ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Методические указания по выполнению самостоятельной работы по курсу «Математическое моделирование»

Направление подготовки **«Конструирование и технология электронных средств»**, профиль **«Проектирование и технология электронно-вычислительных средств»,** уровень подготовки **«Бакалавриат»**

Томск 2017

Настоящие краткие указания по выполнению самостоятельной работы по курсу «Математическое моделирование» состоят из файлов программ, разработанных в системе MathCad. Рекомендуется ознакомиться с текстами этих программ и воспроизвести их на своем компьютере, сравнить получаемые результаты вычисления с приводимыми в файлах.

Следует обратить внимание на то, что различные версии MathCad могут отличаться в реализации некоторых функций (кодов). Поэтому в процессе реализации программ необходимо обращаться к справочнику, содержащемуся в системе MathCad. В случае затруднений предлагается вынести возникшие вопросы на форум или обратиться к преподавателю.

Тексты программ для освоения умений и навыков математического моделирования в системе MathCad приведены ниже. Доступ к ним осуществляется через гиперссылки. В приложении также приведены распечатки программ.

1-Закон_Ома для цепи с температурно зависимым сопротивлением.htm

2-Моделирование и синтез сигналов.htm

3-Локация.htm

4-Моделирование сигналов.htm

5-Analog_spectr2.htm

Приложение
Тексты программ

Закон Ома для цепи, содержащей температурно-зависимое сопротивление

Георг Симон Ом
Georg Simon Ohm
(1789 – 1854)

Ом (или ohm в англоязычной литературе) - единица электрического сопротивления СИ, названа по имени Г.С. Ома. Это сопротивление проводника, между концами которого при силе тока 1А возникает напряжение 1В.

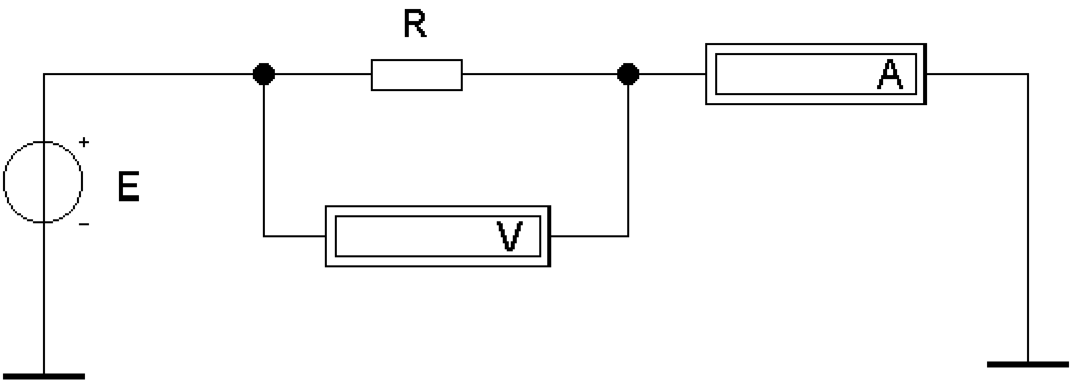


Рис.1. Электрическая цепь для изучения закона Ома:
Е- источник ЭДС; R- сопротивление; А - амперметр;
V - вольтметр. Схема взята из файла Закон_Ома_1.ewb (Electronics Workbench 5.1)

Исходные данные

$R0 := 100$

- Сопротивление цепи при начальной температуре T0

$T0 := 25$

- Начальная температура

$TKR := 0.15$

- Температурный коэффициент сопротивления

$q := 15$

- Коэффициент пропорциональности для расчета температуры резистора при нагреве его протекающим током

Расчет

- Вычисление неопределенного интеграла при определении функции температурной зависимости сопротивления резистора (симольное!)

$$\int TKR\,dT$$

- Результат вычисления интеграла при определении функции температурной зависимости сопротивления резистора (получен при симольном вычислении)

$$TKR \cdot T$$

$$R(T) := R0 + TKR \cdot T$$

- Формула для расчета температурной зависимости сопротивления

$$T := 0..100$$

- Диапазон изменения температурны

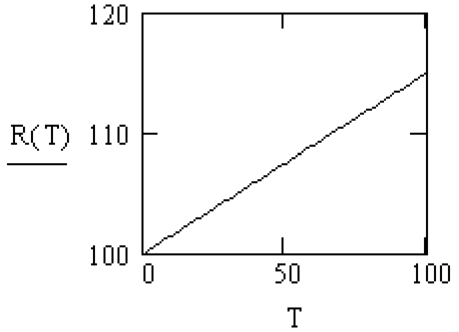


Рис.2. Зависимость сопротивления R от величины ЭДС E (схема рис.1)

$$T(E) := T0 + q \cdot E$$

- Зависимость темпeратры резистора от величины E

$$E := 0..20$$

- Диапазон изменения ЭДС

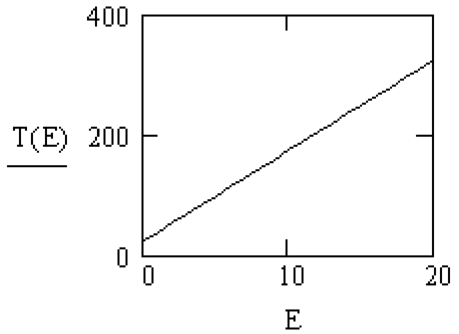


Рис.3. Зависимость температуры резистора от величины E

$$I(E) := \frac{E}{R(T(E))}$$

- Зависимость тока от величины E при нагреве резистора

$$I1(E) := \frac{E}{R0}$$

- Зависимость тока от величины E без нагрева резистора

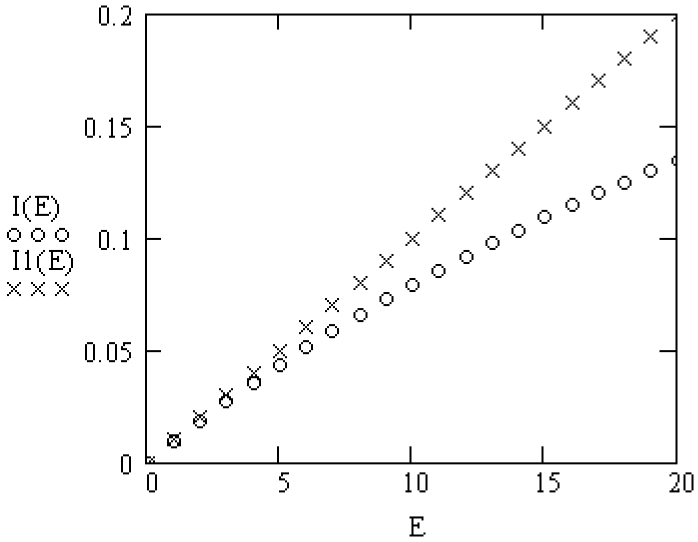


Рис.4. Сравнение зависимости тока I в цепи от величины E (схема рис.1)
при постоянном сопротивлении R (показана + + +) и
температурно-зависимом сопротивлении R (o o o)

Зависимость падения напряжения на резисторе от величины E при его нагреве

$$U(E) := I(E) \cdot R(T(E))$$

Зависимость дифференциального сопротивления
от величины E при нагреве резистора

$$Rd(E) := \frac{U(E+1) - U(E)}{I(E+1) - I(E)}$$

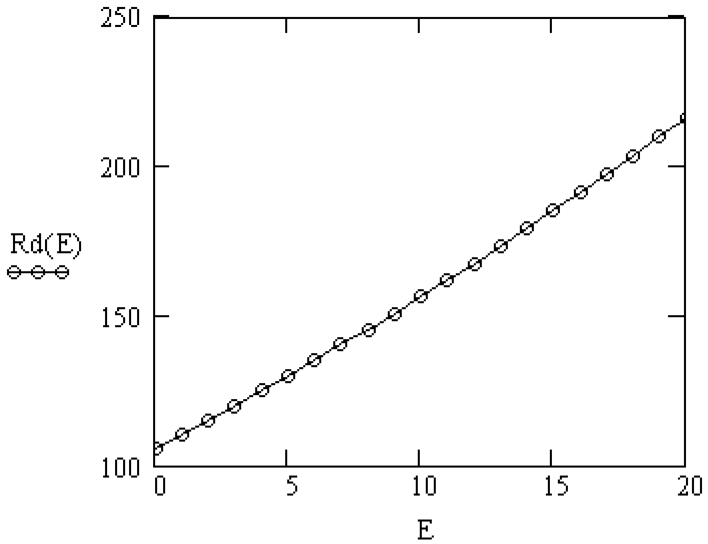


Рис.5. Зависимость дифференциального сопротивления Rd резистора (схема рис.1), рассчитанная для случая температурно-зависимого сопротивления R

$$Rd(2) = 115.3$$

- Значение сопротивления при значении ЭДС 2 В

ПРОГРАММА МОДЕЛИРОВАНИЯ, СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА И АППРОКСИМАЦИИ (СИНТЕЗА) ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

1. Исходные данные:

