

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Томский государственный университет систем управления  
и радиоэлектроники»

Кафедра комплексной информационной безопасности  
электронно-вычислительных систем (КИБЭВС)

Д.В. Кручинин

### **Учебная практика**

*Методические указания для выполнения практических и самостоятельных  
работ*

для студентов

направления подготовки бакалавров *10.03.01(090900), 110303(211000)*  
и специальностей *10.05.02(090302.65), 10.05.03(090303.65), 10.05.04(090305.65)*

Томск 2016

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
1 Математическое программное обеспечение Sage.....	5
2 Среда Sage Notebook.....	5
3 Основы вычислений в Sage.....	7
3.1 Пределы функций.....	7
3.2 Дифференцирование функций.....	9
3.3 Дифференцирование функций нескольких переменных.....	11
3.4 Интегрирование функций.....	14
3.5 Дифференциальные уравнения.....	15
3.6 Графики функций.....	17
4 Литература.....	20
ПРИЛОЖЕНИЕ А Пример варианта заданий на учебную практику.....	21

## Введение

Целью учебной практики является закрепление полученных теоретических знаний, выработка практических умений и их применение. Конкретная задача состоит в ознакомлении с работой специалиста по защите информации и приобретении практических навыков защиты информации.

Данная дисциплина относится к части учебного цикла Практики. Для эффективного освоения дисциплины студент должен знать основные положения дисциплин «Информатика», «Основы информационной безопасности» и «Математический анализ».

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способностью использовать основные естественнонаучные законы, применять математический аппарат в профессиональной деятельности, выявлять сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности;

- способностью понимать сущность и значение информации в развитии современного общества, применять достижения информатики и вычислительной техники, перерабатывать большие объемы информации проводить целенаправленный поиск в различных источниках информации по профилю деятельности, в том числе в глобальных компьютерных системах;

- способностью к логическому мышлению, обобщению, анализу, критическому осмыслению информации, систематизации, прогнозированию, постановке исследовательских задач и выбору путей их решения на основании принципов научного познания;

- способностью самостоятельно применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для приобретения новых знаний и умений, в том числе в новых областях, непосредственно не связанных со сферой профессиональной деятельности, развития социальных и профессиональных компетенций, к изменению вида своей профессиональной деятельности;

- способностью применять математический аппарат, в том числе с использованием вычислительной техники, для решения профессиональных задач;

- способностью использовать языки, системы и инструментальные средства программирования в профессиональной деятельности;

- способностью работать с информацией в глобальных компьютерных сетях;

- способностью разрабатывать научно-техническую документацию, готовить научно-технические отчеты, обзоры, публикации по результатам выполненных работ.

В результате изучения дисциплины студент должен будет:

Знать:

- сущность и понятие информационной безопасности и характеристику ее составляющих;

- место и роль информационной безопасности в системе национальной безопасности Российской Федерации, основы государственной информационной политики, стратегию развития информационного общества в России;

- основные методы организационного обеспечения информационной безопасности;

- уязвимости ОС и программных продуктов, приводящих к возможности атаки;

- методы анализа данных;

Уметь:

- классифицировать защищаемую информацию по видам тайн и степеням конфиденциальности;

- классифицировать и оценивать угрозы информационной безопасности для объекта информатизации;

- разрабатывать модели угроз и модели нарушителя безопасности компьютерных систем;

- работать с интегрированной средой разработки программного обеспечения;

- использовать шаблоны классов и средства макрообработки;

- использовать динамически подключаемые библиотеки.

Владеть:

- профессиональной терминологией в области информационной безопасности;

- навыками проектирования информационных систем с использованием средств автоматизации.

## 1 Математическое программное обеспечение Sage

Sage – это бесплатное и свободно распространяемое математическое программное обеспечение с от-крытыми исходными кодами для исследовательской работы и обучения в самых различных областях включая алгебру, геометрию, теорию чисел, криптографию, численные вычисления и другие. Как модель разработки Sage, так и условия его распространения и использования выбраны в соответствии с принципами открытой и совместной работы: мы собираем машину, а не переизобретаем колесо. Одной из основных целей Sage является создание доступной, бесплатной и открытой альтернативы Maple, Mathematica, Magma и MATLAB.

Для написания расчета используется язык программирования Python. Можно подключать сторонние библиотеки и создавать собственные.

## 2 Среда Sage Notebook

Для работы в Sage на сервере факультета безопасности ТУСУР установлен графический веб-интерфейс Sage Notebook. Для доступа к веб-интерфейсу Sage Notebook необходимо запустить браузер и открыть страницу сайта «<http://sage.fb.tusur.ru/>» (рисунок 2.1).

