КИПР
ТУСУР

Кафедра конструирования
и производства радиоаппаратуры

Геоинформационные основы навигации

Томск 2017

Кобрин Юрий Павлович
Геоинформационные основы навигации. Методические указания к лабораторной работе и по организации самостоятельной работы по дисциплине «Автоматизированные системы управления воздушным движением» для студентов очного и заочного обучения по специальности 162107.65 «Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования» (специалитет). - Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР), кафедра КИПР, 2017. – 38 с.

Методические указания посвящены изучению математических моделей геоинформационных основ навигации в автоматизированных системах (АС) управления воздушным движением (УВД)

Предназначены для помощи в подготовке бакалавров и магистрантов по специальности 162107.65 «Техническая эксплуатация транспортного радиооборудования» (специалитет).

СОДЕРЖАНИЕ

1 Цель работы 4
2 Порядок выполнения работы и отчётность 4
3 Контрольные вопросы 4
4 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ 5
4.1 Фигура Земли 5
4.2 Прямоугольные системы координат 6
4.3 Сферическая система координат 6
4.4 Земной эллипсоид 8
4.5 Геодезическая система координат 8
4.6 Высоты 9
4.7 Разнообразие геодезических систем координат 10
4.8 Отображение эллипсоида на сферу 11
4.9 Основные сведения из сферической тригонометрии 11
4.10 Ортодромия 12
4.11 Угол схождения меридианов 13
4.12 Локсодромия 14
4.13 Понятие о картографической проекции 15
4.14 Главный и частный масштабы 16
4.15 Искажения на картах 19
4.16 Небесная сфера 20
4.17 Системы небесных координат 21
4.18 Высота полюса мира 23
4.19 Видимое движение небесных светил 23
4.20 Измерение времени 24
4.21 Поясное, декретное и летнее времена 28
4.22 Преобразование времени 28
4.23 Системы измерения времени 29
4.24 Моменты естественного освещения и сумерки 31
4.25 Расчёт моментов естественного освещения 33
5 ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ 33
5.1 Общие рекомендации по выполнению геодезических расчётов 33
5.2 Задание 1 35
5.3 Задание 2 36
6 Список литературы 38

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение геоинформационных основ навигации в автоматизированных системах (АС) управления воздушным движением (УВД) [1,2,3,4].

2 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ И ОТЧЁТНОСТЬ

1) Перед выполнением этой работы следует ознакомиться с краткими теоретическими сведениями.
2) Оформить отчёт в соответствии с [5], который должен содержать следующие разделы:
   a) Цель работы.
   b) Условия индивидуального задания.
   c) Расчёты в соответствии с индивидуальным заданием.
   d) Ответы на контрольные вопросы.
   e) Выводы.
3) Для получения зачёта по лабораторной работе в ходе защиты отчёта студент должен:
   a) представить результаты расчётов, причём от студента требуется не только формально правильный результат расчёта, но и его осмысленное понимание;
   b) уметь отвечать на контрольные вопросы.

3 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Ответьте на следующие контрольные вопросы:

1) Какую форму имеет Земля? Что такое геоид, квазигеоид, эллипсоид?
2) Что такое геодезические широта и долгота? Чем они отличаются от сферических?
3) Что такое ортодромия? Каковы ее основные свойства?
4) В какой системе координат представлена информация на картах и в документах аэронавигационной информации России? В какой системе координат она должна быть представлена по требованиям ИКАО?
5) Разъясните, что такое картографическая проекция?
6) Что называется, главным масштабом?
7) Что такое частный масштаб?
8) Что называют эллипсом искажений?
9) Каков физический смысл эллипса искажений?
10) Сколько главных и частных масштабов существует в каждой точке карты?
11) Как называется время, которое у Вас на часах?
12) Каково сейчас местное время на меридиане 23° западной долготы?
13) Что такое часовой угол светила, склонение светила, высота светила?
14) Разъясните, что такое UTC?
15) Что называется, видимым восходом и заходом? Почему они отличаются от истинных?
16) Что такое сумерки?

4 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

4.1 Фигура Земли

Как и любое тело, Земля имеет форму, ограниченную её так называемой физической поверхностью, причём форму довольно неправильную - со всеми неровностями рельефа. Использовать ее для навигации, например, задать на ней координатную сетку, практически невозможно. Нужно эту поверхность «сгладить». Эта операция выполняется с помощью так называемых уровенных поверхностей.

Уровенная поверхность - поверхность, пересекающая все отвесные линии под прямым углом. Отвесная линия - линия, совпадающая с направлением силы тяжести в данной точке. Отвесные линии не параллельны в разных местах не только потому, что Земля сплюснута и вращается, но и потому, что массы в земной коре распределены неравномерно. Уровенную поверхность более строго можно определить как поверхность с постоянным значением потенциала силы тяжести (эквипотенциальную поверхность).

Уровенных поверхностей можно провести бесконечно много, и они примерно параллельны друг другу (если не учитывать сжатие Земли и неравномерность гравитационного поля). Одна из них и принимается за поверхность, ограничивающую фигуру Земли.

Геоид - фигура Земли, образованная уровенной поверхностью, совпадающей в открытых морях и океанах с их спокойной поверхностью.

Поверхность геоида, в отличие от физической поверхности Земли, гладкая, но тоже довольно неправильная (Рис. 4.1).

Все точки на физической поверхности Земли проектируют на геоид. Конечно, и высоту точек желательно измерять относительно поверхности геоида, но тут возникает проблема. Оказывается, что положение поверхности геоида в океанах определить достаточно просто, но в континентальной части это сделать невозможно, так как неизвестно направление отвесных линий внутри материка.

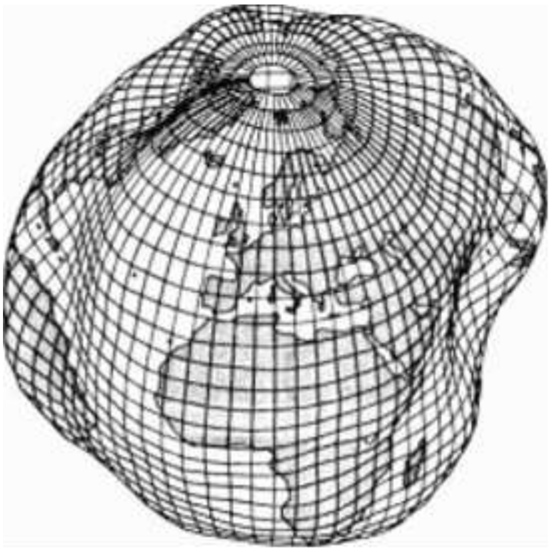

Рис. 4.1 - Неровности геоида (преувеличено)

Поэтому вместо поверхности геоида используется поверхность **квазигеоида**, которая совпадает с геоидом в морях и океанах и почти совпадает на континентах (Рис. 4.2). Положение поверхности квазигеоида может быть определено достаточно точно по результатам гравиметрических и геодезических съёмок.

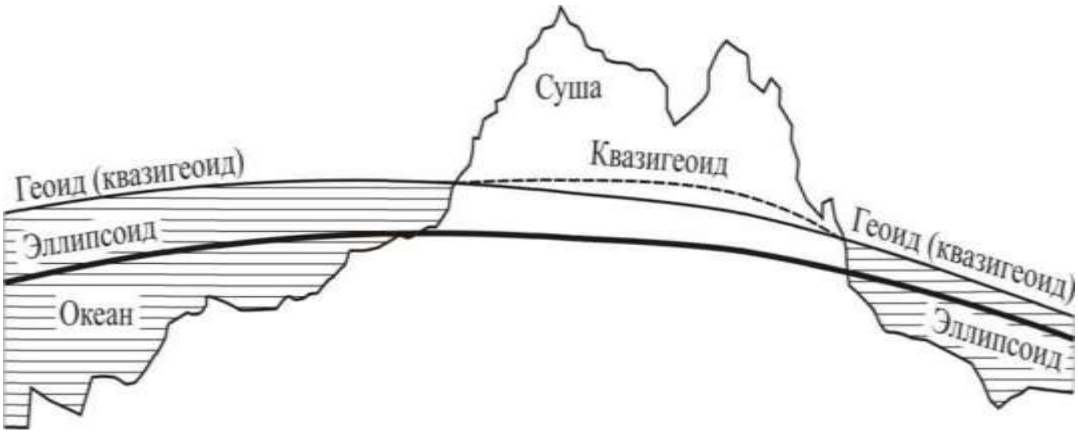

Рис. 4.2 - Поверхности геоида, квазигеоида и эллипсоида

Как геоид, так и квазигеоид не являются телами правильной формы, не имеют простого математического описания и не могут быть использованы для задания системы координат. Поэтому в этих целях геоид аппроксимируют двуосным эллипсоидом - эллипсоидом вращения, то есть фигурой, образованной вращением плоского эллипса вокруг малой оси, а иногда и сферой.

4.2 Прямоугольные системы координат

Прямоугольные системы координат (СК) это обычные декартовы системы, имеющие три перпендикулярных оси (X, Y, Z). Такие СК используются для описания положения точек в пространстве, на поверхности или внутри Земли.

Начало геоцентрических СК лежит в центре масс Земли или в центре заменяющего ее эллипсоида, ось OZ направлена по оси вращения Земли. Оси ОХ и OY лежат в плоскости экватора перпендикулярно друг другу.

В зависимости от того, вращается ли СК вместе с Землёй, различают **гринвичские** и **инерциальные** СК. В гринвичской СК ось ОХг лежит в плоскости гринвичского меридиана и пересекает поверхность Земли в точке с широтой и долготой равными нулю. Такая СК вращается вместе с Землёй, поэтому координаты точек на Земле в течение суток не меняются.

В инерциальной СК ось ОХи направлена в точку весеннего равноденствия на небесной сфере. Поскольку эта СК фиксирована относительно небесной сферы и вместе с Землёй не вращается, координаты точек на вращающейся Земле непрерывно изменяются.

Прямоугольные геоцентрические системы координат используются в спутниковых навигационных системах, которые основаны на измерении расстояния от самолёта до спутников. Спутники движутся по законам небесной механики в соответствии с уравнениями, описываемыми в инерциальной СК. После определения пространственного места самолёта в этой СК его координаты пересчитывается в гринвичскую СК, а затем в геодезическую СК.

4.3 Сферическая система координат

Если Землю принять за сферу, то на ней может быть задана сферическая СК.

Большим кругом на сфере называется линия, образованная путём сечения сферы плоскостью, проходящей через центр сферы.

Эта линия делит сферу пополам и имеет форму окружности с радиусом, равным радиусу самой сферы. В навигации дуга большого круга называется ортодромией (англ. *Great Circle*) и имеет большое значение, поскольку соединяет любые две точки, через которые она проходит, по кратчайшему расстоянию.

На сфере можно провести сколько угодно больших кругов. Остальные окружности на сфере, плоскости которых не проходят через ее центр, называются малыми кругами.

Меридиан - большой круг, плоскость которого проходит через ось вращения Земли (Рис. 4.3). Меридианов бесконечно много, поскольку их можно провести через любую точку.

Экватор - большой круг, плоскость которого перпендикулярна оси вращения Земли. Экватор только один (в конкретной сферической СК).

Параллель - дуга малого круга, плоскость которого перпендикулярна оси вращения Земли и, следовательно, параллельна экватору. Сам экватор также является частным случаем параллели.

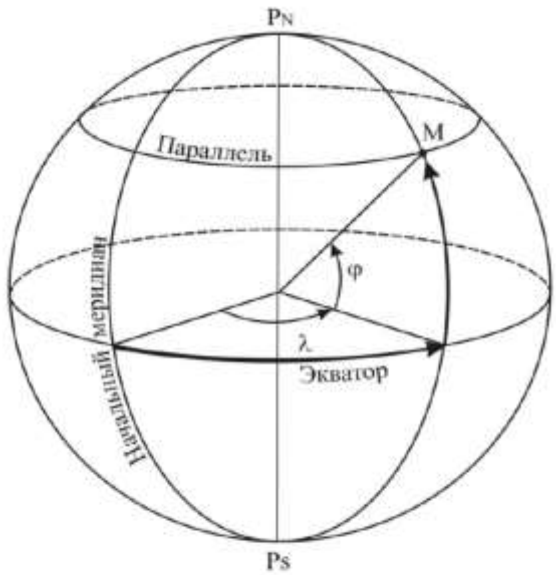

Рис. 4.3 - Сферические широта и долгота

Сферической широтой называется угол между плоскостью экватора и направлением из центра сферы на данную точку. Широта измеряется от 90° южной широты (южный полюс) до 90° северной широты (северный полюс). Точки на экваторе имеют широту, равную нулю. При расчётах по формулам северным широтам приписывается знак плюс, а южным - минус.

Сферическая долгота - двугранный угол между плоскостями начального меридиана и меридиана данной точки.

В настоящее время в качестве начального меридиана используется так называемый гринвичский меридиан, проходящий через всемирно известную Гринвичскую обсерваторию вблизи Лондона. Долгота измеряется от 180° западной долготы (в формулах ей приписывается минус) до 180° восточной долготы, которая считается положительной. На полюсах долгота не определена, поскольку они лежат в плоскостях одновременно всех меридианов. Очевидно, что *во всех точках параллели одинакова широта*, *а во всех точках меридиана - долгота*.

