

**А.Г. Карпов**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ТЕОРИИ СИСТЕМ**

**Учебное методическое пособие  
по самостоятельной работе, контрольным и  
лабораторным работам**

**Томск 2016**

Министерство образования и науки Российской Федерации

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

**Кафедра компьютерные системы в управлении  
и проектировании (КСУП)**

**А.Г. Карпов**

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ СИСТЕМ**

**Учебное методическое пособие  
по самостоятельной работе, контрольным и  
лабораторным работам**

**2016**

**Карпов А.Г.**

Математические основы теории систем: Учебное методическое пособие по самостоятельной работе, контрольным и лабораторным работам. – Томск: 2016. – 84 с.

Приводится рабочая программа курса, рекомендации по самостоятельной работе студентов, по выполнению контрольных и лабораторных работ. Приведены варианты исходных данных к контрольным и лабораторным работам.

Учебное методическое пособие предназначено для студентов любых форм обучения, в том числе и с применением дистанционных образовательных технологий.

© Карпов Александр Георгиевич, 2016

## СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ .....	6
2. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ .....	7
2.1 Цели и задачи преподавания дисциплины .....	7
2.2 Требования к уровню освоения содержания дисциплины .....	7
3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	7
3.1 Введение .....	7
3.2 Основные понятия и элементы теории систем .....	7
3.3 Основные методы анализа систем .....	8
3.4 Автоматное описание систем .....	8
3.5 Операторное описание систем .....	8
3.6 Описание систем в пространстве состояний .....	8
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ .....	9
4.1 Проработка теоретического материала .....	9
4.2 Контрольные работы .....	12
5. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ .....	13
5.1 Лабораторная работа № 1. Анализ и синтез автоматов на абстрактном уровне .....	13
5.2 Лабораторная работа № 2. Операции над автоматами. Синтез комбинационных автоматов .....	14
5.3 Лабораторная работа № 3. Применение преобразований Лапласа и z-преобразования для решения обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений .....	15
5.4 Лабораторная работа № 4. Решение уравнений состояния .....	15
6. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	16
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	18
Таблица преобразования Лапласа и z-преобразования .....	18
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....	19
Варианты исходных данных к контрольной работе № 1 .....	19
ПРИЛОЖЕНИЕ 3 .....	30
Варианты исходных данных к контрольной работе № 2 .....	30
ПРИЛОЖЕНИЕ 4 .....	46
Варианты исходных данных к контрольной работе № 3 .....	46
ПРИЛОЖЕНИЕ 5 .....	48
Варианты исходных данных к контрольной работе № 4 .....	48
ПРИЛОЖЕНИЕ 6 .....	50
Варианты исходных данных к лабораторной работе № 1 .....	50
ПРИЛОЖЕНИЕ 7 .....	64
Варианты исходных данных к лабораторной работе № 2 .....	64
ПРИЛОЖЕНИЕ 8 .....	76

Варианты исходных данных к лабораторной работе № 3 .....	76
ПРИЛОЖЕНИЕ 9 .....	82
Варианты исходных данных к лабораторной работе № 4 .....	82

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В курсе «Математические основы теории систем» изучаются специальные разделы высшей математики, предназначенные для математического описания, а в дальнейшем для анализа и синтеза динамических систем. Хотя с упомянутыми разделами математики читатель первоначально знакомится в курсах высшей математики и линейной алгебры, дальнейшее развитие, углубление и приложение этих знаний для описания различных систем происходит именно в курсе «Математические основы теории систем».

Для успешного усвоения курса необходимо проделать ряд контрольных и лабораторных работ.

Курс «Математические основы теории систем» изучается в течение двух семестров. В первом семестре необходимо выполнить лабораторные работы 1 и 2 и контрольные работы 1 и 2. Во втором семестре выполняются лабораторные работы 3 и 4 и контрольные работы 3 и 4.

Для успешного освоения дисциплины необходимо изучить и проработать конспект лекций по «Математическим основам теории систем» [1, 2] и (при желании и по возможности) предлагаемые литературные источники [3 – 8].

## 2. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

### 2.1 Цели и задачи преподавания дисциплины.

Целью данного курса является изучение материала из тех областей современной математики и теории систем, которые служат для составления и описания моделей систем и позволяют в конечном итоге эффективно проводить анализ и синтез технических систем. Основными задачами курса являются:

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории систем,
- привитие студентам навыков практической работы с математическим описанием технических систем.

### 2.2 Требования к уровню освоения содержания дисциплины.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные виды математического описания разных классов динамических систем.

**Уметь:** составлять и решать уравнения, описывающие динамику дискретных, дискретно-непрерывных, непрерывных систем.

**Владеть:** методами и приемами анализа и синтеза систем на уровне математических моделей систем.

## 3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1 Введение

Исторический аспект понятия “система”. Системность человеческой практики. Системность познания. Системность как всеобщее свойство материи. Системность как объект исследования. Основные свойства систем.

### 3.2 Основные понятия и элементы теории систем

Модели и моделирование. Понятие модели и его развитие. Модель как способ существования знаний. Целевой характер моделей. Классификация моделей: модели познавательные и прагматические, статические и динамические, абстрактные и материальные, Иерархия моделей: от естественного языка до математических моделей. Свойства моделей: конечность приближенность, адекватность, истинность. Множественность моделей систем. Первое определение системы. Уровни модельного описания систем: модель “черного ящика”, модель состава, модель структуры, структурная схема системы. Второе определение системы.

### **3.3 Основные методы анализа систем**

Метод “черного ящика”. Компоненты “черного ящика”. Множественность входов и выходов. Структурный метод. Отношения, свойства, структуры. Применение теории графов для структурного анализа. Динамические системы. Функционирование и развитие. Типы отображений динамики систем. Общая математическая модель систем. Понятие состояния систем. Классификация систем: по происхождению, по описанию переменных, по способу управления, по типу операторов, по ресурсной обеспеченности.

### **3.4 Автоматное описание систем**

Определение автомата и способы его задания. Автоматы синхронные и асинхронные, автоматы первого и второго рода, автоматы Мили и Мура. Отображения, инициируемые автоматом, Гомоморфизм, изоморфизм, эквивалентность автоматов. Минимизация конечных автоматов. Частичные автоматы. Эквивалентное и изоморфное продолжение автоматов. Проблема минимизации частичных автоматов. Представление событий в автоматах. Алгебра регулярных событий. Постановка задач исследования конечных автоматов. Представление событий орграфом. Алгоритмы абстрактного синтеза и анализа автоматов. Операции над автоматами: теоретико-множественные и алгебраические. Соединения автоматов. Декомпозиция абстрактных автоматов. Виды декомпозиции. Структурный синтез автоматов. Комбинационный автомат и автомат с памятью. Кодирование внутренних состояний автомата.

### **3.5 Операторное описание систем**

Дифференциальные уравнения динамики систем. Классический метод решения неоднородных линейных диффуравнений  $n$ -го порядка. Интегральные преобразования Фурье, Лапласа, Карсона-Хевисайда.. Изображения основных функций. Теоремы об интегральных преобразованиях. Обратные преобразования Фурье, Лапласа и их вычисление. Теорема о вычетах. Передаточная функция системы. Описание систем в частотной области, Частотные характеристики систем. Решение диффуравнения с помощью интегральных преобразований. Учет начальных условий. Дискретное представление сигналов. Теорема отсчетов. Уравнения систем в конечных разностях. Дискретное преобразование Фурье и Лапласа. Теория  $Z$ -преобразования. Дискретные передаточные функции линейных дискретных систем. Описание систем, содержащих непрерывные и дискретные элементы.

### **3.6 Описание систем в пространстве состояний**

Основные понятия и определения линейной алгебры. Свойства векторов в конечномерном векторном пространстве. Линейные преобразования векторных пространств. Базис, ортогональные проек-

ции. Собственные векторы и числа. Обобщенные собственные векторы. Квадратичные формы. Линейные преобразования матриц. Матрицы специального вида: каноническая и жорданова формы, матрица Фробениуса, матрица Вандермонда. Теорема Кэли-Гамильтона. Теорема разложения Сильвестра. Векторно-матричные дифференциальные уравнения систем. Переходная (фундаментальная) матрица и ее свойства для стационарных и нестационарных систем. Методы вычисления переходной матрицы. Решение неоднородного векторно-матричного уравнения. Понятие наблюдаемости и управляемости систем. Обобщенные координаты систем. Уравнение движения Лагранжа. Уравнение движения Гамильтона.

## **4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ**

### **4.1 Проработка теоретического материала**

При изучении разделов дисциплины целесообразно устно ответить на ряд вопросов.

#### **По разделу 3.2:**

1. Основные свойства систем.
2. Модели и моделирование. Основания классификации.
3. Классификация абстрактных моделей.
4. Классификация материальных моделей.
5. Различия между моделью и оригиналом.
6. Сходство между моделью и оригиналом.
7. Модель «черного ящика». Приведите пример, когда эта модель единственно возможна.
8. Модель состава системы. Приведите пример:
  - а) моделей, имеющих одинаковый элементный состав, но различающихся делением на подсистемы;
  - б) моделей, имеющих одинаковые подсистемы, но различающиеся элементным составом.
9. Второе определение системы.

#### **По разделу 3.3:**

1. Динамическая модель «черного ящика». Приведите пример.
2. Динамический вариант модели состава. Приведите пример.
3. Динамический вариант структурной схемы.
4. Понятие состояния системы и переменных состояния системы.
5. Классификация математических моделей систем.
6. Условия физической реализуемости математических моделей.
7. Основания классификации систем.

8. Классификация систем по происхождению.
9. Классификация систем по типам переменных (входных, выходных и состояния).
10. Классификация систем по способам управления.
11. Виды систем в соответствии с ресурсным обеспечением.

Приведите пример системы:

- а) малой и сложной;
- б) большой и простой;
- в) большой и сложной.

**По разделу 3.4:**

1. Алфавитное и автоматное отображение. Их различие.
2. Понятие конечного автомата.
3. Способы задания автоматов.
4. Виды автоматов.
5. Интерпретация автомата второго рода автоматом первого рода.
6. Асинхронные автоматы.
7. Понятие изоморфизма и эквивалентности автоматов.
8. Задание функций перехода и выхода для частичных автоматов.
9. Понятие покрытия и совместимости состояний автоматов.
10. Минимизация частичных автоматов.
11. Представление событий автоматами.
12. Построение автоматного отображения по произвольному алфавитному отображению.
13. Регулярные операции над событиями и их свойства.
14. Понятие регулярного события.
15. Связь регулярных событий и автоматов.
16. Понятие источника.
17. Правила построения источника по регулярному событию.
18. Основные этапы алгоритма синтеза автомата на абстрактном уровне.
19. Понятие индексного остатка источника.
20. Основные этапы графического алгоритма анализа автомата на абстрактном уровне.
21. Перечислите операции над автоматными отображениями.
22. Понятие вероятностного автомата. Как задать вероятностный автомат?
23. Что такое комбинационный автомат?
24. Что необходимо для структурного синтеза автомата?
25. Что входит в состав элементного базиса?
26. Понятие правильной синхронной сети.
27. Канонические уравнения сети.

28. Проблемы кодирования состояний в асинхронных автоматах.

29. Какая из программ, предназначенных для реализации комбинационного автомата, лучше – бинарная или операторная?

30. Какие недостатки и преимущества у канонического метода синтеза автоматов по сравнению с декомпозиционным методом синтеза?

