

**Замотринский В.А., Шангина Л.И.**

# **УСТРОЙСТВА СВЧ И АНТЕННЫ**

Часть 1

**Устройства СВЧ**

Учебное пособие

**2012**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники

Замотринский В.А., Шангина Л.И.

# УСТРОЙСТВА СВЧ И АНТЕННЫ

## Часть 1

### Устройства СВЧ

Учебное пособие  
по дисциплине «Устройства СВЧ и антенны»,  
для направлений подготовки Радиотехника -210300,  
Телекоммуникации – 210400

2012

УДК 621.371(075.8) + 537.8(075.8)

Рецензенты:

Беличенко В.П. кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики Томского государственного университета

Коханенко А.П., д-р физ.-мат. наук, проф. каф. квантовой электроники и оптоинформатики Томск. гос. ун-та:

**Замотринский В.А., Шангина Л.И.**

Устройства СВЧ и антенны. Часть 1. Устройства СВЧ: Учебное пособие. – Томск: Томский университет систем управления и радиоэлектроники 2012. – 222 с.

В пособии содержится систематизированный материал общей теории электронных приборов СВЧ и содержит в достаточном объеме информацию, необходимую студентам радиотехнических специальностей вузов для того, чтобы составить себе достаточно ясное представление о линиях передачи и устройствах СВЧ. Материал изложен в доступной форме, но при этом достаточно строго, с использованием матричного аппарата математики. Может использоваться студентами дневных, вечерних и заочных факультетов для организации самостоятельной работы.

Пособие предназначено для студентов технических вузов, обучающихся по направлениям «Радиотехника»-210300; «Телекоммуникации». по дисциплине «Устройства СВЧ и антенны».

© Замотринский В.А., Шангина Л.И., 2012

©Томский гос. ун-т систем управления  
и радиоэлектроники, 2012.

## СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК ОСНОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ	6
ВВЕДЕНИЕ.....	7
1 СВОЙСТВА НАПРАВЛЯЮЩИХ ВОЛН.....	8
1.1 Определение направляющих систем.....	8
1.2 Связь между поперечными и продольными составляющими векторов электромагнитного поля.....	9
1.3 Условия распространения электромагнитных волн в направляющих системах. Критическая частота, критическая длина волны.....	11
1.4 Свойства и параметры электрических, магнитных и поперечных электромагнитных волн.....	12
1.5 Скорость распространения энергии и групповая скорость.....	14
1.6 Мощность, переносимая электромагнитными волнами по линии передачи. Предельная и допустимая мощности.....	16
1.7 Потери и затухание в линиях передачи.....	17
2 НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ.....	20
2.1 Прямоугольный волновод.....	21
2.1.1 Основные уравнения прямоугольного волновода.....	21
2.1.2 Основная волна прямоугольного волновода.....	25
2.1.3 Токи на стенках волновода.....	28
2.1.4 Передача энергии по прямоугольному волноводу.....	28
2.2 Волноводы круглого сечения.....	32
2.2.1 Основные уравнения круглого волновода.....	32
2.2.2 Диаграмма типов волн в круглом волноводе.....	37
2.2.3 Передача энергии по круглому волноводу.....	39
2.3 Коаксиальные линии передачи.....	41
2.3.1 Элементы теории распространения волн в коаксиальном кабеле.....	41
2.3.2 Параметры коаксиальной линии.....	43
2.3.3 Передача энергии по коаксиальной линии.....	45
2.4 Полосковые линии передачи.....	48
2.4.1 Общие сведения и конструктивные особенности.....	48
2.4.2 Структура поля и параметры полосковых линий.....	53
2.4.3 Передача энергии по полосковой линии.....	56
2.4.4 Типы полосковых линий.....	58
2.5 Диэлектрические волноводы.....	61
2.5.1 Распространение электромагнитных волн в круглых диэлектрических.. волноводах.....	62
2.5.2 Дисперсионная характеристика круглых диэлектрических волноводов.. 2.5.3 Параметры и характеристики диэлектрических волноводов.....	64
3 ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ.....	68
3.1 Общие свойства объемных резонаторов.....	68

3.1.1 Резонирующие колебательные системы на СВЧ.....	68
3.1.2 Энергия электромагнитного поля в резонаторе.....	71
3.1.3 Добротность объемного резонатора.....	72
3.2 Прямоугольный резонатор.....	75
3.3 Цилиндрический резонатор.....	80
3.4 Коаксиальные резонаторы.....	84
3.5 Резонаторы неволноводного типа.....	102
3.6 Возбуждение волноводов и объемных резонаторов.....	110
4. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ.....	119
4.1. Основные характеристики линий передачи конечной длины.....	119
4.2. Зависимости коэффициента отражения и его фазы в линиях передачи.....	122
4.3. Полное сопротивление линии передач.....	126
4.4. Диаграмма полных сопротивлений (проводимостей).....	127
5. СОГЛАСОВАНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ С НАГРУЗКОЙ.....	134
5.1 Физический смысл согласования и основные параметры.....	134
5.2 Общие принципы согласования нагрузки с линией передачи.....	137
5.3. Узкополосное согласование.....	138
5.4. Широкополосное согласование.....	149
6. МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ МНОГОПОЛЮСНИКОВ СВЧ.....	160
6.1. Многополюсники и их классические матрицы.....	160
6.2. Волновые матрицы многополюсников.....	161
6.3. Нормированные напряжения, токи и матрицы.....	163
6.4. Зависимость элементов матрицы [ S ] от положения входов.....	166
6.5. Свойства многополюсников и их матриц [ S ].....	167
6.6. Двух и четырехполюсники СВЧ.....	174
6.7. Шестиполюсники СВЧ.....	176
6.8. Восьмиполюсники СВЧ.....	182
6.9. Определение матрицы рассеяния сложных устройств СВЧ.....	207
ПРИЛОЖЕНИЯ	
П.1. Значения параметров материалов СВЧ.....	212
П.3. Фильтры СВЧ.....	215
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	221

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ

- ЗС – замедляющая система;  
 КЛ – коаксиальная линия;  
 КБВ – коэффициент бегущей волны;  
 КПД – коэффициент полезного действия;  
 КСВ – коэффициент стоячей волны;  
 кз – режим короткого замыкания;  
 НПЛ – несимметричная полосковая линия;  
 НС – направляющая система;  
 СПЛ – симметричная полосковая линия;  
 СВЧ – сверхвысокая частота;  
 УКВ – ультракороткие волны;  
 УС – узкополосное согласование;  
 хх – режим холостого хода;  
 ШС – широкополосное согласование;  
 ЭМП – электромагнитное поле;  
 э.д.с. – электродвижущая сила;  
 $[V_{II}]^T$  – транспонированная матрица;  
 $[V_0]^*$  – сопряженная матрица;  
 $[S]$  – матрицы рассеяния;  
 $[\tilde{S}]$  – нормированная матрица рассеяния;  
 $S_{ii}$  – коэффициент отражения по напряжению от  $i$ -ого плеча;  
 $S_{ik}$  – коэффициент передачи по напряжению из  $k$ -ого плеча в  $i$ -ое;  
 $[t]$  – матрицы передачи;  
 $[\tilde{t}]$  – нормированная матрица передачи;  
 $Z_B$  – волновое сопротивление;  
 $z_c$  – характеристическое сопротивление плоской волны в свободном пространстве;  
 $z_0$  – характеристическое сопротивление для вакуума;  
 $Z_c^T$  – характеристическое сопротивление волны Т;  
 $\alpha$  – постоянная распространения (мнимая величина от комплексного продольного волнового числа  $\gamma$ ), коэффициент затухания;  
 $\alpha_{\text{общ}}$  – общий коэффициент затухания,  $\alpha_m$  – коэффициент затухания в металле;  
 $\alpha_d$  – коэффициент затухания в диэлектрике;  
 $\beta$  – постоянная распространения (реальная величина от комплексного продольного волнового числа  $\gamma$ );  
 $\gamma$  – продольное волновое число;  
 $\Delta\phi$  – сдвиг по фазе;

$\delta$  – угол диэлектрических потерь;

$\epsilon_a$  и  $\mu_a$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды;

$\epsilon_r$  и  $\mu_r$  – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости;

$\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные;

$\|\mathcal{E}\|$  – тензор абсолютной диэлектрической проницаемости среды;

$\eta_S$  – комплексная амплитуда плотности тока;

$\eta_{cm}$  – плотность тока смещения;

$\lambda_0$  – длина волны в вакууме;

$\lambda$  – длина волны в среде с параметрами  $\epsilon_a$  и  $\mu_a$ ;

$\lambda_{кр}$  – критическая длина волны,  $\lambda_b$  – длина волны в волноводе;

$\Lambda_0$  – центральная длина волны;

$\mu_{mn}$  – значения производных корней функции Бесселя;

$\nu_{mn}$  – значение корня функции Бесселя;

$\vartheta_0$  – скорость волны в данной среде;

$\vartheta_\phi$  – фазовая скорость;

$\vartheta_{гр}$  – групповая скорость;

$\xi = \sqrt{\epsilon}$  – коэффициент укорочения;

$\varphi(l)$  – фаза;

$\chi_\perp$  – поперечное волновое число;

$K_{св}(\rho)$  – коэффициент стоячей волны;

$K_{бв}(1/\rho)$  – коэффициент бегущей волны.

1. Для обозначения комплексных мгновенных значений величин, являющихся гармоническими функциями времени, ставится точка над основным обозначением. Например, вектору  $E$  соответствует комплексный вектор  $\dot{E} = \dot{E}_m \cdot \exp(j\omega t)$ , где  $\dot{E}_m$  – комплексная амплитуда вектора  $E$ , причем  $E = \text{Re } \dot{E}$ .

2. Сопряженные комплексные величины обозначаются символом \* над буквенным обозначением.

3. Средние за период величины обозначаются нижним индексом «ср», например,  $\Pi_{ср}$  – среднее за период значение вектора Пойнтинга.

## ВВЕДЕНИЕ

Курс лекций разработан преподавателями кафедры СВЧ и КР ТУСУРа в соответствии с программой дисциплины «Антенны и устройства СВЧ», утвержденной Учебно-методическим управлением, и отражает основное содержание данного курса.

Цель данного учебного пособия – помочь студентам дистанционного образования освоить теоретический материал этого достаточно большого и сложного курса. Надеемся, что оно будет полезно и для студентов иных форм обучения. Материал данной дисциплины основан в первую очередь на курсе «Электродинамика и распространение радиоволн» и является его продолжением в область технических приложений. Недаром многие разделы этого курса относят к технической электродинамике.

К диапазону СВЧ относятся радиоволны частотой от 100 МГц до 300 ГГц. Для этих частот характерны следующие особенности:

- размеры устройств и линий передач сравнимы с длиной волны;
- большая информативная емкость каналов связи;
- возможность передачи энергии в пространстве узким лучом;
- прозрачность земной атмосферы для этих частот.

Эти и другие особенности определили широкое использование диапазона СВЧ в научных исследованиях, промышленности, медицине и других областях человеческой деятельности. Конкретно в радиотехнике на использовании СВЧ основана радиолокация, многоканальная радиорелейная и кабельная связь, спутниковое телевидение, космическая связь.

Пособие состоит из двух частей: устройства СВЧ и антенны. Первая часть состоит из семи глав. В первой и во второй главе рассмотрены регулярные линии передачи: волноводы, коаксиальные кабели, полосковые линии и некоторые другие.

В третьей главе уделено внимание резонаторам. Рассматриваются общие свойства объемных резонаторов, их основные свойства и параметры, настройка и возбуждение объемных резонаторов.

В четвертой и пятой главах изучаются линии передачи конечной длины, их параметры и характеристики, а также узкополосное и широкополосное согласование линии передачи с нагрузкой.

Шестая глава посвящена изучению многополюсников СВЧ. Для описания и расчета внешних характеристик линейных многополюсников используется матричный математический аппарат, наиболее полно соответствующий вычислительным возможностям ЭВМ.

В седьмой главе рассмотрена элементная база техники СВЧ: аттенюаторы, тройники, детекторные секции, измерительные линии, фазовращатели.



## 1 СВОЙСТВА НАПРАВЛЯЮЩИХ ВОЛН

Задачей настоящей главы является изложение общей теории направляемых волн и базирующееся на ней описание важнейших направляющих систем (НС). Результатом анализа литературы по этой тематике [1-5] явились изложенные здесь необходимые сведения для ознакомления с НС, широко применяемыми в технике СВЧ.

Направляемые волны существуют при наличии направляющих элементов. Знание их свойств позволяет определить основные характеристики линий передачи и, в ряде случаев, характеристики устройств, конструируемых на базе их отрезков.

### 1.1. Определение направляющих волн

Направляемые электромагнитные волны. Кроме свободно распространяющихся волн, существуют волны, распространение которых возможно только при наличии каких-либо направляющих элементов (границы раздела сред, металлических, диэлектрических или полупроводящих трубок, стержней и др.). Такие волны называют направляемыми. Совокупность направляемых элементов образует направляющую систему.

Свойства направляемых волн определяются их структурой и свойствами среды, в которой они распространяются. Под структурой электромагнитного поля понимается форма электрических и магнитных силовых линий и эпюры распределения составляющих поля для некоторого момента времени  $t = \text{const}$ . Так как структуры электрического и магнитного векторов в разных направляющих системах различны, то следует ввести их классификацию.