Кроме нормальной сферической СК, которая изображена на глобусе и на картах, на сфере можно ввести бесконечное множество других сферических СК, различающихся положением условных полюсов, экватора и т.д. Такие СК в навигации называют *ортодромическими*.

4.4 Земной эллипсоид

На всех картах и в документах аэронавигационной информации указываются широты и долготы пунктов в *геодезической* системе координат, которая задана на поверхности *эллипсоида вращения*.

Эллипсоид - это тело, образованное путём вращения эллипса (плоской фигуры) вокруг его малой оси. Эллипс - плоская кривая, описываемая уравнением второго порядка. Форму и размеры эллипса характеризуют его большая *a* и малая *b* полуоси (Рис. 4.4).

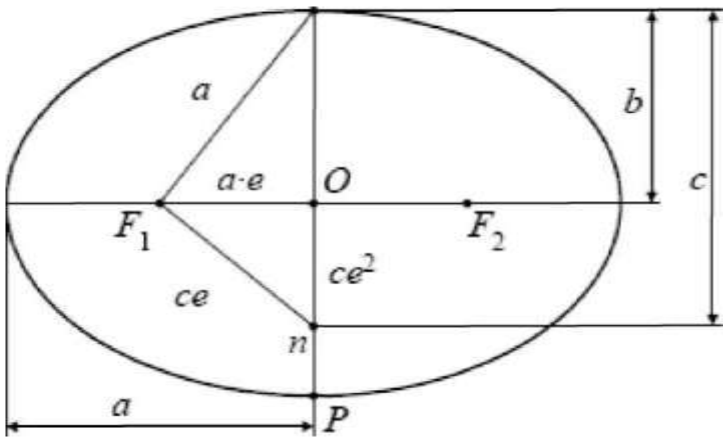

Рис. 4.4 - Эллипс

Кроме полуосей эллипса используются и другие его характеристики: Сжатие α представляет собой отношение разности полуосей к длине большой полуоси: $\alpha = (a - b)/a$. Сжатие характеризует форму эллипса и теоретически может лежать в пределах $0 \leq \alpha \leq 1$. Значение $\alpha = 0$ соответствует окружности, а $\alpha = 1$ - эллипсу, сжатому в такой степени, что он превратился в линию. Для земного эллипсоида сжатие составляет примерно 1/298. Это означает, что малая полуось (полярный радиус Земли) примерно на 20 км меньше большой полуоси, то есть экваториального радиуса.

Другой величиной, характеризующей это же свойство эллипса (его форму) является **эксцентриситет** (e), который представляет собой отношение расстояния от центра эллипса O до любого из его фокусов F к длине большой полуоси. По мере уменьшения сжатия эллипса его фокусы приближаются к центру, поэтому для окружности $e = 0$, а в общем случае $0 \leq e \leq 1$.

При вращении эллипса вокруг малой оси все его точки описывают окружность и как бы образуют объёмную поверхность - эллипсоид с такими же a, b, α, e как у исходного эллипса. Таким же образом как и на сфере на поверхности эллипсоида путём его сечения плоскостями можно образовать параллели и меридианы. Поскольку эллипсоид получен вращением эллипса, его параллели имеют форму окружностей, а меридианы являются эллипсами.

4.5 Геодезическая система координат

С эллипсоидом связана геодезическая СК, в которой координатами являются геодезическая широта B, геодезическая долгота L и геодезическая высота Hг (Рис. 4.5).

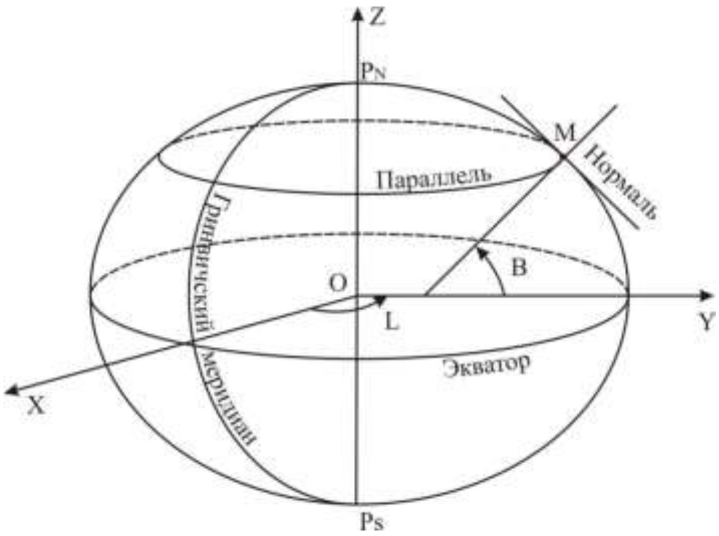

Рис. 4.5 - Геодезическая система координат

Геодезическая широта B - это угол, заключённый между плоскостью экватора и нормалью к поверхности эллипсоида в данной точке. Нормаль - это перпендикуляр к касательной плоскости, проведённой в данной точке эллипсоида.

В отличие от сферы, у которой нормаль совпадает с ее радиусом и проходит через ее центр, у эллипсоида нормаль в общем случае через центр не проходит и пересекает малую ось в противоположном полушарии

Геодезическая долгота L - двугранный угол между плоскостями начального меридиана и меридиана данной точки. Нетрудно заметить, что определения сферической и геодезической долгот совпадают.

4.6 Высоты

Если необходимо рассматривать точки, не находящиеся на поверхности эллипсоида, используется третья координата - Hг.

Геодезическая высота Hг – расстояние от точки до поверхности эллипсоида по нормали к ней. В настоящее время Hг на борту ВС может быть определена только с помощью спутниковых навигационных систем. Поскольку поверхность геоида может быть аппроксимирована самыми разным референц-эллипсоидами, одна и та же точка может иметь несколько геодезических высот.

Ортометрическая высота Hорт измеряется от уровня геоида по направлению отвесной линии.

Превышение N геоида над поверхностью эллипсоида в данной точке называется волной геоида или аномалией высоты (*undulation*). Волна геоида считается положительной, если поверхность геоида проходит выше поверхности эллипсоида. Зная волну геоида, можно перейти от геодезической высоты к ортометрической и обратно:

$$H\text{г} = H\text{орт} + N.$$

В соответствии с требованиями ИКАО волна геоида для порога ВПП должна публиковаться в документах аэронавигационной информации.

Как уже отмечалось, положение поверхности геоида определить точно невозможно, и поэтому вместо неё используется поверхность квазигеоида. Измеренная от неё высота называется *нормальной* высотой, которую в навигации называют абсолютной. Учитывая незначительное расхождение геоида и квазигеоида, им часто пренебрегают и считают, что абсолютная высота отсчитывается от геоида, называя его средним уровнем моря (MSL - *mean sea level*). В России за уровень начала высот принята нулевая отметка Кронштадтского футштока (так называемая Балтийская система высот).

4.7 Разнообразие геодезических систем координат

Земля одна, но можно подобрать много эллипсоидов, по-разному аппроксимирующих поверхность геоида и различающихся длинами полуосей, сжатием, расположением и ориентацией внутри геоида. Каждая страна для задания системы координат и издания карт для своей территории выбирает эллипсоид таких размеров и такой формы, чтобы он как можно ближе подходил к поверхности геоида на территории данной страны. Это даёт возможность с минимальными погрешностями перенести точки с геоида на эллипсоид, чтобы затем «развернуть» его на плоскость (карту). Прежде чем подобрать параметры эллипсоида, проводят геодезическую съёмку, чтобы изучить форму геоида на данной территории.

Обычно эллипсоиду присваивают название, состоящее из фамилии предложившего его учёного и года, когда он был введён. Например, эллипсоиды Деламбера-1800, Кларка-1880, Хейфорда-1909 и т.д.

В разных странах в разное время по мере появления новых данных геодезических съёмок были предложены сотни различных эллипсоидов. Их называют **референц-эллипсоидами** от английского *to refer* (ссылаться на что-то, относиться к чему-то). Если эллипсоид подобран не для отдельной страны, а для Земли в целом, то его называют **общеземным эллипсоидом**.

В России для издания карт до недавнего времени использовался эллипсоид Красовского Ф.Н. и связанная с ним геодезическая СК, которая первоначально называлась СК-42, затем была преобразована в СК-95. В настоящее время с 2012 г. для картографии и геодезии принята государственная система координат ГСК-2011, заданная на **общеземном эллипсоиде**. Для целей навигации (в первую очередь - для использования спутниковой навигационной системы ГЛОНАСС) в России принята система геодезических координат ПЗ-90, также заданная на общеземном эллипсоиде, подобранном по результатам отечественных геодезических съёмок. В том же 2012 г. принята новая версия этой системы ПЗ-90.11, но на практике в авиации пока используется предыдущая версия ПЗ-90.02. А стандарты ICAO требуют с 1998 г. во всех документах публиковать координаты во Всемирной геодезической СК WGS-84(*World Geodetic System*), заданной на общеземном эллипсоиде, подобранном американскими учёными.

Одни и те же численные значения геодезических координат соответствуют разным точкам в разных СК, что создаёт проблемы для международной аэронавигации. Расхождение между точками с одинаковыми координатами на СК-95 (СК-42) и WGS-84 может достигать на территории России 150-200 м, потому что первая СК задана на референц-эллипсоиде, а вторая на общеземном. А вот расхождение между координатами на общеземных эллипсоидах (WGS-84, ПЗ-90.02, П390.11, ГСК-2011) невелико (несколько сантиметров), поскольку все эти эллипсоиды аппроксимируют одну и ту же Землю. Поэтому, хотя наша страна формально и не выполнила требование ИКАО о переходе на WGS-84, наши системы координат с ней практически совпадают.

Нужно только помнить, что в России на ранее выпущенных картах и во многих случаях в Сборниках аэронавигационной информации указаны координаты на эллипсоиде Красовского.

4.8 Отображение эллипсоида на сферу

По известным геодезическим координатам B и L двух точек можно с любой точностью рассчитать расстояние между ними и направление от одной точки на другую, но формулы для расчёта в общем случае довольно сложные и громоздкие. Поэтому при решении задач, не требующих очень высокой точности, расчёты выполняются не на поверхности эллипсоида, а на поверхности сферы по более простым формулам.

Для этого необходимо сначала отобразить поверхность эллипсоида на заменяющую его сферу, т. е. каждой точке с геодезическими координатами B и L на эллипсоиде поставить в соответствие точку на сфере со сферическими координатами φ и λ Поскольку геодезическая и сферическая долготы по определению совпадают, достаточно преобразовать только геодезическую широту в сферическую и выбрать радиус сферы R таким образом, чтобы результаты расчёта расстояний и направлений на сфере были как можно ближе к результатам точного расчёта на эллипсоиде.

Наиболее распространён способ отображения, предложенный В.В. Каврайским. Он обеспечивает минимальное искажение углов и расстояний в среднем на всей поверхности сферы. Максимальное искажение углов $\Delta\alpha = 5{,}7' cosB$, а максимальное относительное искажение расстояний 0,08%. Это означает, что погрешность расчёта углов на сфере не превысит 0,1°, а погрешность расчёта расстояния величиной, например, 1000 км, не превысит 800 м.

Для эллипсоида Красовского формулы преобразования имеют вид:

$$\begin{cases} \varphi = B - k \cdot \sin 2B, \\ \lambda = L, \\ R = 6372{,}9 \text{ км}, \end{cases} \tag{4.1}$$

где $k = 0{,}143814° = 8'38'' \approx 8{,}6'$.

4.9 Основные сведения из сферической тригонометрии

Обычная тригонометрия занимается решением треугольников на плоскости, а сферическая тригонометрия имеет своим предметом решение треугольников на поверхности сферы.

Сферическим треугольником называется фигура, образованная на сфере отрезками трёх попарно пересекающихся больших кругов.

В отличие от плоских треугольников в сферическом треугольнике не только углы, но и стороны измеряются в угловой мере (в градусах или радианах). Длина стороны принимается равной центральному углу, стягиваемому этой стороной. Таким образом, сферическая тригонометрия не имеет дело с линейными величинами (расстояниями), и поэтому радиус сферы не имеет значения. Если же для решения практических задач необходимо знать сторону треугольника в линейных величинах (например, километрах), то угловую величину стороны треугольника, выраженную в радианах, нужно умножить на радиус сферы.

В сферическом треугольнике может быть не более одной стороны, длина которой больше 180° (половины окружности). Действительно, если таких сторон две, то они пересекутся, так и не встретив третьей стороны (получится фигура, называемая двуугольником).

Одна сторона может быть больше 180°, но сферическая тригонометрия такие треугольники не рассматривает. Ведь вместо такого треугольника можно решить другой, служащий дополнением первого до полусферы, а у него все стороны будут меньше 180°. Очевидно, что, зная элементы такого треугольника, можно определить и все элементы первого, искомого.

Для сферического треугольника справедливы следующие соотношения:

- каждая сторона меньше суммы, но больше разности двух других сторон;
- сумма сторон меньше 360°;
- полупериметр больше каждой из сторон;
- сумма углов больше 180°, но меньше 540°.

Таким образом, в сферическом треугольнике сумма углов всегда больше 180°, в отличие от плоских треугольников, в которых она всегда 180°.

Для решения сферического треугольника, то есть нахождения неизвестных его элементов по другим известным, используются формулы сферической тригонометрии.

