

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

**Кафедра компьютерных систем в управлении
и проектировании (КСУП)**

В.Ф. Отчалко

Измерительная техника и датчики

**Учебно-методическое пособие
по практическим занятиям магистров
направления подготовки
27.04.04 Управление и автоматизация
технологических процессов и производств**

2016

Корректор: Коцубинский В. П.

Отчалко В.Ф.

Измерительная техника и датчики для магистрантов направления подготовки 27.04.04 Управление и автоматизация технологических процессов и производств: методические указания по практическим занятиям. — Томск: каф. КСУП, ТУСУР, 2016. — 28 с.

© Отчалко В.Ф.

© Кафедра КСУП ТУСУР, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
Часть I. Задания для практических занятий	5
1 Основы метрологии.....	5
1.1 Примеры решения задач	5
2 Основы теории погрешностей.....	5
2.1 Примеры решения задач	5
3 Обработка результатов измерений	10
3.1 Примеры решения задач	10
3.2 Задачи для самостоятельного решения.....	14
4. Осциллографические измерения.	15
4.1 Примеры решения задач	15
4.2 Задачи для самостоятельного решения.....	18
Литература по разделу	19
Часть II. Сборник заданий к практическим занятиям для самостоятельного решения	20
Тема 1. Систематические погрешности	20
Тема 2. Случайные погрешности.....	20
Тема 3. Погрешности СИ.....	20
Тема 4. Обработка многократных равноточных измерений.....	21
Тема 5. Обработка косвенных измерений.....	21
Тема 6. Суммирование погрешностей.....	21
Тема 7. Поверка, калибровка.....	22
Тема 8. Цифровые измерительные приборы	22
Тема 9. Осциллографические измерения.....	23
Литература по разделу	24
Приложение 1	25
Приложение 2	27
Приложение 2	28

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для успешного проведения практических занятий по дисциплине «Измерительная техника и датчики» (ИТиД).

На практических занятиях обсуждаются и закрепляются путем решения задач, обсуждения различных вопросов дисциплины, путем проведения дискуссий основные положения курса и проводится текущий контроль знаний студентов в виде контрольных работ, тестов, опросов, проверки конспектов и т.д.

В пособии даны методические указания и сборник задач к практическим занятиям по основным темам теоретического курса.

Пособие состоит из двух частей. В первой части приведен необходимый минимум задач по основным темам дисциплины, даны методические указания по их решению, приведен минимальный набор задач для самостоятельного решения.

Во второй части пособия приведен более обширный сборник задач, предназначенных для самостоятельного решения. Все задания разбиты на 9 отдельных тем. В первом разделе (теме) рассматриваются систематические погрешности. Второй раздел посвящен анализу случайных погрешностей, требующих для решения уверенного знания элементов теории вероятности. В третьем разделе рассматриваются вопросы оценки инструментальных погрешностей. Четвертый раздел посвящен вопросам обработки многократных равнозначных измерений. В пятом разделе приводятся задачи по обработке косвенных измерений. В шестом разделе даны задачи по правилам суммирования погрешностей. Седьмой раздел посвящен вопросам поверки и калибровки средств измерений. В восьмом разделе рассматриваются цифровые измерительные приборы. В девятом разделе даны задачи по осциллографическим методам измерения параметров электрических сигналов.

Самостоятельное решение этого набора задач позволяет достичь уверенного знания и практического применения материала указанных тем дисциплины.

Часть I. Задания для практических занятий

1 Основы метрологии

1.1 Примеры решения задач

Задача 1

Определяется ток в цепи в соответствии с законом Ома $I=U/R$, для чего используются вольтметр для измерения напряжения U и омметр для измерения сопротивления R . Измерения проводятся в одинаковых условиях, т.е. считается, что ЭДС источника питания и все влияющие величины (температура, влажность и т.д.) постоянны в течение времени измерения. Измерение проводится один раз.

Классифицировать вид и метод измерения каждой из величин.

Решение задачи

Измерения U и R – прямые (их значения устанавливаются по индикаторам соответствующих приборов непосредственно в ходе измерительного эксперимента), однократные (измерения проводятся один раз), статические (ЭДС источника и сопротивление постоянны), абсолютные (результаты измерений получаются в соответствующих единицах ФВ).

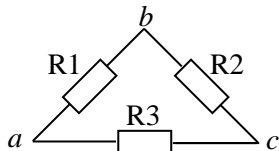
Измерение I – косвенное (определяется на основании известной зависимости по результатам прямых измерений других величин U и R), однократное, статическое, абсолютное.

Так как измерения не связаны с передачей размера единицы ФВ и производятся рабочими СИ, то все измерения технические.

Напряжение и сопротивление измеряются методом непосредственной оценки, т.к. результаты измерений определяются непосредственно по отсчетным устройствам приборов.

1.2. Задачи для самостоятельного решения

- 1) Резисторы R_1 , R_2 , R_3 соединены треугольником (см. рисунок). При измерении этих сопротивлений омметр подключается к точкам a и b , затем к точкам b и c , а далее к точкам a и c . При этом получены следующие значения $R_{ab} = 1,5 \text{ кОм}$, $R_{bc} = 2 \text{ кОм}$, $R_{ac} = 1,8 \text{ кОм}$.



Определить R_1 , R_2 , R_3 , классифицировать вид измерений, применяемый в данном случае.

- 2) Милливольтметр со шкалой на $N=150$ делений имеет сопротивление $R_V=10 \text{ Ом}$ и чувствительность к току $S_I = 20 \text{ дел / мА}$.

Определить чувствительность к напряжению S_U , цену деления шкалы прибора ΔU и верхний предел измерений $U_{i_{\text{max}}}$.

- 3) Известно, что температурная зависимость электрического сопротивления металлического проводника выражается формулой $R_t = R_0(1 + At + Bt^2)$. Какой вид измерения необходимо применить для определения величин R_0 , A , B .

2 Основы теории погрешностей.

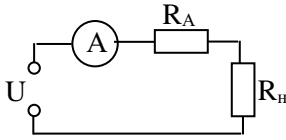
2.1 Примеры решения задач

Задача 1

В цепи, содержащей идеальный источник напряжения U (внутреннее сопротивление $R_i=0$) и сопротивление нагрузки R_n , измеряется сила тока амперметром с внутренним сопротивлением R_A . Амперметр измеряет силу тока абсолютно точно.

Определить абсолютную и относительную погрешность измерения тока за счет конечного значения R_A . Классифицировать измерение и погрешность измерения. Определить величину поправки, необходимой для устранения погрешности измерения.

Решение задачи



По определению абсолютная погрешность измерения

$$\Delta I = I_{изм} - I_{ист}.$$

В данном случае видно, что

$$I_{изм} = \frac{U}{R_A + R_n},$$

а $I_{ист} = \frac{U}{R_n}$ (ток, который протекал в цепи до включения в нее амперметра), тогда

$$\Delta I = \frac{U}{R_A + R_n} - \frac{U}{R_n} = -\frac{U}{R_n} \cdot \frac{R_A}{(R_A + R_n)}.$$

$$\text{Относительная погрешность } \delta = \frac{\Delta I}{I_{ист}} = -\frac{R_A}{R_A + R_n} = -\frac{1}{1 + \frac{R_n}{R_A}}.$$

Отсюда следует общеизвестный вывод: для обеспечения малой методической погрешности измерения амперметр должен обладать малым сопротивлением, т.е. должно выполняться условие $R_A \ll R_n$.

Погрешность измерения является в данном случае **методической**, т.к. обусловлена неидеальностью метода измерения (по условию задачи амперметр измеряет силу тока абсолютно точно, т.е. инструментальные погрешности отсутствуют); **систематической** (т.к. при многократных измерениях погрешность остается постоянной). Само измерение можно классифицировать как **прямое, непосредственной оценки, абсолютное, однократное, статическое**.

Поправка A_R , необходимая для устранения систематической погрешности, представляет собой абсолютную погрешность, взятую с противоположным знаком, т.е.

$$A_R = -\Delta I = \frac{U}{R_n} \cdot \frac{R_A}{(R_A + R_n)}.$$

Задача 2

Миллиамперметр с пределом измерения $I_{иск} = 100 \text{ мА}$ показал результат измерения тока $I_{изм} = 76 \text{ мА}$. При этом известно, что действительное значение $I_{ист} = 75 \text{ мА}$. Определить абсолютную, относительную и приведенную погрешности измерения.

Решение задачи

Известно, что абсолютная погрешность $\Delta I = I_{изм} - I_{ист}$, но т.к. истинное значение ФВ мы никогда не можем знать, то в метрологии истинное значение при всех вычислениях заменяют действительным значением, т.е.

$$\Delta I = I_{изм} - I_{ист} = (76 - 75) \text{ мА} = 1 \text{ мА}.$$

Относительная погрешность

$$\delta = \frac{\Delta I}{I_{ист}} = \frac{\Delta I}{I_{ист}} = \frac{1}{75} = 0,013 = 1,3 \%$$

Приведенная относительная погрешность по определению: $\delta_{пр} = \frac{\Delta I}{I_{нормир}} = \frac{\Delta I}{I_{иск}} = \frac{1}{100} = 0,01 = 1 \%$.

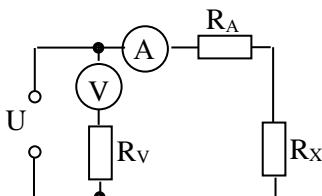
Задача 3

Методом амперметра-вольтметра по приведенной схеме измеряется сопротивление R_x .

Показания приборов:

$$I_A = 0,03 \text{ А}; \quad U_V = 9 \text{ В};$$

$$R_A = 3 \text{ Ом}; \quad R_V = 10 \text{ кОм}.$$



Определить:

- 1) результат измерения;
- 2) абсолютную и относительную методические погрешности измерения;
- 3) исправленный результат измерения.