Классификация направляющих волн. Принято называть магнитными (Н-волнами) такие волны, у которых  $\vec{H}_z \neq 0$ . Если  $\vec{E}_z \neq 0$ , то такие волны называются – электрическими (Е-волнами). В некоторых линиях передачи, таких как коаксиальная или микрополосковая, могут

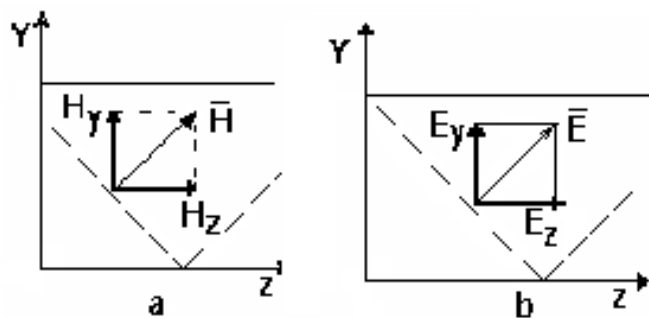


Рис. 1.1

быть равны нулю продольные составляющие и электрического, и магнитного поля одновременно. Такие волны, для которых  $\vec{H}_z = 0$  и  $\vec{E}_z = 0$ , называют поперечными (Т-волнами). Также в дальнейшем будут рассмотрены горизонтальные и вертикальные поляризованные волны. Продольной составляющей  $H_z$  в первом случае является вектор  $\vec{H}$  (см. рис. 1.1, а), во втором случае про-

дольной составляющей  $E_z$  является вектор  $E$ . Составляющей, направленной вдоль оси  $z$  является вектор  $\bar{H}$ , а во втором случае – вектор  $\bar{E}$ .

## 1.2 Связь между поперечными и продольными составляющими векторов электромагнитного поля

Рассмотрим произвольную бесконечно протяженную однородную направляющую систему, ориентированную вдоль  $oZ$ . Пусть направляющая система не вносит потерь. В области  $oZ$  отсутствуют сторонние источники, комплексные амплитуды векторов  $E$  и  $H$ , соответствующие волне, бегущей вдоль однородной линии передачи, могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned}\dot{\bar{E}}_m &= \bar{E}_{m\perp}(\xi, \eta) \cdot e^{-j\gamma z}; \\ \dot{\bar{H}}_m &= \bar{H}_{m\perp}(\xi, \eta) \cdot e^{-j\gamma z},\end{aligned}\tag{1.1}$$

где  $\gamma = \text{const}$  (коэффициент фазы – продольное волновое число или постоянная распространения в направляющей системе),  $\xi$  и  $\eta$  – поперечные координаты обобщенно-цилиндрической системы координат. Выбор конкретной системы координат зависит от формы поперечного сечения линии. Множитель  $\exp(-j\gamma z)$  соответствует волне, бегущей в положительном направлении оси  $Z$ , а множитель  $\exp(j\gamma z)$  – волне, бегущей в обратном направлении. Для определенности будем считать, что волна распространяется в положительном направлении оси  $Z$ . Если потребуется рассмотреть волны, бегущие в обратном направлении, это всегда будет оговорено.

Векторы  $\bar{E}_m$  и  $\bar{H}_m$  должны удовлетворять однородным уравнениям Гельмгольца.

Задача определения структуры электромагнитного поля решается следующим образом. Вначале решается волновое уравнение Гельмгольца для одной из продольных  $E_z$ - или  $H_z$ -составляющих электромагнитного поля.

$$\nabla_{\perp}^2 \psi + \chi_{\perp}^2 \psi = 0,\tag{1.1, a}$$

где  $\psi = \dot{\bar{H}}_{mz}(\zeta, \eta)$  или  $\psi = \dot{\bar{E}}_{mz}(\zeta, \eta)$ ,  $\nabla_{\perp}^2$  – поперечный оператор Лапласа.

Подставив  $\dot{\bar{E}}_m$  и  $\dot{\bar{H}}_m$  из (1.1) в уравнение Гельмгольца, получим следующие уравнения

$$\begin{aligned}\nabla^2 \dot{\bar{E}}_{mz} + \chi_{\perp}^2 \dot{\bar{E}}_{mz} &= 0; \\ \nabla^2 \dot{\bar{H}}_{mz} + \chi_{\perp}^2 \dot{\bar{H}}_{mz} &= 0,\end{aligned}$$

из которых определяются продольная составляющая электромагнитного поля для E-волн или магнитного для H-волн.

Проецируя уравнения Максвелла на оси X и Y декартовой системы координат и учитывая, что в рассматриваемом случае дифференцирование по переменной Z эквивалентно умножению на  $(-i\gamma)$ , получаем уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial y} + j\gamma \dot{H}_y &= j\omega \epsilon \dot{E}_x; & -\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x} - j\gamma \dot{H}_x &= j\omega \epsilon \dot{E}_y; \\ \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} + j\gamma \dot{E}_y &= -j\omega \mu \dot{H}_x; & \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} + j\gamma \dot{E}_x &= j\omega \mu \dot{H}_y. \end{aligned}$$

Эта система уравнений позволяет выразить поперечные ( $E_{\perp}$  и  $H_{\perp}$ ) составляющие через продольные ( $E_z$  и  $H_z$ ). После элементарных преобразований имеем уравнения, устанавливающие связь между поперечными и продольными составляющими векторов электромагнитного поля

$$\begin{aligned} -\chi_{\perp}^2 \cdot \vec{H}_{\perp} &= \gamma \cdot \text{grad}_{\perp} \vec{H}_z - j\omega \epsilon \cdot [\text{grad}_{\perp} \vec{E}_z, \vec{z}^0], \\ -\chi_{\perp}^2 \cdot \vec{E}_{\perp} &= \gamma \cdot \text{grad}_{\perp} E_z - j\omega \mu \cdot [\text{grad}_{\perp} \vec{H}_z, \vec{z}^0], \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\perp} &= \vec{E}_{0\perp}(x, y) \cdot e^{j(\omega t - \gamma z)}, \\ \vec{H}_{\perp} &= \vec{H}_{0\perp}(x, y) \cdot e^{j(\omega t - \gamma z)}, \\ \vec{H}_z &= \vec{H}_{0z}(x, y) \cdot e^{j(\omega t - \gamma z)}, \\ \vec{E}_z &= \vec{E}_{0z}(x, y) \cdot e^{j(\omega t - \gamma z)}, \end{aligned}$$

где  $\vec{E}_{\perp} = \bar{x}_0 E_x + \bar{y}_0 E_y$ ;  $\vec{H}_{\perp} = \bar{x}_0 H_x + \bar{y}_0 H_y$ ,

$\chi_{\perp}$  – поперечное волновое число для данной линии передачи. Оно определяется только поперечными размерами линии и типом волны (рис. 1.2);

$\gamma$  – продольное волновое число или постоянная распространения в направляющей системе, которое можно представить в виде

$$\gamma = \sqrt{k^2 - \chi_{\perp}^2}, \quad (1.3)$$

где  $k$  – волновое число или постоянная распространения волны в безграничной среде с параметрами  $\epsilon_a$  и  $\mu_a$ ,  $\epsilon_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon$  и  $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu$  – абсолютные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей пространства, в котором распространяется поле;  $\epsilon$  и  $\mu$  – относительные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей; электрическая постоянная ( $\epsilon_0$ ):

$$k^2 = \omega^2 \epsilon_a \mu_a,$$

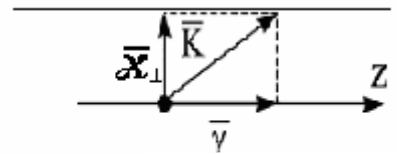


Рис. 1.2

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \approx \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ (Ф/м)}$$

и магнитная постоянная ( $\mu_0$ ):

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ (Гн/м)}.$$

Волновое число  $k$  связано с длиной волны следующим выражением

$$k = 2\pi/\lambda, \quad (1.4)$$

где  $\lambda$  – длина волны в среде с параметрами  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$  (ближайшее расстояние между точками поля с одинаковыми фазами, определяемое из условия  $k(z + \lambda) - kz = 2\pi$ ). Из (1.4) видно, что  $\lambda = 2\pi/k$  или  $\lambda = v_\phi / f$ , где  $v_\phi$  – фазовая скорость в среде с параметрами  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$  или скорость перемещения плоскости постоянной фазы в направлении распространения волны. Фазовая скорость определяется следующим соотношением

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}} = \frac{\omega}{k}. \quad (1.5)$$

В вакууме, то есть когда  $\varepsilon_a = \varepsilon_0$  и  $\mu_a = \mu_0$ , волна распространяется со скоростью света:  $c = v_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ .

### 1.3 Условия распространения электромагнитных волн в направляющих системах. Критическая частота, критическая длина волны

Если в выражении (1.3) выполняется условие

$$k^2 > \chi_\perp^2, \quad (1.6)$$

тогда значение  $\gamma$  действительное и поле в направляющей системе непрерывно перемещается в направлении положительной оси  $z$  с постоянной фазовой скоростью  $v_\phi$  (режим распространяющейся электромагнитной волны – рабочий режим). Фазовая скорость может определяться следующим выражением

$$v_\phi = \omega / \gamma. \quad (1.7)$$

Если выполняется условие

$$k^2 < \chi_\perp^2,$$

то в этом случае значение  $\gamma$  мнимое и данный тип волны затухает, не распространяясь по направляющей системе (нерабочий режим).

При условии  $k = \chi_\perp$  и  $\gamma = 0$  (критический режим – режим отсечки) из (1.4) следует

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{\chi_\perp}. \quad (1.8)$$

Длина волны, определяемая из условия (1.8), называется критической и

обозначается  $\lambda_{кр}$ . С критической длиной волны можно связать и критическую частоту

$$f_{кр} = \frac{v_0}{\lambda_{кр}} = \frac{\chi_{\perp}}{2\pi\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}, \quad (1.8, a)$$

Подставляя в (1.3) выражение для  $\chi_{\perp}$  из (1.8), запишем выражение для  $\gamma$  в виде:

$$\gamma = \sqrt{\omega^2 \epsilon_a \mu_a - \left(\frac{2\pi}{\lambda_{кр}}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \quad (1.9)$$

здесь  $\lambda$  определяется выражением.

$$\lambda = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon},$$

где  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме.

Согласно условию (1.6), свободное распространение волны по направляющей системе имеет место лишь на частотах, превышающих критическую ( $f > f_{кр}$  или  $\lambda < \lambda_{кр}$ ).

Введем понятие длины волны в направляющей системе. За длину волны в направляющей системе ( $\lambda_B$ ) примем минимальное расстояние между поперечными сечениями, соответствующими тем значениям координаты  $z$ , в которых колебания сдвинуты по фазе на  $2\pi$ . Так как зависимость всех составляющих поля от координаты  $z$  описывается выражением  $e^{-j\gamma z}$ , то  $\lambda_B = 2\pi/\gamma$ . Подставляя сюда значение  $\gamma$  из (1.9), получаем значение для длины волны в направляющей системе.

$$\lambda_B = \lambda / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}. \quad (1.10)$$

Рассмотрим характеристики и параметры волн Т, Е и Н.

#### 1.4 Свойства и параметры электрических, магнитных и поперечных электромагнитных волн

Поперечные электромагнитные волны (Т). По определению, у волн типа Т отсутствуют продольные составляющие вектора электрического и вектора магнитного поля:  $H_z = 0$ ,  $E_z = 0$ . Поперечные составляющие определяются при выполнении условия

$$\chi_{\perp}^2 = 0. \quad (1.11)$$

При этом  $\lambda_{кр} = \infty$  или  $f_{кр} = 0$ . Следовательно, в тех направляющих системах, где возможно распространение волн типа Т, эти волны существуют на

любой частоте. Постоянная распространения  $\gamma$  равна постоянной распространения в свободном пространстве  $k$

$$\gamma = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_a \mu_a} = k.$$

Фазовая скорость распространения волны  $T$  в направляющей системе согласно (1.7) определяется следующим выражением

$$v_\phi = \frac{\omega}{\gamma} = v_0, \quad (1.12)$$

то есть совпадает со скоростью волны в данной среде.

Из уравнений Максвелла следует, что амплитуды векторов поперечных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей связаны между собой характеристическим сопротивлением среды ( $\dot{E}_\perp = Z_C^T \dot{H}_\perp$ ):

$$\dot{H}_\perp = \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} [z_0, \dot{E}_\perp] = \frac{1}{Z_C^T} [z_0, \dot{E}_\perp],$$

где  $Z_C^T = \frac{\omega \mu_a}{\gamma} = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}}$  – характеристическое сопротивление волны  $T$ , распространяющейся в среде с параметрами  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$ , равное характеристическому сопротивлению плоской волны в свободном пространстве –  $Z_C$ .

Характеристическое сопротивление для немагнитных сред ( $\mu_a = \mu_0$ ), обладающих потерями,

$$Z_C^T = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0}} (1 - j \operatorname{tg} \delta)^{-1/2} = \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} (1 - j \operatorname{tg} \delta)^{-1/2} \text{ Ом.}$$

В случае сред с малым значением  $\operatorname{tg} \delta$  (хорошие диэлектрики)

$$Z_C \approx \frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad (1.13)$$

где характеристическое сопротивление для вакуума

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = 120\pi = 377 \text{ Ом.} \quad (1.14)$$

Электрические ( $E$ ) и магнитные ( $H$ ) волны. Векторы  $\dot{H}_\perp$  и  $\dot{E}_\perp$  у волн  $E$  и  $H$  так же, как и у волн  $T$ , взаимно перпендикулярны. Характеристическое сопротивление для  $E$ -волны записывается в виде

$$Z_C^E = \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} = Z_C \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}, \quad (1.15)$$

Как видно из формулы (1.15), в области волн, короче критической, то

есть при  $\lambda < \lambda_{кр}$ , характеристическое сопротивление волны Е-типа меньше характеристического сопротивления волн Т. При  $\lambda = \lambda_{кр}$  характеристическое сопротивление равно нулю. При изменении длины волны от  $\lambda_{кр}$  до нуля характеристическое сопротивление увеличивается.

В области волн, длиннее критической ( $\lambda > \lambda_{кр}$ ), характеристическое сопротивление является мнимой величиной, вектор Пойнтинга принимает мнимые значения и перенос активной энергии по линии передачи отсутствует. Из-за реактивного характера электромагнитного поля амплитуды полей в линии передачи экспоненциально убывают.

Характеристическое сопротивление для Н-волны записывается в виде

$$Z_C^H = \frac{\omega \mu_a}{\gamma} = \frac{Z_C}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \quad (1.16)$$

Как видно из формулы (1.16), характеристическое сопротивление волн Н-типа больше характеристического сопротивления волны Т ( $Z_C^T = Z_C$ ). В области волн, длиннее критической ( $\lambda > \lambda_{кр}$ ),  $Z_C^H$ , как и  $Z_C^E$ , – величина чисто мнимая, и перенос энергии по линии передачи отсутствует.

