

Министерство образования и науки
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное

учреждение высшего профессионального образования
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ
(ТУСУР)

СТАТИСТИКА

Курс лекций

ЧАСТЬ 1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

| | |
|---|----|
| 1. СТАТИСТИКА КАК НАУКА: ПРЕДМЕТ, МЕТОДОЛОГИЯ, ЗАДАЧИ. | 5 |
| 1.1. Развитие статистической науки..... | 5 |
| 1.2. Предмет статистики, задачи и методология..... | 6 |
| 1.3. Структура статистической науки | 7 |
| 1.4. Организация статистики в Российской Федерации..... | 8 |
| 2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ | 10 |
| 2.1. Формирование информационной базы статистического исследования | 10 |
| 2.2. Программно-методологические и организационные вопросы статистического наблюдения | 11 |
| 2.3. Виды статистического наблюдения..... | 12 |
| 2.4. Ошибки наблюдения и контроль..... | 14 |
| 3. ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ..... | 15 |
| 3.1. Виды и задачи группировок..... | 15 |
| 3.2. Статистические таблицы..... | 16 |
| 3.3. Статистические графики..... | 18 |
| 4. СТАТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ | 23 |
| 4.1. Понятие абсолютной и относительной величины в статистике .. | 23 |
| 4.2. Средние величины..... | 24 |
| 4.3. Структурные средние..... | 28 |
| 5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ..... | 29 |
| 5.1. Вариация признака в совокупности..... | 29 |
| 5.2. Графическое изображение вариационного ряда | 31 |
| 5.3. Показатели центра распределения | 32 |
| 5.4. Показатели вариации..... | 34 |
| 5.5. Показатели формы распределения..... | 37 |
| 6. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ..... | 39 |
| 6.1. Понятие выборочного наблюдения и формы его организации..... | 39 |
| 6.2. Ошибка выборки..... | 40 |
| 6.3. Определение численности выборки..... | 43 |
| 6.4. Распространение выборочных результатов..... | 45 |
| 7. КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ | 45 |
| 7.1. Понятие корреляционной связи..... | 45 |
| 7.2. Статистические методы выявления корреляционной связи..... | 46 |
| 7.3. Показатели тесноты корреляционной связи | 48 |
| 7.4. Уравнение регрессии..... | 50 |
| 8. РЯДЫ ДИНАМИКИ..... | 52 |
| 8.1. Ряды динамики. Классификация | 52 |
| 8.2. Правила построения рядов динамики..... | 55 |

| | |
|--|------------|
| 8.3. Показатели рядов динамики | 56 |
| 8.4. Средние характеристики ряда динамики..... | 58 |
| 8.5. Структура ряда динамики. Проверка ряда на наличие тренда..... | 60 |
| 8.6. Анализ сезонных колебаний..... | 63 |
| 8.7. Анализ взаимосвязанных рядов динамики..... | 65 |
| 9. ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД..... | 67 |
| 9.1. Индексы и их виды..... | 67 |
| 9.2. Индивидуальные индексы..... | 68 |
| 9.3. Общие индексы..... | 70 |
| 9.4. Использование индексов в экономическом анализе и макроэкономических исследованиях..... | 72 |
| Часть 2. СТАТИСТИКА В ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ | 71 |
| 10. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ПРОДУКЦИИ..... | 73 |
| 11. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ ... | 74 |
| 11.1. Трудоустройство и занятость населения..... | 74 |
| 11.2. Статистические показатели численности работников..... | 76 |
| 11.3. Статистические показатели использования рабочего времени... .. | 77 |
| 12. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРУДА | 79 |
| 13. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОПЛАТЫ ТРУДА..... | 82 |
| 14. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОСНОВНЫХ ФОНДОВ | 85 |
| 14.1. Основные фонды и их статистическое изучение..... | 85 |
| 14.2. Показатели наличия основных фондов. Методы их оценки..... | 86 |
| 14.3. Показатели состояния и динамики основных фондов | 87 |
| 14.4. Показатели использования основных фондов..... | 91 |
| 15. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА..... | 92 |
| 16. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ СЕБЕСТОИМОСТИ ПРОДУКЦИИ | 95 |
| Часть 3. ТЕОРИЯ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ | |
| КОНТРОЛЬНЫЕ-ТЕСТЫ | 103 |
| ПРИЛОЖЕНИЯ | |
| ПРОГРАММА ЛЕКЦИОННОГО КУРСА..... | 11313 |
| ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ | 115 |
| РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА | 12323 |

ВВЕДЕНИЕ

Курс «Статистика» имеет целью дать представление о содержании статистики как научной дисциплины, познакомить с ее основными понятиями, методологией и методикой расчета важнейших статистических аналитических показателей.

В результате изучения дисциплины «Статистика» вы будете

- знать: методы обработки результатов статистического наблюдения; обобщающие статистические показатели – абсолютные и относительные статистические величины; средние (простые и взвешенные средние; арифметические, гармонические и другие степенные средние; структурные средние); показатели вариации; методы обработки и анализа динамических рядов данных, взаимосвязи, основы анализа статистических данных;
- уметь: строить статистические таблицы и графики (диаграммы, гистограммы, линейные графики), вычислять различные статистические показатели (абсолютные и относительные статистические величины; степенные средние; структурные средние; показатели вариации); анализировать статистические данные и формулировать выводы, вытекающие из анализа данных.

Для закрепления теоретических знаний курса в методическом пособии приведены практические задания в объеме одной контрольной работы и пример ее выполнения.

ЧАСТЬ 1. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

1. СТАТИСТИКА КАК НАУКА: ПРЕДМЕТ, МЕТОДОЛОГИЯ, ЗАДАЧИ

1.1. Развитие статистической науки

Термин «статистика» произошел от латинского слова «статус» (status), что означает «определенное положение вещей», «состояние». Впервые этот термин был введен Г.Ахенвалем и первоначально употреблялся в значении слова «государствоведение».

Статистика имеет многовековую историю. Потребность в статистической практике появилась с образованием государств: необходимо было собирать сведения о наличии земель, численности и имущественном положении населения. Еще несколько тысячелетий назад такой учет проводился в Китае, Древнем Риме, Египте. В России первые упоминания о статистике относятся к десятому веку; сбор различного рода сведений был связан с налогообложением. В начале 18 века петровские реформы потребовали значительно большего числа точных статистических данных: вводился учет цен на хлеб, учет городов и городского населения, внешней торговли, регистрация новых фабрик и заводов, зарождался текущий учет численности населения (осуществляемая церковью регистрация браков, рождений, смертей).

По мере усложнения общественной жизни круг учитываемых явлений расширялся. Развитие мирового общественного производства, торговых и международных отношений послужили стимулом развития учета и статистики, так как требовались сведения о размерах и размещении промышленного и сельскохозяйственного производства, рынков сбыта товаров, рынках труда, сырьевых ресурсах. Возросла потребность в анализе экономической конъюнктуры. Поэтому с середины 17 века статистика стала развиваться как наука по двум направлениям: описательному и математическому.

Представители описательного направления, немецкие ученые, задачей статистики считали описание «государственных достопримечательностей» (территория, государственное устройство, население, религия, внешняя политика). Анализ же закономерностей и взаимосвязей общественных процессов отсутствовала.

Представители математического направления (политические арифметики), которое зародилось в Англии, своей задачей ставили выявление закономерностей и взаимосвязей экономических явлений с помощью различных расчетов. «Политические арифметики» видели основное значение статистики в изучении массовых общественных явлений. История показала, что последнее слово в статистической науке осталось именно за математической школой.

1.2. Предмет статистики, задачи и методология

Особенность любой науке – в предмете познания и методах изучения. Предмет исследования статистики – массовые явления социально-экономической жизни. Статистика изучает количественную сторону этих явлений в неразрывной связи с их качественным содержанием в конкретных условиях места и времени.

Явления и процессы в жизни общества характеризуются статистикой с помощью статистических показателей. *Статистический показатель* – это количественная оценка свойств изучаемого явления (размеров, особенностей, закономерностей развития и взаимосвязей). Статистические показатели подразделяются на учетно-оценочные и аналитические. *Учетно-оценочные показатели* отражают объем или уровень изучаемого явления. *Аналитические показатели* используются для характеристики особенностей развития явления, соотношения его частей, взаимосвязи с другими явлениями (средние величины, показатели структуры, вариации, динамики и др.).

Например, статистика показывает численность отдельных групп населения, используя учетно-оценочные показатели, а с помощью аналитических показателей характеризует изменение численности населения по сравнению с прошлым годом, половозрастной состав и т.д.

Статистическая методология – совокупность общих правил и специальных приемов статистического исследования. Общие правила – это диалектический метод, т.е. явления рассматриваются в их взаимодействии и развитии, взаимосвязи количественных и качественных изменений. Специальные методы цифрового освещения явления применяются на различных этапах статистического исследования.

Этапы статистического исследования:

1. Статистическое наблюдение – массовый научно организованный сбор первичной информации об отдельных единицах изучаемого явления.
2. Группировка и свodka материала – обобщение данных наблюдения для получения абсолютных величин (учетно-оценочных показателей) явления.
3. Обработка статистических данных и анализ результатов для получения обоснованных выводов о состоянии изучаемого явления и закономерностях его развития.

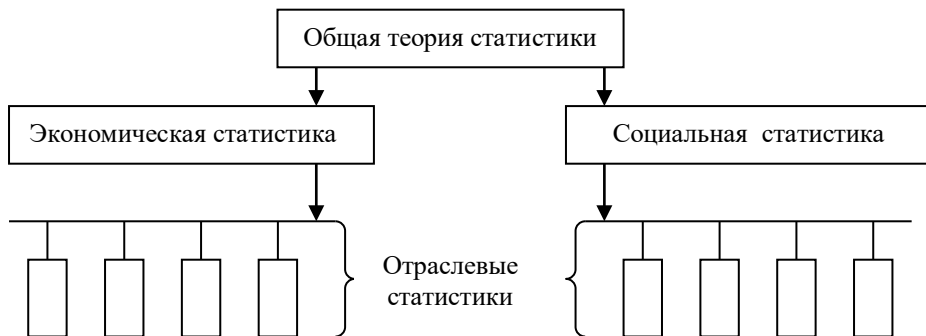
Все этапы статистического исследования тесно связаны друг с другом и одинаково важны. Недостатки и ошибки, возникающие на каждой стадии, сказываются на все исследовании в целом. Поэтому правильное использование специальных методов статистической науки на каждом этапе позволяет получить достоверную информацию в результате статистического исследования.

Методы статистического исследования:

1. Статистическое наблюдение
2. Сводка и группировка данных
3. Расчет обобщающих показателей (абсолютные, относительные и средние величины)
4. Статистические распределения (вариационные ряды)
5. Выборочный метод
6. Корреляционно-регрессионный анализ
7. Ряды динамики
8. Индексы

Задача статистики – исчисление статистических показателей и их анализ, благодаря чему управляющие органы получают всестороннюю характеристику управляемого объекта, будь то вся национальная экономика или отдельные ее отрасли, предприятия и их подразделения. Управлять социально-экономическими системами нельзя, не располагая оперативной, достоверной и полной статистической информацией.

1.3. Структура статистической науки



Задача общей теории статистики – разработка общих принципов и методов статистического исследования.

Задача экономической статистики – разработка и анализ показателей, отражающих состояние экономики в целом, взаимосвязь отраслей, наличие и особенности размещения материальных, трудовых и финансовых ресурсов, достигнутый уровень их использования.

Задача отраслевой экономической статистики (статистики промышленности, сельского хозяйства, строительства, транспорта, связи, труда, природных ресурсов и др.) – разработка и анализ статистических показателей развития соответствующей отрасли экономики.

Задача социальной статистики – формирование системы показателей для характеристики образа жизни населения и различных аспектов социальных отношений, статистика народонаселения, политики, культуры, здравоохранения, права и т.д.).

Отраслевые статистики формируются на базе показателей экономической и социальной статистики, которые основываются на категориях и методах анализа, разработанных общей теорией статистики.

1.4. Организация статистики в Российской Федерации

В настоящее время главным учетно-статистическим центром в стране является Государственный комитет Российской Федерации по статистике (Госкомстат России).

Основными задачами Госкомстата России являются:

- Представление официальной статистической информации Президенту, правительству, Федеральному собранию РФ, федеральным органам исполнительной власти, общественности, международным организациям.
- Разработка научно обоснованной статистической методологии, соответствующей потребностям общества на современном этапе и международным стандартам.
- Координация статистической деятельности в государстве.
- Разработка экономико-статистической информации, ее анализ, составление национальных счетов.
- Гарантирование полноты и научной обоснованности официальной статистической информации, обеспечение равного доступа к ее изучению всем пользователям.

В настоящее время особое значение придается формированию бухгалтерских и статистических показателей в соответствии с требованиями международного бухгалтерского учета и системы национальных счетов (СНС), поскольку эта система наиболее полно отвечает требованиям рыночных отношений.

Система национальных счетов – это система макроэкономических показателей для описания и анализа рыночной экономики. К этим показателям относятся: валовой внутренний продукт, валовой национальный доход, конечное потребление, национальное сбережение, национальное богатство и др.

В связи с переходом на принятую в международной практике систему учета и статистики в России создан и функционирует Единый государственный реестр (регистр) предприятий, организаций, учреждений и объединений (ЕГРПО). Цель его создания – обеспечение единого государственного учета предприятий и организаций, формирование информационного фонда.

Информационный фонд состоит из четырех разделов:

1. Идентификационный – регистрационный код объекта, являющийся уникальным для всего информационного пространства России;
2. Классификационный – сведения об отраслевой, территориальной принадлежности объекта, его подчиненности, виде собственности, организационной форме;
3. Справочный – фамилия руководителя, адрес объекта, номера телефонов, факсов и т.д.; сведения об учредителях;
4. Экономический – показатели, характеризующие субъект (среднесписочная численность работников, стоимость основных средств, уставный фонд и др.).

Наряду с общегосударственной статистикой существует ведомственная статистика, ведущаяся на предприятиях, в объединениях, ведомствах, министерствах. Ведомственная статистика выполняет работы, связанные с получением, обработкой и анализом статистической информации, необходимой для руководства и планирования их деятельности.

Значение ведомственной статистики в настоящее время значительно возросло, так как рыночная экономика предполагает самостоятельность предприятий и их полную ответственность за результаты хозяйственной деятельности. Для этого необходим глубокий анализ экономических процессов, происходящих на предприятиях.

Главные задачи ведомственной статистики заключаются в обеспечении информацией о:

- выполнении внутрипроизводственных планов;
- наличии резервов увеличения выпуска продукции;
- улучшении использования производственного потенциала.

Блок-схема формирования показателей производственной деятельности предприятия любой формы собственности представлена на рис.1.

Благодаря статистике управляющие органы получают всестороннюю характеристику управляемого объекта – отрасли экономики, предприятия или его отдельных подразделений. Статистика системой своих показателей выражает результаты их работы за истекший период, осуществляет контроль за выполнением плана, выявляет качество планирования.

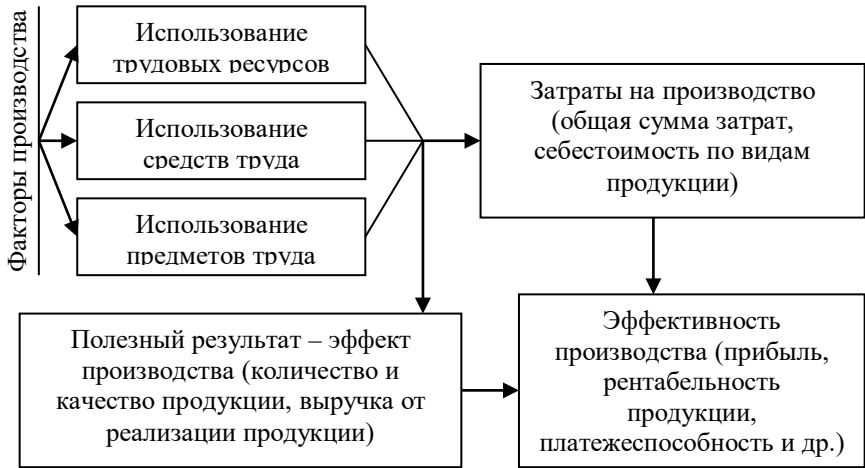


Рис. 1. Блок-схема формирования показателей производственной деятельности предприятия

2. СТАТИСТИЧЕСКОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

2.1. Формирование информационной базы статистического исследования

Статистическим наблюдением называется планомерный научно обоснованный сбор данных или сведений о социально-экономических процессах или явлениях.

К статистическому наблюдению предъявляются следующие требования:

1. полнота статистических данных. Полнота обеспечивается, прежде всего, охватом единиц исследуемой совокупности. Полноту следует понимать и как охват наиболее существенных сторон явления, так как каждое изучаемое явление носит достаточно сложный характер. Кроме того, при изучении явления во времени необходимо обследовать данные за максимально длительные периоды времени.
2. обоснованный отбор. Отобранная часть должна отражать основные свойства и специфические особенности явления и быть типичной.
3. достоверность и точность данных;
4. сопоставимость и единообразие данных. Для этого необходимо использовать единые стоимостные оценки, единые территориальные границы, т.е. строго соблюдать единство методологии.

2.2. Программно-методологические и организационные вопросы статистического наблюдения

К программно-методологическим вопросам относится:

1. определение *объекта статистического наблюдения*. Объектом статистического наблюдения называется совокупность явлений и процессов, которые подлежат исследованию, т.е. это исследуемая статистическая совокупность. Например, при переписи населения объектом является та часть населения, которая подлежит переписи.
2. определение *единицы наблюдения*, т.е. элемент совокупности, по которой собираются необходимые данные. При переписи населения единицей наблюдения является человек. Единицы наблюдения обладают множеством различных признаков. У человека – это возраст, пол, образование и др. *Статистический признак* – это конкретное свойство, качество, черта единицы наблюдения.
3. составление *программы наблюдения*. Программа наблюдения – это перечень вопросов, по которым собираются сведения, либо перечень признаков и показателей, подлежащих регистрации. Программа наблюдения оформляется в виде бланка, в который заносятся первичные сведения.

Основные принципы составления программы наблюдения:

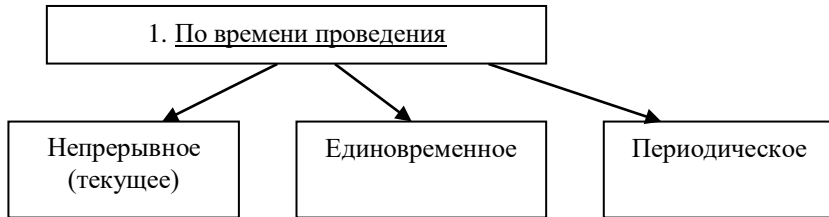
- программа должна содержать только такие вопросы, которые безусловно необходимы для данного статистического исследования.
- в программу следует включать только такие вопросы, на которые можно получить точные ответы,.
- нельзя включать в программу вопросы, способные вызвать подозрение, что ответы на них могут быть использованы во вред опрашиваемым.
- программу наблюдения целесообразно строить так, чтобы ответами на одни вопросы можно было контролировать ответы на другие.

Организационные вопросы включают в себя:

1. определение *субъекта наблюдения*, т.е. определение органа, который будет осуществлять наблюдение.
2. определение времени наблюдения, т.е. момента или периода наблюдения. Это время, по состоянию на которое регистрируются данные. Момент времени, к которому приурочены регистрируемые сведения, называется *критическим моментом наблюдения*;
3. определение вида статистического наблюдения.

2.3. Виды статистического наблюдения

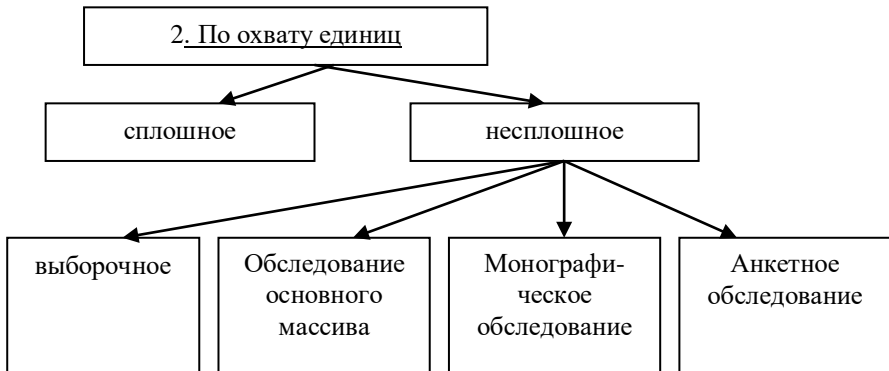
Признаки классификации статистического наблюдения:



Непрерывное наблюдение – регистрация фактов и явлений по мере их совершения. Например, регистрация рождаемости и смертности.

Едновременное наблюдение служит для получения сведений, не собираемых текущей статистикой. Проводятся в случае возникновения интереса к определенному явлению. Например, учет народных театров, коллективов.

Периодическое наблюдение – проводится через определенные промежутки или периоды времени.



Сплошное наблюдение представляет собой полный учет всех единиц изучаемой совокупности.

Несплошное наблюдение организуют как учет части единицы совокупности, на основе которой можно получить обобщающую характеристику всей совокупности.

Выборочным наблюдением является такое, при котором характеристика всей совокупности дается по ее части, отобранной в случайном порядке.

Обследование основного массива характеризуется тем, что отбирают наиболее крупные единицы наблюдения, в которых сосредоточена значительная доля всех подлежащих изучению фактов.

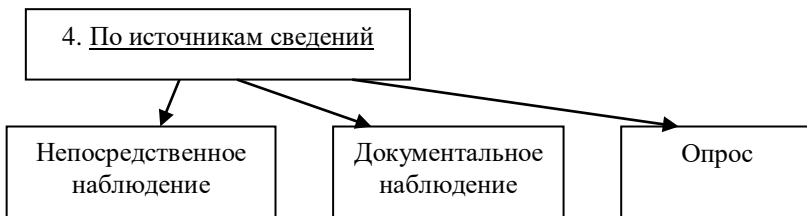
Монографические описания применяют для подробного изучения единичных, но типичных объектов, например, отдельных предприятий.

Анкетное обследование заключается в добровольном заполнении анкеты. Анкет возвращается меньше, чем рассылается. Поэтому достоверность собранного материала проверить сложно. Поэтому применяется там, где не требуется высокая точность. Например, обследование читателей в библиотеках или покупателей в магазинах.



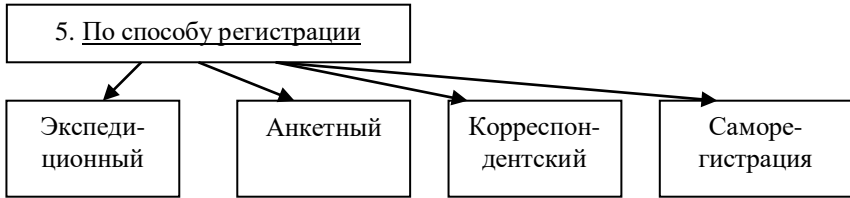
Специально организованное наблюдение служит для решения задач, имеющих недостаточную информационную базу или не имеющих ее вообще.

Отчетность – организационная форма, при которой единицы наблюдения представляют сведения о своей деятельности в виде регламентированного образца. Особенность отчетности состоит в том, что она обязательна. Документально обоснована и юридически подтверждена подписью руководителя.



Непосредственное наблюдение – надежный источник данных, так как регистрация признаков производится лично исследователем.

Документальное обследование базируется на систематических записях в первичных документах, подтверждающих тот или иной факт.



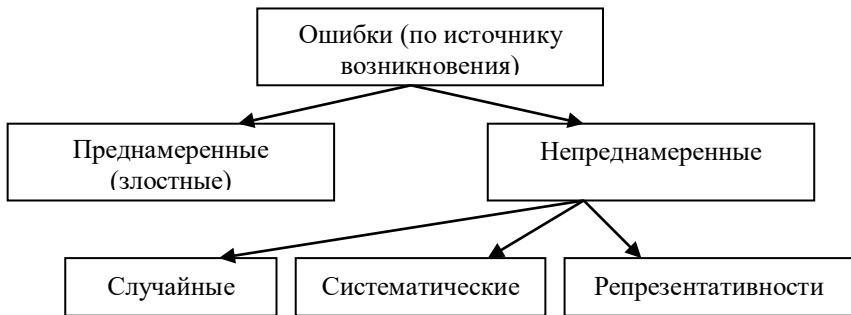
При *экспедиционном способе* специально подготовленный счетчик опрашивает людей и с их слов заполняет бланк обследования.

При *корреспондентском способе* рассылаются бланки обследования и указания к их заполнению с просьбой ответить на поставленные вопросы.

Суть *способа саморегистрации* заключается в том, что обследуемому лицу вручают бланк обследования и разъясняют вопросы, бланк же обследуемое лицо заполняет самостоятельно.

2.4. Ошибки наблюдения и контроль

Задача статистического наблюдения – получить точные и достоверные сведения, которые затем необходимо обрабатывать и анализировать.



Преднамеренные ошибки возникают из-за сознательного искажения первичных данных и могут грубо исказить действительное положение.

Случайные непреднамеренные ошибки возникают в результате небрежности, невнимательности, неисправности измерительных приборов.

Систематические непреднамеренные ошибки возникают, например, при округлении признаков в большую или меньшую сторону.

Ошибки репрезентативности называют ошибками представительности. Они свидетельствуют о непредставительности данных, например, о неправильно проведенном отборе, когда характеристики выборки не соответствуют генеральной совокупности.

Для выявления и устранения ошибок служит контроль:

- счетный, который проверяет точность арифметических расчетов;
- логический, который выявляет неправдоподобные случаи в результате сравнения и сопоставления разных признаков по одной единице.

3. ГРУППИРОВКА СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

3.1. Виды и задачи группировок

Одним из основных и наиболее распространенных методов обработки и анализа первичной статистической информации является группировка. *Группировкой* называют разбиение совокупности на группы, однородные по какому-либо признаку. В процессе исследования метод группировок позволяет по отдельным признакам и комбинациям признаков выявить закономерности и взаимосвязи явлений, проследить взаимоотношение различных факторов и определить силу их влияния на результативные показатели. Метод группировки основывается на двух категориях – группировочном признаке и интервале.

Группировочный признак – это признак, по которому происходит объединение отдельных единиц совокупности в однородные группы.