Решение задачи

Результат измерения в соответствии с указанным методом определяется на основании закона Ома по показаниям приборов

$$R_{x \text{ изм}} = \frac{U_V}{I_A} = \frac{9}{0,03} = 300 \text{ Ом}.$$

Абсолютная методическая погрешность измерения

$$\begin{aligned} \Delta R &= R_{x \text{ изм}} - R_{x \text{ ист}} = \frac{U_V}{I_A} - R_{x \text{ ист}} = \frac{U_A + U_X}{I_A} - R_{x \text{ ист}} = \\ &= \frac{U_A}{I_A} + \frac{U_X}{I_A} - R_{x \text{ ист}} = \frac{U_A}{I_A} + R_{x \text{ ист}} - R_{x \text{ ист}} = \frac{U_A}{I_A} = R_A = 3 \text{ Ом}, \end{aligned}$$

где U_X и U_A - падения напряжения на R_X и R_A соответственно, а I_X - ток через R_X .

Относительная методическая погрешность измерения

$$\delta = \frac{\Delta R}{R_{x \text{ ист}}}.$$

Найдем $R_{x \text{ ист}}$, это исправленный результат измерения с учетом внесенной поправки

$$A_R = -\Delta R = -R_A = 3 \text{ Ом}, \text{ тогда}$$

$$R_{x \text{ ист}} = R_{x \text{ изм}} + A_R = (300 - 3) \text{ Ом} = 297 \text{ Ом и}$$

$$\delta = \frac{\Delta R}{R_{x \text{ ист}}} = \frac{3}{297} \cdot 100 \% = 1,01 \%.$$

Задача 4

При обработке результатов измерений напряжения получены следующие оценки погрешности: систематическая погрешность $\Delta U_{\text{сист}} = +20 \text{ мВ}$; среднеквадратическая погрешность $S = 40 \text{ мВ}$. Случайная погрешность распределена по нормальному закону.

Определить вероятность того, что результат измерения отличается от истинного значения ФВ не более чем на $\Delta U = \pm 100 \text{ мВ}$. Решить задачу для двух случаев:

- 1) систематическая погрешность из результата измерения не устраняется;
- 2) систематическая погрешность устраняется.

Решение задачи

1) Первый вариант задачи.

Понятно, что истинное значение измеряемой величины имеет погрешность, равную нулю, т.е. необходимо определить вероятность попадания погрешности в интервал $\Delta U_n = -100$, $\Delta U_g = +100 \text{ мВ}$ относительно нуля. Кроме того, известно, что систематическая погрешность представляет собой математическое ожидание реального закона распределения погрешности, т.е. $M[\Delta U] = \Delta U_{\text{сист}} = +20 \text{ мВ}$. Вероятность попадания в требуемый интервал определяется выражением

$$P[\Delta U_n < \Delta U < \Delta U_g] = \int_{\Delta U_n}^{\Delta U_g} p(x) dx,$$

а для нормального закона распределения

$$\begin{aligned} P &= F\left(\frac{\Delta U_g - M}{S}\right) - F\left(\frac{\Delta U_n - M}{S}\right) = \\ &= F\left(\frac{100 - 20}{40}\right) - F\left(\frac{-100 - 20}{40}\right) = F(2) - F(-3), \end{aligned}$$

где F - интегральная функция нормированного нормального распределения. Из соответствующей таблицы 1 **Приложения** найдем, что $F(2) = 0,9773$; $F(-3) = 0,00135$, тогда

$$P = 0,9773 - 0,00135 = 0,97595.$$

2) Второй вариант задачи.

При устранении систематической погрешности математическое ожидание становится равным нулю, т.е. $M[\Delta U] = 0$ и интервал становится симметричным, т.е. $\Delta U = \pm 100$ мВ. Тогда

$$P = F\left(\frac{+100}{40}\right) - F\left(\frac{-100}{40}\right) = 0,9938 - 0,0062 = 0,9876.$$

Задача 5

При измерении сопротивления получены следующие оценки результата измерения и погрешностей: $\bar{R} = 152,84$ Ом, составляющие НСП $\theta_1 = 1,2$ Ом; $\theta_2 = 1,0$ Ом; $\theta_3 = 0,8$ Ом, составляющие нормально распределенной случайной погрешности $S_1 = 0,8$ Ом; $S_2 = 0,6$ Ом.

Записать результат измерения при доверительной вероятности $P_d = 0,95$.

Решение задачи

Для определения общей погрешности измерения необходимо просуммировать отдельно составляющие систематической погрешности θ_i , отдельно составляющие случайной погрешности S_i и затем сложить полученные суммарные значения НСП и случайной погрешности в соответствии с правилами суммирования погрешностей. Тогда границы систематической погрешности

$$\theta_{\Sigma}(P_d) = k(P_d) \sqrt{\sum_{i=1}^3 \theta_i^2} = k(0,95) \sqrt{\theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2} =$$

$$= 1,1 \sqrt{1,2^2 + 1,0^2 + 0,8^2} = 1,95 \text{ Ом, а СКП систематической погрешности}$$

$$S_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \frac{\theta_i^2}{3}} = \sqrt{\frac{1,2^2 + 1,0^2 + 0,8^2}{3}} = \sqrt{\frac{3,08}{3}} = 1.$$

В условии задачи отсутствует указание величин коэффициента корреляции, следовательно, составляющие случайной погрешности некоррелированы (независимы) и суммарная СКП:

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^2 S_i^2} = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} = \sqrt{0,8^2 + 0,6^2} = 1 \text{ Ом}$$

Границы доверительного интервала случайной погрешности $\varepsilon_{\Sigma} = t_{\alpha}(P_d) \cdot S_{\Sigma} = 1,96 \cdot 1 = 1,96$, где $t_{\alpha}(P_d)$ - коэффициент нормального закона распределения.

Далее необходимо сложить систематическую и случайные составляющие погрешности. Сначала определяем соотношение

$$\frac{\theta_{\Sigma}}{S_{\Sigma}} = \frac{1,95}{1} = 1,95, \text{ т.е. } 0,8 < \frac{\theta_{\Sigma}}{S_{\Sigma}} < 8. \text{ Тогда}$$

$$\Delta R_{\text{общ}}(P_d) = K_{\Sigma} \cdot S_{\text{общ}}, \text{ где } K_{\Sigma} = \frac{\varepsilon_{\Sigma} + \theta_{\Sigma}}{\varepsilon_{\Sigma} + S_{\theta}} = \frac{1,96 + 1,95}{1 + 1} = 1,95.$$

$$S_{\text{общ}} = \sqrt{S_{\Sigma}^2 + S_{\theta}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,41 \text{ и}$$

$$\Delta R_{\text{общ}}(0,95) = 1,95 \cdot 1,41 = 2,7495 \text{ Ом.}$$

Результат измерения с учетом правил округления погрешности и результата запишется в следующем виде

$$R = \bar{R} \pm \Delta R_{\text{общ}}, P_d, \text{ т.е.}$$

$$R = (152,8 \pm 2,7) \text{ Ом, } P_d = 0,95.$$

Задача 6

Проведено 10 измерений емкости конденсатора. Получена оценка математического ожидания $\bar{C} = 125,54$ нФ; СКП отдельного измерения $S = 1,2$ нФ. Определить границы доверительного интервала погрешности при доверительной вероятности $P_d = 0,95$. Записать результат измерения.

Решение задачи

Границы доверительного интервала погрешности результата многократных измерений при заданной P_d и n определяются выражением

$\varepsilon_{\bar{x}}(P_D) = t_s(P_D, n) \cdot S_{\bar{x}} = t_s(P_D, n) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$, где $t_s(P_D, n)$ - коэффициент Стьюдента, (находится из таблицы Приложения); $S_{\bar{x}}$ - СКП результата измерения; S - СКП отдельного измерения. Применительно к нашей задаче имеем

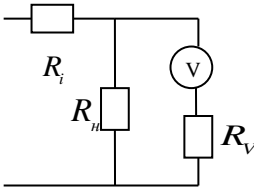
$$\varepsilon_{\bar{c}}(P_D = 0,95) = t_s(0,95; 10) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 2,262 \cdot \frac{1,2}{\sqrt{10}} = 0,859 \text{ нФ}.$$

Результат измерения может быть записан в следующем виде $C = \bar{C} \pm \varepsilon_{\bar{c}}$; $P_D = \dots$; $n = \dots$, тогда с учетом правил округления погрешности и результата измерения

$$C = (125,5 \pm 0,9) \text{ нФ}; P_D = 0,95; n = 10.$$

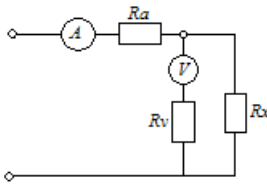
4.2.2 Задачи для самостоятельного решения

1. В цепи, содержащей источник напряжения U с внутренним сопротивлением R_i и сопротивлением нагрузки R_n , измеряется падение напряжения на сопротивлении R_n вольтметром V с внутренним (входным) сопротивлением R_v .



Определить абсолютную и относительную погрешности измерения за счет конечного значения R_v . Классифицировать измерение и погрешность. Определить поправку, необходимую для устранения погрешности.

2. Методом амперметра-вольтметра по приведенной схеме измеряется сопротивление R_x . Показания приборов $U_v = 10 \text{ В}$, $I_A = 1 \text{ А}$, $R_A = 10 \text{ Ом}$, $R_v = 10000 \text{ Ом}$.

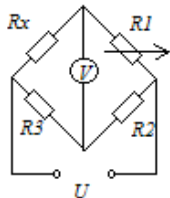


Определить результат измерения, абсолютную и относительную погрешности измерения, исправленный результат измерения.

3. Известно, что для случайной погрешности измерения силы тока, равномерно распределенной с нулевым математическим ожиданием, границы доверительного интервала при доверительной вероятности $P_D = 0,8$ равны $\pm 10 \text{ мА}$.

Определить максимально возможные границы интервала погрешности и среднеквадратическое отклонение погрешности.

4. Сопротивление R_x измеряется мостовым методом.



В четырехплечем мосту номинальные значения резисторов $R_2 = R_3 = 100 \text{ Ом}$. При равновесии моста сопротивление образцового резистора $R_1 = 100,8 \text{ Ом}$. После перемены R_x и R_1 местами (для устранения погрешности за счет отклонения реальных значений R_2 и R_3 от их номинальных значений) равновесие моста достигается при $R_1^* = 100,2 \text{ Ом}$.