## 1.5 Фазовая скорость. Скорость распространения энергии и групповая скорость

Фазовая скорость. Для нахождения фазовой скорости можно воспользоваться соотношением (1.7), где вместо  $k$  подставляем значение коэффициента распространения  $\gamma$  и получаем

$$v_\phi = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad (1.17)$$

Фазовые скорости для Е- и Н-волн определяются по одной формуле (1.17), и, как следует из этого выражения, у волн Е и Н, в отличие от волн Т, фазовая скорость зависит от частоты и всегда превышает скорость света  $v_0$  в данной среде.

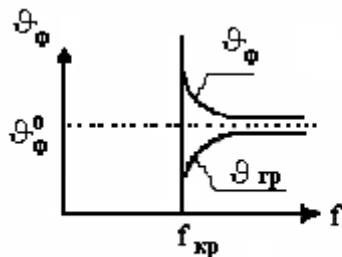


Рис. 1.3

Если теперь по уравнению (1.17) построить зависимость для какого-либо вида колебаний, то получится так называемая дисперсионная кривая колебания данного вида в прямоугольном волноводе (рис. 1.3)  $v_\phi(f)$ . При  $f=f_{кр}$  фазовая скорость равна бесконечности.

По мере увеличения частоты  $v_\phi$  приближается к скорости света. Зависимость

фазовой скорости от частоты называется дисперсией. Волны **E** и **H** в волноводе – диспергирующие волны.

Групповая скорость. Скорость распространения энергии. Электромагнитные сигналы являются немонахроматическими, так как состоят из конечного либо бесконечного числа монохроматических колебаний с различными частотами.

При распространении сложных сигналов в диспергирующих средах (диэлектрическая среда с потерями, линии передачи и другие) будут нарушаться исходные амплитудные и фазовые соотношения между отдельными составляющими спектра и, как следствие, будет изменяться форма сигнала в процессе его распространения. Для нахождения вида сигнала необходимо пользоваться спектральным методом. Полагая, что

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt$$

есть Фурье-преобразование сигнала в плоскости  $z=0$ , можно найти сигнал для любых значений  $z$ , используя обратное преобразование Фурье

$$s(t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{-j\gamma z} e^{j\omega t} d\omega.$$

Пренебрегая потерями в среде и полагая, что сигналы  $s(t, z)$  являются узкополосными, можно показать, что их огибающая в средах с дисперсией распространяется с групповой скоростью

$$v_{gp} = \frac{d\omega}{d\gamma}. \quad (1.18)$$

В направляющих системах коэффициент распространения описывается равенством (1.9). Подставляя (1.9) в (1.18), находим групповую скорость в линиях передачи

$$v_{gp} = \frac{\gamma}{\omega \epsilon_a \mu_a} = v_0 \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}. \quad (1.19)$$

То есть  $v_{gp} < v_0$  для распространяющихся волн **E**, **H** и  $v_{gp} = v_0$  для волн **T**.

Сравнивая (1.19) и (1.17), замечаем, что

$$v_{gp} v_{\phi} = v_0^2 = 1/\epsilon_a \mu_a.$$

В окрестности максимума сигнала, очевидно, сосредоточена основная часть энергии. Поэтому скорость перемещения этого максимума, то есть групповая скорость, характеризует скорость перемещения энергии сигнала по линии передачи. Так как сигнал предполагался узкополосным, то эта скорость должна мало отличаться от скорости распространения энергии  $v_{\omega}$  монохроматической волны, т.е.  $v_{\omega} \approx v_{gp}$ . Поэтому скорость распространения энергии  $v_{\omega}$



можно определять по следующей формуле

$$v_{\text{Э}} = \frac{v_0^2}{v_{\text{Ф}}} = v_0 \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} \right)^2}. \quad (1.19, a)$$

При  $\lambda = \lambda_{\text{кр}}$  скорость распространения энергии равна нулю и по мере повышения частоты приближается к скорости света в среде.

Этот же вывод о соотношении между  $v_{\text{Э}}$  и  $v_0$  для волн Е и Н следует непосредственно из концепции парциальных волн. Волны Е и Н, распространяющиеся вдоль оси  $z$ , по существу, представляют собой сумму парциальных волн Т, распространяющихся по зигзагообразному или криволинейному пути под некоторыми углами  $\varphi$  к оси  $z$ . Скорость распространения парциальных волн Т совпадает со скоростью волн в среде. Так как зигзагообразный путь длиннее, чем прямой путь вдоль оси  $z$ , то скорость распространения энергии волн Е и Н меньше скорости распространения волн Т, то есть для этих волн  $v_{\text{Э}} < v_0$ .

### 1.6 Мощность, переносимая электромагнитными волнами по линии передачи. Предельная и допустимая мощности

Средняя мощность, переносимая волной по линии передачи, определяется интегрированием вектора Пойнтинга по поперечному сечению волновода:

$$P_{\text{ср}} = \text{Re} \int_{S_{\perp}} \Pi_z dS = \frac{1}{2} \int_{S_{\perp}} \text{Re} \left\{ \bar{z}^0 [\dot{E}\dot{H}^*] \right\} dS = \frac{1}{2Z_C} \int_{S_{\perp}} |\dot{E}_0|^2 dS, \quad (1.20)$$

где  $\dot{E}_{\perp}^0$  – максимальное значение напряженности электрического поля в линии передачи;

$Z_C$  – характеристическое сопротивление распространяющейся волны. Напомним, что для ТЕМ-, Е- и Н-волн  $Z_C$  равно  $Z_C^T$ ,  $Z_C^E$  и  $Z_C^H$  соответственно.

Как видно из формулы (1.20), передаваемая по линии мощность  $P_{\text{ср}}$  пропорциональна  $E_0^2$ , т.е. чем больше  $P_{\text{ср}}$ , тем больше максимальное значение напряженности электрического поля. Поэтому при увеличении передаваемой мощности в направляющей системе может возникнуть электрический разряд, т.е. наступит электрический пробой воздуха или диэлектрического заполнения. Плотность тока проводимости в разрядном промежутке достигает относительно больших значений (10-15А/см<sup>2</sup> и более), что приводит к интенсивному выделению тепла и резкому повышению температуры в месте пробоя. Кроме того, активное сопротивление разрядного промежутка ввиду значительной плотности электронов в нем (до  $10^5$  электрон/см<sup>3</sup>) мало, и пробой вызывает почти полное короткое замыкание линии передачи в том сечении, где происходит разряд. Поступление мощности в нагрузку практически

ски прекращается, так как большая часть энергии падающей волны отражается от места, где произошел пробой. Это может привести, например, к выходу из строя генератора.

Увеличение уровня передаваемой средней мощности по реальной линии передачи приводит к увеличению мощности потерь в металлических элементах линии и заполняющем диэлектрике, что сопровождается нагревом последних. Если при этом нагреве температура любого материала, из которого изготовлена линия, достигает некоторой предельной величины, происходит его разрушение (например, расплавление диэлектрика) и наступает так называемый тепловой пробой. Поэтому максимальное значение передаваемой по линии мощности ограничено как электрическим, так и тепловым пробоем.

Для определения максимальной передаваемой по линии мощности вводят понятия предельной и допустимой мощностей. Предельной ( $P_{пр}$ ) называют наименьшую мощность, при которой возникает либо электрический, либо тепловой пробой в режиме бегущей волны. Допустимую мощность ( $P_{доп}$ ) принимают в несколько раз меньше предельной:  $P_{доп} = (0,2...0,3) P_{пред}$ . Это связано с тем, что появление отраженных волн в реальной линии приводит к увеличению напряженности электрического поля в отдельных сечениях линии, что может привести к электрическому или тепловому пробоем при мощности существенно меньшей  $P_{пред}$ .

## 1.7 Потери и затухание в линиях передачи

Несмотря на высокую проводимость металлических стенок в линиях передачи (так, для меди проводимость равна  $5,5 \cdot 10^7$  1/Омм), на больших расстояниях потери мощности поля в стенках становятся значительными, поэтому вопрос о потерях должен быть рассмотрен подробно. Очевидно, что, как и в безграничных средах, потери в направляющих системах можно учесть введением комплексной постоянной распространения  $\gamma = \beta + j\alpha$ . Тогда напряженность поля бегущей волны в волноводе может быть представлена как

$$\bar{E} = \bar{E}(x, y) e^{j(\omega t - \gamma z)} = \bar{E}(x, y) e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)}, \quad (1.21)$$

где  $\alpha$  – коэффициент затухания электромагнитного поля,  $\beta$  – постоянная распространения. Свяжем  $\alpha$  с потерями мощности. Вычисляя поля  $E_{1,2}$  по формуле (1.21) в точках  $z = z_1$  и  $z_2 = z_1 + 1$  и беря отношение их амплитуд, имеем

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{e^{-\alpha z_1}}{e^{-\alpha(z_1+1)}} = e^{\alpha}.$$

Соответственно отношение мощностей  $P_1/P_2 = e^{2\alpha}$ , т. е.  $P_2 = P_1 e^{-2\alpha}$ , где  $P_1, P_2$  – потоки энергии. Потеря мощности  $P_{пот}$  за счет прохождения волной отрезка волновода единичной длины будет равна

$$P_{\text{пот}} = P_1 - P_1 e^{-2\alpha},$$

откуда  $e^{-2\alpha} = 1 - P_{\text{пот}}/P_1$ .

Мощность  $P_{\text{пот}}$  расходуется на нагрев элементов волноводного тракта, имеющих конечную проводимость (стенок волновода, диэлектрических вставок и т.д.). Если на пути распространения волны встречаются какие-либо разрывы стенок волновода (щели, отверстия, сочленения волноводов), то источником потерь может стать излучение через эти разрывы.

Полагая потери малыми  $P_{\text{пот}}/P_1 \ll 1$ ,  $2\alpha \ll 1$ , перепишем  $e^{-2\alpha}$  в виде ряда  $1 - P_{\text{пот}}/P_1 = 1 - 2\alpha + 2\alpha^2 - \dots$ . Оставляя в разложении лишь два члена, получим

$$\alpha_{\text{ном}} \cong \frac{1}{2} \frac{P_{\text{ном}}}{P_1}. \quad (1.22)$$

Формула (1.22) позволяет находить  $\alpha$ , если определены (расчетами или измерениями) входная мощность  $P_1$  и потери  $P_{\text{пот}}$  в линии передачи.

Потери мощности  $P_{\text{пот}}$  через поверхностный ток и поверхностное сопротивление стенок выражаются как

$$P_{\text{ном}} = \frac{1}{2} \oint_l \eta^2 R_s dl, \quad (1.23)$$

где  $l$  – контур поперечного сечения волновода. Как известно, плотность тока проводимости ( $\eta$ ) на стенках волновода ортогональна и численно равна тангенциальной составляющей магнитного поля  $H_\tau$ , т. е.

$$\eta = [\bar{n}^0, H_\tau].$$

Поверхностное сопротивление определяется как

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}} = \sqrt{\frac{\pi f \mu_a}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\pi \mu_a c}{\sigma \lambda_0}}, \quad (1.24)$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость металла,  $f$  – частота в герцах,  $c$  – скорость света,  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме [1].

Полное поверхностное сопротивление при скин-эффекте можно записать следующим образом:

$$Z_s = R_s + j\omega L_s \quad [\text{Ом}],$$

представив его в виде активного и реактивного сопротивлений, причем

$$R_s = 1/\sigma\delta = \sqrt{\frac{\pi\mu_a f}{\sigma}}, \quad \omega L_s = \frac{1}{\sigma\delta} = R_s,$$

где  $\delta$  – глубина скин-слоя ( $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_a\sigma}} = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi\mu_a\sigma}}$ ).

Для меди

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta} \approx 1,987 \sqrt{\frac{f}{\sigma}} \cdot 10^{-3}, \quad \text{Ом}.$$

Анализируя формулу, определяющую  $R_s$ , можно сделать вывод, что активная часть поверхностного сопротивления обратно пропорциональна  $\sqrt{\lambda}$ , следовательно, чем короче длина волны, тем больше сопротивление поверхности  $R_s$ . Естественно, что протекание тока по поверхности с сопротивлением  $Z_s$ , порожденным в основном скин-эффектом, приведет не только к увеличению потерь, расходуемых на нагрев стенок, но также и к появлению постоянного фазового сдвига между током и полем. За счет неизбежных шероховатостей поверхности токи пройдут несколько больший путь, чем это было бы при идеально гладкой поверхности, что также приведет к увеличению потерь. Покрытие серебром медного волновода дает незначительное уменьшение потерь по сравнению с простым шлифованием. Действительно, ведь глубина проникновения поля в металл тем больше, чем ниже частота. На высоких частотах особенно тщательно обрабатываются и шлифуются внутренние стенки волноводов.

Медь обрабатывается лучше других металлов. Поэтому, чтобы снизить потери, нет необходимости серебрить медь или изготавливать серебряные волноводы. Вполне достаточно ограничиться медными волноводами, тщательно отшлифовать их и стенки для предупреждения коррозии покрыть волноводным лаком.

Подставляя в (1.23) вместо тока и  $R_s$  их значения, имеем

$$P_{\text{пот}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma \delta} \oint_l H_\tau^2 dl. \quad (1.25)$$

С учетом (1.20) и (1.25) выражение для  $\alpha$  примет вид

$$\alpha = \frac{\frac{1}{\sigma \delta} \oint_l H_\tau^2 dl}{2 \operatorname{Re} \int_S [EH^*] dS}. \quad (1.26)$$

Формулу (1.26) используют для теоретического вычисления  $\alpha$  через компоненты поля.

Единицы измерения затухания. Натуральный логарифм величины отношения  $|E_0|/|E|$  есть число неперов. Тогда  $\alpha$  имеет размерность [непер/м]. Более часто пользуются децибелами, определяемыми из соотношений  $L = 10 \lg(P_0/P)$  [дБ], тогда  $\alpha$  выражается в [дБ/м].

