительно которой ищется решение. Если этого не сделать, то ответ будет получен с использованием указанных функций определения действительных отрезков.

Задания

$$\frac{x+2}{x+1} + \frac{2-x}{1-x} + \frac{4}{x-1}$$

Задание 6.1. Дано уравнение $\frac{x+2}{x+1} + \frac{2-x}{1-x} + \frac{4}{x-1}$. Определить один из корней с помощью задания начального значения, другой с помощью задания интервала, которому принадлежит корень. Найти вектор корней уравнения. Все вычисления производить с точностью 0.00001.

Задание 6.2. Найти все корни полиномиального уравнения:
 $2x^4 - 21x^3 + 74x^2 - 105x + 50 = 0$.

Задание 6.3. Найти одно из решений системы уравнений численно:

$$\begin{cases} \cos(x) + y = 1.5 \\ 2x - \sin(y - 0.5) = 1 \end{cases}$$

Задание 6.4. Решить систему линейных уравнений численно, методом Гаусса, матричным методом, по формулам Крамера и с помощью символьных преобразований:

$$\begin{cases} 0.65x_1 - 0.93x_2 + 0.45x_3 = -0.72 \\ 1.15x_1 + 0.43x_2 - 0.72x_3 = 1.24 \\ 0.56x_1 - 0.18x_2 + 1.03x_3 = 2.15 \end{cases}$$

Лабораторная работа №7 Построение 2D и 3D графиков

Цель работы: получение навыков работы по созданию двух- и трехмерных графиков в математических пакетах.

Построение графиков в Mathcad

В MathCAD встроено несколько различных типов графиков, которые можно разбить на две большие группы.

Двумерные графики:

- X-Y (декартовый) график (X-Y Plot);
- полярный график (Polar Plot).

Трехмерные графики:

- график трехмерной поверхности (Surface Plot);
- график линий уровня (Contour Plot);
- трехмерная гистограмма (3D Bar Plot);
- трехмерное множество точек (3D Scatter Plot);
- векторное поле (Vector Field Plot).

Деление графиков на типы несколько условно, т. к., управляя установками многочисленных параметров, можно создавать комбинации типов графиков, а также новые типы (например, двумерная гистограмма распределения является разновидностью простого X-Y графика).

Для построения графиков используются шаблоны. Их перечень содержится в команде меню Вставка→Графики. Большинство параметров графического процессора, необходимых для построения графиков, по умолчанию задается автоматически. Поэтому для начального построения того или иного вида достаточно задать тип графика. В подменю Graph содержится список из семи основных типов графиков.

X-Y Plot	График в декартовой системе координат
Polar Plot	График в полярных координатах
Surface Plot	Трехмерный график
Contour Plot	Контурный график трехмерной поверхности
3D Scatter Plot	График в виде точек (фигур) в трехмерном пространстве
3D Bar Chart	График для изображения в виде совокупности столбиков в трехмерном пространстве (гистограмма)
Vector Field Plot	График векторного поля на плоскости

MathCAD представляет пользователю разнообразные средства форматирования графика - изменение толщины и цвета линий, вида осей координат, координатные сетки, текстовые комментарии и др. Для того чтобы изменить вид изображения, нужно щелкнуть дважды по полю графика и установить требуемые параметры в окнах настройки.

Построение графиков в Maple

График поверхности, заданной явной функцией. График функции $z = f(x, y)$ можно нарисовать, используя команду `plot3d(f(x,y), x=x1...x2, y=y1...y2, options)`. Параметры этой команды частично совпадают с параметрами команды `plot`. К часто используемым параметрам команды `plot3d` относится `light=[angl1, angl2, c1, c2, c3]` – задание подсветки поверхности, создаваемой источником света из точки со сферическими координатами (`angl1, angl2`). Цвет определяется долями красного (`c1`), зеленого (`c2`) и синего (`c3`) цветов, которые находятся в интервале $[0,1]$. Параметр `style=opt` задает стиль рисунка: POINT – точки, LINE – линии, HIDDEN – сетка с удалением невидимых линий, PATCH – заполнитель (установлен по умолчанию), WIREFRAME – сетка с выводом

невидимых линий, CONTOUR – линии уровня, PATCHCONTOUR – заполнитель и линии уровня. Параметр shading=opt задает функцию интенсивности заполнителя, его значение равно huz – по умолчанию, NONE – без раскраски.