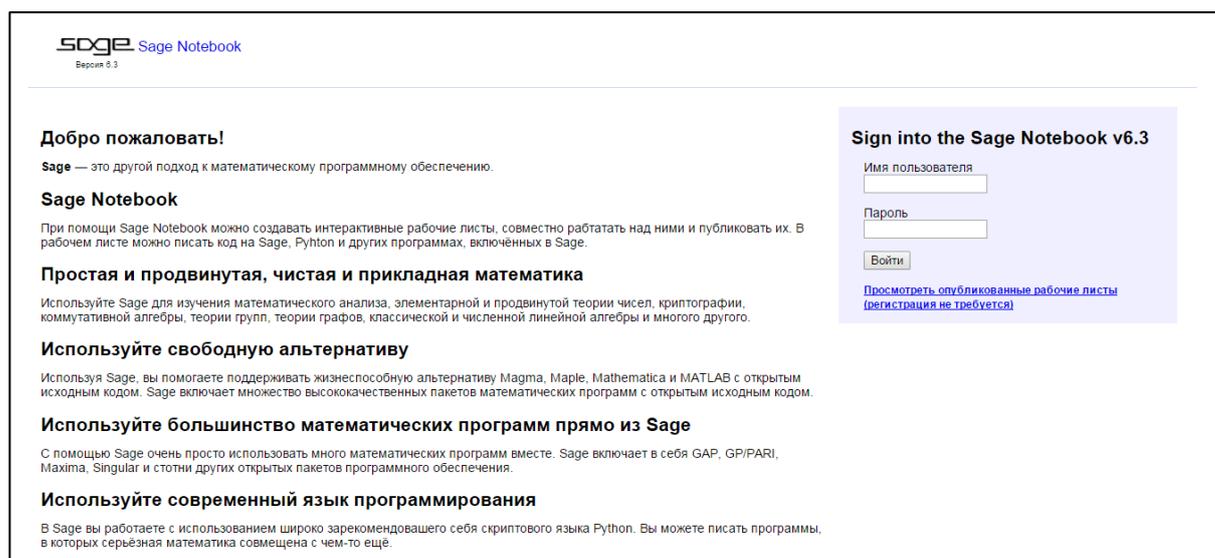


Рисунок 2.1 – Главная страница веб-интерфейса Sage Notebook

Чтобы получить доступ к работе в Sage нужно ввести имя пользователя и пароль. Для начала работы в открывшемся окне выбираем команду «Новый рабочий лист», задаем имя рабочего листа (рисунок 2.2).

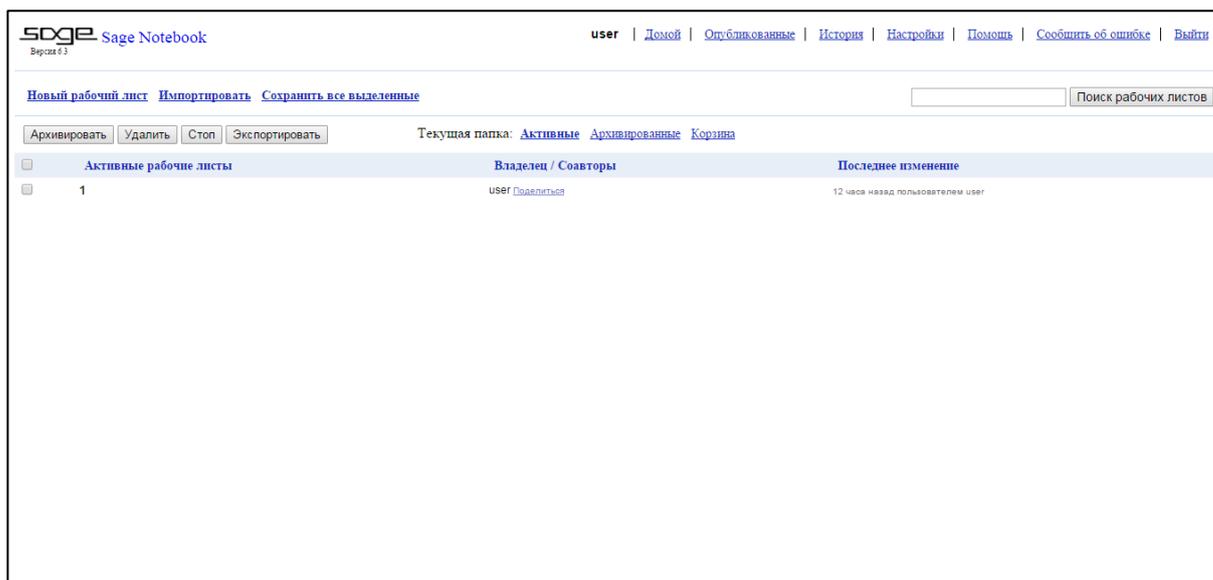


Рисунок 2.2 – Страница активных рабочих листов Sage

Ввод команд в Sage производится в соответствующее поле, для выполнения команды необходимо нажать кнопку «Выполнить» (рисунок 2.3). На одном рабочем листе каждое вычисление должно производиться в отдельном поле.