Интервал очерчивает количественные границы групп. Интервалы бывают: равные (разность между максимальным и минимальным значениями в каждом из интервалов одинакова) и неравные, открытые (имеется только либо верхняя, либо нижняя граница) и закрытые (имеется и верхняя, и нижняя границы).

Классифицировать группировки можно следующим образом:

1. В зависимости от цели:
 - типологическая - для выделения качественно однородных совокупностей;
 - структурная - для изучения структуры совокупности;
 - аналитическая (факторная) - для исследования существующих зависимостей.
2. В зависимости от числа положенных в основание группировок признаков:
 - простые - группировка по одному признаку;
 - сложные - группировка по нескольким признакам. Сложные группировки подразделяются на многомерные (группировка осуществляется одновременно по комплексу признаков) и комбинационные (группы, выделенные по одному из признаков, затем подразделяются на подгруппы по другому признаку).
3. По отношению между признаками:
 - иерархические - выполняются по двум и более признакам, при этом значения второго признака определяются областью значений первого (например, классификация отраслей промышленности по подотраслям);

- неиерархические строятся когда строгой зависимости значений второго признака от первого не существует.
4. По виду признака:
- количественные – признак выражается числом;
 - качественные – признак отражает определенные свойства и записывается в виде текста. Эти группировки, в свою очередь, можно разделить на атрибутивные (отдельные единицы совокупности различаются своим содержанием, например, профессии) и альтернативные (существует два противоположных по значению варианта признака, например, да и нет, или годная и бракованная продукция).

3.2. Статистические таблицы

Результаты группировок представляются в статистических таблицах. Значение таблиц определяется тем, что они позволяют изолированные статистические данные рассматривать совместно, достаточно полно и точно охватывая сложную природу явлений.

Основные элементы таблицы – подлежащее и сказуемое. Подлежащее таблицы – это перечень единиц совокупности или группы, то есть объект изучения. Сказуемым таблицы являются цифровые данные, характеризующие подлежащее. Макет таблицы выглядит следующим образом:

| | | | |
|--|----------------|--|--|
| Сказуемое | Заголовки граф | | |
| | | | |
| Подлежащее | | | |
| | | | |
| Перечень (группы) единиц совокупности | | | |

По построению подлежащего таблицы можно разделить на:

1. простые – таблицы, в подлежащем которых нет группировок. Простые таблицы бывают:
 - перечневые (подлежащее – перечень единиц, составляющих объект изучения).
 - территориальные (дается перечень территорий, стран, областей и т.д.);
 - хронологические (подлежащем приводятся периоды или даты);
 Простая таблица может выглядеть следующим образом:

| | 1980 | | 1985 | |
|-----------|-------------|---------------|-------------|---------------|
| | Рассмотрено | Удовлетворено | Рассмотрено | Удовлетворено |
| Всего дел | 2607 | 2404 | 2813 | 2597 |

2. групповые – таблицы, в подлежащем которых изучаемых объект разделен на группы по какому-либо признаку. Например:

| | 1986 | 1987 | 1988 |
|--|------|------|------|
| Лесовосстановление в лесах гос. значения, км ² | 2190 | 2203 | 2216 |
| Посадка и посев леса, км ² | 986 | 987 | 983 |
| Содействие естественному возобновлению леса, км ² | 1204 | 1216 | 1233 |

3. комбинационные – таблицы, в которых совокупность разделяется на группы не по одному, а по нескольким признакам. Например:

| | 1959 | 1970 | 1979 | 1989 |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| Численность населения, всего | 208,8 | 214,7 | 262,7 | 286,7 |
| Городское | 100,0 | 136,0 | 163,6 | 188,8 |
| Мужчин | 45,0 | 46,1 | 46,6 | 47,3 |
| Женщин | 55,0 | 53,9 | 53,4 | 52,7 |
| Сельское | 108,8 | 105,7 | 98,8 | 97,9 |
| Мужчин | 48,8 | 51,8 | 52,2 | 52,8 |
| Женщин | 60,0 | 57,0 | 56,6 | 56,0 |

По построению сказуемого таблицы также можно разделить на простые и сложные. Простая разработка сказуемого предусматривает параллельное расположение показателей, а сложная – комбинированное.

Практикой выработаны определенные требования к составлению и оформлению таблиц:

1. Таблица по возможности должна быть краткой. Не следует загружать ее излишними подробностями, затрудняющими анализ явлений.
2. Каждая таблица должна иметь название, из которого становится известно:
 - Какой круг вопросов излагает и иллюстрирует таблица;
 - Каковы географические границы статистической совокупности, представленной таблицей;
 - Каковы единицы измерения (если они одинаковы для всех табличных клеток). Если единицы измерения неодинаковы, то в заголовках

обязательно следует указывать, в каких единицах приводятся статистические даны.

3. В таблице желательно давать нумерацию граф. Это облегчает пользование таблицей, дает возможность лучше ориентироваться, показывает способ расчета цифр в графах. Заглавия строк подлежащего и сказуемого должны быть сформулированы точно, кратко и ясно.
4. Приводимые в подлежащем и сказуемом признаки должны быть расположены в логическом порядке с учетом необходимости рассматривать их совместно.
5. Таблица может сопровождаться примечаниями, в которых указывают источники данных и даются необходимые пояснения.
6. При оформлении таблиц обычно применяют следующие условные обозначения:
 - Знак тире (-) – когда явление отсутствует;
 - Х – если явление не имеет осмысленного содержания;
 - Многоточие (...) – когда отсутствуют сведения о его размере (или делается запись «нет сведений»).
7. Округленные числа приводятся в таблице с одинаковой степенью точности.

3.3. Статистические графики

Графиками в статистике называют условные изображения числовых величин и их соотношений в виде различных геометрических образов – точек, линий, плоских фигур и т.д. Использование графиков для изложения статистических показателей позволяет придать последним наглядность и выразительность, облегчает их восприятие, а во многих случаях позволяет уяснить сущность изучаемого явления.

Каждый график включает *графический образ* (т.е. вида графического изображения); *пол графика* (пространства, в котором размещаются геометрические знаки), *масштабные ориентиры* (придают геометрическим знакам количественную определенность) и *систему координат*.

Классификация графиков по признакам представлена на рис.2.

Линейные диаграммы применяются для характеристик динамики; для характеристик вариации в рядах распределения. Строятся в прямоугольной системе координат. На рисунке приведена линейная диаграмма курса немецкой марки за январь 1998 года.

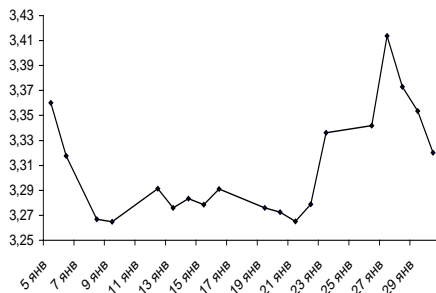
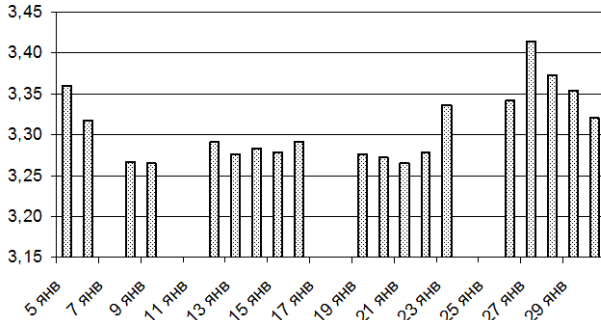




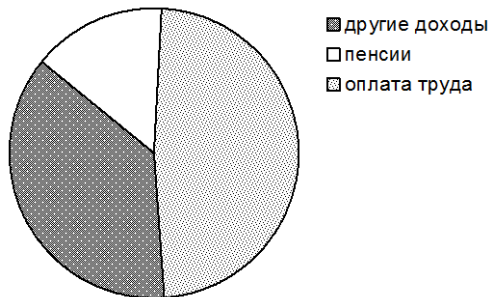
Рис.2. Классификация графиков

Для тех же целей могут использоваться *столбиковые диаграммы*. Столбики располагаются вплотную или на одинаковом расстоянии, имеют одинаковое основание, а их высота пропорциональна числовым значениям уровня признака. На рисунке приведена столбиковая диаграмма немецкой марки за январь 1998 года.

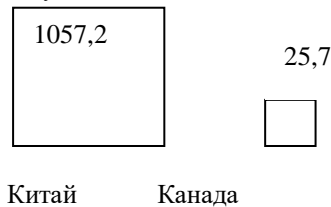


Полосовая диаграмма является разновидностью столбиковой. Для нее характерна горизонтальная ориентация столбиков и вертикальное расположение базовой линии.

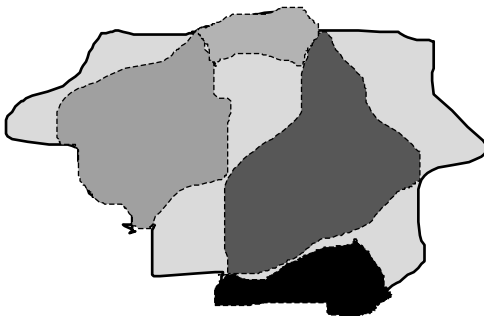
Секторная диаграмма служит для характеристики структуры явления. Для построения этой диаграммы круг следует разделить на секторы пропорционально удельному весу частей в целом. 1% соответствует $3,6^{\circ}$. Для того, чтобы секторы были более наглядны, следует пользоваться штриховкой. Секторная диаграмма, изображенная на рисунке, характеризует денежные доходы населения в 1994 году.



Фигурные диаграммы отражают размер изучаемого объекта в соответствии с размером своей площади. Недостатком их следует считать некоторую неточность, связанную с необходимостью округления изображаемых показателей. Например, квадратные и круговые диаграммы. Для построения квадратной диаграммы следует извлечь корни из сравниваемых величин статистических показателей, а затем построить квадраты со сторонами, пропорциональными полученным результатам. При построении круговой диаграммы значения показателей вначале делят на 3,14, а затем из полученных величин извлекают квадратные корни. На рисунке при помощи квадратной диаграммы отобразена численность населения Китая и Канады в 1986 году.



Для оценки географического размещения явлений, сравнительного анализа по территориям применяются статистические карты. *Картограмма* показывает территориальное распределение изучаемого признака по отдельным районам. *Фоновая картограмма* разной густотой цветовой окраски характеризует распределение изучаемого признака на



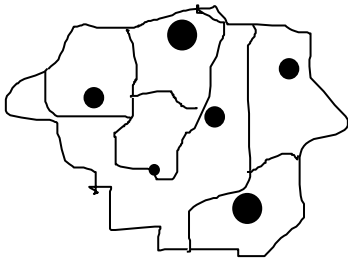
Картограмма.
Процент площади по
пахотным землям

| | | | | |
|-----|--------|--------|--------|-----|
| | | | | |
| 10% | 10-40% | 40-50% | 50-60% | 60% |

различных территориях. На *точечной диаграмме* каждой точке соответствует одно и то же принятое числовое значение. Нанося на контур каждого района соответствующее количество точек, получаем точечную картограмму.

Картодиаграмма представляет собой сочетание диаграммы с географической картой.

представляет собой сочетание



10 20 30 40 50 тыс.га
тыс.га

4. СТАТИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

4.1. Понятие абсолютной и относительной величины в статистике

Изучая массовые общественные явления, статистика в своих выводах опирается на числовые данные, полученные в конкретных условиях места и времени. Результаты статического наблюдения регистрируются прежде всего в форме первичных *абсолютных величин*.

В статистике все абсолютные величины являются именованными, измеряются в конкретных единицах (человеках, рублях, штуках, киловатт-часах, человеко-днях и человеко-часах и т. д.) и, в отличие от математического понятия абсолютной величины, могут быть как положительными, так и отрицательными (убытки, убыль, потери и т. п.)

Сама по себе абсолютная величина не дает полного представления об изучаемом явлении, не показывает его структуру, соотношение между отдельными частями, развитие во времени. В ней не выявлены соотношения с другими абсолютными показателями. Эти функции выполняют определяемые на основе абсолютных величин относительные показатели.

Относительная величина в статистике – это обобщающий показатель, который дает числовую меру соотношения двух сопоставляемых абсолютных величин. Так как многие абсолютные величины взаимосвязаны, то и относительные величины одного типа в ряде случаев могут определяться через относительные величины другого типа. Основное условие правильного расчета относительной величины – сопоставимость сравниваемых показателей и наличие реальных связей между изучаемыми явлениями. Таким образом, по способу получения относительные показатели – всегда величины производные, определяемые в форме коэффициентов, процентов и т. п.

Виды относительных величин:

1. Относительные величины как результат сопоставления одноименных статистических показателей:
 - 1.1. при сопоставлении с прошлым периодом: *относительная величина динамики* (характеризует изменение явления во времени) и *относительная величина планового задания* (рассчитывается как отношение уровня, запланированного на предстоящий период, к уровню, фактически сложившемуся в предшествующем периоде);
 - 1.2. при сопоставлении с планом: *относительная величина выполнения плана* (определяется как отношение фактического уровня показателя в данном периоде к запланированному);
 - 1.3. при сопоставлении части и целого или частей между собой: *относительная величина структуры* (характеризует долю отдельных частей в общем объеме совокупности) и *относительная величина координации* (характеризуют отношение частей данной совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения);
 - 1.4. при сопоставлении в пространстве: *относительная величина наглядности* (характеризуют сравнительные размеры одноименных абсолютных величин, относящихся к одному и тому же периоду, но к различным объектам или территориям);
2. Относительная величина как результат сопоставления разноименных статистических показателей: *относительная величина интенсивности* (характеризуют степень распределения или развития данного явления в той или иной среде, например, показатели выработки продукции в единицу рабочего времени, затрат на единицу продукции и т.д.).

4.2. Средние величины

Средняя величина – это обобщающий показатель, характеризующий типический уровень явления. Он выражает величину признака, отнесенную к единице совокупности.

Средняя всегда обобщает количественную вариацию признака, т. е. в средних величинах погашаются индивидуальные различия единиц совокупности, обусловленные случайными обстоятельствами. В отличие от средней абсолютная величина, характеризующая уровень признака отдельной единицы совокупности, не позволяет сравнивать значения признака у единиц, относящихся к разным совокупностям.

Средняя, рассчитанная по совокупности в целом, называется *общей средней*; средние, исчисленные для каждой группы – *групповыми средними*.

Общие принципы применения средних величин:

1. При определении средней величины в каждом конкретном случае нужно исходить из качественного содержания усредняемого признака, учитывать взаимосвязь изучаемых признаков, а также имеющиеся для расчета данные.

2. Средняя величина должна прежде всего рассчитываться по однородной совокупности. Качественно однородные совокупности позволяют получить метод группировок, который всегда предполагает расчет системы обобщающих показателей.

3. Общие средние должны подкрепляться групповыми средними. Например, допустим, что анализ динамики урожайности отдельной культуры показывает, что общая урожайность снижается. Однако, сгруппировав районы по признакам различия и проанализировав динамику групповых средних, можно обнаружить, что в отдельных группах районов средняя урожайность не изменилась, либо возрастает, а снижение общей средней в целом обусловлено ростом удельного веса районов с низкой урожайностью в общем производстве этой культуры.

4. Необходим обоснованный выбор единицы совокупности, для которой рассчитывается средняя.



Остановимся на степенных средних. *Простая средняя* считается по несгруппированным данным и имеет следующий общий вид:

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m}{n}},$$

где X_i — варианты (значение) усредняемого признака;

m — показатель степени средней;

n — число вариантов.

Взвешенная средняя считается по сгруппированным данным и имеет общий вид;

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m f_i}{\sum f_i}},$$

где X_i — варианты (значение) усредняемого признака или серединное значение интервала, в котором измеряется варианта;

m — показатель степени средней;

f_i — частота, показывающая, сколько раз встречается i -е значение усредняемого признака.

Общие формулы расчета степенных средних имеют показатель степени (m). В зависимости от того, какое значение он принимает, различают следующие виды степенных средних:

| Вид степенной средней | Показатель степени (m) | Формула расчета | |
|-----------------------|------------------------|---|---|
| | | Простая | Взвешенная |
| Гармоническая | - 1 | $\bar{X} = \frac{\sum f \sqrt[n]{\prod x^f}}{\sum f} = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$ $= \frac{\sum f}{\sum \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}}}$ | $\bar{X} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{x}}$ $m = x f$ |
| Геометрическая | 0 | $\bar{X} = \sqrt[n]{\prod x} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$ | $\bar{X} = \sqrt[n]{\prod x^f} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}}$ |
| Арифметическая | 1 | $\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$ | $\bar{X} = \frac{\sum x f}{\sum f}$ |
| Квадратическая | 2 | $\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$ | $\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$ |
| Кубическая | 3 | $\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$ | $\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}$ |

Если рассчитать все виды средних для одних и тех же исходных данных, то значения их окажутся неодинаковыми. Здесь действует правило

мажорантности средних: с увеличением показателя степени m увеличивается и соответствующая средняя величина:

$$\bar{X}_{\text{гарм.}} \leq \bar{X}_{\text{геом.}} \leq \bar{X}_{\text{арифм.}} \leq \bar{X}_{\text{квадр.}} \leq \bar{X}_{\text{куб.}}$$

В статистической практике чаще, чем остальные виды средних взвешенных, используются средние арифметические и средние гармонические взвешенные.

Рассмотрим для примера расчет средней арифметической и средней арифметической взвешенной для ряда:

x_i - 3,4; 5,6; 5,6; 4,5; 3,4; 7,9; 5,6; 7,5; 4,5; 6,3.

Простая средняя арифметическая:

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{3,4 + 5,6 + 5,6 + 4,5 + \dots + 4,5 + 6,3}{10} = 5,43$$

Сгруппировав данные, получаем:

| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 3,4 | 4,5 | 5,6 | 6,3 | 6,5 | 7,9 |
| f | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 |

Теперь можно определить взвешенную среднюю арифметическую:

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{3,4 \cdot 2 + 5,6 \cdot 3 + 4,5 \cdot 2 + 7,9 + 6,5 + 6,3}{10} = 5,43$$

Средняя арифметическая величина обладает рядом свойств, которые определяют ее широкое применение в экономических расчетах и практике статистического исследования:

1. Средняя арифметическая постоянной величины равна этой постоянной:
 $\bar{A} = A$ при $A = \text{const}$.
2. Сумма положительных отклонений от средней равна сумме отрицательных отклонений. $d_i = X_i - \bar{X}$ - линейные (индивидуальные) отклонения от средней. Алгебраическая сумма линейных отклонений (разностей) индивидуальных значений признака от средней

арифметической равна нулю: $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = \sum d_i = 0$ для

первичного ряда и $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})f_i = \sum d_i f_i = 0$ для сгруппированных данных.

3. Сумма квадратов отклонений индивидуальных значений признака каждой единицы совокупности от средней арифметической есть число

минимальное: $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum d_i^2 = \min$.

4.3. Структурные средние

Особый вид средних величин – структурные средние – применяется для изучения внутреннего строения рядов распределения значений признака, а также для оценки средней величины (степенного типа), если по имеющимся статистическим данным ее расчет не может быть выполнен.

Медиана – значение признака, которое делит единицы ранжированного ряда на две части. В итоге у одной половины единиц совокупности значение признака не превышает медианного, а у другой – не меньше его.

Расчет медианы по несгруппированным данным рассмотрим на примере ряда: 4500, 4560, 4540, 4535, 4550, 4500, 4560, 4570, 4560, 4560, 4570, 4500. Для определения значения медианы:

1. расположим индивидуальные значения признака в возрастающем порядке: 4500, 4500, 4500, 4535, 4540, 4550, 4560, 4560, 4560, 4560, 4570, 4570.

2. определим порядковый номер медианы по формуле: $N_{\text{Me}} = (n + 1)/2$. В нашем случае $N_{\text{Me}} = (12 + 1)/2 = 6,5$. Это означает, что медиана расположена в данном случае между шестым и седьмым значениями в ранжированном ряду. Следовательно, $Me = (4550 + 4560)/2 = 4555$.

При нечетном числе индивидуальных значений медиана вычисляется аналогичным образом. Например, при числе данных, равным 15, $N_{\text{Me}} = (15 + 1)/2 = 8$.

Мода – наиболее часто встречающееся значение признака у единиц данной совокупности.

Для рассмотренного выше ряда мода равна 4560, так как это значение повторяется четыре раза, чаще, чем другие.

Методология расчета моды и медианы по сгруппированным данным будет рассмотрена в главе 5.

5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

5.1. Вариация признака в совокупности

Составной частью сводной обработки данных статистического наблюдения является построение рядов распределения. *Рядом распределения* называется группировка, в которой для характеристики групп (упорядоченно расположенных по значению признака) применяется один показатель – численность группы. Цель построения ряда – выявление основных свойств и закономерностей исследуемой статистической совокупности.

В зависимости от того, является ли признак, взятый за основу группировки, качественным или количественным, различают соответственно два типа рядов распределения – *атрибутивные* и *вариационные*.

По характеру вариации различают дискретные и непрерывные признаки. *Дискретные признаки* отличаются друг от друга на некоторую конечную величину; *непрерывные* могут отличаться один от другого на сколь угодно малую величину и в определенных границах принимать любые значения.

Первым шагом в упорядочении первичного ряда является его *ранжирование*, т.е. расположение всех вариантов ряда в возрастающем или убывающем порядке.

Число повторений отдельных вариантов значений признаков называют *частотой повторения*. Частота повторения обозначается f_i ; а сумма частот,

равная объему изучаемой совокупности, - $\sum_{i=1}^k f_i$.

Частоты, представленные в относительном выражении, называются

частотами: $w_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$. Частоты могут быть выражены в долях

единицы или в процентах.

Например, распределения рабочих участка по квалификации характеризуется данными табл. 1.

Таблица 1

| Тарифный разряд | Число рабочих, имеющих | Частость, | Накопленная |
|-----------------|------------------------|-----------|-------------|
|-----------------|------------------------|-----------|-------------|

| рабочего, x_i | этот разряд, f_i | w_i | частота, S_i |
|-----------------|--------------------|-------|----------------|
| 2 | 1 | 0,05 | 1 |
| 3 | 5 | 0,025 | 6 |
| 4 | 8 | 0,40 | 14 |
| 5 | 4 | 0,20 | 18 |
| 6 | 2 | 0,10 | 20 |
| Итого | 20 | 1,00 | |

В тех случаях, когда число вариантов дискретного признака достаточно велико, а также при анализе вариации дискретного признака, когда значения признака у отдельных единиц могут вообще не повторяться, строятся *интервальные ряды распределения*.

Для определения величины интервала h для построения вариационного ряда с равными интервалами:

1. Вычисляется разность между максимальным и минимальным значениями признака первичного ряда (размах вариации, R): $R = x_{\max} - x_{\min}$;
2. Размах вариации делится на число групп k , т.е. $h = R/k$. Число групп приближенно определяется по формуле Стёрджесса: $k \approx 1 + 3,322 \cdot \lg n$, где n – общее число изучаемых единиц совокупности. Полученная величина округляется до целого числа.

Рассмотрим пример построения ряда распределения по первичным данным о размере прибыли 20 коммерческих банков за год (млн.руб):

x_i - 3,7; 4,3; 6,7; 5,6; 5,1; 8,1; 4,6; 5,7; 6,4; 5,9; 5,2; 6,2; 6,3; 7,2; 7,9; 5,8; 4,9; 7,6; 7,0; 6,9.

Количество групп равно: $k \approx 1 + 3,322 \cdot \lg 20 = 5,32$.

Округляя, получаем число групп, равное 5.

Величина интервала: $(8,1 - 3,7)/5 = 0,9$ млн.руб.

В результате группировки получаем ряд распределения (табл.2).

Таблица 2

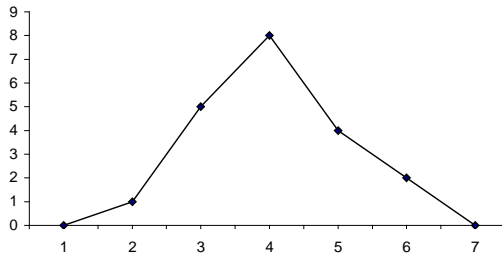
| Размер прибыли, млн.руб. | Число банков | Накопленная частота |
|--------------------------|--------------|---------------------|
| 3,7-4,6 (-) | 2 | 2 |
| 4,6-5,5 | 4 | 6 |
| 5,5-6,4 | 6 | 12 |
| 6,4-7,3 | 5 | 17 |
| 7,3-8,1 | 3 | 20 |
| Итого | 20 | |

Знак (-) в первой строке соответствует принципу «исключительно» и означает, что значения признака, совпадающие с верхней границей интервала, в этот интервал не включаются, а попадают в следующий интервал. Если ставится знак (+), это соответствует принципу «включительно» и означает, что значения признака, совпадающие с верхней границей интервала, включаются в эту группу.

5.2. Графическое изображение вариационного ряда

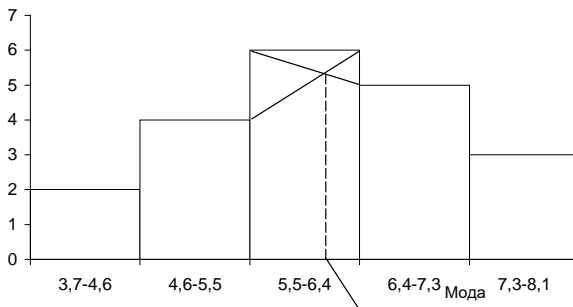
Для графического изображения дискретного ряда применяют *полигон распределения*. Для построения по оси абсцисс откладываются значения признака, по оси ординат – частоты или частоты. Для замыкания полигона крайние вершины соединяются с точками на оси абсцисс, отстоящими на одно деление от X_{\max} и X_{\min} .

На рисунке изображен полигон распределения, построенный на основе данных таблицы 1. Моде для дискретного ряда распределения соответствует значение, которому соответствует максимальная частота. В нашем примере мода равна 4.



Для графического изображения интервальных вариационных рядов применяется *гистограмма*. Для построения по оси абсцисс откладываются равные отрезки, соответствующие величине интервалов, на которых строят прямоугольники с высотой, равной частотам или частостям интервала.