График поверхности, заданной параметрически. Если требуется построить поверхность, заданную параметрически: $x=x(u,v)$, $y=y(u,v)$, $z=z(u,v)$, то эти функции перечисляются в квадратных скобках в команде: `plot3d([x(u,v), y(u,v), z(u,v)], u=u1..u2, v=v1..v2)`.

График поверхности, заданной неявно. Трехмерный график поверхности, заданной неявно уравнением $F(x,y,z)=c$, строится с помощью команды пакета `plot`: `implicitplot3d(F(x,y,z)=c, x=x1..x2, y=y1..y2, z=z1..z2)`, где указывается уравнение поверхности $F(x,y,z)=c$ и размеры рисунка по координатным осям.

График пространственных кривых. В пакете `plot` имеется команда `spacecurve` для построения пространственной кривой, заданной параметрически: $x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=z(t)$.
Параметры команды:

`> spacecurve([x(t),y(t),z(t)],t=t1..t2)`,
где переменная t изменяется от t_1 до t_2 .

Анимация. Maple позволяет выводить на экран движущиеся изображения с помощью команд `animate` (двумерные) и `animate3d` (трехмерные) из пакета `plot`. Среди параметров команды `animate3d` есть `frames` – число кадров анимации (по умолчанию `frames=8`).

Трехмерные изображения удобнее настраивать не при помощи опций команды `plot3d`, а используя контекстное меню программы. Для этого следует щелкнуть правой кнопкой мыши по изображению. Тогда появится контекстное меню настройки изображения. Команды этого меню позволяют изменять цвет изображения, режимы подсветки, устанавливать нужный тип осей, тип линий и управлять движущимся изображением.

Задания.

Задание 7.1. Постройте графики функций.

Функция одной переменной	Полярная система координат	Функция двух переменных
$y = \frac{3}{x^3} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}$	$x = t^3 - 3\pi$ $y = t^3 - 6 \cdot \arctg \left(\frac{y}{x} \right)$	$z = \sin\left(\frac{x}{y}\right) \cos\left(\frac{y}{x}\right)$

Задание 7.2. Отобразить графически пересечение поверхностей $f_1(x,y) := \frac{x+y^3}{10}$ и

$$f_2(x,y) := 5 \cos\left(\frac{x-y}{3}\right).$$

Лабораторная работа №8

Дифференциальное и интегральное исчисление

Цель работы: получение навыков нахождения производных функций и решения интегралов с использованием математических пакетов.

Теоретическое обоснование данной темы представлено в следующих источниках:

1. Голоскоков, Д.П. Курс математической физики с использованием пакета Maple [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 576 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67461.
2. Саликаев Ю.Р. Компьютерное моделирование и проектирование [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. Р. Саликаев ; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2012. - on-line, 94 с.

Задания

Задание 8.1. Найти производные функций

$$y(x) = \sin^3(x);$$

$$y(x) = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{1-x^2} + \arcsin x \right);$$

$$y(x) = \operatorname{tg}(\sin(\cos(x)));$$

$$y(x) = x^x;$$

$$y(x) = \frac{x \operatorname{tg} x}{1+x^2};$$

$$y(x) = \sqrt[7]{x} \ln x.$$

Задание 8.2. Дана функция $f(x) = \frac{x}{2x-1}$, найти $f'(x), f''(x), f'''(x)$

Задание 8.3. Вычислить неопределенные интегралы

$$\int \sin^3 x \, dx;$$

$$\int (x+3) \sqrt{x^2+3x+5} \, dx;$$

$$\int \frac{3x+5}{x^2+2x+2} \, dx;$$

$$\int e^x \sin x \, dx.$$

Задание 8.4. Вычислить определенные интегралы

$$\int_0^{2\pi} \sin x \, dx;$$

$$\int_0^{+\infty} e^{-x} \, dx;$$

$$\int_0^1 \ln^2 x \, dx;$$

$$\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} \, dx;$$

$$\int_{-1}^1 x^2 e^{-x} \, dx.$$

Лабораторная работа №9

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Цель работы: получает навыки решения дифференциальных уравнений в Mathcad и Maple.

