

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники (ТУСУР)

Факультет систем управления (ФСУ)  
Кафедра автоматизированных систем управления (АСУ)

**А.А. Мицель**

## **ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Методические указания по выполнению самостоятельной работы  
магистрантов направлений

*01.04.02 «Прикладная математика и информатика»*

*09.04.01 «Информатика и вычислительная техника»*

Уровень – магистратура

Томск-2016

**Мицель А.А.**

Прикладная математическая статистика: методические указания по выполнению самостоятельной работы студентов направлений 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» и 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника» / А.А. Мицель. – Томск: ТУСУР, 2016 (электр. ресурс). – 10с.

**Составитель:** д.т.н., профессор каф. АСУ А.А. Мицель

Методические указания утверждены на заседании кафедры автоматизированных систем управления 28 августа 2015 г., протокол № 1

**СОДЕРЖАНИЕ**

	Стр.
1. Цели и задачи дисциплины	4
2. Место дисциплины в структуре ООП	4
3. Требования к результатам освоения дисциплины	4
4. Содержание дисциплины	5
4.1. Теоретический материал	5
4.2. Практические занятия	6
4.3. Лабораторные работы	7
5. Темы рефератов	7
6. Вопросы для контроля знаний	7
7. Учебно-методические материалы по дисциплине	9

## ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ И ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

**Целью дисциплины** является формирование у магистрантов научного представления о вероятностной интерпретации обрабатываемых данных, о понятиях, приемах, математических методах и моделях, предназначенных для организации сбора, стандартной записи, систематизации и обработки статистических данных с целью их удобного представления, интерпретации, получения научных и практических выводов.

**Основной задачей** изучения дисциплины является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков в области обработки статистических данных.

**Задачами** дисциплины являются:

- Изучение методов оценки параметров распределений вероятностей статистических данных.
- Изучение методов анализа законов распределения статистических данных
- Изучение методов проверки гипотез.
- Изучение дисперсионного, корреляционного и регрессионного анализа статистических данных.
- Формирование у студентов знаний и умений, необходимых для обработки статистических данных.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Дисциплина «Прикладная математическая статистика» (дисциплина по выбору) относится к числу дисциплин общенаучного цикла (вариативная часть). Успешное овладение дисциплиной предполагает предварительные знания математического анализа, теории вероятностей, основ математической статистики, численных методов. Практические и лабораторные работы выполняются с помощью пакетов прикладных программ Mathcad и Excel.

### 3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины «Прикладная математическая статистика» направлен на формирование следующих компетенций:

**общекультурные компетенции (ОК):**

- Выпускник должен обладать способностью использовать углубленные теоретические и практические знания в области прикладной математики и информатики (ОК-3);
- Выпускник должен обладать способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение (ОК-4);

**профессиональные компетенции (ПК):**

- Выпускник должен обладать способностью разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач (ПК-2);

- Выпускник должен обладать способностью углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности (ПК-3).

**В результате изучения дисциплины студент должен:**

**Знать:**

- основные типы распределений вероятностей, используемые в статистическом анализе;
- методы оценивания параметров распределений случайных величин и случайных процессов;
- основные методы анализа статистических данных.

**Уметь:**

- применять методы статистического анализа выборочных данных;
- интерпретировать результаты статистического анализа и использовать их при построении математических моделей.

**Владеть:**

- практическими навыками численных расчетов оценок параметров распределений; навыками дисперсионного, корреляционного и регрессионного анализа статистических данных.

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Теоретический материал

#### Тема 1. Выборка. Эмпирическое распределение.

Генеральная и выборочная совокупности. Понятие выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон частот, гистограмма. Числовые характеристики распределений  
*Литература 1,2,3*

#### Тема 2. Точечные оценки параметров распределений вероятностей.

Точечные и интервальные оценки и их свойства: несмещенность, состоятельность и эффективность. Методы нахождения точечных оценок: метод моментов, метод максимального правдоподобия, метод наименьших квадратов. Оценки параметров нормального, экспоненциального, равномерного и биномиального распределений. Примеры точечных и интервальных оценок. Планирование экспериментов для оценки параметров распределений: нормальное распределение; экспоненциальное распределение; биномиальное распределение. Примеры

*Литература 1,2,3, 4*

#### Тема 3. Интервальные оценки параметров распределений

Интервальные оценки: оценка параметров нормального, экспоненциального и биномиального распределений. Примеры интервальных оценок.