4.10 Ортодромия

Ортодромией в навигации называется дуга большого круга на земной сфере (Рис. 4.6). Значение ортодромии для навигации обусловлено тем, что она является линией, соединяющей две точки по кратчайшему расстоянию по поверхности. Отрезком ортодромии является ЛЗП участка маршрута между двумя ППМ. Ортодромией является и линия равных пеленгов самолёта, используемая для определения места ВС.

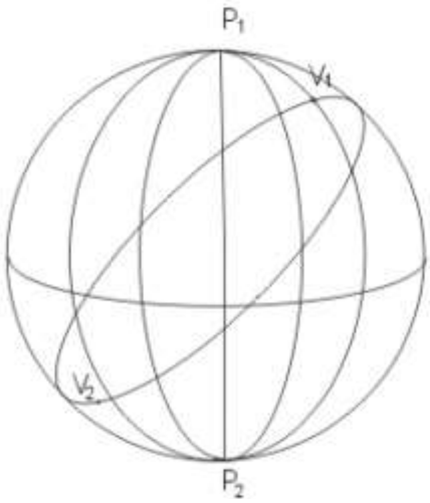

Рис. 4.6 - Ортодромия и точки вертекса

Ортодромия пересекает меридианы в каждой своей точке под разными углами, называемыми путевыми углами ортодромии.

Основное свойство ортодромии - для любой точки ортодромии произведение синуса путевого угла на косинус широты есть величина постоянная:

$$\sin\beta\cos\varphi = const. \qquad (4.2)$$

Такие две точки ортодромии, в которых широты (северная и южная) максимальны, называются **точками вертекса**. В точках вертекса ортодромия пересекает меридиан под прямым углом, т.е. путевой угол ортодромии составляет 90° (или 270°, если лететь по этой же ортодромии в противоположную сторону). В точках вертекса ортодромия ближе всего подходит к полюсам. Любая ортодромия имеет две точки вертекса (кроме экватора, на котором все точки имеют одинаковую нулевую широту). Точки вертекса расположены симметрично на противоположных концах диаметра ортодромии (он же диаметр сферы), поэтому их широты отличаются только знаком, а долготы различаются на 180°.

Если известны координаты двух ППМ φ_1 , λ_1 и φ_2 , λ_2 (Рис. 4.7), то путевой угол ортодромии в первом ППМ может быть рассчитан по формуле:

$$ctg\,\beta_1 = tg\,\varphi_2 \cdot cos\,\varphi_1 \cdot cosec(\lambda_2 - \lambda_1) - sin\,\varphi_1 \cdot ctg(\lambda_2 - \lambda_1). \qquad (4.3)$$

В этой формуле для сокращения записи использована функция $cosec$ - «косеканс». Косеканс - это просто единица, делённая на синус.

Определить обратный путевой угол ортодромии βобр для полёта по этой же ЛЗП в противоположную сторону можно также формуле (4.3), просто поменяв значения координат - вторую точку принять за первую, а первую за вторую.

Путевой угол β_2 для полёта в прямом направлении (из первой точки в сторону второй и дальше), но измеренный от меридиана второй точки, равен:

$$\beta_2 = \beta\text{обр} \pm 180°.$$

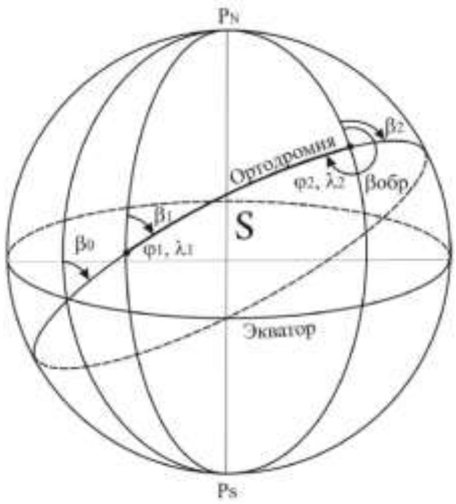

Рис. 4.7 - К расчёту путевого угла и длины ортодромии

Длина ортодромии между двумя ППМ может быть рассчитана по формуле

$$cos\,S = sin\,\varphi_1 \cdot sin\,\varphi_2 + cos\,\varphi_1 \cdot cos\,\varphi_2 \cdot cos(\lambda_2 - \lambda_1). \qquad (4.4)$$

Расстояние S между двумя точками ортодромии, рассчитанное по этой формуле, получается в угловой мере (в градусах). Чтобы получить его в линейной мере (в километрах) необходимо перевести S в радианы и умножить на радиус сферы Каврайского.

$$S_{\text{КМ}} = R_3\, S_{\text{рад}}, R_3 = 6372{,}9\text{ км}.$$

Если длина участка ортодромии невелика, то на аэронавигационных картах её можно проложить в виде прямой линии - отклонение будет мало и практически незаметно. Но ортодромию большой длины нельзя изображать в виде прямой линии. При необходимости ее построения рассчитывают по формулам координаты промежуточных точек ортодромии и наносят их на карту. Если точки выбраны на небольшом расстоянии друг от друга, каждый участок ортодромии между ними наносят в виде прямой.

4.11 Угол схождения меридианов

Угол схождения меридианов имеет очень важное значение в навигации. Он учитывается при прокладке линий положения, при преобразовании направлений (курсов, путевых углов, пеленгов) из одной системы отсчёта в другую. Название этой величины немного сбивает с толку. Можно подумать, что это действительно угол, под которым сходятся меридианы, но это не так. Меридианы, конечно, и в самом деле сходятся (в точках полюсов), но не под углом схождения меридианов, а под углом, равным разности их долгот.

Угол схождения меридианов в двух точках сферы ($\delta_{\text{сх}}$) - это разность путевых углов ортодромии, проходящей через эти точки.

Ортодромия пересекает меридианы под различными углами. Если в первой точке с координатами φ_1 , λ_1 путевой угол β_1 , а во второй точке с координатами φ_2 , λ_2 путевой угол β_2, то по определению

$$\delta_{сх} = \beta_2 - \beta_1.$$

Если прямой β_1 и обратный $\beta_{обр}$ путевые углы участка ортодромии уже известны, то найти β_2 достаточно просто:

$$\beta_2 = \beta_{обр} \pm\ 180°.$$

Но для решения многих навигационных задач сами путевые углы не нужны, а интересует только угол схождения меридианов. Если известны только координаты обеих точек, то значение угла схождения меридианов может быть рассчитано по приближенной формуле (приводится без вывода):

$$\delta_{сх}\ \approx\ (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot \sin\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} =\ (\lambda_2 - \lambda_1) \cdot sin\varphi_{ср}, \qquad (4.5)$$

где $\varphi_{ср}$ - средняя широта данных двух точек.

Несмотря на то, что эта формула является приближенной, она даёт вполне точные для практики результаты на довольно больших расстояниях и поэтому широко применяется в навигации. Если речь идёт о не более чем сотнях километров (в средних широтах), то приближенная формула практически точна.

Угол схождения меридианов имеет знак. В северном полушарии (когда широты положительны), если вторая точка находится восточнее первой, $\delta_{сх}$ положителен, а если западнее - отрицателен. В южном полушарии - наоборот.

4.12 Локсодромия

Локсодромия - это кривая на сфере, пересекающая меридианы под постоянным углом, то есть такая линия, в каждой точке которой один и тот же путевой угол $\beta = const$.

Исторически локсодромия появилась в навигации в связи с использованием магнитных компасов. Действительно, если самолёт летит с постоянным курсом относительно текущего пролетаемого меридиана, то при отсутствии ветра и нулевом магнитном склонении он будет лететь по локсодромии.

По форме локсодромия в общем случае представляет собой логарифмическую спираль, асимптотически приближающуюся к полюсам и никогда их не достигающую. Лишь в частных случаях локсодромия имеет вид окружности - это параллели и экватор (пересекают меридианы под 90°), меридианы («пересекают» сами себя под нулевым углом). Путевой угол и длина локсодромии могут быть точно рассчитаны по формулам.

В практике навигации, когда не требуется высокая точность определения путевого угла локсодромии, его определяют графически путём измерения на карте. Поскольку локсодромия на полётных картах не нанесена (нанесены только участки ЛЗП, являющиеся ортодромиями), транспортиром измеряют путевой угол **ортодромии** относительно **среднего меридиан**а участка. Он и будет совпадать с путевым углом локсодромии, поскольку посередине участка маршрута ортодромия и локсодромия примерно параллельны.

Поскольку ортодромия - линия кратчайшего расстояния между двумя точками на сфере, то локсодромия всегда длиннее ортодромии (конечно, если они не совпадают). Наибольшая разность длин $\varDelta S$ имеет место, когда локсодромия совпадает с параллелью. В экваториальных и средних широтах при не очень больших расстояниях между точками (мала разность долгот) удлинение не очень велико и не играет практической роли. Например, при средней широте $\varphi = 54°30'$ и разности долгот $\Delta\lambda = 30°$ (это соответствует расстоянию примерно $S = 2000$ км) удлинение составит всего ΔS = 15км.

Локсодромия уклоняется от ортодромии в сторону экватора, то есть в северном полушарии к югу, а в южном - к северу. Максимальное боковое уклонение Z_{max} имеет место примерно посередине локсодромии и может быть оценено (в километрах) по приближенной формуле:

$$Z_{max} \approx \frac{S \cdot \delta_{\text{сх}}{}^{o}}{458} \qquad (4.6)$$

где $\delta_{\text{сх}}{}^{o}$ - угол схождения меридианов начала и конца локсодромии (в градусах).

4.13 Понятие о картографической проекции

Задачей картографии является правильное изображение земной поверхности на плоскости, карте. Изобразить сравнительно небольшой участок земной поверхности нетрудно. Достаточно уменьшить размеры всех отображаемых объектов и нарисовать их на листе бумаги в соответствии с расположением на местности. Такое изображение в крупном масштабе малых участков Земли без практически заметных искажений называется **планом**. Можно составить план комнаты, садового участка, даже территории аэродрома. Но территорию более значительных размеров изобразить без искажений невозможно. Ведь Земля «круглая», а лист бумаги плоский.

Одно из ключевых положений математической картографии заключается в том, что **поверхность сферы (а тем более эллипсоида) изобразить на плоскости без искажений невозможно**. Это положение доказывается математически, но в его справедливости мог убедиться каждый, кому приходилось, надрезав резиновый мяч, попытаться распрямить его в плоскость. Распрямить, конечно, можно, но только путём сжатий и растяжений его поверхности, при которых рисунок на поверхности мяча деформируется.

Карта - это сплошное, то есть без разрывов и складок, изображение поверхности Земли или отдельных ее частей на плоскости, выполненное по определённому закону.

Закон, по которому устанавливается соответствие точек на Земле и на карте, называется **картографической проекцией** карты. Положение каждой точки на Земле характеризуется ее координатами (широтой и долготой), сферическими - φ и λ (если Земля принимается за сферу) или геодезическими - B и L (если Земля принимается за эллипсоид).

Чтобы определить местоположение каждой точки сферы (эллипсоида) на карте, нужно знать ее координаты на плоскости. Но на плоскости используются совсем другие системы координат, чем на сфере. На плоскости в принципе не может быть широты и долготы (достаточно вспомнить определение широты - угол между плоскостью экватора... и т.д.). Здесь нет ни плоскости экватора, ни плоскости меридиана, ни самих меридианов и параллелей. На карте может быть лишь **изображение** меридианов и параллелей - картографическая сетка. Но в этом и состоит задача математической картографии - изобразить картографическую сетку в соответствии с принятым законом соответствия точек на сфере и плоскости. Если сетка уже изображена, нанести по ней населённые пункты, дороги и другие объекты уже не трудно.

На плоскости используются обычные «плоские» системы координат. Наиболее часто - прямоугольная декартова система OXY, а также полярная система координат, в которой координатами являются угол δ (между опорным направлением и направлением на точку) и расстояние ρ от точки до начала системы координат (аналогично пеленгу и дальности). Вопрос выбора системы координат на плоскости не принципиален, зависит от удобства.

Картографическая проекция - это математические формулы или алгоритм, которые определяют связь между координатами точки (φ, λ или B, L) на поверхности Земли и координатами этой точки на плоскости - прямоугольными (x, y) или полярными (ρ, δ). Эти формулы называются уравнениями проекции.

В общем виде они могут быть записаны как

$$x = f_1(\varphi,\lambda); \quad y = f_2(\varphi,\lambda)$$

или

$$\rho = f_1(\varphi,\lambda); \quad \delta = f_2(\varphi,\lambda).$$

Проекцией здесь является сам вид функций f_1 и f_2, определяющий, как именно зависят координаты на плоскости от координат на сфере. Картографических проекций бесконечно много. Любые произвольно записанные функции, лишь бы они были непрерывными и однозначными, будут определять какую-то картографическую проекцию. Другое дело, насколько хорошими свойствами она будет обладать, например, для целей навигации.

Функциональная связь сферических (геодезических) и плоских координат не обязательно должна выражаться определённой формулой. Главное, чтобы эта связь была вполне определённой, а установлена она может быть любым способом, например, алгоритмом, порядком построения картографической сетки.