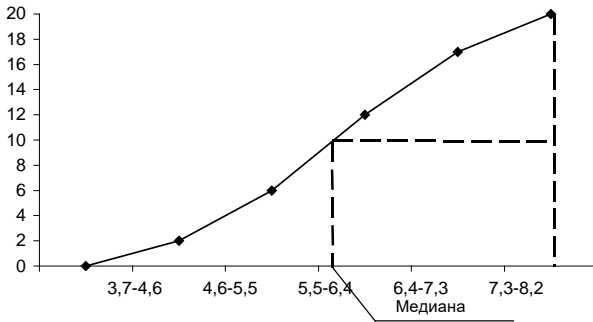
На рисунке изображена гистограмма ряда распределения банков по



данным таблицы 2. Также показан способ графического определения моды.

В ряде случаев для изображения вариационных рядов используется *кумулятивная кривая* (кумулята) и *огива*. Для построения кумуляты и огивы по оси абсцисс откладывают значения признака, по оси ординат – накопленные частоты (для кумуляты) или частоты (для огивы).

На рисунке изображена кумулята ряда распределения банков, построенная на основе таблицы 2 для графического определения медианы. Высоту наибольшей ординаты, которая соответствует общей численности совокупности, делят пополам. Через полученную точку проводят прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения ее с кумулятой. Абсцисса точки пересечения является медианой.



5.3. Показатели центра распределения

Для характеристики среднего значения признака в вариационном ряду используются средняя арифметическая, медиана и мода. Общие понятия о средних величинах были даны в главе 4. В данном параграфе рассмотрим расчет показателей центра распределения для вариационных рядов.

Средняя арифметическая:

➤ для дискретного ряда распределения:
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i f_i}{\sum_{i=1}^k f_i},$$

где x_i - варианты значений,

f_i - частота повторения данного варианта

➤ для интервального ряда распределения: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x'_i f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$,

где x'_i - середина соответствующего интервала.

Для таблицы 1 средняя арифметическая равна:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 8 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 2}{20} = 4,05.$$

Для таблицы 2 средняя арифметическая равна:

$$\bar{x} = \frac{4,15 \cdot 2 + 5,05 \cdot 4 + 5,95 \cdot 6 + 6,85 \cdot 5 + 7,75 \cdot 3}{20} = 6,085 \text{ млрд.руб.}$$

Медиана:

- для дискретного ряда распределения положение медианы определяется ее номером $N_{Me} = (n + 1)/2$, где n – число единиц совокупности.

Для примера в табл.1 $N_{Me} = (20 + 1)/2 = 10,5$, т.е. медиана равна средней арифметической 10-го и 11-го значений признака. $Me=4$.

- для интервального ряда распределения сразу можно определить интервал, в котором находится медиана. Затем определяем медиану по

формуле: $Me = x_{Me} + h \frac{(n+1)/2 - S_{Me-1}}{f_{Me}}$, где

x_{Me} -нижняя граница медианного интервала;

h – величина интервала;

S_{Me-1} -накопленная частота интервала, предшествующая медианному;

f_{Me} - частота медианного интервала.

Для примера, приведенного в табл.2:

$$Me = 5,5 + 0,9 \frac{(20+1)/2 - 6}{6} = 6,175 \text{ млрд.руб.}$$

Мода:

- для дискретного ряда распределения – наиболее часто встречающееся значение. Для табл.1 мода равна 4 (максимальная частота 8);
- для интервального ряда распределения:

$$Mo = x_{Mo} + h \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{[f_{Mo} - f_{Mo+1}] + [f_{Mo} - f_{Mo-1}]},$$

где x_{Mo} - начало модального признака;

f_{Mo} - частота, соответствующая модальному интервалу;

f_{Mo-1} - предмодальная частота;

f_{Mo+1} - послемодальная частота.

Для примера, приведенного в табл.2:

$$Mo = 5,5 + 0,9 \frac{6 - 4}{(6 - 5) + (6 - 4)} = 6,10 \text{ млрд.руб.}$$

5.4. Показатели вариации

Для измерения вариации используют абсолютные и относительные показатели.

Абсолютные показатели:

1. *Размах вариации* (размах колебаний) – разность между максимальным и минимальным значениями признака в совокупности: $R = x_{\max} - x_{\min}$. Размах вариации зависит только от крайних значений признака, поэтому область его применения ограничена однородными совокупностями.
2. *Среднее линейное отклонение:*

- Для несгруппированных данных: $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$;

- Для сгруппированных данных (вариационного ряда): $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$.

3. *Дисперсия*

➤ Для несгруппированных данных:
$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n};$$

➤ Для сгруппированных данных:
$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}.$$

4. Среднее квадратическое отклонение равен квадратному корню из дисперсии, т.е. $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

5. Квартильное отклонение: $Q = (Q_3 - Q_1)/2$.

Квартили – это значения признака в ранжированном ряду распределения, выбранные таким образом, что 25% единиц совокупности будут меньше по величине Q_1 ; 25% будут заключены между Q_1 и Q_2 ; 25% – между Q_2 и Q_3 ; остальные 25% превосходят Q_3 . Квартили определяются:

$$Q_1 = x_{Q_1} + h \frac{(n+1)/4 - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} \quad \text{и} \quad Q_3 = x_{Q_3} + h \frac{0,75 \cdot (n+1) - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}.$$

Размах вариации, среднее линейное и среднее квадратическое отклонение являются величинами именованными, они имеют те же единицы измерения, что и индивидуальные значения признака.

Расчет показателей вариации для банков, сгруппированных по размеру прибыли, показан табл.3

Таблица 3

| Размер прибыли, млрд.руб. | Число банков | Расчетные показатели | | | | |
|---------------------------|--------------|----------------------|------------|------------------|------------------------|--------------------------|
| | | x'_i | $x'_i f_i$ | $x'_i - \bar{x}$ | $ x'_i - \bar{x} f_i$ | $(x'_i - \bar{x})^2 f_i$ |
| 3,7-4,6 (-) | 2 | 4,15 | 8,30 | -1,935 | 3,870 | 7,489 |
| 4,6-5,5 | 4 | 5,05 | 20,20 | -1,035 | 4,140 | 4,285 |
| 5,5-6,4 | 6 | 5,95 | 35,70 | -0,135 | 0,810 | 0,109 |
| 6,4-7,3 | 5 | 6,85 | 34,25 | +0,765 | 3,825 | 2,926 |
| 7,3-8,2 | 3 | 7,75 | 23,25 | +1,665 | 4,995 | 8,317 |
| Итого | 20 | | 121,70 | | 17,640 | 23,126 |

Для этой вариации:

$$\bar{x} = 121,70/20 = 6,085 \text{ млрд.руб.};$$

$$\bar{d} = 17,640/20 = 0,882 \text{ млрд.руб.};$$

$$\sigma^2 = 23,126/20 = 1,156 \text{ млрд.руб.};$$

$$\sigma = \sqrt{1,156} = 1,075 \text{ млрд.руб.}$$

$$Q_1 = 4,6 + 0,9 \frac{21/4 - 2}{4} = 5,331 \text{ млрд.руб.};$$

$$Q_3 = 6,4 + 0,9 \frac{0,75 \cdot 21 - 12}{5} = 7,075 \text{ млрд.руб.}$$

При сравнении колеблемости различных признаков в одной и той же совокупности или же при сравнении одного и того же признака в нескольких совокупностях с различной величиной средней арифметической пользуются относительными показателями вариации:

1. Коэффициент осцилляции $K_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$;

2. Относительное линейное отклонение $K_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%$;

3. Коэффициент вариации $v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33%.

4. Относительный показатель квартильной вариации $K_Q = \frac{Q}{Me} \cdot 100\%$

или $K_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2Q_2} \cdot 100\%$.

Для таблицы 2 относительные показатели вариации получились следующими:

$$K_R = \frac{8,1 - 3,7}{6,085} \cdot 100\% = 72,31\%$$

$$K_{\bar{d}} = \frac{0,882}{6,085} \cdot 100\% = 14,5\%$$

$$v = \frac{1,075}{6,85} \cdot 100\% = 17,6\%$$

$$K_Q = \frac{0,872}{6,175} \cdot 100\% = 14,12\%$$

5.5. Показатели формы распределения

Для получения приблизительного представления о форме распределения строят графики распределения (полигон и гистограмму). *Эмпирическое распределение* строится на основе выборки из исследуемой генеральной совокупности. Поэтому эмпирические данные в определенной степени связаны со случайными ошибками наблюдения. Кривая *теоретического распределения* - это распределение, которое получилось бы при полном погашении всех случайных причин, затемняющих основную закономерность.

Выяснение общего характера распределения предполагает оценку степени его однородности, а также вычисление показателей асимметрии и эксцесса.

Симметричным является распределение, в котором частоты любых двух вариантов. Равностоящих в обе стороны от центра распределения, равны между собой. Для сравнительного анализа *степени асимметрии* рассчитывают относительный показатель As :

$$As = \frac{\bar{x} - Mo}{\sigma}.$$

Другой показатель асимметрии, предложенный Линдбергом:

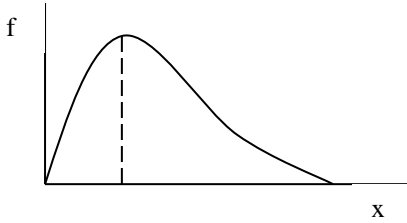
$$As = \Pi - 50,$$

где Π - процент тех значений признака, которые превосходят по величине среднюю арифметическую.

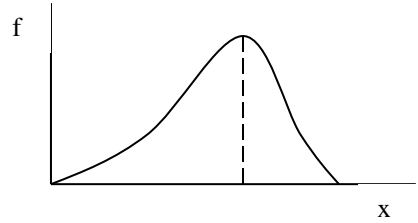
Наиболее точным и распространенным является показатель, рассчитываемый:

$$As = \frac{\mu_3}{\sigma^3}, \quad \text{где} \quad \mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 f_i}{\sum f_i}.$$

Положительная величина указывает на наличие правосторонней асимметрии (в этом случае $Mo < Me < \bar{x}$). Отрицательный знак свидетельствует о наличии левосторонней асимметрии ($Mo > Me > \bar{x}$).



правосторонняя симметрия



левосторонняя симметрия

Для симметричных распределений рассчитывается показатель *эксцесса* (островершинности). Эксцесс представляет собой выпад вершины эмпирического распределения вверх или вниз от вершины кривой нормального распределения. Показатель эксцесса, предложенный Линдбергом:

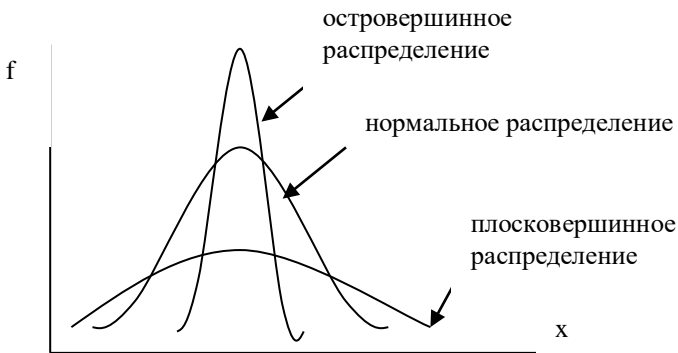
$$Ex = \Pi - 38,29,$$

где Π – доля (%) количества вариантов, лежащих в интервале, равном половине среднего квадратического отклонения в ту и другую сторону от средней арифметической.

Наиболее точным является показатель, рассчитываемый:

$$Ex = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3, \quad \text{где} \quad \mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 f_i}{\sum f_i}$$

Значения эксцесса могут быть положительными (для островершинных распределений) и отрицательными (для плосковершинных).



6. ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

6.1. Понятие выборочного наблюдения и формы его организации

Выборочный метод применяется в тех случаях, когда проведение сплошного наблюдения невозможно или экономически нецелесообразно, например, для статистического контроля качества продукции, в социальной статистике, для изучения общественного мнения. Часть единиц генеральной совокупности, подлежащей непосредственному наблюдению, называют *выборочной совокупностью*. Система правил отбора единиц и способов характеристики изучаемой совокупности исследуемых единиц составляет содержание выборочного метода.

Существуют различные способы формирования выборочной совокупности:

- 1) Индивидуальный отбор:
 - Собственно *случайный отбор*, или случайная выборка. Осуществляется в виде жеребьевки (всем элементам генеральной совокупности присваивается порядковый номер и на каждый элемент заводится жребий – пронумерованные шары или карточки-фишки, которые перемешиваются и помещаются в ящик, из которого потом выбираются на удачу) или по таблице случайных чисел (производится выбор случайных чисел из специальных таблиц, которые образуют порядковые номера для отбора).
 - *Механический выбор*. При этом способе отбирается каждый (n/N) -й элемент генеральной совокупности. Например, каждый сотый или десятый.
 - *Стратифицированный отбор*. В этом случае генеральную совокупность предварительно разбивают на однородные группы с помощью типологической группировки, после чего производят отбор из каждой группы в выборочную совокупность случайным или механическим способом.
- 2) *Серийный*, или гнездовой, отбор. При этом в порядке случайной или механической выборки выбирают не единицы, а серии (гнезда), внутри которых производится сплошное наблюдение.

Особенности обследуемых объектов определяют *два метода отбора*:

- Повторный отбор. При повторном отборе каждая попавшая в выборку единица возвращается в генеральную совокупность и имеет шанс попасть в выборку вторично.
- Бесповторный отбор означает, что каждая отобранная единица (или серия) не возвращается в генеральную совокупность и не может подвергнуться вторичной регистрации. Этот метод дает более точные единицы по сравнению с повторным, поэтому находит более широкое применение.

6.2. Ошибка выборки

После отбора единиц проводится расчет обобщающих выборочных характеристик: выборочной средней (\bar{X}) и выборочной доли (W) единиц, обладающих каким-либо интересующим нас признаком, в общей доли их численности.

Разность между показателями выборочной и генеральной совокупности называется *ошибкой выборки*. Ошибки выборки подразделяются на:

- *Ошибки регистрации*, которые возникают из-за неправильных или неточных сведений. Среди ошибок регистрации выделяют систематические (обусловленные причинами, действующими в одном направлении и искажающими результаты работы) и случайные (проявляющиеся в различных направлениях, уравновешивающие друг друга и лишь изредка дающие заметный суммарный эффект).
- *Ошибки репрезентативности* также бывают случайные (означают, что, несмотря на принцип случайности отбора единиц, все же имеются расхождения между характеристиками выборочной и генеральной совокупности) и систематическими (возникающие из-за неправильного отбора единиц, при котором нарушается принцип случайности).

Рассмотрим на примере, насколько отличаются выборочные и генеральные показатели по данным об успеваемости студентов (две 10%-е выборки):

| Оценка | Число студентов, чел. | | |
|--------|--------------------------|----------------|----------------|
| | Генеральная совокупность | Первая выборка | Вторая выборка |
| 2 | 100 | 9 | 12 |
| 3 | 300 | 27 | 29 |
| 4 | 520 | 54 | 52 |
| 5 | 80 | 10 | 7 |
| Итого | 1000 | 100 | 100 |

Средний балл рассчитаем как среднюю арифметическую взвешенную по генеральной совокупности:

$$\bar{X} = \frac{100 \cdot 2 + 300 \cdot 3 + 520 \cdot 4 + 80 \cdot 5}{1000} = 3,58;$$

для первой выборки: $\tilde{X}_1 = 3,65$;

для второй: $\tilde{X}_2 = 3,54$.

Доля студентов, получивших оценки «4» и «5» по генеральной совокупности:

$$p = (520 + 80)/1000 = 0,6 \text{ или } 60\%;$$

по первой выборке: $W_1 = 0,64$ или 64%;

по второй выборке: $W_2 = 0,59$ или 59%.

Разность между показателями выборочной и генеральной совокупности и будет случайной ошибкой репрезентативности.

Ошибки репрезентативности:

$$\tilde{X}_1 - \bar{X} = 3,65 - 3,58 = +0,07;$$

$$\tilde{X}_2 - \bar{X} = 3,54 - 3,58 = -0,04;$$

$$W_1 - p = 0,64 - 0,6 = +0,04;$$

$$W_2 - p = 0,59 - 0,6 = -0,01.$$

Как видно из расчетов, ошибки выборки также являются случайными величинами и могут принимать различные значения. Средняя ошибка выборки $\mu_{\bar{x}}$ определяется по формулам таблицы 4.

Таблица 4

| Метод отбора | Средние ошибки выборки | |
|--------------|--|--|
| | Для средней | Для доли |
| Повторный | $\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}^2}{n}}$ | $\mu_p = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}$ |
| Бесповторный | $\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ | $\mu_p = \sqrt{\frac{W(1-W)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ |

Условные обозначения:

N – объем генеральной совокупности;

n – объем выборки;

$\tilde{\sigma}$ – дисперсия выборочной совокупности;

W – выборочная доля.

Величину $t\mu_{\bar{x}}$ называют *предельной ошибкой выборки*. Обозначив предельную ошибку выборки $\Delta_{\bar{x}}$, получим: $\Delta_{\bar{x}} = t\mu_{\bar{x}}$, т.е. предельная ошибка выборки равна t -кратному числу средних ошибок выборки. Аналогично определяется *предельная ошибка доли*: $\Delta_p = t\mu_p$. величина нормированного отклонения. Значения t даются в таблицах нормального

распределения вероятностей. Чаще всего используются следующие сочетания:

| t | P |
|-----|-------|
| 1,0 | 0,683 |
| 1,5 | 0,866 |
| 2,0 | 0,954 |
| 2,5 | 0,988 |
| 3,0 | 0,997 |
| 3,5 | 0,999 |

Так, если $t=1$, то с вероятностью 0,683 можно утверждать, что разность между выборочными и генеральными показателями не превысит одной средней ошибки.

После исчисления предельных ошибок выборки находят доверительные интервалы для генеральных показателей. Для \bar{X} это $(\tilde{X} \pm \Delta_x)$, для P это $(W \pm \Delta_w)$.

Выборки, содержащие менее 30 единиц, называются *малыми*. При изучении таких выборок методы оценки результатов выборочного наблюдения видоизменяются в сравнении с применяемыми в теории больших выборок. Для оценки возможных пределов ошибки в этом случае используется метод Стьюдента. Он заключается в следующем:

- определяется выборочная средняя $\tilde{X} = \frac{\sum X_i}{n}$;
- определяется выборочная дисперсия $s^2 = \frac{\sum (X_i - \tilde{X})^2}{n}$;
- рассчитывается средняя квадратическая ошибка выборки

$$\mu_{м.в.} = \sqrt{\frac{s^2}{n-1}};$$

- с требуемой вероятностью P, зная число степеней свободы $k=n-1$, определяют величину отношения Стьюдента t по таблице. Краткая выдержка из таблицы выглядит следующим образом:

| K \ P | 0,95 | 0,99 | 0,997 |
|-------|-------|-------|-------|
| 4 | 2,446 | 4,604 | 6,435 |
| 9 | 2,262 | 3,250 | 4,024 |
| 14 | 2,145 | 2,977 | 3,583 |
| 20 | 2,086 | 2,845 | 3,376 |
| 24 | 2,064 | 2,797 | 3,302 |

- полученную величину соотношения t умножают на среднюю квадратическую ошибку выборки $\mu_{м.в.}$, в результате чего получают ошибку выборочной средней μ .
- результат представляется в виде $X \pm \mu$.

Рассмотрим этот алгоритм нахождения на примере ряда 10,2; 7,6; 6,1; 8,4; 6,0; 5,7; 13,7; 6,9; 5,2; 6,1; 5,0; 3,7; 4,7; 3,6; 3,2.

Выборочная средняя составляет 6,41 ($\tilde{X} = \frac{96,1}{15} = 6,41$);

выборочная дисперсия равна: $s^2 = 7,061$.

Следовательно, средняя квадратическая ошибка выборки:

$$\mu_{м.в.} = \sqrt{\frac{7,061}{14}} = 0,71.$$

Оценим с вероятностью 0,99 предел возможных расхождений выборочной средней и генеральной средней. Так как число степеней свободы равно 14 ($k=n-1=15-1=14$), то по таблице, приведенной выше, находим, что значение t , соответствующее вероятности 0,99, равно 2,977.

Тогда с вероятностью 0,99 можно предполагать, что ошибка выборочной средней не больше 2,114 ($2,977 \cdot 0,71$). Результат выглядит как:

$$6,41 \pm 2,11$$

6.3. Определение численности выборки

На стадии организации выборочного наблюдения приходится решать вопрос о том, каков должен быть объем выборки, чтобы была обеспечена требуемая точность результатов наблюдения. Формулы расчета для определения численности выборки (n) зависят от метода отбора. t – величина нормированного отклонения. Они различны для расчета средней и доли и приведены в таблице 5.

Численность выборки при собственно случайном и механическом отборе

| Метод отбора | Формулы объема выборки | |
|--------------|--|---|
| | Для средней | Для доли |
| Повторный | $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2}$ | $n = \frac{t^2 W(W-1)}{\Delta_p^2}$ |
| Бесповторный | $n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{N \Delta_{\bar{x}}^2 + t^2 \sigma^2}$ | $n = \frac{t^2 W(1-W)N}{N \Delta_p^2 + t^2 W(1-W)}$ |

Условные обозначения:

$\Delta_{\bar{x}}, \Delta_p$ - предельные ошибки выборки средней и доли соответственно;

t – величина нормированного отклонения;

N – объем генеральной совокупности;

W – выборочная доля;

σ^2 - генеральная дисперсия.

Вариация (σ^2) признака существует объективно, независимо от исследователя, но к началу выборочного наблюдения она неизвестна.

Приближенно σ^2 определяют следующими способами:

- Берут из предыдущих исследований;
- По правилу «трех сигм» общий размах вариации укладывается в 6 сигм ($H \cong 6\sigma$, отсюда $\sigma \cong \frac{H}{6}$). Для большей вероятности H делят на 5.
- Если хотя бы приближенно известна средняя величина изучаемого признака, то $\sigma \cong \frac{\bar{X}}{3}$;
- При изучении альтернативного признака, если нет даже приблизительных сведений о доле единиц, обладающих заданным значением этого признака, берется максимально возможная величина дисперсии, равная 0,25.

При серийном отборе необходимую численность отбираемых серий определяют так же, как и при собственно случайном, только вместо N , n и σ^2 подставляют R , r и $\sigma_{м.сп.}^2$, где R - число серий в генеральной совокупности, r - число отобранных серий, $\sigma_{м.сп.}^2$ - межсерийная (межгрупповая) дисперсия.

6.4. Распространение выборочных результатов

Распространение выборочных оценок на генеральную совокупность состоит в определении характеристик генеральной совокупности на основе характеристик выборочной. Применяются два способа распространения выборочных данных:

1. Способ прямого пересчета. При этом средние величины и доли, полученные в результате исследования выборочной совокупности, переносятся на генеральную. Если известна численность единиц этой совокупности, то можно найти общий объем признака.

Например, если средняя выборочная урожайность зерновых равна 20 ц/га, а предельная ошибка выборки $\pm 1,5$ ц/га, при известной посевной площади в 20000 га можно установить ожидаемые пределы валового сбора зерновых: от $18,5 \cdot 20000 = 37$ тыс.т до $21,5 \cdot 20000 = 43$ тыс.т с вероятностью, принятой при расчете предельной ошибки.

2. Способ поправочных коэффициентов используется для уточнения данных сплошного наблюдения. Так, если выборочное наблюдение показало, что недоучет величины исследуемого явления составил 0,5%, то эту последнюю величину (поправочный коэффициент) распространяют на результат, полученный при сплошном наблюдении, путем увеличения на 0,5%.

7. КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

7.1. Понятие корреляционной связи

Исследуя природу, общество, экономику, необходимо считаться со взаимосвязью наблюдаемых процессов и явлений. При изучении конкретных зависимостей одни признаки выступают в качестве факторов, обуславливающих изменение других признаков. Признаки первой группы называют факторными признаками, признаки второй группы - результативными.

Формы проявления взаимосвязей весьма разнообразны. В качестве самых общих их видов выделяют *функциональную* (полную) и *корреляционную* (неполную) связи.

В первом случае величине факторного признака строго соответствует одно или несколько значений функции. Достаточно часто функциональная связь проявляется в физике, химии.

Корреляционная связь проявляется в среднем, для массовых наблюдений, когда заданным значениям зависимой переменной соответствует некоторый ряд вероятностных значений независимой переменной. Объяснение тому – сложность взаимосвязей между анализируемыми факторами, на взаимодействие которых влияют неучтенные

случайные величины. Поэтому связь между признаками проявляется лишь в среднем, в массе случаев. При корреляционной связи каждому значению аргумента соответствует случайно распределенные в некотором интервале значения функции.

Виды связей:

1. По направлению – *прямые* (зависимая переменная растет с увеличением факторного признака) и *обратные* (рост факторного признака сопровождается уменьшением функции) связи. Такие связи можно также назвать соответственно положительными и отрицательными.
2. По аналитической форме – *линейные* (между признаками в среднем проявляются линейные соотношения) и *нелинейные* (переменные связаны между собой нелинейно) связи.
3. По числу взаимодействующих факторов – *парная* (характеризуется связь двух признаков) и *множественная* (изучаются более чем две переменные) связи.
4. По силе – *слабые* и *сильные* связи.
5. *Непосредственная* (факторы взаимодействуют между собой непосредственно), *косвенная* (участвует третья переменная, которая опосредует связь между изучаемыми признаками) и *ложная* (подтверждается количественными оценками, но бессмысленна).

7.2. Статистические методы выявления корреляционной связи

Простейшим приемом обнаружения связи является *сопоставление двух параллельных рядов* – ряда значений факторного признака и соответствующих ему значений результативного признака. Значения факторного признака располагают в возрастающем порядке и затем прослеживают направление изменения величины результативного признака.

Однако наличие большого числа различных значений результативного признака, соответствующих одному и тому же значению факторного признака, затрудняет восприятие таких рядов. В этом случае целесообразно пользоваться корреляционными и групповыми таблицами.

В основу группировки положены два изучаемых во взаимосвязи признака – X и Y . Частоты f_{ij} показывают количество соответствующих сочетаний X и Y . Если f_{ij} расположены в таблице беспорядочно, то можно говорить об отсутствии связи между переменными. В случае образования какого-либо сочетания f_{ij} допустимо утверждать о связи между переменными. \bar{X}_i и \bar{Y}_i - средние значения признаков.