Количество наблюдаемых точек на оси времени

$N := 1024$

Количество точек, на которых определяется закон изменения входного сигнала - N1

$N1 := \frac{N}{2}$

Шаг по времени

$\delta t := 0.2 \cdot 10^{-6}$

Период повторения импульсов

$T := N \cdot \delta t$

c

$T = 2.048 \times 10^{-4}$

Вычисляем частоту основной гармоники

$f := T^{-1}$

$f = 4.883 \times 10^{3}$

Число гармоник

$M := N1$

2. Моделирование импульсного сигнала u(t)

$i := 1 .. N$

- цикл по времени при моделировании сигнала

$t_i := i \cdot \delta t$

$ff_i := \left(2 \cdot 10^5 - i \cdot 100\right)$

$p := \pi \cdot 2$

$\psi_i := p \cdot ff_i \cdot i \cdot \delta t$

- фаза исходного сигнала

$$um_i := \begin{cases} i & \text{if } i \le N1 \\ (2 \cdot N1 - i) & \text{if } i > N1 \end{cases}$$

- модель исходного сигнала

$$u_i := \left(um_i \cdot \frac{\sin(\psi_i)}{512} \right)$$

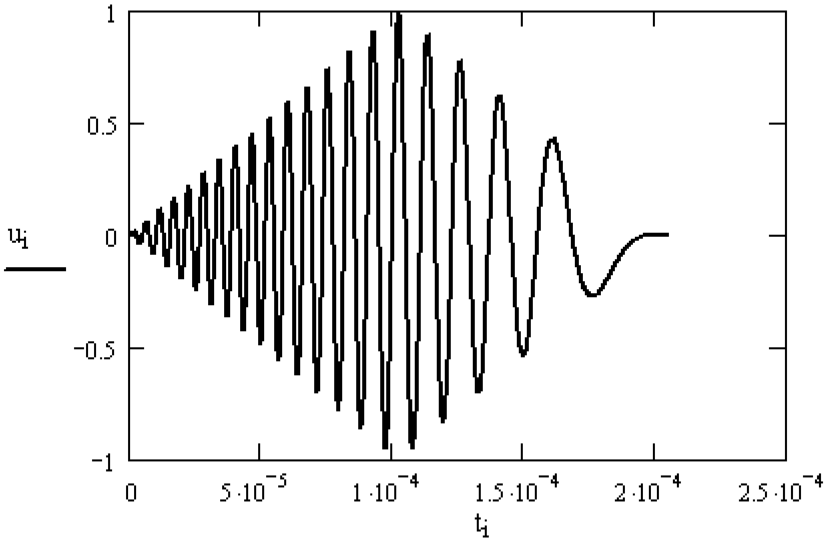


Рис.1. Входной сигнал u(t)

3. Спектральный анализ сигнала u(t)

$j := \sqrt{-1}$

- комплексная единица

Шаг по времени при проведении спектрального анализа

$$dt := \frac{1}{(f \cdot N)}$$

$p := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot dt$

$n := 0 .. M$

- цикл по гармоническим составляющим

$i := 0 .. N - 1$

- цикл по времени

Вычисляем амлитуды гармонических составляющих An, Bn при разложении по функциям cos(x) и sin(x) соответственно:

$$a_n := \frac{2}{N} \cdot \left(\sum_i u_i \cdot \cos(p \cdot n \cdot i) \right)$$

$$b_n := \frac{2}{N} \cdot \left(\sum_i u_i \cdot \sin(p \cdot n \cdot i) \right)$$

Вычисляем модуль амлитуд гармонических составляющих:

$a_1 = -0.019$

$$c_n := \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2}$$

$c_1 = 0.022$

Вычисляем фазу гармонических составляющих:

$f = 4.883 \times 10^3$

$\psi_n := -\arg(a_n + i \cdot b_n)$

$\psi_0 = -3.142$

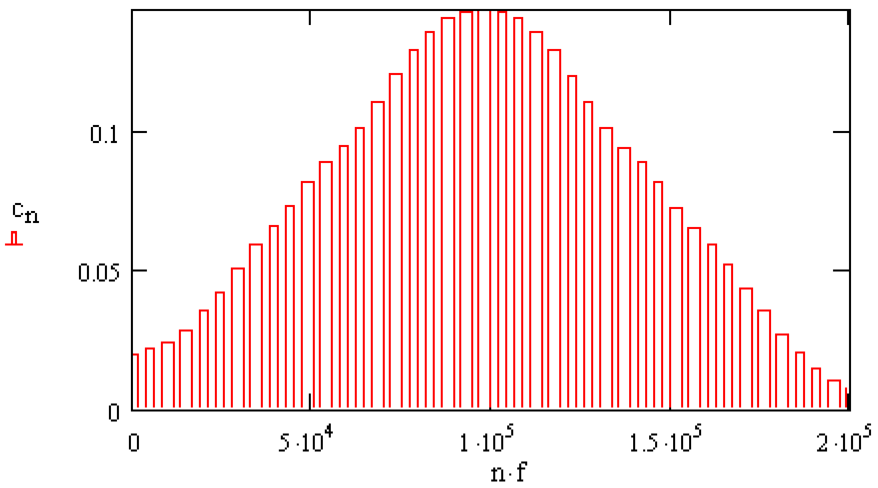


Рис.2. Амплитудный спектр периодического импульсного сигнала u(t)

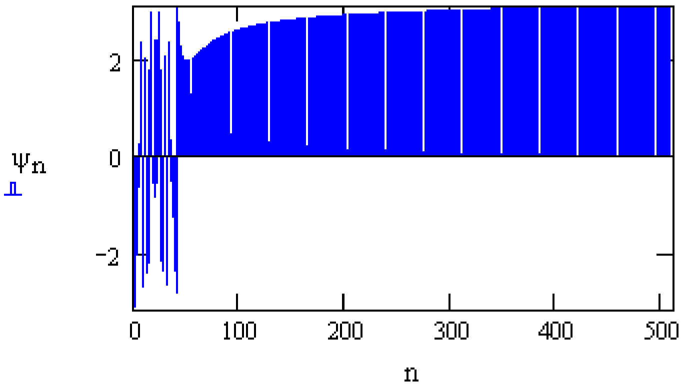


Рис.3. Фазовый спектр периодического импульсного сигнала u(t)

4. Спектральный синтез (аппроксимация) сигнала u1(t)

Число гармоник, учитываемых при синтезе

$N0 := 50$

$p1 := 2\cdot\pi\cdot f$

- вспомогательная переменная

Проведем аппроксимацию (синтез) сигнала u1(t) в виде ряда Фурье

$$u1(t) := \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N0} c_n\cdot\cos\left[p1\cdot n\cdot t + (\psi)_n\right]$$

$\tau_i := i\cdot dt$

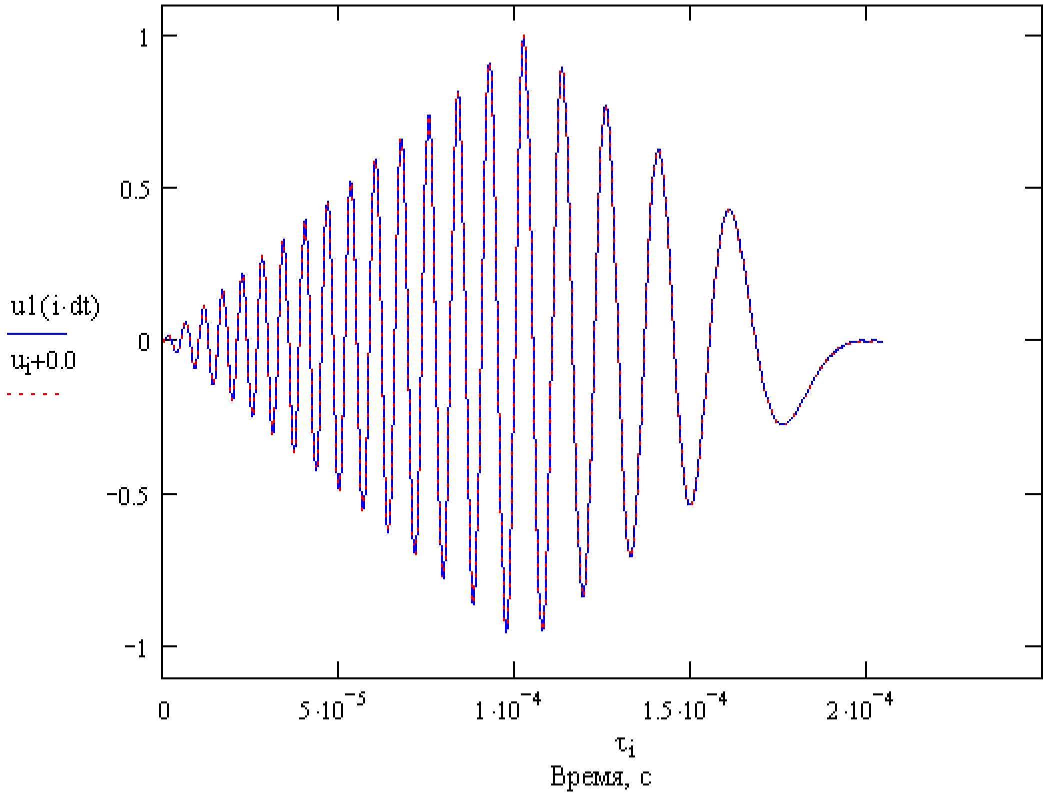


Рис.4. Результаты аппроксимации сигнала u(t) (красный цвет) в виде ряда Фурье u1(t) (синий цвет)

5. Вычисление погрешности аппроксимация сигнала u1(t)

$du_i := \left|u_i - u1(i \cdot dt)\right|$

- модуль отклонения аппрокимирующего сигнала u1(t) от заданного u(t)

$umm_i := \left|u_i\right|$

- массив из значений модулей сигнала u(t)

$ummax := max(umm)$

$ummax = 0.997$

- максимальное значение сигнала u(t)

$\delta u := max(du)$

$\delta u = 4.763 \times 10^{-3}$

- абсолютная погрешность аппроксимации сигнала u(t)

$\delta r := \delta u \cdot ummax^{-1} \cdot 100$

$\delta r = 0.478$

- относительная погрешность аппроксимации сигнала u(t) в %

5. Выводы

Результаты аппроксимации сигнала u(t) в виде ряда Фурье u1(t) показывают, что при числе учитываемых гармоник N0 аппроксимация дает относительную погрешность δr. Увеличение числа учитываемых гармоник обеспечивает еще лучшее приближение.