Термин «проекция» часто используется в аналитической и начертательной геометрии, в черчении, технике. Необходимо подчеркнуть, что в картографии этот термин имеет более общий широкий смысл и вовсе не обязательно связан с геометрическим проектированием. Действительно, часто уравнения проекции могут быть наглядно проиллюстрированы геометрически - как будто сфера лучами проектируется на плоскость, цилиндр или другую вспомогательную поверхность. Но это лишь иллюстрация, облегчающая изучение проекции. Большинство используемых в навигации проекций трудно или невозможно проиллюстрировать геометрически.

4.14 Главный и частный масштабы

При составлении карты возникают две проблемы. Первая проблема заключается в том, что Земля большая, а лист бумаги, на котором ее нужно изобразить (карта), маленький, поэтому Землю необходимо в первую очередь уменьшить. Уменьшенная модель Земли - это глобус. Такой термин и используется в картографии.

Главный масштаб (М) - это отношение длины отрезка на глобусе к длине соответствующего ему отрезка на Земле. Он характеризует степень уменьшения Земли до размеров глобуса

То есть, главный масштаб - это число, полученное делением длин соответствующих друг другу отрезков на глобусе и земной поверхности. На обрезе любой карты обязательно указывается главный масштаб, но форма, в которой он выражен, может быть разная.

Одна из таких форм - **численный масштаб**. Это главный масштаб непосредственно выраженный в виде дроби (отношения) отрезков на глобусе lгл и Земле lзем. Например,

$$\mathrm{M} = \frac{l\text{гл}}{l\text{зем}} = \frac{1}{500000} = 1{:}\,500000.$$

Для математически правильного определения этого отношения необходимо, чтобы единицы измерения обоих отрезков были одинаковы, но неважно какие именно: метры, сантиметры, дюймы... Не имеет значения и длина отрезков, поскольку речь идет об их отношении.

Графический масштаб как форма выражения главного масштаба строится на карте для измерения расстояний с помощью циркуля. Простейший его вид - линейный масштаб, представляющий собой прямую линию, разделённую на части и оцифрованную в соответствии с главным масштабом.

Натуральная форма выражения главного масштаба предназначена для людей, не сведущих в картографии. На карте просто пишут, например, «в 1 см 20 км». Чтобы перевести численную форму масштаба (например, 1:350000) в натуральную, нужно знаменатель масштаба разделить на 100 000 (столько сантиметров в одном километре), для чего достаточно передвинуть десятичную запятую (отбросить пять нулей). В данном примере в 1 см 3,5 км.

Очевидно, что при уменьшении Земли до размеров глобуса никаких искажений формы объектов на её поверхности не произойдёт. Только расстояния, длины сторон фигур уменьшатся в соответствии с главным масштабом. Поскольку одинаково уменьшаются все расстояния, углы остаются неизменными.

Вторая проблема - как уже уменьшенную Землю, то есть глобус, «развернуть» в плоскость и как оценить возникающие при этом искажения.

В приведённом примере с мячом очевидно, что поверхность мяча при ее распрямлении в плоскость придётся в некоторых местах растянуть, в некоторых сжать. И сантиметровый отрезок, который на круглом мяче (глобусе) соответствовал, например, 20 км земной поверхности, на распрямлённом мяче будет соответствовать другому расстоянию вследствие растяжения или сжатия. При этом искажения в общем случае будут различны в разных точках распрямлённого мяча (карты) и даже в одной точке могут быть разными в зависимости от ориентации рассматриваемого отрезка. Ведь, возможно, по какому-то направлению мяч пришлось растянуть, а в перпендикулярном направлении - сжать.

Искажения, возникающие при отображении сферы (эллипсоида) на плоскость, характеризует **частный масштаб**. При этом под сферой (эллипсоидом) понимается *уже уменьшенная Земля*, то есть глобус. Частный масштаб, аналогично главному, тоже является отношением двух отрезков, но теперь уже на карте и на глобусе.

Частный масштаб (μ) - это отношение длины бесконечно малого отрезка на плоскости (карте), взятого в данной точке по данному направлению, к длине соответствующего ему бесконечно малого отрезка на глобусе.

Обозначая длины бесконечно малых отрезков как дифференциалы, можно записать это отношение как:

$$\mu = \frac{dl_{\text{кар}}}{dl_{\text{гл}}} \approx \frac{l_{\text{кар}}}{l_{\text{гл}}}.$$

Если отрезки не бесконечно малые, но не очень невелики, то отношение их длин будет приближённо равно частному масштабу.

При рассмотрении главного масштаба отмечалось, что длины отрезков могут быть любые - отношение (главный масштаб) от этого не изменится. Но в определении частного масштаба речь идёт именно о бесконечно малых отрезках, потому что в каждой точке карты частный масштаб (степень растяжения или сжатия) разный. И если взять на карте отрезок конечной длины (например, 1 см), то во всех его точках значение μ будет различным. Для того чтобы точнее характеризовать искажения именно в конкретной точке, необходимо брать отрезок как можно короче. В пределе - бесконечно малый. А бесконечно малый отрезок по сути и есть точка.

В определении частного масштаба говорится об отрезке, взятом «по данному направлению». Это является следствием того, что даже в одной точке частный масштаб может быть разным в зависимости от того, в каком направлении ориентирован отрезок, поскольку степень растяжения или сжатия по разным направлениям может быть различной.

Таким образом, получается, что если главный масштаб у карты лишь один (общая степень уменьшения Земли до размеров глобуса), то частных масштабов бесконечно много. Во-первых, потому, что во всем бесконечном множестве точек на карте они разные, а, во-вторых, потому, что в каждой точке их тоже бесконечно много - в зависимости от ориентации отрезка.

Частный масштаб характеризует искажение длин на карте в данной точке по данному направлению по сравнению с глобусом. Если, например, отрезки на карте и на глобусе равны, то $\mu = 1$. Если же на глобусе отрезок был 10 мм, а на карте он превратился в 8 мм, то

$$\mu \approx \frac{l_{\text{кар}}}{l_{\text{гл}}} = \frac{8}{10} = 0{,}8.$$

В данном примере стоит знак приближенного равенства, поскольку на самом деле необходимо брать отношение бесконечно малых отрезков.

Очевидно, что если μ меньше единицы, то на карте длина отрезка меньше, чем на глобусе. По данному направлению все сжато. Соответственно при $\mu > 1$ на карте все растянуто.

Таким образом, главный масштаб М связывает большую Землю с маленьким глобусом, а частный масштаб μ связывает глобус с картой. И то, и другое - отношение отрезков. При этом всегда делят то, что получилось, на то, что было (глобус на Землю, карту на глобус).

Если взять на глобусе бесконечно малый кружок, то при изображении глобуса на плоскость (карту) его форма и размеры скорее всего изменятся. Нетрудно математически доказать, что *всякий бесконечно малый кружок на глобусе изображается на карте любой проекции в виде бесконечно малого эллипса*.

Направление большой и малой осей этого эллипса (они, конечно, перпендикулярны) называют главными направлениями в данной точке карты. В общем случае в разных точках карты главные направления различны, то есть эллипс ориентирован по-разному.

Если принять, что радиус бесконечно малого кружка равен некой условной единице, то его изображение на карте называется эллипсом искажений, поскольку он наглядно показывает для данной точки карты, в какую сторону и в какой степени изображение растянуто или сжато.

Радиус эллипса искажений по любому направлению равен частному масштабу по этому направлению. Ведь частный масштаб - отношение бесконечно малых отрезков на карте и глобусе. А радиусы эллипса и кружка и есть бесконечно малые отрезки.

В частности, частные масштабы по главным направлениям равны длинам полуосей эллипса искажений, обозначаемым, как у любого эллипса, a и b. Один из них наибольший из всех частных масштабов (радиусов эллипса), другой - наименьший.

4.15 Искажения на картах

На картах могут искажаться, то есть не соответствовать их значениям на глобусе, расстояния, углы и площади объектов. Частный масштаб μ характеризует искажение длин (расстояний) по данному направлению. Если известны параметры эллипса искажений a и b, то можно найти искажения длин по любому направлению, а также искажения углов и площадей в данной точке.

Частные масштабы по направлению меридиана и параллели принято обозначать соответственно m и n. Если оси эллипса искажений (главные направления) совпадают с меридианами и параллелями, то такие проекции называют ортогональными, потому что на карте меридианы и параллели будут перпендикулярными (как и на глобусе). В ортогональных проекциях m и n и будут являться масштабами по главным направлениям (a и b). Далее, если не оговорено иное, будут рассматриваться именно такие проекции. В этом случае формулы для оценки искажений в ортогональных проекциях примут вид:

$$\mu_\alpha = \sqrt{m^2 \cdot cos^2\alpha \ + \ n^2 \cdot sin^2\alpha};$$
$$tg\,\beta \ = \frac{n}{m} tg\,\alpha;$$
$$\sin\omega \ = \frac{m-n}{m+n};$$
$$P = m \cdot n, \tag{4.7}$$

где μ_α - частный масштаб по произвольному направлению, которое составляет угол α с меридианом;

α - направление (пеленг, путевой угол) на глобусе;

β - направление (пеленг, путевой угол) на карте;

ω - максимальное искажение углов в данной точке карты;

P- частный масштаб площадей.

Здесь μ_α характеризует степень увеличения (или уменьшения) расстояний по конкретному направлению из данной точки. Вторая формула позволяет рассчитать значение β направления на карте, которое на самом деле Земле (и на глобусе) было α. Разность ($\beta - \alpha$) зависит от самого значения α. А величина ω характеризует самое большое значение этой разности, если менять α от 0° до 360° в данной точке. Частный масштаб площадей P - отношение площади бесконечно малого объекта на карте к его площади на глобусе.

4.16 Небесная сфера

Небесная сфера - воображаемая сфера произвольного радиуса, центром которой является наблюдатель.

Земля вращается вокруг своей оси, но наблюдателю она кажется неподвижной. Ему кажется, что вращается небесная сфера. Ось вращения небесной сферы называется осью мира. Ее направление совпадает с направлением оси вращения Земли.

Точки пересечения оси мира с небесной сферой называются полюсами Мира - северным P_N и южным P_S (Рис. 4.8).

Зенит Z - точка на небесной сфере, расположенная по вертикали над головой наблюдателя. Противоположная ей точка на сфере Z' называется **надир**.

Истинный горизонт - большой круг на небесной сфере, плоскость которого перпендикулярна вертикальной линии. Примерно он соответствует видимому горизонту на открытой местности.

Небесный меридиан - большой круг, проходящий через полюсы мира, зенит и надир (круг P, P', Z, Z', см. Рис. 4.8). В отличие от земных меридианов, которых бесконечно много, *небесный меридиан для данного наблюдателя только один*.

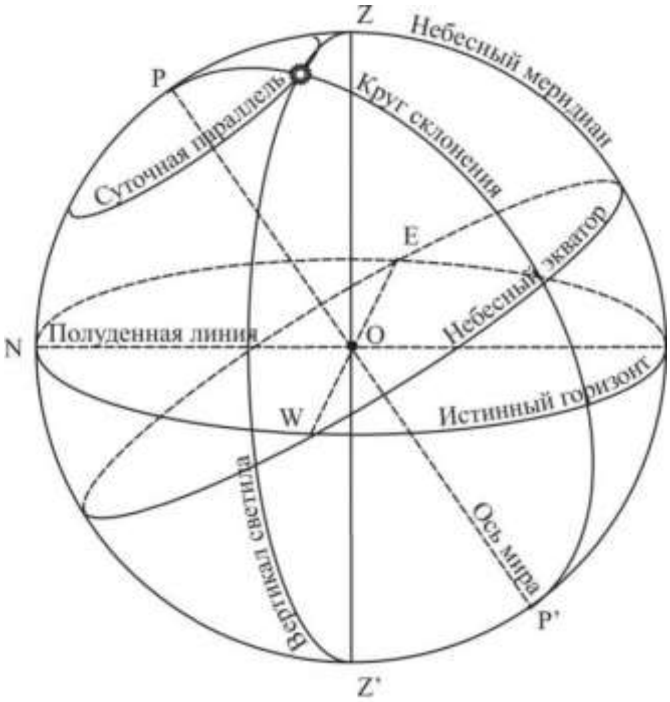

Рис. 4.8 - Небесная сфера

Небесный экватор - большой круг на небесной сфере, перпендикулярный оси мира. Плоскость небесного экватора совпадает с плоскостью экватора Земли. Вообще, большие круги на небесной сфере являются как бы отражением или продолжением аналогичных больших кругов на Земле.

Вертикал - большой круг на небесной сфере, проходящий через зенит и данную точку небесной сферы (например, светило). Его плоскость перпендикулярна плоскости горизонта, то есть расположена вертикально.

Круг склонения (он же - часовой круг) - большой круг, проходящий через полюсы мира и данную точку (светило). Если сопоставить Землю и небесную сферу, земные и небесные полюсы и экваторы, то круги склонения аналогичны земным меридианам

Малые круги, параллельные экватору, называются *суточными параллелями*. Название объясняется тем, что они аналогичны земным параллелям и являются траекториями, по которым в течение суток перемещаются светила вследствие вращения небесной сферы.

Так как Земля движется по орбите вокруг Солнца, Солнце проектируется в разные точки небесной сферы и в течение года описывает большой круг, называемый эклиптикой. Плоскость эклиптики наклонена к экватору примерно на 23°27'. Поскольку годовое движение Солнца по небесной сфере является отражением движения Земли по своей орбите, плоскость эклиптики это и есть плоскость орбиты Земли.