Макет корреляционной таблицы выглядит следующим образом:

| | | | | | | |
|-------------|-------------------|-------------------|-----|-------------------|-------------------|-------------|
| Y X | Y_1 | Y_2 | ... | Y_z | Итого | \bar{Y}_i |
| X_1 | f_{11} | f_{12} | ... | f_{1z} | \sum_1^z | \bar{Y}_1 |
| X_2 | f_{21} | f_{22} | ... | f_{2z} | $\sum_1^z f_{2j}$ | \bar{Y}_2 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| X_k | f_{k1} | f_{k2} | ... | f_{kz} | $\sum_1^z f_{kj}$ | \bar{Y}_k |
| Итого | $\sum_1^k f_{i1}$ | $\sum_1^k f_{i2}$ | ... | $\sum_1^k f_{iz}$ | n | \bar{Y} |
| \bar{X}_i | \bar{X}_1 | \bar{X}_2 | ... | \bar{X}_z | \bar{X} | - |

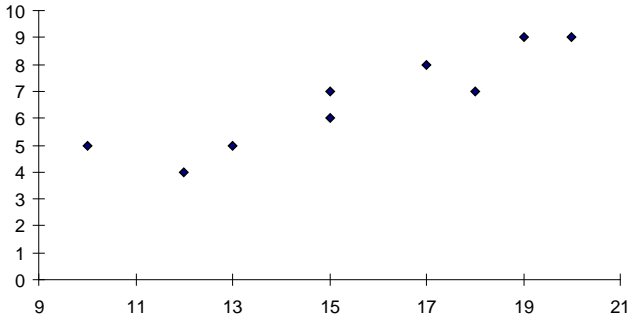
Макет групповой таблицы имеет следующий вид:

| | | |
|-------|----------------|-------------|
| X | f_x | \bar{Y}_i |
| X_1 | f_1 | \bar{Y}_1 |
| X_2 | f_2 | \bar{Y}_2 |
| ... | ... | ... |
| X_k | f_k | \bar{Y}_k |
| Итого | $\sum_1^k f_i$ | - |

При построении групповой таблицы все наблюдения разбиваются на группы в зависимости от величины факторного признака X. f_x - частота, показывающая количество значений факторного признака в группе.

Наглядным изображением корреляционной таблицы служит корреляционное поле. Оно представляет собой график, где на оси абсцисс откладываются значения X, по оси ординат – Y, а точками показываются сочетания X и Y. По расположению точек можно судить о наличии связи.

На рисунке приведен пример корреляционного поля.



Положение каждой точки на графике определяется величиной двух признаков. Точки корреляционного поля лежат не на одной линии. В нашем примере они вытянуты определенной полосой слева направо, что тает право предположить наличие корреляционной зависимости.

7.3. Показатели тесноты корреляционной связи

Показатели тесноты связи дают возможность охарактеризовать зависимость вариации результативного признака от вариации признака-фактора. Существует большое количество методов оценки тесноты связи. Остановимся на простейших из них.

Коэффициент корреляции знаков, или коэффициент Фехнера, основан на оценке степени согласованности направлений отклонений индивидуальных значений факторного и результативного признаков от соответствующих средних. Вычисляется он следующим образом:

$$K_{\phi} = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b},$$

где n_a - число совпадений знаков отклонений индивидуальных величин от средней; n_b - число несовпадений.

Коэффициент Фехнера может принимать значения от -1 до $+1$. $K_{\phi} = 1$ свидетельствует о возможном наличии прямой связи, $K_{\phi} = -1$ свидетельствует о возможном наличии обратной связи.

Рассмотрим на примере расчет коэффициента Фехнера по данным, приведенным в таблице 6:

Таблица 6

| X_i | Y_i | Знаки отклонений значений признака от средней | | Совпадение (а) или несовпадение (в) знаков |
|-------|-------|---|-----------|--|
| | | Для X_i | Для Y_i | |
| 8 | 40 | - | - | А |
| 9 | 50 | - | + | В |
| 10 | 48 | - | + | В |
| 10 | 52 | - | + | В |
| 11 | 41 | + | - | В |
| 13 | 30 | + | - | В |
| 15 | 35 | + | - | В |

Для примера: $K_\phi = \frac{1-6}{1+6} = -0,71$

Значение коэффициента свидетельствует о том, что можно предполагать наличие обратной связи.

Более совершенным показателем степени тесноты корреляционной связи является *линейный коэффициент корреляции*. При расчете этого показателя учитываются не только отклонения индивидуальных значений признака от средней, но и сама величина этих отклонений. Формула линейного коэффициента корреляции имеет следующий вид:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})}{n\sigma_x\sigma_y}.$$

Линейный коэффициент корреляции может принимать значения от -1 до $+1$. Чем ближе коэффициент корреляции по абсолютной величине к 1, тем теснее связь между признаками. Знак плюс соответствует прямой связи, знак минус соответствует обратной связи.

Для примера, приведенного в таблице 6, рассчитаем линейный коэффициент корреляции:

$$r = \frac{-77,71}{7 \cdot 2,23 \cdot 7,53} = -0,66.$$

На основе значения линейного коэффициента корреляции можно предположить наличие обратной связи.

Оценить тесноту связи можно также с помощью *коэффициента контингенции или ассоциации*. Данные для определения этого коэффициента должны быть представлены в определенной таблице. Например:

| Пол | Численность занятых в отраслях | | |
|---------|--------------------------------|------------|-------|
| | Сезонных | Несезонных | Всего |
| Мужчины | a | b | a+b |
| Женщины | c | d | c+d |
| Всего | a+c | b+d | n |

Коэффициент контингенции вычисляется по формуле:

$$K_k = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

коэффициент ассоциации:

$$K_k = \frac{ad - bc}{ad + bc}.$$

Коэффициент контингенции всегда меньше коэффициента ассоциации. Сравнение этих коэффициентов, исчисленных по одним и тем же данным, свидетельствует о том, что коэффициент контингенции дает более осторожную оценку тесноты связи.

7.4. Уравнение регрессии

Задачи регрессионного анализа лежат в сфере установления формы зависимости, определения функции регрессии, использования уравнения для оценки неизвестных значений зависимой переменной.

Приблизительное представление о линии связи можно получить на основе *эмпирической линии регрессии*. Эта линия строится по групповым средним. Она обычно является ломаной линией. Эмпирическая линия связи служит для выбора и обоснования типа теоретической линии регрессии.

Теоретической линией регрессии называется та линия, вокруг которой группируются точки корреляционного поля и которая указывает основное направление, основную тенденцию связи.

В случае парной линейной зависимости уравнение регрессии записывается так:

$$Y_{i, теор} = a_0 + a_1 X_i,$$

где $Y_{i, теор}$ -рассчитанное выровненное значение результативного признака после подстановки в уравнение X .

Параметры a_0 и a_1 оцениваются с помощью процедур, наибольшее распространение из которых получил метод наименьших квадратов. Его суть заключается в том, что наилучшие оценки a_0 и a_1 получаются, когда:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{i, \text{теор}})^2 = \min,$$

т.е. сумма квадратов отклонений эмпирических значений зависимой переменной от вычисленных по уравнению должна быть минимальной. Ее минимизация осуществляется решением системы уравнений:

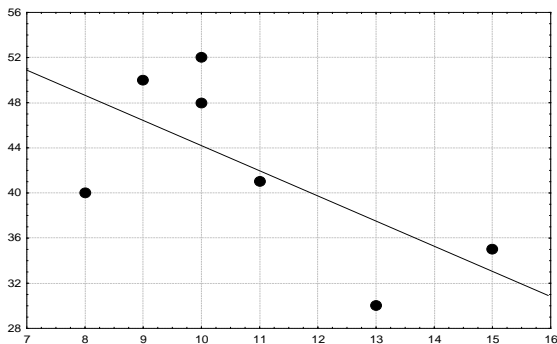
$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum X = \sum Y \\ a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 = \sum XY \end{cases}$$

Смысл параметров заключается в следующем: a_1 - коэффициент регрессии. При наличии прямой корреляционной связи он имеет положительное значение, при наличии обратной связи он имеет отрицательное значение. a_1 показывает, насколько единиц в среднем изменится Y при изменении X на одну единицу.

Параметр a_0 - постоянная величина, экономического смысла не имеет.

Для нашего примера (таблица 6) уравнение регрессии имеет вид: $Y = 66,492 - 2,23X$. Коэффициент $a_1 = -2,23$ означает, что изменение X на единицу приведет к уменьшению Y в среднем на 2,23 единиц.

На рисунке представлены корреляционное поле по данным таблицы 6 и теоретическая линия регрессии:



Коэффициент регрессии применяют для определения *коэффициента эластичности*, который показывает, на сколько процентов изменится величина результативного признака Y при изменении признака-фактора X на один процент. Для определения коэффициента эластичности используется формула:

$$\varepsilon = \frac{dY}{dX} \cdot \frac{X}{Y} = f'(X) \frac{X}{Y}.$$

Для линейного уравнения коэффициент эластичности фактора X выглядит как: $\varepsilon = \frac{a_1 X}{Y}$.

Зная линейный коэффициент корреляции, оценивающий степень тесноты между изменениями факторного и результативного признаков, можно определить коэффициент регрессии a_1 по формуле:

$$a_1 = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x},$$

где σ_y и σ_x - средние квадратические отклонения соответственно значений результативного и факторного признаков.

8. РЯДЫ ДИНАМИКИ

8.1. Ряды динамики. Классификация

Ряд динамики, хронологический ряд, динамический ряд, временной ряд – это последовательность упорядоченных во времени числовых показателей, характеризующих уровень развития изучаемого явления. Всякий ряд динамики включает, следовательно, два обязательных элемента: во-первых, время и, во-вторых, конкретное значение показателя, или уровень ряда

Ряды динамики различаются по следующим признакам.



1. По времени. *Интервальный ряд динамики* - последовательность, в которой уровень явления относится к результату, накопленному или вновь произведенному за определенный интервал времени. Таковы, например, ряды показателей объема продукции по месяцам года, количества обработанных человеко-дней по отдельным периодам и т. д.

Моментный ряд динамики – последовательность, в которой уровень ряда показывает фактическое наличие изучаемого явления в конкретный момент времени. Примерами моментных рядов могут быть последовательности показателей численности населения на начало года, величины запаса какого-либо материала на начало периода и т. д.

2. По форме представления уровней – *ряды абсолютных, относительных и средних величин* (см. табл. 7-9).

3. По расстоянию между датами или интервалами времени выделяют полные и неполные хронологические ряды.

Полные ряды динамики имеют место, когда даты регистрации или окончания периодов следуют друг за другом с равными интервалами. Это равноотстоящие ряды динамики (см. табл. 7 и 8). *Неполные* – когда принцип равных интервалов не соблюдается (см. табл. 9).

4. По числу показателей можно выделить изолированные и комплексные (многомерные) ряды динамики. Если ведется анализ во времени

одного показателя, имеем *изолированный ряд динамики* (см. табл. 7 и 8). *Комплексный ряд динамики* получаем в том случае, когда в хронологической последовательности дается система показателей, связанных между собой единством процесса или явления (см. табл. 9).

Таблица 7

Объем продаж долларов США на ММВБ, млн. долл.

| | | | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| Дата | 10.01.94 | 11.01.94 | 12.01.94 | 13.01.94 |
| Объем продаж | 126,75 | 124,3 | 148,8 | 141,4 |

Таблица 8

Индекс инфляции в 1993 г.
(на конец периода, в % к декабрю 1992 г.)

| | | | | | | |
|-----------------|--------|---------|------|--------|-----|------|
| Период | Январь | Февраль | Март | Апрель | Май | Июнь |
| Индекс инфляции | 126 | 162 | 190 | 221 | 264 | 310 |

Таблица 9

Потребление основных продуктов питания
На одного члена семьи, кг/год

| | | | | | | |
|----------------------------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| Продукты | 1980 | 1985 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 |
| Мясо и мясопродукты | 80 | 78,4 | 74,1 | 68,3 | 58,7 | 63,2 |
| Молоко и молочные продукты | 411,2 | 389,6 | 379 | 345,4 | 280,4 | 285,6 |
| Хлебные продукты | 101,2 | 91,6 | 85,7 | 91,8 | 98 | 105,8 |

Целью построения динамических рядов является:

1. характеристика интенсивности изменения уровня
2. определение средних показателей
3. выявление закономерностей динамики явления
4. выявление факторов, влияющих на изменение объекта во времени
5. прогноз развития явления на будущее

8.2. Правила построения рядов динамики

Чтобы о развитии явления можно было получить представление при помощи числовых уровней, при составлении ряда динамики должны выполняться следующие требования:

1. Периодизация развития, т. е. расчленение его во времени на однородные этапы, в пределах которых показатель подчиняется одному закону развития. Это, по существу, топологическая группировка во времени. Периодизация может осуществляться несколькими методами.

А. Исторический метод. Периодизация осуществляется на основе “узаконенной” структуры динамики, при этом обращают внимание на значимые даты и события, а именно: время принятия управленческих решений по данному показателю, смену руководства, войны и т. п. Недостатком этого метода является то, что точные временные границы периодов путем теоретического анализа удастся получить крайне редко.

Б. Метод параллельной периодизации. Идея этого метода заключается в следующем. Пусть Y – анализируемый показатель, развернутый в динамический ряд $\{Y_t\}$, где Y_t – значение уровня ряда в момент (интервал) времени t . Возможно, существует показатель X , которому соответствует динамический ряд $\{X_t\}$, определяющий поведение исследуемого показателя Y .

В. Методы многомерного статистического анализа. Часто требуется выделить однокачественные периоды в развитии явлений или процессов, получить адекватное отображение которых с помощью одного лишь показателя трудно. К таковым относятся, в частности, здоровье населения, развитие сельскохозяйственного производства и многие другие. Необходима система показателей.

2. Статистические данные должны быть *сопоставимы* по территории, кругу охватываемых объектов, единицам измерения, времени регистрации, ценам, методологии расчета.

Сопоставимость по территории означает, что данные по странам и регионам, границы которых изменились, должны быть пересчитаны в старых пределах. Сопоставимость по кругу охватываемых объектов означает сравнение совокупностей с равным числом элементов. Не возникает особых сложностей при обеспечении сопоставимости данных по единицам измерения: стоимостная сравнимость достигается системой сопоставимых цен. Трудности могут появиться при сравнении данных по моменту регистрации. В большей степени это относится к сезонным явлениям. В таких случаях даже регистрации на одну и ту же дату часто бывает недостаточно для обеспечения сопоставимости. Регистрацию таких процессов лучше выполнять в “нейтральные” даты.

3. Величины временных интервалов *должны соответствовать интенсивности* изучаемых процессов. Чем больше вариация уровней во времени, тем чаще следует делать замеры. Соответственно для стабильных процессов интервалы можно увеличить.

4. Числовые уровни рядов динамики должны быть *упорядоченными во времени*. Не допускается анализ рядов с пропусками отдельных уровней, если же такие пропуски неизбежны, то их восполняют условными расчетными значениями.

8.3. Показатели рядов динамики

При изучении явления во времени перед исследователем встает проблема описания интенсивности изменения и расчета средних показателей динамики. Решается она путем построения соответствующих показателей. Для характеристики интенсивности изменения во времени такими показателями будут:

- 1) абсолютный прирост,
- 2) темпы роста,
- 3) темпы прироста,
- 4) абсолютное значение одного процента прироста.

В случае, когда сравнение проводится с периодом (моментом) времени, начальным в ряду динамики, получают *базисные показатели*. Если же сравнение производится с предыдущим периодом или моментом времени, то говорят о *цепных показателях*.

Расчет показателей динамики представлен в следующей таблице:

| <i>Показатель</i> | <i>Базисный</i> | <i>Цепной</i> |
|---|---|---|
| <i>Абсолютный прирост</i> $\Delta_{\text{баз}}, \Delta_{\text{цеп}}$ | $Y_i - Y_0$ | $Y_i - Y_{i-1}$ |
| <i>Коэффициент роста</i> K_p | $Y_i : Y_0$ | $Y_i : Y_{i-1}$ |
| <i>Темп роста</i> T_p | $(Y_i : Y_0) * 100$ | $(Y_i : Y_{i-1}) * 100$ |
| <i>Коэффициент прироста</i> K_{np} | $K_p - 1$ $\frac{Y_i - Y_0}{Y_0}$ $\Delta_{\text{баз}} : Y_0$ | $K_p - 1$ $\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}}$ $\Delta_{\text{цеп}} : Y_{i-1}$ |
| <i>Темп прироста</i> T_{np} | $K_{np} * 100$ $T_p - 100$ | $K_{np} * 100$ $T_p - 100$ |
| <i>Абсолютное значение одного процента прироста</i> A | $Y_0 : 100$ | $Y_{i-1} : 100$ |

Рассмотрим пример. Имеются данные об объемах и динамике продаж акций на 15 крупнейших биржах России за четыре месяца 1999г. данные и рассчитанные по ним показатели представлены в таблице:

| Показатель | Март | Апрель | Май | Июнь |
|--|--------|---------|---------|---------|
| Объем продаж, млн. руб | 709,98 | 1602,61 | 651,83 | 220,8 |
| Абс. прирост: цепной, | -- | 892,63 | -950,78 | -431,03 |
| базисный | -- | 892,63 | -58,15 | -489,18 |
| Коэффициент (индекс) роста цепной | -- | 2,257 | 0,407 | 0,339 |
| Темпа роста, %: цепной, | -- | 225,7 | 40,7 | 33,9 |
| базисный | 100 | 225,7 | 91,8 | 31,1 |
| Темп прироста цепной, % | -- | 125,7 | -59,3 | -66,1 |
| базисный, % | -- | 125,7 | -8,2 | -68,9 |
| Асолютное значение 1% прироста (цепной) | -- | 7,1 | 16,03 | 6,52 |

8.4. Средние характеристики ряда динамики

Система средних показателей динамики включает:

- средний уровень ряда,
- средний абсолютный прирост,
- средний темп роста,
- средний темп прироста.

Средний уровень ряда – это показатель, обобщающий итоги развития явления за единичный интервал или момент из имеющейся временной последовательности. Расчет среднего уровня ряда динамики определяется видом этого ряда.

Для интервальных рядов средний уровень \bar{Y} определяется по формуле простой средней арифметической:

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^n Y_i / n$$

где n – число уровней временного ряда.

Для моментного ряда с одинаковыми промежутками между датами используется формула средней хронологической:

$$\bar{Y} = \frac{\frac{1}{2}Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{n-1} + \frac{1}{2}Y_n}{n-1}$$

Например, имеются данные о валютном курсе на ММВБ (руб./долл.):

| | | | | | |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Дата | 13.12.93 | 14.12.93 | 15.12.93 | 16.12.93 | 17.12.93 |
| Курс | 1231 | 1237 | 1247 | 1247 | 1250 |

$$\bar{Y} = \frac{\frac{1231}{2} + 1237 + 1247 + \frac{1250}{2}}{5-1} = 1242,9 \text{ руб/долл}$$

Для моментного ряда с неравными интервалами между временными датами вычисляется средняя арифметическая взвешенная; в качестве весов принимается продолжительность промежутков времени между моментами, в которых происходят изменения в уровнях динамического ряда:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_1^n \bar{Y}_i t_i}{\sum_1^n t_i}$$

Например, имеются данные о валютном курсе:

| Даты | Курс | Число дней, в течение которых курс не менялся | $y_i t_i$ |
|----------|------|---|-----------|
| 1.05.98 | 75 | 3 | 225 |
| 4.05.98 | 77 | 2 | 154 |
| 6.05.98 | 70 | 4 | 280 |
| 10.05.98 | 78 | 3 | 234 |
| Итого | | 12 | 893 |

Средний курс составил 74,417руб/ед.:

$$\bar{Y} = 893/12 = 74,417 \text{ руб/ед}$$

Средний абсолютный прирост рассчитывается по формуле:

$$\bar{\Delta} = \Delta_{\text{баз}} : (n-1) ,$$

где $\Delta_{\text{баз}}$ - базисный абсолютный прирост.

Средний коэффициент роста вычисляется:

$$\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\prod K_{p \text{ цеп}}} = \sqrt[n-1]{K_{p \text{ баз}}},$$

где $K_{p \text{ цеп}}$ - цепной коэффициент роста, $K_{p \text{ баз}}$ - базисный коэффициент роста.

Средний темп роста:

$$\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100,$$

где \bar{K}_p - средний коэффициент роста.

Средний темп прироста (%) определяется: $\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100$,

где \bar{T}_p - средний темп роста.

Например, для данных об объеме продаж акций имеем:

$$\bar{\Delta} = -489,18 / 3 = -163,06 \text{ тыс.руб.}$$

$$\bar{K}_p = \sqrt[3]{2,257 \cdot 0,407 \cdot 0,339} = \sqrt[3]{0,311} = 0,678$$

$$\bar{T}_p = 0,678 \cdot 100 = 67,8\%$$

$$\bar{T}_{np} = 67,8 - 100 = 32,2\% \text{ в месяц.}$$

8.5. Структура ряда динамики. Проверка ряда на наличие тренда

Всякий ряд динамики теоретически может быть представлен в виде составляющих:

- 1) тренд - основная тенденция развития динамического ряда (к увеличению либо снижению его уровней);
- 2) циклические (периодические) колебания, в том числе сезонные;
- 3) случайные колебания.

Изучение тренда включает два основных этапа:

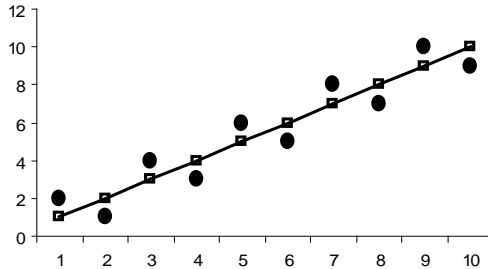
- 1) ряд динамики проверяется на наличие тренда;
- 2) производится выравнивание временного ряда и непосредственное выделение тренда с экстраполяцией полученных результатов.

для 5-членной
$$\hat{Y}_i = \frac{Y_{i-2} + Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1} + Y_{i+2}}{5}.$$

3. Аналитическое выравнивание.

При этом динамический ряд представляется в виде $f(t)=y$, где t – время.

Для этого ряд представляется графически. Например:



По формулам получившегося графика можно определить, к какой функциональной зависимости ближе динамический ряд.

Чаще всего при выравнивании используются следующие зависимости:

| | |
|------------------|--|
| линейная | $f(t) = a_0 + a_1t;$ |
| параболическая | $f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2,$ |
| экспоненциальные | $f(t) = \exp(a_0 + a_1t)$ или $f(t) = \exp(a_0 + a_1t + a_2t^2).$ |

Линейная зависимость выбирается в тех случаях, когда в исходном временном ряду наблюдаются более или менее постоянные абсолютные цепные приросты, не проявляющие тенденции ни к увеличению, ни к снижению.

Параболическая зависимость используется, если абсолютные цепные приросты сами по себе обнаруживают некоторую тенденцию развития, но абсолютные цепные приросты абсолютных цепных приростов (разности второго порядка) никакой тенденции развития не проявляют.

Экспоненциальные зависимости применяются, если в исходном временном ряду наблюдается либо более или либо менее постоянный относительный рост (устойчивость цепных темпов роста, темпов прироста, коэффициентов роста), либо, при отсутствии такого постоянства, -

устойчивость в изменении показателей относительного роста, (цепных темпов роста цепных же темпов роста, цепных коэффициентов роста цепных же коэффициентов или темпов роста и т. п.).

Оценка параметров (a_0, a_1, a_2, \dots) осуществляется следующими методами:

- 1) методом избранных точек,
- 2) методом наименьших расстояний,
- 3) методом наименьших квадратов (МНК).

В большинстве расчетов используют метод наименьших квадратов.

8.6. Анализ сезонных колебаний

Если в анализируемой временной последовательности наблюдаются устойчивые отклонения от тенденции (как в большую, как и в меньшую сторону), то можно предположить наличие в ряду динамики некоторых (одного или нескольких) колебательных процессов. Это особенно заметно, когда изучаемые явления имеют сезонный характер, - возрастание или убывание уровней повторяется регулярно с интервалом один год (например, производство молока и мяса по месяцам года, потребление топлива и электроэнергии для бытовых нужд, сезонная продажа товаров и т. д.).

Задачи, которые необходимо решить в ходе исследования сезонности:

1. выявить наличие сезонности
2. численно выразить сезонные колебания
3. выделить факторы, вызывающие сезонные колебания
4. оценить последствия сезонных колебаний
5. математическое моделирование сезонности

Уровень сезонности оценивается с помощью:

- 1) индексов сезонности;
- 2) гармонического анализа.

Индексы сезонности показывают, во сколько раз фактический уровень ряда в момент или интервал времени t больше среднего уровня либо уровня, вычисляемого по уравнению тенденции $f(t)$. При анализе сезонности уровни временного ряда показывают развитие временного ряда по месяцам (кварталам) одного или нескольких лет. Для каждого месяца (квартала) получают обобщенный индекс сезонности как среднюю арифметическую из одноименных индексов каждого года. Индексы сезонности – это, по существу, относительные величины координации, когда на базу сравнения принят либо средний уровень ряда, либо уровень тенденции. Способы определения индексов сезонности зависят от наличия или отсутствия основной тенденции.

Если тренда нет, или он незначителен, то для каждого месяца

$$(квартала): I_{t, сез} = \frac{Y_t}{Y_{cp}},$$

где Y_t - уровень показателя за месяц (квартал) t ;

Y_{cp} - общий средний уровень показателя.

Как отмечалось выше, для обеспечения устойчивости показателей можно взять больший промежуток времени. В этом случае

$$i_{t, сез} = \frac{\bar{Y}_t}{Y_{cp}} \text{ или } i_{t, сез} = \frac{\sum i_{t, сез}}{T},$$

где \bar{Y}_t - средний уровень показателя по одноименным месяцам за ряд лет; T - число лет.

Пример. Имеются данные об объеме продаж акций на 15 крупнейших биржах России за 1998 г. (тыс. руб.):

| Месяц | Уровень показателя (Y_t) | $i_{t, сез}$ |
|----------|------------------------------|--------------|
| Январь | 12,78 | 0,027 |
| Февраль | 122,08 | 0,254 |
| Март | 709,98 | 1,477 |
| Апрель | 1602,61 | 3,334 |
| Май | 651,83 | 1,356 |
| Июнь | 220,8 | 0,459 |
| Июль | 327,68 | 0,682 |
| Август | 277,12 | 0,576 |
| Сентябрь | 418,31 | 0,87 |
| Октябрь | 521,18 | 1,084 |
| Ноябрь | 396,2 | 0,824 |
| Декабрь | 508,34 | 1,057 |

$$Y_{cp} = \frac{5768,91}{12} = 480,7425 \text{ тыс. руб. в месяц.}$$

Как видно, в 1998 г. были зарегистрированы три пика объемов продаж акций: в апреле, октябре и декабре.