Определить действительные значения R_x и соотношения R_2 / R_3 , классифицировать измерение, метод измерения и метод устранения погрешности.

5. При многократных измерениях сопротивления резистора с объемом выборки $n = 12$, получена оценка СКП отдельного измерения $S = 10 \text{ Ом}$. Определить границы доверительного интервала погрешности результата измерений $\bar{R} = 252,73 \text{ Ом}$ при доверительной вероятности $P_D = 0,95$. Записать результат измерения.

6. При измерении напряжения милливольтметром с СКП $S = 1,0 мВ$ по результатам 10 наблюдений получены границы доверительного интервала погрешности $\varepsilon_{\bar{U}} = \pm 0,8 мВ$. Сколько потребуется наблюдений для обеспечения такой же погрешности при той же доверительной вероятности при использовании другого прибора с СКП $S = 1,5 мВ$?

7. При измерении силы тока получено: $\bar{I} = 10,2$ мА; составляющие случайной погрешности $S_1 = 0,5$ мА, $S_2 = 0,6$ мА, $S_3 = 0,4$ мА; составляющие систематической погрешности $\theta_1 = 1$ мА, $\theta_2 = 0,5$ мА. Записать результаты измерения при $P_d = 0,9$.

3 Обработка результатов измерений

3.1 Примеры решения задач.

Задача 1

Измерения напряжения производятся тремя вольтметрами с одинаковым пределом шкалы $U_{\text{шк}} = 10 В$. Все три вольтметра при измерении показали один и тот же результат $U_{\text{изм}} = 7 В$. Классы точности приборов различны и обозначены следующим образом: 2,0; $\textcircled{2,0}$; 2,0/1,0.

Определить погрешности измерения напряжения каждым вольтметром и записать результаты измерений.

Решение задачи.

Для первого вольтметра абсолютная основная погрешность (границы интервала погрешности) определяется выражением $\Delta U_1 = \frac{\gamma_1 \cdot U_{\text{шк}}}{100\%} = \frac{2,0 \cdot 10}{100} = 0,2 В$. Результат измерения запишется как

$$U_{\text{изм}1} = (7 \pm 0,2) В.$$

Для второго вольтметра погрешность $\Delta U_2 = \frac{\gamma_2 \cdot U_{\text{изм}}}{100\%} = \frac{2,0 \cdot 7}{100} = 0,14 В$. А результат

$$U_{\text{изм}2} = (7 \pm 0,14) В.$$

Для третьего вольтметра относительная погрешность

$$\delta = c + d(U_{\text{шк}} / U_{\text{изм}} - 1) = 2,0 + 1,0(10/7 - 1) = 2,429\% \quad (c \text{ и } d \text{ имеют размерность } \%).$$

Абсолютная погрешность $\Delta U = \frac{\delta \cdot U_{\text{изм}}}{100\%} = \frac{2,429 \cdot 7}{100} = 0,17 В$. Результат измерения $U_{\text{изм}3} = (7 \pm 0,17) В$.

Задача 2.

При измерении напряжения вольтметр класса точности $\gamma = 1,0$ с пределом шкалы $U_{\text{шк}} = 100 В$ показал $U_{\text{изм}} = 85,92 В$. Измерение проводилось при температуре $t^0 = 50^0 С$ и напряжении питания прибора $U_{\text{пит}} = 240 В$.

Из нормативно-технической документации на прибор известно: нормальные условия эксплуатации прибора $t_0^0 = 20^0 С$; $U_{\text{пит}} = 220 В$; дополнительная температурная погрешность не превышает половины основной при изменении температуры на каждые $20^0 С$; дополнительная погрешность за счет напряжения питания не превышает основной при изменении напряжения питания на каждые $10 В$.

Записать результат измерения.

Решение задачи

Запись результата измерения должна содержать сам результат, погрешность результата и вероятность этой погрешности. Результат измерения известен, следовательно, необходимо определить общую (полную, эксплуатационную) погрешность измерения. Она будет состоять из основной погрешности (определяется классом точности) и двух дополнительных погрешностей (за счет отклонения температуры и напряжения питания от нормальных значений).

$$\text{Основная погрешность, согласно обозначению класса точности, } \Delta U_{\text{осн}} = \frac{\gamma \cdot U_{\text{шк}}}{100} = \frac{1,0 \cdot 100}{100} = 1 В.$$

Дополнительная температурная погрешность

$$\Delta U_{\text{доп1}} = K_t \cdot \Delta U_{\text{осн}} \frac{t_{\text{изм}}^0 - t_0^0}{t_{\text{нормир}}^0} = 0,5 \cdot 1 \cdot \frac{50 - 20}{20} = 0,75 \text{ В}.$$

Здесь коэффициент влияния $K = 0,5$ (из условия – «половины основной»), $t_{\text{нормир}}^0 = 20^0 \text{ C}$ (из условия – «на каждые 20^0 C »). Аналогично, дополнительная погрешность за счет напряжения

$$\Delta U_{\text{доп,пит}} = K_{\text{пит}} \cdot \Delta U_{\text{осн}} \frac{U_{\text{пит,изм}} - U_{\text{пит0}}}{U_{\text{пит,норм}}} = 1 \cdot 1 \cdot \frac{240 - 220}{10} = 2 \text{ В}.$$

Далее необходимо просуммировать все эти составляющие погрешности, чтобы получить общую погрешность измерения. Известно, что основная погрешность, определяемая паспортными характеристиками прибора, представляет собой границы интервала погрешности и считается распределенной равномерно. В этом случае, согласно правилам суммирования погрешностей,

границы интервала полной погрешности определяются выражением $\theta_{\Sigma}(P_D) = k(P_D) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \theta_i^2}$, где

$k(P_D)$ - коэффициент, зависящий от выбранной доверительной вероятности P_D , а θ_i - границы интервалов отдельных составляющих погрешности. Доверительная вероятность нам в условии задачи не задана, следовательно необходимо воспользоваться известными рекомендациями, считая, что данные измерения представляют собой обычные технические электрорадиоизмерения. Тогда рекомендуемое $P_D = 0,95$ и $k(0,95) = 1,1$.

Применительно к нашей задаче полная погрешность измерения

$$\Delta U_{\text{общ}}(0,95) = k(0,95) \sqrt{\sum_{i=1}^3 \Delta U_i^2} = 1,1 \sqrt{\Delta U_{\text{осн}}^2 + \Delta U_{\text{доп1}}^2 + \Delta U_{\text{доп,пит}}^2} \text{ или}$$

$$\Delta U_{\text{общ}} = 1,1 \sqrt{1^2 + 0,75^2 + 2^2} = 2,5943 \text{ В}.$$

Результат измерения, с учетом правил округления, $U_{\text{изм}} = (85,9 \pm 2,6) \text{ В}; P_D = 0,95$.

Задача 3.

При многократных измерениях сопротивления резистора получены следующие результаты: 10; 10,1; 10,2; 9,8; 9,9; 10; 9,9; 10,1; 10,8; 10 Ом.

Записать результат измерения при доверительной вероятности 0,95.

Решение задачи.

Подсчитываем количество наблюдений: $n = 10$. Так как при $n < 15 - 20$ невозможно идентифицировать закон распределения, то этот пункт из стандартного алгоритма обработки многократных измерений опускаем. Используем упрощенный алгоритм обработки, который начинается с пункта:

$$1). \text{ Удаление промахов. Условие промаха } \left| \frac{X_i - \bar{X}}{S} \right| > t_{\text{сп}}(P_D, n)$$

где X_i - подозрительный на наличие промаха результат измерения из полученной выборки; $t_{\text{сп}}(P_D, n)$ - коэффициент допустимых нормированных отклонений (границы интервала цензурирования), выбирается при заданных P_D и n из таблицы 3 Приложения. Определяем для

$$\text{нашей задачи } \bar{R} = \sum_{i=1}^{10} \frac{R_i}{10} = 10,08 \text{ Ом}; S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (R_i - \bar{R})^2}{10 - 1}} = 0,27 \text{ Ом}.$$

Зададимся доверительной вероятностью $P_D = 0,95$ (рекомендуется брать 0,9-0,99) и из таблицы 3 Приложения найдем $t_{\text{сп}}(0,95; 10) = 2,414$. Промахи удаляют итеративно, по одному. Начинают

проверку R_i с величины, наиболее отстоящей от \bar{R} . В нашей задаче это $R_i = 10,8$. Тогда $\frac{10,8 - 10,08}{0,27} = 2,667 > t_{\text{сп}} = 2,414$. Условие промаха выполняется, то есть $R_i = 10,8$ - промах. Его удаляем

из ряда многократных измерений. Теперь $n = 9$. Продолжаем проверку на наличие промахов.

Пересчитываем вновь значения $\bar{R} = \sum_{i=1}^9 \frac{R_i}{9} = 10 \text{ Ом}$ и $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (R_i - \bar{R})^2}{9-1}} = 0,123 \text{ Ом}$. Опять находим наиболее удаленные от \bar{R} значения R_i . Это 9,8 и 10,2, причем они равноудалены от \bar{R} . Проверяем, являются ли они промахами. По таблице определяем новые границы цензорского интервала $t_{ep}(0,95;9) = 2,349$. Условие промаха $\left| \frac{10,2-10}{0,123} \right| = 1,626 < 2,349$ не выполняется, то есть $R_i = 10,2$, и $R_i = 9,8$ (т.к. цензорский интервал симметричен) не являются промахами. Все остальные R_i расположены к \bar{R} еще ближе, следовательно, тем более не являются промахами, их индивидуальная проверка нецелесообразна.

2). *Результат измерения, погрешность.* За результат измерения принимается среднее арифметическое ряда наблюдений без промахов $\bar{R} = 10 \text{ Ом}$. Границы доверительного интервала погрешности $\varepsilon = t_s(P_d, n) \cdot S_{\bar{R}} = t_s(P_d, n) \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$. Здесь $t_s(P_d, n)$ - коэффициент Стьюдента, выбирается

из таблицы 4 Приложения. В нашем случае $t_s(0,95,9) = 2,306$. Тогда $\varepsilon = 2,306 \cdot \frac{0,123}{\sqrt{9}} = 0,0943 \text{ Ом}$.