Решение дифференциальных уравнений в Mathcad

Нелинейные дифференциальные уравнения и системы с такими уравнениями, как правило, не имеют аналитических методов решения. Для их решения применяются численные методы решения, реализация которых в системе MathCad осуществляется рядом функций. Так для решения обыкновенных дифференциальных уравнений, представленных в обычной форме Коши, в MathCade предусмотрены следующие функции:

- *rkfixed* (y, x_1, x_2, n, F) – возвращает матрицу решений методом Рунге – Кутта системы обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями в векторе y , правые части которых записаны в символьном векторе F на интервале от x_1 до x_2 при фиксированном числе шагов n .
- *Rkadapt* (y, x_1, x_2, n, F) – возвращает матрицу решений методом Рунге – Кутта с переменным шагом для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями в векторе y , правые части которых записаны в символьном векторе F на интервале x_1 до x_2 при фиксированном числе шагов n ;

Функция *rkfixed* возвращает матрицу с $p+1$ столбцами (p – количество уравнений или порядок уравнения) и n строками: первый столбец (в MathCade – нулевой столбец) – это n значений аргумента x от x_1 до x_2 , последующие столбцы – значения ординат решения.

Можно решить задачу более точно (более быстро), если уменьшать шаг там, где производная меняется быстро, и увеличивать шаг там, где она ведет себя более спокойно. Для этого предусмотрена функция *Rkadapt*. Но, несмотря на то, что она при решении дифференциального уравнения использует непостоянный шаг, функция *Rkadapt* предоставляет ответ для точек, находящихся на одинаковом расстоянии, заданном пользователем. Аргументы и матрица, возвращаемая функцией *Rkadapt*, такие же, как при *rkfixed*.

Дифференциальные уравнения связывают аргументы, функции и производные. Решение – это функция, которая при подстановке обращает уравнение в тождество. Дифуравнение имеет бесконечное множество решений. Для получения частного решения из общего используются начальные условия. Для поиска решения в MathCade нужно задать:

- начальные условия,
- список точек, в которых нужно найти решение,
- записать дифуравнение в специальной для MathCad форме,
- применить одну из встроенных функций для решения дифуравнения.

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши осуществляется аналогично решению одинарного дифференциального уравнения, но должно быть организовано в векторной форме. При этом добавление каждый раз очередного уравнения увеличивает число уравнений в их векторной записи.

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений в Maple

С помощью команды `dsolve()` можно получить аналитическое решение дифференциального уравнения, а можно и сформировать процедуру построения численного решения задачи Коши, если система Maple не сможет найти общее решение в аналитическом виде. Наиболее общий синтаксис вызова команды решения дифференциального уравнения следующий:

dsolve (уравнения, неизвестные, [опции]);

Параметром уравнения задается одно дифференциальное уравнение или система дифференциальных уравнений. В последнем случае все уравнения системы должны быть представлены в виде множества (их список через запятую следует заключить в фигурные скобки). Параметр неизвестные определяет неизвестную функцию дифференциального уравнения или неизвестные функции системы дифференциальных уравнений, которые, как и сами уравнения системы, должны быть представлены в виде множества. Необязательный параметр опции, определяемый в виде ключевое_значение = значение, позволяет задать методы и форму представления решения.

Чтобы задать производную искомой функции в дифференциальном уравнении используют команду diff () или оператор D, причем саму неизвестную функцию следует определять с явным указанием независимой переменной, например $y(x)$. Оператор D определяет операцию дифференцирования и имеет следующий синтаксис:

(D@@@n) (функция) (переменная);

В этой записи n представляет целое число, определяющее порядок производной, параметр функция – используемый идентификатор функции, а параметр переменная – независимую переменную функции.