ПРОГРАММА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛОКАЦИИ ОБЪЕКТОВ С ПОМОЩЬЮ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

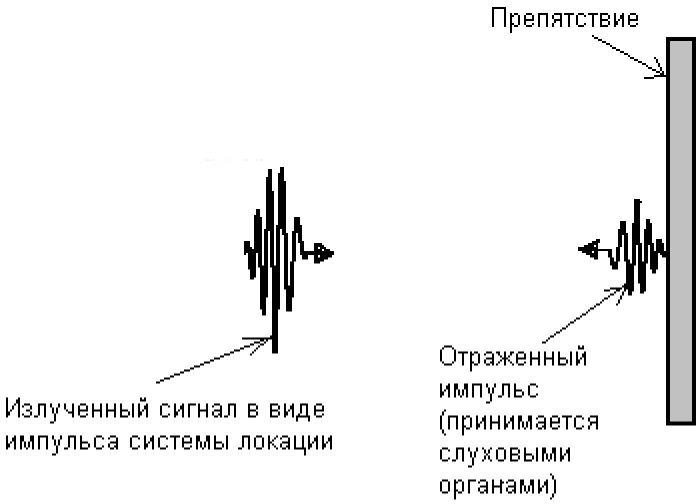


Рис. 1. Схема локации с помощью импульсных сигналов

1. Исходные данные для излученного сигнала:

Количество наблюдаемых точек на оси времени

$N \equiv 512$

Количество точек N1, на которых определяется закон изменения входного сигнала -

$N1 := \mathrm{floor}\left(\frac{N}{20}\right)$

Шаг по времени

$\delta t := 0.1 \cdot 10^{-5}$

Период повторения импульсов

$T := N \cdot \delta t$

с

$T = 5.1 \times 10^{-4}$

Вычисляем частоту основной гармоники

$f := T^{-1}$

$f = 2 \times 10^{3}$

Число гармоник

$M \equiv \frac{N}{2}$

2. Моделирование импульсного излученного сигнала u(t)

$i := 1..N$

- цикл по времени при моделировании сигнала

$t_i := i \cdot \delta t$

Задаем верхнюю частоту излучаемого импульса fв, в Гц

$f_в := 10^{5}$

Задаем шаг изменения (модуляции) частоты излучаемого импульса fм, в Гц

$f_м := 800$

Формируем закон изменения (модуляции) частоты излучаемого импульса ff, в Гц:

$ff_i := (f_в - i \cdot f_м)$

Формируем огибающую амплитудной модуляции излучаемой частоты ff:

$$um_i := \begin{cases} i & \text{if } i \le N1 \\ (2\cdot N1 - i) & \text{if } N1 < i \le 2\cdot N1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- огибающая исходного сигнала

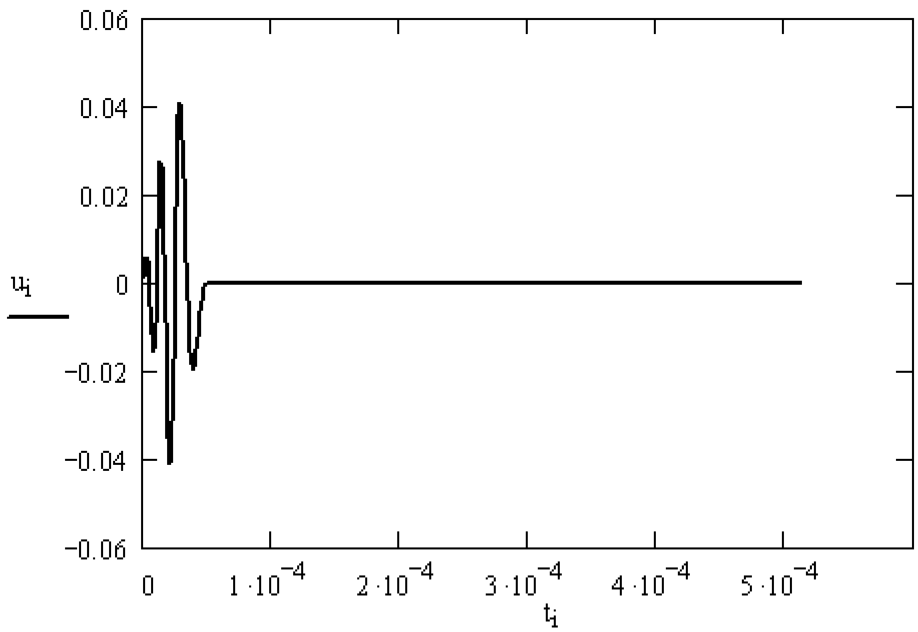
Формируем излучаемый сигнал u(t):

$$p := 2\cdot\pi$$

$$\psi_i := p\cdot ff_i\cdot i\cdot\delta t$$

- фаза исходного сигнала

$$u_i := \left(um_i \cdot \frac{\sin(\psi_i)}{N} \right)$$



.

Рис.1. Излученный гортанью летучей мыши сигнал u(t)

3. Спектральный анализ излученного сигнала u(t)

$$j := \sqrt{-1}$$

- комплексная единица

$$p := 2\cdot\pi\cdot f\cdot\delta$$

$$n := 0..M$$

- цикл по гармоническим составляющим

$$i := 0..N-1$$

- цикл по времени

Вычисляем амлитуды гармонических составляющих an, bn при разложении по функциям cos(x) и sin(x) соответственно:

$$a_n := \frac{2}{N}\cdot\left(\sum_i u_i\cdot\cos(p\cdot n\cdot i)\right)$$

$$b_n := \frac{2}{N}\cdot\left(\sum_i u_i\cdot\sin(p\cdot n\cdot i)\right)$$

Вычисляем модуль амлитуд гармонических составляющих:

$$a_0 = -1.6\times10^{-4}$$

$c_n := \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2}$

$c_1 = 1.6 \times 10^{-4}$

Вычисляем фазу гармонических составляющих:

$\psi_n := -\arg(a_n + i \cdot b_n)$

$\psi_0 = -3.1$

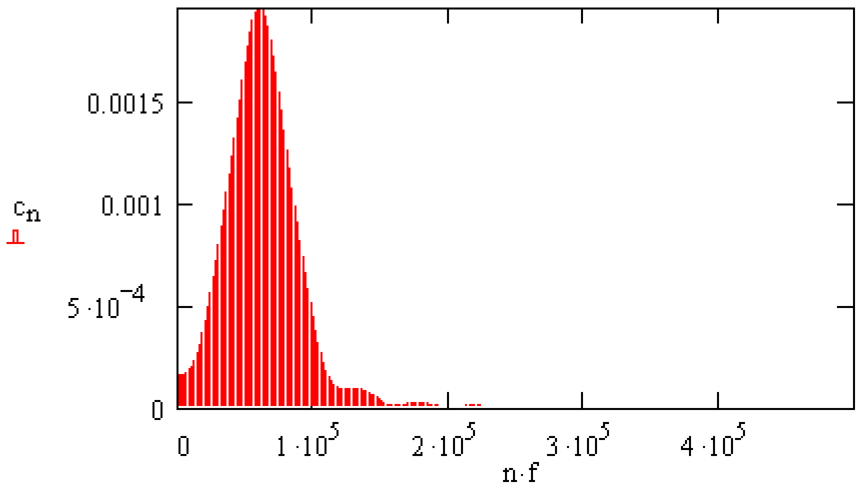


Рис.2. Амплитудный спектр периодического импульсного сигнала u(t)

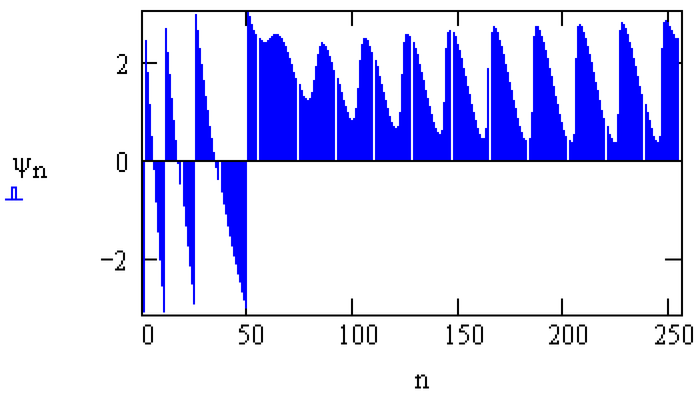


Рис.3. Фазовый спектр периодического импульсного сигнала u(t)