Результат измерения в соответствии с правилами представления результата запишем следующим образом: $R_{изм} = (10 \pm 0,09) \text{ Ом}; P_d = 0,95; n = 9$.

Задача 4.

Определить результат и погрешность косвенного измерения напряжения $U = I \frac{(R_1 - R_2)^2}{R_3} - U_0$ по результатам прямых измерений: $R_1 = (100 \pm 1) \text{ Ом}; R_2 = (51 \pm 0,5) \text{ Ом}; R_3 = 2,4 \text{ Ом}, \delta R_3 = \pm 1\%$; $U_0 = 2 \text{ В}$ - измерено вольтметром с пределом шкалы $U_{шк} = 3 \text{ В}$, класса точности $\gamma = 1,0$. $I = 9 \text{ мА}$ измерено амперметром класса точности $\gamma = (1,5)$ с пределом шкалы $I_{шк} = 10 \text{ мА}$. Записать результат измерения.

Решение задачи.

Известно, что результат косвенных измерений определяется представленной функциональной зависимостью при подстановке в нее результатов измерений аргументов. В нашем случае

$$U = I \frac{(R_1 - R_2)^2}{R_3} - U_0 = 9 \cdot 10^{-3} \frac{(100 - 51)^2}{2,4} - 2 = 7,0037 \text{ В}.$$

В общем виде погрешность косвенного измерения $\Delta y = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial X_i} \cdot \Delta X_i$ где X_i - аргументы функции F , ΔX_i - их абсолютные погрешности, y - измеряемая косвенным образом величина, $\frac{\partial F}{\partial X_i}$

- частные производные функции по соответствующим аргументам.

Определим абсолютные погрешности аргументов заданной зависимости:

$$\Delta R_1 = \pm 1 \text{ Ом}; \Delta R_2 = \pm 0,5 \text{ Ом}, \quad \Delta R_3 = \frac{\delta R_3 \cdot R_3}{100\%} = \frac{1 \cdot 2,4}{100} = 0,024 \text{ Ом}, \quad \Delta U = \frac{\gamma_u \cdot U_{шк}}{100\%} = \frac{1 \cdot 3}{100} = 0,03 \text{ В},$$

$$\Delta I = \frac{\gamma_I \cdot I_{изм}}{100\%} = \frac{1,5 \cdot 9}{100} = 0,135 \text{ мА}.$$

Частные производные:

$$\frac{\partial U}{\partial I} = \frac{(R_1 - R_2)^2}{R_3} = \frac{(100 - 51)^2}{2,4} = 1000,42,$$

$$\frac{\partial U}{\partial R_1} = I \frac{2(R_1 - R_2)}{R_3} = 9 \cdot 10^{-3} \frac{2(100 - 51)}{2,4} = 0,3675,$$

$$\frac{\partial U}{\partial R_2} = -I \frac{2(R_1 - R_2)}{R_3} = -0,3675,$$

$$\frac{\partial U}{\partial R_3} = -I \frac{(R_1 - R_2)^2}{R_3^2} = -9 \cdot 10^{-3} \frac{(100 - 51)^2}{2,4^2} = -3,7516, \quad \frac{\partial U}{\partial U_0} = -1.$$

Так как погрешности аргументов заданы границами интервалов, которые определены, в том числе, и с помощью измерительных приборов, то можно считать, что эти погрешности распределены

равновероятно. Тогда, в соответствии с правилами суммирования погрешностей, общая погрешность при заданной доверительной вероятности P_D может быть определена выражением

$$\Delta U(P_D) = \kappa(P_D) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial U}{\partial X_i} \cdot \Delta X_i\right)^2}. \text{ Величина доверительной вероятности в условии задачи не}$$

указана. Необходимо воспользоваться известными рекомендациями, в которых для технических электрорадиоизмерений применяется $P_D = 0,95$. Тогда

$$\begin{aligned} \Delta U(0,95) &= \kappa(0,95) \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial U}{\partial I} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial R_1} \Delta R_1\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial R_2} \Delta R_2\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial R_3} \Delta R_3\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial U_0} \Delta U_0\right)^2} \\ &= 1,1 \sqrt{(1000,42 \cdot 0,135 \cdot 10^{-3})^2 + (0,3675 \cdot 1)^2 + (-0,3675 \cdot 0,5)^2 + (-3,7516 \cdot 0,024)^2 + (-1 \cdot 0,03)^2} \\ &= 0,4871B \end{aligned}$$

Запишем результат измерения с учетом правил округления

$$U = (7,0 \pm 0,5)B, P_D = 0,95.$$

Задача 5.

Емкость $C = C_2 - C_1$ определена по результатам прямых измерений $C_1 = 94,8n\Phi$, $C_2 = 102,3n\Phi$. Известно, что неисключенные систематические погрешности $\theta_{C1} = 0,9n\Phi$, $\theta_{C2} = 1,1n\Phi$, а среднеквадратические отклонения случайных погрешностей, распределенных по нормальному закону, $S_{C1} = S_{C2} = 0,5n\Phi$, коэффициент корреляции $r_{12} = 0$.

Записать результат измерения.

Решение задачи.

Результат косвенного измерения определяется подстановкой результатов прямых измерений аргументов в указанную функциональную зависимость, т.е.

$$C = C_2 - C_1 = 102,3 - 94,8 = 7,5n\Phi.$$

Так как погрешности аргументов содержат и систематическую, и случайную составляющие, то для нахождения общей погрешности измерения необходимо сначала просуммировать отдельно эти погрешности по группам.

Согласно правилам суммирования погрешностей *суммарная систематическая погрешность* косвенного измерения при доверительной вероятности P_D $\theta_{\Sigma}(P_D) = \kappa(P_D) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial X_i} \theta_i\right)^2}$.

Для нашей задачи при принятой для технических измерений доверительной вероятности $P_D = 0,95$ $\theta_{\Sigma} = \kappa(0,95) \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial C_1} \theta_{C1}\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial C_2} \theta_{C2}\right)^2} = 1,1 \sqrt{(-1 \cdot 0,9)^2 + (1 \cdot 1,1)^2} = 1,563n\Phi$ Среднеквадратическое

отклонение систематической погрешности

$$S_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial C}{\partial C_i} \theta_{C_i}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{3} [(-1 \cdot 0,9)^2 + (1 \cdot 1,1)^2]} = 0,821n\Phi.$$

Суммарная случайная погрешность в общем случае определяется

$$\text{выражением: } S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial X_i} S_i\right)^2 + 2 \sum_{i < j} \frac{\partial F}{\partial X_i} S_i \frac{\partial F}{\partial X_j} S_j r_{ij}}$$

Для нашей задачи

$$S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\frac{\partial C}{\partial C_i} S_{C_i}\right)^2} = \sqrt{(-1 \cdot 0,5)^2 + (1 \cdot 0,5)^2} = 0,707n\Phi$$

Границы доверительного интервала случайной погрешности $\varepsilon_{\Sigma} = t_n(P_D = 0,95) \cdot S_{\Sigma} = 1,96 \cdot 0,707 = 1,386n\Phi$. Здесь $t_n(P_D)$ - коэффициент нормального распределения (согласно условию задачи случайные погрешности C_1 и C_2 распределены нормально, следовательно, и суммарная случайная погрешность также распределена нормально).

Для определения общей погрешности найдем соотношение $\theta_{\Sigma} / S_{\Sigma} = 1,563 / 0,707 = 2,21$. Так как $0,8 < \theta_{\Sigma} / S_{\Sigma} < 8$, то в соответствии с правилами суммирования погрешностей общая погрешность определится как $\Delta C_{\text{общ}}(P_{\text{д}}) = K_{\Sigma} \cdot S_{\text{общ}}$, где

$$S_{\text{общ}} = \sqrt{S_{\Sigma}^2 + S_{\theta}^2} = \sqrt{0,707^2 + 0,821^2} = 1,083 \text{ нФ},$$

$$K_{\Sigma} = \frac{\varepsilon_{\Sigma} + \theta_{\Sigma}}{S_{\Sigma} + S_{\theta}} = \frac{1,386 + 1,563}{0,707 + 0,821} = 1,93. \text{ Тогда}$$

$$\Delta C_{\text{общ}}(0,95) = 1,93 \cdot 1,083 = 2,09 \text{ нФ}.$$

Результат измерения можно записать в следующем виде

$$C = (7,5 \pm 2,1) \text{ нФ}, P_{\text{д}} = 0,95.$$

Задача 6.

Частота f измеряется косвенно в соответствии с выражением $f = 1/2\pi RC$. Известно, что относительные случайные, нормально распределенные, погрешности измерения величин R и C соответственно $\delta R = \pm 1,5\%$, $\delta C = \pm 0,5\%$. Определить значение относительной погрешности δf .

Решение задачи

По определению относительная погрешность $\delta f = \Delta f / f$. Так как доверительные вероятности, при которых оценивались интервалы погрешностей δR и δC в условии задачи не указаны, то можно считать, что эти вероятности одинаковы. Тогда для независимых нормально распределенных случайных погрешностей можно напрямую суммировать границы интервалов погрешностей в соответствии с выражением

$$\Delta f_{\text{ср}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta X_{i\text{ср}} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial R} \Delta R \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C} \Delta C \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{2\pi R^2 C} \right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{2\pi RC^2} \right)^2} \text{ Относительная погрешность}$$

$$\delta f = \frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2\pi RC} \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{2\pi R^2 C} \right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{2\pi RC^2} \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{C} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{\delta R^2 + \delta C^2} = \sqrt{1,5^2 + 0,5^2} = 1,58\%$$

3.2 Задачи для самостоятельного решения

1) При измерении силы тока амперметр класса точности $\gamma = 2.0$ с пределом шкалы $I_{\text{шк}} = 10 \text{ мА}$ показал $I_{\text{изм}} = 7.29 \text{ мА}$. Измерения проводились при температуре $t^{\circ} = 40^{\circ} \text{C}$. Из паспортных данных прибора известно, что нормальные условия измерения $t_0^{\circ} = 20^{\circ} \text{C}$ и дополнительная температурная погрешность не превышает половины основной при изменении температуры на каждые 20° . Записать результат измерения.