При наличии тренда индекс сезонности определяется на основе методов, исключая влияние тенденции. Порядок расчета следующий:

1) для каждого уровня определяют выровненные значения по тренду $f(t)$;

- 2) рассчитывают отношения $i_t = Y_t / f(t)$;
- 3) при необходимости находят среднее из этих отношений для одноименных месяцев (кварталов):

$$I_{i, \text{сез}} = \frac{i_t^1 + i_t^2 + \dots + i_t^T}{T}, \quad (T\text{-число лет}).$$

Другим методом изучения уровня сезонности является *гармонический анализ*. Его выполняют, представляя временной ряд как совокупность гармонических колебательных процессов. Для каждой точки этого ряда справедливо выражение

$$Y_t = f(t) + \sum (a_n * \cos(nt \frac{2\pi}{T}) + b_n * \sin(nt \frac{2\pi}{T}))$$

при $t = 1, 2, \dots, T$.

Здесь Y_t – фактический уровень ряда в момент (интервал) времени t ; $f(t)$ – выровненный уровень ряда в тот же момент (интервал) t ; a_n, b_n – параметры колебательного процесса (гармоники) с номером n , в совокупности оценивающие размах (амплитуду) отклонения от общей тенденции и сдвиг колебаний относительно начальной точки.

8.7. Анализ взаимосвязанных рядов динамики

Под *взаимосвязанными рядами динамики* понимают такие, в которых уровни одного ряда в какой-то степени определяют уровни другого. Например, ряд уровней средней выработки связан с рядом динамики средней заработной платы.

В простейших случаях для характеристики взаимосвязи двух и более рядов их приводят к общему основанию, для чего берут в качестве базисных уровни за один и тот же период и исчисляют коэффициенты опережения по темпам роста или прироста.

Коэффициенты опережения по темпам роста – это отношение темпов роста (цепных или базисных) одного ряда к соответствующим по времени темпам роста (также цепным или базисным) другого ряда. Аналогично находятся и коэффициенты опережения по темпам прироста.

Анализ взаимосвязанных рядов представляет наибольшую сложность при изучении временных последовательностей. Нередко совпадение общих тенденций развития бывает вызвано не взаимной связью, а прочими не учитываемыми факторами. Поэтому в сопоставляемых рядах предварительно следует избавиться от влияния существующих в них тенденций, а после этого провести анализ взаимосвязи по отклонениям от тренда. Исследование

включает проверку рядов динамики (отклонений) на автокорреляцию и установление взаимосвязи между признаками.

Под автокорреляцией понимается зависимость последующих уровней ряда от предыдущих. Проверка на наличие автокорреляции осуществляется по критерию Дарбина-Уотсона:

$$K = \frac{\sum (\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t)^2}{\sum \varepsilon_t^2},$$

где ε_t – отклонение фактического уровня ряда в точке t от теоретического (выровненного) значения.

При $K=0$ имеется полная положительная автокорреляция, при $K=2$ автокорреляция отсутствует, при $K=4$ – полная отрицательная автокорреляция. Прежде чем оценивать взаимосвязь, автокорреляцию необходимо исключить. Это можно сделать тремя способами.

1. *Исключение тренда с авторегрессией.* Для каждого из взаимосвязанных рядов динамики X и Y получают уравнение тренда:

$$\hat{X}_t = a_0 + a_1 t;$$

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t.$$

Далее выполняют переход к новым рядам динамики, построенным из отклонений от трендов:

$$\xi = X_t - \hat{X}_t;$$

$$\varepsilon_t = Y_t - \hat{Y}_t.$$

Для последовательностей (ξ_t) и (ε_t) выполняется проверка на автокорреляцию по критерию Дарбина-Уотсона. Если значение K близко к 2, то данный ряд отклонений оставляют без изменений. Если же K сильно отличается от 2, то по такому ряду находят параметры уравнения авторегрессии, т. е.

$$\hat{\xi}_t = \alpha_0 + \alpha_1 \xi_{t-1};$$

$$\hat{\varepsilon}_t = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}.$$

Заметим, что более полные уравнения авторегрессии можно получить на основе анализа автокорреляционной функции, когда определяются число

параметров

$$(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots; \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots) \quad \text{и}$$

соответствующие этим параметрам величины лагов(смещений) во времени изменений одного показателя по сравнению с изменением другого):

$$\xi'_t = \xi_t - \hat{\xi}_t \quad \text{и} \quad \varepsilon'_t = \varepsilon_t - \hat{\varepsilon}_t \quad (t = 1, \dots, T)$$

Наконец, подсчитываются новые остатки коэффициент корреляции

признаков:
$$\Gamma = \frac{\sum \xi'_t \cdot \varepsilon'_t}{\sqrt{\sum \xi'^2_t \sum \varepsilon'^2_t}}.$$

2. *Корреляция первых разностей.* От исходных рядов динамики X и Y переходят к новым, построенным по первым разностям:

$$X'_t = \Delta X_t = X_t - X_{t-1};$$

$$Y'_t = \Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}.$$

По ΔX и ΔY определяют направление и силу связи в регрессии:

$$\Delta Y = f(\Delta X) = C_0 + C_1 \cdot \Delta X.$$

3. *Включение времени в уравнение связи:* $Y_t = f(X_t, t).$

В простейших случаях уравнение выглядит следующим образом:

$$Y_t = a_0 + a_1 \cdot X_t + a_2 \cdot t.$$

Из перечисленных методов исключения автокорреляции наиболее простым является второй, однако, более эффективен первый.

9. ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД

9.1. Индексы и их виды

Индекс – это относительная величина, показывающая, во сколько раз уровень изучаемого явления в данных условиях отличается от уровня того же явления в других условиях. Различие условий может проявляться во времени (тогда говорят об *индексах динамики*), в пространстве (*территориальные индексы*), в выборе в качестве базы сравнения какого-либо условного уровня, например планового показателя, уровня договоренных обязательств и т. п. Соответственно вводят *индекс выполнения обязательств* или, если плановый уровень сравнивается с уровнем предыдущего периода, - индекс планового задания.

Индексы бывают:

1. по степени охвата элементов совокупности
 - *индивидуальные*, характеризующие изменение только одного элемента совокупности (например, изменение выпуска автомобилей определенной марки). Обозначается i ;
 - *сводные*, или общие, отражающие изменение по всей совокупности элементов сложного явления;
 - *субиндексы*, охватывающие не все элементы сложного явления, а лишь часть;
2. по содержанию и характеру индексируемой величины:
 - индексы *количественных* показателей (например, индекс физического объема продукции);
 - индексы *качественных* показателей (например, индексы цен, себестоимости);
3. по способу расчета:
 - *цепные*, получаемые сопоставлением текущих уровней с предшествующим;
 - *базисные*, получаемые сопоставлением с уровнем периода, принятого за базу сравнения;
4. по методологии расчета:
 - *агрегатные* индексы;
 - *средние* из индивидуальных индексов, которые могут быть рассчитаны как индексы переменного состава (сопоставляются показатели, рассчитанные на базе изменяющихся структур явлений) и индексы фиксированного состава (на базе неизменной структуры явлений).

9.2. Индивидуальные индексы

Относительная величина, получаемая при сравнении уровней, называется *индивидуальным индексом*, если исследователь не интересуется структурой изучаемого явления и количественную оценку уровня в данных условиях сравнивает с такой же конкретной величиной уровня этого явления в других условиях.

Так, уровень товарооборота в виде суммы выручки от продажи товара в условиях отчетного года Q_1 сравнивается с аналогичной суммой выручки базисного года Q_0 . В итоге получаем индивидуальный индекс товарооборота

$$i_q = Q_1 / Q_0.$$

Аналогичные индивидуальные индексы можно рассчитать и для любого интересующего нас показателя. В частности, поскольку сумма выручки определяется ценой товара (p) и количеством продаж в натуральном

измерении (q), можно определить индивидуальные индексы цены i_p и количества проданных товаров - i_q :

$$i_p = p_1/p_0, \quad i_q = q_1/q_0.$$

С аналитической точки зрения i_q показывает, во сколько раз увеличилась (или уменьшилась) общая сумма выручки под влиянием изменения цены товара. Очевидно, что

$$i_Q = i_q \cdot i_p, \text{ или } Q_1 = Q_0 i_q \cdot i_p.$$

Вторая модель представляет двухфакторную индексную мультипликативную модель итогового показателя, в данном случае – объема товарооборота. Посредством такой модели находят прирост итога под влиянием каждого фактора в отдельности.

Например:

| | Цена, руб. | Количество товара, тыс. шт. | Товарооборот, млн.руб. |
|--------------|------------|-----------------------------|------------------------|
| Базисный год | 40 | 200 | 8,0 |
| Отчетный год | 58 | 210 | 12,18 |

Выручка возросла за счет увеличения количества проданного товара на 5% при цене на 45% большей, чем в базисном периоде. Смотрим общий прирост:

$$12,180 = 8 * 1,05 * 1,45 \text{ (млн. руб.)}$$

Прирост за счет изменения объема продаж составил:

$$\Delta Q(q) = Q_0 \cdot (i_q - 1)$$

в нашем примере: $\Delta Q(q) = 8 \cdot (1,05 - 1) = +0,40$ млн. руб.

Прирост за счет изменения цены составил

$$\Delta Q(p) = (Q_1 - Q_0) - \Delta Q(q) = Q_1 - Q_0 \cdot i_q = Q_0 \cdot i_p \cdot (i_p - 1)$$

$$\text{или } \Delta Q(p) = 8 * 1,05 * (1,45 - 1) = +3,78 \text{ млн. руб.}$$

Очевидно, что общий прирост складывается из приростов объясняемых каждым фактором в отдельности, т. е.

$$\Delta Q = Q_1 - Q_0 = \Delta Q(q) + \Delta Q(p)$$

$$\text{или } \Delta Q = 12,18 - 8 = 0,40 + 3,78 = 4,18 \text{ руб.}$$

Существует и другой способ распределения общего прироста по факторам в двухфакторной модели, а именно:

$$\Delta Q(q) = Q_0 \cdot i_p \cdot (i_q - 1) \text{ и } \Delta Q(p) = Q_0 \cdot (i_p - 1).$$

В нашем примере общий прирост выручки (4,18 млн. руб.) объясняется теперь: изменением цены

$$\Delta Q(p) = 8 \cdot (1,45 - 1) = 3,60 \text{ млн руб}$$

изменением объема продажи

$$\Delta Q(Q) = 8 \cdot 1,45 \cdot (1,05 - 1) = 0,58 \text{ млн руб}$$

Выбор конкретной формы разложения общего прироста итога должен определяться конкретными условиями развития изучаемого показателя, в данном случае – конъюнктурой спроса-предложения. В экономической практике и большинстве научных рекомендаций в настоящее время преобладает первое направление.

9.3. Общие индексы

Если известно, что изучаемое явление неоднородно и сравнение уровней можно провести только после приведения их к общей мере, экономический анализ выполняют посредством так называемых *общих индексов*. Индекс становится общим, когда в расчетной формуле показывается неоднородность изучаемой совокупности. Примером неоднородной совокупности является общая масса проданных товаров всех или нескольких видов. Тогда сумму выручки можно записать в виде *агрегата* (суммы произведений взвешивающего показателя на объемный), например: $\sum p \cdot q$.

Отношение агрегатов, построенных для разных условий, дает общий индекс показателя в агрегатной форме.

Наиболее часто употребляются следующие агрегатные индексы:

- индекс общего объема товарооборота

$$i_Q = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

- агрегатный индекс цен отражает влияние на прирост товарооборота общего изменения цен:

$$i_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}$$

- агрегатный индекс физического объема отражает влияние на прирост товарооборота изменения количества проданных товаров:

$$i_q = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

Помимо записи общих индексов в агрегатной форме на практике часто используют формулы расчета *общих индексов как величин, средних из*

соответствующих индивидуальных индексов. В этом смысле общий индекс изучаемого явления рассматривается как результат изменения уровня данного явления у отдельных единиц совокупности.

Индекс общего товарооборота:

$$i_Q = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum i_p \cdot p_0 \cdot i_q \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum i_p \cdot i_q \cdot p_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum i_Q \cdot p_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

Тот же индекс может быть записан в форме средней гармонической величины:

$$i_Q = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum [(p_1/i_p) \cdot (q_1/i_q)]} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum (p_1 \cdot q_1 / i_Q)}$$

Индекс изменения общей суммы товарооборота в связи с изменением количества проданных товаров можно выразить как:

$$i_q = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum p_0 \cdot i_q \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{\sum i_q \cdot p_0 \cdot q_0}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

В форме средней гармонической индекс физического объема практически никогда не используется.

Индекс изменения общей суммы товарооборота в связи с изменением цен на товары может быть выражен в форме средней гармонической величины:

$$i_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum (p_1 \cdot q_1 / i_p)}$$

Рассмотрим пример расчета общих индексов для двух фирм:

| Номер предприятия | Базисный год | | Отчетный год | |
|-------------------|--------------|---------------|--------------|---------------|
| | Цена | Кол-во продаж | Цена | Кол-во продаж |
| 1 | 14,3 | 1500 | 14,5 | 1510 |
| 2 | 59,6 | 423 | 60,0 | 420 |

Определяем индекс общего объема товарооборота:

$$i_Q = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{14,5 \cdot 1510 + 60,0 \cdot 420}{14,3 \cdot 1500 + 59,6 \cdot 423} = 1,009305.$$

В связи с изменением количества продаж товарооборот изменился в

$$i_{q \text{ раз}}: i_q = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0} = \frac{14,3 \cdot 1510 + 59,6 \cdot 420}{14,3 \cdot 1500 + 59,6 \cdot 423} = 0,999233.$$

В связи с изменением цены товарооборот изменился в i_p раз:

$$i_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{14,3 \cdot 1500 + 59,6 \cdot 423}{14,3 \cdot 1510 + 59,6 \cdot 420} = 1,01008.$$

Далее используем полученные индексы для анализа общего прироста товарооборота ΔQ :

$$\Delta Q(p) = Q_0 \cdot (i_p - 1) = 46660,8 \cdot (0,999223 - 1) = -35,8 \text{ млн.руб.}$$

$$\Delta Q(q) = Q_0 \cdot i_p \cdot (i_q - 1) = 46660,8 \cdot 0,999223 \cdot (1,01008 - 1) = +470 \text{ млн.руб.}$$

9.4. Использование индексов в экономическом анализе и макроэкономических исследованиях

В экономическом анализе индексы применяются не только для сопоставления уровней изучаемого явления, но главным образом для определения экономической значимости причин, объясняющих абсолютное различие сравниваемых уровней. Например, как было рассмотрено выше, индексы позволяют определить, как влияет изменение цены и количества продаж на изменение общего товарооборота. Также индексы можно применять при изучении изменения суммы затрат на производство продукции, для изучения изменения фонда оплаты труда и т.д.

В макроэкономических исследованиях индексный метод применяется для сопоставления макроэкономических показателей различных стран. Проблемы, возникающие при сопоставлении, обусловлены тем, что сравниваемые объекты могут иметь свою структуру показателей и свою систему соизмерителей.

Традиционным направлением использования индексного метода в статистике развитых стран является анализ состояния рынка ценных бумаг. Индексы могут рассчитываться ежедневно, еженедельно, поквартально, по полугодиям, ежегодно изменения значений индексов рассматривается как показатель спроса на рынке.

В условиях перехода к рыночной экономике большое практическое значение приобретает анализ динамики цен на товары и услуги. Для оценки динамики цен на товары используется индекс потребительских цен. Этот индекс характеризует изменение во времени общего уровня цен на товары и услуги, приобретаемые населением для непроизводственного потребления.

Часть 2. СТАТИСТИКА В ПРИКЛАДНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

10. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ПРОДУКЦИИ

Целью деятельности любого промышленного предприятия является производство продукции. Под *продукцией промышленности* понимают прямой полезный результат промышленно-производственной деятельности предприятий, выражающийся либо в форме продуктов, либо в форме работ и услуг промышленного характера.

Обобщающую характеристику производства продукции в целом по предприятию, отрасли промышленности, региону можно получить с помощью *стоимостного учета*. В этом случае для учета продукции применяются оптовые и розничные цены.

На практике используется следующая система стоимостных показателей.:

- *валовой оборот* характеризует в стоимостном выражении объем продукции, произведенной за отчетный период всеми промышленно-производственными цехами предприятия, независимо от того, потреблена эта продукция в других его цехах или отпущена за пределы предприятия.
- *валовая продукция* представляет собой общий объем продуктов основной деятельности предприятия (работ, услуг) за определенный период времени в денежном выражении валовая продукция может рассчитываться двумя способами: заводским (валовая продукция равна валовому обороту за минусом внутризаводского оборота) и на основе поэлементного расчета (рассчитывается величина каждого элемента без внутризаводского оборота, затем все элементы суммируются).
- *товарная продукция* представляет собой показатель, характеризующий объем продукции, произведенной для реализации на сторону. Товарная продукция отличается от валовой тем, что в нее не входят те результаты производственной деятельности, которые остаются на самом предприятии и не предназначаются к отпуску за его пределы.
- *реализованная продукция* представляет собой отгруженную продукцию, оплаченную в данном периоде.

Рассмотрим расчет этих показателей на примере. В отчетном году стоимость готовой продукции фирмы составила 8300 тыс.руб. и полуфабрикатов – 5800 тыс.руб. В течение отчетного периода было потреблено полуфабрикатов внутри фирмы на 3400 тыс.руб. Реализовано полуфабрикатов на 2000 тыс.руб. Готовых машин продано на сумму 7500 тыс.руб., произведены работы промышленного характера по заказам со стороны на 530 тыс.руб. Электростанция фирмы выработала электроэнергии на 300 тыс.руб. Из этого количества потреблено в своем производстве

электроэнергии на 260 тыс.руб., ночному клубу отпущено электроэнергии на 2 тыс.руб., жилому комплексу фирмы – на 38 тыс.руб. Реализованная фирмой продукция и реализованные на сторону работы оплачены покупателем.

В валовой оборот фирмы входит вся произведенная фирмой продукция, независимо от ее дальнейшего использования. Следовательно:

$$\begin{aligned} \text{Валовой оборот} = & \text{стоимость готовой продукции} + \text{стоимость} \\ & \text{произведенных полуфабрикатов} + \text{стоимость выполненных работ} \\ & \text{промышленного характера по заказам со стороны} + \text{стоимость} \\ & \text{электроэнергии, выработанной фирменной электростанцией} = 8300+5800+ \\ & +530+300=14930 \text{ (тыс.руб)} \end{aligned}$$

Валовая продукция поэлементным методом равна:

$$\begin{aligned} \text{Стоимость готовой продукции фирмы} + \text{реализованные полуфабрикаты} + \\ + \text{остаток нереализованных полуфабрикатов} + \text{стоимость работ} \\ \text{промышленного характера} + \text{проданная на сторону электроэнергия} = \\ = 8300+2000+(5800-2000-3400)+530+(38+2)=11270 \text{ тыс.руб.} \end{aligned}$$

Валовая продукция заводским методом:

$$\begin{aligned} \text{Валовой оборот} - \text{потребленные внутри фирмы полуфабрикаты и энергия} = \\ = 14930-3400-260=11270 \text{ тыс.руб.} \end{aligned}$$

Товарная продукция прямым подсчетом:

$$\begin{aligned} \text{Вся произведенная готовая продукция} + \text{произведенные для продажи} \\ \text{полуфабрикаты} + \text{стоимость работ промышленного характера по заказам} \\ \text{со стороны} + \text{произведенная и отпущенная внешним потребителям} \\ \text{энергия} = 8300+200+530+40=10870 \text{ тыс.руб.} \end{aligned}$$

Товарная продукция исходя из величины валовой продукции:

$$\begin{aligned} \text{Валовая продукция} - \text{стоимость продукции, предназначенной для продажи и} \\ \text{не проданной в данный момент} = 11270-(5800-2000-3400)=10870 \text{ тыс.руб.} \end{aligned}$$

Реализованная продукция:

$$\begin{aligned} \text{Реализованная готовая продукция} + \text{реализованные полуфабрикаты} + \\ \text{произведенные работы промышленного характера} + \text{энергия} = \\ = 7500+2000+530+2+38=10070 \text{ тыс.руб.} \end{aligned}$$

11. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ

11.1. Трудоустройство и занятость населения

Информация о рынке труда является важным инструментом при разработке экономической и социальной политики государства.

Экономически активное население (рабочая сила) есть часть населения, обеспечивающая предложение рабочей силы для производства товаров и услуг. Коэффициент экономической активности населения определяется:

$$K_{э.ак.} = \frac{P_{э.ак.}}{P_t};$$

где $P_{э.ак.}$ - численность экономически активного населения на t -ую дату;

P_t - численность всего населения на t -ую дату.

Экономически активное население включает две категории – занятых и безработных.

К *занятым* относятся лица обоего пола в возрасте 16 лет и старше, а также лица младших возрастов, которые в рассматриваемый период:

- выполняли работу по найму за вознаграждение на условиях полного или неполного рабочего времени а также иную приносящую доход работу;
- временно отсутствовали на работе из-за болезни или травмы; ухода за больными; ежегодного отпуска и других подобных причин;
- выполняли работу без оплаты на семейном предприятии.

К *безработным* относятся лица 16 лет и старше, которые в рассматриваемый период:

- не имели работы (доходного занятия);
- занимались поиском работы;
- были готовы приступить к работе.

Для характеристики уровня безработицы исчисляется коэффициент безработицы:

$$K_{безр} = \frac{B_t}{P_{э.ак.}};$$

где B_t - численность безработных на t -ую дату;

$P_{э.ак.}$ - численность экономически активного населения на t -ую дату.

Экономически неактивное население - население, которое не входит в состав рабочей силы, включая лиц младше возраста, установленного для учета активного населения. Экономически неактивное население включает следующие категории:

- учащиеся и студенты, слушатели и курсанты дневной формы обучения;
- лица, получающие пенсии по инвалидности, старости, по случаю потери кормильца при достижении ими пенсионного возраста;
- лица, занятые ведением домашнего хозяйства, уходом за детьми и т.п.;
- лица, прекратившие поиски работы, исчерпав все возможности ее получения, но которые могут и готовы работать;

- другие лица, которым нет необходимости работать независимо от источника их дохода.

Коэффициент занятости населения определяется по формуле:

$$K_{зан} = \frac{Z_t}{P};$$

где Z_t - численность занятого населения;

P – общая численность населения.

11.2. Статистические показатели численности работников

Общая численность лиц, занятых в экономике, определяется как сумма работников всех предприятий и организаций всех форм собственности, деятельность которых юридически оформлена, лиц, занимающихся индивидуальной трудовой деятельностью, и неоплачиваемых работников семейных предприятий.

Для определения общей численности занятых на предприятиях и в организациях необходимо иметь данные о численности занятых на каждом предприятии и в организации: данные, полученные на определенную дату (на начало и конец месяца или года, на дату проведения специального расследования), или среднюю численность за соответствующий период.

Для исчисления численности работников на определенную дату используется показатель, который называется списочным составом работников. В списочный состав работников включаются все постоянные, временные работники и сезонные работники данного предприятия. В отдельном списке отражаются совместители. В списочный состав не включаются работники, работающие по договорам подряда, а также лица, привлекаемые для выполнения случайных разовых работ, и др.

Списочный состав работников устанавливается на каждый календарный день периода. При этом на каждый день учитывается количество явок и неявок на работу. Численность работников, состоящих в списках в праздничные и выходные дни, принимается равным за предыдущий день.

Среднесписочная численность работников за период, равный месяцу, определяется по формуле:

$$\frac{\text{сумма списочной численности} \\ \text{работников за все дни месяца}}{\text{число календарных дней месяца}}$$

Среднесписочная численность работников за периоды более одного месяца (квартал, полугодие и год) определяется по формуле средней арифметической из месячных данных.

Пример. Определим среднесписочную численность работников, если за июнь списочная численность составила: с 1 по 8 – 350 человек, с 9 по 16 – 368, с 17 по 28 – 372, с 29 по 30 – 390 человек. Среднесписочная численность работников в апреле составила 346 человек, в мае – 356 человек.

Среднесписочная численность работников в июне будет равна:

$$T_{июня} = \frac{350 \cdot 8 + 368 \cdot 8 + 372 \cdot 12 + 390 \cdot 2}{30} = 366,2.$$

Следовательно, среднесписочная численность за июнь составила 366 человек (результаты округляются до целых чисел).

Определим среднесписочную численность работников за второй квартал:

$$T_{2квар} = \frac{T_{апр} + T_{май} + T_{июнь}}{3} = \frac{346 + 356 + 366}{3} = 356 \text{ человек}$$

11.3. Статистические показатели использования рабочего времени

Рабочее время есть часть календарного времени, затрачиваемого на производство продукции или выполнения определенного вида работ. Для характеристики его использования применяют специальные показатели. Исходным служит показатель *календарного фонда времени* – число календарных дней месяца, квартала, года, приходящегося на одного рабочего или коллектива рабочих. Например, календарный годовой фонд времени одного рабочего равен 365 (366) дням, а коллектива из 1000 рабочих - 365000 (366000) чел.-дней. Структура календарного фонда рабочего времени представлена на рис.3.

При учете рабочего времени основными единицами являются человеко-час и человеко-день. На практике применяются и более крупные единицы времени, такие, как человеко-месяц и человеко-год, но они эквивалентны показателям среднесписочного числа работников за соответствующие периоды.

Отработанным *человеко-часом* является один час работы работника на своем рабочем месте. Отработанным *человеко-днем* считается явка работника на работу и тот факт, что он приступил к работе независимо от продолжительности рабочего времени.

Человеко-дни явок на работу – это фактически отработанные человеко-дни и человеко-дни целодневных простоев. *Человеко-дни неявок на работу* – это дни невыхода на работу по уважительным или неуважительным причинам.



Рис.3. Структура календарного фонда рабочего времени

Табельный фонд рабочего времени определяется вычитанием из календарного фонда времени человеко-дней праздничных и выходных.

Максимально возможный фонд рабочего времени равен календарному фонду за исключением числа человеко-дней ежегодных отпусков и человеко-дней праздничных и выходных.

На основании абсолютных показателей рабочего времени в человеко-днях исчисляются относительные показатели, характеризующие степень использования того или иного фонда времени.

Коэффициент использования календарного фонда времени:

$$K_{к.ф.} = \frac{\text{число отработанных человеко-дней}}{\text{календарный фонд времени}}$$

Этот коэффициент используется для анализа и сопоставления степени использования рабочего времени на уровне предприятий, отраслей и экономики в целом.