При расчете используют коэффициент перехода

$$1 \text{ дБ} = 0,115 \text{ Нп}; \quad 1 \text{ Нп} = 8,68 \text{ дБ}.$$

Результирующий коэффициент затухания волны в волноводе равен сумме коэффициентов ослабления, вызванных потерями в металлических стенках и в диэлектрике:  $\alpha_{\text{общ}} = \alpha_{\text{м}} + \alpha_{\text{д}}$ .

Потери в диэлектрике можно рассчитать по формулам из [1]

$$\alpha_{\text{д}} = \text{Im} \left( \sqrt{k^2 \varepsilon (1 - \text{tg} \delta) - \gamma^2} \right) \quad (1.27)$$

При условии  $\text{tg} \delta \ll 1$  формула (1.27) может быть упрощена:

$$\alpha_{\text{д}} \approx \frac{k^2 \sqrt{\varepsilon} \text{tg} \delta}{2} \quad \text{или} \quad \frac{\pi \sqrt{\varepsilon} \text{tg} \delta}{\lambda}. \quad (1.27, \text{а})$$

## 2 НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

Основные вопросы теории волноводов подробно рассматриваются в курсе электродинамики [1]. В этой главе мы остановимся коротко на некоторых основных вопросах теории, которые необходимы для понимания работы направляющих систем и их характеристик. Устройства, основанные на способности направлять отраженную от границы раздела сред электромагнитную энергию, называют направляющими системами.

Направляющие системы служат для передачи энергии электромагнитной волны от источника (генератора) к потребителю. Например, от передатчика к антенне, от приемной антенны ко входу приемника и т.д. В связи с этим направляющие системы называют также линиями передачи энергии. Направляющую систему, у которой поперечное сечение и другие параметры не меняются в продольном направлении, называют однородной.

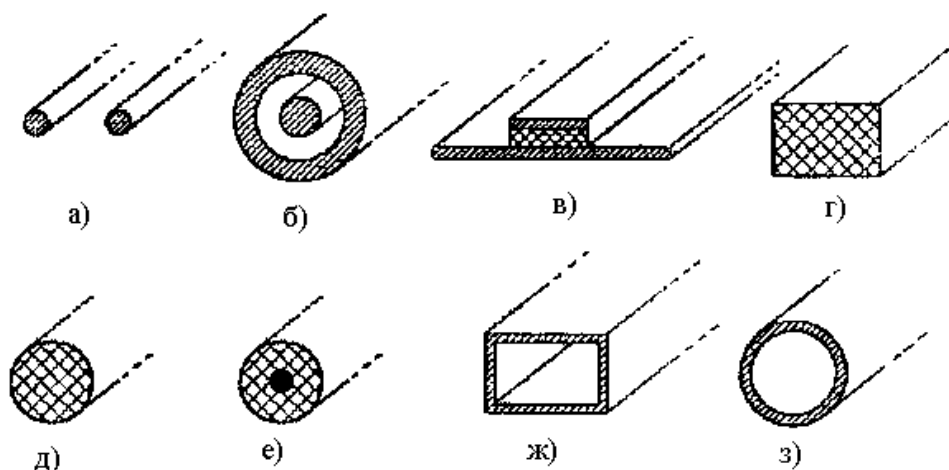


Рис. 2.1

На рис. 2.1 изображены поперечные сечения некоторых используемых на практике однородных направляющих систем: двухпроводной (а), коаксиальной (б), полосковой линии (в), диэлектрических волноводов: прямоугольного (г) и круглого (д); световода (е); полых металлических волноводов: прямоугольного (ж), круглого (з).

## 2.1 Прямоугольный волновод

Волновод представляет собой полую металлическую трубу произвольного сечения, внутри которой распространяются электромагнитные волны. Прямоугольные волноводы являются наиболее распространенным видом волноводов, применяемых в технике, они выгодно отличаются от волноводов других типов (например, круглых), во-первых, устойчивостью плоскости поляризации поля, во-вторых, шириной диапазона частот, при котором в волноводе распространяется волна только одного типа и, наконец, тем, что деформация его стенок сравнительно мало влияет на структуру его поля.

В волноводах с идеально проводящими стенками и однородным заполнением могут распространяться волны электрического типа (направление оси  $z$  совпадает с продольной осью волновода), и волны магнитного типа и невозможно существование Т-волн.

### 2.1.1 Основные уравнения прямоугольного волновода

Для определения системы волн, которые могут существовать в волноводе, необходимо решить граничную задачу: определить поле  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ , удовлетворяющее уравнениям Максвелла и граничным условиям на внутренней поверхности волновода. Анализ начнем с электрических волн. Начало декартовой системы координат поместим в одну из вершин прямоугольника, а оси системы совместим со сторонами прямоугольника, как показано на рис. 2.2

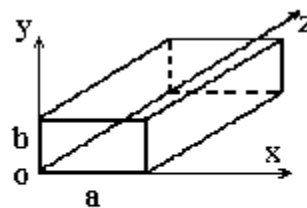


Рис. 2.2

Электрические волны ( $H_z \equiv 0$ ,  $E_z \neq 0$ ). Полагая волновод выполненным из идеального проводника, считаем, что на поверхности стенок касательная составляющая электрического поля должна равняться нулю ( $\vec{E}_\tau|_{на S} = 0$ ). Для выбранной системы координат рис. 2.2 эти условия сводятся к тому, что

$$\begin{aligned} \dot{E}_z &= 0 & \text{при } y = 0 \text{ и } y = b, \\ \dot{E}_z &= 0 & \text{при } x = 0 \text{ и } x = a, \end{aligned}$$

где  $a$ ,  $b$  – размеры поперечного сечения волновода.

Решение уравнений Гельмгольца дает следующие выражения для составляющих векторов напряженностей полей волн типа  $E_{mn}$ :

$$\begin{aligned}\dot{E}_x &= -j \frac{\gamma \pi m}{\chi_{\perp}^2 a} E_0 \cos\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\ \dot{E}_y &= -j \frac{\gamma \pi n}{\chi_{\perp}^2 b} E_0 \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\ \dot{E}_z &= E_0 \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\ \dot{H}_x &= j\omega \varepsilon_a \frac{\pi n}{\chi_{\perp}^2 b} E_0 \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\ \dot{H}_y &= -j\omega \varepsilon_a \frac{\pi m}{\chi_{\perp}^2 a} E_0 \cos\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi n y}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\ \dot{H}_z &= 0,\end{aligned}\tag{2.1}$$

где  $m$  и  $n$  – произвольные целые положительные числа (для электрических волн  $m = 1, 2, 3, \dots$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ). При  $m = 0$  и  $n = 0$  продольная составляющая  $\dot{E}_z$  тождественно равна нулю, что соответствует отсутствию волны  $E$ .

Как следует из выражения (2.1), структура поля в плоскости поперечного сечения соответствует структуре стоячих волн, причем  $m$  равно числу полуволн, укладываемых вдоль широкой стенки волновода длиной  $a$ , и  $n$  – числу полуволн, укладываемых вдоль узкой стенки волновода длиной  $b$  (рис. 2.2). Согласно тем же выражениям, каждой паре целых чисел  $m$  и  $n$  соответствует определенная структура электромагнитного поля, обозначаемая  $E_{mn}$ . Например,  $E_{11}$  – это волна  $E$ , у которой  $m = 1$  и  $n = 1$ .

Магнитные волны ( $H_z \neq 0$ , а  $E_z = 0$ ). В данном случае на поверхности идеально проводящих стенок волновода должно выполняться условие

$$\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial n} = 0 -$$

граничные условия на контуре волновода, т.е. дифференцирование по нормали к контуру сводится к дифференцированию по координатам  $x$ ,  $y$  при  $x = 0$  и  $x = a$ ;  $y = 0$  и  $y = b$ . Тогда для составляющих векторов напряженностей полей волн типа  $H_{mn}$  решение уравнений Гельмгольца дает следующие выражения:

$$\begin{aligned}
\dot{E}_x &= j\omega\mu_a \frac{\pi n}{\chi_{\perp}^2 b} H_0 \cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\
\dot{E}_y &= -j\omega\mu_a \frac{\pi m}{\chi_{\perp}^2 a} H_0 \sin\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\
\dot{E}_z &= 0; \\
\dot{H}_x &= j \frac{\gamma}{\chi_{\perp}^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\
\dot{H}_y &= j \frac{\gamma}{\chi_{\perp}^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\
\dot{H}_z &= H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\gamma z}; \\
& m=1,2,3\dots \quad n=0,1,2,3\dots \quad m \neq n.
\end{aligned} \tag{2.2}$$

В формулах (2.1) и (2.2)  $E_0$  и  $H_0$  – амплитудные коэффициенты, некоторые произвольные постоянные, получающиеся в результате решения уравнений Максвелла. Отрицательный знак перед коэффициентом  $\gamma$  в показателе экспоненты соответствует случаю распространения поля вдоль оси  $z$ .

Поперечное волновое число  $\chi_{\perp}$  можно записать в следующей форме

$$\chi_{\perp} = \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}, \tag{2.3}$$

где  $\chi_x, \chi_y$  – поперечные волновые числа по осям  $x$  и  $y$ , определяемые в явном виде формулами

$$\chi_x = \frac{m\pi}{a}; \quad \chi_y = \frac{n\pi}{b}.$$

Здесь следует указать на связь  $\chi_{\perp}$  с критической длиной волны

$$\chi_{\perp}^2 = \left[ \frac{2\pi}{\lambda_{kp}} \right]^2 = \left[ \frac{m\pi}{a} \right]^2 + \left[ \frac{n\pi}{b} \right]^2. \tag{2.4}$$

Критическая длина волны в волноводе. Для волн типа  $\mathbf{E}_{mn}$  и  $\mathbf{H}_{mn}$  в прямоугольном волноводе  $\lambda_{kp}$  определяется размерами и формой поперечного сечения волновода, где  $a, b$  – размеры поперечного сечения волновода (см. рис. 2.2). Критическая длина волны в прямоугольных волноводах, как следует из выражения (2.4), определяется следующим образом



$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}. \quad (2.5)$$

Диаграмма типов волн позволяет определять, будет ли волна  $\lambda$  возбуждать в волноводе распространяющуюся волну. Диаграммы типов колебаний строят конкретно для каждого волновода с его геометрическими параметрами.

На рис 2.3 в качестве примера, приведена диаграмма распределения критических длин волн, возбуждаемых в волноводе сечением  $b=0,5a$ , где  $\lambda_{кр}$  для волны  $H_{10}$  равна  $2a$ ; для волн  $H_{10}, H_{20}, H_{01}$   $\lambda_{кр} = a$ ; для волн  $H_{10}, H_{20}, H_{01}, E_{11}, H_{11}$   $\lambda_{кр} = 2a/\sqrt{5}$ .

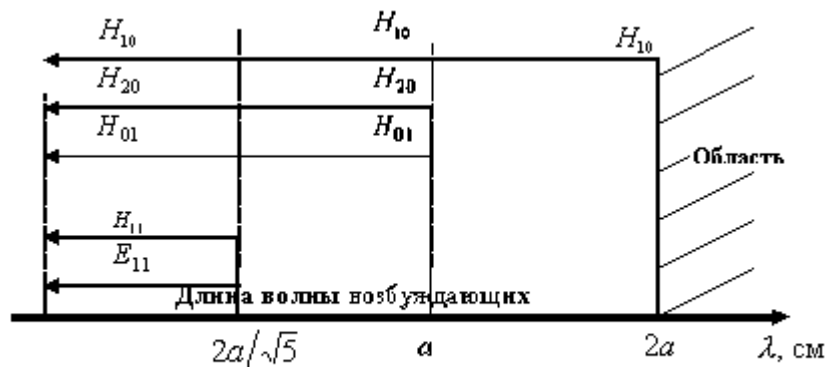


Рис. 2.3

Анализируя график, можно сделать следующие выводы:

- Чем меньше длина волны возбуждающих колебаний, тем больше типов волн она может возбудить в данном волноводе.

- Наибольшую критическую длину волны в прямоугольном волноводе имеет волна  $H_{10}$ . Она является основным типом волны при  $a > b$ , и для нее  $\lambda_{кр} = 2a$ . Все другие типы волн, имеющие меньшие критические длины волн, называются высшими типами.

- В области, границы которой определяются критическими длинами волн  $H_{10}$  и  $H_{20}$ , устойчиво возбуждается только один тип волны  $H_{10}$ .

- Низшей из волн электрического типа является волна  $E_{11}$

$$(\lambda_{кр} = 2ab/\sqrt{a^2 + b^2}).$$

- Ближайшими к волне  $H_{10}$  высшими типами являются волны

$$H_{20} (\lambda_{кр} = a), \quad H_{01} (\lambda_{кр} = 2b), \quad H_{11} (\lambda_{кр} = 2ab/\sqrt{a^2 + b^2}).$$

• В волноводе могут существовать волны с различным распределением поля, но с одинаковой критической частотой, равными коэффициентами распространения, равными фазовыми и групповыми скоростями ( $E_{11}$  и  $H_{11}$ ;  $E_{21}$  и  $H_{21}$  и др.). Волны, обладающие такими свойствами, называются **вырожденными**.

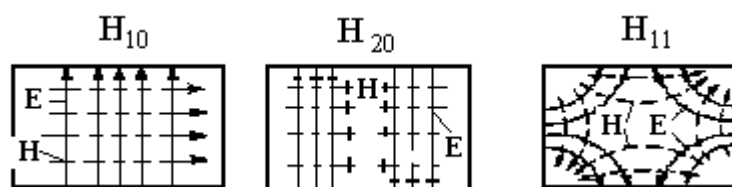


Рис. 2.4

Картина силовых линий простейших волн магнитного и электрического типа изображена на рис. 2.4. Картины полей изображены с помощью силовых линий: электрическое поле – сплошные линии, магнитное – штриховые линии.

Рассматривая структуру  $H$ -волн, следует отметить, что электрические силовые линии лежат в плоскости поперечного сечения и являются в общем случае кривыми с началом и концом на поверхности металлических стенок волновода, а магнитные силовые линии представляют собой замкнутые кривые, лежащие в плоскости продольного сечения.