Точки пересечения небесного экватора и эклиптики называются точками весеннего и осеннего равноденствий. Эти точки занимают среди звёзд фиксированное положение и вращаются вместе с небесной сферой.

Точка весеннего равноденствия обозначается знаком ♈, который астрономы присвоили созвездию Овна, а осеннего равноденствия - знаком ♎ (созвездие Весы).

4.17 Системы небесных координат

Местоположение любой точки на небесной сфере, в том числе светила, характеризуется ее небесными координатами. Здесь будут рассмотрены три системы координат (СК).

1. **Горизонтальная СК**. Координатами являются высота h и азимут A светила. СК называется горизонтальной, поскольку опорной плоскостью является плоскость истинного горизонта (Рис. 4.9).

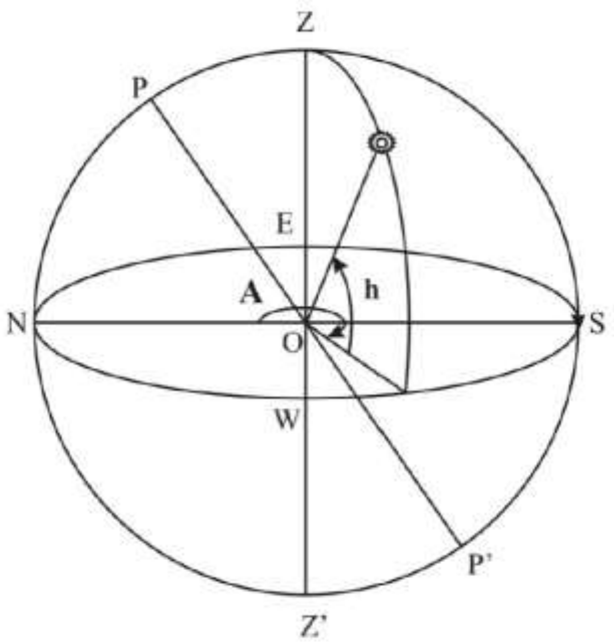

Рис. 4.9 - Горизонтальная система небесных координат

Высота (*h*) - угол между плоскостью истинного горизонта и направлением на светило. Отсчитывается от 0° до ± 90°, знак плюс соответствует направлению вверх. Зенит имеет высоту +90°, надир -90°, точки на линии истинного горизонта имеют нулевую высоту.

Вместо высоты иногда используется зенитное расстояние, равное дополнению высоты до 90°. Зенитное расстояние отсчитывается от 0° (в зените) до 180° (в надире).

Азимут (А) - угол в плоскости истинного горизонта между северным направлением полуденной линии и плоскостью вертикала светила. Отсчитывается от 0° до 360° от северного направления на восток. По сути азимут в горизонтальной небесной СК полностью соответствует азимуту (пеленгу), используемому в навигации.

Горизонтальная СК является вполне наглядной. Если указать азимут и высоту светила, легко, сориентировавшись на местности, определить направление на светило. Но из-за вращения небесной сферы высоты и азимуты всех светил в течение суток непрерывно меняются, причём с неравномерной скоростью.

2. **Первая экваториальная СК.** Координатами являются склонение δ и часовой угол t (Рис. 4.10). Здесь основной плоскостью является плоскость небесного экватора.

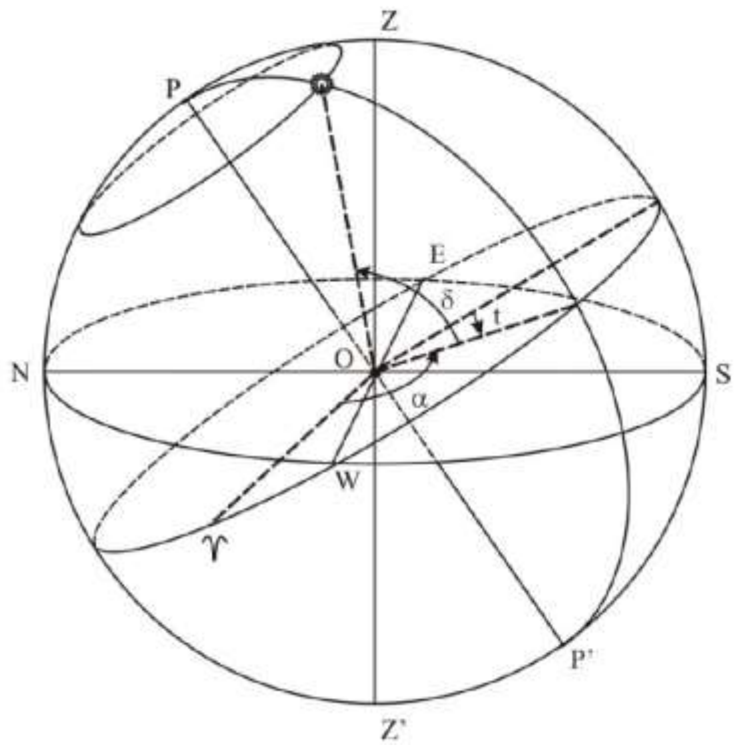

Рис. 4.10 - Первая и вторая экваториальные системы небесных координат

Склонение светила (δ) - угол между плоскостью небесного экватора и направлением на светило. Измеряется аналогично высоте (от -90° до +90°), но не от горизонта, а от экватора. Если проводить аналогию с координатами точек на земной поверхности, то склонение аналогично широте.

Часовой угол (t) - это двугранный угол между южной частью плоскости небесного меридиана и плоскостью круга склонения светила. Отсчитывается на запад (по направлению суточного вращения небесной сферы) от 0° до 360°. На Рис. 4.10 этот угол показан в плоскости экватора.

При суточном вращении небесной сферы звезды движутся по суточным параллелям и их склонение останется неизменным, а часовой угол равномерно растёт (если считать скорость вращения Земли постоянной).

В один и тот же момент времени часовые углы одного и того же светила для двух наблюдателей различаются, поскольку каждый из них отсчитывает часовой угол от своего небесного меридиана. Плоскости небесных меридианов разных наблюдателей совпадают с плоскостями их земных меридианов, угол между которыми равен разности их долгот.

Таким образом, *разность часовых углов равна разности долгот наблюдателей*:

$$t_2 - t_1 = \lambda_2 - \lambda_1$$

Часовой угол светила для наблюдателя на гринвичском меридиане называется *гринвичским часовым углом* $t_{\text{гр}}$. Поскольку на гринвичском меридиане $\lambda = 0$, он связан с часовым углом t на любом другом меридиане с долготой λ простым соотношением $t = t_{\text{гр}} + \lambda$.

Здесь, как обычно, восточная долгота подразумевается со знаком плюс.

3. Вторая экваториальная СК. Координатами являются склонение δ (то же самое, что в первой экваториальной СК) и прямое восхождение α.

Прямое восхождение (a) - двугранный угол между плоскостями круга склонения точки весеннего равноденствия ♈ и круга склонения светила (см. Рис. 4.10).

Прямое восхождение отсчитывается от ♈ на восток от 0° до 360°, то есть против направления суточного вращения небесной сферы.

Поскольку и светило, и точка весеннего равноденствия вместе со своими кругами склонений вращаются вместе с небесной сферой, угол между ними остаётся неизменным. Таким образом, во второй экваториальной СК координаты звёзд в течение суток не меняются.

4.18 Высота полюса мира

Для наблюдателей на разных широтах Земли полюс мира P расположен на небесной сфере по-разному. Нетрудно показать, что высота полюса мира равна широте наблюдателя.

Например, в Санкт-Петербурге $(\varphi = 60°)$ полюс находится на высоте 60° над горизонтом. Для наблюдателя на Северном полюсе Земли полюс мира находится в зените, а для наблюдателя на экваторе он лежит в плоскости истинного горизонта.

Очевидно, что плоскость небесного экватора наклонена к плоскости горизонта на угол $(90° - \varphi)$, поскольку плоскость экватора перпендикулярна к оси мира. Так как северный полюс мира находится в направлении на север от наблюдателя, то наивысшая точка экватора расположена в направлении на юг (для наблюдателя, находящегося в северном полушарии Земли).

4.19 Видимое движение небесных светил

Все небесные светила, в том числе так называемые неподвижные звезды, участвуют в суточном вращении небесной сферы, перемещаясь по своим суточным параллелям. Солнце, Луна и планеты, кроме того, ещё и перемещаются относительно звёзд. Это является следствием того, что как планеты, так и Земля, движутся по своим орбитам.

Все светила дважды в сутки пересекают небесный меридиан. Моменты времени, когда это происходит, называются **кульминациями**. В один из этих моментов высота светила максимальна (верхняя кульминация), а в другой - минимальна (нижняя кульминация). Моменты верхней и нижней кульминаций Солнца называют соответственно полуднем и полночью. Для наблюдателя в северном полушарии Земли Солнце в полдень пересекает южную часть небесного меридиана (часовой угол равен нулю), а в полночь - северную.

Солнце, помимо суточного движения, в течение года совершает оборот по эклиптике, перемещаясь по ней примерно на 1°за сутки (в году 365 дней, а в окружности 360°) навстречу своему суточному движению.

Эклиптика наклонена к небесному экватору примерно на 23,5°, поэтому склонение Солнца (его угловое расстояние от экватора) в течение года меняется в пределах ±23,5°. Экватор в свою очередь наклонен к горизонту на угол $90° - \varphi$. Следовательно, Солнце выше всего над горизонтом в полдень того дня, когда оно выше всего над экватором (примерно 22 июня - день летнего солнцестояния).

4.20 Измерение времени

Время как координатная шкала исторически связано с движением небесных светил, т.е. вращением Земли вокруг своей оси. Это один из первых периодических процессов, обнаруженных древними людьми.

Сутки - это период обращения Земли вокруг своей оси относительно какой-либо точки на небесной сфере. Но в зависимости от того, относительно какой точки (светила) рассматривать период обращения, продолжительность суток будет разная. Если взять любую звезду, то продолжительность таких суток составит примерно 23 ч 56 мин 04 с. Если измерять период обращения относительно Солнца, то он составит, конечно, ровно 24 часа (потому что 1 час по определению это 1/24 часть солнечных суток). Различие в продолжительности солнечных и звёздных суток вызвано тем, что Солнце перемещается среди звёзд.

Для создания непрерывной шкалы времени на протяжении суток каждому моменту должно быть сопоставлено некоторое количественное значение, которое мы и называем временем суток. Ключевым в понимании того, как установлено это соответствие, является следующее утверждение.

Время - *это часовой угол* определённой точки на небесной сфере (например, какого-то светила). Все остальное, рассматриваемое в данном параграфе, это развитие, подробности и модификации данного положения.

Первый естественным образом, возникающий вопрос, каким образом время можно измерять углом? Ведь мы привыкли измерять его часами и минутами времени, а углы измеряются совсем в других единицах - градусах, угловых минутах и секундах или в радианах. Но между данными двумя шкалами имеется однозначное соответствие. Оборот Земли на 360° соответствует 24 часам. Следовательно, 1 час времени эквивалентен угловым 15°, а 1°угла равен 4 минутам времени. Нетрудно и дальше продолжить такое соответствие (1 минута времени равна 15' угла и т.д.).

Обе шкалы совершенно равноценны. Даже на звёздных картах прямое восхождение (угол) часто указывают во временной мере, например, «7 час», что эквивалентно 105°.

Второй вопрос - часовой угол какой точки имеется в виду? Это вопрос условной договорённости. Можно, например, взять любую звезду. Но чтобы никакой звезде не было «обидно», берут не звезду, а точку весеннего равноденствия, которая имеет вполне фиксированное положение на небесной сфере среди звёзд. Такое время называется звёздным временем.

Звёздное время s измеряется часовым углом точки весеннего равноденствия Υ.

Звёздное время широко используется в астрономии, но в обыденной жизни оно неудобно, поскольку не соответствует условиям естественного освещения. Ведь Солнце движется среди звёзд. Например, если в какой-то день в 6 час по звёздному времени взошло Солнце, то на следующий день в этот же момент звёздного времени оно ещё не взойдёт (взойдёт примерно через 4 мин). Такой сдвиг будет происходить ежедневно и через несколько месяцев 6 час звёздного времени придутся на полночь, затем на вечер и т.д.

В связи с этим используется **солнечное время**, измеряемое часовым углом Солнца. Но и здесь возникают проблемы. Если использовать реальное видимое на небе Солнце (астрономы называют его **истинным Солнцем**), то оказывается, что время будет неравномерным - в разное время года сутки будут то короче, то длиннее. Это вызвано двумя основными причинами.

Первая заключается в том, что Солнце перемещается в течение года по эклиптике с разной скоростью, потому что скорость движения Земли по эллиптической орбите зависит от удаления от Солнца. Чем ближе к Солнцу, тем по законам небесной механики быстрее она перемещается. Вторая причина вызвана тем, что часовой угол измеряется вдоль экватора, а Солнце движется по наклонённой к нему эклиптике. Зимой и летом оно перемещается примерно параллельно к экватору, а весной и осенью под максимальным углом.

Таким образом, истинное солнечное время, измеряемое часовым углом истинного Солнца, является неравномерным и использовать его неудобно. Пришлось бы конструировать часы, которые ходили бы с разной скоростью в разное время года.

По этой причине вместо истинного используют **среднее солнечное время**, измеряемое часовым углом среднего Солнца.