4. Спектральный синтез (аппроксимация) сигнала u(t)

Число гармоник, учитываемых при синтезе

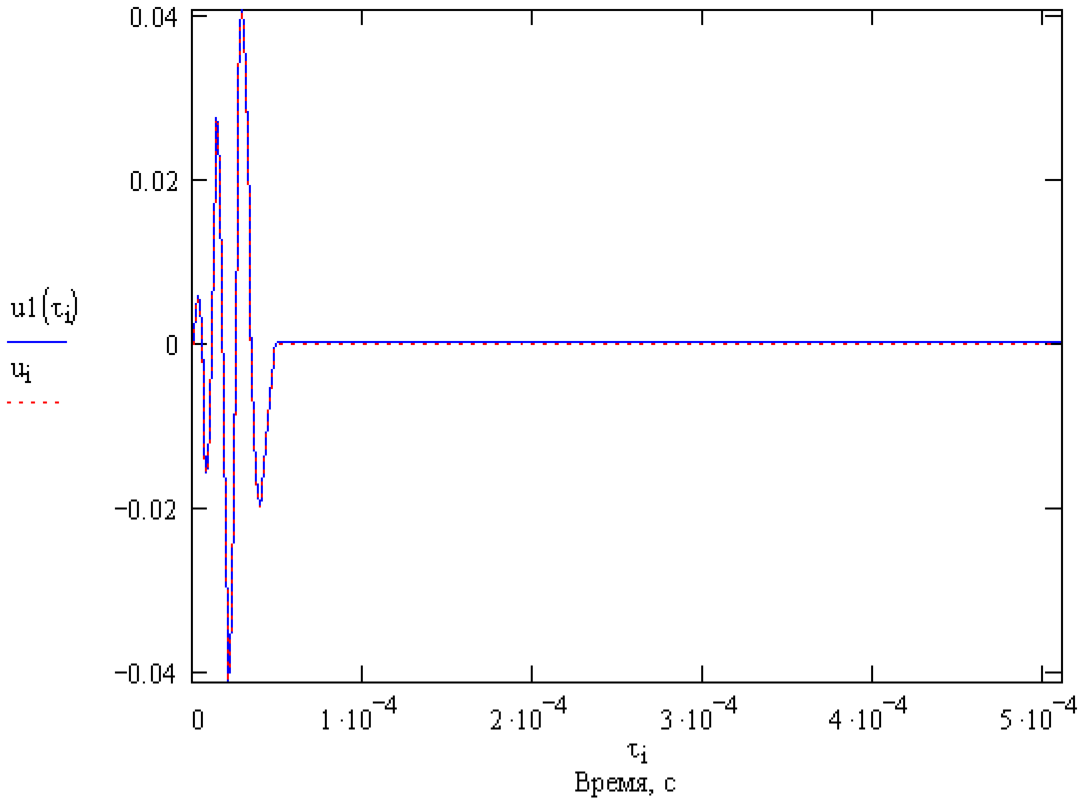
$p1 := 2 \cdot \pi \cdot f$

- вспомогательная переменная

Проведем аппроксимацию (синтез) излученного сигнала u(t) в виде ряда Фурье, обозначив его через u1(t)

$$u1(t) := \frac{-a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N0} c_n \cdot \cos(p1 \cdot n \cdot t + \psi_n)$$

$\tau_i := i \cdot \delta t$



$N0 \equiv M$

Рис.4. Результаты аппроксимации сигнала u(t) (красный цвет) в виде ряда Фурье u1(t) (синий цвет)

5. Моделирование отраженного сигнала

Допустим, что мышь летит навстречу препятствию в виде стенки, отражающей посланный сигнал с фазой 180 град (т.е. π) для всех гармонических составляющих и коэффициентом отражения

$$s11_n := \frac{1}{\left(1 + \sqrt{n \cdot f}\right)}$$

где nf - частота n-той гармоники, взятая в кГц.

При расчете учитывается также расстояние до стенки

Длина волны, излучаемой мышью

$V_{волны} := 300$

м/с - скорость распространения волны

$$\lambda_n := \begin{cases} 10^9 & \text{if } n = 0 \\ \dfrac{V_{волны}}{f \cdot n} & \text{if } n > 0 \end{cases}$$

$\lambda_1 = 0.2$

Фазовый сдвиг отраженной волны, прошедшей до препятствия расстояние S

$$\theta_n := \frac{-2 \cdot S}{\lambda_n} \cdot 2 \cdot \pi + \pi$$

$\alpha := 0$

Показатель затухания сигнала в воздухе и на препятствии

- коэффициент передачи цепи,
эквивалентной прохождению
излученного импульса на трассе
мышь-препятствие-мышь,
определенный через элемент
s21 матрицы коэффициентов рассеяния s
(волновой матрицы)

$$s21_n := \frac{1}{1+\sqrt{n \cdot f \cdot 10^{-3}}} \cdot e^{-j \cdot \theta_n} \cdot e^{-\alpha \cdot S}$$

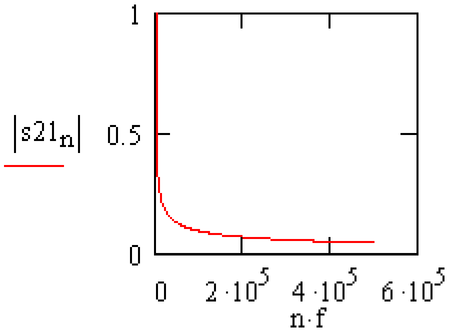


Рис. 5. Вносимое затухание на трассе, определенный через модуль элемента s21 матрицы коэффициентов рассеяния s (волновой матрицы)

вносимое затухание исследуемой трассы, определенное через элемент s21 матрицы коэффициентов рассеяния s (волновой матрицы), определяется в дБ

$$\eta_n := 20 \cdot \log\left(\left|s21_n\right|\right)$$

$$\psi_1 = 2.5$$

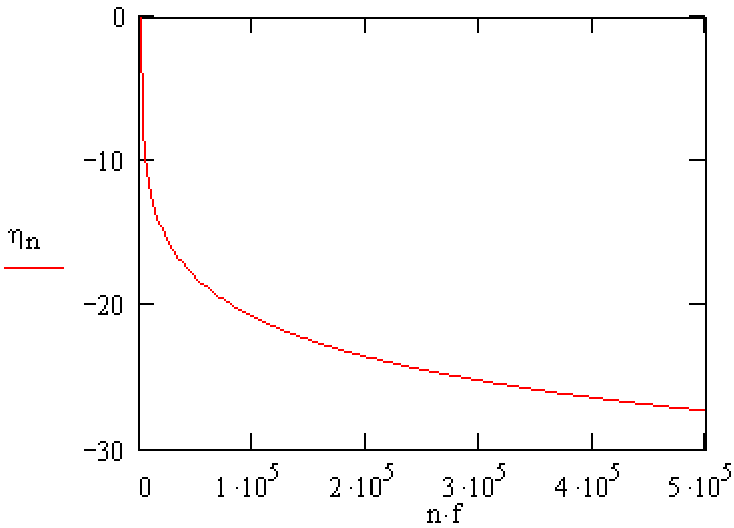


Рис. 6. Вносимое затухание в дБ на трассе мышь-препятствие-мышь, определенное через модуль элемента s21 матрицы коэффициентов рассеяния s (волновой матрицы)

фазовый сдвиг коэффициента передачи, определенный через элемент s21 матрицы коэффициентов рассеяния s (волновой матрицы),
определяется в ралианах

$$\theta_1 = -0.9$$

$$\alpha_n := -\arg\left(s21_n\right)$$

$$\alpha_1 = -0.9$$

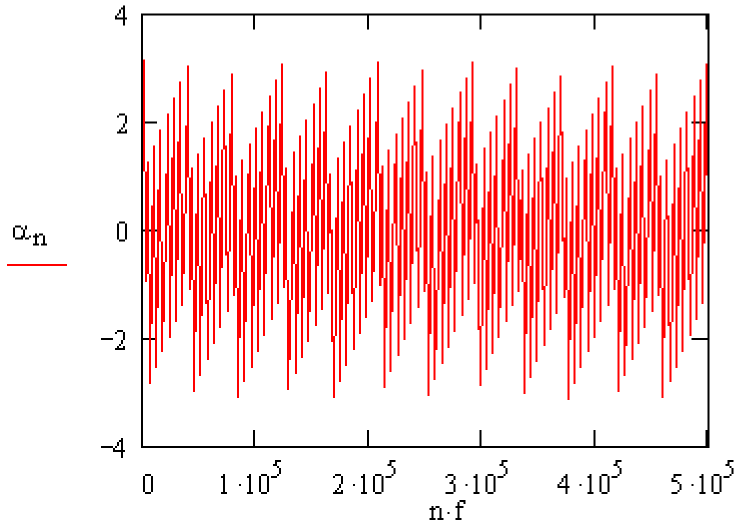


Рис. 7. Фазовый сдвиг коэффициента передачи

6. Вычисление амлитуд и фазовых сдвигов гармонических составляющих исходного сигнала, прошедших по трассе