Интервальные оценки при неизвестном законе распределения: оценки для центра распределения; оценка рассеяния распределения

*Литература 1,2,3,4,6,9*

#### **Тема 4. Методы анализа законов распределения вероятностей случайных величин**

Общие понятия. Общие критерии согласия: критерии, основанные на сравнении теоретической плотности распределения и эмпирической гистограммой; критерии, основанные на сравнении теоретической и эмпирической функций распределения вероятностей. Критерии нормальности распределения. Критерии проверки экспоненциальности распределения

*Литература 1,2,3,8*

#### **Тема 5. Проверка гипотез о значениях параметров распределений**

Общие сведения. Последовательные методы проверки гипотез о значениях параметров распределений. Проверка гипотезы о параметрах нормального распределения: проверка гипотезы о значении среднего; проверка гипотезы о значении дисперсии. Проверка гипотезы о параметре экспоненциального распределения. Проверка гипотезы о параметре биномиального распределения. Примеры

*Литература 1,2,3,5*

#### **Тема 6. Дисперсионный анализ зависимостей**

Основные положения. Однофакторный анализ: однофакторный дисперсионный анализ; непараметрические методы однофакторного анализа (Однофакторный непараметрический анализ на основе критерия Краскела-Уоллеса (произвольные альтернативы), Однофакторный непараметрический анализ на основе критерия Джонкхиера (альтернативы с упорядочением)). Двухфакторный анализ: двухфакторный дисперсионный анализ; двухфакторный непараметрический анализ (Двухфакторный непараметрический анализ по критерию Фридмана (произвольные альтернативы), Двухфакторный непараметрический анализ по критерию Пейджа (альтернативы с упорядочением)). Примеры

*Литература 1,2,3,7*

#### **Тема 7. Корреляционный анализ**

Вычисление параметрических коэффициентов корреляции. Вычисление непараметрических коэффициентов корреляции: коэффициент ранговой корреляции Спирмана; коэффициент ранговой корреляции Кендалла; коэффициент конкордации. Примеры

*Литература 1,2,3,5*

#### **Тема 8. Регрессионный анализ**

Регрессионная, скадастическая, клитическая и синагическая зависимости функции распределения случайной величины  $Y$  от  $x$ . Построение модели регрессии. Оценка адекватности регрессии: доверительный интервал для уравнения регрессии. Оценка дисперсии коэффициентов регрессии и доверительных интервалов. Пример построения уравнения регрессии

*Литература 1,2,3,8*

### **4.2 Практические занятия**

Практические занятия предназначены для закрепления лекционного материала, разбора примеров и выполнения домашних и индивидуальных заданий.

<b>Темы занятий</b>	<b>Литература</b>
Тема 1. Генерация случайных чисел с заданным законом распределения	1,10,11
Тема 2. Методы получения непрерывных случайных чисел на основе равномерного и нормального датчиков	1,10,11
Тема 3. Критерии проверки гипотезы о законе распределения выборочных данных.	1,10,11
Тема 4. Дисперсионный анализ данных.	1,10,11
Тема 5. Корреляционный анализ	1,10,11
Тема 6. Линейная регрессия	1,10,11

### **4.3 Лабораторные работы**

Лабораторные работы предназначены для закрепления практических занятий, разбора примеров и выполнения домашних и индивидуальных заданий.

<b>Темы работ</b>	<b>Литература</b>
Тема 1. Генерация случайных чисел с заданным законом распределения	1,10,11
Тема 2. Оценка закона распределения на основе выборочных данных	1,10,11
Тема 3. Дисперсионный анализ случайных данных	1,10,11
Тема 4. Корреляционный анализ случайных данных	1,10,11
Тема 5. Регрессионный анализ данных	1,10,11

### **5. Темы рефератов**

N п/п	<b>Наименование темы</b>	<b>Литература</b>
1	Точечные оценки параметров нормального, экспоненциального, равномерного и биномиального распределений	2,3,6
2	Интервальные оценки при неизвестном законе распределения	2,3,8
3	Критерии проверки экспоненциальности распределения.	2,3,8
4	Однофакторный непараметрический анализ данных	2,3,8

### **6. Вопросы для контроля знаний**

1. Математическая статистика. Что это за дисциплина, с решением каких задач она связана? Привести примеры

2. Понятие выборки и формы ее записи. Вариационный ряд, статистический ряд абсолютных частот, статистический ряд относительных частот, статистический ряд накопленных частот. Группированный статистический ряд, полигон частот, гистограмма.
3. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики выборки
4. Оценка неизвестных параметров закона распределения. Точечные и интервальные оценки. Понятие состоятельности, несмещенности и эффективности оценки.
5. Функция правдоподобия и оценка максимального правдоподобия.
6. Метод моментов. Оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины. Их свойства.
7. Метод наименьших квадратов оценки параметров.
8. Оценки параметров нормального распределения, экспоненциального, равномерного, биномиального.
9. Планирование экспериментов для оценки параметров нормального распределения. Оценка среднего при известной дисперсии, Оценка среднего при неизвестной дисперсии
10. Планирование экспериментов для оценки параметров Экспоненциального и биномиального распределений.
11. Интервальные оценки параметров нормального распределения.
12. Интервальная оценка параметров экспоненциального распределения.
13. Интервальная оценка параметров биномиального распределения.
14. Оценки для центра распределения при неизвестном законе распределения
15. Оценка рассеяния распределения при неизвестном законе распределения
16. Задачи статистической проверки гипотез. Понятие гипотезы. Уровень значимости, уровень достоверности.
17. Критерии, основанные на сравнении теоретической плотности распределения и эмпирической гистограммы. Критерий  $\chi^2$  (Пирсона) для простой гипотезы. Критерий  $\chi^2$  (Пирсона) для сложной гипотезы.
18. Критерии, основанные на сравнении теоретической и эмпирической функций распределения вероятностей. *Критерий Колмогорова-Смирнова. Критерий Крамера-фон Мизеса.*
19. Критерии нормальности распределения. Модифицированный критерий  $\chi^2$ . Критерий типа Колмогорова – Смирнова
20. Критерий проверки экспоненциальности распределения. Критерии типа Колмогорова –Смирнова. Критерий Фишера
21. Критерии согласия для равномерного распределения. Критерии типа Колмогорова-Смирнова.
22. Критерий симметрии.
23. Проверка гипотез о значениях параметров распределений.
24. Последовательные методы проверки гипотез о значениях параметров распределений
25. Проверка гипотезы о числовом значении математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии (случаи равных дисперсий).
26. Проверка гипотезы о числовом значении дисперсии нормального распределения
27. Проверка гипотезы о числовом значении параметра экспоненциального распределения