### **По разделу 3.5:**

1. В каких случаях возможна линеаризация нелинейных уравнений?

2. В чем различия и что общего между исходным нелинейным уравнением и линеаризованным?

3. Как записывается общее решение однородного линейного дифференциального уравнения в случае некратных и кратных корней характеристического уравнения?

4. К каким вынуждающим функциям применим метод неопределенных коэффициентов при решении неоднородных дифференциальных уравнений?

5. В чем состоит необходимое и достаточное условие линейной независимости  $n$  решений однородного линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка?

6. К каким функциям не применимо преобразование Фурье?

7. Как получить из преобразования Лапласа преобразование Фурье?

8. Что такое передаточная функция системы?

9. Как связаны оператор сдвига  $E$  и разностный оператор  $\Delta$ ?

10. В какой форме записывается общее решение однородного разностного уравнения в случае некратных и кратных корней характеристического уравнения?

11. Что такое факториальный многочлен?

12. Как связаны дискретное преобразование Лапласа и  $z$ -преобразование?

13. Что такое импульсная передаточная функция системы?

14. Какие методы существуют для нахождения обратного  $z$ -преобразования?

### **По разделу 3.6:**

1. Чем отличается минор от алгебраического дополнения?

2. Что такое дефект матрицы и как он связан с рангом?

3. Что такое след матрицы?

4. В чем заключается процедура ортогонализации Грама-Шмидта?

5. Что такое собственные числа и собственные векторы квадратной матрицы  $A$ ?
6. Как строится модальная матрица, соответствующая матрице  $A$ ?
7. Что такое эквивалентные матрицы?
8. В чем заключается необходимое и достаточное условие положительной определенности квадратичных форм?
9. Сформулируйте теорему Кэли-Гамильтона?
10. Что такое матрицант и как он вычисляется?

## 4.2 Контрольные работы

Рабочая программа по курсу «Математические основы теории систем» предусматривает самостоятельное выполнение студентом в процессе обучения четырех контрольных работ.

*Контрольная работа № 1. Минимизация автоматов и представление событий в автоматах*

1. Автомат задан своей автоматной таблицей.  
Перейти к описанию автомата в виде
  - а) матрицы соединений,
  - б) графа состояний.
2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.
3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c, \}$ .

Варианты исходных данных для контрольной работы 1 приведены в приложении 2.

*Контрольная работа № 2. Операции над автоматами и вероятностные автоматы*

1. Найти сумму двух автоматов  $A+B$
2. Найти суперпозицию двух автоматов  $A*B$
3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами. Требуется найти вероятность перехода из состояния в состояние.

Варианты исходных данных для контрольной работы 2 приведены в приложении 3.

*Контрольная работа № 3. Линеаризация уравнений и решение линейных уравнений*

1. Линеаризовать нелинейное уравнение в точке статического режима.

2. Решить полученное линеаризованное уравнение при нулевых начальных условиях классическим методом.

Варианты исходных данных для контрольной работы 3 приведены в приложении 4.

#### *Контрольная работа № 4. Решение разностных уравнений*

1. Перейти от уравнения в конечных разностях к уравнению с оператором сдвига и решить его классическим методом при нулевых начальных условиях.

Варианты исходных данных для контрольной работы 4 приведены в приложении 5.

## **5. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ**

### **5.1 Лабораторная работа № 1. Анализ и синтез автоматов на абстрактном уровне**

Цель лабораторной работы – освоить основные понятия теории автоматов и основные методы анализа и синтеза конечных автоматов на абстрактном уровне.

Автоматы в лабораторной работе заданы автоматной таблицей, в которой строки представляют собой состояния, а столбцы – буквы входного алфавита: на пересечении  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца стоит номер состояния, в которое переходит автомат из  $i$ -го состояния по  $j$ -ой входной букве, и через запятую – буква выходного алфавита, появляющаяся при этом на выходе автомата (для автоматов Мили). В таком же виде следует представлять и результаты заданий (где это необходимо).

#### **Задание**

1. Разложить заданный автомат  $A$  на автономные:
  - а) по входным буквам  $A_{x_1}, A_{x_2}$ ;
  - б) по выходным буквам  $A_{y_1}, A_{y_2}$ .
2. По автомату Мили построить эквивалентный ему автомат Мура, используя теорему 4.2.2 [1].
3. По автомату Мура построить эквивалентный ему автомат Мили.
4. Найти автоматные отображения слов для заданного автомата, предполагая, что:
  - а) функция выхода обычная (автомат 1-го рода);
  - б) функция выхода сдвинутая (автомат 2-го рода).

5. Синтезировать автомат (на абстрактном уровне), представляющий регулярное событие.

6. Провести анализ автомата (написать выражение регулярного события, представляемого автоматом). Начальное состояние – 1, заключительное – 4.

Исходные данные приведены в приложении 6.

## 5.2 Лабораторная работа № 2. Операции над автоматами. Синтез комбинационных автоматов

Цель лабораторной работы – потренироваться в применении операций над автоматами и освоить некоторые методы анализа и синтеза конечных автоматов на структурном уровне.

Автоматы заданы своими автоматными таблицами, и в таком же виде следует представлять результаты выполненных заданий.

Для лучшей обзримости результатов и краткости записи желательно переобозначать векторные произведения множеств состояний, входных и выходных алфавитов какой-либо одной латинской буквой. Например, если заданы множества состояний  $Q = \{q_1, q_2\}$  и  $W = \{w_1, w_2\}$ , то множество, равное их векторному произведению, будет:

$$Q \times W = \{(q_1, w_1), (q_1, w_2), (q_2, w_1), (q_2, w_2)\},$$

или после переобозначения:

$$Q \times W = H = \{h_1, h_2, h_3, h_4\},$$

то есть элемент  $(q_1, w_1)$  обозначен как  $h_1$ ,  $(q_1, w_2)$  – как  $h_2$  и т.д.

### Задание

1. Заданы автоматы **A** и **B**. Найти их объединение и пересечение.

2. Заданы автоматы **A** и **B**. Найти автомат  $C = A \times B$ , равный их произведению.

3. Заданы автоматы **A** и **B**. Найти автомат  $C = A \otimes B$ , равный их произведению.

4. Вероятностные автоматы без выходов  $A = (X, Q, q_1 \in Q, P)$  и  $B = (Y, V, v_1 \in V, S)$ ,  $X = \{x_1, x_2\}$ , где  $Q = \{q_1, q_2\}$ ,  $P = \{P_{X_1}, P_{X_2}\}$ ,  $Y = \{y_1, y_2\}$ ,  $V = \{v_1, v_2\}$ ,  $S = \{S_{y_1}, S_{y_2}\}$ , заданы своими стохастическими матрицами **P** и **S**. Найти вероятностные автоматы, равные их произведению и сумме.

5. В заданном базисе синтезировать комбинационный автомат, реализующий булеву формулу  $F$ . Результат представить в виде структурной схемы.

6. Написать бинарную программу, реализующую комбинационный автомат, вычисляющий формулу  $F$  для задания № 5. Результат представить в виде графа программы.

Варианты исходных данных к лабораторной работе № 2 приведены в приложении 7.

### **5.3 Лабораторная работа № 3. Применение преобразований Лапласа и z-преобразования для решения обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений**

Цель лабораторной работы – освоить и закрепить на практике методы решения обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений.

#### **Задание**

1. Дано нелинейное дифференциальное уравнение. Необходимо линеаризовать это уравнение в точке статического режима и решить уравнение при нулевых начальных условиях методом преобразования Лапласа.

2. Используя свойства преобразования Лапласа и приложение 1, найти изображение по Лапласу для заданной функции.

3. Дано уравнение в прямых разностях. Необходимо:

а) перейти от уравнения, использующего прямые разности, к уравнению с применением оператора сдвига;

б) записать импульсную передаточную функцию;

в) решить разностное уравнение с применением z-преобразования.

4. Используя свойства z-преобразования и приложение 1, найти z-изображение заданной функции.

Варианты исходных данных к лабораторной работе № 3 приведены в приложении 8.

### **5.4 Лабораторная работа № 4. Решение уравнений состояния**

Цель лабораторной работы – освоить на практике методы решения уравнений состояния.

Уравнения состояния заданы в виде:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \\ y(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t),\end{aligned}$$

где  $x(t)$  – вектор - столбец переменных состояний;  
 $u(t)$  – скалярное входное воздействие (вынуждающая функция);  
 $y(t)$  – скалярный выход системы;  
 $A$  – основная матрица системы;  
 $B$  – матрица-столбец связи вынуждающей функции (входа) с переменными состояниями;  
 $C$  – матрица-строка связи переменных состояний с выходом системы.

### Задание

1. Найти собственные числа и модальную матрицу, соответствующую матрице  $A$ .
2. С помощью метода Кэли-Гамильтона найти переходную матрицу, соответствующую заданной матрице  $A$ .
3. Определить переходную матрицу, используя теорему разложения Сильвестра.
4. Вычислить переходную матрицу с применением преобразования Лапласа.
5. Решить уравнение состояния, то есть найти вектор состояния  $x(t)$  и выход системы  $y(t)$  по полученной переходной матрице, заданному входному воздействию  $u(t)$  и вектору начального состояния  $x(0)$ .

Варианты исходных данных к лабораторной работе № 4 приведены в приложении 9.

## 6. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Карпов А.Г.** Математические основы теории систем. Часть 1: Учеб. пособие. – Томск: Изд-во НТЛ, 2007. – 184 с..
2. **Карпов А.Г.** Математические основы теории систем. В 2-х ч. Часть 2.: Учебное пособие. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2002. – 138 с.
3. **Вунш Г.** Теория систем. – М.: Советское радио, 1978. – 288 с.
4. **Деруссо П., Рой Р., Клоуз Ч.** Пространство состояний в теории управления. – М.: Наука, 1970. – 620 с.
5. **Закревский А.Д.** Алгоритмы синтеза дискретных автоматов. – М.: Наука, 1971. – 512 с.
6. **Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М.** Дискретная математика для инженера. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 480 с.
7. **Мелихов А.Н.** Ориентированные графы и конечные автоматы. – М.: Наука, 1971. – 416 с.

8. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Основы системного анализа. – Томск: Изд-во НТЛ, 1997. – 396 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

**Таблица преобразования Лапласа и z-преобразования**

$f(t)$	$F(s)$	$F(z)$
$\delta(t)$	$1$	$1$
$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
$t$	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\sin wt$	$\frac{w}{s^2+w^2}$	$\frac{z \sin wT}{z^2 - 2z \cos wT + 1}$
$\cos wt$	$\frac{s}{s^2+w^2}$	$\frac{z(z - \cos wT)}{z^2 - 2z \cos wT + 1}$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Варианты исходных данных к контрольной работе № 1

#### Вариант № 1

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1. 1	2, $y_1$	3, $y_2$
2	3, $y_2$	2, $y_1$
3	1, $y_2$	2, $y_1$

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	3,0	1,1	3,1
2	6,1	6,0	3,0
3	4,1	9,1	7,0
4	2,0	1,1	4,1
5	4,1	6,1	7,0
6	2,0	9,1	9,1
7	9,1	4,0	5,0
8	9,1	9,0	5,0
9	8,0	6,1	6,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c}.

Все слова, начинающиеся на a или на ba и не заканчивающиеся на a.