2) При многократных измерениях ёмкости получены следующие результаты: 40; 40.4; 40.8; 39.2; 39.6; 40; 39.6; 40.4; 44.2; 40 нФ. Записать результат измерения при доверительной вероятности $P_{\text{д}} = 0.95$.

3) Определить результат и абсолютную погрешность косвенного измерения реактивной мощности $Q = U \times I \sin \varphi$ по результатам прямых измерений:

- показания вольтметра с классом точности 2.5 с пределом измерения 100 В , $U = 75 \text{ В}$.

- показания амперметра класса точности 1.0 с пределом измерения 10 А , $I = 4 \text{ А}$. $\varphi = 30^{\circ} \pm 1^{\circ}$.

Записать результат измерения.

4) Измеряемое косвенным методом напряжение определяется выражением $U = I \cdot R_1 \cdot R_2 / R_3$

В результате прямых измерений получено, что $R_1 = (100 \pm 1) \text{ Ом}$, $R_2 = (1000 \pm 10) \text{ Ом}$; $R_3 = 200 \text{ Ом}$, $\delta R_3 = \pm 1\%$. Амперметр класса точности 0.5 с пределом измерения 30 мА показал $I = 20 \text{ мА}$. Записать результат измерения.

5) При многократных измерениях силы тока получены следующие результаты:

20; 20.2; 20.4; 19.6; 19.8; 20; 19.8; 20.2; 18.0; 20 мА. Записать результат измерения при доверительной вероятности $P_D = 0.9$.

6) Построить графики зависимости абсолютной и относительной погрешностей от измеряемой мощности для ваттметра с пределом шкалы $P_{\text{иск}} = 100 \text{ Вт}$, класса точности 2.5. Количество расчетных точек графика ≥ 4 . Повторить задачу для прибора с классом точности 1,5/0,5.

4. Осциллографические измерения.

4.1 Примеры решения задач.

Задача 1.

Определить амплитуду U_m синусоидального сигнала, изображенного на экране осциллографа, если отклонение луча по вертикали l_Y , соответствующее размаху напряжения, равно 5 делениям шкалы, значение коэффициента отклонения $K_0 = 0,5 \frac{\text{В}}{\text{дел}}$, значение множителя отклонения $M_0 = 1$.

Решение задачи.

Величина размаха напряжения синусоиды определяется по формуле

$$U_p = K_0 \cdot M_0 \cdot l_Y = 0,5 \cdot 1 \cdot 5 = 2,5 \text{ (В)}.$$

Амплитуда синусоиды равна половине размаха, т.е.

$$U_m = \frac{U_p}{2} = \frac{2,5}{2} = 1,25 \text{ (В)}$$

Ответ : 1,25 В.

Задача 2.

Определить длительность прямоугольного импульса, изображенного на экране осциллографа, если отклонение луча l_X по горизонтали, соответствующее длительности (на уровне 0,5), равно 4 делениям шкалы, значение коэффициента развертки $K_p = 0,5 \frac{\text{мкс}}{\text{дел}}$, множитель развертки $M_p = 0,1$.

Решение задачи.

Длительность импульса определяется выражением

$$\tau = K_p \cdot M_p \cdot l_X = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 4 = 0,2 \text{ (мкс)}$$

Ответ: 0,2 мкс .

Задача 3.

Электронным осциллографом исследуется импульсный сигнал. Известно, что время нарастания переходной характеристики усилителя канала вертикального отклонения $\tau_n = 0,05 \text{ мкс}$, допустимая относительная погрешность измерения фронта импульса $\delta_\phi = 15\%$. Определить верхнюю частоту полосы пропускания усилителя и длительность фронта измеряемого импульса.

Решение задачи.

Сначала найдем верхнюю частоту полосы пропускания f_b канала вертикального отклонения осциллографа. Известно, что время нарастания τ_n и f_b связаны между собой следующим соотношением

$$\tau_n = \frac{0,35}{f_s}$$

Подставляя числовые данные, получим

$$f_s = \frac{0,35}{0,05 \cdot 10^{-6}} = 7 \cdot 10^6 \text{ (Гц)} = 7 \text{ МГц}.$$

Величина фронта импульса, измеренная с помощью осциллографа $\tau_{\phi \text{ осц}}$ представляет собой геометрическую сумму реального фронта импульса τ_{ϕ} (на входе осциллографа) и времени нарастания τ_n осциллографа, т.е.

$$\tau_{\phi \text{ осц}} = \sqrt{\tau_{\phi}^2 + \tau_n^2} \quad (1)$$

Но определить искомую величину τ_{ϕ} непосредственно из этого выражения не удастся, т.к. в нем известна только одна величина τ_n . Необходимо использовать дополнительные данные из условия задачи. Относительная погрешность измерения физической величины по определению

$$\delta = \frac{x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}}{x_{\text{ист}}},$$

где $x_{\text{изм}}$ – измеренное значение физической величины X ,

$x_{\text{ист}}$ – истинное (действительное) значение измеряемой величины. Если это определение интерпретировать к нашей задаче, то можно записать

$$\delta_{\phi} = \frac{\tau_{\phi \text{ осц}} - \tau_{\phi}}{\tau_{\phi}} \quad (2)$$

Относительная погрешность измерения нам известна. В этом случае для определения искомой величины τ_{ϕ} необходимо решить систему уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} \tau_{\phi} = \sqrt{\tau_{\phi}^2 + \tau_n^2} \\ \delta_{\phi} = \frac{\tau_{\phi \text{ осц}} - \tau_{\phi}}{\tau_{\phi}} \end{cases} \quad (3)$$

Выразим из (2) величину $\tau_{\phi \text{ осц}}$ через величины τ_{ϕ} и δ_{ϕ} :

$$\tau_{\phi \text{ осц}} = \tau_{\phi} + \delta_{\phi} \tau_{\phi} = \tau_{\phi} (1 + \delta_{\phi})$$

и подставим ее в выражение (3)

$$\tau_{\phi} (1 + \delta_{\phi}) = \sqrt{\tau_{\phi}^2 + \tau_n^2}.$$

Решая уравнение относительно τ_{ϕ} , получим

$$\tau_{\phi} = \sqrt{\frac{\tau_n^2}{2\delta_{\phi} + \delta_{\phi}^2}}.$$

Подставляя в формулу числовые данные, получим

$$\tau_{\phi} = \sqrt{\frac{(0,05 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 0,15 + 0,15^2}} \approx 0,088 \cdot 10^{-6} \text{ (с)}.$$

Здесь величина погрешности $\delta_{\phi} = 15\%$ из процентов переведена в соответствующую безразмерную величину $\delta_{\phi} = 0,15$.

Ответ: $f_s = 7 \text{ МГц}$; $\tau_{\phi} = 0,088 \text{ мкс}$.

Аналогичным образом решаются задачи рассмотренного типа при различных вариантах задания исходных величин τ_{ϕ} , $\tau_{\phi \text{ осц}}$, τ_n , f_s .

Задача 4.

Изобразить осциллограмму, полученную на экране осциллографа, если на Y-вход подается исследуемое синусоидальное напряжение с периодом $T = 4 \text{ мс}$, на X-вход – линейное

развертывающее напряжение с периодом $T_p = 4$ мс. Время прямого хода луча $t_{пр} = 3$ мс, время обратного хода луча $t_{обр} = 1$ мс. Электронно-лучевая трубка (ЭЛТ) осциллографа во время обратного хода луча не запирается.

Решение задачи.

Для получения изображения на экране осциллографа представим эпюры напряжений, подаваемых на Y-отклоняющие и X-отклоняющие пластины ЭЛТ в одном временном масштабе во взаимно-перпендикулярных осях (т.к. исследуемый сигнал U_Y отклоняет луч по вертикали – оси Y, а напряжение развертки U_p отклоняет луч по горизонтали – оси X). Эпюры приведены на рис. 1, а) и б).

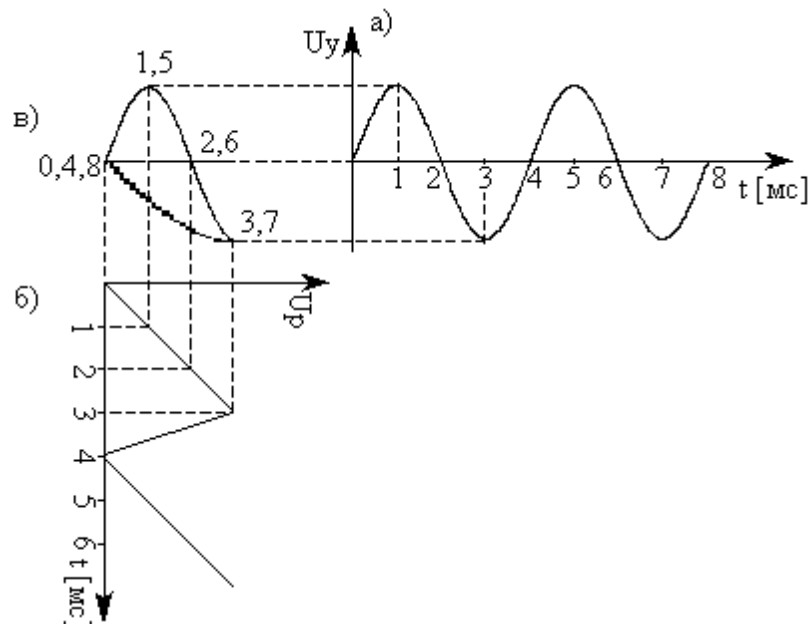


Рис. 1

Учитывая, что положение луча на экране (рис. 1, в) определяется одномоментными значениями напряжений, подаваемых на отклоняющие пластины ЭЛТ, по точкам построим получаемое изображение. При $t = 0$ луч находится в точке 0 экрана. При $t = 1$ мс луч находится в точке пересечения вертикалей и горизонталей, соответствующих U_Y и U_p (точка 1), при $t = 2$ мс – и значениям U_Y и U_p в точке 2, при $t = 3$ мс – в точке 3. При этом луч движется слева направо и повторяет форму исследуемого напряжения U_Y . Так как в промежуток времени от $t = 3$ мс до $t = 4$ мс выполняется обратный ход луча (напряжение U_p уменьшается от $U_{p\max}$ до 0), то луч будет в это время двигаться справа налево, повторяя форму напряжения U_Y . ЭЛТ не запирается и обратный ход луча будет полностью виден на экране. Процесс развертки непрерывен, исследуемое напряжение U_Y тоже непрерывно, и луч будет продолжать свое движение, повторяя изображение на экране (точки 4, 5, 6, 7, 8) и т.д. Аналогично можно построить осциллограмму при любых видах сигналов, подаваемых на Y и X-отклоняющие пластины ЭЛТ осциллографа. Или по известной осциллограмме и одному из сигналов определить форму другого входного сигнала.