Обратим внимание на то, что для волны  $H_{20}$  в середине волновода без нарушения граничных условий можно поставить вертикальную металлическую стенку. Однако нуль поля в середине соответствует только данному виду (типу) колебаний, и лишь для него граничные условия не нарушены. Следовательно, все другие виды колебаний в такой системе граничным условиям не удовлетворяют, и потому возбуждение их в волноводе с перегородкой будет затруднено. Такие устройства иногда называют фильтром вида колебаний.

Для  $E$ -волны магнитные силовые линии лежат в плоскости поперечного сечения и являются замкнутыми кривыми. Электрические силовые линии лежат в плоскости продольного сечения, представляя собой кривые с началом и концом на поверхности металлических стенок волновода (на зарядах).

### 2.1.2 Основная волна прямоугольного волновода

В прямоугольном волноводе наибольшее практическое значение имеет волна типа  $H_{10}$ . В качестве положительных свойств волны  $H_{10}$  следует указать следующие:

- устойчивость плоскости поляризации,
- отсутствие высших типов волн в широком диапазоне частот,

- независимость критической частоты от одного из размеров (высоты волновода),
- малое затухание из-за потерь в стенках волновода,
- высокая электрическая прочность,
- на заданной частоте размеры поперечного сечения волновода, при которых возможна передача энергии по прямоугольному волноводу, для этой волны наименьшие, следовательно, меньше вес и габариты.

Составляющие векторов поля этой волны описываются выражениями:

$$\begin{aligned}
 E_x &= 0, \\
 E_y &= E_0 \sin\left(\frac{x\pi}{a}\right) \exp(-j\gamma z), \\
 E_z &= 0, \\
 H_x &= -\frac{E_y}{Z_X^H} = -\frac{\gamma}{\omega\mu_a} E_0 \sin\left(\frac{x\pi}{a}\right) \exp(-j\gamma z), \\
 H_y &= 0, \\
 H_z &= j\frac{\pi}{a} \frac{E_0}{\omega\mu_a} \cos\left(\frac{x\pi}{a}\right) \exp(-j\gamma z).
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Структура поля волны  $H_{10}$ , построенная в соответствии с (2.6), представлена на рис. 2.5. Согласно уравнениям Максвелла, замкнутые магнитные силовые линии должны охватывать токи проводимости или токи смещения. В волноводе замкнутые магнитные силовые линии пронизываются токами смещения, текущими между широкими стенками волновода, параллельно оси  $y$ . В распространяющейся волне максимальная плотность тока смещения получается в центре замкнутых магнитных силовых линий, где напряженность электрического поля равна нулю. Это следует из того, что вектор плотности тока смещения равен производной

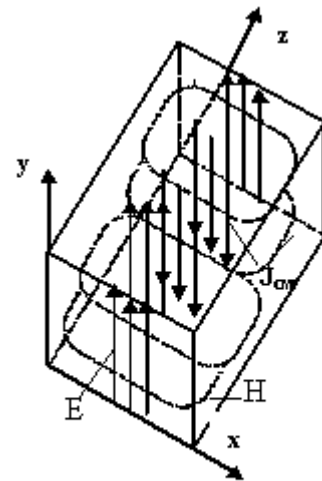


Рис. 2.5

$\bar{\eta}_{CM} = \epsilon_a \frac{\partial \dot{E}}{\partial t}$  или, в комплексной форме,

$\bar{\eta}_{CM} = i\omega\epsilon_a \dot{E}$  и, следовательно, сдвинут по фазе относительно вектора напряженности электрического поля на угол  $\pi/2$ , то есть расстояние между максимумом плотности тока смещения и максимумом напряженности электрического поля в фиксированный момент времени равно  $\lambda_B/4$ .

Коэффициент распространения волны  $H_{10}$ , согласно (1.9) и (2.5), равен

$$\gamma = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (2.7)$$

Фазовая скорость и скорость переноса энергии (см. (1.17) и (1.19, а) равны:

$$v_\phi = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}, \quad v_g = v_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (2.8)$$

Длина волны в волноводе определяется по формуле (1.10) и равна  
Характеристическое сопротивление равно (см. (1.16))

$$\lambda_B = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}; \quad (2.9)$$

$$Z_C^H = \frac{Z_C}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (2.10)$$

Характеристическое сопротивление, выраженное уравнением (2.10), не позволяет правильно решать вопросы согласования, так как в него не входит высота волновода, а при соединении двух волноводов различной высоты наблюдаются большие отражения. Тогда нужно обратиться к параметру, называемому **волновым сопротивлением линии передачи**  $Z_B$ .

Для его определения необходимо знать ток и напряжение в линии, так как волновое сопротивление есть отношение напряжения и тока.

При определении эквивалента волнового сопротивления прямоугольного волновода на волне  $H_{10}$  можно использовать формулу из книги И.В. Лебедева, которая позволяет получать удовлетворительные результаты при решении задач согласования.

$$Z_B = \frac{120\pi \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \quad (2.10, a)$$

### 2.1.2 Токи на стенках прямоугольного волновода

Каждому типу волны, распространяющейся в волноводе, соответствует определенная структура токов проводимости на его стенках. В случае идеально проводящих стенок токи проводимости являются поверхностными, а комплексная амплитуда их плотности  $\eta_S$  вычисляется по формуле  $\eta_S = [n_0, H]$ . Формулы (2.6) описывают составляющие векторов поля волны  $H_{10}$ . Следовательно, все составляющие для плотностей токов могут быть определены: на нижней стенке ( $y=0$ ) текут и продольные и поперечные токи с плотностями

$$\eta_{0z} = -\frac{j\beta a}{\pi} H_{0z} \sin \frac{\pi x}{a}, \quad \eta_{0x} = H_{0z} \cos \frac{\pi x}{a}, \quad (2.11)$$

а на боковой ( $x=0$ ) имеются только поперечные токи с плотностью

$$\eta_{0y} = H_{0z}. \quad (2.12)$$

Распределение составляющих плотности токов проводимости по контуру  $S$  и структура линий тока на стенках волновода для волны  $H_{10}$  показаны на рис. 2.6, а и рис. 2.6, б соответственно. В случае волны  $E_{11}$  по стенкам волновода текут только продольные токи (рис. 2.6, в).

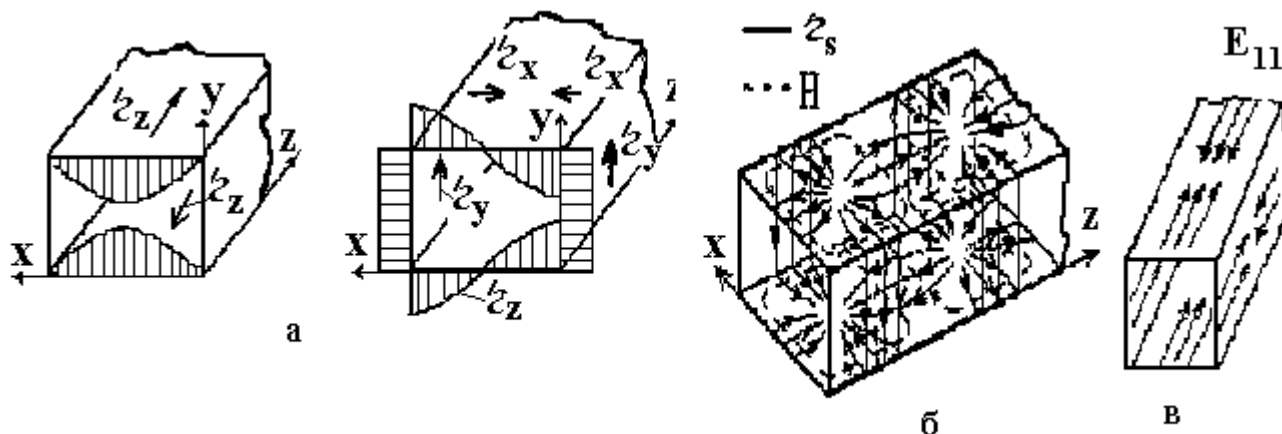


Рис. 2.6

### 2.1.3 Передача энергии по прямоугольному волноводу

Средний за период поток энергии определяется по формуле (1.20), после интегрирования которой для прямоугольного волновода получаем выражение

$$P_{cp} = \frac{E_0^2 ab}{4Z_c} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \quad (2.13)$$

где  $E_0$  – максимальная амплитуда электрического поля в центре волновода.

$$P_{np} = \frac{E_{np}^2 ab}{4Z_c} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2} \cong 597 ab \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \quad (2.14)$$

где размерность  $P_{пр}$  – кВт, а и  $b$  – см.

Полагая, что  $E_0$  равна пробивной напряженности  $E_{пр}$  (для волновода, заполненного воздухом  $E_{пр}=30$  кВ/см) и используя (2.13) или (2.14), можно вычислить предельную (пробивную) мощность, увеличивая площадь поперечного сечения волновода по сравнению со стандартным. Во избежание пробоя в волноводе в реальных условиях величина  $P_{пр}$  уменьшается в 3–5 раз и определяется как  $P_{доп}$  ( $P_{доп}=P_{пр}/4$ ).

Для волны основного типа расчетная формула для  $P_{пр}$  следующая:

$$P_{пр} = 6,63 \cdot 10^{-4} E_{пр}^2 ab \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \text{ Вт.} \quad (2.15)$$

На рис. 2.7 показана зависимость предельной мощности от длины волны.

На этом графике определен диапазон волн, при которых допустимая мощность может по мере удлинения волны уменьшаться не более чем в 2 раза, и видно, какая максимальная мощность, может проходить через поперечное сечение волновода при заданной длине волны. Характерно, что с уменьшением длины волны предельная мощность увеличивается.

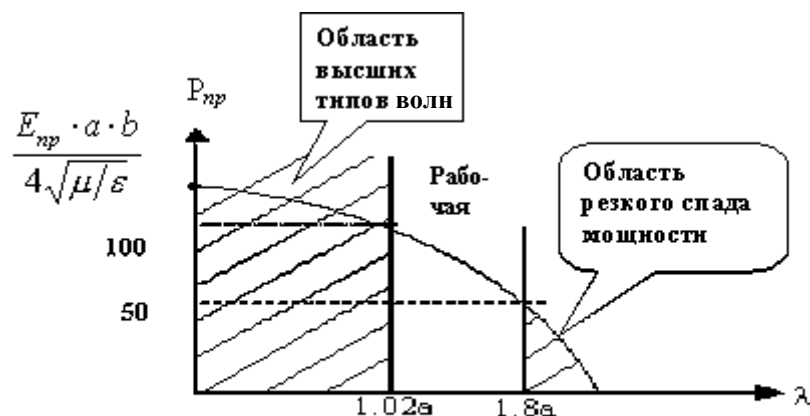


Рис. 2.7

В табл. 2.1 приводятся некоторые характеристики стандартных волноводов.

Таблица 2.1

а x b, мм	$\lambda_{кр}$ , см	Рабочий диапазон, см	$\alpha$ , дБ/м	$P_{доп}$ , кВт
72x34	14,4	13–7,7	0,02	3000
23x10	4,6	2,32–4,1	0,12	300
7,2x3,4	1,42	0,73–1,2	0,51	40

Как видно, в дециметровом диапазоне по прямоугольному волноводу стандартного сечения можно передавать весьма значительную мощность. Однако по мере повышения частоты допустимая мощность быстро уменьшается и при  $a = 1$  см не превышает 30...45 кВт.

Если размеры волновода увеличены настолько, что в части или во всем рабочем диапазоне волновод оказывается в многоволновом режиме, то необходимо принять специальные меры для предотвращения распространения всех типов волн, кроме  $H_{10}$ .

Потери и затухание в прямоугольных волноводах. Теперь остановимся на свойствах прямоугольных волноводов, которые следует иметь в виду при практическом их использовании – это потери, которые возникают при передаче энергии от генератора к приемнику.

Коэффициент затухания  $\alpha$ , обусловленный потерями энергии в металлических стенках волновода, вычисляется по формуле (1.26). Формулу (1.26) используют для теоретического вычисления  $\alpha$  через компоненты поля. Для практического расчета значений  $\alpha$  волн  $H$  и  $E$  применимы формулы из книги В.И. Вольмана и Ю.В. Билянова:

затухание электрических волн

$$\alpha^E = \frac{2R_S}{Z_C^E} \frac{a\chi_y^2 + b\chi_x^2}{\chi_{\perp}^2 ab}, \quad (2.16)$$

затухание магнитных волн

$$\alpha^H = \frac{R_S}{bZ_C \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2}} \left[ 1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2 \right], \quad m \geq 1, n = 0; \quad (2.17)$$

$$\alpha^H = \frac{R_S}{aZ_C \sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{2b}\right)^2}} \left[ 1 + \frac{2a}{b} \left(\frac{n\lambda}{2b}\right)^2 \right], \quad m = 0, n \geq 0; \quad (2.18)$$

$$\alpha^H = \frac{2R_S \left\{ a \left[ \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2 + \left(\frac{m\lambda_{кр}}{2a}\right)^2 \right] + b \left[ \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2 + \left(\frac{n\lambda_{кр}}{2b}\right)^2 \right] \right\}}{abZ_C \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad m \geq 0, n \geq 0. \quad (2.19)$$

На рис. 2.8 показан график зависимости коэффициента затухания от частоты при неизменных размерах поперечного сечения волновода. Как видно из рисунка и следует из (2.16) и (2.17–2.19), потери в волноводе резко возрастают при приближении частоты к критической. Быстрый рост активных потерь в волноводах при частотах, близких к критической, обусловлен колебаниями энергии в поперечном сечении волновода и уменьшением скорости передачи энергии (групповой скорости). Резкое увеличение затухания вблизи критической длины волны ограничивает длинноволновую часть рабочего диапазона волновода примерно до  $0,8\lambda_{кр}$ . С увеличением частоты ( $f > f_{кр}$ ) коэффициент затухания сначала быстро уменьшается, но затем, пройдя через минимум, снова начинает увеличиваться из-за явления скин-эффекта (увеличение поверхностного сопротивления металла  $R_s$  с ростом частоты).