#### Вариант № 2

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	1, $y_1$	2, $y_1$
2	1, $y_2$	3, $y_1$
3	2, $y_2$	1, $y_2$

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	3,0	1,1	3,1
2	6,1	6,0	3,0
3	4,1	9,1	7,0
4	2,0	9,1	4,1
5	4,1	6,1	7,0
6	2,0	9,1	9,1
7	9,1	8,0	5,0
8	9,1	9,0	5,0
9	8,0	6,1	6,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c, \}$ .

Все слова, содержащие  $c$  ровно два раза.

### Вариант № 3

1.

	$X_1$	$X_2$
1	1,y2	2,y1
2	3,y1	1,y1
3	2,y2	1,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	3,0	1,1	3,1
2	6,1	6,0	3,0
3	4,1	9,1	7,0
4	2,0	9,1	4,1
5	4,1	6,1	7,0
6	2,0	9,1	9,1
7	9,1	6,0	5,0
8	9,1	9,0	5,0
9	8,0	6,1	6,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c, \}$ .

Все слова, содержащие  $c$  четное число раз и заканчивающиеся на  $ab$  или  $ba$ .

### Вариант № 4

1.

	$X_1$	$X_2$
1	3,y2	2,y1
2	3,y1	1,y1
3	1,y2	2,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	2,1	9,1	7,0
2	6,0	8,1	2,1
3	5,0	9,1	9,1
4	2,1	3,1	7,0
5	3,1	3,0	1,0

6	9,1	9,0	4,0
7	3,1	2,0	1,0
8	4,0	8,1	4,1
9	6,0	3,1	3,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c, \}$ .

Все слова, имеющие сочетание  $bsa$  хотя бы один раз.

### Вариант № 5

1.

	$X_1$	$X_2$
1	3,y2	1,y1
2	3,y1	1,y2
3	2,y1	3,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	2,1	9,1	7,0
2	6,0	3,1	2,1
3	5,0	9,1	9,1
4	2,1	3,1	7,0
5	3,1	3,0	1,0
6	9,1	9,0	4,0
7	3,1	5,0	1,0
8	4,0	8,1	4,1
9	6,0	3,1	3,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c, \}$ .

Все слова, имеющие сочетания  $abc$ .

### Вариант № 6

1.

	$X_1$	$X_2$
1	1,y1	3,y1
2	2,y1	2,y2
3	1,y2	2,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	2,1	9,1	7,0
2	6,0	3,1	2,1
3	5,0	9,1	9,1

4	2,1	3,1	7,0
5	3,1	3,0	1,0
6	9,1	9,0	4,0
7	3,1	9,0	1,0
8	4,0	8,1	4,1
9	6,0	3,1	3,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c\}$ .

Все слова, не оканчивающиеся на  $ac$ .

### Вариант № 7

1.

	$X_1$	$X_2$
1	3,y2	1,y2
2	2,y1	1,y2
3	3,y1	1,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	5,0	1,1	5,1
2	3,0	8,1	8,1
3	2,1	2,0	5,0
4	8,1	7,0	9,0
5	7,1	8,1	4,0
6	8,1	8,0	9,0
7	3,0	1,1	7,1
8	6,0	2,1	2,1
9	7,1	2,1	4,0

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c\}$ .

Все слова, не начинающиеся на  $ac$  или  $ab$ .

### Вариант № 8

1.

	$X_1$	$X_2$
1	2,y1	3,y2
2	1,y1	3,y1
3	2,y2	3,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	5,0	1,1	5,1

2	3,0	8,1	8,1
3	2,1	2,0	5,0
4	8,1	6,0	9,0
5	7,1	8,1	4,0
6	8,1	8,0	9,0
7	3,0	8,1	7,1
8	6,0	2,1	2,1
9	7,1	2,1	4,0

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c}.

Все слова, начинающиеся на ab и не заканчивающиеся на a.

### Вариант № 9

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	2,y1	1,y2
2	1,y2	3,y1
3	1,y2	2,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	5,0	1,1	5,1
2	3,0	8,1	8,1
3	2,1	2,0	5,0
4	8,1	2,0	9,0
5	7,1	8,1	4,0
6	8,1	8,0	9,0
7	3,0	8,1	7,1
8	6,0	2,1	2,1
9	7,1	2,1	4,0

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c}.

Все слова, начинающиеся на bc или cb.

### Вариант № 10

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	1,y1	2,y2
2	2,y2	1,y1
3	3,y1	1,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	5,0	7,1	1,1
2	4,0	8,1	8,1
3	1,1	2,1	6,0
4	2,1	2,0	9,0
5	8,1	8,0	3,0
6	2,1	1,0	9,0
7	3,0	7,1	3,1
8	5,0	2,1	2,1
9	1,1	8,1	6,0

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c,}.

Все слова, начинающиеся на a и имеющие сочетание ab хотя бы один раз.

### Вариант № 11

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	1,y1	2,y2
2	2,y2	3,y1
3	2,y2	1,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	5,0	7,1	1,1
2	4,0	8,1	8,1
3	1,1	2,1	6,0
4	2,1	2,0	9,0
5	8,1	8,0	3,0
6	2,1	1,0	9,0
7	3,0	7,1	3,1
8	5,0	2,1	2,1
9	1,1	8,1	6,0

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c,}.

Все слова, начинающиеся на a или на ba и не заканчивающиеся на a.

### Вариант № 12

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	1,y1	2,y1
2	1,y2	3,y1
3	2,y2	1,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	5,0	1,1	5,1
2	3,0	8,1	8,1
3	2,1	2,0	5,0
4	8,1	6,0	9,0
5	7,1	8,1	4,0
6	8,1	8,0	9,0
7	3,0	8,1	7,1
8	6,0	2,1	2,1
9	7,1	2,1	4,0

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c}.

Все слова, содержащие c ровно два раза.

### Вариант № 13

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	1,y2	2,y1
2	3,y1	1,y1
3	2,y2	1,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	5,0	1,1	5,1
2	3,0	8,1	8,1
3	2,1	2,0	5,0
4	8,1	7,0	9,0
5	7,1	8,1	4,0
6	8,1	8,0	9,0
7	3,0	1,1	7,1
8	6,0	2,1	2,1
9	7,1	2,1	4,0

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c}.

Все слова, содержащие c четное число раз и заканчивающиеся на ab или ba.

### Вариант № 14

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	3,y2	2,y1

2	3,y1	1,y1
3	1,y2	2,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	2,1	9,1	7,0
2	6,0	3,1	2,1
3	5,0	9,1	9,1
4	2,1	3,1	7,0
5	3,1	3,0	1,0
6	9,1	9,0	4,0
7	3,1	9,0	1,0
8	4,0	8,1	4,1
9	6,0	3,1	3,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c}.

Все слова, имеющие сочетание bca хотя бы один раз.

### Вариант № 15

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	3,y2	1,y1
2	3,y1	1,y2
3	2,y1	3,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	2,1	9,1	7,0
2	6,0	3,1	,
3	5,0	9,1	9,1
4	2,1	3,1	7,0
5	3,1	3,0	1,0
6	9,1	9,0	4,0
7	3,1	5,0	1,0
8	4,0	8,1	4,1
9	6,0	3,1	3,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c}.

Все слова, имеющие сочетания abc.

### Вариант № 16

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	1,y1	3,y1
2	2,y1	2,y2
3	1,y2	2,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	2,1	9,1	7,0
2	6,0	8,1	2,1
3	5,0	9,1	9,1
4	2,1	3,1	7,0
5	3,1	3,0	1,0
6	9,1	9,0	4,0
7	3,1	2,0	1,0
8	4,0	8,1	4,1
9	6,0	3,1	3,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c,}.

Все слова, не оканчивающиеся на ac.

### Вариант № 17

1.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>
1	3,y2	1,y2
2	2,y1	1,y2
3	3,y1	1,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	3,0	1,1	3,1
2	6,1	6,0	3,0
3	4,1	9,1	7,0
4	2,0	9,1	4,1
5	4,1	6,1	7,0
6	2,0	9,1	9,1
7	9,1	6,0	5,0
8	9,1	9,0	5,0
9	8,0	6,1	6,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите {a, b, c,}.

Все слова, не начинающиеся на  $ac$  или  $ab$ .

### Вариант № 18

1.

	$X_1$	$X_2$
1	2,y1	3,y2
2	1,y1	3,y1
3	2,y2	3,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	3,0	1,1	3,1
2	6,1	6,0	3,0
3	4,1	9,1	7,0
4	2,0	9,1	4,1
5	4,1	6,1	7,0
6	2,0	9,1	9,1
7	9,1	8,0	5,0
8	9,1	9,0	5,0
9	8,0	6,1	6,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c, \}$ .

Все слова, начинающиеся на  $ab$  и не заканчивающиеся на  $a$ .

### Вариант № 19

1.

	$X_1$	$X_2$
1	2,y1	1,y2
2	1,y2	3,y1
3	1,y2	2,y1

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	3,0	1,1	3,1
2	6,1	6,0	3,0
3	4,1	9,1	7,0
4	2,0	1,1	4,1
5	4,1	6,1	7,0
6	2,0	9,1	9,1
7	9,1	4,0	5,0
8	9,1	9,0	5,0
9	8,0	6,1	6,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c\}$ .

Все слова, начинающиеся на  $bc$  или  $cb$ .

### Вариант № 20

1.

	$X_1$	$X_2$
1	1,y1	2,y2
2	2,y2	1,y1
3	3,y1	1,y2

2. Минимизировать автомат, используя алгоритм Мили.

	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	3,0	1,1	3,1
2	6,1	6,0	3,0
3	4,1	9,1	7,0
4	2,0	9,1	4,1
5	4,1	6,1	7,0
6	2,0	9,1	9,1
7	9,1	6,0	5,0
8	9,1	9,0	5,0
9	8,0	6,1	6,1

3. Написать формулу в алгебре Клини, задающую событие в алфавите  $\{a, b, c\}$ .

Все слова, начинающиеся на  $a$  и имеющие сочетание  $ab$  хотя бы один раз.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3

#### Варианты исходных данных к контрольной работе № 2

##### Вариант № 1

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_2$	1, $y_2$
2	1, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_2$	2, $v_2$
2	1, $v_1$	2, $v_1$

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_2$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	2, $y_1$

<b>B</b>		
	$y_1$	$Y_2$
1	2, $u_2$	1, $u_2$
2	1, $u_1$	1, $u_2$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x1}$		
	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$P_{x2}$		
	1	2
1	0	1
2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 2 по входному слову  $x_1x_2x_2x_1$ .

##### Вариант № 2

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_2$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_2$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	1, $v_2$

2 | 1,  $v_1$  | 2,  $v_1$

2. Найти суперпозицию двух автоматов  $A * B$

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_2$	2, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$y_1$	$Y_2$
1	2, $u_2$	1, $u_2$
2	2, $u_1$	1, $u_2$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x_1}$		
	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	0	1

$P_{x_2}$		
	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 2 по входному слову  $x_2 x_1 x_2 x_1$ .

### Вариант № 3

1. Найти сумму двух автоматов  $A + B$

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_2$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	2, $y_1$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	2, $v_2$
2	1, $v_1$	2, $v_1$

2. Найти суперпозицию двух автоматов  $A * B$

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_2$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$y_1$	$Y_2$
1	1, $u_2$	1, $u_2$
2	2, $u_1$	1, $u_2$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$$P_{x_1}$$

	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	0	1

$$P_{x_2}$$

	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 2 по входному слову  $x_1x_1x_2x_2$ .