Численное решение строится в форме процедуры Maple, поэтому следует некоторой переменной присвоить результат построения командой dsolve () численного решения в виде процедуры. В дальнейшем имя этой переменной можно использовать как имя процедуры для вычисления значения решения задачи Коши в некоторой точке, соответствующей значению независимой переменной функции решения. Это значение передается в процедуру как ее параметр – после имени процедуры в круглых скобках.

Задания

1. Решить дифференциальное уравнение первого порядка, используя функцию *rkfixed* и функцию *Rkadapt*. Построить график найденной функции.
2. Решить дифференциальное уравнение высшего порядка, используя функцию *rkfixed* и функцию *Rkadapt*. Построить графики найденной функции и ее производных в одних осях.
3. Решить систему дифференциальных уравнений, используя функцию *rkfixed* и функцию *Rkadapt*. Построить графики вычисленных функций в одних осях.
4. Провести гармонический анализ периодической функции, используя метод быстрого преобразования Фурье. Построить графики заданной функции и ее разложения в ряд Фурье в одних осях. Построить графики нескольких первых гармонических составляющих заданной разлагаемой функции.

Задание	Начальные условия				
	X1	X2	Y(x1)	Y'(x1)	Y''(x1)
$y' = (x + y) / (\ln(x) + 2x^2)$	0.1	5.1	2.1		
$y'' - 2y' + y = 0$	2	5	1	-2	
$\begin{cases} y_1' = y_2 + e^x \\ y_2' = y_1 + 1 \end{cases}$	0	2	Y1(x1)=0 Y2(x1)=0		
$y = x^2$ при $-\pi \leq x \leq \pi$					

Лабораторная работа №10

Решение дифференциальных уравнений в частных производных

Цель работы: получить навыки решения дифференциальных уравнений в частных производных в Mathcad и Maple.

Теоретическое обоснование данной темы представлено в следующих источниках:

1. Голоскоков, Д.П. Курс математической физики с использованием пакета Maple [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 576 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67461.
2. Саликаев Ю.Р. Компьютерное моделирование и проектирование [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю. Р. Саликаев ; Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (Томск). - Электрон. текстовые дан. - Томск : [б. и.], 2012. - on-line, 94 с.

Задания

Задание 10.1. Изучить средства решения уравнений в частных производных посредством пакетов Mathcad и Maple.

Задание 10.2. Получить аналитическое решение дифференциального уравнения.

Задание 10.3. Решить дифференциальное уравнение численно.

Задание 10.4. Построить графики полученных решений.

Задание 10.5. Построить графики решений при фиксированных значениях одной из координат.

Дифференциальное уравнение	Начальные/граничные условия
$\frac{\partial y(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \sin(x_1) \cdot \frac{\partial y(x_1, x_2)}{\partial x_2} + \frac{\cos(x_2)}{\ln(y(x_1, x_2) + 1)}$	$y(0, x_2) = 1$ $y(x_1, 0) = 1 - x_1$

Контрольные вопросы

1. Основные пакеты прикладных программ и их особенности.
2. MathCAD и Maple как пакет прикладных программ.
3. Способы представления информации в MathCAD и Maple.
4. Переменные в MathCAD и Maple.
5. Функции в MathCAD и Maple: основные и дополнительные.
6. Решение линейных уравнений в MathCAD и Maple.
7. Решение систем линейных уравнений в MathCAD и Maple.
8. Решение нелинейных уравнений в MathCAD и Maple. Точные и численные решения.
9. Графики в MathCAD и Maple: назначение, типы, способы задания.
10. Графики простейших функций в MathCAD и Maple.
11. Оформление графиков в MathCAD и Maple.
12. Графики сложных, параметрических и неявно заданных функций в MathCAD и Maple.
13. Способы визуализации информации в MathCAD и Maple.
14. Построение интерпретации результатов, получаемых при помощи MathCAD и Maple.