$M1_n := c_n \cdot |s21_n|$

$c_2 = 1.7 \times 10^{-4}$

$M1_2 = 5.6 \times 10^{-5}$

$\psi 1_n := \psi_n + \theta_n$

Фазовый сдвиг, учитываемый при аппроксимации отраженного сигнала

7. Расчет отраженного сигнала ur(t), улавливаемого слухом мыши

Проведем аппроксимацию (синтез) сигнала u1(t) в виде ряда Фурье

$n := 1 .. N0$

Число гармоник, учитываемых при расчете отклика

$$ur(t) := -a_0 \cdot M1_0 + \sum_{n=1}^{N0} M1_n \cdot \cos\left[p1 \cdot n \cdot (t) + \psi 1_n\right]$$

$\tau_i := i \cdot \delta t$

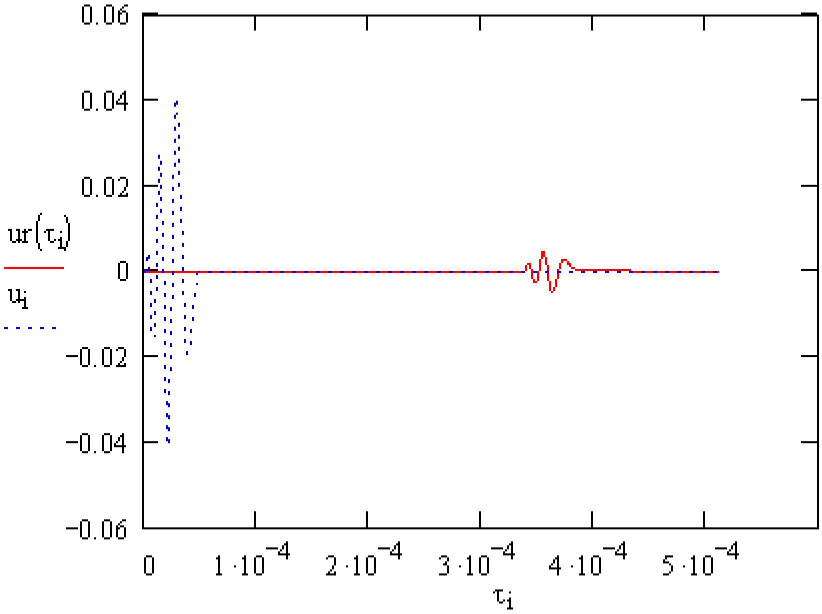


Рис.8. Зависимости от времени излученного сигнала u(t) (синий цвет) и отраженного от препятствия сигнала ur(t) (красный цвет)

9. Расчет группового времени запаздывания сигнала u(t) на трассе мышь-препятствие-мышь

Среднее групповое время запаздывания волны на трассе мышь-препятствие-мышь:

$S \equiv 0.05$

- расстояние до препятствия в м (метрах)

$$\tau гр := 2 \cdot \frac{S}{V волны} \cdot 10^{3}$$

$\tau гр = 0.3$

мс

$k := 1 .. N0$

- дополнительный цикл при расчете группового времени запаздывания $\tau гр$

- групповое время запаздывания $\tau гр$ гармонических составляющих сигнала на трассе

$$\tau гр_k := -\frac{\theta_k - \theta_{k-1}}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

$\tau гр_1 = 3.3 \times 10^{-4}$

- значение группового времени запаздывания

$\tau гр$ на выбранной частоте

- групповое время запаздывания $\tau 1гр$ гармонических составляющих сигнала с учетом "собственной" задержки и трассы

$$\tau 1гр_k := -\frac{\psi 1_k - \psi 1_{k-1}}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

- значение группового времени запаздывания

$\tau гр$ на выбранной частоте

$\tau 1гр_{30} = 3.6 \times 10^{-4}$

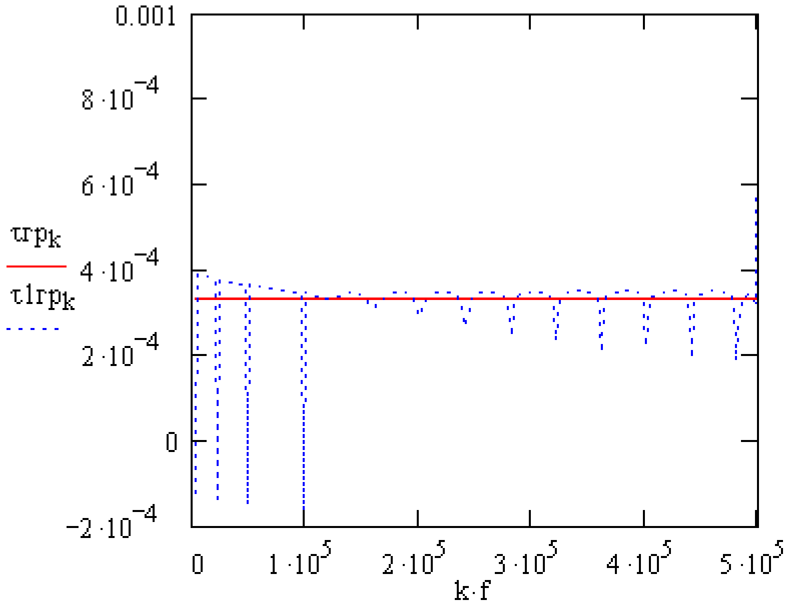


Рис.9. Частотная зависимость группового времени запаздывания τrp

10. Вычисление погрешности аппроксимация сигнала u(t)

$du_i := \left|u_i - u1(i\cdot\delta t)\right|$

- модуль отклонения аппрокимирующего сигнала u1(t) от заданного u(t)

$umm_i := |u_i|$

- массив из значений модулей сигнала u(t)

$ummax := max(umm)$

$ummax = 0$

- максимальное значение сигнала u(t)

$\delta u := max(du)$

$\delta u = 1.6\times10^{-4}$

- абсолютная погрешность аппроксимации сигнала u(t)

$\delta r := \delta u\cdot ummax^{-1}\cdot100$

$\delta r = 0.4$

- относительная погрешность аппроксимации сигнала u(t) в %

11. Выводы

Результаты аппроксимации сигнала u(t) в виде ряда Фурье u1(t) показывают, что при числе учитываемых гармоник N0 аппроксимация дает относительную погрешность δr. Увеличение числа учитываемых гармоник обеспечивает еще лучшее приближение.

ANALOG_SPECTR1 - ПРОГРАММА МОДЕЛИРОВАНИЯ, СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА И АППРОКСИМАЦИИ (СИНТЕЗА) ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

1. Исходные данные: период повторения импульсов

$T := 0.001$ с

Вычисляем тактовую частоту повторения

$f := T^{-1}$

$f = 1 \times 10^{3}$

Количество наблюдаемых точек на оси времени

$N := 1024$

Количество точек, на которых определяется закон изменения входного сигнала - N1

$N1 := 128$

Шаг по времени

$\delta t := T \cdot N1^{-1}$

Число гармоник

$M := N1$

2. Моделирование импульсного сигнала u(t)

$i := 0..N$

- цикл по времени при моделировании сигнала

$p := \pi \cdot 2$

$\psi_i := p \cdot i \cdot f \cdot \delta t$

- фаза исходного сигнала

$$u_i := \begin{vmatrix} (\sin(\psi_i)) \text{ if } i \le \dfrac{N1}{2} \\ 0 \text{ if } i > \dfrac{N1}{2} \end{vmatrix}$$

- модель исходного сигнала

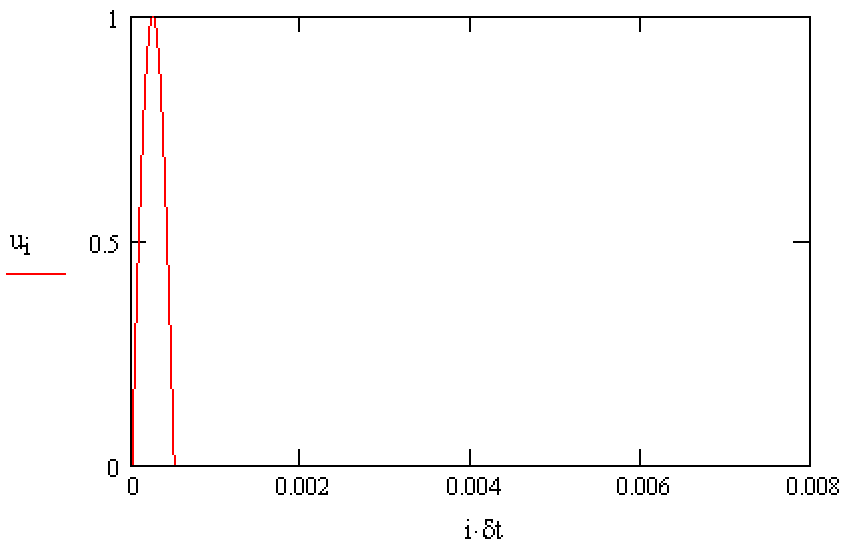


Рис.1. Входной сигнал u(t)