#### Вариант № 4

1. Найти сумму двух автоматов  $A+B$

$$A$$

	$x_1$	$x_2$
1	$1, y_2$	$1, y_2$
2	$2, y_2$	$1, y_1$

$$B$$

	$u_1$	$u_2$
1	$1, v_1$	$1, v_2$
2	$1, v_2$	$2, v_1$

2. Найти суперпозицию двух автоматов  $A*B$

$$A$$

	$x_1$	$x_2$
1	$2, y_2$	$2, y_2$
2	$1, y_1$	$1, y_1$

$$B$$

	$y_1$	$y_2$
1	$2, u_2$	$2, u_1$
2	$2, u_1$	$1, u_2$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$$P_{x_1}$$

	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$$P_{x_2}$$

	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	0	1

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 2 по входному слову  $x_1x_1x_2x_2$ .

#### Вариант № 5

1. Найти сумму двух автоматов  $A+B$

$$A$$

	$x_1$	$x_2$
--	-------	-------

1	1,y <sub>2</sub>	1,y <sub>2</sub>
2	1,y <sub>2</sub>	2,y <sub>1</sub>

**В**

	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>
1	2,v <sub>2</sub>	2,v <sub>2</sub>
2	1,v <sub>1</sub>	1,v <sub>1</sub>

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*В**

**А**

	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1	2,y <sub>2</sub>	1,y <sub>2</sub>
2	2,y <sub>1</sub>	2,y <sub>1</sub>

**В**

	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>
1	1,u <sub>2</sub>	1,u <sub>1</sub>
2	2,u <sub>1</sub>	1,u <sub>2</sub>

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x1}$

	1	2
1	1/2	1/2
2	0	1

$P_{x2}$

	1	2
1	0	1
2	1/3	2/3

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 1 по входному слову  $x_1x_1x_2x_1$ .

### Вариант 6

1. Найти сумму двух автоматов **A+В**

**А**

	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1	1,y <sub>2</sub>	1,y <sub>2</sub>
2	2,y <sub>1</sub>	2,y <sub>1</sub>

**В**

	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>
1	2,v <sub>1</sub>	2,v <sub>2</sub>
2	2,v <sub>2</sub>	2,v <sub>1</sub>

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*В**

**А**

	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1	1,y <sub>2</sub>	1,y <sub>2</sub>
2	2,y <sub>1</sub>	1,y <sub>1</sub>

		<b>В</b>	
		y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>
1	1, u <sub>2</sub>	2, u <sub>2</sub>	
2	2, u <sub>1</sub>	1, u <sub>1</sub>	

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

	1	2
1	1/2	1/2
2	1	0

	1	2
1	2/3	1/3
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 1 по входному слову x<sub>2</sub>x<sub>1</sub>x<sub>2</sub>x<sub>2</sub>.

### Вариант № 7

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

		<b>А</b>	
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1	1, y <sub>2</sub>	1, y <sub>2</sub>	
2	2, y <sub>1</sub>	2, y <sub>1</sub>	

		<b>В</b>	
		u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>
1	2, v <sub>1</sub>	1, v <sub>2</sub>	
2	2, v <sub>2</sub>	1, v <sub>1</sub>	

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

		<b>А</b>	
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1	1, y <sub>2</sub>	2, y <sub>2</sub>	
2	2, y <sub>1</sub>	1, y <sub>1</sub>	

		<b>В</b>	
		y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>
1	1, u <sub>2</sub>	1, u <sub>2</sub>	
2	2, u <sub>1</sub>	1, u <sub>1</sub>	

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

	1	2
1	1/2	1/2
2	1	0

	1	2
1	2/3	1/3
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 1 по входному слову x<sub>2</sub>x<sub>1</sub>x<sub>1</sub>x<sub>2</sub>.

### Вариант № 8

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_1$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	1, $v_2$
2	1, $v_2$	2, $v_1$

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_2$	2, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$y_1$	$y_2$
1	1, $u_2$	2, $u_2$
2	2, $u_1$	2, $u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x_1}$	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$P_{x_2}$	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 1 по входному слову  $x_1x_1x_1x_2$ .

### Вариант № 9

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_1$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	1, $v_1$
2	1, $v_2$	2, $v_1$

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

		<b>A</b>	
		$x_1$	$x_2$
1		$1, y_2$	$1, y_2$
2		$2, y_1$	$1, y_1$

		<b>B</b>	
		$y_1$	$y_2$
1		$1, u_2$	$1, u_2$
2		$2, u_1$	$2, u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x1}$			
		1	2
1		0	1
2		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$P_{x2}$			
		1	2
1		$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2		1	0

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 2 по входному слову  $x_1x_2x_2x_1$ .

### Вариант № 10

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

		<b>A</b>	
		$x_1$	$x_2$
1		$1, y_1$	$1, y_2$
2		$2, y_1$	$1, y_1$

		<b>B</b>	
		$u_1$	$u_2$
1		$2, v_1$	$1, v_2$
2		$1, v_2$	$2, v_1$

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

		<b>A</b>	
		$x_1$	$x_2$
1		$1, y_2$	$1, y_1$
2		$2, y_1$	$1, y_1$

		<b>B</b>	
		$y_1$	$y_2$
1		$1, u_2$	$2, u_2$
2		$2, u_1$	$2, u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$$P_{x1}$$

	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$$P_{x2}$$

	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 1 по входному слову  $x_1x_1x_2x_2$ .

### Вариант № 11

Найти сумму двух автоматов **A+B**

$$A$$

	$x_1$	$x_2$
1	$2, y_1$	$1, y_2$
2	$2, y_1$	$1, y_1$

$$B$$

	$u_1$	$u_2$
1	$2, v_1$	$1, v_2$
2	$1, v_2$	$1, v_1$

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

$$A$$

	$x_1$	$x_2$
1	$1, y_2$	$2, y_2$
2	$2, y_1$	$1, y_1$

$$B$$

	$y_1$	$y_2$
1	$1, u_2$	$2, u_2$
2	$2, u_1$	$2, u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$$P_{x1}$$

	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$$P_{x2}$$

	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 2 по входному слову  $x_2x_1x_2x_2$ .

### Вариант № 12

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1	2, y <sub>1</sub>	2, y <sub>2</sub>
2	2, y <sub>1</sub>	1, y <sub>1</sub>

<b>B</b>		
	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>
1	2, v <sub>1</sub>	1, v <sub>2</sub>
2	1, v <sub>2</sub>	2, v <sub>2</sub>

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

<b>A</b>		
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1	1, y <sub>2</sub>	1, y <sub>2</sub>
2	2, y <sub>1</sub>	1, y <sub>1</sub>

<b>B</b>		
	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>
1	1, u <sub>2</sub>	1, u <sub>2</sub>
2	2, u <sub>1</sub>	2, u <sub>1</sub>

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

<b>P<sub>x1</sub></b>		
	1	2
1	1/2	1/2
2	1	0

<b>P<sub>x2</sub></b>		
	1	2
1	2/3	1/3
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 1 по входному слову x<sub>1</sub>x<sub>2</sub>x<sub>2</sub>x<sub>1</sub>.

### Вариант № 13

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1	2, y <sub>1</sub>	2, y <sub>2</sub>
2	2, y <sub>2</sub>	1, y <sub>1</sub>

<b>B</b>		
	u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>
1	2, v <sub>1</sub>	1, v <sub>1</sub>
2	1, v <sub>2</sub>	2, v <sub>2</sub>

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

		<b>A</b>	
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1		1,y <sub>2</sub>	1,y <sub>2</sub>
2		2,y <sub>1</sub>	1,y <sub>1</sub>

		<b>B</b>	
		y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>
1		1,u <sub>2</sub>	1,u <sub>2</sub>
2		2,u <sub>1</sub>	1,u <sub>1</sub>

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

<b>P<sub>x1</sub></b>			
		1	2
1		1/2	1/2
2		0	1

<b>P<sub>x2</sub></b>			
		1	2
1		2/3	1/3
2		1	0

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 2 по входному слову x<sub>1</sub>x<sub>1</sub>x<sub>2</sub>x<sub>1</sub>.

#### Вариант № 14

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

		<b>A</b>	
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1		2,y <sub>1</sub>	2,y <sub>2</sub>
2		1,y <sub>1</sub>	1,y <sub>1</sub>

		<b>B</b>	
		u <sub>1</sub>	u <sub>2</sub>
1		2,v <sub>1</sub>	1,v <sub>2</sub>
2		1,v <sub>2</sub>	2,v <sub>2</sub>

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

		<b>A</b>	
		x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>
1		1,y <sub>2</sub>	1,y <sub>2</sub>
2		2,y <sub>2</sub>	2,y <sub>1</sub>

		<b>B</b>	
		y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>
1		1,u <sub>2</sub>	1,u <sub>2</sub>
2		2,u <sub>1</sub>	2,u <sub>1</sub>

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$$P_{x_1}$$

	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$$P_{x_2}$$

	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 1 по входному слову  $x_2x_2x_1x_1$ .

### Вариант № 15

1. Найти сумму двух автоматов  $A+B$

$$A$$

	$x_1$	$x_2$
1	$2, y_2$	$2, y_2$
2	$2, y_1$	$1, y_1$

$$B$$

	$u_1$	$u_2$
1	$2, v_1$	$1, v_2$
2	$1, v_2$	$2, v_2$

2. Найти суперпозицию двух автоматов  $A*B$

$$A$$

	$x_1$	$x_2$
1	$1, y_2$	$2, y_2$
2	$2, y_1$	$1, y_1$

$$B$$

	$y_1$	$y_2$
1	$1, u_2$	$1, u_2$
2	$2, u_1$	$2, u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$$P_{x_1}$$

	1	2
1	0	1
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$P_{x_2}$$

	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 2 по входному слову  $x_2x_1x_1x_2$ .

### Вариант № 16

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

**A**

	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_1$	2, $y_2$
2	2, $y_2$	1, $y_1$

**B**

	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	1, $v_2$
2	1, $v_2$	2, $v_2$

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

**A**

	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_2$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

**B**

	$y_1$	$y_2$
1	1, $u_2$	1, $u_2$
2	2, $u_1$	2, $u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x1}$

	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$P_{x2}$

	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 2 по входному слову  $x_1x_1x_2x_2$ .

### Вариант № 17

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_1$	2, $y_2$
2	1, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	1, $v_2$
2	1, $v_2$	2, $v_2$

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_2$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$y_1$	$y_2$
1	1, $u_2$	1, $u_2$
2	2, $u_1$	2, $u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x_1}$		
	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$P_{x_2}$		
	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 2 по входному слову  $x_2x_2x_1x_1$ .

### Вариант № 18

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_1$	2, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	1, $v_2$
2	1, $v_2$	2, $v_2$

2. Найти суперпозицию двух автоматов **A\*B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_2$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	2, $y_1$

<b>B</b>		
	$y_1$	$y_2$
1	1, $u_2$	1, $u_2$
2	2, $u_1$	2, $u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x1}$		
	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$P_{x2}$		
	1	2
1	0	1
2	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 1 по входному слову  $x_2x_2x_2x_1$ .

### Вариант № 19

1. Найти сумму двух автоматов **A+B**

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_1$	2, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	1, $v_2$

2 | 1,  $v_2$  | 2,  $v_2$

2. Найти суперпозицию двух автоматов  $A * B$

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_2$	1, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$y_1$	$y_2$
1	1, $u_2$	1, $u_2$
2	2, $u_1$	2, $u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x_1}$		
	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$P_{x_2}$		
	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 1 в состояние 1 по входному слову  $x_1 x_1 x_2 x_2$ .