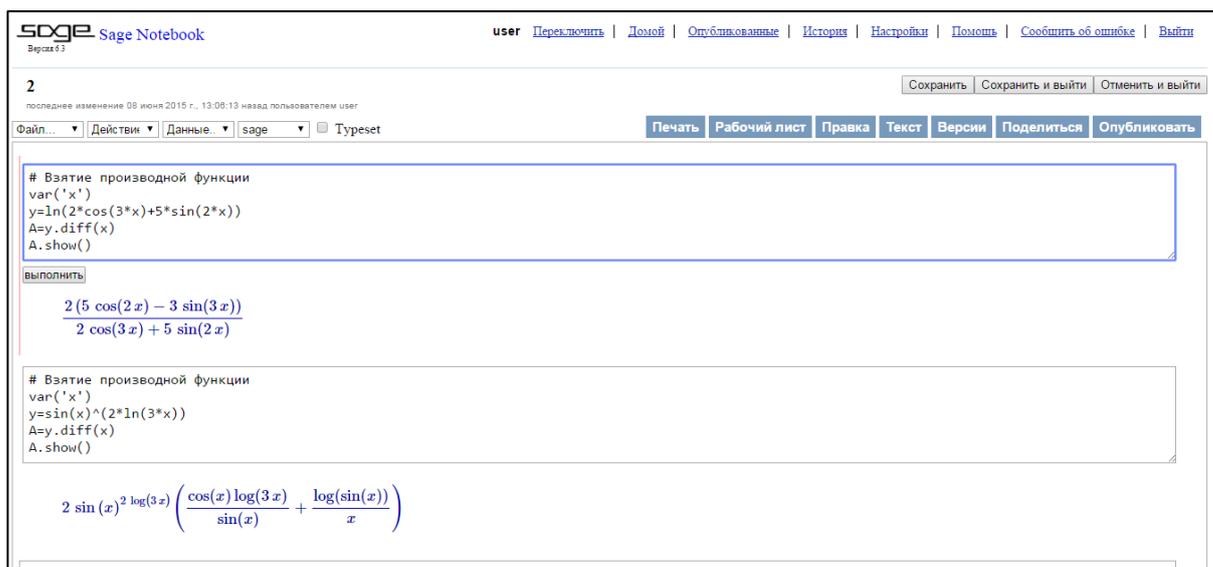


Рисунок 2.3 – Рабочий лист Sage

## 3 Основы вычислений в Sage

### 3.1 Пределы функций

Для вычисления предела функции  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$  используются следующие

команды:

```
# Объявление функции
f(x)=(sqrt(x)-1)/(x-1)
# Вычисление предела функции f(x) при x→1
A=limit(f(x),x=1)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для вычисления предела числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$  сначала необходимо вычислить сумму числовой последовательности:

```
# Объявление числовой последовательности 1,2,..., n-1
s='sum(x,x,1,n-1), simpsum'
# Вычисление суммы числовой последовательности
S=SR(sage.calculus.calculus.maxima(s))
# Объявление функции
f(n)=S/(n^2)
# Вычисление предела функции f(x) при x→∞
A=limit(f(x),x=infinity)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для вычисления предела функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$ , используя правило

Лопиталю, необходимо вычислить отношение производных от числителя и знаменателя:

```
# Объявление переменных функции
var('x')
# Объявление функции y1(x), соответствующей числителю
y1=e^x-e^(-x)
# Объявление функции y2(x), соответствующей знаменателю
y2=ln(1+x)
# Вычисление отношения производных от числителя и знаменателя
f(x)=y1.diff(x)/y2.diff(x)
# Вычисление предела функции f(x) при x→0
A=f(0)
# Отображение полученного результата
```

A.show()

Результаты вычислений для рассмотренных примеров в Sage представлены на рисунке 3.1:

```
# Предел функции
f(x)=(sqrt(x)-1)/(x-1)
A=limit(f(x),x=1)
A.show()


$$\frac{1}{2}$$


# Предел числовой последовательности
s='sum(x,x,1,n-1), simpsum'
S=SR(sage.calculus.calculus.maxima(s))
f(n)=S/(n^2)
A=limit(f(x),x=infinity)
A.show()


$$\frac{1}{2}$$


# Предел функции по правилу Лопиталья
var('x')
y1=e^x-e^(-x)
y2=ln(1+x)
f(x)=y1.diff(x)/y2.diff(x)
A=f(0)
A.show()




$$2$$

```

Рисунок 3.1 – Пределы функций в Sage

### 3.2 Дифференцирование функций

Для вычисления производной функции  $y = \ln(e^{3x} + 5 \sin 2x)$  используются следующие команды:

```
# Объявление переменных функции
var('x')
# Объявление функции y(x)
y=ln(e^(3*x)+5*sin(2*x))
# Вычисление производной функции y(x) по переменной x
A=y.diff(x)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для вычисления производной функции  $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ , заданной неявно, используются следующие команды:

```
# Объявление переменных функции
var('x')
# Объявление переменной y как функция y(x)
y=function('y',x)
# Объявление функции F(x,y(x))=0
F=x^3+y^3-3*x*y
# Вычисление производной функции y(x) по переменной x
# и отображение полученного результата
show(solve(F.diff(x),y.diff(x)))
```

Для вычисления производной функции  $\begin{cases} x = t^2 - 2t; \\ y = t^2 + 2t \end{cases}$  заданной параметрически, используются следующие команды:

```
# Объявление переменных функций
var('t')
# Объявление функции y(t)
y=t^2-2*t
# Объявление функции x(t)
x=t^2+2*t
# Вычисление производной функции y(x) по переменной x
# через  $y'_x = y'_t / x'_t$ 
A=y.diff(t)/x.diff(t)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для вычисления производной второго порядка функции  $y = (x^2 + x + 1) \cdot \sin x$  используются следующие команды:

```

# Объявление переменных функции
var('x')
# Объявление функции y(x)
y=(x^2+x+1)*sin(x)
# Вычисление производной 2го порядка функции y(x) по переменной x
A=y.diff(x,2)
# Отображение полученного результата
A.show()

```

Результаты вычислений для рассмотренных примеров в Sage представлены на рисунке 3.2:

<pre> # Производная функции var('x') y=ln(e^(3*x)+5*sin(2*x)) A=y.diff(x) A.show() </pre>
$\frac{10 \cos(2x) + 3e^{3x}}{e^{3x} + 5 \sin(2x)}$
<pre> # Производная функции, заданной неявно var('x') y=function('y',x) F=x^3+y^3-3*x*y show(solve(F.diff(x),y.diff(x))) </pre>
$\left[ D[0](y)(x) = -\frac{x^2 - y(x)}{y(x)^2 - x} \right]$
<pre> # Производная функции, заданной параметрически var('t') y=t^2-2*t x=t^2+2*t A=y.diff(t)/x.diff(t) A.show() </pre>
$\frac{t - 1}{t + 1}$
<pre> # Производная второго порядка var('x') y=(x^2+x+1)*sin(x) A=y.diff(x,2) A.show() </pre>
<div style="border: 1px solid gray; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Выполнить</div> $2(2x + 1) \cos(x) - (x^2 + x + 1) \sin(x) + 2 \sin(x)$

Рисунок 3.2 – Дифференцирование функций в Sage

### 3.3 Дифференцирование функций нескольких переменных

Для вычисления производной функции  $z = (5 \cdot x^2 \cdot y - y^3 + 7)^3$  используются следующие команды:

```
# Объявление переменных функции
var('x,y')
# Объявление функции z(x,y)
z=(5*x^2*y-y^3+7)^3
# Вычисление производной функции z(x,y) по переменной x
A=z.diff(x)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для вычисления производной функции  $(y \cdot z)^x = x^{yz}$ , заданной неявно, используются следующие команды:

```
# Объявление переменных функции
var('x,y')
# Объявление переменной z как функция z(x,y)
z=function('z',x,y)
# Объявление функции F(x,y,z(x,y))=0
F=(y*z)^x-x^(y*z)
# Вычисление производной функции z(x,y) по переменной y
# и отображение полученного результата
show(solve(F.diff(y),z.diff(y)))
```

Для вычисления производной функции  $z = 2 \cdot x \cdot y - x$ , где  $x = u^2 + v$ ,  $y = u + v^2$ , используются следующие команды:

```
# Объявление переменных функций
var('u,v')
# Объявление функции y(u,v)
y=u+v^2
# Объявление функции x(u,v)
x=u^2+v
# Объявление функции z(x,y)
z=2*x*y-x
# Вычисление производной функции z(x,y) по переменной u
A=z.diff(u)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для вычисления производной  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$  функции  $z = \arctg(\ln(x + y))$  используются следующие команды:

```

# Объявление переменных функции
var('x,y')
# Объявление функции z(x,y)
z=arctan(ln(x+y))
# Вычисление производной указанного порядка функции z(x,y)
A=((z.diff(x)).diff(y)).simplify()
# Отображение полученного результата
A.show()

```

Для вычисления первого дифференциала функции  $z = \frac{x}{y}$  используются следующие команды:

```

# Объявление переменных функции
var('x,y,dx,dy')
# Объявление функции z(x,y)
z=x/y
# Вычисление первого дифференциала функции z(x,y)
A=z.diff(x)*dx+z.diff(y)*dy
# Отображение полученного результата
A.show()

```

Результаты вычислений для рассмотренных примеров в Sage представлены на рисунке 3.3:

<pre># Производная функции var('x,y') z=(5*x^2*y-y^3+7)^3 A=z.diff(x) A.show()</pre>
$30 (5x^2y - y^3 + 7)^2 xy$
<pre># Производная функции, заданной неявно var('x,y') z=function('z',x,y) F=(y*z)^x-x^(y*z) show(solve(F.diff(y),z.diff(y)))</pre>
$\left[ D[1](z)(x,y) = -\frac{z(x,y)}{y} \right]$
<pre># Производная функции var('u,v') y=u+v^2 x=u^2+v z=2*x*y-x A=z.diff(u) A.show()</pre>
$4(v^2 + u)u + 2u^2 - 2u + 2v$
<pre># Производная второго порядка var('x,y') z=arctan(ln(x+y)) A=((z.diff(x)).diff(y)).simplify() A.show()</pre>
$-\frac{1}{(\log(x+y)^2 + 1)(x+y)^2} - \frac{2 \log(x+y)}{(\log(x+y)^2 + 1)^2 (x+y)^2}$
<pre># Вычисление первого дифференциала функции var('x,y,dx,dy') z=x/y A=z.diff(x)*dx+z.diff(y)*dy A.show()</pre>
<div style="border: 1px solid gray; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">ВЫПОЛНИТЬ</div> $-\frac{dyx}{y^2} + \frac{dx}{y}$

Рисунок 3.3 – Дифференцирование функций нескольких переменных в Sage

### 3.4 Интегрирование функций

Для вычисления интеграла от функции  $\int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2+3}}$  используются следующие

команды:

```
# Объявление функции f(x)
f(x)=x/sqrt(2*x^2+3)
# Вычисление интеграла от функции f(x)
A=integral(f(x),x)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для вычисления несобственного интеграла от функции  $\int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$

используются следующие команды:

```
# Объявление границ интегрирования
a=1
b=3
# Объявление функции f(x)
f(x)=1/(x*sqrt(ln(x)))
# Вычисление несобственного интеграла от функции f(x)
A=limit(integral(f(x),x),x=b)-limit(integral(f(x),x),x=a)
# Отображение полученного результата
show(A)
```

Результаты вычислений для рассмотренных примеров в Sage представлены на рисунке 3.4:

The screenshot shows a SageMath interface with two code blocks and their corresponding results. The first code block defines a function  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x^2+3}}$  and computes its integral, resulting in  $\frac{1}{2} \sqrt{2x^2+3}$ . The second code block defines a function  $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln(x)}}$  and computes an improper integral from  $x=1$  to  $x=3$ , resulting in  $2\sqrt{\log(3)}$ . A 'ВЫПОЛНИТЬ' (Execute) button is visible between the two code blocks.

Рисунок 3.4 – Интегрирование функций в Sage

### 3.5 Дифференциальные уравнения

Для решения дифференциального уравнения  $y'' - 8y' + 7y = 14$  используются следующие команды:

```
# Объявление переменных функции
var('x')
# Объявление переменной y как функция y(x)
y=function('y',x)
# Объявление дифференциального уравнения
DE=y.diff(x,2)-8*y.diff(x)+7*y-14
# Решение дифференциального уравнения
# и отображение полученного результата
show(desolve(DE,[y,x]))
```

Для решения системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - 7x; \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 5y \end{cases}$$

используются следующие команды:

```
# Объявление переменных функции
var('t')
# Объявление переменной y как функция y(t)
y=function('y',t)
# Объявление переменной x как функция x(t)
x=function('x',t)
# Объявление дифференциального уравнения 1
DE1=x.diff(t)-y+7*x==0
# Объявление дифференциального уравнения 2
DE2=y.diff(t)+2*x+5*y==0
# Решение системы дифференциальных уравнений
# и отображение полученного результата
show(desolve_system([DE1,DE2],[x,y]))
```

Результаты вычислений для рассмотренных примеров в Sage представлены на рисунке 3.5:

```

# Дифференциальное уравнение
var('x')
y=function('y',x)
DE=y.diff(x,2)-8*y.diff(x)+7*y-14
show(desolve(DE,[y,x]))

```

$$K_1 e^{(7x)} + K_2 e^x + 2$$

```

# Система дифференциальных уравнений
var('t')
y=function('y',t)
x=function('x',t)
DE1=x.diff(t)-y+7*x==0
DE2=y.diff(t)+2*x+5*y==0
show(desolve_system([DE1,DE2],[x,y]))

```

Выполнить

$$\left[ x(t) = -((x(0) - y(0)) \sin(t) - \cos(t)x(0))e^{(-6t)}, y(t) = -((2x(0) - y(0)) \sin(t) - \cos(t)y(0))e^{(-6t)} \right]$$

Рисунок 3.5 – Дифференциальные уравнения в Sage

### 3.6 Графики функций

Для построения графика функции  $y = \frac{x}{(1+x)^2}$  используются следующие

команды:

```
# Объявление функции y(x)
y(x)=x/((1+x)^2)
# Создание графика функции y(x) в пределах заданных координат
A=plot(y(x),xmin=-2,xmax=1,ymin=-100,ymax=10)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для построения графика функции  $y = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1; \\ 2-x, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$  используются