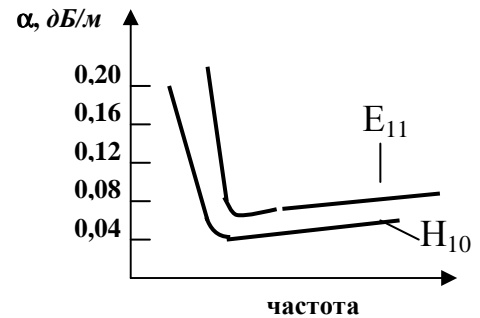


Рис. 2.8

Как следует из формул (2.16)–(2.19), коэффициент затухания убывает прямо пропорционально величине удельной проводимости. Поэтому волноводы целесообразно изготавливать из металлов с высокой проводимостью: серебра, меди, алюминия.

Относительно затухания волн в волноводах необходимо сделать следующие общие замечания.

1. Затухание растет при уменьшении сечения волновода. Поэтому на волнах порядка 1 см и короче прямоугольные волноводы применяются в виде коротких отрезков.

2. На частотах ниже критической коэффициент затухания практически не зависит от частоты

$$\alpha = 8,68 \left( 2\pi / \lambda_{кр} \right). \quad (2.20)$$

3. Заметное увеличение затухания вызывают швы внутри волноводов, поэтому предпочтительнее применять цельновытянутые волноводные трубы.

4. При заполнении волновода диэлектриком его затухание заметно возрастает. Увеличение затухания вызывается как тепловыми потерями в самом диэлектрике, так и ростом потерь в стенках волновода из-за уменьшения размеров его поперечного сечения в  $\sqrt{\epsilon}$  раз.

Как следует из формулы (2.16), в коротковолновой части сантиметрового диапазона потери в стандартных волноводах велики. Например, если потери равны  $\alpha = 0,55$  дБ/м, то при длине линии всего 10 м потери энергии будут составлять 6,5 дБ (более 70 % входящей мощности). Объясняется это тем, что при заданной мощности уменьшение поперечных размеров волновода сопровождается возрастанием плотности поверхностного тока проводимости в его стенках и соответственно возрастают потери. По-



этому на волнах порядка 1 см и короче применение прямоугольных волноводов целесообразно только в виде коротких отрезков. В некоторых случаях, чтобы уменьшить потери, размеры поперечного сечения волновода увеличивают по сравнению со стандартными.

Применение волноводов. Полые металлические прямоугольные волноводы используют в диапазоне рабочих длин волн приблизительно от 50 см до 1 мм. Если говорить о радиочастотных линиях передачи, то на волнах дециметрового диапазона волноводы используются лишь в мощных устройствах, а начиная с длины волны приблизительно 6 см – повсеместно. Чаще всего волноводные тракты строят на основе прямоугольных металлических волноводов, по которым распространяются волны основного типа  $H_{10}$ . Причины этого: поперечные размеры волновода при этом оказываются минимальными; структура поля волны низшего типа устойчива по отношению ко введению во внутрь волновода каких-либо неоднородностей.

## 2.2 Волноводы круглого сечения

Круглые волноводы представляют собой металлическую трубу круглого сечения с радиусом  $a$  (рис. 2.9), в которых так же, как в прямоугольных волноводах, распространяются  $E$ - и  $H$ -волны и не распространяются волны типа  $T$ .

При анализе волновой структуры используется цилиндрическая система координат  $r, \varphi, z$ , при этом ось  $z$  совмещена с осью волновода (рис. 2.9).

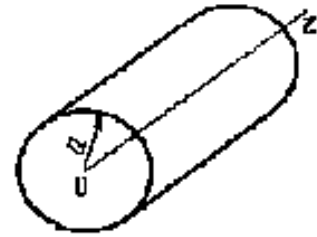


Рис. 2.9

### 2.2.1 Основные уравнения круглого волновода

При анализе волновой структуры используется цилиндрическая система координат  $r, \varphi, z$ , при этом ось  $z$  совмещена с осью волновода (рис. 2.9).

Электрические волны ( $H_z \equiv 0, E_z \neq 0$ ). Уравнение Гельмгольца в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial \varphi^2} + \chi_{\perp}^2 \dot{E}_z = 0. \quad (2.21)$$

Решение (2.21) с применением метода разделения переменных приводит к двум независимым дифференциальным уравнениям

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0, \quad (2.22)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left( \chi_{\perp}^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0, \quad (2.23)$$

решение которых имеет вид:

$$\Phi(\varphi) = A \sin m\varphi + B \cos m\varphi,$$

где  $A_1 = \sqrt{A^2 + B^2}$ ;  $\varphi = \arctg \frac{A}{B}$  и  $m$  – целое число ( $m=0,1,2 \dots$ ).

Функция  $\Phi$  должна быть четной относительно угла  $\varphi$ . Поэтому, постоянная  $A=0$  и

$$\Phi(\varphi) = B \cos m(\varphi - \varphi_0). \quad (2.24)$$

Уравнение (2.23) является уравнением Бесселя. Его решение можно представить в виде

$$R(r) = C' J_m(\chi_{\perp} r) + D' N_m(\chi_{\perp} r), \quad (2.25)$$

где  $J_m(\chi_{\perp} r)$  и  $N_m(\chi_{\perp} r)$  – функции Бесселя  $m$ -го порядка первого и второго рода. Функцию  $N_m(\chi_{\perp} r)$  называют также функцией Неймана  $m$ -го порядка, а  $C'$  и  $D'$  – произвольные постоянные. Более подробно с функциями Бесселя можно познакомиться в [6].

Функция Бесселя второго рода при  $r \rightarrow 0$  стремится к бесконечности. Так как напряженность поля в любой точке волновода должна быть ограничена, то необходимо положить  $D' = 0$ . Таким образом, получаем продольную компоненту электрического поля

$$\dot{E}_z = E_{0z} J_m(\chi_{\perp} r) \cos m(\varphi - \varphi_0) e^{-j\gamma z}, \quad (2.26)$$

где  $E_{0z} = A_1 C'$  – амплитуда продольной составляющей электрического поля.

Подставляя выражение для  $\dot{E}_z$  из (2.26) в (1.2) и учитывая, что

$$\text{grad} \perp \dot{E}_z = \bar{r}_0 \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \bar{\varphi}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial \varphi}, \quad (2.27)$$

определяем поперечные составляющие поля.

Составляющие векторов поля волны типа  $\mathbf{E}_{mn}$  в круглом волноводе имеют вид

$$\begin{aligned} E_r &= -j \frac{\gamma}{\chi_{\perp}} E_0 J_m'(\chi_{\perp} r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\ E_{\varphi} &= j \frac{\gamma m}{\chi_{\perp}^2 r} E_0 J_m(\chi_{\perp} r) \sin(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\ E_z &= E_0 J_m(\chi_{\perp} r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\ H_r &= -j \frac{\omega \epsilon_a}{\chi_{\perp}^2 r} m E_0 J_m(\chi_{\perp} r) \sin(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\ H_{\varphi} &= -j \frac{\omega \epsilon_a}{\chi_{\perp}} E_0 J_m'(\chi_{\perp} r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z) \\ H_z &= 0. \end{aligned} \quad (2.28)$$

В уравнениях (2.28) штрих означает дифференцирование по всему аргументу функций Бесселя. Чтобы найти  $\chi_{\perp}$ , надо воспользоваться граничным условием

$$E_{z/r=a} = 0. \quad 2.29$$

Подставляя (2.29) в (2.28), получаем

$$J_m(\chi_{\perp} a) = 0. \quad (2.30)$$

Имеется бесконечно большое количество значений аргумента, при которых функция Бесселя равна нулю. Эти значения называются корнями функции Бесселя. Обозначая  $n$ -тый корень функции Бесселя  $m$ -го порядка через  $v_{mn}$ , из (2.30) находим

$$\chi_{\perp} a = v_{mn}, \quad (2.31)$$

где  $m=0,1,2,3$  – порядок функции;  $n=1,2,3$  – номер корня в порядке возрастания. Функция  $J_0(x)$  первый раз пересекает ось абсцисс в точке с координатой, приблизительно равной 2,4. Данную точку принято обозначать символом  $v_{01}$ , следующая точка пересечения равна 5,52 и обозначается символом  $v_{02}$ . Нумерация  $E_{mn}$ -волн, отличающихся друг от друга по структуре поля в плоскости поперечного сечения волновода, осуществляется в соответствии с порядковым номером корня уравнения (2.30). Например, корню  $v_{01}$  соответствует волна  $E_{01}$ , корню  $v_{12}$  – волна  $E_{12}$  и т.д. Индекс  $m$  соответствует числу стоячих волн поля, укладываемых по окружности волновода, т.е. число вариаций поля по угловой координате поля  $\varphi$ , а  $n$  – число вариаций по радиальной координате  $r$ .

Из уравнения (2.31) определяем  $\chi_{\perp}$  и подставляем его в (1.8) для нахождения  $\lambda_{кр}$ . Таким образом, получаем, что для волн типа  $E_{mn}$  в круглом волноводе критическая длина волны определяется из выражения

$$\lambda_{кр} = \frac{2a\pi}{v_{mn}}, \quad (2.32)$$

где  $a$  – радиус волновода;  $v_{mn}$  –  $n$ -й корень уравнения  $J_m(x) = 0$ .

Несколько первых корней функций Бесселя  $v_{mn}$  в порядке их возрастания и соответствующие критические длины волн  $\lambda_{кр}^E$ , рассчитанные по формуле (2.32), представлены в табл. 2.2. Наибольшей критической длиной волны ( $\lambda_{кр}^E$ ) среди волн  $E$  в круглом волноводе обладает волна  $E_{01}$ , для которой  $\lambda_{кр}^E = 2,613a$ . Ближайшим высшим типом является волна  $E_{11}$ .

Таблица 2.2 – Значения корней функций Бесселя  $J_m(x)$  и критические длины E-волн

Тип волны	$E_{01}$	$E_{11}$	$E_{21}$	$E_{22}$
$\nu_{mn}$	2,405	3,832	5,135	5,520
$\lambda_{кр}^E \cdot \frac{1}{a}$	2,613	1,640	1,223	1,138

Волна типа  $E_{01}$  (рис. 2.10) не имеет вариаций поля по углу  $\varphi$ , так как  $m = 0$ . Так как силовые линии магнитной составляющей поля вида  $E_{01}$  и вида  $E_{02}$  образуют кольца вокруг центра волновода, граничное условие (2.31) позволяет вычислить ток, направленный по стенкам волновода вдоль оси  $Z$ .

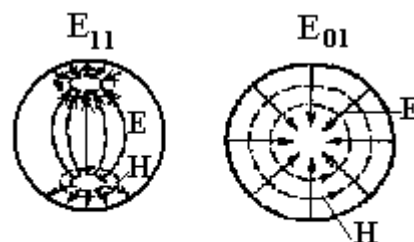


Рис. 2.10

Существование волн типа  $E_{m0}$  невозможно, так как  $\nu_{m0} = 0$  для всех функций Бесселя, имеющих порядок  $m \neq 0$ . При этом сами функции и их производные также обращаются в нуль. При  $m \neq 0$  появляются одновременные изменения поля по углу  $\varphi$ , определяемые тригонометрическими функциями в выражениях соответствующих компонент. В частном случае  $m=0$  амплитуды векторов электромагнитного поля не зависят от угловой координаты; подобные типы волн в круглом волноводе называют симметричными. Увеличение порядкового номера  $n$  соответствует появлению вариаций по радиусу. Пример картины поля типа  $E_{11}$  приведен на рис. 2.10, где сплошными линиями изображено электрическое поле, а штрихами – магнитное.

Волны H-типа ( $H_z \neq 0, E_z = 0$ ). Решение уравнения Гельмгольца для  $H_z$ -составляющей имеет вид выражения (2.21) с заменой  $E_z$  на  $H_z$ :

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial \varphi^2} + \chi_{\perp}^2 \dot{H}_z = 0. \quad (2.33)$$

Дальнейшее решение аналогично проведенному для электрических волн. В результате получаем следующее выражение для продольной составляющей магнитного поля:

$$\dot{H}_z = H_{0z} J_m(\chi_{\perp} r) \cos m(\varphi - \varphi_0) e^{-j\gamma z}. \quad (2.34)$$

Подставляя выражение для  $\dot{H}_z$  из (2.34) в (1.2) и учитывая, что

$$\text{grad}_{\perp} \dot{H}_z = \bar{r}_0 \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial r} + \bar{\varphi}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial \varphi}, \quad (2.35)$$

определяем поперечные составляющие поля.

Выражения для составляющих векторов поля волн типа  $H_{mn}$  в круглом

волноводе имеют вид:

$$\begin{aligned}
 E_r &= j \frac{\omega \mu_a}{\chi_{\perp}^2 r} m H_0 J_m(\chi_{\perp} r) \sin(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\
 E_{\varphi} &= j \frac{\omega \mu_a}{\chi_{\perp}} H_0 J'_m(\chi_{\perp} r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\
 E_z &= 0, \\
 H_r &= -j \frac{\gamma}{\chi_{\perp}} H_0 J'_m(\chi_{\perp} r) \cos(m\varphi) \exp(-j\gamma z), \\
 H_{\varphi} &= j \frac{\gamma m}{\chi_{\perp}^2} H_0 J_m(\chi_{\perp} r) \sin(m\varphi) \exp(-j\gamma z) \\
 H_z &= 0.
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

В уравнениях (2.36) штрих означает дифференцирование по всему аргументу функции Бесселя. Для определения поперечного волнового числа  $\chi_{\perp}$  воспользуемся граничным условием  $\frac{\partial \dot{H}_z}{\partial n} = 0$ . Подставляя (2.35) в уравнение (1.2) и учитывая, что в круглом волноводе дифференцирование по нормали соответствует дифференцированию по радиусу, получаем трансцендентное уравнение

$$J'_m(\chi_{\perp} a) = 0. \tag{2.37}$$

Отметим, что при выполнении равенства (2.37) согласно (2.36) касательная к стенкам волновода составляющая  $\dot{E}_{\varphi}$  электрического поля равна нулю на поверхности стенок волновода. Обозначив корни уравнения (2.37), число которых бесконечно, через  $\mu_{mn}$  находим поперечное волновое число волн  $H_{mn}$ :

$$\chi_{\perp} \cdot a = \mu_{mn}. \tag{2.38}$$

Для волн типа  $H_{mn}$  в круглом волноводе критическая длина волны равна

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi a}{\mu_{mn}}, \tag{2.39}$$

где  $\mu_{mn}$  – n-й корень уравнения  $J'_m(x) = 0$ . Например, первый по счету максимум функции  $J_1(x)$  имеет место в точке с координатой  $x \approx 1,8$ ; данное значение обозначено как  $\mu_{11}$ ;  $\mu_{12}$  соответствует точке с значением  $x \approx 5,3$  и т.д.