Коэффициент использования табельного фонда времени:

$$K_{т.ф.} = \frac{\text{число отработанных человеко – дней}}{\text{табельный фонд времени}}.$$

Этот коэффициент целесообразно применять для сопоставления уровней использования рабочего времени при межотраслевых сопоставлениях.

Коэффициент использования максимально возможного фонда времени:

$$K_{м.в.ф.} = \frac{\text{число отработанных человеко – дней}}{\text{максимально возможный фонд времени}}.$$

Коэффициент использования максимально возможного фонда времени характеризует степень фактического использования того времени, которое максимально могли отработать рабочие предприятия.

Для оценки использования рабочего времени рассчитывается *коэффициент использования рабочего периода*, который равен:

$$K_{р.п.} = \frac{D_{\phi}}{D_n},$$

где D_{ϕ} - среднее число дней, отработанных одним работником за период;

D_n - число дней, которые должен был отработать один работник за период по режиму работы предприятия.

Среднее число дней, отработанных одним работником, определяется как отношение общего числа отработанных человеко-дней к среднесписочной численности работников.

12. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ТРУДА

Под *производительностью труда* понимается результативность конкретного живого труда, эффективность целесообразной производительной деятельности по созданию продукта в течение определенного промежутка времени.

В экономической практике уровень производительности труда характеризуется через показатели выработки и трудоемкости.

Выработка (W) продукции в единицу времени измеряется соотношением объема произведенной продукции (q) и затратами (T) рабочего

времени: $W = \frac{q}{T}$. Это прямой показатель производительности труда.

Трудоемкость определяется: $t = T/q$. Это обратный показатель производительности труда. Следовательно, $W = 1/t$.

Различают следующие показатели:

- средняя часовая выработка:

$$W_{\text{ч}} = \frac{\text{объем произведенной продукции}}{\text{число человеко – часов, отработанных в течение данного периода времени}};$$

- средняя дневная выработка:

$$W_{\text{д}} = \frac{\text{объем произведенной продукции}}{\text{число человеко – дней, отработанных всеми рабочими предприятия}};$$

- средняя месячная выработка:

$$W_{\text{м}} = \frac{\text{объем произведенной продукции}}{\text{среднесписочное число рабочих (промышленно – производственного персонала)}}$$

Между вышеперечисленными средними показателями существует взаимосвязь:

$$W_{\text{лнп}} = W_{\text{ч}} \cdot \Pi_{\text{р.д.}} \cdot \Pi_{\text{р.п.}} \cdot d_{\text{рабочих в ППП}}$$

где $W_{\text{лнп}}$ - выработка на одного работника;

$W_{\text{ч}}$ - среднечасовая выработка;

$\Pi_{\text{р.д.}}$ - продолжительность рабочего дня;

$\Pi_{\text{р.п.}}$ - продолжительность рабочего периода;

$d_{\text{рабочих в ППП}}$ - доля рабочих в общей численности промышленно-производственного персонала.

Производительность труда изучается и на уровне народного хозяйства всей страны. В этом случае определяется *производительность общественного труда* (ПОТ):

$$\text{ПОТ} = \frac{\text{произведенный национальный доход}}{\text{среднегодовая численность занятых в материальном производстве}}$$

Динамика производительности труда анализируется чаще всего при помощи *индекса переменного состава*, который показывает, каким образом изменился средний уровень производительности труда в отчетном периоде по сравнению с базисным в зависимости от изменения средней выработки отдельных групп рабочих и распределения рабочих или времени с разным уровнем выработки. Он рассчитывается по следующей формуле:

$$I_{Wn.c.} = \bar{W}_1 : \bar{W}_0,$$

$$\text{где } \bar{W}_1 = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1}, \quad \bar{W}_0 = \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0}, \quad t_0 = \frac{T_0}{q_0}, \quad t_1 = \frac{T_1}{q_1}$$

Индекс фиксированного состава показывает, каким образом изменился средний уровень производительности труда только за счет изменения

средней выработки отдельных групп рабочих: $I_{Wф.с.} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$.

Индекс структурных сдвигов отражает изменение структуры отработанного времени: $I_{Wcmp.cов.} = \frac{I_{Wn.c.}}{I_{Wф.с.}}$.

Рассмотрим расчет этих индексов на примере. Имеются следующие данные о производстве некоторых видов продукции швейной фабрики:

| Пальто | Произведено, шт. | | Отработано чел-час | |
|-------------|------------------|---------|--------------------|---------|
| | январь | февраль | январь | февраль |
| Женские | 900 | 1000 | 7500 | 8200 |
| Для девочек | 4000 | 4500 | 18000 | 19000 |

Рассчитаем индекс переменного состава: $I_{Wn.c.} = \bar{W}_1 : \bar{W}_0$,

$$\bar{W}_1 = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum q_1} = 4,95; \quad \bar{W}_0 = \frac{\sum t_0 q_0}{\sum q_0} = 5,20.$$

Следовательно, $I_{Wn.c.} = \bar{W}_1 : \bar{W}_0 = 4,95 / 5,20 = 0,95$.

Средняя производительность труда работников швейного предприятия снизилась в 0,95 раз.

Определим, какое влияние оказало на среднюю производительность работников швейного предприятия изменение средней выработки в каждой из двух групп рабочих, производящих пальто для женщин и девочек:

$$I_{W\phi.c.} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1} = 1,05.$$

Следовательно, под влиянием изменения средней выработки в каждой из двух групп рабочих, производящих пальто для женщин и девочек, производительность увеличилась в 0,5 раз.

Влияние структурного фактора, характеризующего изменение структуры отработанного времени, определяется индексом структурного

$$\text{сдвига: } I_{W\text{emp.сдв.}} = \frac{I_{Wn.c.}}{I_{W\phi.c.}} = 0,95/1,05 = 0,90.$$

Средняя производительность снизилась в 0,9 раз за счет изменения структуры отработанного времени.

Анализ влияния производительности труда как интенсивного фактора и затрат рабочего времени как экстенсивного фактора на изменение объема продукции производится по следующей методике:

$$\text{Общее изменение объема продукции: } \Delta Q = Q_1 - Q_0 = W_1 T_1 - W_0 T_0.$$

Изменение объема продукции под влиянием изменения производительности труда: $\Delta Q_{(W)} = (W_1 - W_0) T_1$.

Изменение объема продукции под влиянием изменения численности работников или отработанного ими времени: $\Delta Q_{(T)} = (T_1 - T_0) W_0$.

$$\text{В итоге: } \Delta Q_{(W)} + \Delta Q_{(T)} = \Delta Q.$$

13. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОПЛАТЫ ТРУДА

Уровень заработной платы характеризуется средней заработной платой одного работника. В статистике исчисляются показатели среднемесячной и среднечасовой начисленной заработной платы для всего персонала предприятия и организации и по отдельным категориям персонала.

Среднемесячная заработная плата работников определяется путем деления начисленного фонда заработной платы на среднесписочную численность. При этом из фонда заработной платы необходимо вычесть суммы, начисленные на оплату труда работников несписочного состава. Таким образом, определяется размер среднемесячной заработной платы работников на уровне предприятий и организаций, отрасли и экономики в целом.

Средняя часовая заработная плата работников рассчитывается как отношение суммы начисленной заработной платы списочного состава за месяц и человеко-часов, фактически отработанных работниками,

включенными в списочный состав работников. Данные о среднечасовой заработной плате работников рассчитываются на уровне предприятий и отдельных отраслей.

Динамика уровней заработной платы анализируется на основе индексов заработной платы. Чаще всего используется *индекс переменного состава заработной платы*, который рассчитывается по следующей формуле:

$$I_{3.n.c.} = \frac{\sum F_1}{\sum T_1} \bigg/ \frac{\sum F_0}{\sum T_0} = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum T_1} \bigg/ \frac{\sum X_0 T_0}{\sum T_0},$$

где F_0 и F_1 - фонд начисленной заработной платы отдельных категорий работников (или всего персонала предприятия, отрасли) в базисном и отчетном периодах;

T_0 и T_1 - среднесписочная численность отдельных категорий персонала (или численность персонала предприятий или отраслей) в базисном и отчетном периодах;

X_0 и X_1 - средняя зарплата по категориям персонала (по предприятиям или отраслям) в базисном и отчетном периодах.

Индекс переменного состава заработной платы показывает, каким образом изменился средний уровень заработной платы в отчетном периоде по сравнению с базисным в зависимости от изменения средней заработной платы отдельных категорий персонала (на отдельных предприятиях или отраслях) и удельного веса численности работников с различными уровнями оплаты труда.

Каждый из этих факторов влияет на изменение среднего уровня заработной платы по разному.

Для устранения влияния структурного фактора следует воспользоваться *индексом фиксированного состава заработной платы*, который рассчитывается по формуле:

$$I_{3.ф.с.} = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum T_1} \bigg/ \frac{\sum X_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum X_0 T_1}.$$

Этот индекс показывает, каким образом изменился средний уровень заработной платы без учета структурного фактора, т.е. только в результате изменения уровней заработной платы работников в отчетном периоде по сравнению с базисным.

Влияние структурного фактора можно определить с помощью *индекса структурных сдвигов*, который рассчитывается:

$$I_{3.стр.сдв.} = I_{3.n.c.} / I_{3.ф.с.}.$$

Этот индекс характеризует, каким образом изменился средний уровень заработной платы в зависимости от изменения удельного веса численности работников с различным уровнем заработной платы.

Рассмотрим расчет этих индексов на примере. В таблице приведены данные о численности работников и среднемесячной заработной плате для условного предприятия за 1990 и 1994 гг.

| Категории персонала | Численность занятых, тыс.чел. | | Среднемесячная заработная плата, руб. | |
|---------------------|-------------------------------|---------|---------------------------------------|---------|
| | 1990 г. | 1994 г. | 1990 г. | 1994 г. |
| ИТР | 3130 | 1833 | 341 | 285426 |
| Служащие | 402 | 745 | 410 | 669393 |
| Рабочие | 1806 | 1659 | 364 | 41125 |
| Итого | 5338 | 4237 | 354 | 402208 |

Средняя заработная плата работников всех категорий в 1990 г.

$$\text{составляла: } f_0 = \frac{\sum X_0 T_0}{\sum T_0} = 354 \text{ руб.};$$

$$\text{в 1994 г.: } f_1 = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum T_1} = 402208 \text{ руб.}$$

Следовательно, индекс переменного состава заработной платы составит:

$$I_{з.н.с.} = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum T_1} \bigg/ \frac{\sum X_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{402208}{354} = 1136.$$

Средняя месячная номинальная заработная плата работников предприятия возросла в 1136 раз в результате повышения заработной платы работников каждой из рассматриваемых категорий и изменения удельного веса численности работников этих категорий в общей численности.

Определим влияние изменения уровня заработной платы в каждой категории персонала на изменение среднего уровня заработной платы всех работников, занятых на данном предприятии. Для этого рассчитаем индекс

$$\text{фиксированного состава: } I_{з.ф.с.} = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum X_0 T_1} = \frac{1\,704\,155\,688\,000}{1\,539\,379\,000} = 1107.$$

Этот индекс показывает, что под влиянием изменения уровня заработной платы в каждой категории средний уровень заработной платы всех работников предприятия увеличился в 1994 г. по сравнению с 1990 г. в 1107 раз.

Следовательно, влияние структурного фактора на средний уровень заработной платы работников, занятых , составит:

$$I_{3, \text{стр.сов.}} = I_{3, \text{н.с.}} / I_{3, \text{ф.с.}} = 1136 / 1107 = 1,026.$$

Уменьшение удельного веса численности ИТР и увеличение удельного веса численности работников других категорий, в которых заработная плата была выше, почти уравновесили друг друга, что привело к увеличению средней зарплаты на 2,6%.

При анализе динамики заработной платы необходимо анализировать динамику как номинальной (т.е. начисленной) заработной платы, так и реальной заработной платы (как покупательной способности номинальной заработной платы). Реальная заработная плата определяется путем деления номинальной заработной платы на сводный индекс цен на потребительские товары и услуги.

14. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ ОСНОВНЫХ ФОНДОВ

14.1. Основные фонды и их статистическое изучение

Основными фондами называются произведенные активы, созданные в процессе производства, которые длительное время неоднократно или постоянно в неизменно-вещественной форме используются для производства товаров, оказания рыночных и нерыночных услуг, постепенно утрачивая свою стоимость.

В настоящее время в статистике России действует следующая типовая классификация основных фондов:

1. здания (кроме жилья)
2. сооружения
3. жилища
4. машины и оборудование
5. транспортные средства
6. инструмент, производственный и хозяйственный инвентарь
7. рабочий и продуктивный скот
8. многолетние насаждения
9. прочие основные фонды

Социально-экономическое значение основных фондов определяет круг задач их статистического исследования, важнейшими из которых являются:

- установление наличия и изучение состава основных фондов;
- исследование состояния, движения и использования основных фондов;
- изучение вооруженности труда основными фондами.

14.2. Показатели наличия основных фондов. Методы их оценки

Наличие как основных фондов в целом, так и отдельных их видов может характеризоваться моментными и средними показателями. В статистической отчетности приводят данные о наличии основных фондов по состоянию на начало и конец отчетного года и о средней годовой стоимости основных фондов. Наличие основных фондов на конец каждого месяца устанавливается по данным бухгалтерского баланса, а средняя годовая стоимость определяется как средняя хронологическая из месячных данных об их наличии.

Допустим, на предприятии имелось основных фондов (млн.руб.):

| | |
|--------------------------------|------|
| На начало отчетного года | 800 |
| 1 февраля..... | 820 |
| 1 марта..... | 880 |
| 1 апреля..... | 870 |
| 1 июня | 900 |
| 1 июля..... | 960 |
| 1 августа..... | 950 |
| 1 сентября..... | 960 |
| 1 октября..... | 960 |
| 1 ноября..... | 950 |
| 1 декабря..... | 950 |
| На конец отчетного года..... | 1000 |

Исходя из этих данных средняя годовая стоимость основных фондов составит:

$$\frac{800/2+820+880+880+870+900+960+950+960+960+950+950+1000/2}{13-1} = \frac{10980}{12} = 915 \text{ м.руб}$$

Среднюю годовую стоимость основных фондов можно исчислить и по следующей формуле:

$$\bar{\Phi} = \Phi_n + \frac{\Phi_v \cdot T_v}{12} - \frac{\Phi_l \cdot T_l}{12},$$

где Φ_n - стоимость основных фондов на начало года;

Φ_v - стоимость основных фондов, введенных в течение года;

Φ_l - стоимость основных фондов, выбывших в течение года;

T_v - время (мес) функционирования основных фондов, введенных в течение года;

T_l - время (мес), прошедшее после выбытия основных фондов в течение года.

В нашем примере введено основных фондов (млн.руб.): в январе – 20, феврале – 60, мае –30, июне – 60, августе –10, декабре –50. Выбыло: в апреле–10, июле – 10, октябре – 10.

$$\Phi = 800 + \frac{20 \cdot 11 + 60 \cdot 10 + 30 \cdot 7 + 60 \cdot 6 + 10 \cdot 4}{12} - \frac{10 \cdot 8 + 10 \cdot 5 + 10 \cdot 2}{12} = 800 + \frac{1430}{12} - \frac{150}{12} = 906,7 \text{ млн.руб.}$$

Как видим, в результатах наблюдается некоторое расхождение из-за различий в результате средней. Это различие обусловлено тем, что при определении средней хронологической ввод и выбытие фондов приурочиваются к середине месяца, а во второй формуле – к концу периода.

Для анализа динамики и структуры основных фондов, разработки их балансов необходимо знать, в каких оценках они представлены. В практике учета и статистики применяются несколько *видов оценок основных фондов*, в частности:

- *полная первоначальная стоимость* – это их фактическая стоимость на момент ввода в эксплуатацию.
- *полная восстановительная стоимость* – это стоимость воспроизводства основных фондов в новом виде в современных условиях;
- *первоначальная стоимость за вычетом износа* определяется как разность между полной первоначальной стоимостью и стоимостью износа, которая уже перенесена на продукцию в ходе функционирования основных фондов, плюс стоимость частичного восстановления основных фондов в ходе их капитального ремонта и модернизации.
- *восстановительная стоимость за вычетом износа* определяется путем умножения полной восстановительной стоимости, полученной в результате переоценки основных фондов, на коэффициент их износа.
- *балансовая стоимость основных фондов* – стоимость основных фондов, по которой они учтены на балансе предприятия.

14.3. Показатели состояния и динамики основных фондов

Наиболее полное представление о наличии и динамике (поступлении и выбытии) основных фондов дает *баланс основных фондов*. Такой баланс наряду с данными о наличии основных фондов на начало и конец отчетного периода содержит данные об их поступлении из разных источников и об их выбытии по разным причинам. Он может быть составлен как по всем основным фондам, так и по отдельным их видам, либо по полной первоначальной стоимости, либо по остаточной. Составляются балансы по предприятиям, отраслям и народному хозяйству в целом.

Рассмотрим построение балансов и вычисление показателей динамики основных фондов на примере. Предположим, по предприятию имеются следующие данные о первоначальной (балансовой) стоимости всех основных фондов за год (тыс. руб.):

Полная стоимость основных фондов на начало года.....60000

Сумма износа фондов на начало года.....12000

Введено в эксплуатацию законченных объектов
нового строительства.....11100

Выбыло в течение года из-за ветхости и износа
фондов по полной стоимости.....9600

Их остаточная стоимость.....400

Амортизационные отчисления, предназначенные на
Полное восстановление (реновацию фондов), за год.....6000

В основе баланса основных фондов по полной первоначальной стоимости (таблица 10) лежит равенство:

$$\Phi_k = \Phi_n + \Pi - B = 60000 + 11100 - 9600 = 61500 \text{ тыс.руб.}$$

По этим данным вычисляют следующие показатели, характеризующие интенсивность движения основных фондов и отдельных их видов.

Таблица 10

Баланс основных фондов по полной первоначальной стоимости за отчетный год, тыс.руб.

| | Наличие на начало года | Поступило в отчетном году | | Выбыло в отчетном году | | Наличие на конец года |
|----------------|------------------------|---------------------------|-------------------------------|------------------------|---------------------------|-----------------------|
| | | Всего | Введено новых основных фондов | Всего | Из-за ветхости или износа | |
| Основные фонды | 60000 | 11100 | 11100 | 9600 | 9600 | 61500 |

Коэффициент поступления обций показывает долю всех поступивших в отчетном периоде основных фондов (Π) в их общем объеме на конец этого периода (Φ_k):

$$K_{пост} = \frac{\Pi}{\Phi_k} = \frac{11100}{61500} \cdot 100 = 18,0\%$$

Коэффициент выбытия основных фондов, равный отношению стоимости всех выбывших на данный период основных фондов (B) к стоимости основных фондов на начало данного периода (Φ_k):

$$K_{\text{выб}} = \frac{B}{\Phi_{\kappa}} = \frac{9600}{61500} \cdot 100 = 16,0\% .$$

Несколько сложнее построение баланса основных фондов по остаточной первоначальной стоимости. В таком балансе помимо поступления и выбытия объектов необходимо учесть происходящее в течение отчетного года уменьшение остаточной стоимости основных фондов вследствие их износа. Износ основных фондов за данный период принимают равным сумме начисленной за этот период амортизации, предназначенной на реновацию основных фондов. В основе баланса основных фондов по остаточной первоначальной стоимости (табл.11) лежит равенство:

$$\Phi_{\kappa}' = \Phi_{\text{н}}' + \Pi - B' - A_p ,$$

где Φ_{κ}' - остаточная стоимость фондов на конец года,

$\Phi_{\text{н}}'$ - то же на начало года,

Π – поступление основных фондов по остаточной стоимости (или новых фондов по полной стоимости) в течение года,

B' - выбытие основных фондов по остаточной первоначальной стоимости в течение года,

A_p -амортизация на реновацию.

Таблица 11

Баланс основных фондов по первоначально (балансовой) стоимости с учетом износа за отчетный год, млн.руб.

| | али | Поступило в отчетном году | Выбыло в отчетном году | мор | али |
|--|-----|---------------------------|------------------------|-----|-----|
|--|-----|---------------------------|------------------------|-----|-----|

| | | всего | Введено основных фондов | Поступило от др. предприятий | всего | Из-за ветхости и износа | Передано другим предприятиям | Потери | | |
|-----------------------|----|-------|----------------------------|---------------------------------|-------|----------------------------|---------------------------------|--------|---|------|
| Основ ные фонды | 48 | 11,1 | 11,1 | - | 0,4 | 0,4 | - | - | 6 | 52,7 |

Соответственно, по данным примера:

$$\Phi'_k = 48 + 11,1 - 0,4 - 6 = 52,7 \text{ млн.руб.}$$

Используя сведения о наличии основных фондов по полной и остаточной стоимости, находят обобщающие характеристики состояния основных фондов:

1. *коэффициент износа* исчисляется на определенную дату (на начало или конец года) как выраженное в процентах отношение суммы износа основных фондов (I) к их полной стоимости (Φ):

$$K_{\text{изн}} = \frac{I}{\Phi} \cdot 100\% .$$

По данным примера таблицы 10:

$$K_{\text{изн(на нач. г.)}} = \frac{12000}{60000} \cdot 100 = 20\% ,$$

$$K_{\text{изн(на кон. г.)}} = \frac{8800}{61500} \cdot 100 = 14,3\% .$$

Сумма износа основных фондов на конец года определяется как разность между их полной и остаточной стоимостью на эту дату. Она составила 880 тыс.руб. (61500-52700).

Снижение коэффициента износа (с 20 до 14,3%) явилось результатом интенсивного ввода в действие и капитального ремонта основных фондов.

2. *коэффициент годности основных фондов* отражает долю неизношенной части основных фондов и определяется:

$$K_{\text{годн}} = 100\% - K_{\text{изн}} .$$

Можно использовать и другой вариант расчета коэффициента годности:

$$K_{\text{годн}} = \frac{\Phi'}{\Phi} \cdot 100\% .$$

Тогда по данным примера:

$$K_{\text{годн(на нач.г.)}} = \frac{48000}{60000} \cdot 100\% = 80\% \text{ или } 100 - 20 = 80\% ;$$

$$K_{\text{годн(на кон.г.)}} = \frac{52700}{61500} \cdot 100\% = 85,7\% \text{ или } 100 - 14,3 = 85,7\%$$

14.4. Показатели использования основных фондов

Улучшение использования основных фондов означает, что при помощи каждой единицы основных фондов перерабатывается большее количество предметов труда, при прочих равных условиях сокращается потребность в средствах труда, уменьшаются затраты живого труда. Повышение уровня использования основных фондов позволяет увеличить производство материальных благ без дополнительных капитальных вложений и в более короткие сроки.

Обобщающим показателем использования основных фондов служит *фондоотдача* – отношение объема произведенной продукции (O) к средней за этот период стоимости основных фондов (Φ):

$$\Phi_o = \frac{O}{\Phi} .$$

Фондоотдача показывает, сколько продукции (в стоимостном выражении) произведено в данном периоде на 1 руб. стоимости основных фондов. Чем лучше используются основные фонды, тем выше показатель фондоотдачи.

Наряду с фондоотдачей в статистической практике вычисляют и обратную величину, которую называют *фондоёмкостью*. Она характеризует стоимость основных фондов, приходящуюся на 1 руб. произведенной продукции:

$$\Phi_e = \frac{\Phi}{O} .$$

Каждый из этих показателей отражает различные экономические процессы и применяется в разных случаях. Так, величина фондоотдачи показывает, сколько продукции получено с каждого рубля, вложенного в основные фонды, и служит для определения экономической эффективности использования действующих основных фондов. Величина фондоёмкости показывает, сколько средств нужно затратить на основные фонды, чтобы

получить необходимый объем продукции, иначе говоря, какая потребность в основных фондах.

Большое влияние на показатели фондоемкости и фондоотдачи оказывает показатель *фондовооруженности* труда (Φ_6), который рассчитывается по формуле:

$$\Phi_6 = \frac{\Phi}{T},$$

где T – среднесписочная численность работающих.

Этот показатель применяется для характеристики степени оснащенности труда работающих. Фондовооруженность и фондоотдача связаны между собой через показатель *производительности труда*, определяемый по формуле:

$$ПТ = O/T.$$

Преобразуем формулу фондоотдачи:

$$\Phi_o = \frac{O}{\Phi} = \frac{O/T}{\Phi/T} = \frac{ПТ}{\Phi_6}.$$

Практическое значение имеют не столько уровни рассматриваемых показателей, сколько их динамика. В этой связи и показатели продукции, и среднюю годовую стоимость основных фондов следует брать в сопоставимых ценах.

15. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА

Научно-технический прогресс – решающий фактор повышения эффективности производства. Задача статистики сводится к определению и количественному выражению влияния научно-технического прогресса, его форм, направлений, темпов ускорения на увеличение уровня и степень роста эффективности производства.

В качестве показателя внедрения новой техники используется *коэффициент обновления производственного аппарата*, рассчитываемый по формуле:

$$\frac{\text{стоимость введения в эксплуатацию новых совершенных машин и оборудования}}{\text{общая стоимость производственного оборудования}}.$$

Одной из форм научно-технического прогресса является *модернизация* действующего на предприятиях оборудования. *Модернизацией* называют совершенствование оборудования посредством внесения в их конструкцию

частичных изменений, что приводит к повышению технического уровня и улучшению экономических показателей данного оборудования. Размеры модернизации характеризуются количеством единиц модернизированного оборудования за отчетный период.

Существует несколько направлений научно-технического прогресса. Одним из них является *электрификация промышленного производства*. Электрификация в промышленности осуществляется с помощью электроэнергии, используемой либо в качестве двигательной энергии, либо в качестве элемента технологического процесса. Количественно электрификация характеризуется следующими показателями:

- коэффициент электрификации по мощности

$$K_{\text{эл.мощ.}} = \frac{\text{мощность машин с электроприводом} + \text{мощность электроаппаратов}}{\text{суммарная мощность в производственном процессе}}$$

- коэффициент электрификации по энергии:

$$K_{\text{эл.эн.}} = \frac{\text{энергия, потребляемая электромоторами} + \text{энергия, потребляемая электроаппаратами}}{\text{суммарная энергия, потребляемая в производственном процессе}}$$

- коэффициент энерговооруженности труда:

$$K_{\text{эн.воор.}} = \frac{\text{количество потребляемой энергии}}{\text{затраты труда, человека-часов}}.$$

Другим направлением научно-технического прогресса является *механизация производственных процессов*. Под *механизацией* понимается замена физического труда человека работой машин и установок. Показатели, характеризующие степень механизации:

- сводный коэффициент механизации работ:

$$K_{\text{мех.раб.}} = \frac{\sum tq_m}{\sum tq}$$

где t - общая трудоемкость для механизированных и немеханизированных работ;

q_m - объем работ, выполненных механизированным способом;

q - общий объем выполненных работ.