Среднее Солнце - условная точка на небесной сфере, которая в течение года равномерно перемещается по небесному экватору и совершает полный оборот за то же время, что и истинное Солнце. Разумеется, истинное и среднее солнечные времена не совпадают. Разность среднего и истинного солнечных времён называется *уравнением времени* η:

$$\eta = t_{\text{ср}} - t_{\text{ист}}$$

Несмотря на своё название («уравнение»), - это просто величина, измеряемая в минутах времени и принимающая разные значения на протяжении года: примерно от -17 мин до +15 мин. График изменения η в основном представляет сумму двух синусоид. Одна из них вызвана неравномерностью движения Земли по орбите, а вторая - наклоном эклиптики к небесному экватору. Для точного расчёта уравнения времени необходимо учитывать и другие факторы (особенности календаря, прецессию и т.д.), поэтому полные формулы достаточно громоздки. Приближенные значения уравнения времени и склонения Солнца в любой день года можно определить по номограмме (Рис. 4.11).

Очевидно, что зная уравнение времени для данного дня года, можно определить среднее солнечное время по известному истинному:

$$t_{\text{ср}} = t_{\text{ист}} + \eta.$$

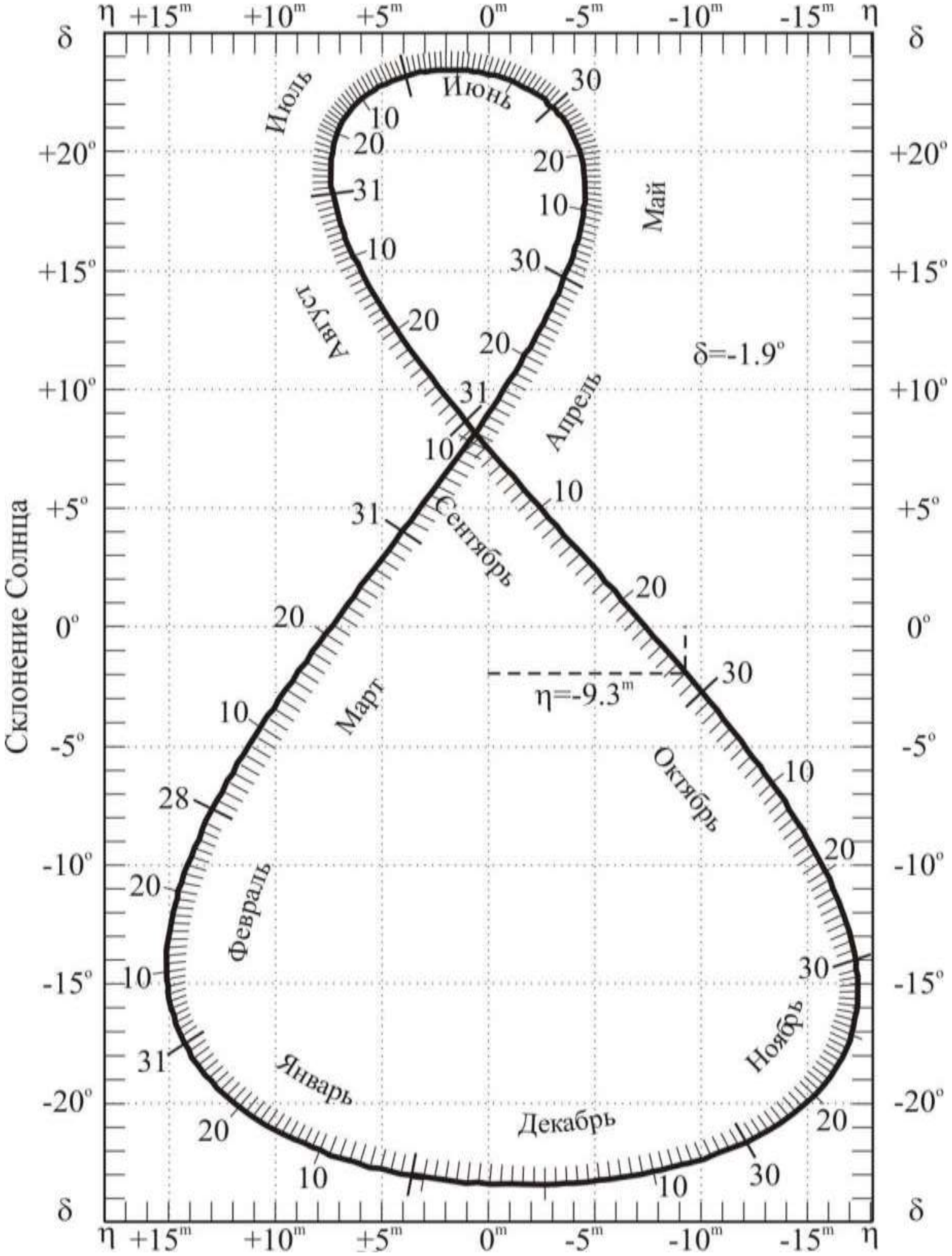

Рис. 4.11 - Номограмма для определения уравнения времени и склонения Солнца

Поскольку часовой угол всегда отсчитывается от южной части небесного меридиана, часовой угол Солнца (а это и есть солнечное время) равен нулю в полдень. То, что начало суток (00 час 00 мин) приходится на середину дня неудобно в обыденной жизни, но для научных астрономических целей не имеет значения. Время, измеряемое от полудня, называется **астрономическим временем**. Оно полностью совпадает с часовым углом Солнца, выраженным в единицах времени, поэтому и обозначается буквой t, соответствующей часовому углу.

Более широко используется **гражданское время**, обозначаемое буквой T, которое отличается от астрономического времени t ровно на 12 час, то есть отличается от часового угла на 180° . Начало суток приходится в этом случае на полночь (пересечение Солнцем северной части небесного меридиана):

$$T = t \pm 12\,\text{час} = t \pm 180°.$$

Таким образом, время, которым мы пользуемся в реальной жизни - это *гражданское среднее солнечное время*. Солнечное потому, что измеряется часовым углом Солнца, среднее потому, что речь идёт не об истинном, а о среднем Солнце. Гражданское означает, что часовой угол сдвинут (развернут) на 12 час (180°), то есть начало суток в полночь.

Но имеется ещё одна проблема. Часовой угол отсчитывается от плоскости небесного меридиана, которая совпадает с плоскостью земного меридиана наблюдателя. Поэтому для наблюдателей на разных меридианах в один и тот же момент часовой угол Солнца, а следовательно и время, будет различным.

Получается, что на каждом меридиане своё время, его называют местным временем. Поскольку разность часовых углов равна разности долгот наблюдателей, то

$$T_2 - T_1 = t_2 - t_1 = \lambda_2 - \lambda_1. \qquad (4.8)$$

То есть, разность местных времён (как гражданских, так и астрономических) равна разности долгот наблюдателей.

Например, если разность долгот двух наблюдателей составляет 3°, то учитывая, что 1 угловой градус соответствует 4 минутам времени, местные времена этих наблюдателей будут различаться на 12 минут.

Такое время называется местным, поскольку оно своё на каждом меридиане, которых, конечно, бесконечное количество. Даже если отступить на один шаг к востоку или западу, местное время изменится.

Следует учитывать, что в обыденной жизни (в том числе, в авиации) местным временем (*local time, LT*) обычно называют время, по которому живёт население данной местности. В плане научной терминологии это не корректно. На самом деле такое время является не местным (в рассмотренном выше строго научном смысле), а, как правило, поясным временем.

Местное время на гринвичском меридиане получило название гринвичского времени. Поскольку долгота гринвичского меридиана равна нулю, то из формулы (4.8) вытекает, что гринвичское время $T_{\text{гр}}$ и местное время $T_{\text{м}}$ на любом меридиане λ связаны соотношениями

$$T_{\text{м}} = T_{\text{гр}} + \lambda; \; T_{\text{гр}} = T_{\text{м}} - \lambda. \qquad (4.9)$$

В этих формулах как обычно восточная долгота считается положительной, а западная отрицательной. Например, если $T_{\text{гр}}$ = 73.72, то на меридиане с долготой $\lambda = 27°\text{ з. д.} = -27° = -1\text{ ч }48\text{ мин}$, местное время

$$T_{\text{м}} = T_{\text{гр}} + \lambda = 13.12 + (-01.48) = 11.24.$$

4.21 Поясное, декретное и летнее времена

Жить строго по местному времени невозможно - даже в разных углах одной комнаты оно различно. В 1884 г. на международной конференции в Вашингтоне было реализовано предложение канадского инженера С. Флеминга, и введена система поясного времени.

Вся Земля по меридианам разделена на 24 часовых пояса с номерами N от 0 до 23. Гринвичский меридиан является средним меридианом нулевого пояса. Нумерация поясов идёт на восток. Средний меридиан первого пояса имеет долготу 15° в.д., второго 30° в.д. и т.д. Теоретически ширина пояса должна составлять 15° по долготе, и границы каждого пояса должны отстоять от среднего меридиана пояса на 7,5° к востоку и западу. Но фактически это имеет место только в океанах, а на суше границы поясов проходят по государственным и административным границам.

В пределах каждого пояса устанавливается своё *поясное время, равное местному времени среднего меридиана данного пояса*. Таким образом, во всех пунктах в пределах пояса с номером N одинаковое поясное время T_N . Поскольку разность долгот средних меридианов поясов (15°) соответствует одному часу времени, получается, что в соседних поясах поясное время различается ровно на один час. Если пояса не соседние, то р*азность поясных времён T_N равна разности номеров поясов, выраженной в часах:*

$$T_{N_2} - T_{N_1} = N_2 - N_1$$

В июне 1930 г. Декретом Совета народных комиссаров по предложению Я. Перельмана стрелки всех часов в СССР были переведены на 1 час вперёд. Те, кто жил во втором часовом поясе стали жить по времени третьего, те, кто в третьем - по времени четвёртого и т.д. Такое время назвали декретным. Оно введено в целях экономии электроэнергии, чтобы более эффективно использовать светлое время суток.

С 1981 г. по примеру многих зарубежных стран в нашей стране в летний период стрелки сдвигают ещё на 1 час вперёд - такое время называют **летним**.

Таким образом, в России время отличается от поясной зимы на один час, а летом - на два часа. Например, Санкт-Петербург находится практически на среднем меридиане второго пояса ($\lambda = 30°$ в.д.). Поясное время отличается от гринвичского на два часа, декретное - на три, летнее - на четыре.

Каждое государство самостоятельно решает, какое время будет использовать. В некоторых странах применяется время, существенно отличающееся от времени пояса, в котором географически находится страна, иногда и на нецелое количество часов.

4.22 Преобразование времени

В авиационной практике часто приходится переходить от одного вида времени к другому. Проще и нагляднее всего это сделать, используя гринвичское время, которое, с одной стороны, является поясным временем нулевого пояса (и, следовательно, отличается от любого другого поясного на номер его пояса), а с другой, - является местным временем нулевого (гринвичского) меридиана и, следовательно, отличается от местного времени любого меридиана на долготу этого меридиана (выраженную во временной мере). При переводе полезно помнить, что к востоку численное значение времени увеличивается, а к западу - уменьшается.

Например, известно, что местное время на меридиане $\lambda = 37°$ западной долготы $T\text{м} = 11.22$. Требуется определить, каково в этот же момент летнее время в Красноярске.

Переведём долготу во временную меру:

$$\lambda = -37° = -37 \cdot 4 = -148 \text{ мин} = -2 \text{ час } 28 \text{ мин.}$$

Найдём гринвичское время:

$$T_{\text{гр}} = T_{\text{м}} - \lambda = 11.22 - (-2.28) = 13.50.$$

Красноярск географически находится в 6 поясе, но его «местное» время (по которому живёт население) с учётом декретного и летнего часов соответствует времени 8 пояса ($N = 8$). Тогда

$$T_{\text{лет}} = T_{N=8} = T_{\text{гр}} + N = 13.50 + 8.00 = 21.50.$$

4.23 Системы измерения времени

Исторически измерение времени основано на видимом движении небесных светил, которое вызвано вращением и движением Земли. И единицы измерения - час, минута, секунда - по своему происхождению являются долями суток (периода обращения Земли вокруг своей оси относительно Солнца). В сутках, как известно, 24 часа, 1440 минут, 86400 секунд. Для измерения интервалов времени и определения времени суток используются часы.

Поправкой часов называется разность между точным временем и показаниями часов. Чтобы получить правильное время, необходимо к показаниям часов прибавить поправку. Если поправка в любой момент известна, то ее величина не имеет никакого значения даже если она составляет десятки секунд или минут.

Но любые часы, как известно, спешат или отстают, то есть величина поправки непрерывно изменяется.

Ходом часов называется величина изменения поправки в течение суток. Например, если ход составляет 2 секунды, это означает, что часы отстают на 2 секунды в сутки, то есть поправка для определения точного времени увеличивается каждый день на две секунды. Величина хода часов также не имеет существенного значения. Если она известна, то можно легко определить, какая будет поправка завтра, через неделю, месяц, а, значит, и определить точное время.

Проблема заключается в том, что у любых часов вследствие самых разных случайных причин ход не является стабильным. То есть, сегодня, например, часы «уйдут» ровно на 2 с, завтра, может быть, на 2,2 с, а послезавтра на 1,7 с... Возможное отклонение хода от его среднего значения называется *вариацией хода*. Именно вариация хода является показателем качества часов, потому что случайные отклонения от среднего хода учесть невозможно, и именно они приведут к неточному измерению времени.