28. Проверка гипотезы о числовом значении параметра биномиального распределения
29. Дисперсионный анализ зависимостей. Основные понятия.
30. Однофакторный параметрический дисперсионный анализ.
31. Однофакторный непараметрический анализ на основе критерия Краскела-Уоллеса (произвольные альтернативы).
32. Однофакторный непараметрический анализ на основе критерия Джонкхиера (альтернативы с упорядочением)
33. Двухфакторный дисперсионный анализ. *Двухфакторный параметрический дисперсионный анализ.*
34. Двухфакторный непараметрический анализ по критерию Фридмана (произвольные альтернативы). Двухфакторный непараметрический анализ по критерию Пейджа (альтернативы с упорядочением).
35. Корреляционный анализ. *Вычисление параметрических коэффициентов корреляции.*
36. Вычисление непараметрических коэффициентов корреляции. *Коэффициент ранговой корреляции Спирмана. Коэффициент ранговой корреляции Кендалла. Коэффициент конкордации.*
37. Регрессионный анализ. Регрессионная, скедастическая, клитическая и синагическая зависимости изменения функции распределения случайной величины  $y$  от  $x$ .
38. Построение модели регрессии. Оценка адекватности регрессии. Доверительный интервал для уравнения регрессии.
39. Оценка дисперсии коэффициентов регрессии и доверительных интервалов.

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 7.1. Основная литература

1. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей. — Санкт-Петербург: Лань, 2012. — 480 с. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3184)
2. Туганбаев А.А., Крупин В.Г. Теория вероятностей и математическая статистика — Санкт-Петербург: Лань, 2011. — 320 с. [Электронный ресурс]. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=652](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=652)
3. Мицель А.А. Прикладная математическая статистика: учебное пособие Томск: ТУСУР. — 2015. — 86с. — Режим доступа: [Электронный ресурс].— Режим доступа: [http://asu.tusur.ru/learning/mag010400/d07a/m010400\\_d07a\\_lect.pdf](http://asu.tusur.ru/learning/mag010400/d07a/m010400_d07a_lect.pdf);

### 7.2. Дополнительная литература

4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. — М.: Юрайт, 2010. — 480 с. (1 экз. в библиотеке ТУСУР)
5. Справочник по прикладной статистике. Т. 1. Пер. с англ. / Под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Тюрина Ю.Н. — М.: Финансы и статистика, 1989. — 508 с. (7 экз. в библиотеке ТУСУР)
6. Справочник по прикладной статистике. Т. 2. Пер. с англ. / Под ред. Э. Ллойда, У. Ледермана, Тюрина Ю.Н. — М.: Финансы и статистика, 1990. (8 экз. в

библиотеке ТУСУР)

7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для вузов/ 10-е изд., стереотип. – М.: Высшая школа, 2005. – 576 с. (228 экз. в библиотеке ТУСУР)
8. Соболев И.М. Численные методы Метод Монте-Карло. – М.: Наука, 1973. – 312 с. (2 экз. в библиотеке ТУСУР)
9. Кендалл М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. Пер с англ. / Под ред. Колмогорова А. Н. – М.: Наука, 1973. – 900 с. (2 экз. в библиотеке ТУСУР)

### **7.3 Перечень методических указаний по проведению практических учебных занятий**

1. Мицель А.А. Прикладная математическая статистика: лабораторный практикум. – Томск: ТУСУР. – 2015. – 72с. – Режим доступа: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://asu.tusur.ru/learning/mag010400/d07a/m010400\\_d07a\\_labs.pdf](http://asu.tusur.ru/learning/mag010400/d07a/m010400_d07a_labs.pdf).
2. Мицель А.А. Прикладная математическая статистика: практические работы. – Томск: ТУСУР. – 2015. – 81с. – Режим доступа: [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [http://asu.tusur.ru/learning/mag010400/d07a/m010400\\_d07a\\_pract.pdf](http://asu.tusur.ru/learning/mag010400/d07a/m010400_d07a_pract.pdf);

### **7.4 Программное обеспечение**

Математические пакеты Excel, Mathcad.

### **7.5 Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

<http://www.intuit.ru/>

<http://www.intuit.ru/department/se/devis/>