- сводный коэффициент механизации труда;

$$K_{\text{мех.т.р.}} = \frac{\sum T_m}{\sum T}$$

где T_m - количество труда, затраченного на механизированных работах,

T - все отработанное время.

В результате использования новой техники происходит прирост прибыли предприятия, снижается себестоимость выпускаемой продукции, снижаются затраты труда на единицу продукции. Определить эффект от внедрения новой техники можно при помощи следующих показателей:

- прирост прибыли от выпуска и использования новой техники:

$$\Delta\Pi_t = (P_t - C_t) \times q_t - (P_1 - C_1) \times q_1,$$

где P_t и P_1 - оптовая цена без НДС в году t и текущем году соответственно;

C_t и C_1 - себестоимость производства единицы продукции в году t и текущем году соответственно;

q_t и q_1 - объем производства продукции в году t и текущем году соответственно.

- снижение себестоимости от использования новой техники:

$$\Delta C = (C_1 - C_t) \times q_t$$

- сводный эффект от выпуска и использования новой техники:

$$\mathcal{E} = \sum \Delta\Pi_t - E_n \times \sum \Delta K_t,$$

где $\sum \Delta\Pi_t$ - прирост прибыли от всех модернизаций по плану новой техники в году t ;

E_n - нормативный коэффициент эффективности новой техники;

$\sum \Delta K_t$ - капитальные вложения (единовременные затраты на все мероприятия по внедрению новой техники в году t).

- относительное высвобождение численности промышленно-производственного персонала:

$$\Delta r_t = \frac{(T_1 - T_t) \times q_t}{T_\phi},$$

где T_1 и T_t - затраты труда на единицу продукции в трудовом или стоимостном выражении до внедрения новой техники и после внедрения соответственно;

T_ϕ - фонд рабочего времени одного рабочего (дней);

q_t - объем производства новой техники в году t в натуральных единицах.

Рассмотрим на примере расчет эффекта от внедрения новой техники. В таблице приведены данные о производстве двух видов продукции до внедрения и после внедрения новой техники в результате капитальных вложений $\sum \Delta K_t = 500$ тыс. руб.:

| Виды продукции | До внедрения новой техники | | | После внедрения новой техники | | |
|----------------|----------------------------|------------|-------------|-------------------------------|------------|-------------|
| | Себестоимость, руб. | Цена, руб. | Кол-во, шт. | Себестоимость, руб. | Цена, руб. | Кол-во, шт. |
| 1 | 100 | 120 | 15000 | 95 | 120 | 15000 |
| 2 | 210 | 230 | 30000 | 200 | 220 | 31000 |

Определим прирост прибыли от внедрения новой техники.

для продукции 1:

$$\Delta \Pi_{t1} = (120 - 95) \times 15000 - (120 - 100) \times 15000 = 75 \text{ тыс.руб.}$$

для продукции 2:

$$\Delta \Pi_{t2} = (220 - 200) \times 31000 - (230 - 210) \times 30000 = 20 \text{ тыс.руб.}$$

Этот прирост произошел из-за снижения себестоимости и увеличения выпуска продукции. Снижение цены на продукцию 2, однако, привело к некоторому уменьшению прибыли.

Снижение себестоимости от использования новой техники:

для продукции 1: $\Delta C = (100 - 95) \times 15000 = 75 \text{ тыс.руб.}$

для продукции 2: $\Delta C = (210 - 200) \times 31000 = 310 \text{ тыс.руб.}$

Сводный эффект от использования новой техники:

$$\Xi = (75 + 20) - 0,15 \times 500 = 20 \text{ тыс.руб.}$$

16. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ СЕБЕСТОИМОСТИ ПРОДУКЦИИ

Себестоимость продукции (работ, услуг) представляет собой стоимостную оценку используемых в процессе производства продукции (работ, услуг) природных ресурсов, сырья, материалов, топлива, энергии, основных фондов, трудовых ресурсов и других затрат на ее производство и реализацию. Себестоимость является основой определения цен на продукцию. Снижение ее приводит к увеличению суммы прибыли. Чтобы добиться снижения

себестоимости, надо знать ее состав, структуру и факторы ее динамики. Это и является предметом статистического изучения при анализе себестоимости.

Для изучения себестоимости применяют основные статистические методы:

- метод группировок используется при исследовании структуры себестоимости продукции по элементам и по статьям затрат. Группировка по элементам позволяет судить об объеме расхода сырья, материалов, топлива, энергии и т.д. и представляет собой группировку расходов независимо от места их возникновения. Группировка по статьям калькуляции дает возможность выявить затраты на отдельных участках производства и тем самым вклад каждого участка в себестоимость продукции.
- метод средних и относительных величин применяют при вычислении средних уровней себестоимости для однородной продукции, при изучении динамики и структуры себестоимости.
- графический метод помогает наглядно представить структуру себестоимости, происходящие в ней изменения, а также динамику ее составных частей.
- индексный метод необходим для сводной характеристики динамики себестоимости товарной продукции.

Имея данные о себестоимости единицы изделия за предыдущий период (Z_0), по плановым расчетам ($Z_{пл}$) и за отчетный период (Z_1), можно дать общую характеристику степени выполнения планового задания по снижению себестоимости и ее динамики по следующим формулам:

➤ *индекс планового задания:* $i_{пл.зад.} = \frac{Z_{пл.}}{Z_0}$;

➤ *индекс выполнения планового задания:* $i_{вып.пл.} = \frac{Z_1}{Z_{пл.}}$;

➤ *индекс динамики:* $i_d = \frac{Z_1}{Z_0}$.

Перечисленные индексы взаимосвязаны: $i_d = i_{вып.пл.} \cdot i_{пл.зад.}$

Общая сумма перерасхода (экономии) от изменения себестоимости изделия определяется по формуле:

$$\Delta Z_{факт} = (Z_1 - Z_0) \cdot q_1.$$

Вычтя из фактической экономии плановую, получим *сверхплановую экономию (перерасход)*:

$$\Delta Z_{\text{сверхпл.}} = (Z_1 - Z_0) \cdot q_1 - (Z_{\text{пл.}} - Z_0) \cdot q_{\text{пл.}}$$

Рассмотрим расчет этих индексов на примере. Допустим, что на швейной фабрике пошив одной куртки должен обходиться по плановым расчетам в 120 руб., фактически она обходится в 129 руб., в предыдущем периоде – 125 руб.; сшито курток фактически 250 штук, планировалось 300 штук.

Определяем индивидуальные индексы себестоимости:

Индекс планового задания:

$$i_{\text{пл.зад.}} = \frac{Z_{\text{пл.}}}{Z_0} = \frac{120}{125} = 0,96 \text{ или } 96\%, \text{ т.е. планируется снижение на } 4\%.$$

Индекс выполнения планового задания:

$$i_{\text{вып.пл.}} = \frac{Z_1}{Z_{\text{пл.}}} = \frac{129}{120} = 1,075 \text{ или } 107,5\%, \text{ т.е. сверхплановый рост на } 7,5\%.$$

$$\text{Индекс динамики: } i_o = \frac{Z_1}{Z_0} = \frac{129}{125} = 1,032 \text{ или } 103,2\%, \text{ т.е.}$$

фактический рост на 3,2%.

Перечисленные индексы взаимосвязаны: $1,032 = 1,075 \cdot 0,96$

Таким образом, при плановом снижении себестоимости одной куртки фактически она возросла на 3,2%. В результате получен перерасход:

$$\Delta Z_{\text{факт}} = (Z_1 - Z_0) \cdot q_1 = (129 - 125) \cdot 250 = 1000 \text{ руб.}$$

Сверхплановый перерасход:

$$\begin{aligned} \Delta Z_{\text{сверхпл.}} &= (Z_1 - Z_0) \cdot q_1 - (Z_{\text{пл.}} - Z_0) \cdot q_{\text{пл.}} = \\ &= (129 - 125) \cdot 250 - (120 - 125) \cdot 300 = 2500 \text{ руб.} \end{aligned}$$

При изучении динамики себестоимости по группе предприятий, изготавливающих продукцию одного и того же вида, используются:

- индекс переменного состава: $i_{\text{пер.сост.}} = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_0} = \frac{\sum Z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum Z_0 q_0}{\sum q_0}$,
- индекс фиксированного состава: $i_{\text{фикс.сост.}} = \frac{\sum Z_1 q_1}{\sum Z_0 q_1}$,
- индекс влияния структурных сдвигов: $i_{\text{стр.сдв.}} = i_{\text{пер.сост.}} : i_{\text{фикс.сост.}}$.

Рассмотрим расчет этих индексов на примере следующих данных по условному шахтоуправлению, приведенных в таблице 12.

Индекс переменного состава:

$$i_{\text{пер.сост.}} = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_0} = \frac{\sum Z_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum Z_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{63908}{6260} : \frac{56250}{5500} = 0,9982.$$

Индекс фиксированного состава:

$$i_{\text{фикс.сост.}} = \frac{\sum Z_1 q_1}{\sum Z_0 q_1} = \frac{63908}{10,5 \cdot 2560 + 10,0 \cdot 3700} = 1,0004.$$

Индекс структурных сдвигов:

$$i_{\text{стр.сдв.}} = i_{\text{пер.сост.}} : i_{\text{фикс.сост.}} = \frac{0,9982}{1,0004} = 0,9978.$$

Таблица 12

| Шахта | Предыдущий год | | | Отчетный год | | | Индекс себестоимости |
|-------|---------------------|-------------------------|------------------------------|---------------------|-------------------------|------------------------------|----------------------|
| | Добыча угля, тыс.т. | Общие затраты, тыс.руб. | Себестоимость угля, тыс.руб. | Добыча угля, тыс.т. | Общие затраты, тыс.руб. | Себестоимость угля, тыс.руб. | |
| | q_0 | $q_0 Z_0$ | Z_0 | q_1 | $q_1 Z_1$ | Z_1 | i_z |
| 1 | 2500 | 26250 | 10,5 | 2560 | 27648 | 10,8 | 1,029 |
| 2 | 3000 | 30000 | 10,0 | 3700 | 36260 | 9,8 | 0,980 |
| итого | 5500 | 56250 | 10,227 | 6260 | 63908 | 10,209 | 0,998 |

Следовательно, снижение средней себестоимости 1 т угля в целом по двум шахтам обусловлено главным образом увеличением объема добычи на шахте 2, на которой в предыдущем году себестоимость была более низкой.

Часть 3.

ТЕОРИЯ ПРОВЕРКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ГИПОТЕЗ

Сформулируем принцип практической уверенности, лежащий в основе применения выводов и рекомендаций с помощью теории вероятностей и математической статистики.

Если вероятность некоторого события в данном статистическом испытании очень мала, то при однократном выполнении испытания можно быть уверенным в том, что данное событие не произойдет, и в практической деятельности вести себя так, как будто это событие вообще невозможно.

Определение. Статистической гипотезой называется любое предположение о виде или параметрах неизвестного закона распределения случайной величины.

Различают простую и сложную статистические гипотезы. Простая гипотеза, в отличие от сложной, полностью определяет теоретическую функцию распределения случайной величины.

Проверяемую гипотезу обычно называют нулевой (основной) и обозначают H_0 . Наряду с основной рассматривают альтернативную (конкурирующую) гипотезу H_1 , являющуюся логическим отрицанием нулевой. Нулевая и альтернативная гипотезы представляют собой две возможности выбора, осуществляемого в задачах проверки статистических гипотез.

Суть проверки статистической гипотезы заключается в следующем. По выборке (наблюдениям за некоторым процессом или явлением) определяют специальную выборочную (фактическую) характеристику (статистику), точное или приближенное распределение которой известно. Затем по этому распределению находят критическое (пороговое) значение, такое, что если основная гипотеза верна, то вероятность того, что фактическое значение статистики превышает пороговое, мала. Поэтому в соответствии с принципом практической уверенности это событие можно (с некоторым риском) считать практически невозможным. Таким образом, если в данном конкретном случае фактическое значение статистики превышает пороговое, то основная гипотеза отвергается. В противном случае (при появлении события «фактическое значение статистики не превышает порогового»)

основная гипотеза принимается (точнее, не отвергается), так как предполагается, что имеющиеся наблюдения не противоречат основной гипотезе.

Правило, по которому основную гипотезу принимают или отвергают, называют статистическим критерием или статистическим тестом.

Множество возможных значений статистики критерия разбивается на два непересекающихся подмножества: критическую область (область отклонения основной гипотезы) W и область допустимых значений (область принятия основной гипотезы) \overline{W} . Если фактическое значение статистики критерия попадает в критическую область W , то нулевую гипотезу отвергают. При этом возможны четыре случая.

| | | |
|------------------|---------------------|---------------------|
| Нулевая гипотеза | Принимается | Не принимается |
| Верна | Правильное решение | Ошибка первого рода |
| Неверна | Ошибка второго рода | Правильное решение |

Определение. Вероятность α допустить ошибку первого рода, т.е. отвергнуть основную гипотезу, когда она верна, называется уровнем значимости, или размером критерия.

Вероятность ошибки второго рода, т.е. принять основную гипотезу, когда она неверна, обозначают β .

Определение. Вероятность $(1 - \beta)$ не допустить ошибку второго рода, т.е. отвергнуть основную гипотезу, когда она неверна, называется мощностью критерия.

Вероятности ошибок первого и второго рода однозначно определяются выбором критической области. Очевидно, желательно сделать вероятности обеих ошибок как угодно малыми. Однако это – противоречивые требования: при фиксированном объеме выборки можно сделать как угодно малой лишь одну из вероятностей, что сопряжено с неизбежным увеличением другой.

Одновременное уменьшение α и β возможно только при увеличении объема выборки. Критическая область должна быть такой, чтобы при заданном уровне значимости α мощность критерия $(1 - \beta)$ была максимальной. Задача построения такой области решается с помощью следующей теоремы Неймана-Пирсона.

Теорема Неймана-Пирсона. Среди всех критериев заданного уровня значимости, проверяющих простую основную гипотезу против альтернативной, критерий отношения правдоподобия является наиболее мощным.

Используя данный критерий, можно найти такую постоянную C (или $\ln C = c$), что будет выполнено следующее условие: вероятность того, отношение правдоподобия превысит C , равная вероятности того, что логарифм отношения правдоподобия превысит c , будет равна заданному уровню значимости.

С помощью полученных постоянных определяется критическая область критерия и его мощность.

В зависимости от вида конкурирующей гипотезы выбирают правостороннюю, левостороннюю или двустороннюю критическую область. Для правосторонней критической области уровень значимости равен вероятности того, что фактическое значение критерия располагается правее порогового значения, для левосторонней гипотезы уровень значимости равен вероятности того, что фактическое значение критерия располагается левее порогового значения. Для двусторонней области вероятность того, что фактическое значение окажется правее порогового, равна вероятности того, что фактическое значение статистики окажется левее порогового. Каждая из таких вероятностей равна половине уровня значимости.

Принцип проверки статистической гипотезы не дает логического доказательства ее верности или неверности. Принятие основной гипотезы в

сравнении с альтернативной не означает, что мы уверены в абсолютной справедливости основной гипотезы, или что высказанное в ней утверждение является наилучшим, единственно правильным. Просто основная гипотеза не противоречит имеющимся выборочным данным. Таким же свойством наряду с гипотезой H_0 могут обладать и другие гипотезы. Более того, возможно, что при увеличении объема выборки либо при испытании гипотезы H_0 против другой альтернативной гипотезы H_2 (вместо H_1) гипотеза H_0 будет отвергнута. Таким образом, принятие основной гипотезы H_0 следует расценивать не как раз и навсегда установленный, абсолютно верный, содержащийся в ней факт, а лишь как достаточно правдоподобное, не противоречащее опыту утверждение.

В описанной выше схеме проверка гипотез основывается на предположении об известном законе распределения генеральной совокупности. Критерии проверки таких гипотез называются параметрическими. Если закон распределения генеральной совокупности неизвестен, то соответствующие критерии называются непараметрическими. Непараметрические критерии обладают значительно меньшей мощностью, чем параметрические. Это означает, что для обеспечения той же мощности при использовании непараметрического критерия по сравнению с параметрическим нужно иметь значительно больший объем наблюдений.

По своему прикладному содержанию статистические гипотезы можно разделить на несколько типов:

- о равенстве числовых характеристик генеральных совокупностей;
- о числовых значениях параметров;
- о законе распределения;
- об однородности выборок;
- о стохастической независимости элементов выборки.

КОНТРОЛЬНЫЕ-ТЕСТЫ

Контрольная работа №1

1. Вариационный ряд – это:

а) ранжированный ряд вариантов; б) ранжированный ряд вариантов с весами; в) сгруппированный ряд вариантов с весами.

2. Формула Стерджеса – это формула для а) определения частоты; б) определения числа интервалов; в) определения среднего значения.

3. Вариационный ряд содержит 1000 наблюдений. Число интервалов в этом ряду (округлено до целого):

а) 5; б) 7; в) 10; г) 11; д) 15.

4. Вариационный ряд состоит из 300 наблюдений и разбит на 10 интервалов. Частоты интервалов равны. Определить частоты интервалов, накопленные частоты и накопленные частоты интервалов.

5. Построить полигон для ряда, в котором значение варианта x_i – это

число сделок на фондовой бирже за квартал, $n = 400$ - число инвесторов:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|----|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | | | | | | | 0 | 1 |
| | 1 | 9 | 7 | 3 | 2 | 1 | | | | | | | | | 2 |
| | 46 | 7 | 3 | 4 | 3 | 0 | | | | | | | | | |

6. Построить гистограмму, полигон и кумуляту для ряда, в котором x_i

- месячный доход жителя региона (руб); $n = 1000$ - число жителей

| | Мене е 500 | 500- 1000 | 1000 -1500 | 1500 -2000 | 2000 -2500 | Свыш е 2500 |
|--|---------------|--------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| | 58 | 96 | 239 | 328 | 147 | 132 |

7. Для вариационного ряда из предыдущего пункта определить среднюю арифметическую, моду, медиану, квартили Q_1 и Q_3 , квартильное отклонение.

8. Вариационный размах – это: а) $R = x_{\max} - x_{\min}$; б)

$$R = (x_{\max} - x_{\min}) / \bar{x}; \quad \text{в) } R = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{\bar{x}} \cdot 100.$$

9. Коэффициент осцилляции – это: а) $R = x_{\max} - x_{\min}$; б)

$$R = (x_{\max} - x_{\min}) / \bar{x}; \quad \text{в) } R = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{\bar{x}} \cdot 100.$$

10. Среднее линейное отклонение – это: а) $d = \frac{\sum_{i=1}^m |x_i - \bar{x}| n_i}{n}$; б)

$$d = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) n_i}{n}; \quad \text{в) } d = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})}{n}.$$

11. Дисперсия вариационного ряда – это: а) $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}$; б)

$$s^2 = \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 \omega_i; \quad \text{в) } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 n_i^2}{n}.$$

12. Коэффициент вариации – это: а) $\tilde{v} = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}}}{\bar{x}} \cdot 100$; б)

$$\tilde{v} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n}}{\bar{x}} \cdot 100; \quad \text{в) } \tilde{v} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) n_i}{n}\right)^2}}{\bar{x}} \cdot 100.$$

13. Имеются данные о средних и дисперсиях производительности труда рабочих, разделенных на две группы – работающих на старом (I) и работающих на новом (II) оборудовании:

| Группа тех | Число рабочих | Средняя производительность в группе (единиц за смену) | Дисперсия производительности |
|---------------|------------------|--|---------------------------------|
|---------------|------------------|--|---------------------------------|

| | | | |
|---|----|-------|--------|
| | 30 | 82,47 | 565,13 |
| I | 70 | 93,35 | 226,71 |

Вычислить общую дисперсию по правилу сложения дисперсий.

14. Коэффициент асимметрии – это: а) $\tilde{A} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^3 n_i}{ns^3}$; б) $\tilde{A} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^3 n_i}{n}$; в) $\tilde{A} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^3 n_i^3}{ns^3}$.

15. Коэффициент эксцесса – это: а) $\tilde{E} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^4 n_i}{ns^4}$; б) $\tilde{E} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^4 n_i}{ns^4} - 3$; в) $\tilde{E} = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^4 n_i^4}{ns^4} - 3$

Контрольная работа №2

1. Выборочное наблюдение применяют в тех случаях, когда

а) проведение сплошного наблюдения невозможно; б) проведение сплошного наблюдения экономически нецелесообразно; в) не принят закон, разрешающий сплошное наблюдение; г) применяют всегда.

2. Существуют следующие методы отбора: а) повторный; б) бесповторный; в) вариационный; г) альтернативный.

3. Несмещенной и состоятельной оценкой генеральной средней является.....

4. Несмещенной и состоятельной оценкой генеральной доли является.....

5. Выборочная дисперсия – это..... иоценка генеральной дисперсии.

6. Средняя ошибка репрезентативности для средней – это а)

$\mu_{\bar{x}_0} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$; б) $\mu_{\bar{x}_0} = \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$; в) $\mu_{\bar{x}_0} = \sqrt{\frac{s}{n}}$; г) $\mu_{\bar{x}_0} = \frac{s^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)$;

д) $\mu_{\bar{x}_0} = \sqrt{\frac{s^2}{N} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$.

7. Средняя ошибка репрезентативности для доли – это

а) $\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$; б) $\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{N} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$; в)

$\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$; г) $\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{N}}$; д) $\mu_p = \frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)$.

8. В пунктах 7-8 : n -; N -

.....; s^2 -; \bar{x}_0 -; p -; w -

9. Предельная ошибка для средней –

это.....

10. Предельная ошибка для доли –

это.....

11. Средняя ошибка репрезентативности для малой выборки - это а)

$\mu_{me} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$; б) $\mu_{me} = \sqrt{\frac{s^2}{n-1}}$; в) $\mu_{me} = \sqrt{\frac{s^2}{N}}$.

12. Объем выборки для средней определяется по формуле: а)

$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_{x_0}^2}$; б) $n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{N \Delta_{x_0}^2 + t^2 \sigma^2}$; в) $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_{x_0}^2 + t^2 \sigma^2}$; г) $n = \frac{t^2 \sigma}{\Delta_{x_0}^2}$; д)

$n = \frac{\sigma^2 N}{N \Delta_{x_0}^2 + \sigma^2}$.

13. Объем выборки для доли определяется по формуле: а)

$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_p^2}$; б) $n = \frac{t^2 w^2}{\Delta_p^2}$; в) $n = \frac{t^2 w(1-w)N}{N \Delta_p^2 + t^2 w(1-w)}$; г)

$n = \frac{t^2 w^2 N}{N \Delta_p^2 + t^2 w^2}$; д) $n = \frac{t^2 w(1-w)N}{N \Delta_p^2}$.

14. В АО «Прогресс» работает 3000 человек. Методом случайной бесповторной выборки обследовано 1000 человек, из которых 820 выполняли и перевыполняли дневную норму выработки. Определить: 1) долю рабочих, не выполняющих норму выработки, по данным выборочного обследования; 2) долю всех рабочих акционерного общества, не выполняющих норму (с вероятностью 0,954).

15. Сколько фирм необходимо проверить налоговой инспекции района, чтобы ошибка доли фирм, несвоевременно уплачивающих налоги, не превысила 5%? По данным предыдущей проверки, доля таких фирм составила 32%. Доверительную вероятность принять равной 0,954.

16. Из партии электроламп произведена малая выборка (отбор случайный, бесповторный) для определения продолжительности службы ламп. Результаты выборки следующие:

| | | | | | | | | | | |
|-------------------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| № лампы | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Срок горения, час | 1450 | 370 | 250 | 400 | 360 | 420 | 400 | 320 | 300 | 430 |

Определить:

1) доверительные интервалы, в которых заключена средняя продолжительность службы ламп для всей партии, гарантируя результат с вероятностью 0,99;

2) вероятность того, что средний срок службы ламп для всей партии отличается от полученного по выборке не более, чем на 40 часов.

Контрольная работа №3

1. В эконометрике выделяют следующие виды взаимосвязей: а)

функциональная; б) полуфункциональная; в) корреляционная; г) факторная; д) результативная; е) порочащая.

2. Взаимосвязи разделяют на: а) прямые и

.....; б)

..... и нелинейные; в) парные и

.....; г) слабые и

.....; д) непосредственные,

..... и

3. Построить корреляционное поле по следующей таблице, определит

групповые средние, выдвинуть предположение о наличии и виде

взаимосвязи:

| X | 0 – 4,5 | 4,5 – 9 | 9 – 13,5 | 13,5 – 18 | 18 – 22,5 | Итого |
|-----------|---------|---------|----------|-----------|-----------|-------|
| Y | | | | | | |
| 0 -1,4 | 4 | 1 | - | - | - | 5 |
| 1,4 – 2,8 | 4 | 2 | - | - | - | 6 |
| 2,8 – 4,2 | 2 | 8 | 1 | - | - | 11 |
| 4,2 – 5,6 | - | 1 | 20 | 4 | - | 25 |
| 5,6 – 7 | - | - | 3 | 3 | 3 | 9 |

| | | | | | | |
|---------|----|----|----|---|---|----|
| 7 – 8,4 | - | - | - | 1 | 3 | 4 |
| Итого | 10 | 12 | 24 | 8 | 6 | 60 |

4. Коэффициент Фехнера – это: а) $K = \frac{n_a \cdot n_b}{n_a + n_b}$; б) $K = \frac{n_a + n_b}{n_a - n_b}$; в)

$$K = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}; \text{ г) } K = \frac{n_a - n_b}{n_a \cdot n_b}; \text{ д) } K = 1 - \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}$$

5. Коэффициент Спирмена – это а) $\rho = \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}$; б)

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)}; \text{ в) } \rho = 1 - 6 \sum_{i=1}^n d_i^2; \text{ г) } \rho = \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} - 1; \text{ д)}$$

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n}.$$

6. Линейный коэффициент корреляции – это: а)

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{nS_x S_y}; \text{ б) } r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}{nS_x S_y}; \text{ в)}$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{nS_x^2 S_y^2}.$$

7. Ряд динамики – это: а) временной ряд; б) звуковой ряд; в)

хронологический ряд; г) ряд динамиков.