### Вариант № 20

1. Найти сумму двух автоматов  $A + B$

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	2, $y_1$	2, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$u_1$	$u_2$
1	2, $v_1$	1, $v_2$
2	1, $v_2$	2, $v_2$

2. Найти суперпозицию двух автоматов  $A * B$

<b>A</b>		
	$x_1$	$x_2$
1	1, $y_2$	2, $y_2$
2	2, $y_1$	1, $y_1$

<b>B</b>		
	$y_1$	$y_2$
1	1, $u_2$	1, $u_2$
2	2, $u_1$	2, $u_1$

3. Вероятностные автоматы заданы своими стохастическими матрицами

$P_{x_1}$

	1	2
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	1	0

$P_{x_2}$

	1	2
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
2	1	0

Найти вероятность перехода из состояния 2 в состояние 1 по входному слову  $x_1x_2x_1x_2$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 4

### Варианты исходных данных к контрольной работе № 3

#### Вариант № 1

$$(\ddot{y} + y)^2 + 4\dot{y} = r, \quad r = 1(t).$$

#### Вариант № 2

$$\sin \ddot{y} + 3\dot{y} + y^2 = r, \quad r = 1(t).$$

#### Вариант № 3

$$\ddot{y} + 2\dot{y}y + 3y = r, \quad r = 1(t).$$

#### Вариант № 4

$$(\dot{y} + y)^2 + \ddot{y} = r, \quad r = 1(t).$$

#### Вариант № 5

$$\ddot{y} + \sin \dot{y} + 2y^2 = r, \quad r = 1(t).$$

#### Вариант № 6

$$\cos \ddot{y} + \ddot{y} + \dot{y} + 2y^2 = r, \quad r = 1(t).$$

#### Вариант № 7

$$\sin(\ddot{y} + y) + \dot{y} = r, \quad r = 1(t).$$

#### Вариант № 8

$$e^{\dot{y}} + 2\ddot{y} + y = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 9

$$(\ddot{y} + y)^2 + 4\dot{y} = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 10

$$\ddot{y} + 2\sin \dot{y} + y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 11

$$\sin \ddot{y} + \dot{y} + y^3 = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 12

$$(\dot{y} + y)^2 + 2\ddot{y} = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 13

$$\ddot{y} + \dot{y} + \cos \dot{y} + 2y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 14

$$(\ddot{y} + y)^2 + 2\dot{y} = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 15

$$\ddot{y} + 4\dot{y}y + 3y = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 16

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + \sin 2y = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

#### Вариант № 17

$$\ddot{y} + \sin \dot{y} + y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

**Вариант № 18**

$$\ddot{y} + 2\dot{y} + \frac{1}{2}y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

**Вариант № 19**

$$\sin \ddot{y} + 4\dot{y} + 2y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}.$$

**Вариант № 20**

$$\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = r, \quad r = 1(t).$$

Варианты исходных данных к контрольной работе № 4

**Вариант № 1**

$$\Delta^2 y(k) + \Delta y(k) + y(k) = k(-1)^k.$$

**Вариант № 2**

$$\Delta^2 y(k) + 2 \Delta y(k) - y(k) = k.$$

**Вариант № 3**

$$\Delta^2 y(k) - 2 \Delta y(k) + y(k) = I(k).$$

$$I(k) = \begin{cases} 1 & \text{при } k \geq 0 \\ 0 & \text{при } k < 0 \end{cases}$$

**Вариант № 4**

$$\Delta^2 y(k) + 3y(k) - y(k) = k.$$

**Вариант № 5**

$$\Delta^2 y(k) - 3y(k) + 4y(k) = I(k).$$

**Вариант № 6**

$$\Delta^2 y(k) + \Delta y(k) + 2y(k) = k(-1)^k.$$

**Вариант № 7**

$$\Delta^2 y(k) + \Delta y(k) + \frac{1}{2} y(k) = k.$$

**Вариант № 8**

$$2 \Delta^2 y(k) - \Delta y(k) + y(k) = I(k).$$

**Вариант № 9**

$$2 \Delta^2 y(k) - 2 \Delta y(k) - 3y(k) = k.$$

**Вариант № 10**

$$\Delta^2 y(k) + 3 \Delta y(k) + 3y(k) = I(k).$$

**Вариант № 11**

$$3 \Delta^2 y(k) - \Delta y(k) + 2y(k) = k(-1)^k.$$

**Вариант № 12**

$$\Delta^2 y(k) + 2 \Delta y(k) + 4y(k) = I(k).$$

**Вариант № 13**

$$\Delta^2 y(k) - \Delta y(k) + 2y(k) = k.$$

**Вариант № 14**

$$\Delta^2 y(k) + 2 \Delta y(k) + 4y(k) = I(k).$$

**Вариант № 15**

$$2 \Delta^2 y(k) + \Delta y(k) - 4y(k) = k(-1)^k.$$

**Вариант № 16**

$$2 \Delta^2 y(k) - 3 \Delta y(k) + y(k) = k.$$

**Вариант № 17**

$$\Delta^2 y(k) - 4 \Delta y(k) - 4y(k) = I(k).$$

**Вариант № 18**

$$\Delta^2 y(k) + 4 \Delta y(k) - 4y(k) = k (-1)^k.$$

**Вариант № 19**

$$\Delta^2 y(k) - \Delta y(k) + 3y(k) = 1(k).$$

**Вариант № 20**

$$\Delta^2 y(k) + 3 \Delta y(k) - 3y(k) = 1(k).$$

Варианты исходных данных к лабораторной работе № 1

Вариант № 1

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$2, y_1$	$3, y_2$
2	$3, y_2$	$2, y_1$
3	$1, y_2$	$2, y_1$

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$2, y_1$	$1, y_2$
2	$1, y_3$	$1, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	2	3	$y_1$
3. 2	1	2	$y_2$
3	4	3	$y_3$
4	1	3	$y_4$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$2, y_1$	$3, y_2$	$1, y_1$
4. 2	$3, y_2$	$4, y_1$	$3, y_1$
3	$4, y_2$	$2, y_1$	$1, y_2$
4	$2, y_1$	$1, y_2$	$3, y_1$

$$\mathbf{x} = x_1x_3x_3x_3x_2x_1x_1$$

5.  $(a \vee bc)^* (b \vee a)^*$

$q/$	$a$	$b$	$c$
1	2	4	-
6. 2	3	2	4
3	-	-	4
4	4	3	-

Вариант № 2

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$1, y_1$	$2, y_1$
2	$1, y_2$	$3, y_1$
3	$2, y_2$	$1, y_2$

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$1, y_1$	$2, y_1$
2	$1, y_2$	$2, y_3$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	1	3	$y_1$
3.	2	2	$y_3$
	3	1	$y_2$
	4	4	$y_4$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$1, y_1$	$2, y_2$	$1, y_1$
4.	$3, y_1$	$4, y_1$	$2, y_2$
	$4, y_2$	$1, y_2$	$2, y_1$
	$1, y_1$	$3, y_2$	$1, y_2$

$$\mathbf{X} = x_1 x_2 x_2 x_1 x_3 x_2 x_1$$

5.  $(a^* bc)^* a$

$q/$	$a$	$b$	$c$
1	2	-	4
6.	4	1	3
	3	1	4
	-	4	-

### Вариант № 3

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	$3, y_1$	$2, y_1$
	$1, y_2$	$3, y_1$
	$2, y_2$	$2, y_1$

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	$2, y_1$	$2, y_2$
	$1, y_3$	$2, y_4$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	4	2	$y_1$
3.	1	3	$y_1$
	2	3	$y_3$
	1	2	$y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$3, y_1$	$2, y_2$	$4, y_1$
4.	$2, y_1$	$1, y_1$	$3, y_2$
	$2, y_2$	$4, y_2$	$2, y_1$
	$3, y_1$	$1, y_2$	$2, y_1$

$$\mathbf{X} = x_2 x_1 x_2 x_1 x_2 x_3 x_3$$

5.  $(b^* ac^*)^* (b \vee a)$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
	$1$	$2$	$3$	$1$
6.	$2$	$3$	$4$	$-$
	$3$	$4$	$-$	$-$
	$4$	$4$	$-$	$3$

### Вариант № 4

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	$1$	$2, y_2$	$1, y_1$
	$2$	$2, y_1$	$3, y_1$
	$3$	$3, y_2$	$1, y_2$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	$1$	$1, y_2$	$2, y_2$
	$2$	$1, y_3$	$2, y_1$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
	$1$	$2$	$4$	$y_2$
3.	$2$	$1$	$3$	$y_1$
	$3$	$4$	$2$	$y_4$
	$4$	$1$	$3$	$y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$1$	$4, y_1$	$2, y_2$	$2, y_1$
4.	$2$	$3, y_1$	$2, y_1$	$1, y_2$
	$3$	$4, y_2$	$2, y_2$	$1, y_2$
	$4$	$3, y_1$	$2, y_1$	$1, y_2$

$$\mathbf{x} = x_3x_3x_2x_2x_1x_1x_1$$

5.  $(a * b \vee ca) b^*$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
	$1$	$4$	$2$	$2$
6.	$2$	$2$	$3$	$-$
	$3$	$2$	$-$	$4$
	$4$	$-$	$-$	$4$

### Вариант № 5

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	$1$	$3, y_2$	$2, y_2$
	$2$	$3, y_1$	$1, y_2$
	$3$	$2, y_1$	$3, y_2$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	$1$	$2, y_2$	$1, y_1$
	$2$	$2, y_3$	$1, y_4$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	2	1	$y_1$
3. 2	3	4	$y_2$
3	2	4	$y_3$
4	1	2	$y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$4, y_2$	$2, y_1$	$3, y_1$
4. 2	$3, y_1$	$1, y_2$	$4, y_1$
3	$1, y_2$	$1, y_1$	$4, y_1$
4	$2, y_1$	$4, y_1$	$3, y_2$

$$\mathbf{x} = x_1x_2x_1x_2x_3x_3x_3$$

5.  $(ac^* \vee b \vee c) ac$

$q/$	$a$	$b$	$c$
1	4	-	2
6. 2	3	-	3
3	3	4	-
4	4	-	-

### Вариант № 6

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$2, y_1$	$2, y_2$
2	$1, y_1$	$3, y_1$
3	$1, y_2$	$2, y_1$

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$1, y_1$	$2, y_2$
2	$1, y_2$	$2, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	3	2	$y_1$
3. 2	4	1	$y_1$
3	4	2	$y_2$
4	2	1	$y_3$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$3, y_1$	$2, y_1$	$4, y_1$
4. 2	$4, y_2$	$3, y_1$	$1, y_2$
3	$2, y_2$	$3, y_2$	$2, y_1$
4	$2, y_1$	$1, y_1$	$2, y_2$

$$\mathbf{x} = x_1x_2x_1x_1x_2x_3x_3$$

5.  $(c \vee b^* a)^* a^*$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
6.	1	–	4	2
	2	2	3	–
	3	3	2	4
	4	–	4	–

**Вариант № 7**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	1	$3, y_2$	$1, y_2$
	2	$2, y_1$	$1, y_2$
	3	$3, y_1$	$1, y_2$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	1	$2, y_1$	$2, y_2$
	2	$2, y_1$	$1, y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
3.	1	2	3	$y_1$
	2	1	4	$y_3$
	3	2	1	$y_2$
	4	4	2	$y_4$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
4.	1	$2, y_2$	$1, y_1$	$3, y_1$
	2	$3, y_1$	$3, y_2$	$4, y_1$
	3	$3, y_2$	$1, y_1$	$2, y_2$
	4	$2, y_1$	$3, y_2$	$1, y_1$