следующие команды:

```
# Объявление функции f1(x)
f1(x)=2*x
# Объявление функции f2(x)
f2(x)=2-x
# Объявление функции y(x)
y=Piecewise([[ (0,1), f1(x) ], [ (1,2), f2(x) ]])
# Создание графика функции y(x)
A=plot(y)
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для построения графика функции  $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2 \cdot x \cdot y - y^2$  используются следующие команды:

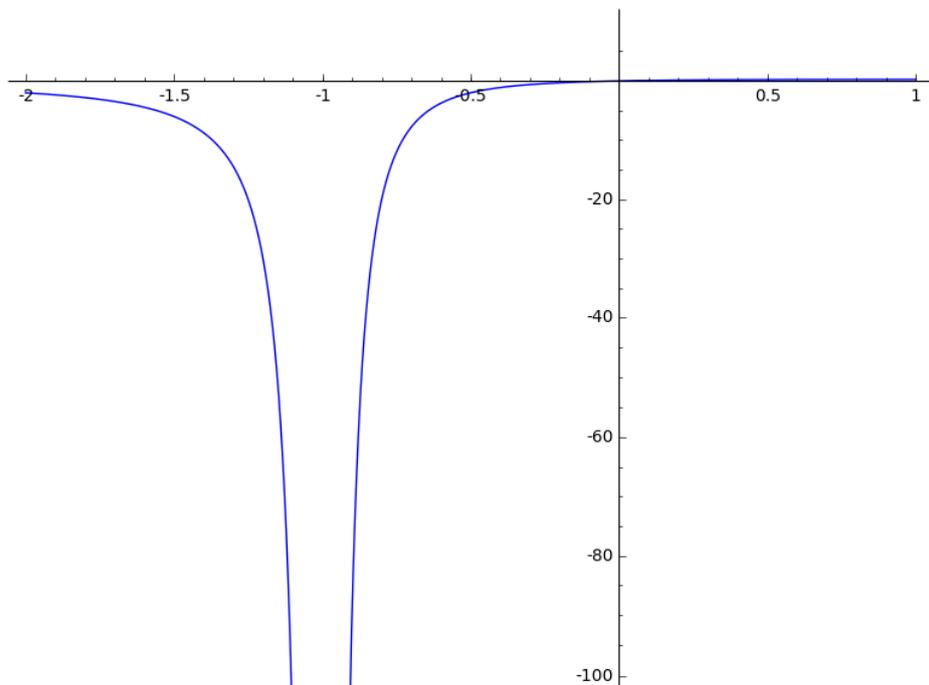
```
# Объявление функции z(x,y)
z(x,y)=x^4+y^4-x^2-2*x*y-y^2
# Создание графика функции z(x,y) в пределах заданных координат
A=plot3d(z(x,y), (x,-1,1), (y,-1,1))
# Отображение полученного результата
A.show()
```

Для нахождения экстремумов функции  $z = x^4 + y^4 - x^2 - 2 \cdot x \cdot y - y^2$  используются следующие команды:

```
# Объявление функции z(x,y)
z(x,y)=x^4+y^4-x^2-2*x*y-y^2
# Нахождение пары точек, в которых частные производные равны нулю
# и отображение полученного результата
show(solve([(z.diff(x))==0, (z.diff(y))==0],x,y))
```

Результаты вычислений для рассмотренных примеров в Sage представлены на рисунках 3.6-3.8:

```
# График функции
y(x)=x/((1+x)^2)
A=plot(y(x),xmin=-2,xmax=1,ymin=-100,ymax=10)
A.show()
```