8. К абсолютным показателям ряда динамики относятся: а) суммарный прирост; б) абсолютный прирост; в) темп роста; г) ритм роста; д)

темпа прироста; е) прирост темпа; ж) абсолютное значение одного процента прироста.

9. Средний уровень интервального ряда – это
средняя: (записать формулу)
10. Средний уровень моментного ряда с равными промежутками – это
средняя: (записать формулу)
11. Средний уровень моментного ряда с неравными промежутками – это
средняя: (записать формулу)
12. Количество дорожно-транспортных происшествий (ДТП), совершенных водителями в регионе, увеличилось в 2000 г. по сравнению с 1995 г. на 2 тыс., или на 4%; в 2005 г. по сравнению с 2000 г. их число возросло на 30%, а в 2006 г. по сравнению с 2005 г. - на 2%. Определите количество ДТП в 1995, в 2000, в 2005 и в 2006 гг.
13. Численность населения региона возросла за период с 01.01.2003 по 01.01.2005 г. на 4,2%, при этом удельный вес мужского населения за этот период увеличился с 42,1 до 44,3%. Определить показатели динамики численности мужского и женского населения региона.
14. Рассчитать индивидуальные индексы i_p , i_q , i_Q , определить изменение товарооборота под влиянием изменения цены и количества товара по первому подходу для данных таблицы:

| | Цена p (руб) | Количество товара q (тыс. шт) | Товарооборот Q (млн. руб) |
|--------------|----------------|------------------------------------|--------------------------------|
| Базисный год | 40 | 200 | 8,0 |
| Отчетный год | 58 | 210 | 12,18 |

15. В отчетном году было реализовано товара A на 300 млн руб., товара B - на 5 млрд руб., товара B - на 412 млн руб., товара Γ - на 143 млн руб. Исчислите общий индекс цен на все товары, если известно, что

цены на товар *A* были снижены на 4%, на товар *B* остались без изменения, а на товары *B* и *Г* повысились на 3 и 10% соответственно.

Контрольная работа №4

16. Индекс переменного состава производительности труда – это: а)

$$I_{Wn.c.} = \frac{\sum t_1 q_1 / \sum q_1}{\sum t_0 q_0 / \sum q_0}; \text{ б) } I_{Wn.c.} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}; \text{ в) } I_{Wn.c.} = \frac{\sum q_1}{\sum q_0}.$$

17. Индекс фиксированного состава производительности труда – это: а)

$$I_{W\phi.c.} = \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}; \text{ б) } I_{W\phi.c.} = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}; \text{ в) } I_{W\phi.c.} = \frac{\sum t_0}{\sum t_1}.$$

18. Индекс структурных сдвигов производительности труда – это: а)

$$I_{Wcmp.c\phi\epsilon} = \frac{I_{Wn.c.}}{I_{W\phi.c.}}; \text{ б) } I_{Wcmp.c\phi\epsilon} = I_{Wn.c.} \cdot I_{W\phi.c.}; \text{ в) } I_{Wcmp.c\phi\epsilon} = \frac{1}{I_{Wn.c.} \cdot I_{W\phi.c.}}.$$

19. В пунктах 1)-3): t_0 -

.....; t_1 -

q_0 -

.....; q_1 -

20. Индекс переменного состава заработной платы – это: а)

$$I_{n.c.} = \frac{\sum X_1 T_1 / \sum T_1}{\sum X_0 T_0 / \sum T_0}; \text{ б) } I_{n.c.} = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum X_0 T_0}; \text{ в) } I_{n.c.} = \frac{\sum T_1}{\sum T_0}.$$

21. Индекс фиксированного состава заработной платы – это: а)

$$I_{\phi.c.} = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum X_0 T_1}; \text{ б) } I_{\phi.c.} = \frac{\sum X_1 T_1}{\sum X_0 T_1}; \text{ в) } I_{\phi.c.} = \sum X_1 T_1 \cdot \sum X_0 T_1.$$

22. В пунктах 5)-6): X_0 -

.....; X_1 -

T_0 -

.....; T_1 -

23. Статистическая гипотеза – это любое предположение о

24. Проверяемая гипотеза – этогипотеза.
 Обозначается
25. Наряду
 с.....рассматривают.....
 Обозначается.....
26. Для проверки статистической гипотезы по
определяют.....с
 законом распределения. Полученное значение
 сравнивают с
 Гипотезу.....принимают,
 если.....
27. Статистический критерий –
 это.....
28. Область отклонения основной гипотезы – это
область. Она бывает
,
 и

29. Ошибка первого рода α – это

 Она
 называется.....
30. Ошибка второго рода β –
 это.....
31. Мощность критерия – это: а) $1 - \beta$; б) $1 - \alpha$; в) $\alpha - \beta$; г) $\beta - \alpha$.
32. Наиболее мощным критерием является (в соответствии с теоремой
) критерий
 отношения.....
33. Для проверки эффективности новой технологии отобраны две
 группы рабочих: в первой группе (численностью $n_1=50$ чел), где
 применялась новая технология, выборочная средняя выработка
 составила $\bar{x}_1=85$ (изделий); во второй группе (численностью $n_2=70$
 чел), где не применялась новая технология, выборочная средняя

выработка составила $\bar{x}_2 = 78$ изделий. Предварительно

было установлено, что дисперсии выработки в группах равны

$\sigma_1^2 = 100$ и $\sigma_2^2 = 74$. На уровне значимости $\alpha = 0,05$ выяснить

влияние новой технологии на среднюю производительность.

34. В рекламе утверждается, что месячный доход по акциям A превышает доход по акциям B более, чем на 0,3% (или на 0,003). В течение годового периода средний месячный доход по акциям B составил 0,5%, а по акциям A – 0,65%. Средние квадратические отклонения составили соответственно 1,9% и 2,0%. Полагая распределение доходности по каждому виду акций нормальными, на уровне значимости 0,05 проверить утверждение, содержащееся в рекламе.
35. Для проверки качества обслуживания покупателей в двух супермаркетах сети были опрошены соответственно 200 и 300 покупателей. Необходимо было выбрать один из двух вариантов ответа: «удовлетворительно» или «неудовлетворительно». В первом супермаркете «удовлетворительно» выбрали 135 человек. Во втором – 155 человек. На уровне значимости 5% проверить гипотезу об отсутствии существенных различий в уровне обслуживания покупателей.
36. Из 100 телевизоров одной фирмы обратно в магазин по гарантии было сдано 10, из 150 телевизоров второй фирмы было сдано – 8, из 300 телевизоров третьей фирмы сдано 20, из 260 телевизоров четвертой фирмы сдано 5. На уровне значимости 10% проверить гипотезу об отсутствии существенных различий в качестве телевизоров различных фирм.
37. Статистика χ^2 -Пирсона используется для проверки гипотезы: а) о равенстве средних; б) о равенстве долей; в) о законе распределения.
38. Статистика χ^2 -Пирсона имеет вид: а) $\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{n_i - Np_i}{Np_i}$; б)
- $$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - Np_i)^2}{Np_i}; \text{ в) } \chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - Np_i)^2}{N}.$$
39. В пункте 24): p_i -; n_i -
.....; N -
.....
40. Критерий Колмогорова используется для проверки гипотезы: а) о равенстве средних; б) о равенстве долей; в) о законе распределения.

41. Статистика Колмогорова имеет вид: а)
 $\lambda = \max |F_n(x) - F(x)|$; б) $\lambda = \max |F_n(x) - F(x)| \cdot N$; в)
 $\lambda = \max |F_n(x) - F(x)| \cdot \sqrt{N}$.
42. В пункте 27): $F_n(x)$ -; $F(x)$
 -
43. Критерий Колмогорова-Смирнова используется для проверки гипотезы: а) о равенстве средних; б) о равенстве долей; в) о законе распределения; г) об однородности выборок.
44. Статистика критерия Колмогорова-Смирнова имеет вид: а)
 $\lambda' = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \cdot \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|$; б)
 $\lambda' = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \cdot \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|$; в)
 $\lambda' = \left(\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \cdot \max |F_{n_1}(x) - F_{n_2}(x)|$. Здесь: n_1, n_2 -
; $F_{n_1}(x), F_{n_2}(x)$ -

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

ПРОГРАММА ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

Тема 1. Статистика как наука: предмет, методология, задачи

Развитие статистической науки. Предмет статистики, ее задачи и методология. Структура статистической науки. Организация статистики в России.

Тема 2. Статистическое наблюдение

Формирование информационной базы статистического исследования. Программно-методологические и организационные вопросы статистического наблюдения. Виды статистического наблюдения. Ошибки наблюдения и контроль.

Тема 3. Группировка статистических данных и ее роль в анализе информации

Виды и задачи статистических группировок. Статистические таблицы, графическое представление статистических данных.

Тема 4. Статистические величины

Абсолютные и относительные величины. Степенные и структурные средние величины. Методы их расчета.

Тема 5. Статистические ряды распределения

Вариация признака в совокупности. Графическое изображение вариационного ряда. Показатели центра распределения, вариации. Изучение формы распределения.

Тема 6. Выборочный метод статистических исследований

Понятие о выборочном исследовании. Формы организации выборочного наблюдения. Ошибка выборки. Определение необходимой численности выборки. Способы распространения характеристик выборки на генеральную совокупность.

Тема 7. Корреляционно-регрессионный анализ

Понятие о корреляционной связи. Статистические методы выявления корреляционной связи между двумя признаками. Показатели тесноты корреляционной связи. Уравнение регрессии.

Тема 8. Ряды динамики

Понятие о статистических рядах динамики. Виды рядов динамики. Правила построения рядов динамики. Статистические показатели динамики социально-экономических явлений. Средние характеристики ряда динамики. Выявление и характеристика основной тенденции развития. Изучение сезонных колебаний. Анализ взаимосвязи рядов данных.

Тема 9. Индексный метод

Общее понятие об индексах, виды индексов. Индивидуальные индексы. Общие индексы. Использование индексов в экономическом анализе и макроэкономических исследованиях

Тема 10. Статистические показатели продукции.

Стоимостный учет. Валовой оборот. Валовая продукция. Товарная продукция. Реализованная продукция.

Тема 11. Статистические показатели трудовых ресурсов.

Трудоустройство и занятость населения. Экономически активное население. Экономически неактивное население. Среднесписочная численность работников. Рабочее время. Виды фондов времени. Коэффициенты использования фондов времени.

Тема 12. Статистические показатели производительности труда.

Производительность труда. Выработка. Трудоемкость. Показатели выработки. Индекс переменного состава производительности труда, индекс фиксированного состава производительности труда, индекс структурных сдвигов.

Тема 13. Статистические показатели оплаты труда.

Средняя месячная заработная плата. Средняя часовая заработная плата. Индекс переменного состава заработной платы. Индекс фиксированного состава заработной платы. Индекс структурных сдвигов.

Тема 14. Статистические показатели основных фондов.

Основные фонды и задачи их статистического исследования. Показатели наличия основных фондов. Методы их оценки. Показатели состояния и динамики основных фондов. Баланс основных фондов. Показатели использования основных фондов: фондоотдача, фондоемкость и фондовооруженность.

Тема 15. Статистические показатели научно-технического прогресса.

Коэффициент обновления производственного аппарата. Электрификация промышленного производства и ее показатели. Механизация производственных процессов и ее показатели. Эффект от внедрения новой техники и модернизации.

Тема 16. Статистические показатели себестоимости продукции.

Статистические методы, применяемые для изучения себестоимости. Индекс планового задания. Индекс выполнения планового задания. Индекс динамики. Экономия (перерасход) и сверхплановая экономия (перерасход) от изменения себестоимости. Индекс переменного состава. Индекс фиксированного состава. Индекс структурных сдвигов.

Тема 17. Основы проверки статистических гипотез.

Принцип практической уверенности. Общая схема проверки статистических гипотез. Статистические критерии. Гипотезы о равенстве числовых характеристик генеральных совокупностей, о числовых значениях параметров, о законе распределения, об однородности выборок, о стохастической независимости элементов выборки.

Приложение 2

ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Задание 1

Значения процента ставок по межбанковским кредитам по торговым дням, представлены в виде таблицы:

| торговый день | | | | | | | | |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 19,88 | 19,50 | 19,20 | 18,29 | 18,00 | 17,30 | 17,29 | 17,25 | 17,43 |

Решение:

1. Простая средняя арифметическая определяется :

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n};$$

$$\bar{X}_{np} = \frac{19,88 + 19,50 + \dots + 17,25 + 17,43}{9} = 18,24.$$

Для определения медианы необходимо представить ряд в виде упорядоченной последовательности значений:

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 19,88 | 19,50 | 19,20 | 18,29 | 18,00 | 17,30 | 17,29 | 17,25 | 17,43 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|

Медиана – величина признака, которая делит упорядоченную последовательность значений на две равные по численности части. Следовательно, $Me = 18,00$.

Дисперсию определяем по формуле: $D = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$;

$$D = \frac{(19,88 - 18,24)^2 + (19,50 - 18,24)^2 + \dots + (17,43 - 18,24)^2}{9} = 1,09$$

Размах вариации – это разница между максимальным и минимальным значениями. Следовательно:

$$H = 19,88 - 17,25 = 2,63.$$

2. Средний уровень ряда равен средней арифметической: $\bar{X} = 18,24$.

Определяем средний абсолютный прирост:

$$\bar{\pi} = \bar{\pi}_{\text{баз}} : (n - 1);$$

$$\bar{\pi} = (17,43 - 19,88) / (9 - 1) = -0,31.$$

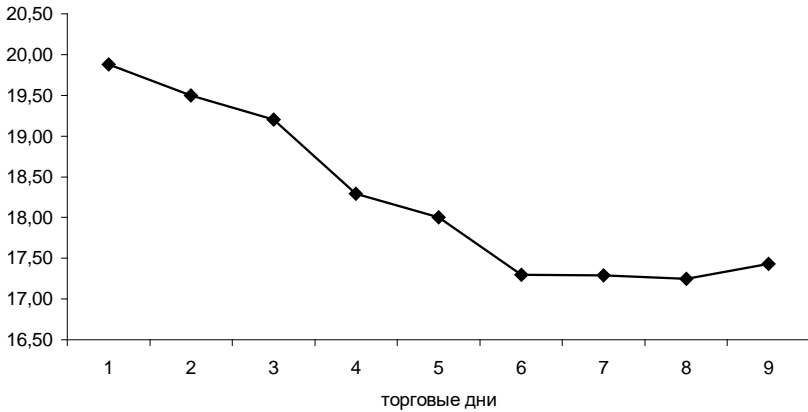
Средний темп роста определяется: $\bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100$; $\bar{K}_p = \sqrt[n-1]{K_{\text{баз}}}$;

$$\bar{T}_p = \sqrt[9-1]{17,43 / 19,88} = 0,4 \cdot 100 = 40\%.$$

Определяем средний темп прироста: $\bar{T}_{np} = \bar{T}_p - 100$;

$$\bar{T}_{np} = 40 - 100 = -60\% \text{ за торговый день.}$$

3. Строим линейную диаграмму:



Проверим ряд на наличие тренда при помощи метода средних. Для этого разобьем ряд на три интервала, для каждого из которых определим среднее значение:

$$\bar{X}_1 = (19,88 + 19,50 + 19,20) / 3 = 19,53;$$

$$\bar{X}_2 = (18,29 + 18,00 + 17,30) / 3 = 17,86;$$

$$\bar{X}_3 = (17,29 + 17,25 + 17,43) / 3 = 17,32.$$

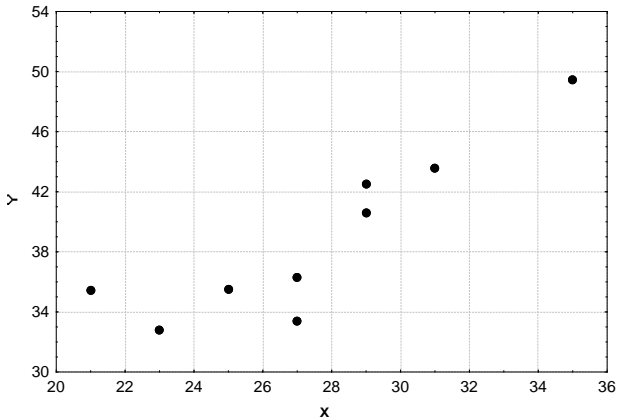
Средние, рассчитанные для каждого из интервалов, уменьшаются, следовательно, можно сделать предположение о том, что тренд является убывающим, что и подтверждается линейной диаграммой.

Задание 2Исходные данные:

| | | | | | | | | | |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| X | 27,0 | 35,0 | 29,0 | 25,0 | 27,0 | 31,0 | 29,0 | 21,0 | 23,0 |
| Y | 33,36 | 49,46 | 40,59 | 35,50 | 36,25 | 43,56 | 42,50 | 35,40 | 32,80 |

Решение:

Корреляционное поле для исходных данных выглядит следующим образом:



Определим линейный коэффициент корреляции по формуле:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})}{n \sigma_x \sigma_y}.$$

Рассчитываем требуемые составляющие:

$$\bar{X} = \frac{27 + 35 + 29 + 25 + 27 + 31 + 29 + 21 + 23}{9} = 27,44;$$

$$\bar{Y} = \frac{33,36 + 49,46 + 40,59 + \dots + 35,4 + 32,8}{9} = 38,82;$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(27 - 27,44)^2 + \dots + (23 - 27,44)^2}{9}} = 4,21;$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n}} = 5,56.$$

Тогда:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})}{n\sigma_x\sigma_y} = 0,78.$$

Определяем теоретическую линию регрессии $Y_{i, теор} = a_0 + a_1 X_i$ методом наименьших квадратов.

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - Y_{i, теор})^2 = \min .$$

Это требование выполняется при:

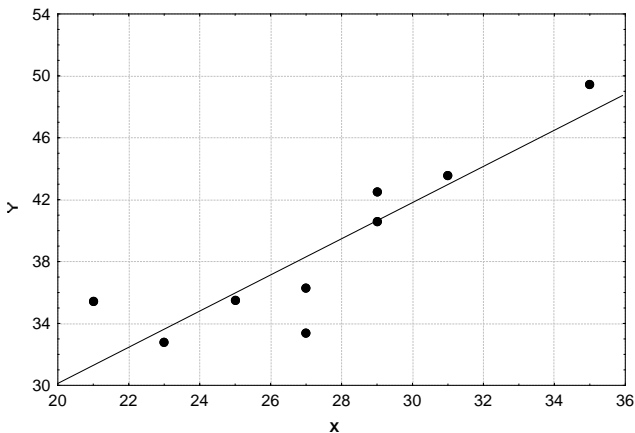
$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum X = \sum Y \\ a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 = \sum XY \end{cases}.$$

Подставляя данные, получаем:

$$\begin{cases} 9a_0 + 247a_1 = 349,42 \\ 247a_0 + 6921a_1 = 9755,84 \end{cases}.$$

Решив эту систему, получаем: $Y_{i, теор} = 60,77 + 1,16X$.

Представляем графически корреляционное поле и теоретическую линию регрессии:



Задание 3Исходные данные:

| Предприя- тие | БАЗИСНЫЙ ПЕРИОД ("0") | | ОТЧЕТНЫЙ ПЕРИОД ("1") | |
|------------------|--------------------------|------------------|-----------------------|------------------|
| | Цена за 1 кг, руб. | Продано, тонн | Цена за 1 кг, руб. | Продано, тонн |
| А | 4,50 | 500 | 4,90 | 530 |
| Б | 2,00 | 200 | 2,10 | 195 |
| В | 1,08 | 20 | 1,00 | 110 |

Решение:

Индекс – это показатель сравнения двух состояний одного и того же явления (простого или сложного, состоящего из соизмеримых или несоизмеримых элементов); включает 2 вида:

- ✓ Отчетные, оцениваемые данные ("1")
- ✓ Базисные, используемые в качестве базы сравнения ("0")

1) Найдем индивидуальные индексы по формулам:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}; \quad i_q = \frac{q_1}{q_0}; \quad i_Q = i_p \cdot i_q$$

где: p, q – цена, объем соответственно;

p_1, p_0 - цена отчетного, базисного периодов соответственно;

q_1, q_2 - объем физического товарооборота отчетного, базисного периодов соответственно;

Q – общий объем товарооборота по предприятиям.

- для величины p (цены) по каждому предприятию:

$$i_{pA} = \frac{p_{1A}}{p_{0A}} = \frac{4,90}{4,50} = 1,90$$

$$i_{pB} = \frac{p_{1B}}{p_{0B}} = \frac{2,10}{2,00} = 1,05$$

$$i_{pB} = \frac{p_{1B}}{p_{0B}} = \frac{1,00}{1,08} = 0,926$$

- для величины q (объема) по каждому виду товаров:

$$i_{qA} = \frac{q_{1A}}{q_{0A}} = \frac{530}{500} = 1,06$$

$$i_{qB} = \frac{q_{1B}}{q_{0B}} = \frac{195}{200} = 0,975$$

$$i_{qB} = \frac{q_{1B}}{q_{0B}} = \frac{110}{20} = 5,5$$

- для общего объема товарооборота Q :

$$i_{QA} = i_{qA} \cdot i_{pA} = 1,9 \cdot 1,06 = 2,014;$$

$$i_{QB} = i_{qB} \cdot i_{pB} = 1,05 \cdot 0,975 = 1,024;$$

$$i_{QB} = i_{qB} \cdot i_{pB} = 0,926 \cdot 5,5 = 5,093.$$

2) Найдем общие индексы (в агрегатной форме):

$$i_Q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{4,90 \cdot 530 + 2,10 \cdot 195 + 1,00 \cdot 110}{4,5 \cdot 500 + 2,00 \cdot 200 + 1,08 \cdot 20} = 1,18;$$

$$i_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{4,90 \cdot 530 + 2,10 \cdot 195 + 1,00 \cdot 110}{4,50 \cdot 530 + 2,00 \cdot 195 + 1,08 \cdot 110} = 1,12;$$

$$i_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{4,50 \cdot 530 + 2,00 \cdot 195 + 1,08 \cdot 110}{4,50 \cdot 500 + 2,00 \cdot 200 + 1,08 \cdot 20} = 1,05.$$

Можно сделать вывод, что увеличение общего объема товарооборота произошло из-за увеличения цены и увеличения количества продаж (физического объема товарооборота). Оба эти фактора повлияли на прирост товарооборота.

Задание 4

Исходные данные:

| Месяц | Годы | | | Итого за 3 года | В сред- нем за месяц | Индексы сезон- ности, % |
|--------------|---------|---------|---------|--------------------|----------------------------|-------------------------------|
| | 19..(1) | 19..(2) | 19..(3) | | | |
| Январь | 4600 | 2831 | 3232 | 10663 | 3554 | 90,3 |
| Февраль | 4366 | 3265 | 3061 | 10692 | 3564 | 90,6 |
| Март | 6003 | 3501 | 3532 | 13036 | 4345 | 110,5 |
| Апрель | 5102 | 2886 | 3350 | 11338 | 3779 | 96,1 |
| Май | 4595 | 3054 | 3652 | 11301 | 3767 | 95,8 |
| Июнь | 6058 | 3287 | 3332 | 12677 | 4226 | 107,4 |
| Июль | 5588 | 3744 | 3383 | 12715 | 4238 | 107,8 |
| Август | 4869 | 4431 | 3343 | 12643 | 4214 | 107,1 |
| Сентябрь | 4065 | 3886 | 3116 | 11067 | 3689 | 93,8 |
| Октябрь | 4312 | 3725 | 3114 | 11151 | 3717 | 94,5 |
| Ноябрь | 5161 | 3582 | 2807 | 11550 | 3850 | 97,0 |
| Декабрь | 6153 | 3598 | 3000 | 12751 | 4250 | 108,0 |
| В среднем | 5073 | 3482 | 3244 | | 3953 | 100,0 |

Сезонными колебаниями называют устойчивые внутригодовые колебания в ряду динамики. Они характеризуются индексами сезонности, совокупность которых на графике образует сезонную волну.

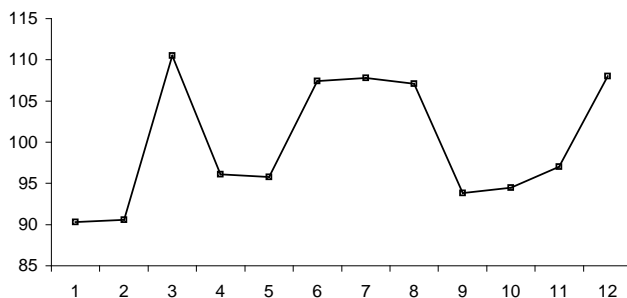
Воспользуемся следующей формулой расчета индексов сезонности:

$$i_{\text{сез}} = \frac{\bar{Y}_t}{Y_{\text{ср}}} ;$$

\bar{Y}_t - фактические (средние) данные по месяцам (среднемесячный результат, вычисленный за 3 года по одноименным месяцам);

$Y_{\text{ср}}$ - общая или постоянная средняя (среднемесячный уровень по 36-ти месяцам).

Теперь на основании полученных индексов сезонности построим график сезонности.



Вывод: Сезонность имела три волны подъема:

- главный – в марте;
- второй (слабее) – в июне-июле;
- третий – в декабре.

Уменьшение наблюдается:

- начале года (январь-февраль месяцы);
- второй половине весны (апрель-май);
- осенью (сентябрь-ноябрь)

Приложение 3

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная литература:

1. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: Учебник.- М.: ИНФРА-М, 1998.- 416 с

2.Харламов А.И., Башина О.Э., Бабурин В.Т. и др. Общая теория статистики: Статистическая методология в изучении коммерческой деятельности: Учебник / Под ред. А.А.Спирина, О.Э.Башиной.- М.: Финансы и статистика, 1994.- 296 с.

3.Экономическая статистика: Учебник / Под ред. Ю.Н.Иванова.- М.: ИНФРА-М, 1998.-480 с

4. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник.-М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006.-573 с.

Дополнительная литература

4.Адамов В.Е., Ильенкова С.Д., Сиротина Т.П. и др. Экономика и статистика фирм: Учебник / Под ред. Д-ра экон.наук, проф. С.Д.Ильенковой.- М.: Финансы и статистика, 1997.- 240 с

5.Статистический словарь / Госкомстат Российской Федерации.-М.: Финстатинформ, 1996.

6. Ефимова М.Р. Статистические методы управления производством.- М.: Финансы и статистика, 1988.

7. Российский статистический ежегодник.- М.: Госкомстат России, 1977.