$\mathbf{x} = x_1 x_1 x_1 x_2 x_3 x_3 x_3$

5.  $(bc^*)^* b \vee a$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
6.	1	1	2	4
	2	–	–	3
	3	3	3	4
	4	–	4	4

**Вариант № 8**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	1	$2, y_1$	$3, y_2$
	2	$1, y_1$	$3, y_1$
	3	$2, y_2$	$3, y_1$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	1	$1, y_2$	$2, y_1$
	2	$2, y_2$	$2, y_3$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	4	3	$y_1$
3. 2	2	1	$y_1$
3	3	4	$y_2$
4	1	2	$y_3$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$4, y_1$	$3, y_1$	$2, y_2$
4. 2	$4, y_2$	$2, y_1$	$3, y_1$
3	$4, y_1$	$1, y_2$	$2, y_1$
4	$3, y_2$	$2, y_1$	$1, y_2$

$$\mathbf{X} = x_3x_2x_1x_3x_2x_1x_1$$

5.  $(ca \vee ba^*)^* (b \vee c)^*$

$q/$	$a$	$b$	$c$
1	2	3	4
6. 2	3	2	-
3	4	-	-
4	-	4	-

### Вариант № 9

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$2, y_1$	$1, y_2$
2	$1, y_2$	$3, y_1$
3	$1, y_2$	$2, y_1$

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$1, y_1$	$1, y_2$
2	$1, y_3$	$2, y_4$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	3	1	$y_4$
3. 2	2	4	$y_3$
3	2	3	$y_2$
4	1	3	$y_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$2, y_1$	$3, y_2$	$4, y_1$
4. 2	$3, y_2$	$4, y_1$	$1, y_2$
3	$3, y_1$	$4, y_2$	$2, y_1$
4	$3, y_2$	$1, y_1$	$2, y_2$

$$\mathbf{X} = x_1x_1x_1x_2x_2x_2x_3$$

5.  $(a \vee b)^* c^* \vee ba$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
6.	1	–	2	4
	2	3	4	–
	3	2	3	4
	4	–	–	4

**Вариант № 10**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	1	$1, y_1$	$2, y_2$
	2	$2, y_2$	$1, y_1$
	3	$3, y_1$	$1, y_2$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	1	$2, y_1$	$1, y_1$
	2	$1, y_2$	$2, y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
3.	1	2	4	$y_4$
	2	3	1	$y_1$
	3	1	2	$y_2$
	4	3	1	$y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
4.	1	$3, y_2$	$1, y_1$	$2, y_2$
	2	$4, y_1$	$3, y_2$	$1, y_2$
	3	$4, y_2$	$2, y_1$	$1, y_2$
	4	$3, y_2$	$2, y_2$	$3, y_1$

$$\mathbf{x} = x_1 x_2 x_3 x_2 x_3 x_1 x_2$$

5.  $(a \vee c^*) b^* (ac)^*$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
6.	1	2	1	4
	2	2	3	4
	3	4	2	–
	4	–	–	–

**Вариант № 11**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	1	$3, y_1$	$3, y_1$
	2	$1, y_2$	$3, y_1$
	3	$1, y_1$	$2, y_2$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	1	$1, y_2$	$2, y_3$
	2	$1, y_1$	$1, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	3	4	$y_2$
3. 2	2	3	$y_1$
3	4	2	$y_2$
4	1	4	$y_3$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$4, y_2$	$2, y_1$	$3, y_1$
4. 2	$3, y_2$	$1, y_1$	$4, y_2$
3	$2, y_2$	$1, y_2$	$4, y_1$
4	$4, y_1$	$2, y_2$	$1, y_2$

$$\mathbf{x} = x_1 x_1 x_2 x_1 x_1 x_3 x_2$$

5.  $(a^* \vee c) b^* c^* a$

$q/$	$a$	$b$	$c$
1	3	4	-
6. 2	-	-	4
3	2	3	4
4	4	2	-

### Вариант № 12.

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$1, y_2$	$3, y_2$
2	$1, y_1$	$3, y_1$
3	$2, y_2$	$1, y_1$

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$2, y_1$	$1, y_3$
2	$1, y_2$	$2, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	4	2	$y_3$
3. 2	3	4	$y_2$
3	2	1	$y_1$
4	3	2	$y_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$2, y_1$	$4, y_1$	$2, y_2$
4. 2	$3, y_1$	$4, y_2$	$1, y_1$
3	$4, y_2$	$3, y_2$	$1, y_2$
4	$3, y_1$	$4, y_2$	$2, y_1$

$$\mathbf{x} = x_1 x_2 x_2 x_1 x_2 x_3 x_2$$

5.  $(b \vee (ac)^*) ab^*$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
6.	1	3	–	4
	2	2	1	4
	3	4	1	2
	4	–	4	4

**Вариант № 13**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	1	$2, y_1$	$3, y_1$
	2	$2, y_1$	$1, y_2$
	3	$2, y_1$	$3, y_1$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	1	$1, y_2$	$2, y_2$
	2	$2, y_1$	$1, y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
3.	1	3	1	$y_2$
	2	2	4	$y_1$
	3	1	2	$y_4$
	4	2	1	$y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
4.	1	$3, y_2$	$2, y_1$	$4, y_1$
	2	$3, y_1$	$4, y_1$	$1, y_2$
	3	$2, y_2$	$3, y_1$	$4, y_2$
	4	$1, y_2$	$2, y_2$	$3, y_1$

$$\mathbf{x} = x_2 x_1 x_2 x_1 x_2 x_3 x_2$$

5.  $(c \vee ab)^* c^*$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
6.	1	3	2	1
	2	–	4	–
	3	2	4	–
	4	2	–	4

**Вариант № 14**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	1	$3, y_1$	$1, y_1$
	2	$1, y_1$	$3, y_1$
	3	$2, y_1$	$1, y_2$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	1	$2, y_3$	$2, y_2$
	2	$1, y_1$	$2, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	2	3	$y_1$
3. 2	1	2	$y_2$
3	4	3	$y_3$
4	1	3	$y_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$4, y_1$	$2, y_2$	$3, y_1$
4. 2	$1, y_2$	$3, y_1$	$4, y_2$
3	$2, y_1$	$3, y_2$	$1, y_2$
4	$3, y_1$	$1, y_1$	$4, y_2$

$$\mathbf{X} = x_1x_3x_1x_3x_2x_2x_2$$

5.  $(a^* \vee b)^* (a \vee c) b^*$

$q/$	$a$	$b$	$c$
1	4	3	3
6. 2	3	-	4
3	3	2	-
4	4	-	-

### Вариант № 15

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$1, y_1$	$1, y_2$
2	$1, y_1$	$3, y_2$
3	$2, y_1$	$1, y_2$

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$1, y_3$	$2, y_4$
2	$1, y_1$	$1, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	1	2	$y_2$
3. 2	3	4	$y_2$
3	2	1	$y_3$
4	3	2	$y_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$1, y_1$	$2, y_1$	$4, y_2$
4. 2	$1, y_2$	$3, y_1$	$2, y_1$
3	$4, y_1$	$1, y_2$	$1, y_1$
4	$3, y_1$	$2, y_2$	$1, y_2$

$$\mathbf{X} = x_2x_2x_1x_2x_3x_2x_2$$

5.  $(c \vee ba)(c^* a^*)^*$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
6.	1	4	-	3
	2	2	4	-
	3	2	-	2
	4	-	4	-

**Вариант № 16**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	1	$3, y_1$	$2, y_2$
	2	$1, y_2$	$3, y_1$
	3	$3, y_2$	$1, y_2$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	1	$1, y_1$	$2, y_4$
	2	$1, y_2$	$1, y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
3.	1	4	3	$y_4$
	2	2	1	$y_1$
	3	3	2	$y_2$
	4	1	3	$y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
4.	1	$2, y_1$	$4, y_2$	$2, y_2$
	2	$3, y_1$	$1, y_2$	$4, y_1$
	3	$3, y_2$	$2, y_1$	$1, y_2$
	4	$1, y_2$	$3, y_2$	$2, y_1$

$$\mathbf{x} = x_3 x_3 x_2 x_1 x_2 x_2 x_2$$

5.  $(a \vee b)^* c^* a$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
6.	1	-	4	3
	2	2	3	4
	3	3	2	-
	4	4	-	4

**Вариант № 17**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	1	$2, y_1$	$3, y_1$
	2	$3, y_2$	$1, y_1$
	3	$1, y_1$	$3, y_2$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	1	$1, y_3$	$1, y_2$
	2	$2, y_1$	$1, y_3$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	2	3	$y_1$
3. 2	4	3	$y_2$
3	2	1	$y_3$
4	3	1	$y_4$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$3, y_1$	$2, y_1$	$2, y_2$
4. 2	$4, y_2$	$1, y_1$	$3, y_2$
3	$1, y_1$	$3, y_2$	$4, y_2$
4	$2, y_1$	$1, y_2$	$3, y_1$

$$\mathbf{x} = x_2x_1x_3x_2x_1x_1x_3$$

5.  $(a \vee cb^*a)(a \vee c)^*$

$q/$	$a$	$b$	$c$
1	1	3	4
6. 2	2	2	4
3	-	-	2
4	-	4	-

### Вариант № 18

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$3, y_2$	$1, y_1$
2	$3, y_1$	$2, y_1$
3	$1, y_2$	$3, y_2$

$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$2, y_2$	$1, y_3$
2	$1, y_1$	$1, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	3	2	$y_1$
3. 2	1	3	$y_2$
3	4	2	$y_4$
4	3	1	$y_3$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$2, y_1$	$1, y_2$	$3, y_2$
4. 2	$4, y_2$	$3, y_1$	$2, y_2$
3	$1, y_1$	$4, y_2$	$2, y_1$
4	$1, y_2$	$2, y_1$	$3, y_2$

$$\mathbf{x} = x_1x_3x_1x_1x_3x_2x_2$$

$$5. (a \vee b \vee (ac)^*)^* a$$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
	$1$	$2$	$1$	$-$
6.	$2$	$3$	$4$	$2$
	$3$	$-$	$4$	$1$
	$4$	$2$	$3$	$-$

**Вариант № 19**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	$1$	$1, y_1$	$3, y_2$
	$2$	$2, y_2$	$3, y_1$
	$3$	$1, y_2$	$2, y_1$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	$1$	$2, y_4$	$1, y_1$
	$2$	$2, y_2$	$2, y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
	$1$	$4$	$2$	$y_4$
3.	$2$	$3$	$1$	$y_3$
	$3$	$4$	$1$	$y_2$
	$4$	$2$	$3$	$y_1$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	$1$	$4, y_2$	$3, y_1$	$1, y_2$
4.	$2$	$3, y_2$	$4, y_2$	$1, y_1$
	$3$	$3, y_1$	$1, y_2$	$2, y_1$
	$4$	$1, y_2$	$2, y_1$	$4, y_2$

$$\mathbf{x} = x_1 x_1 x_2 x_3 x_1 x_1 x_2$$

$$5. (b \vee ca)a^* (b \vee c)^*$$

	$q/$	$a$	$b$	$c$
	$1$	$-$	$3$	$4$
6.	$2$	$3$	$2$	$4$
	$3$	$2$	$4$	$-$
	$4$	$4$	$4$	$-$