Несколько первых корней функций Бесселя  $\mu_{mn}^H$  в порядке их возрастания и соответствующие критические длины волн  $\lambda_{кр}^H$ , рассчитанные по формуле (2.39), представлены в табл. 2.3. Наибольшей критической длиной

волны ( $\lambda_{кр}^H$ ) среди волн Н в круглом волноводе обладает волна  $H_{11}$ , для которой  $\lambda_{кр}^H = 3,413a$ . Ближайшим высшим типом является волна  $H_{21}$ .

Таблица 2.3 – Значения корней функций Бесселя  $J'_m(x)$  и критические длины Н-волн

Тип волны	$H_{11}$	$H_{21}$	$H_{01}$	$H_{31}$
$\mu_{mn}$	1,84	3,05	3,83	4,20
$\lambda_{кр}^H \cdot \frac{1}{a}$	3,41	2,06	1,64	1,50

Можно показать, что в круглом волноводе волны  $E_{1n}$  и  $H_{0n}$  являются вырожденными, т.е.  $\nu_{1n} = \mu_{0n}$ .

Как видно из таблицы 2.3, основной в круглом волноводе является волна  $H_{11}$ , для которой  $\lambda_{кр} = 3,413a$ . Но она по сочетанию индексов не низшая. Структуры волн  $H_{11}$  и  $H_{01}$  показаны на рис. 2.11. В порядке убывания критической волны типы волн круглого волновода располагаются в ряд  $H_{11}, E_{01}, H_{21}, (H_{01} \text{ и } E_{11}), H_{31}, E_{21}, H_{12}, E_{02}, \dots$ , в то время как в прямоугольном волноводе уменьшению критической волны обязательно соответствует возрастание индекса  $m$  или  $n$  типа волны.

### 2.2.2 Диаграмма типов волн в круглом волноводе

Располагая диаграммой типов волн в круглом волноводе, можно указать низший тип волны и определить область одноволновости данного волновода.

Обратимся к табл. 2.2 и 2.3, в которых приведены корни функций Бесселя и их производных, и выделим группу самых малых корней, поскольку именно таким корням отвечают типы волн с наибольшими критическими длинами. Наименьшим из всех корней оказывается корень производной функции Бесселя 1-го порядка  $\mu_{11} = 1,841$ , которому соответствует волна типа  $H_{11}$ . Подставив этот корень в формулу (2.39), получаем

$\lambda_{кр} = 3,41a$ , и т.д. для волн  $E_{кр01}$   $\lambda_{кр} = 2,61a$ , для  $H_{21}$   $\lambda_{кр} = 2,06a$ , для  $H_{01}$   $\lambda_{кр} = 1,64a$ .

Построив диаграмму типов волн рис. 2.12, проанализируем последовательность выходящих в генерацию типов колебаний. Видно, что основным типом волны в круглом волноводе является  $H_{11}$ .

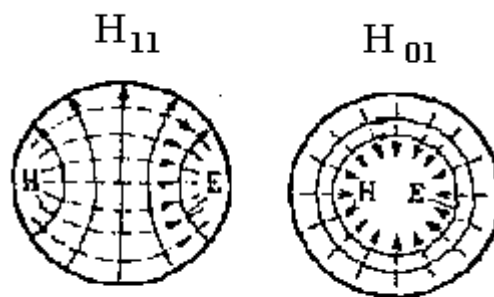


Рис. 2.11

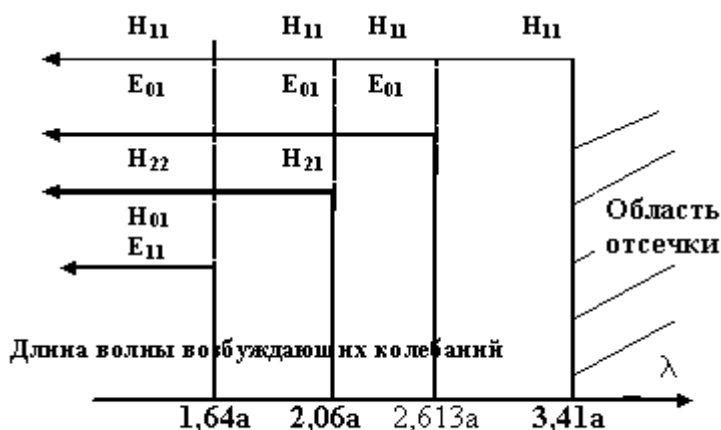


Рис. 2.12

Из других волн магнитного типа в круглом волноводе часто используют волну  $\mathbf{H}_{01}$ , для которой  $\lambda_{кр} = 1,640a$ . Картина силовых линий поля волн типов  $\mathbf{H}_{11}$  и  $\mathbf{H}_{01}$  изображена на рис. 2.11.

Токи в стенках круглого волновода. Волна типа  $\mathbf{H}_{11}$  у поверхности имеет две отличные от нуля составляющие вектора напряженности магнитного поля  $\dot{H}_\varphi$  и  $\dot{H}_z$ , которым согласно граничному условию  $[n_0, H_1] = \eta_S$  (где следует положить  $n_0 = -r_0$ ), соответствуют составляющие тока проводимости  $\eta_{Sz}$  и  $\eta_{S\varphi}$ , т.е. у этого типа волны имеются как продольные, так и поперечные плотности тока (рис. 2.13, а).

У волны типа  $\mathbf{H}_{01}$  отлична от нуля лишь продольная составляющая магнитного поля, которая, согласно (2.34), остается постоянной по всему периметру волновода и равна  $\dot{H}_z = H_{0z} J_0(\chi_{\perp a}) e^{-j\gamma z}$  (2.40)

и которой соответствуют только поперечные  $\eta_{S\varphi}$  поверхностные токи (кольцевые токи) (рис. 2.13, б). Плотность этих токов также одинакова по всему

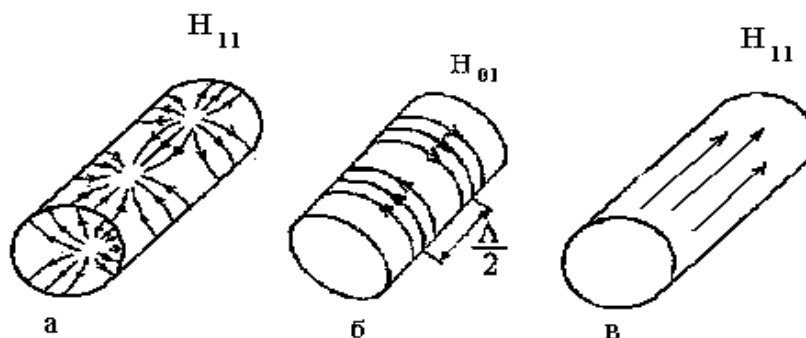


Рис. 2.13

периметру сечения волновода и описывается выражением (2.40).

Поэтому колебания вида  $\mathbf{H}_{01}$  обладают наименьшими потерями.

У волны  $\mathbf{E}_{01}$  текут только продольные токи, равномерно распределенные по периметру волновода (рис. 2.13, в).

Волны Е- и Н-типов в круглом волноводе, так же как и в прямоугольном, обладают дисперсией, определяемой уравнением (1.17) с той разницей, что критические длины волн для соответствующих видов колебаний вычисляются по формулам (2.32) и (2.39).

Характеристические сопротивления для волн электрического и магнитного типов определяются по тем же формулам, что и для прямоугольного волновода, соответственно (1.15) и (1.16).

### 2.2.3 Передача энергии по круглому волноводу

Мощность, переносимая волной типа  $\mathbf{H}_{11}$  в круглом волноводе, равна:

$$P = \frac{a^2 E_0^2 \pi}{4,28 Z_C} \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}. \quad (2.41)$$

Коэффициент ослабления для волн типа  $\mathbf{H}_{mn}$  в круглом волноводе:

$$\alpha_M = \frac{R_S}{Z_C b \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}} \left( \left( \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2 + \frac{m^2}{\mu_{mn}^2 - m^2} \right). \quad (2.42)$$

Для волн типа  $\mathbf{E}_{mn}$  в круглом волноводе:

$$\alpha_M = \frac{R_S}{Z_C b \sqrt{1 - \left( \frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}}. \quad (2.43)$$

Применение круглых волноводов. Несмотря на конструктивные достоинства, круглые волноводы используют значительно реже, чем прямоугольные. Это обусловлено поляризационной неустойчивостью основной волны типа  $\mathbf{H}_{11}$  в круглом волноводе. Поляризационная неустойчивость образуется из-за симметрии круглого волновода. Например, если на входе некоторой волноводной системы волна типа  $\mathbf{H}_{11}$  поляризована вертикально, то под влиянием различных случайных деформаций волноводной линии колебания на линии имеют уже другое направление плоскости поляризации. Поскольку возбуждающие устройства работают, как правило, лишь с колебаниями вполне определенной поляризации, поэтому круглые волноводы с волной  $\mathbf{H}_{11}$  не используют в качестве линии передачи СВЧ-сигналов. В то же время, если в круглом волноводе возбудить волны  $\mathbf{H}_{11}$ , ортогональные друг другу и сдвинутые по фазе на  $\pm 90^\circ$ , то суммарное поле будет волной с круговой поляризацией. Такие линии применяются в системах СТВ.

С другой стороны, является ценным существование в круглом волно-



воде симметричных типов колебаний. На основе этих волн работает вращающееся волноводное сочленение.

Еще надо отметить ценное свойство круглых волноводов, связанное с частотными характеристиками затухания волны типа  $H_{01}$ . Затухание этих волн падает с ростом частоты – это уникальнейшее свойство позволяет использовать этот тип для передачи сигналов на большие расстояния. Но при этом, чтобы убрать остальные типы колебаний, которые приводят к увеличению потерь, необходимо принять следующие меры. Волновод снабжают большим числом поперечных щелей или выполняют из проводящих колец, изолированных друг от друга. Поверхностный ток на волне  $H_{01}$  протекает лишь в азимутальном направлении, поэтому щели окажутся излучающими для других типов колебаний.

В последние годы все чаще используются волноводы, поперечное сечение которых не круг, а эллипс. В таком волноводе электрическое поле имеет направление вдоль малой полуоси эллипса. Это позволяет получить фиксацию поляризации электрического поля, характерную для волны  $H_{11}$ -типа. Иногда стенки круглого волновода делают гофрированными, что позволяет передавать по нему энергию к подвижным частям волноводного тракта. В некоторых случаях гибкие отрезки волноводов оказываются более выгодными, чем специальные вращающиеся сочленения.

## 2.3 Коаксиальные линии передачи

**Коаксиальная линия (КЛ)** передачи представляет собой систему из двух соосных металлических цилиндров диаметрами  $d$  ( $2R_1$ ) и  $D$  ( $2R_2$ ), разделенных слоем диэлектрика с абсолютными электрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon_a$  и  $\mu_a$  (рис. 2.14),  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы внутреннего и внешнего проводников коаксиального кабеля соответственно.

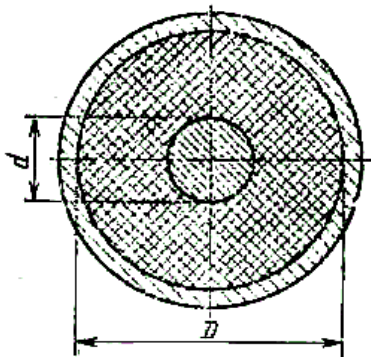


Рис. 2.14

Коаксиальная линия используется в качестве линии передачи на длинах волн от 3–5 см и включительно до постоянного тока. Электромагнитное поле, которое может существовать в коаксиальной линии, заполненной средой с относительными диэлектрической и магнитной проницаемостью, находится как решение уравнений Максвелла, так же как для круглых волноводов.

### 2.3.1 Элементы теории распространения волн в коаксиальном кабеле

Имеется бесконечное множество решений, образующих бесконечный дискретный спектр распространяющихся в коаксиальной линии электромагнитных волн.

Спектр волн, передаваемых по коаксиальной линии, можно разделить на три типа: волны типа Т-, Е- и Н-волны. Волны высших порядков  $H_{mn}$  и  $E_{mn}$  возникают при определенных условиях. Каждая из этих волн имеет конечную критическую длину. Но при любой волне высшего порядка может существовать и Т-волна. Следовательно, при условиях отсечки можно обеспечить наличие в коаксиальном кабеле единственной волны – Т. Эти волны были описаны в первом разделе, поэтому здесь повторим детали, необходимые для понимания излагаемого материала.

Т-волны. Электромагнитные волны, векторы напряженности электрического и магнитного полей которых лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, называют **поперечными электромагнитными волнами** или волнами типа Т ( $E_z = H_z = 0$ ). Волна типа Т, в отличие от волн типов Н и Е, распространяется в линии при любой частоте, поскольку  $\omega_{кр} = 0$ . Для волн типа Т поперечное волновое число  $\chi_{\perp} = 0$ , а продольное волновое число  $\gamma$  является таким же, как и в случае однородной плоской волны.

Электрические и магнитные поля волны типа Т в плоскости поперечного сечения линии передачи по структуре будут такими же, как и постоянные во времени электрические и магнитные поля, существующие в системе при тех же граничных условиях. Это означает, что распространение волны типа Т возможно лишь в линиях, которые могут быть использованы для передачи постоянного тока.