Лучшие в истории маятниковые часты имеют вариацию 0,0002 с. У самых лучших современных образцов кварцевых часов суточная вариация составляет 0,000001 с, то есть нестабильность составляет 10^{-11} (отношение суточной вариации к продолжительности суток).

Точность часов определяется стабильностью того элемента, в котором совершаются колебания, и который, собственно, и отсчитывает время. Наиболее стабильными являются колебания атомов и молекул, что и привело в конце концов к созданию молекулярных и атомных часов. Стабильность атомно-лучевых цезиевых часов достигает 10^{-14}. Это означает, что такие часы «уйдут» на 1 секунду за 3 миллиона лет.

Конечно, чем выше стабильность часов, тем они, как правило, сложнее, дороже и массивнее. Но в принципе задача точного хранения времени, создания его практически равномерной шкалы в значительной степени уже решена.

Но ещё с изобретением точных кварцевых часов выяснилось, что секунда как единица времени, связанная с периодом вращения Земли, имеет непостоянную величину, поскольку сутки бывают то чуть короче, то чуть длиннее. Это вызвано и неравномерной скоростью вращения планеты, и движением полюсов Земли. Но единица измерения времени должна быть, конечно, постоянной, поэтому теперь используется определение секунды, не связанное с вращением Земли.

Атомная секунда - период, равный 9 192 631 770 колебаниям, соответствующим резонансной частоте энергетического перехода между уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома - изотопа цезия с массовым числом 133 (при нулевом магнитном поле).

Практически равномерное атомное время вполне может использоваться для решения всех научных и технических задач. Но его применение в обыденной жизни рано или поздно может вызвать проблемы. Поскольку Земля вращается все медленнее, солнечное время постепенно расходится с равномерным атомным временем и рано или поздно показания атомных часов не будут соответствовать фактическому времени суток, то есть условиям естественного освещения. Обеспечение и равномерности времени, и соответствия его движению Солнца осуществляется на основе использования нескольких систем измерения времени

TAI (*International Atomic Time*) - **международное атомное время**. Это равномерное время, никак не связанное с вращением Земли, движением небесных светил. В различных странах мира имеются более двухсот атомных стандартов времени, которые постоянно сличаются между собой через спутники навигационных систем GPS и ГЛОНАСС и таким образом создают международную равномерную шкалу времени.

UTO (*Universal Time*) - **всемирное время**, которое определяется по астрономическим наблюдениям. Это местное среднее солнечное гражданское время на гринвичском меридиане. Из-за движения полюсов гринвичский меридиан непрерывно, хотя и незначительно, меняет своё положение. Время UT0 относится к мгновенному положению гринвичского меридиана. В современных условиях оно определяется не только из оптических наблюдений за светилами, но и методами радиоастрономии по наблюдениям за звёздами, квазарами и уголковыми отражателями, расположенными на Луне.

UT1 - также астрономическое время, но отличается от UT0 тем, что относится не к мгновенному, а среднему положению гринвичского меридиана. Для его определения международная служба вращения Земли вводит поправки в UT0 на движение полюсов.

UT2 отличается от UT1 тем, что также вводятся поправки на неравномерность скорости вращения Земли.

UTC (*Universal Time Coordinated*) - **всемирное координированное время**. Это атомное время, периодически корректируемое с целью максимального приближения к всемирному времени. По сути это равномерное атомное время (TAI), но периодически при необходимости оно сдвигается ровно на 1 секунду так, чтобы разность UTC и UT1 не превышала 0,9 секунды. Как правило, «лишняя секунда» добавляется перед первым днём января или июля. Таким образом, использование UTC позволяет одновременно добиться и равномерности времени, и соответствия движению небесных светил.

Всемирное координированное время является основным международным временем и, в частности, используется в мировой авиации. Оно заменило ранее использовавшееся время **GMT** (*Greenwich Mean Time*).

4.24 Моменты естественного освещения и сумерки

К моментам естественного освещения относятся моменты восхода и захода Солнца, рассвета и наступления темноты. Условия естественного освещения определяются также продолжительностью утренних и вечерних сумерек.

День - это светлая часть суток от восхода до захода Солнца.

Ночь - тёмная часть суток от захода до восхода Солнца.

Сумерки - переходные периоды от момента наступления рассвета до восхода (утренние сумерки) и от захода до наступления темноты (вечерние сумерки).

Различают истинный и видимый восход Солнца.

Истинными восходом и заходом называются моменты пересечения центром Солнца истинного горизонта. Очевидно, что при восходе Солнце пересекает горизонт снизу вверх, а при заходе - сверху вниз.

Видимые восход и заход - моменты пересечения верхним краем Солнца линии видимого горизонта.

Истинные восход и заход являются чисто геометрическими понятиями, а видимые - это то, что в действительности видит наблюдатель. Именно видимые восход и заход должны рассчитываться и публиковаться в документах аэронавигационной информации.

Видимые восход и заход отличаются от истинных по следующим причинам.

1. Средний видимый диаметр Солнца составляет 32'. Когда верхний его край пересекает линию горизонта, центр Солнца находится под горизонтом на высоте $h = -16'$.

2. **Рефракция**- преломление световых лучей при прохождении через неоднородную атмосферу. Путь световых лучей искривляется, и они попадают в глаз наблюдателя не с того направления, в котором на самом деле находится Солнце. *Вследствие рефракции все светила видны выше, чем они расположены на самом деле.* Чем меньше высота светила, тем больше рефракция. Для светила в зените она равна нулю, а для светила на горизонте она максимальна.

На самом деле рефракция r зависит не только от высоты светила, но и от атмосферного давления, температуры воздуха. Для условий стандартной атмосферы при $h = 0$ (светило на горизонте) принимается, что рефракция составляет $r = 35'$.

3. **Понижение видимого горизонта.** Истинный горизонт - геометрическое понятие - линия пересечения небесной сферы с горизонтальной плоскостью. Видимый горизонт - тот горизонт, который на самом деле видит наблюдатель в открытой местности, например, при полете над морем. Он находится тем ниже, чем больше высота полёта.

Угловая разница между истинным и видимым горизонтами называется *понижением горизонта* n. Она может быть точно рассчитана или определена по специальным таблицам. Например, в полете на высоте 10000 м понижение горизонта составит почти 3°.

Таким образом, с учётом рефракции (35') и радиуса Солнца (16') в момент видимого восхода и захода центр Солнца находится на высоте $h = -(51 + n)'$ (Рис. 4.12).

Понижение горизонта учитывается только тогда, когда действительно необходимо определить момент фактического появления Солнца из-за горизонта в полете на заданной высоте. Это может оказаться необходимым для применения астрономических средств навигации. Но для большинства задач аэронавигационного обеспечения полётов требуется определять моменты естественного освещения для наблюдателя на поверхности Земли, например, на аэродроме. В этом случае $n = 0$ и поэтому не учитывается.

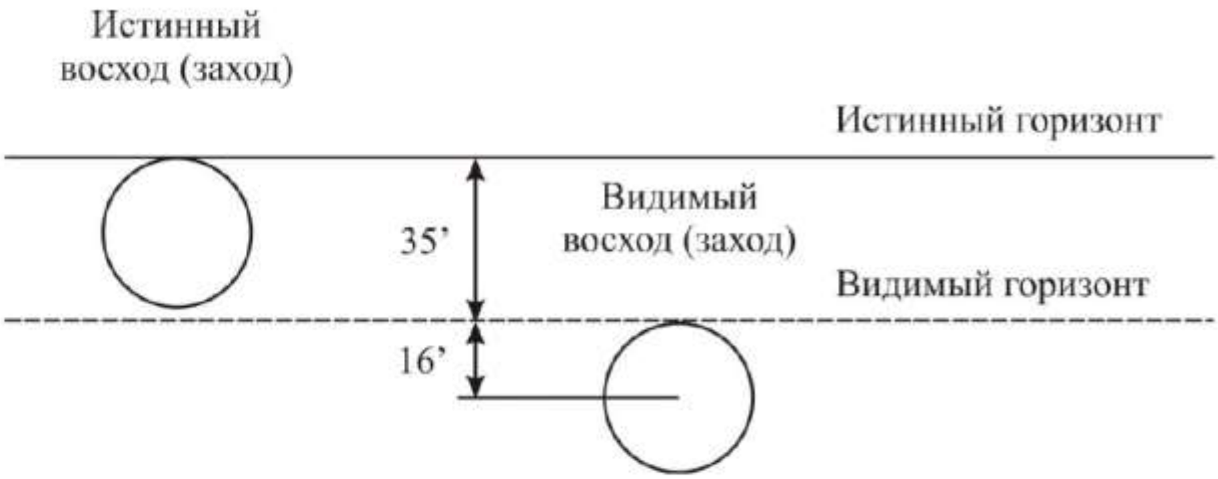

Рис. 4.12 - Истинный и видимый восход (заход) Солнца

Рассветом и наступлением темноты называются моменты, когда высота Солнца (его центра) равна $h = -6°$, то есть Солнце находится на 6 градусов ниже истинного горизонта. Очевидно, что рассвет имеет место утром до восхода, когда Солнце, поднимаясь, достигает указанной отрицательной высоты. Наступление темноты происходит после захода, когда Солнце опускается.

Необходимо подчеркнуть, что на самом деле момент «наступления темноты» никак не связан с освещённостью на местности, а определяется только геометрически высотой Солнца. А условия освещённости зависят ещё и от погоды.

Соответственно, утренние сумерки длятся от рассвета до восхода, а вечерние от захода до наступления темноты. Принятая величина 6° определяет так называемые гражданские сумерки, именно они и рассчитываются для использования в авиации.

4.25 Расчёт моментов естественного освещения

Моменты восхода, захода, рассвета и наступления темноты могут быть рассчитаны аналитически (по формулам) или определены по заранее составленным таблицам в справочниках.

Для аналитического расчёта необходимо знать широту φ и долготу λ пункта, для которого выполняется расчёт, а также склонение Солнца δ и уравнение времени η на нужную дату. Если не требуется точность расчёта выше одной минуты, геодезические координаты пункта можно приравнять к сферическим. Склонение и уравнение времени можно определить по номограмме.

Рассмотрим порядок расчёта. Решая сферический треугольник на небесной сфере, можно получить формулу:

$$\cos t = \frac{\sin h - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\varphi \cos\delta}.$$

По этой формуле можно определить часовой угол светила, в том числе Солнца, в тот момент, когда его высота равна любому заданному значению h. Для пункта на поверхности Земли в момент видимого восхода и захода высота Солнца $h = -51'$, а в моменты рассвета и наступления темноты $h = -6°$. Подставив в формулу данные значения высот, можно рассчитать часовой угол Солнца в эти моменты времени.

Поскольку в формулу подставляются склонение и высота истинного Солнца, то и рассчитанный часовой угол соответствует истинному Солнцу. Но этот *часовой угол - есть истинное солнечное местное астрономическое время*, поэтому остаётся только перейти от этого времени к нужному (гринвичскому, поясному и т.п.).

Для упрощения определения моментов естественного освещения в аэропортах и авиакомпаниях используются Календарные справочники моментов восхода и захода Солнца, рассвета и наступления темноты. В этих справочниках для нескольких сотен пунктов (аэродромов) по всему земному шару приведены моменты естественного освещения на все дни года (с интервалом 5 дней). Правила использования этих справочников приведены в их предисловии.

5 ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

5.1 Общие рекомендации по выполнению геодезических расчётов

Для выполнения геодезических расчётов целесообразно использовать систему математических и инженерных вычислений Mathcad [6,7,8].

Для получения правильных результатов при расчёте по формулам, а также для уменьшения трудоёмкости этих расчётов, необходимо отметить некоторые особенности вычислений в Mathcad и предостеречь от возможных ошибок.

При выполнении большинства геодезических расчётов необходимо вводить и получать результаты с точностью 8-10 знаков. А вот конечный результат уже можно и нужно округлить до стольких знаков, сколько требуется, или до той степени точности, которую обеспечивает используемая формула.

Очевидно, что в геодезических расчётах широко используются угловые величины. Наиболее распространённой единицей измерения углов является градус (1°). Градус делится на 60 минут (60'), а минута - на 60 секунд (60").

Преобразование начинается с правых цифр угла, то есть с секунд. Сначала нужно найти, какую долю минуты составляют секунды (для этого количество секунд делят на 60), затем прибавить целое количество минут в заданном угле и результат поделить на 60, чтобы узнать, какую долю градуса составляют получившиеся на предыдущих шагах минуты. Это и будет дробная часть угла в градусах (после запятой). Ну а целая часть угла в градусах изначально известна, ее нужно просто приписать (на калькуляторе - прибавить). Например, угол 17°24'36,19" после преобразования в десятичные доли градусов будет иметь вид 17,41005278°.

Обратное преобразование осуществляется в следующем порядке. Дробная часть угла в градусах (ее легко получить, вычтя из угла целую часть) умножается на 60, из результата вычитается целое число минут (его нужно записать) и остаток снова умножается на 60. Это будут секунды и доли секунд.

Градус - не единственная единица измерения углов. Мало того, это единица искусственная, исторически появившаяся у древних вавилонян, когда они решили окружность разделить на 360 частей (поскольку год у них состоял из 360 дней). Самой естественной единицей является радиан.