```
# График функции
f1(x)=2*x
f2(x)=2-x
y=Piecewise([[ (0,1), f1(x) ], [ (1,2), f2(x) ]])
A=plot(y)
A.show()
```

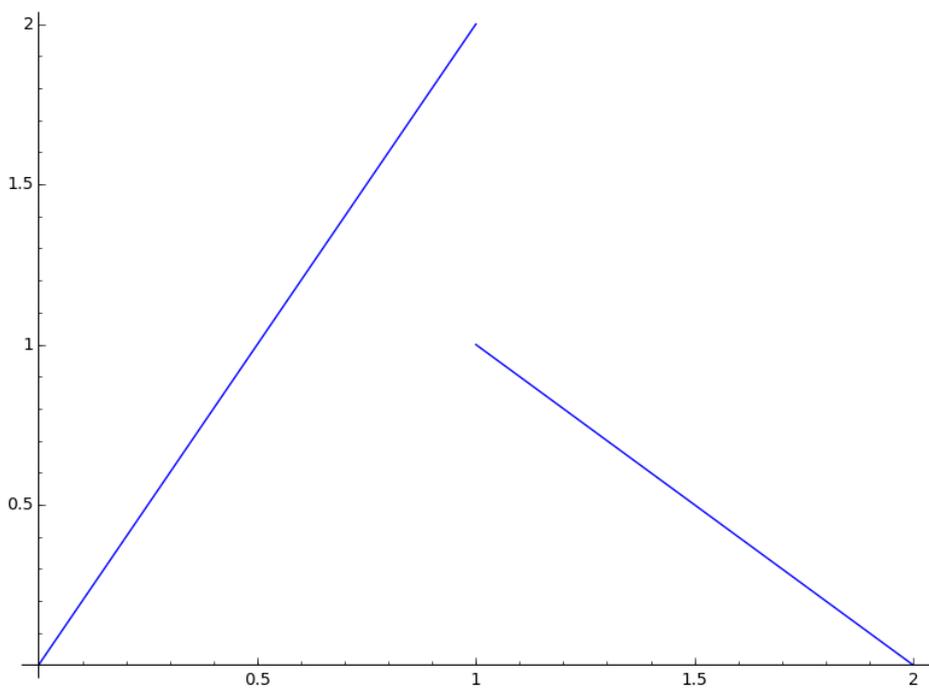


Рисунок 3.6 – Графики функций в Sage

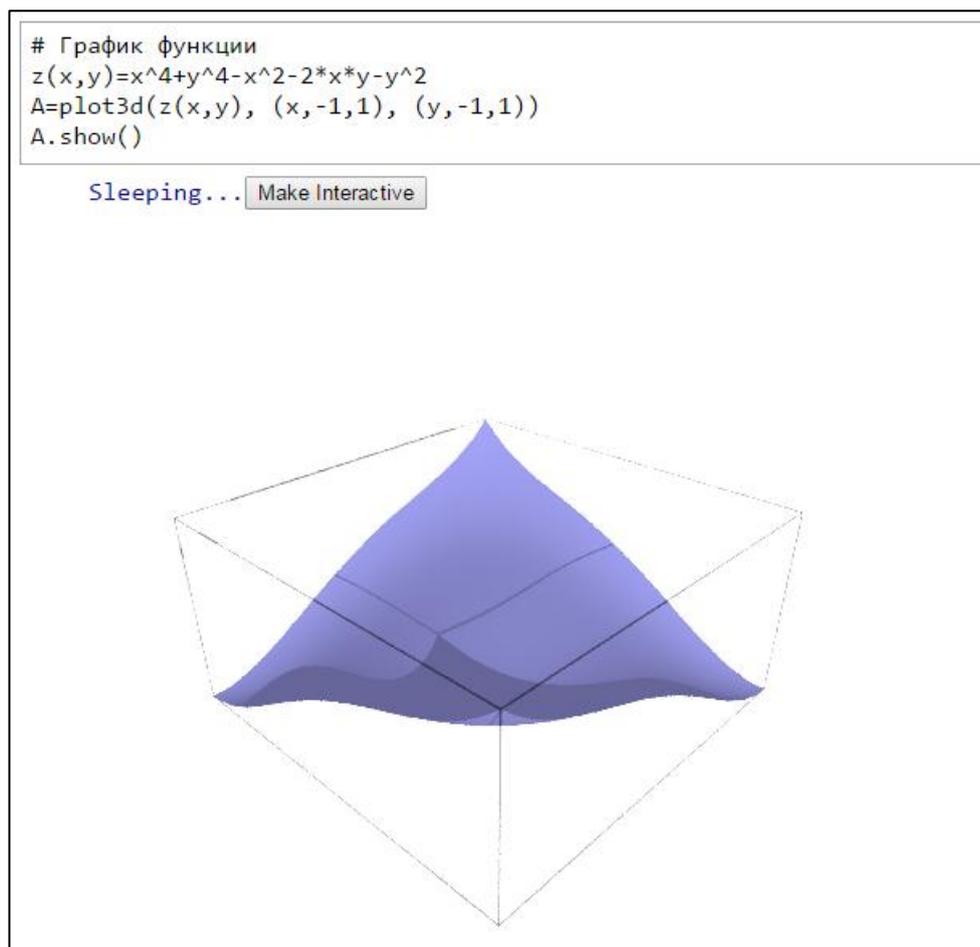


Рисунок 3.7 – Графики функций в Sage

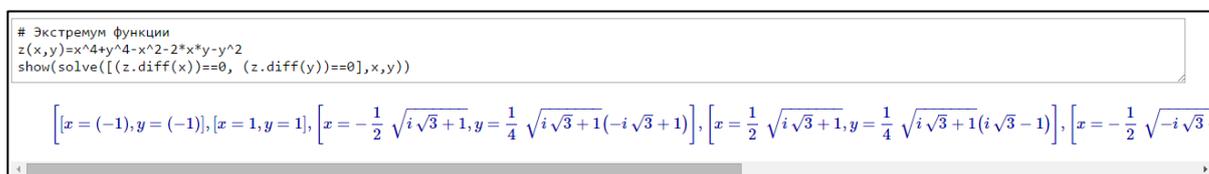


Рисунок 3.8 – Экстремумы функций в Sage

## Литература

1. Симонович С.В. Информатика. Базовый курс. Учебное пособие для студентов вузов. – СПб.: Питер, 2007. – 639 с.
2. Информатика. Базовый курс: учебник (в четырех частях) / А.А. Шелупанов, В.Н. Кирнос; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем. – Томск: В-Спектр, 2007. – 190 с.
3. Информатика. Базовый курс [Текст]: учебник (в четырех частях) / А.А. Шелупанов, В.Н. Кирнос; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем. – Томск: В-Спектр, 2010. – 380 с.
4. Методы вычислений: учебное пособие / В.Н. Кирнос; Федеральное агентство по образованию, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Кафедра комплексной информационной безопасности электронно-вычислительных систем. - Томск : ТМЦДО, 2008. - 74 с.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. — Ч. 1: Тридцать шесть лекций. — 6-е изд. — М.: Айрис-Пресс, 2006. — 279 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Пример варианта заданий на учебную практику

#### Учебная практика

#### Вариант №1

1. Найти предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n}$ .
2. Найти пределы функций
  - a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7}$ ;
  - b)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$ ;
  - c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ ;
  - d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2+x}{3-x} \right)^x$ ;
  - e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$ .
3. Используя правило Лопиталья вычислить пределы:
  - a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}$
  - b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$ .
4. Найти производные следующих функций:
  - a)  $y = e^{\frac{1}{\cos x}}$
  - b)  $y = 3^{2^x}$
  - c)  $x^y - y^x = 0$
  - d)  $\begin{cases} x = \sqrt[3]{1 - \sqrt{t}}; \\ y = \sqrt{1 - \sqrt[3]{t}} \end{cases}$
5. Вычислить производную второго порядка функции:  $y = \sin x \cdot e^{-x}$ .
6. Построить график и исследовать функцию на непрерывность, классифицировать точки разрыва:
  - a)  $y = \begin{cases} e^x, & x < 0; \\ x, & 0 \leq x \end{cases}$
  - б)  $y = \frac{1}{\ln x}$ .
7. Построить график функции  $y = (1 + x^2) \cdot e^{-x^4}$  и провести полное исследование графика.
8. Найти частные производные функции  $z = x^2 \cdot y - y^2 \cdot x$ , где  $x = u \cdot \sin v$ ,  
 $y = v \cdot \cos u$ .

9. Найти частные производные функции  $z(x, y)$  заданной неявно

$$z^2 + \frac{2}{x} - \sqrt{y^2 - z^2} = 0.$$

10. Найти первый дифференциал функции  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

11. Найти частную производную указанного порядка  $\frac{\partial^3}{\partial x \partial y \partial z}$  функции

$$u = \ln(x \cdot z) + y^3 \cdot z.$$

12. Найти экстремумы функции  $z = x^2 - x \cdot y + y^2 + 9 \cdot x - 6 \cdot y + 20$ .

13. Вычислить интегралы:

$$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 + 1}}; \int \frac{\cos 2x}{(2 + 3 \sin 2x)^3} dx; \int \frac{dx}{\cos^2 x (3 \operatorname{tg} x + 1)}; \int \frac{e^{2x} dx}{e^{2x} + 2}$$

14. Вычислить несобственные интегралы

$$1) \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^5}}; \quad 2) \int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+x^2)};$$

15. Решить дифференциальные уравнения

$$1) y'' \sin x = (1 + y') \cos x$$

$$2) y^4 - y^3 y'' = 1$$

$$3) y'' - 3y' + 2y = 8 \cos 2x$$

$$4) y'' + y' = \frac{1}{1 + e^x}$$

$$5) \frac{dx}{dt} = 2x + y$$

$$\frac{dy}{dt} = 3y - 2x$$

16. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

$$1) y^2 = 3x, \quad x^2 = 3y;$$

$$2) \rho = 0,5 + \cos \varphi.$$

17. Вычислить длины кривых:

$$1) \begin{cases} x = 8\sin t + 6\cos t, \\ y = 6\sin t - 8\cos t, \end{cases} \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}]; \quad 2) y^2 = (x+1)^3, \quad 0 \leq x \leq 3.$$

18. Найти объем тела, образованного вращением фигуры,

вокруг оси  $OX$ , ограниченной линиями:

$$\begin{cases} (y-1)^2 = x, \\ y = 2, \quad x = 0. \end{cases}$$

19. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 4x + x^2; \quad y = x + 4.$$

20. Найти объем тела, ограниченного конусом:  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  и параболоидом:

$$z = x^2 + y^2. \quad (\text{Перейти в цилиндрическую систему координат.})$$

21. Вычислить массу тела, занимающего область

$$V : \{4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\},$$

если  $\gamma = xz$  - объемная плотность.