**Вариант № 20**

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
1.	$1$	$3, y_1$	$3, y_2$
	$2$	$1, y_2$	$3, y_1$
	$3$	$2, y_1$	$1, y_1$

	$q_i/x_j$	$x_1$	$x_2$
2.	$1$	$1, y_4$	$2, y_1$
	$2$	$2, y_3$	$2, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$\mu$
1	2	4	$y_2$
3. 2	3	2	$y_3$
3	1	3	$y_1$
4	2	1	$y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$3, y_2$	$4, y_1$	$2, y_1$
4. 2	$3, y_1$	$1, y_2$	$4, y_2$
3	$1, y_1$	$4, y_2$	$1, y_2$
4	$4, y_2$	$2, y_1$	$3, y_2$

$$\mathbf{X} = x_1x_3x_2x_1x_2x_1x_3$$

5.  $(a \vee c)(b \vee c)^* a^*$

$q/$	$a$	$b$	$c$
1	3	1	4
6. 2	4	3	-
3	3	2	4
4	4	-	-

## ПРИЛОЖЕНИЕ 7

### Варианты исходных данных к лабораторной работе № 2

#### Вариант № 1

1.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$1, y_2$	$2, y_1$
	2	$3, y_1$	$2, y_2$
	3	$1, y_2$	$2, y_1$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	1	$1, y_2$	$2, y_1$	$1, y_3$
	2	–	$2, y_2$	$1, y_2$

2.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$2, y_2$	$1, y_1$
	2	$1, y_1$	–

	$w/u$	$u_1$	$u_2$
	1	$1, v_1$	–
	2	$1, v_2$	$2, v_1$

3.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$1, y_2$	$2, y_1$
	2	$1, y_1$	–

	$w/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$1, v_2$	$2, v_1$
	2	$1, v_1$	–

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

5. Базис ДНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee \overline{x_2})x_3x_4$ .

#### Вариант № 2

1.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$2, y_1$	$1, y_1$
	2	$3, y_2$	$2, y_2$
	3	$2, y_2$	$1, y_1$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	1	$2, y_1$	–	$2, y_3$
	2	$3, y_2$	$2, y_2$	$1, y_1$

2.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	–	$1, y_1$
	2	$1, y_2$	$2, y_1$

	$w/u$	$u_1$	$u_2$
	1	$2, v_1$	–
	2	$1, v_1$	$2, v_2$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_1 & - \\ 2 & - & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, v_1 & 1, v_2 \\ 2 & 1, v_2 & 1, v_2 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{1}{1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{0}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{0}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{1} & \frac{1}{1} \\ \frac{2}{2} & \frac{2}{2} \end{bmatrix}.$$

5. Базис КНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_3) \overline{x_2 x_4}$ .

### Вариант № 3

$$1. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, y_1 & 3, y_1 \\ 2 & 2, y_2 & 1, y_2 \\ 3 & 2, y_1 & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & - & 3, y_1 & 1, y_3 \\ 2 & 2, y_2 & 1, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, y_2 \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & - & 2, v_1 \\ 2 & 1, v_2 & 1, v_1 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, y_1 \\ 2 & 2, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, v_2 & - \\ 2 & 2, v_1 & 1, v_2 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{0}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{1} & \frac{0}{0} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{1} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} \frac{0}{1} & \frac{1}{1} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «И - НЕ» (штрих Шеффера).

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 (x_2 \vee x_3) \overline{x_4}.$$

### Вариант № 4

$$1. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 3, y_2 & 2, y_1 \\ 2 & 1, y_1 & 2, y_1 \\ 3 & 3, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & - & 2, y_1 & 2, y_2 \\ 2 & 1, y_1 & 2, y_1 & 1, y_3 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, y_2 & 2, y_1 \\ 2 & 1, y_1 & - \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & 1, v_2 & 2, v_1 \\ 2 & 1, v_1 & - \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_2 & 1, y_1 \\ 2 & 1, y_1 & 2, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, v_1 \\ 2 & 1, v_2 & - \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «ИЛИ - НЕ» (стрелка Пирса).

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 x_3 \vee x_4.$$

### Вариант № 5

$$1. \begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & \\ \hline 1 & 2, y_1 & 3, y_2 & \\ 2 & 2, y_2 & 1, y_2 & \\ 3 & 1, y_1 & 2, y_2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & 2, y_1 & - & 1, y_3 \\ 2 & 2, y_2 & 1, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_1 & - \\ 2 & - & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & 2, v_1 & 1, v_2 \\ 2 & 1, v_2 & 1, v_2 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, y_1 & - \\ 2 & 2, y_2 & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, v_1 \\ 2 & 1, v_2 & 1, v_1 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. Базис ДНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1 x_2} (x_3 \vee x_4).$

### Вариант № 6

$q/x$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$2, y_1$	$1, y_2$
2	$1, y_3$	$3, y_1$
3	$1, y_2$	$3, y_3$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$2, y_1$	$1, y_2$	$2, y_3$
2	$1, y_3$	–	$2, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$
2. 1	–	$2, y_1$
2	$2, y_2$	$1, y_1$

$w/u$	$u_1$	$u_2$
1	$1, v_2$	–
2	$2, v_1$	$1, v_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$
3. 1	$2, y_2$	–
2	$1, y_1$	$2, y_1$

$w/x$	$x_1$	$x_2$
1	$2, v_1$	–
2	$2, v_2$	$1, v_1$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}.$$

5. Базис КНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x_1} \vee x_3)x_4\overline{x_2}$ .

### Вариант № 7

$q/x$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$3, y_3$	$2, y_2$
2	$1, y_1$	$2, y_3$
3	$1, y_1$	$2, y_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	–	$2, y_2$	$1, y_3$
2	$1, y_1$	$2, y_3$	$1, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$2, y_2$	$1, y_1$
2	$1, y_1$	$2, y_1$

$w/u$	$u_1$	$u_2$
1	–	$2, v_1$
2	$1, v_2$	–

$q/x$	$x_1$	$x_2$
3. 1	–	$2, y_1$
2	$2, y_2$	$1, y_1$

$w/x$	$x_1$	$x_2$
1	–	$1, v_2$
2	$1, v_1$	$2, v_1$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «ИЛИ - НЕ».

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1(x_2 \vee x_3 \overline{x_4}) ..$$

### Вариант № 8

$q/x$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$1, y_2$	$3, y_1$
2	$1, y_1$	$2, y_2$
3	$3, y_2$	$1, y_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$1, y_2$	–	$2, y_3$
2	$1, y_1$	$2, y_2$	$1, y_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$
2. 1	$1, y_1$	–
2	$2, y_2$	$1, y_2$

$w/u$	$u_1$	$u_2$
1	–	$2, v_1$
2	$1, v_2$	$1, v_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$
3. 1	$1, y_1$	–
2	$1, y_2$	$2, y_1$

$w/x$	$x_1$	$x_2$
1	$1, v_1$	–
2	$1, v_2$	$2, v_1$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «И - НЕ».

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}x_2(x_3 \vee \overline{x_4}).$$

### Вариант № 9

$q/x$	$x_1$	$x_2$
1. 1	$1, y_2$	$2, y_1$
2	$3, y_2$	$1, y_1$
3	$3, y_1$	$1, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$1, y_2$	$2, y_2$	$2, y_3$
2	–	$1, y_1$	$2, y_2$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_2 & - \\ 2 & 1, y_1 & 2, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & 2, v_1 & - \\ 2 & 2, v_2 & 1, v_1 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_1 & - \\ 2 & 1, y_1 & 2, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 1, v_1 \\ 2 & 1, v_1 & 2, v_2 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{0}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{0}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «ИЛИ - НЕ».

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \overline{x_2} (x_3 \vee x_4).$$

### Вариант № 10

$$1. \begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & \\ \hline 1 & 2, y_1 & 1, y_1 & \\ 2 & 1, y_2 & 3, y_1 & \\ 3 & 1, y_2 & 2, y_1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & 2, y_1 & 1, y_1 & 2, y_2 \\ 2 & 1, y_2 & - & 2, y_2 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, y_1 \\ 2 & 2, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & - & 1, v_2 \\ 2 & 1, v_1 & 2, v_1 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, y_1 \\ 2 & 1, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, v_2 \\ 2 & 2, v_1 & 1, v_2 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{0}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «И - НЕ».

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_4 \overline{x_1} (x_2 \vee x_1 \overline{x_3}).$$

### Вариант № 11

$q/x$	$x_1$	$x_2$
1.	$3, y_1$	$2, y_1$
2	$1, y_2$	$2, y_3$
3	$3, y_1$	$1, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	–	$2, y_1$	$2, y_1$
2	$1, y_2$	$2, y_3$	–

$q/x$	$x_1$	$x_2$
2.	$1, y_1$	–
2	$1, y_2$	$2, y_1$

$w/u$	$u_1$	$u_2$
1	$1, v_1$	–
2	$1, v_2$	$2, v_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$
3.	$2, y_1$	–
2	$2, y_2$	$1, y_1$

$w/x$	$x_1$	$x_2$
1	$2, v_2$	–
2	$1, v_1$	$2, v_1$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

5. Базис ДНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_2)(\overline{x_3} \vee x_4)$ .

### Вариант № 12

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1.	$1, y_1$	$2, y_1$	$3, y_2$
2	$1, y_2$	$3, y_3$	$1, y_2$
3	$1, y_2$	$2, y_3$	$3, y_1$

$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
1	$1, y_1$	$2, y_1$	–
2	$1, y_2$	–	$1, y_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$
2.	$2, y_1$	–
2	$1, y_1$	$2, y_2$

$w/u$	$u_1$	$u_2$
1	–	$1, v_1$
2	$1, v_1$	$2, v_2$

$q/x$	$x_1$	$x_2$
3.	–	$1, y_2$
2	$1, y_1$	$2, y_1$

$w/x$	$x_1$	$x_2$
1	$1, v_1$	–
2	$1, v_2$	$2, v_2$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 3 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. Базис КНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_3 \vee x_2 x_4 \vee x_1 x_2 x_3$ .

### Вариант № 13

1.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$2, y_2$	$1, y_1$
	2	$3, y_3$	$1, y_2$
	3	$2, y_1$	$1, y_2$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	1	$2, y_2$	$1, y_1$	$2, y_1$
	2	-	$1, y_2$	$1, y_1$

2.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	-	$2, y_1$
	2	$1, y_2$	$1, y_1$

	$w/u$	$u_1$	$u_2$
	1	-	$2, v_2$
	2	$2, v_1$	$1, v_2$

3.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	-	$1, y_1$
	2	$1, y_1$	$2, y_2$

	$w/x$	$x_1$	$x_2$
	1	-	$2, v_1$
	2	$1, v_2$	$1, v_1$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. Базис ДНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee \overline{x_3})x_2 \overline{x_4}$ .

### Вариант № 14

1.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$2, y_3$	$2, y_1$
	2	$1, y_2$	$3, y_2$
	3	$1, y_1$	$2, y_3$

	$q/x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
	1	$2, y_3$	$2, y_1$	$1, y_2$
	2	$1, y_2$	-	$2, y_1$

2.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$2, y_1$	-
	2	$2, y_2$	$1, y_1$

	$w/u$	$u_1$	$u_2$
	1	$2, v_2$	-
	2	$1, v_1$	$2, v_1$

3.	$q/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$1, y_2$	$2, y_2$
	2	$2, y_1$	$1, y_2$

	$w/x$	$x_1$	$x_2$
	1	$2, v_1$	-
	2	$1, v_1$	$2, v_2$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. Базис КНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee \overline{x_2})x_3x_4$ .