Задача 5.

На Y и X-отклоняющие пластины ЭЛТ осциллографа поданы синусоидальные напряжения с периодом $T = 4$ мс, сдвинутые относительно друг друга на 90° (рис. 2, а) и б).

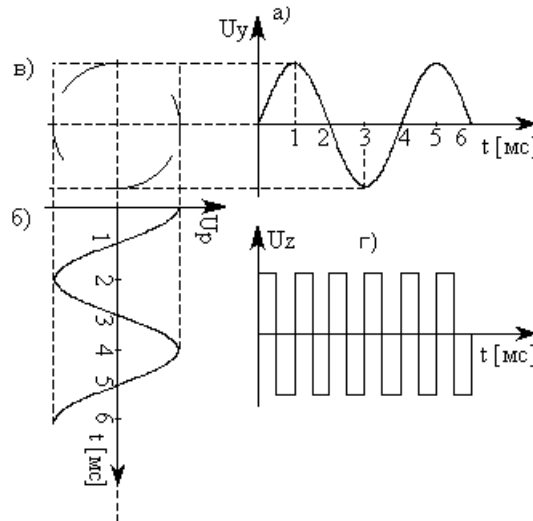


Рис. .2

На экране осциллографа получена осциллограмма, представленная на рис. 4.5.2, в). Определить форму и изобразить в том же, что и U_Y , временном масштабе эпюры напряжения U_Z , поданного на Z-вход осциллографа.

Решение задачи.

Известно, что напряжение, подаваемое на Z- вход осциллографа, управляет яркостью луча. Так как полученная осциллограмма представляет собой прерывистое изображение, то напряжение U_Z либо включает, либо выключает луч осциллографа. По осциллограмме видно, что в промежуток времени от 0 до 0,5 мс луч включен (яркое изображение на осциллограмме), т. е. напряжение на модуляторе ЭЛТ положительно. В интервале времени от 0,5 до 1 мс луч выключен – напряжение U_Z отрицательно (конкретные уровни включающего и выключающего луч напряжения U_Z определяются режимами питания используемой ЭЛТ). При t в пределах от 1 до 1,5 мс луч опять включен и т.д.

В результате, напряжение U_Z изображено на рис. 2, г). Оно представляет собой симметричное прямоугольное импульсное напряжение с периодом $T = 1$ мс.

4.2 Задачи для самостоятельного решения

1). Изобразить в одинаковом масштабе кривые исследуемого синусоидального напряжения и напряжения периодической линейной развертки, если на экране осциллографа получена осциллограмма, представленная на рис. 3 .

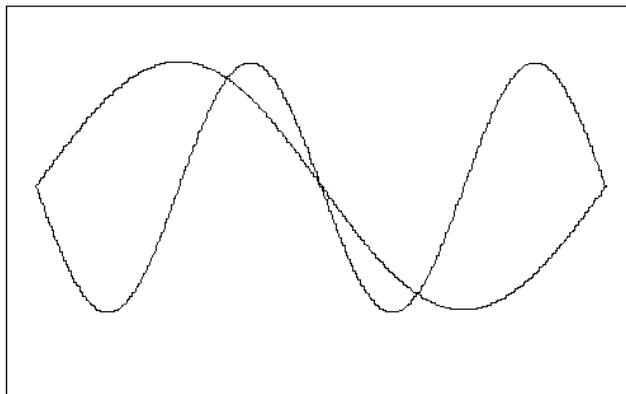


Рис. .3

2). Электронным осциллографом исследуется импульсный сигнал. Известно, что время нарастания переходной характеристики $\tau_n = 0,01$ мкс, длительность фронта импульса на входе осциллографа $\tau_\phi = 0,03$ мкс. Определить верхнюю частоту полосы пропускания f_b канала вертикального отклонения и относительную погрешность измерения фронта импульса осциллографом δ_ϕ .

3). При измерении параметров импульсного сигнала было получено, что длительность фронта $\tau_{\phi \text{ изм}} = 31$ нс. Известно, что верхняя частота полосы пропускания осциллографа $f_b = 35$ МГц. Определить длительность фронта импульса на входе осциллографа τ_ϕ (устранить систематическую погрешность измерения).

4). Изобразить осциллограмму, полученную на экране осциллографа, если на вертикально и горизонтально отклоняющие пластины ЭЛТ осциллографа поданы напряжения, представленные на рис. 4.

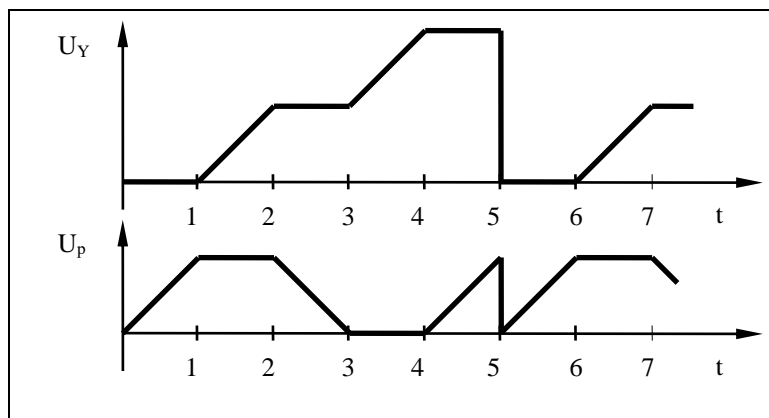


Рис. 4

5). Определить период и частоту сигнала синусоидальной формы, если отклонение луча l_x по горизонтали, соответствующее периоду, равно пяти делениям шкалы, коэффициент

развертки $K_p = 0,1 \frac{\text{мс}}{\text{дел}}$, множитель развертки $M_p = 0,1$.

Литература по разделу

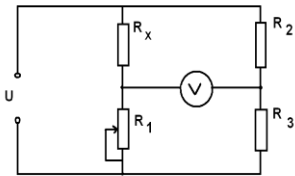
1. Эрастов В.Е. Метрология, стандартизация и сертификация, — Томск, ТУСУР, 2005.
2. Отчалко В.Ф. Метрология, стандартизация и сертификация: Учебное пособие. — Томск: ТМЦДО, 2010
3. Отчалко В.Ф, Сидоров Ю.К., Эрастов В.Е. «Измерительная техника и датчики». Учебное методическое пособие. — Томск, ТМЦДО, 2004.
4. Отчалко В.Ф. Метрология, стандартизация и сертификация: Учебное методическое пособие. — Томск: ТМЦДО, 2010

Часть II. Сборник заданий к практическим занятиям для самостоятельного решения

Тема 1. Систематические погрешности

1. Методом амперметра-вольтметра измеряется сопротивление R_X . Показания амперметра $I_A = 0,03$ А, показания вольтметра $U_V = 9$ В. Известно, что сопротивления амперметра и вольтметра составляют соответственно $R_A = 3$ Ом, $R_V = 30$ кОм. Нарисовать оптимальную схему измерения, определить величину относительной методической погрешности, найти исправленный результат измерения.

2. Сопротивление R_X измеряется с помощью четырехплечего моста, в котором номинальные значения резисторов R_2 и R_3 равны 1000 Ом. Равновесие моста достигается при $R'_1 = 1000,4$ Ом. Для устранения систематической погрешности производится смена местами резисторов R_X и R_1 . В этом случае равновесие моста достигается при $R''_1 = 1000,2$ Ом.



Определить R_X и действительное соотношение

плеч моста $n = R_2/R_3$. Классифицировать метод измерения R_X и метод устранения систематической погрешности.

Тема 2. Случайные погрешности

1. В результате испытаний милливольтметра установлено, что 60% его погрешностей не превосходят ± 20 мВ. Погрешности распределены по равновероятному закону с нулевым математическим ожиданием. Определить границы доверительного интервала погрешности при доверительной вероятности $P_d = 0,95$. Найти СКП.
2. В результате поверки амперметра установлено, что 50% его погрешностей не превосходят ± 10 мА. Считая, что погрешность распределена по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, найти симметричный доверительный интервал для погрешности, вероятность попадания в который равна 0,95.
3. Для случайной погрешности измерения напряжения, распределенной по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием определить среднюю квадратическую погрешность S , если известно, что граница доверительного интервала погрешности $\varepsilon = 10$ мВ при доверительной вероятности $P_d = 0,7$.
4. Известно, что границы доверительного интервала случайной погрешности, распределенной по треугольному закону $\varepsilon(P_d = 0,7) = 10$ мВ. Определить границы существования погрешности и ее СКО.

Тема 3. Погрешности СИ

1. Построить графики зависимости абсолютной и относительной погрешностей от измеряемой мощности для ваттметра с пределом шкалы 1,0 Вт, класса точности 1,0. Количество расчетных точек графиков – не менее 5. Повторить задачу для прибора с классом точности 1,0/0,2.