3. Спектральный анализ сигнала u(t)

$j := \sqrt{-1}$

- комплексная единица
Шаг по времени при проведении спектрального анализа

$$dt := \frac{1}{(f \cdot N)}$$

$$p := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot dt$$

$$n := 0 .. M$$

- цикл по гармоническим составляющим

$$i := 0 .. N - 1$$

- цикл по времени
Вычисляем амлитуды гармонических составляющих An, Bn при разложении по функциям cos(x) и sin(x) соответственно:

$$A_n := \sum_i u_i \cdot \cos(p \cdot n \cdot i)$$

$$B_n := \sum_i u_i \cdot \sin(p \cdot n \cdot i)$$

Вычисляем модуль амлитуд гармонических составляющих:

$$M_n := \left|A_n + j \cdot B_n\right| \cdot \left(\frac{2}{N}\right)$$

Вычисляем фазу гармонических составляющих:

$$\psi_n := -\arg\left(A_n + j \cdot B_n\right)$$

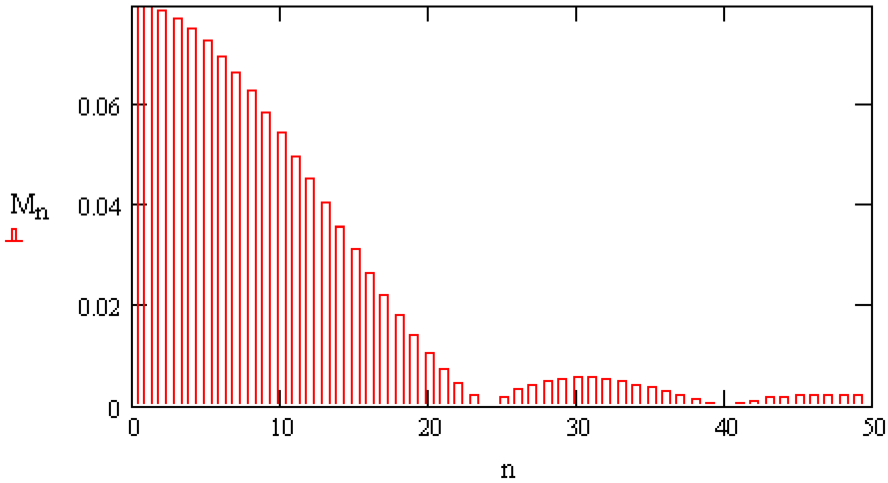


Рис.2. Амплитудный спектр периодического импульсного сигнала u(t)

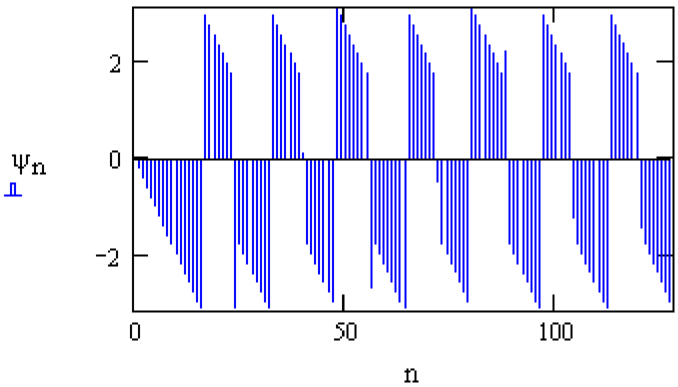


Рис.3. Фазовый спектр периодического импульсного сигнала u(t)

4. Спектральный синтез (аппроксимация) сигнала u1(t)

Число гармоник, учитываемых при синтезе

$$N0 := 50$$

$p1 := 2 \cdot \pi \cdot f$

- вспомогательная переменная

Проведем аппроксимацию (синтез) сигнала u1(t) в виде ряда Фурье

$$u1(t) := \frac{A_0}{N} + \sum_{n=1}^{N0} M_n \cdot \cos\left(p1 \cdot n \cdot t + \psi_n\right)$$

$\tau_i := i \cdot dt$

$$\frac{A_0}{N} = 0.04$$

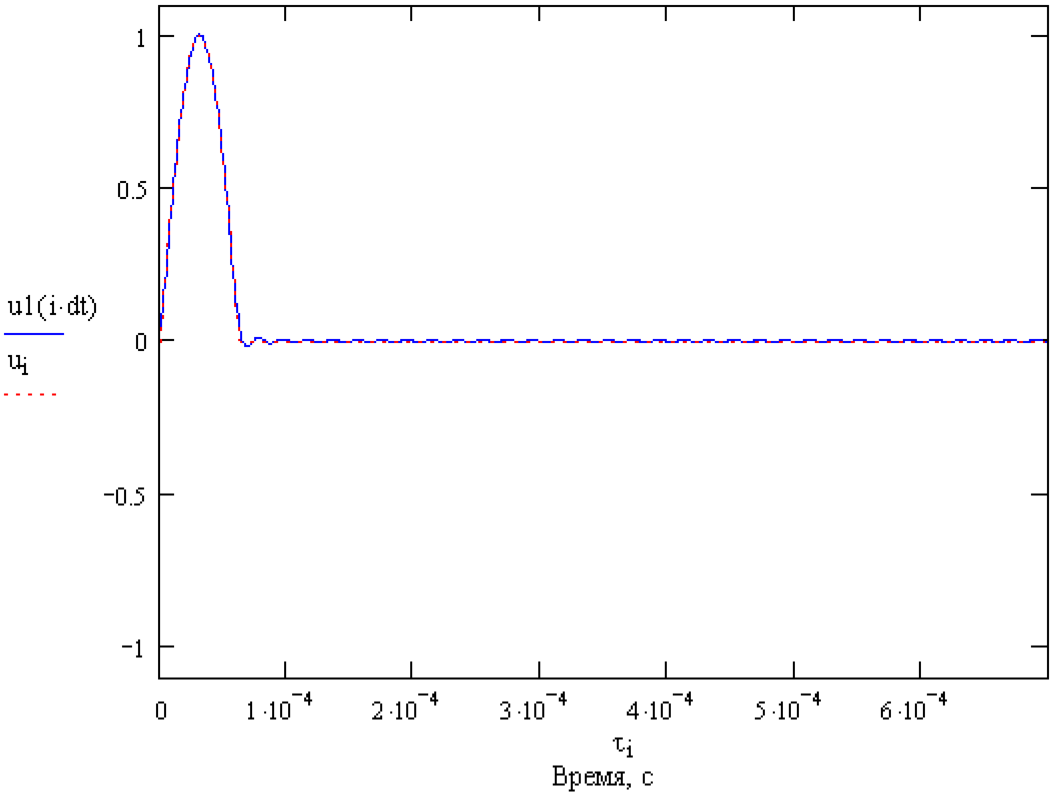


Рис.4. Результаты аппроксимации сигнала u(t) (красный цвет) в виде ряда Фурье u1(t) (синий цвет)

5. Вычисление погрешности аппроксимация сигнала u1(t)

$du_i := \left| u_i - u1(i \cdot dt) \right|$

- модуль отклонения аппрокимирующего сигнала u1(t) от заданного u(t)

$umm_i := \left| u_i \right|$

- массив из значений модулей сигнала u(t)

$ummax := \max(umm)$

$ummax = 1$

- максимальное значение сигнала u(t)

$\delta u := \max(du)$

$\delta u = 0.048$

- абсолютная погрешность аппроксимации сигнала u(t)

$\delta r := \delta u \cdot ummax^{-1} \cdot 100$

$\delta r = 4.843$

- относительная погрешность аппроксимации сигнала u(t) в %

5. Выводы

Результаты аппроксимации сигнала u(t) в виде ряда Фурье u1(t) показывают, что даже при числе учитываемых гармоник N0=15 аппроксимация дает относительную погрешность 17.2%. Увеличение числа учитываемых гармоник обеспечивает еще лучшее приближение.

ANALOG_SPECTR2 - ПРОГРАММА АНАЛИЗА ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОСТЕЙШИХ ЦЕПЕЙ И РАСЧЕТА ИХ ОТКЛИКА НА ВОЗДЕЙСТВИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

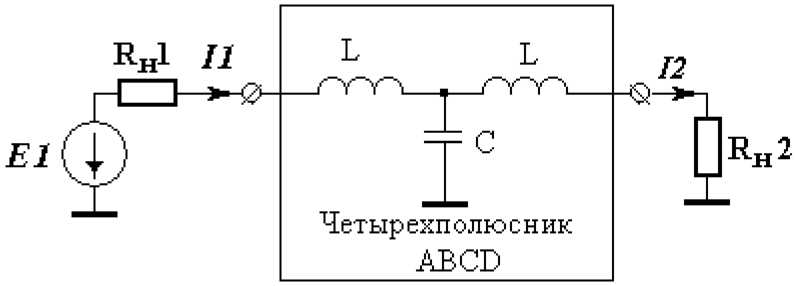


Рис.1. Схема анализируемой цепи

1. Исходные данные импульсного сигнала:

Период повторения импульсов

$T := 0.001$

с

Вычисляем тактовую частоту повторения

$f := T^{-1}$

$f = 1 \times 10^3$

Количество наблюдаемых точек на оси времени

$N := 1024$

Количество точек, на которых определяется закон изменения входного сигнала - N1

$N1 := 128$

Шаг по времени

$\delta t := T \cdot N1^{-1}$

Число гармоник

$Max := N1$

2. Моделирование импульсного сигнала u(t)