### Вариант № 15

$$1. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 3, y_1 & 2, y_2 \\ 2 & 1, y_3 & 2, y_1 \\ 3 & 1, y_2 & 3, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & - & 2, y_2 & 2, y_1 \\ 2 & 1, y_3 & 2, y_1 & 1, y_2 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 1, y_2 \\ 2 & 1, y_1 & 2, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & 1, v_1 & - \\ 2 & 1, v_2 & 2, v_2 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, y_2 & - \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, v_2 & 1, v_1 \\ 2 & 1, v_1 & - \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 4 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «ИЛИ - НЕ».

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_3 \vee x_2x_4 \vee \overline{x_1x_3x_4}.$$

### Вариант № 16

$$1. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, y_3 & 3, y_2 \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 \\ 3 & 3, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & 1, y_3 & - & 2, y_1 \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 1, y_1 \\ 2 & 1, y_1 & 2, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & - & 2, v_1 \\ 2 & 1, v_2 & 1, v_1 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, y_1 \\ 2 & 1, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, v_2 & - \\ 2 & 1, v_1 & 2, v_1 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «И - НЕ».

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_3 x_4) x_2 \overline{x_3}.$$

### Вариант № 17

$$1. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_2 & 1, y_1 \\ 2 & 3, y_1 & 1, y_2 \\ 3 & 2, y_1 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & 2, y_2 & 1, y_1 & 2, y_3 \\ 2 & - & 1, y_2 & 2, y_1 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, y_2 & 2, y_2 \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & 2, v_1 & - \\ 2 & 1, v_1 & 2, v_2 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_1 & - \\ 2 & 1, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, v_2 & 2, v_1 \\ 2 & - & 1, v_2 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}.$$

5. Базис ДНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_2)(x_2 \overline{x_3} \vee x_3 \vee x_4)$ .

### Вариант № 18

$$1. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, y_2 & 3, y_1 \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 \\ 3 & 3, y_1 & 2, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & 1, y_2 & - & 2, y_1 \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 & 1, y_3 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, y_2 & - \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & 2, v_2 & 1, v_1 \\ 2 & 1, v_1 & - \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_2 & 1, y_1 \\ 2 & 1, y_1 & - \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 1, v_1 & - \\ 2 & 1, v_2 & 2, v_1 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

5. Базис КНФ.  $F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 x_2 \vee x_3 x_4) \overline{x_1 x_2}$ .

### Вариант № 19

$$1. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_1 & 1, y_2 \\ 2 & 1, y_2 & 3, y_1 \\ 3 & 2, y_1 & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & 2, y_1 & 1, y_2 & 2, y_3 \\ 2 & 1, y_2 & - & 1, y_2 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, y_1 \\ 2 & 1, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & 2, v_2 & - \\ 2 & 1, v_1 & 2, v_1 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 1, y_1 \\ 2 & 1, y_2 & 2, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, v_1 & - \\ 2 & 1, v_1 & 2, v_2 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «ИЛИ - НЕ».

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_3) \overline{x_4 x_2}.$$

## Вариант № 20

$$1. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 3, y_1 & 2, y_1 \\ 2 & 1, y_2 & 2, y_1 \\ 3 & 1, y_1 & 2, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} q/x & x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline 1 & - & 2, y_1 & 1, y_2 \\ 2 & 1, y_2 & 2, y_1 & 1, y_3 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & 2, y_1 & - \\ 2 & 1, y_2 & 1, y_1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/u & u_1 & u_2 \\ \hline 1 & 1, v_2 & 2, v_1 \\ 2 & - & 1, v_2 \end{array}$$

$$3. \begin{array}{c|cc} q/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, y_2 \\ 2 & 2, y_1 & 1, y_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} w/x & x_1 & x_2 \\ \hline 1 & - & 2, v_1 \\ 2 & 1, v_2 & 1, v_1 \end{array}$$

$$4. \mathbf{P}_{x_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_{x_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \mathbf{S}_{y_2} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

5. Базис элементов «И - НЕ».

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee \overline{x_2 x_4} \vee x_1 x_2) \overline{x_3}.$$

**Варианты исходных данных к лабораторной работе № 3**

**Вариант № 1**

1.  $(\ddot{y} + y)^2 + 4\dot{y} = r, \quad r = 1(t).$

2.  $t e^{-t}.$

3.  $\Delta^2 y(k) + \Delta y(k) + y(k) = k (-1)^k.$

4.  $t \cos 2t.$

**Вариант № 2**

1.  $\sin \ddot{y} + 3\dot{y} + y^2 = r, \quad r = 1(t).$

2.  $t \cos 2t.$

3.  $\Delta^2 y(k) + 2 \Delta y(k) - y(k) = k.$

4.  $\sin t \cdot \cos t.$

**Вариант № 3**

1.  $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = r, \quad r = 1(t).$

2.  $t e^{-(t+1)}.$

3.  $\Delta^2 y(k) - 2 \Delta y(k) + y(k) = 1(k).$

$$I(k) = \begin{cases} 1 & \text{при } k \geq 0 \\ 0 & \text{при } k < 0 \end{cases}$$

4.  $\sin t \cdot e^{-t}.$

**Вариант № 4**

1.  $(\dot{y} + y)^2 + \ddot{y} = r, \quad r = 1(t).$

2.  $\sin t \cdot \cos t.$

3.  $\Delta^2 y(k) + 3y(k) - y(k) = k.$

4.  $t \sin t.$

**Вариант № 5**

1.  $\ddot{y} + \sin \dot{y} + 2y^2 = r, \quad r = 1(t).$

2.  $t^2 / e^t.$

3.  $\Delta^2 y(k) - 3y(k) + 4y(k) = 1(k).$

4.  $e^{-t} \cdot \cos 2t.$

**Вариант № 6**

1.  $\cos \ddot{y} + \ddot{y} + \dot{y} + 2y^2 = r, \quad r = 1(t).$

2.  $\sin t \cdot e^{-t}.$

3.  $\Delta^2 y(k) + \Delta y(k) + 2y(k) = k(-1)^k.$

4.  $t^2 \cdot \sin 2t.$

**Вариант № 7**

1.  $\sin(\ddot{y} + y) + \dot{y} = r, \quad r = 1(t).$

2.  $t e^{-2t}.$

3.  $\Delta^2 y(k) + \Delta y(k) + \frac{1}{2} y(k) = k.$

4.  $t \cos(t - 1).$

### Вариант № 8

1.  $e^{\dot{y}} + 2\ddot{y} + y = r, r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $t \sin t$ .

3.  $2 \Delta^2 y(k) - \Delta y(k) + y(k) = 1(k)$ .

4.  $t^2 \cos t$ .

### Вариант № 9

1.  $(\ddot{y} + y)^2 + 4\dot{y} = r, r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $e^{-2t} \cdot \sin 3t$ .

3.  $2 \Delta^2 y(k) - 2 \Delta y(k) - 3y(k) = k$ .

4.  $2e^{-t} \sin t \cdot \cos t$ .

### Вариант № 10

1.  $\ddot{y} + 2 \sin \dot{y} + y^2 = r, r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $e^{-t} \cdot \cos 2t$ .

3.  $\Delta^2 y(k) + 3 \Delta y(k) + 3y(k) = 1(k)$ .

4.  $t \cos(t - 1)$ .

### Вариант № 11

1.  $\sin \ddot{y} + \dot{y} + y^3 = r, r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $t \cdot \cos 3t$ .

3.  $3 \Delta^2 y(k) - \Delta y(k) + 2y(k) = k(-1)^k$ .

4.  $t \cdot e^{-t}$ .

**Вариант № 12**

1.  $(\dot{y} + y)^2 + 2\ddot{y} = r, \quad r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $t^2 \sin 2t$ .

3.  $\Delta^2 y(k) + 2 \Delta y(k) + 4y(k) = 1(k)$ .

4.  $t \cdot e^{-(t+1)}$ .

**Вариант № 13**

1.  $\ddot{y} + \dot{y} + \cos y + 2y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $(t + 1) \sin 3t$ .

3.  $\Delta^2 y(k) - \Delta y(k) + 2y(k) = k$ .

4.  $t^2 / e^t$ .

**Вариант № 14**

1.  $(\ddot{y} + y)^2 + 2\dot{y} = r, \quad r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $t \cos(t - 1)$ .

3.  $\Delta^2 y(k) + 2 \Delta y(k) + 4y(k) = 1(k)$ .

4.  $t \cdot e^{-2t}$ .

**Вариант № 15**

1.  $\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = r, \quad r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $(t + 1) e^{-t+1}$ .

3.  $2 \Delta^2 y(k) + \Delta y(k) - 4y(k) = k(-1)^k$ .

4.  $e^{-2t} \cdot \sin 3t$ .

**Вариант № 16**

1.  $\ddot{y} + 2\dot{y} + \sin 2y = r, \quad r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $t^2 \cos t$ .

3.  $2 \Delta^2 y(k) - 3 \Delta y(k) + y(k) = k$ .

4.  $t \cdot \cos 3t$ .

**Вариант № 17**

1.  $\ddot{y} + \sin \dot{y} + y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $2t \sin t \cdot \cos t$ .

3.  $\Delta^2 y(k) - 4 \Delta y(k) - 4y(k) = 1(k)$ .

4.  $(t + 1) \sin 3t$ .

**Вариант № 18**

1.  $\ddot{y} + 2\dot{y} + \frac{1}{2}y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $2e^{-t} \sin t \cdot \cos t$ .

3.  $\Delta^2 y(k) + 4 \Delta y(k) - 4y(k) = k(-1)^k$ .

4.  $(t + 1) e^{-t+1}$ .

**Вариант № 19**

1.  $\sin \ddot{y} + 4\dot{y} + 2y^2 = r, \quad r = 1 - e^{-t}$ .

2.  $t^3 \cos t$ .

3.  $\Delta^2 y(k) - \Delta y(k) + 3y(k) = 1(k)$ .

4.  $2t \sin t \cdot \cos t$ .

### Вариант № 20

1.  $\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y = r, \quad r = 1(t).$

2.  $t \cos(t - 1).$

3.  $\Delta^2 y(k) + 3\Delta y(k) - 3y(k) = 1(k).$

4.  $t^3 \cos t.$

**Варианты исходных данных к лабораторной работе № 4**

**Вариант № 1**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad u(t) = I(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 2**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [0 \ 1], \quad u(t) = e^{-t}$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 3**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad u(t) = I(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 4**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [0 \ 1], \quad u(t) = e^{-t}$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 5**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad u(t) = I(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 6**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 1], \quad u(t) = e^{-t}$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 7**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad u(t) = I(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 8**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 1], \quad u(t) = I(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 9**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad u(t) = e^{-t}$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 10**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ -5 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [0 \ 1], \quad u(t) = I(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 11**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -6 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad u(t) = I(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 12**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [0 \ 1], \quad u(t) = I(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 13**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [0 \ 1], \quad u(t) = e^{-t}$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 14**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [01], \quad u(t) = 1(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 15**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [01], \quad u(t) = 1(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 16**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad u(t) = 1(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 17**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [01], \quad u(t) = 1(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 18**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [11], \quad u(t) = 1(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 19**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [01], \quad u(t) = e^{-t}$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Вариант № 20**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \ 0], \quad u(t) = 1(t)$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$