2. Определить величину измеряемого напряжения, если известно, что оно измерено с погрешностью $\Delta U=1,0$ В вольтметром с пределом измерения $U_{\text{шк}} = 100$ В и классом точности 1,0/0,2. Повторить решение задачи для прибора с классом точности 1.0.
3. Определить эксплуатационную погрешность измерения силы тока, если известно, что амперметр с пределом шкалы 100 мА; класса точности 2,0 показал 80,25 мА. Измерения проводились при напряженности внешнего магнитного поля 200А/м и напряжении питания 200 В. Дополнительная погрешность амперметра не превышает половины основной при изменении напряженности магнитного поля на каждые 100 А/м относительно нормального значения напряженности поля 100 А/м, а дополнительная погрешность прибора за счет напряжения питания не превышает основной при изменении питания на каждые 20 В относительно нормального значения 220 В. Записать результат измерения.

Тема 4. Обработка многократных равноточных измерений.

1. Известны результаты многократных равноточных наблюдений мощности сигнала в Вт.: 1,1; 1,2; 1,3; 1,4; 1,0; 1,8; 1,2; 1,2; 1,1; 1,3. Определить результат измерения, СКП отдельного измерения, записать результат измерения при доверительной вероятности $P_d = 0,95$.
2. Определить наличие и удалить, в случае необходимости, промахи из результатов многократных равноточных измерений напряжения в мВ: 20,0; 20,5; 20,5; 22,0; 18,0; 19,5; 20,0; 24,0; 25,5; 19,5.
3. При поверке вольтметра с помощью образцовой меры 20В показания поверяемого прибора в вольтах были: 20,15; 20,50; 20,35; 20,25; 20,05; 20,35; 20,28; 20,24; 20,26; 20,18. Определить систематическую, среднеквадратическую и максимальную погрешность поверяемого вольтметра.

Тема 5. Обработка косвенных измерений

1. Определить результат и погрешность косвенного измерения напряжения
$$U = I \frac{(R_1 - R_2)^2}{R_3} - U_0$$
 по результатам прямых измерений: $R_1 = (100 \pm 1)$ Ом, $R_2 = (51 \pm 0,5)$ Ом, $R_3 = 2,4$ Ом, $\delta R_3 = \pm 1\%$; $U_0 = 2$ В измерено вольтметром класса точности 1,0 с пределом шкалы 3В. $I = 9$ мА измерено амперметром класса точности 1,5 с пределом шкалы 10 мА. Записать результат измерения.
2. Емкость $C = C_2 - C_1$ определена по результатам прямых измерений: $C_1 = 94,8$ пФ, $C_2 = 102,3$ пФ. Систематические погрешности $\Delta c_1 = 0,9$ пФ; $\Delta c_2 = 1,1$ пФ. СКО случайных погрешностей, распределенных по гауссовому закону $\sigma_{c_1} = \sigma_{c_2} = 0,5$ пФ, коэффициент корреляции $r_{ij} = 0$. Определить результат и погрешность измерения C . Записать результат измерения.

Тема 6. Суммирование погрешностей

1. При измерении напряжения получено среднее арифметическое многократных измерений $\bar{U} = 115,73$ мВ; составляющие случайной погрешности $S_1 = 1,2$ мВ; $S_2 = 0,8$ мВ; $S_3 = 1,0$ мВ, коэффициент корреляции $r_{12} = +1$, составляющие

неисключенной систематической погрешности (НСП) $\theta_1=0,8\text{ мВ}$; $\theta_2=0,6\text{ мВ}$.
Записать результат измерения при доверительной вероятности $P_d=0,9$.

- При измерении сопротивления цифровым омметром с пределом шкалы 1000 Ом показания прибора составили 910 Ом. Из паспортных данных прибора известно, что систематическая погрешность составляет $\pm (0,2\% + \text{стоимость 1 единицы младшего разряда кода } R)$, дополнительная температурная погрешность при рабочей температуре $\Delta R_t = \pm 1\text{ Ом}$, среднеквадратическое отклонение случайной погрешности $S=0,7\text{ Ом}$. Записать результат измерения.

Тема 7. Поверка, калибровка

- При поверке милливольтметра класса точности $\gamma_0=2,0$ с пределом шкалы $U_{\text{шкп}}=100\text{ мВ}$ используется образцовый прибор с $U_{\text{шк } 0}=300\text{ мВ}$ класса точности $\gamma_0=0,1$. В результате поверки получены следующие результаты:

U_n	20	40	60	80	100	
U_o	19,05	39,1	59,0	81,0	99,01	

Определить — годен ли поверяемый прибор.

- При поверке частотомера с помощью стандарта частоты 1 кГц были получены следующие результаты: 1001; 1002; 1001; 999; 1000,5; 1001,5; 1001,5; 1002; 1001 Гц. Определить систематическую погрешность и СКО случайной погрешности частотомера. Присвоить ему класс точности, считая, что погрешность носит в основном мультипликативный характер.

Тема 8. Цифровые измерительные приборы

- Изобразить электрическую структурную схему цифрового частотомера. Описать работу схемы. Привести временные диаграммы и основные соотношения, поясняющие его работу. Перечислить причины возникновения погрешностей измерения.

Считая, что частота входных сигналов лежит в диапазоне $f_x = 1\text{ кГц} \div 1\text{ МГц}$, определить время измерения T_0 , необходимое для обеспечения относительной погрешности дискретности $\delta \leq 0,001$

- Изобразить электрическую структурную схему цифрового быстродействующего вольтметра с АЦП, работающим по методу считывания. Привести временные диаграммы и соотношения, поясняющие принцип его работы. Перечислить причины возникновения погрешностей. Описать работу схемы.

Определить диапазон измеряемого напряжения если дискрет измерения составляет 1 мВ, а выходной двоичный код имеет 8 разрядов. Оценить соотношение времен измерения двух значений $U_{\text{вх}}$, различающихся в 2 раза.

- Изобразить электрическую структурную схему цифрового измерителя сопротивлений с время-импульсным АЦП. Привести временные диаграммы и основные соотношения, поясняющие принцип его работы. Перечислить причины возникновения погрешностей.

Определить, какой должна быть частота счетных импульсов f_0 , чтобы при $C_{\text{обр}} = 1\text{ мкФ}$ единица младшего разряда счетчика соответствовала 0.1 Ом.

- Изобразить электрическую структурную схему цифрового вольтметра амплитудных значений с АЦП развертывающего уравнивания последовательного счета. Привести временные диаграммы и основные соотношения, поясняющие принцип его работы. Перечислить причины возникновения погрешностей измерения. Описать работу схемы.

Определить время измерения и абсолютную погрешность дискретности, если частота тактовых импульсов $f_{\text{такт}} = 100 \text{ кГц}$, максимальное входное напряжение $U_{\text{вх max}} = 10 \text{ В}$, емкость счетчика – 10 разрядов двоичного кода.

5. Изобразить электрическую структурную схему цифрового вольтметра постоянного напряжения, использующего метод двойного интегрирования. Привести временные диаграммы и основные соотношения, поясняющие принцип его работы для двух значений измеряемого напряжения. Эпюры выполнить в одном временном масштабе. Описать работу схемы.

Определить, чему равно измеряемое напряжение, если образцовое напряжение $U_{\text{обр}} = 1 \text{ В}$, а время второго интегрирования T_2 в пять раз больше времени первого интегрирования T_1 .

6. Изобразить электрическую структурную схему цифрового низкочастотного частотомера, работающего в режиме измерения периода входных сигналов (время – импульсный метод преобразования). Привести временные диаграммы и основные соотношения, поясняющие его работу. Описать работу схемы.

Определить максимальное значение частоты входных сигналов, для которой еще выполняется условие, что относительная погрешность дискретности $\delta \leq 0.01$.

Частота счетных импульсов $f_0 = 10 \text{ МГц}$

7. Изобразить электрическую структурную схему цифрового измерителя емкости с время – импульсным преобразованием. Привести эпюры напряжений и основные соотношения, поясняющие его работу. Определить причину возникновения погрешностей измерения, в том числе погрешности дискретности.

Считая, что при преобразовании значения емкости C_x во временной интервал T_x выполняется соотношение $T_x = R_{\text{обр}} \cdot C_x$, определить значение $R_{\text{обр}}$ при измерении $C_x = (100 \div 10000) \text{ пФ}$, требуемое для обеспечения относительной погрешности дискретности $\delta \leq 0.01$, если частота счетных импульсов $f_0 = 10 \text{ МГц}$.

8. Изобразить электрическую структурную схему цифрового фазометра с постоянным временем измерения. Привести эпюры напряжений и основные соотношения, поясняющие его работу. Определить причину возникновения погрешностей дискретности.

Определить, каково будет значение относительной погрешности дискретности, если частота счетных импульсов $f_0 = 10 \text{ МГц}$, а частота входных сигналов фазометра $f_{\text{вх}} = 20 \text{ кГц}$, $\varphi = 90^\circ$

Тема 9. Осциллографические измерения

1). Определить действующее значение напряжения синусоидальной формы, изображенного на экране осциллографа, если отклонение луча l_Y по вертикали, соответствующее размаху напряжения равно 4 делениям шкалы, коэффициент отклонения $K_o = 0,1 \text{ В/дел}$, множитель отклонения $M_o = 10$.

2). При подаче на вход Y осциллографа исследуемого треугольного напряжения и подключении ко входу Z образцового калибровочного напряжения с периодом $T_0 = 2 \text{ мс}$ на экране получено изображение, показанное на рис. 6.

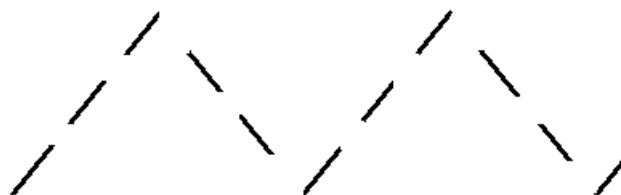


Рис. 6

Определить период исследуемого напряжения.

3). Амплитудному значению исследуемого напряжения соответствует на экране осциллографа отрезок длиной 4,5 деления шкалы. Для калибровки на вход Y осциллографа подано синусоидальное напряжение с действующим значением $U = 10$ В. Чему равна амплитуда исследуемого напряжения, если двойной амплитуде калибровочного напряжения соответствует отрезок длиной 5 делений шкалы?