$i := 0..N$

- цикл по времени при моделировании сигнала

$p := \pi \cdot 2$

$\psi_i := p \cdot i \cdot f \cdot \delta t$

- фаза исходного сигнала

$$u_i := \begin{vmatrix} (\sin(\psi_i)) & \text{if } i \le N1 \\ 0 \text{ if } i > N1 \end{vmatrix}$$

- модель исходного сигнала

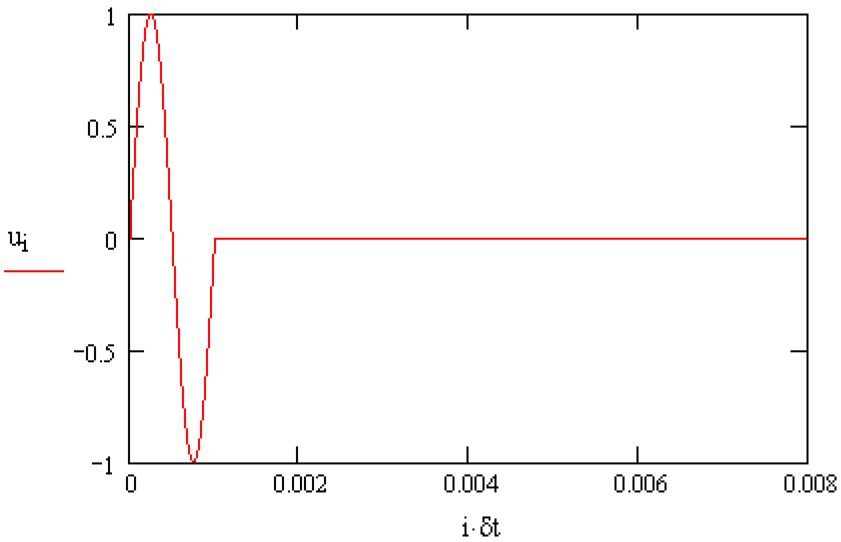


Рис.2. Входной сигнал u(t)

3. Спектральный анализ сигнала u(t)

$j := \sqrt{-1}$

- комплексная единица

Шаг по времени при проведении спектрального анализа

$$dt := \frac{1}{(f \cdot N)}$$

$p := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot dt$

$n := 0..Max$

- цикл по гармоническим составляющим

$i := 0..N-1$

- цикл по времени

Вычисляем амлитуды гармонических составляющих An, Bn при разложении по функциям cos(x) и sin(x) соответственно:

$$A_n := \sum_i u_i \cdot \cos(p \cdot n \cdot i)$$

$$B_n := \sum_i u_i \cdot \sin(p \cdot n \cdot i)$$

Вычисляем модуль амлитуд гармонических составляющих:

$$M_n := \left|A_n + j \cdot B_n\right| \cdot \left(\frac{2}{N}\right)$$

$MM_n := M_n$

Вычисляем фазу гармонических составляющих:

$\psi_n := -\arg\left(A_n + j \cdot B_n\right)$

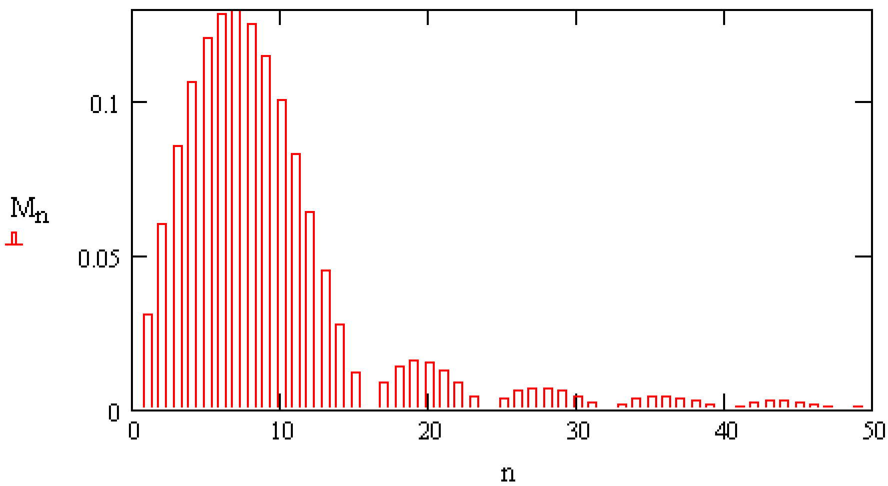


Рис.3. Амплитудный спектр периодического импульсного сигнала u(t)

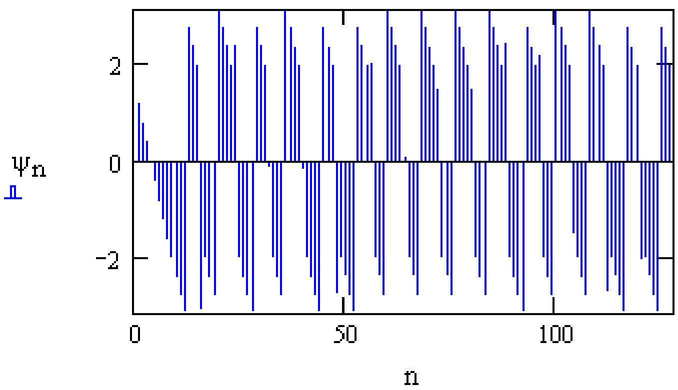


Рис.4. Фазовый спектр периодического импульсного сигнала u(t)

4. Анализ цепи матричным методом

4.1. Подготовка исходных данных

Исходные данные для цепи:

$Rн1 := 50$

- входное сопротивление нагрузки, Ом;

$Rн2 := 50$

-выходное сопротивление нагрузки, Ом;

$L := 0.5 \cdot 10^{-3}$

- индуктивность, Гн;

$C := 10000 \cdot 10^{-11}$

- емкость, Ф/м;

$\omega(n) := 2 \cdot \pi \cdot (f \cdot n)$

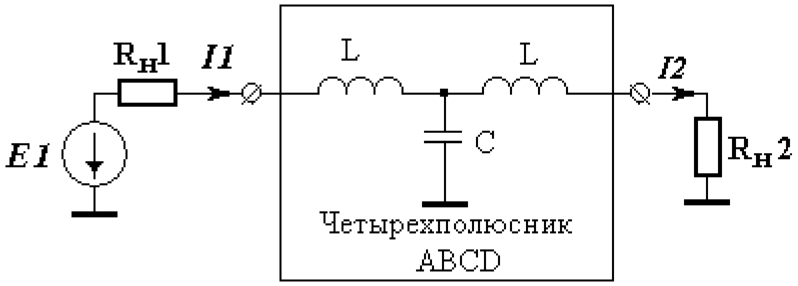
- круговая частота n-той гармоники;

$Z_n := j \cdot \omega(n) \cdot L$

- сопротивление индуктивности, Ом

$Y_n := j \cdot \omega(n) \cdot C$

- проводимость емкости, Сим



4.2. Вычисление матрицы передачи

- классическая матрица передачи a

Т- образной цепочки

$$a_n := \begin{bmatrix} 1 + Z_n \cdot Y_n & 2 \cdot Z_n + \left[\left(Z_n \right)^2 \right] \cdot Y_n \\ Y_n & 1 + Z_n \cdot Y_n \end{bmatrix}$$

- классическая нормированная матрица передачи A

Т- образной цепочки

$$AD_n := \begin{bmatrix} \left(a_n\right)_{0,0} \cdot \sqrt{\dfrac{Rн2}{Rн1}} & \dfrac{\left(a_n\right)_{0,1}}{\sqrt{Rн1 \cdot Rн2}} \\ \left(a_n\right)_{1,0} \cdot \sqrt{Rн1 \cdot Rн2} & \left(a_n\right)_{1,1} \cdot \sqrt{\dfrac{Rн1}{Rн2}} \end{bmatrix}$$

4.3. Вычисление коэффициента передачи, вносимого затухания, фазового сдвига, группового времени запаздывания

$$s21_n := \frac{2}{\left[\left(AD_n\right)_{0,0} + \left(AD_n\right)_{1,0} + \left(AD_n\right)_{1,1} + \left(AD_n\right)_{0,1} \right]}$$

- коэффициент передачи исследуемой цепи, определенный через элемент s21 матрицы коэффициентов рассеяния s (волновой матрицы)

Т- образной цепочки (определяется в комплексном виде)

- вносимое затухание исследуемой цепи, определенный через элемент s21 матрицы коэффициентов рассеяния s (волновой матрицы)

Т- образной цепочки (определяется в дБ)

$$\eta_n := 20 \cdot \log\left(\left| s21_n \right| \right)$$

- фазовый сдвиг коэффициент передачи исследуемой цепи, определенный через элемент s21 матрицы коэффициентов рассеяния s (волновой матрицы)

Т- образной цепочки (определяется в ралианах)

$$\phi_n := -\arg\left(s21_n\right) \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$f_n := \omega(n) \cdot \frac{10^{-6}}{2 \cdot \pi}$$