По определению 1 радиан - это центральный угол, соответствующий дуге, длина которой равна ее радиусу.

При таком определении единицы для измерения углов нет никакого произвола при делении окружности на сколько-то частей и не возникает вопрос - почему именно на столько? Окружность естественным образом делится на столько частей, сколько раз радиус умещается в длине окружности. От величины радиуса радиан, конечно, не зависит.

Важным достоинством радиана как единицы измерения углов является возможность с его помощью легко определять длину дуги по известному радиусу и наоборот - определять угол по радиусу и дуге.

Действительно, если, например, угол стягивает дугу вдвое меньшую радиуса, то значит и угол составляет 0,5 радиана. А если угол составляет 1,4 радиана, то он соответствует длине дуги в 1,4 больше радиуса. Отсюда следует:

$$\alpha_{\text{рад}} = \frac{S}{R};\ \ S = R \cdot \alpha_{\text{рад}},$$

где S - длина дуги; R - радиус сферы; $\alpha_{\text{рад}}$ - угол, выраженный в радианах.

Из первой из этих формул видно, что угол, измеряемый в радианах, на самом деле величина безразмерная (единицы длины, в которых измеряются S и R, сокращаются), и только для удобства возле величины иногда указывают размерность «рад».

Преобразовать градусы в радианы и обратно нетрудно, если учесть, что полная окружность содержит 360°, что составляет 2π радиан (длина окружности $2\pi \cdot R$, то есть в ней укладывается 2π радиусов). Если составить пропорцию, то из нее легко получить следующие соотношения:

$$\alpha_{\text{рад}} = \frac{\pi}{180^\circ}\alpha^\circ;\ \ \alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi}\alpha_{\text{рад}}.$$

Град - это тоже искусственная и малоиспользуемая в настоящее время единица измерения углов, которая получена делением окружности не на 360, на 400 частей. Таким образом, прямой угол составляет 100 градов.

5.2 Задание 1

Рассчитать длину и путевой угол ортодромии от ИПМ до КПМ. Таблица 5.1 представляет варианты геодезических координат ИПМ и КПМ.

Таблица 5.1 – Варианты геодезических координат ИПМ и КПМ

№ варианта	Наименование ИПМ	Координаты ИПМ, градусы и минуты		Наименование КПМ	Координаты КПМ, градусы и минуты	
		Широта	Долгота		Широта	Долгота
1.	Афины	37° 59'	23° 44'	Новосибирск	55° 1'	82° 55'
2.	Барнаул	53° 21'	83° 47'	Монтевидео	-34° 52'	-56° 10'
3.	Белград	44°48′	20°27′	Красноярск	56° 0'	92° 55'
4.	Бостон	42°21′	-71°03′	Томск	56° 29'	84° 57'
5.	Краснодар	45° 1'	38° 58'	Кейптаун	- 33° 55'	18° 28'
6.	Мельбурн	- 37°48′	144°57′	Омск	54° 58'	73° 22'
7.	Минск	53° 55'	27° 33'	Токио	35° 40'	139° 35'
8.	Новосибирск	55° 1'	82° 55'	Гонконг	22°17′	114°09′
9.	Нью-Йорк	40°42′	- 74°00′	Хабаровск	48° 28'	135° 4'
10.	Париж	48°51′	2°20′	Сочи	43° 35'	39° 43'
11.	Рейкьявик	64° 9'	- 21° 52'	Барнаул	53° 21'	83° 47'
12.	Рио-де-Жанейро	- 22°54′	- 43°12′	Москва	55°45′	37°36′
13.	Санкт-Петербург	59°56′	30°18′	Гонолулу	21°18′	- 157°51′
14.	Сан-Франциско	37° 46'	- 122° 25'	Астана	51°10′	71°26′
15.	Севастополь	44° 36'	33° 31'	Бостон	42°21′	-71°03′
16.	Сочи	43° 35'	39° 43'	Рио-де-Жанейро	- 22°54′	- 43°12′
17.	Ташкент	41° 17'	69° 16'	Краснодар	45° 1'	38° 58'
18.	Тикси	71°41′	128°51′	Нью-Йорк	40°42′	- 74°00′
19.	Томск	56° 29'	84° 57'	Москва	55°45′	37°36′
20.	Якутск	62° 1'	129° 43'	Бишкек	42° 52'	74° 34'

Примечание. Северные широты и восточные долготы считаются положительными.

Расчёт путевого угла и длины ортодромии выполняется по формулам (4.3) и (4.4) данных методических указаний. Важно: перед началом расчёта необходимо пересчитать геодезические широты ИПМ и КПМ в сферические по формуле (4.1). Целесообразно также заранее преобразовать сферические координаты и разность долгот из градусов и минут в градусы и десятичные доли градуса. Значения широт и долгот следует вводить с их знаком (то есть, учитывать минус), поскольку от этого зависят значения тригонометрических функций.

При расчёте путевого угла возникнут две небольшие проблемы. Первая заключается в том, что, как правило, отсутствует функция котангенса и арккотангенса, поэтому после расчёта правой части формулы (4.3) невозможно сразу определить путевой угол β_1 . Решается эта проблема просто. Рассчитав правую часть формулы (обозначим ее значение *α)*, то есть котангенс путевого угла, преобразуем его в тангенс и воспользуемся функцией арктангенса:

$$ctg\,\beta_1 = \alpha; \quad tg\,\beta_1 = \frac{1}{\alpha}; \; \beta_1 = arctg\left(\frac{1}{\alpha}\right).$$

Вторая проблема заключается в том, что тангенс - функция, имеющая период 180°. Одно и то же значение тангенса соответствует, например, и углу 30°, и углу 210°. При использовании функции арктангенса выдаёт главное значение угла, лежащее в диапазоне от -90° до +90°. Но путевой угол ортодромии, разумеется, может быть любым от 0° до 360°. Для того, чтобы найти правильное значение путевого угла, необходимо применить следующее правило в зависимости от знака числа, выданного (обозначим это число β_1^*) и направления ортодромии.

При $\lambda_2 > \lambda_1$ (полет на восток) если $\beta_1^* > 0$, то $\beta_1 = \beta_1^*$;
если $\beta_1^* < 0$, то $\beta_1 = 180° + \beta_1^*$;
При $\lambda_2 < \lambda_1$ (полет на запад) если $\beta_1^* > 0$, то $\beta_1 = 180° + \beta_1^*$;
если $\beta_1^* < 0$, то $\beta_1 = 360° + \beta_1^*$.

Результат расчёта путевого угла округлить до одной десятой градуса.

Значение длины ортодромии (после взятия арккосинуса выдаст значение в градусах) необходимо преобразовать в радианы и умножить на радиус сферы Каврайского. Получится расстояние в километрах.

Для контроля можно воспользоваться глобусом, чтобы ориентировочно определить правильность рассчитанного путевого угла и направления полёта. Картой для этой цели пользоваться нельзя, поскольку ортодромия на карте не изображается прямой линией.

5.3 Задание 2

Рассчитать моменты видимых восхода и захода Солнца на дату рождения студента в ИПМ по местному, гринвичскому и московскому декретному времени.

Расчёт выполняется по формуле (4.10). Приближенные значения склонения и уравнения времени можно определить по номограмме (Рис. 4.11).

Пример расчёта.

Пусть требуется определить время восхода и захода Солнца по гринвичскому времени в аэропорту Матавери (остров Пасхи в Тихом океане) 13 августа. По номограмме находим, что склонение Солнца в этот день составляет $\delta = +14{,}7°$, а уравнение времени $\eta = +5{,}8$ мин (округлим до 6 мин). Широта аэропорта 27°09,9' южной широты ($\varphi = -27{,}165°$), а долгота 109°25,3' западной долготы ($\lambda = -109{,}422° = -437{,}688$ мин ≈ -7 ч 18 мин). Учтем также, что высота Солнца в моменты восхода и захода $h = -51' = -0{,}85°$. Подставляя в формулу, получим:

$$cos\,t = \frac{sin(-0{,}85°) - sin(+14{,}7°)sin(-27{,}165°)}{cos(-27{,}165°)\,cos(+14{,}7°)} = +0{,}1174.$$

Арккосинус от этого значения $t = 83{,}26°$. Но косинус-функция чётная, одно и то же значение косинуса соответствует двум значениям угла - положительному и отрицательному. Поэтому нами найдено два значения часового угла: $t = \pm 83{,}26°$. Одно из этих значений соответствует восходу, другое заходу. Поскольку часовой угол отсчитывается от южной части небесного меридиана на запад (со знаком плюс), то очевидно, что положительное значение t соответствует заходу (Солнце заходит в западной части неба), а отрицательное - восходу.

Переведём часовой угол из угловой меры во временную, учитывая, что 1° соответствует 4 мин, а в часе содержится 60 мин.

$$t = \pm 83{,}26° = \pm 333 \text{ мин} = \pm 5 \text{ ч } 33 \text{ мин}.$$

Соответственно истинное местное астрономическое время восхода

$t_{\text{ист}} = -5 \text{ ч } 33 \text{ мин} = 18 \text{ ч } 27 \text{ мин}$

(добавлено 24 ч, чтобы время было положительным), а захода $t_{\text{ист}} = 5 \text{ ч } 33 \text{ мин}$.

Чтобы получить среднее солнечное время прибавим уравнение времени ($\eta = +6 \text{ мин}$).

Восход: $t_{\text{ср}} = 18 \text{ ч} 27 \text{мин} + 6 \text{мин} = 18 \text{ ч } 33 \text{ мин}$.

Заход: $t_{\text{ср}} = 5 \text{ ч } 33 \text{ мин} + 6 \text{мин} = 5 \text{ ч } 39 \text{ мин}$.

Перейдя от астрономического времени к гражданскому, отсчитываемому от полуночи, получим местное гражданское время (необходимо прибавить или вычесть 12 часов).

Восход: $T\text{м} = 18 \text{ ч } 33 \text{ мин} \sim 12 \text{ ч} = 6 \text{ ч } 33 \text{ мин}$.

Заход: $T\text{м} = 5 \text{ ч } 39 \text{ мин} + 12 \text{ ч} = 17 \text{ ч } 39 \text{ мин}$.

Это местное время на меридиане данного аэропорта. Чтобы перейти к гринвичскому времени, необходимо вычесть долготу:

Восход: $T\text{гр} = 6 \text{ ч } 33 \text{ мин } (-7 \text{ ч } 18 \text{мин}) = 13 \text{ ч } 51 \text{ мин}$.

Заход: $T\text{гр} = 17 \text{ ч } 39 \text{ мин} - (-7 \text{ ч } 18 \text{ мин}) = 24 \text{ ч } 57 \text{ мин} = 0 \text{ ч } 57 \text{ мин}$.

Остров Пасхи находится географически в 17-м часовом поясе, но его население живёт по времени 20-го пояса (остров относится к Чили, которая расположена в этом поясе). Чтобы перейти от гринвичского времени к поясному, нужно прибавить номер пояса в часах.

Восход: $T_N = 13 \text{ ч } 51 \text{ мин} + 20 \text{ ч} = 9 \text{ ч } 51 \text{ мин}$.

Заход: $T_N = 0 \text{ ч } 57 \text{ мин} + 20 \text{ ч} = 20 \text{ ч } 57 \text{мин}$.

Такое время будет на часах жителей острова в моменты восхода и захода.

Эти же моменты по московскому летнему времени ($N = 4$) рассчитываются аналогично: восход будет в 17 ч 51 мин, а заход в 4 ч 57 мин.

Расчёт моментов рассвета и наступления темноты выполняется точно так же, но для расчёта часового угла подставляется *h= -6*°. После этого нетрудно определить и продолжительность сумерек как интервал времени между рассветом и восходом (утренние сумерки) или заходом и наступлением темноты (вечерние сумерки). Они примерно одинаковы.

6 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Сарайский Ю.Н. Геоинформационные основы навигации: Методические указания по изучению дисциплины и выполнению контрольной работы. Для студентов ЗФ специализации ОЛР и профиля ЛЭГВС. - СПб.: Университет ГА, 2015. - 95 с.

Р.М. Ахмедов, А.А. Бибутов, А.В. Васильев и др. Автоматизированные системы управления воздушным движением: Новые информационные технологии в авиации: Учеб. пособие / Под ред. С.Г. Пятко и А.И. Красова.. — СПб.: Политехника, 2004. - 446 с.

Тучков Н.Т. Автоматизированные системы и радиоэлектронные средства управления воздушным движением. - М.: Транспорт, 1994. - 381 с.

Мамаев В.Я. Синяков А.Н. Петров К.К. и др. Воздушная навигация и элементы самолетовождения: Учеб, пособие/ В.Я. Мамаев, А.Н. Синяков, К К. Петров, Д.А. Горбунов. - СПб.: СПбГУАП, 2002. - 256 с.

ОС ТУСУР 01-2013 (СТО 02069326.1.01-2013). Работы студенческие по направлениям подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления. - Томск: ТУСУР, 2013. – 57 с.

Кобрин Ю.П. Применение системы автоматизации научно-технических расчетов MathCAD при проектировании РЭС. - Томск: ТУСУР, 2012. - 19 с.

Каганов В.И. Радиотехника+компьютер+MathCAD. - М.: Горячая линия, 2001. - 416 с.

Макаров Е. Инженерные расчёты в Mathcad 15: Учебный курс. - СПб.: Питер, 2011. - 400 с.