4). При подаче на вход Y осциллографа синусоидального напряжения U_Y на экране осциллографа получено следующее изображение (рис.7).

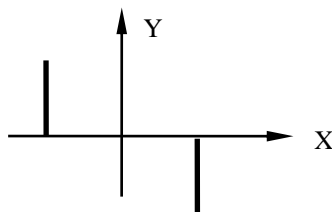


Рис.7

Представить в одном с напряжением U_Y временном масштабе напряжение U_X , поданное в этом случае на горизонтально отклоняющие пластины ЭЛТ осциллографа.

5). Изобразить осциллограмму, полученную на экране осциллографа, если $t_{np} = 4t_{обp}$.

Исследуемый сигнал представляет собой симметричное напряжение треугольной формы с $f = 1$ кГц. Частота напряжения непрерывной развертки $f_p = 0,4$ кГц. При обратном ходе луча ЭЛТ запирается.

6). ЭЛО исследуется импульсный сигнал. Известно, что время нарастания осциллографа $\tau_n = 0,05$ мкс, допустимая погрешность измерения фронта импульса $\delta = 15\%$. Определить верхнюю частоту пропускания УВО и длительность фронта импульса τ_ϕ .

7). Определить f_x по фигуре Лиссажу (рис.8), если известно, что образцовый сигнал с частотой $f_0 = 1$ кГц подается на вход Y осциллографа

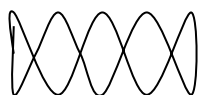


Рис.8.

Литература по разделу

1. Эрастов В.Е. Метрология, стандартизация и сертификация, — Томск, ТУСУР, 2005.
2. Отчалко В.Ф. Метрология, стандартизация и сертификация: Учебное пособие. — Томск: ТМЦДО, 2010
3. Отчалко В.Ф, Сидоров Ю.К., Эрастов В.Е. Измерительная техника и датчики. Учебное методическое пособие. — Томск, ТМЦДО, 2004.
4. Отчалко В.Ф. Метрология, стандартизация и сертификация: Учебное методическое пособие. — Томск: ТМЦДО, 2010

Приложение 1

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Таблица П.1 — Интегральная функция нормального распределения

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-t^2/2} \cdot dt$$

z	0.08	0.06	0.04	0.02	0.00
-3.3	0.00036	0.00039	0.00042	0.00045	0.00048
-3.2	0.00052	0.00056	0.00060	0.00064	0.00069
-3.1	0.00074	0.00079	0.00085	0.00090	0.00097
-3.0	0.00104	0.00111	0.00118	0.00126	0.00135
-2.9	0.0014	0.0015	0.0016	0.0017	0.0019
-2.8	0.0020	0.0021	0.0023	0.0024	0.0026
-2.7	0.0027	0.0029	0.0031	0.0033	0.0035
-2.6	0.0037	0.0039	0.0041	0.0044	0.0047
-2.5	0.0049	0.0052	0.0055	0.0059	0.0062
-2.4	0.0066	0.0069	0.0073	0.0078	0.0082
-2.3	0.0087	0.0091	0.0096	0.0102	0.0107
-2.2	0.0113	0.0119	0.0125	0.0132	0.0139
-2.1	0.0146	0.0154	0.0162	0.0170	0.0179
-2.0	0.0188	0.0197	0.0207	0.0217	0.0228
-1.9	0.0239	0.0250	0.0262	0.0274	0.0287
-1.8	0.0301	0.0314	0.0329	0.0344	0.0359
-1.7	0.0375	0.0392	0.0409	0.0427	0.0446
-1.6	0.0465	0.0485	0.0505	0.0556	0.0578
-1.5	0.0571	0.0594	0.0618	0.0643	0.0668
-1.4	0.0694	0.0721	0.0749	0.0778	0.0808
-1.3	0.0838	0.0869	0.0901	0.0934	0.0968
-1.2	0.1003	0.1038	0.1075	0.1112	0.1151
-1.1	0.1190	0.1230	0.1271	0.1314	0.1357
-1.0	0.1401	0.1446	0.1492	0.1539	0.1587
-0.9	0.1635	0.1685	0.1736	0.1788	0.1841
-0.8	0.1894	0.1949	0.2005	0.2061	0.2119
-0.7	0.2177	0.2236	0.2297	0.2358	0.2420
-0.6	0.2483	0.2546	0.2611	0.2678	0.2743
-0.5	0.2810	0.2877	0.2946	0.3015	0.3085
-0.4	0.3156	0.3288	0.3300	0.3372	0.3446
-0.3	0.3520	0.3594	0.3669	0.3745	0.3821
-0.2	0.3897	0.3974	0.4052	0.4129	0.4207
-0.1	0.4286	0.4364	0.4443	0.4522	0.4602
-0.0	0.4681	0.4761	0.4840	0.4920	0.5000

Окончание табл. П.1

z	0.00	0.02	0.04	0.06	0.08
+0.0	0.5000	0.5080	0.5160	0.5239	0.5319
+0.1	0.5398	0.5478	0.5557	0.5636	0.5714
+0.2	0.5793	0.5871	0.5948	0.6026	0.6103
+0.3	0.6179	0.6255	0.6331	0.6406	0.6480
+0.4	0.6554	0.6628	0.6700	0.6772	0.6844
+0.5	0.6915	0.6985	0.7054	0.7123	0.7190
+0.6	0.7257	0.7324	0.7389	0.7454	0.7517
+0.7	0.7580	0.7642	0.7704	0.7764	0.7823
+0.8	0.7881	0.7939	0.7995	0.8051	0.8106
+0.9	0.8159	0.8212	0.8264	0.8315	0.8365
+1.0	0.8413	0.8461	0.8505	0.8554	0.8599
+1.1	0.8643	0.8686	0.8729	0.8770	0.8810
+1.2	0.8849	0.8888	0.8925	0.8962	0.8997
+1.3	0.9032	0.9066	0.9099	0.9131	0.9162
+1.4	0.9192	0.9222	0.9251	0.9279	0.9306
+1.5	0.9332	0.9357	0.9382	0.9406	0.9429
+1.6	0.9452	0.9474	0.9495	0.9515	0.9535
+1.7	0.9552	0.9573	0.9591	0.9608	0.9625
+1.8	0.9641	0.9656	0.9671	0.9686	0.9699
+1.9	0.9713	0.9726	0.9738	0.9750	0.9761
+2.0	0.9773	0.9783	0.9793	0.9803	0.9812
+2.1	0.9821	0.9830	0.9838	0.9846	0.9854
+2.2	0.9861	0.9868	0.9875	0.9881	0.9887
+2.3	0.9893	0.9898	0.9904	0.9909	0.9913
+2.4	0.9918	0.9922	0.9927	0.9931	0.9934
+2.5	0.9938	0.9941	0.9945	0.9948	0.9951
+2.6	0.9953	0.9956	0.9959	0.9961	0.9963
+2.7	0.9965	0.9967	0.9969	0.9971	0.9973
+2.8	0.9974	0.9976	0.9977	0.9979	0.9980
+2.9	0.9981	0.9983	0.9984	0.9985	0.9986
+3.0	0.99865	0.99874	0.99882	0.99889	0.99896
+3.1	0.99903	0.99910	0.99915	0.99921	0.99926
+3.2	0.99931	0.99936	0.99940	0.99954	0.99948

Приложение 2

Таблица П.2 — Значения допускаемых нормированных отклонений

$$t_{\alpha}(P_A, n) = \frac{\max |X_i - \bar{X}|}{S}$$

Число наблюдений	Уровень значимости g (доверительная вероятность P)				
	g = 0.001 (P = 0.999)	g = 0.005 (P = 0.995)	g = 0.01 (P = 0.99)	g = 0.05 (P = 0.95)	g = 0.1 (P = 0.90)
3	1.414	1.414	1.414	1.414	1.412
4	1.732	1.730	1.728	1.710	1.689
5	1.994	1.982	1.972	1.917	1.869
6	2.212	2.183	2.161	2.067	1.996
7	2.395	2.344	2.310	2.182	2.093
8	2.547	2.476	2.431	2.273	2.172
9	2.677	2.586	2.532	2.349	2.238
10	2.788	2.680	2.616	2.414	2.294
11	2.884	2.760	2.689	2.470	2.343
12	2.969	2.830	2.753	2.519	2.387
13	3.044	2.892	2.809	2.563	2.426
14	3.111	2.947	2.859	2.602	2.461
15	3.171	2.997	2.905	2.638	2.494
16	3.225	3.042	2.946	2.670	2.523
17	3.274	3.083	2.983	2.701	2.551
18	3.320	3.120	3.017	2.728	2.577
19	3.361	3.155	3.049	2.754	2.601
20	3.400	3.187	3.079	2.779	2.623
21	3.436	3.217	3.106	2.801	2.644
22	3.469	3.245	3.132	2.823	2.664
23	3.500	3.271	3.156	2.843	2.683
24	3.529	3.295	3.179	2.862	2.701
25	3.556	3.318	3.200	2.880	2.718
26	3.582	3.340	3.220	2.897	2.734
27	3.606	3.360	3.239	2.913	2.749
28	3.629	3.380	3.258	2.929	2.764
29	3.651	3.399	3.275	2.944	2.778
30	3.672	3.416	3.291	2.958	2.792

Приложение 2

Таблица П.3 — Значение коэффициента $t_s(P_A, n)$ для различных доверительных вероятностей (распределение Стьюдента)

n	0.8	0.9	0.95	0.98	0.99	0.999
2	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
3	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
4	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
5	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
6	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
7	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
8	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
9	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
10	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
11	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
12	1.363	1.796	2.201	2.718	3.103	4.487
13	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
14	1.350	1.771	2.160	2.850	3.012	4.221
15	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
16	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
17	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
18	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
19	1.330	1.734	2.103	2.552	2.878	3.992
20	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
21	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
22	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
23	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
24	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
25	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
26	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
27	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
28	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
29	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
30	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
31	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
41	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
61	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
121	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291