- текущая частота в МГц

$k := 1 .. Max$

- дополнительный цикл при расчете группового времени запаздывания $\tau_{гр}$

$$\tau\text{гр}_k := \frac{1}{\omega(1) - \omega(0)} \cdot \frac{\mathrm{Re}(s21_k)\cdot \mathrm{Im}(s21_{k-1}) - \mathrm{Im}(s21_k)\cdot \mathrm{Re}(s21_{k-1})}{s21_k \cdot \overline{s21_k}}$$

- групповое время запаздывания $\tau\text{гр}$

$$f_k := \omega(k)\cdot\frac{10^{-6}}{2\cdot\pi}$$

- текущая частота в МГц (при расчете $\tau\text{гр}$)

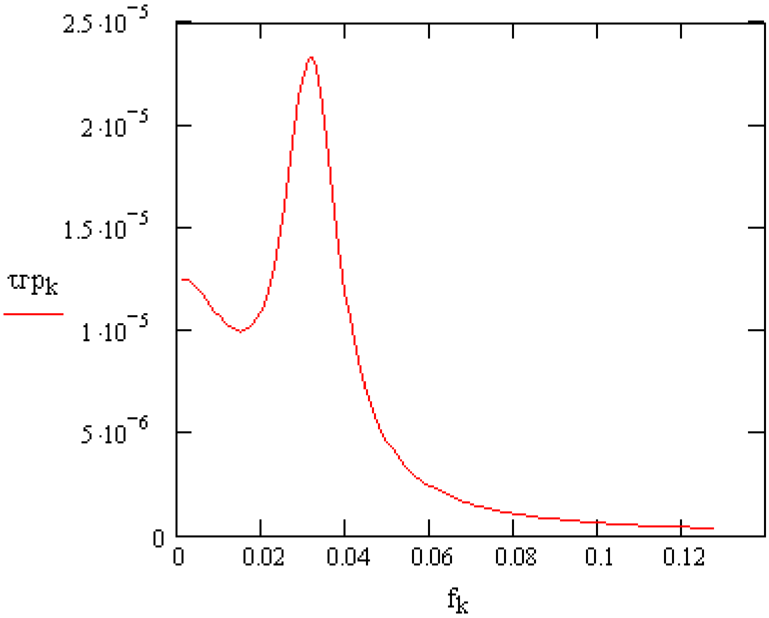


Рис.5 Частотная зависимость группового времени запаздывания $\tau\text{гр}$

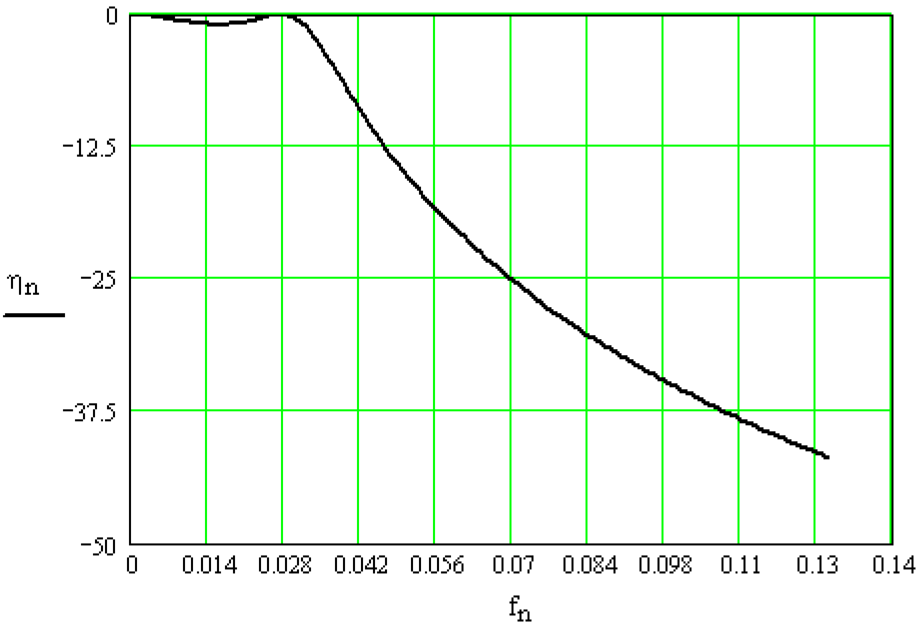


Рис.6 Частотная зависимость вносимого затухания η в дБ

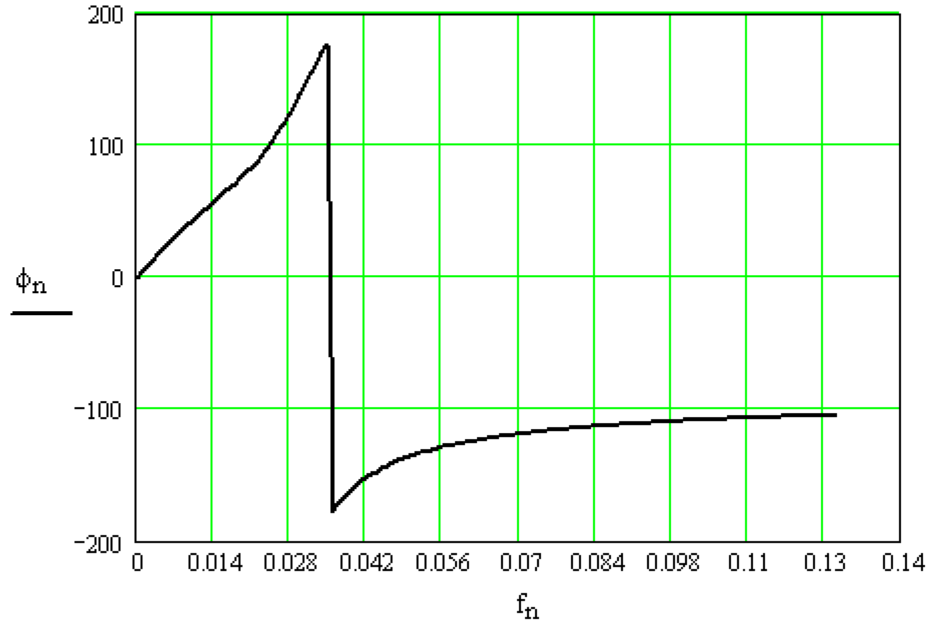


Рис.7. Частотная зависимость фазового сдвмга ϕ в град

4.4. Вычисление амлитуд и фазовых сдвигов гармонических составляющих исходного сигнала, повергшихся обработке цепью

$$M1_n := MM_n \cdot \left|s21_n\right|$$

$$\psi1_n := \psi_n + \phi_n$$

5. Расчет отклика цепи u1(t) на входной сигнал u(t)

Число гармоник, учитываемых при расчете отклика

$$N0 := 25$$

$$p1 := 2 \cdot \pi \cdot T^{-1}$$

- вспомогательная переменная

Проведем аппроксимацию (синтез) сигнала u1(t) в виде ряда Фурье

$$u1(t) := \frac{-A_0}{N} + \sum_{n=1}^{N0} M1_n \cdot \cos\left(p1 \cdot n \cdot t + \psi1_n\right)$$

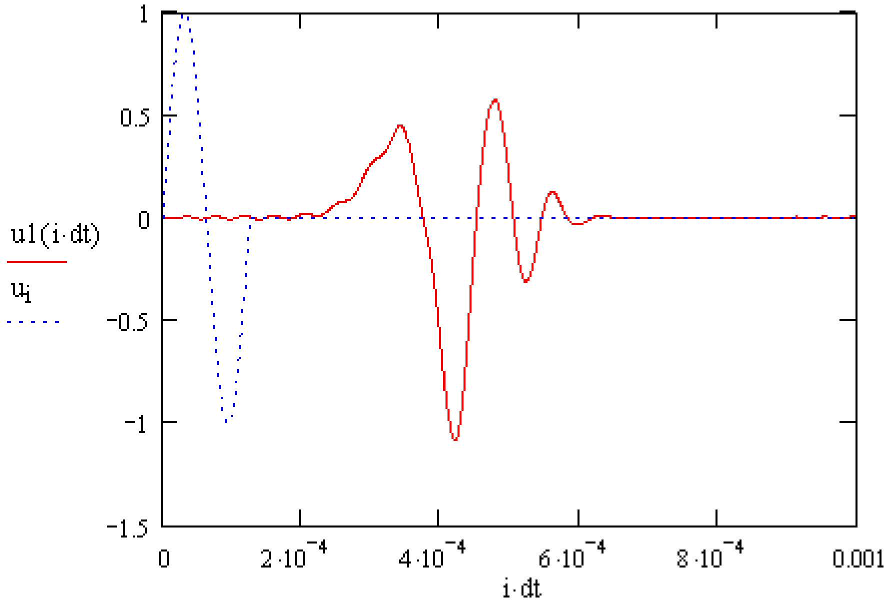


Рис.8. Зависимости от времени входного сигнала u(t) (синий цвет) и отклика цепи u1(t) (красный цвет), имеющей частотные характеристики, показанные на рис.5- рис.7

6. Выводы

При обработке сигнала u(t) анализируемой цепью наблюдается значительное изменение его формы из-за амплитудных и фазовых фазовых искажений, вносимых цепью.