Уравнениями, определяющими, эту волну являются:

$$\nabla_{\perp}^2 \vec{E}_{\perp} = 0; \quad \nabla_{\perp}^2 \vec{H}_{\perp} = 0. \quad (2.44)$$

Решения этих уравнений в цилиндрической системе координат можно представить как:  $\vec{E} = \vec{E}_{\perp} = \vec{E}_r = \vec{r}_0 \cdot \frac{A}{r} \cdot e^{j(\omega t - \gamma z)}$ ,

$$\vec{H} = \vec{H}_{\perp} = \vec{H}_{\varphi} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot [\vec{z}_0, \vec{E}_{\perp}],$$

т.е.

$$\vec{H} = \vec{H}_{\varphi} = \vec{\varphi}_0 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \frac{A}{r} \cdot e^{j(\omega t - \gamma z)},$$

$$\vec{E}_r = \vec{r}_0 \cdot \frac{A}{r} \cdot \cos(\omega t - \gamma z), \quad (2.45)$$

$$\vec{H}_\varphi = \vec{\varphi}_0 \sqrt{\frac{\epsilon_\alpha}{\mu_\alpha}} \cdot A/r \cdot \cos(\omega t - \gamma z). \quad (2.46)$$

$A$  – действительная величина, значение которой определяется полной мощностью, передаваемой по линии.

Для линии без потерь постоянная распространения

$$\gamma = k = \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a}. \quad (2.47)$$

Картина поля представлена на рис 2.15.

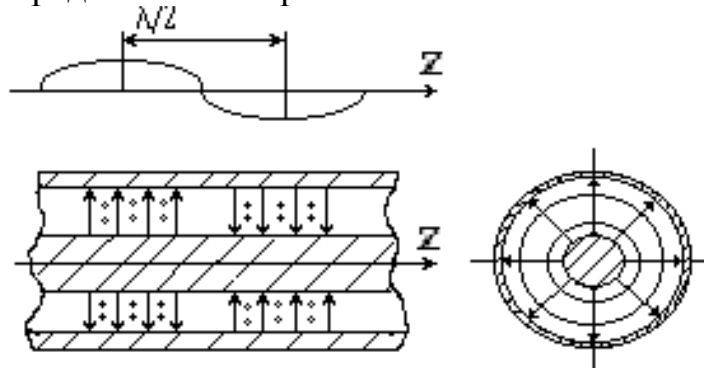


Рис. 2.15

### 2.3.2 Параметры коаксиального кабеля

Токи и напряжения в коаксиальном кабеле. Перейдем к токам и напряжениям в коаксиальном кабеле. Статический характер поперечного распределения электрического поля позволяет определить разность потенциалов между проводниками линии (рис. 2.16):

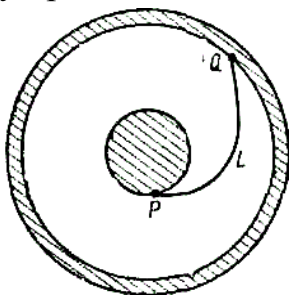


Рис. 2.16

$$U = \int_{L(P,Q)} \vec{E} dl. \quad (2.48)$$

Напряжение между внутренним и внешним проводниками, не зависящее от выбора пути интегрирования поперечной плоскости, записывается так:

$$U = \int_{r=d/2}^{D/2} \vec{E} d\vec{r} = A \cos(\omega \cdot t - \gamma z) \int_{d/2}^{D/2} \frac{dr}{r} = A \ln \frac{D}{d} \cos(\omega \cdot t - \gamma z). \quad (2.49)$$

Ток вдоль проводников находят интегрированием вектора плотности поверхностного электрического тока  $J_s$  по контуру сечения проводника  $\Gamma$  или  $J = \oint \vec{H} d\vec{l}$ .

Пусть замкнутый контур будет окружностью с радиусом  $r$ , тогда  $H = \text{const}$ . Следовательно, интеграл можно представить как  $H \cdot 2\pi \cdot r$ . Используя

(2.46), запишем выражение для тока в следующем виде:

$$J = A \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_a}{\mu_a}} 2\pi \cos(\omega \cdot t - \gamma z). \quad (2.50)$$

Линии передачи с волной типа Т характеризуются волновым сопротивлением  $Z_B$ , равным отношению комплексных амплитуд напряжения и тока в режиме бегущих волн

$$Z_B = \frac{\dot{U}}{\dot{J}} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} \ln \frac{D}{d} = \frac{120 \pi}{2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon}} \ln \frac{D}{d} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon}} \ln \frac{D}{d}. \quad (2.51)$$

Здесь мы полагаем, что относительная магнитная проницаемость  $\mu = 1$ . Если перейти к десятичным логарифмам, то получим:

$$Z_B = \frac{138}{\sqrt{\varepsilon}} \lg \frac{D}{d}, \text{ (Ом)}. \quad (2.52)$$

Волновое сопротивление выражается через погонные – индуктивность  $L_1$  и емкость  $C_1$  – линии следующим образом:

$$Z_B = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}. \quad (2.53)$$

Погонные параметры коаксиальной линии передачи:

$$L_1 = \mu_a / (2\pi) \ln(D/d), \text{ Гн/м}. \quad (2.54)$$

$$C_1 = \frac{2\pi\varepsilon_a}{\ln(D/d)}, \text{ Ф/м}. \quad (2.55)$$

Фазовая скорость в линии передачи с волной типа Т

$$v_\Phi = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}}. \quad (2.56)$$

Характеристическое сопротивление определяется следующим соотношением:

$$Z_C = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \text{ Ом}. \quad (2.57)$$

Волны высших порядков рассматриваться не будут, так как они практически не используются.

Диаграмма типов колебаний. На рис. 2.17 показана диаграмма типов колебаний для коаксиального кабеля и отмечены критические длины волн, при которых возникает тот или иной тип колебаний.

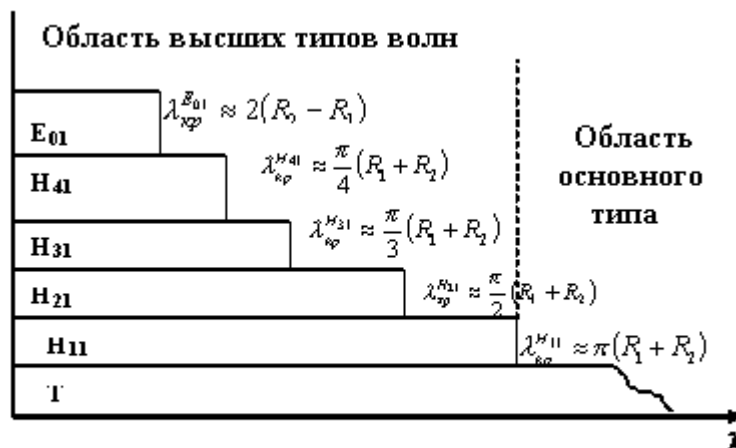


Рис. 2.17

Рабочий диапазон частот коаксиальных линий передачи ограничивается только со стороны высоких частот возможным возбуждением высших типов волн. Ближайшим высшим типом волн, возбуждаемым в коаксиальном волноводе, является волна типа  $H_{11}$ . Критическая длина волны типа  $H_{11}$  определяется формулой

$$\lambda > \lambda_{кр}^{H_{11}} \approx \pi(R_1 + R_2). \quad (2.58)$$

Таким образом, высшие типы волн в коаксиальном волноводе появляются тогда, когда длина волны возбуждающих колебаний становится меньше полусуммы периметров проводников. Из (2.58) следует, что поперечные размеры коаксиальной линии необходимо выбирать так, чтобы при заданной минимальной длине волны рабочего диапазона  $\lambda_{\min}$  удовлетворялось условие

$$R_2 + R_1 \leq \lambda_{\min} / 3,14. \quad (2.59)$$

Уменьшение размеров поперечного сечения коаксиального кабеля, необходимое для расширения частотного диапазона, ограничивается увеличением тепловых потерь, уменьшением электрической прочности и усложнением технологии изготовления.

### 2.3.3 Передача энергии по коаксиальной линии

Мощность в коаксиальной линии передачи. Мощность  $P$ , переносимую волной  $T$  по линии передачи получаем интегрированием выражения для вектора Пойнтинга по поперечному сечению линии

$$P = \frac{1}{2} \int_S \operatorname{Re}[\dot{E}H^*] dS, \text{ или } P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} \int_S |\dot{E}|^2 dS. \quad (2.60)$$

С введением понятия волнового сопротивления в эти уравнения переносимая мощность в коаксиальном кабеле определяется как

$$P = \frac{1}{2} U \cdot I = \frac{1}{Z_B} |U|^2 = \frac{1}{2} |I|^2 \cdot Z_B, \text{ Вт.} \quad (2.61)$$

Предельная мощность. Как и в волноводах, в коаксиальных линиях интересен вопрос о предельной переносимой мощности волнами Т-типа. Пропускаемая по линии передачи мощность электромагнитных волн не может быть беспредельной. В зависимости от заполнения линии при некоторой напряженности электрического поля в линии наступает пробой. Пробой в коаксиальном волноводе наступает при таком напряжении, когда максимальная величина напряженности электрического поля в линии достигает значения  $E_{пр}$ . Напряженность электрического поля в коаксиальном кабеле максимальна у поверхности внутреннего проводника и равна  $E = 120I / (d\sqrt{\epsilon})$ . Следовательно, величина тока при пробое  $I_{пр} = E_{пр} d\sqrt{\epsilon} / 120$ . Исходя из величины тока, пробивное напряжение определяется соотношением

$$U_{пр} = I_{пр} Z_B = E_{пр} \frac{d}{2} \ln(D/d), \text{ В.} \quad (2.62)$$

Для коаксиального волновода с воздушным заполнением ( $E_{пр}=30$  кВ/см) напряжение пробоя  $U_{пр} = 15 \cdot 10^3 d \ln(D/d)$ . Максимум пробивного напряжения имеет место при  $D/d=e=2,718$ . Это соответствует волновому сопротивлению  $Z_B=60$  Ом.

Предельная мощность с учетом (2.61) и (2.62), передаваемая по коаксиальному кабелю, может быть вычислена по формуле

$$P_{пр} = U_{пр} / 2Z_B = E_{пр}^2 \sqrt{\epsilon} d^2 \ln(D/d) / 480. \quad (2.63)$$

Допустимой (или рабочей) мощностью  $P_{дон}$  называется произведение предельной мощности на величину, обратную коэффициенту запаса электрической прочности  $N$ :

$$P_{дон} = \frac{1}{N} P_{пред}.$$

Коэффициент запаса учитывает неоднородности в линии, изменение климатических факторов, наличие стоячей волны. Обычно он берется равным  $3 \div 4$ .

Максимального значения  $P_{пр}^{\max}$  достигает при  $\frac{D}{d} = 1,65$ , что соответствует волновому сопротивлению линии с воздушным заполнением  $Z_B = 30$  Ом. Если коаксиальная линия заполнена диэлектриком, но не принято мер к удалению воздушных включений, разряд начинается в тонкой воздушной

пленке на границе между диэлектриком и внутренним проводником, а пробивная напряженность поля снижается в  $\sqrt{\varepsilon}$  раз.

Затухание в коаксиальной линии. Коэффициент затухания, равный действительной части коэффициента распространения, определяется формулой  $\alpha = \alpha_{np} + \alpha_d$ , где

$$\alpha_{np} = (R/2)\sqrt{L/C} \quad (2.64)$$

– коэффициент затухания, обусловленный тепловыми потерями в проводниках,  $R$  – активное сопротивление в линии на единицу длины.

Используя (2.64), можно определить, что для коаксиальной линии с медными проводниками

$$\alpha_{np} = \frac{1,898 \cdot 10^{-4} \sqrt{\varepsilon} \sqrt{f} (1 + D/d)}{D \ln(D/d)}, \text{ дБ/м.} \quad (2.65)$$

Коэффициент затухания  $\alpha_{np}$  в проводниках из любого материала, при заданном поверхностном сопротивлении проводников  $R_s$ , определяется по следующей формуле:

$$\alpha_{np} = \frac{R_s (D + d)}{4Z_B D \cdot d \ln \frac{D}{d}}. \quad (2.66)$$

Если внутренний и внешний проводники изготовлены из разных материалов, то используется следующее выражение:

$$\alpha_{np} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \frac{R_{s1}/d + R_{s2}/D}{120\pi \ln(d/D)}, \text{ м}^{-1}. \quad (2.66, a)$$

$R_{s1}$  и  $R_{s2}$  – поверхностные сопротивления металла внутреннего и внешнего цилиндров коаксиального кабеля соответственно.

Потери в диэлектрике  $\alpha_d$ . Свойствами диэлектриков с малыми потерями ( $\text{tg } \delta < 10^{-2}$ ), применяемых в коаксиальных линиях передачи, обладают многие диэлектрики, такие как полиэтилен, фторопласт, керамика и другие. Поскольку  $\text{tg } \delta$  имеет конечную величину, то при расчетах параметров линий передачи необходимо учитывать потери в этих средах. Коэффициент затухания в диэлектрике определяется из следующего выражения:

$$\alpha_d = \frac{1}{2} \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \text{tg } \delta \quad (2.67)$$

или

$$\alpha_d = \frac{\pi}{\lambda} \text{tg } \delta, \quad (2.68)$$

где  $\text{tg } \delta$  – тангенс угла диэлектрических потерь среды  $\text{tg } \delta \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$ .

Некоторые свойства диэлектриков на сверхвысоких частотах приведены в приложении 1, таблица П.1.1.

Правильный выбор соотношения  $D/d$  должен обеспечить противоречивые требования: максимальную мощность переносимого поля и наименьшие потери. Расчеты приводят к оптимальному соотношению

$$\left(\frac{D}{d}\right)_{opt} \approx (3,6 \div 3,0). \quad (2.69)$$

Проанализируем коэффициент затухания КЛ от длины волны  $\lambda$ . Из (1.91) следует, что  $\alpha$  от  $\lambda$  зависит только через  $R_s$ . То есть, можно сказать, что при заданных размерах линии коэффициент затухания пропорционален  $\lambda^{-1/2}$ . Возникает вопрос: до какой наименьшей длины волны могут использовать коаксиальные линии? Очевидно, что если размеры линии заданы, то не следует использовать эту линию в области высших типов волн, т.е. необходимо  $\lambda > \lambda_{кр}^{H_{11}}$ . Однако, по-видимому, можно с уменьшением длины волны уменьшить и размеры коаксиальной линии. Например, если уменьшить в 2 раз размеры КЛ, то область возникновения высших типов волн также уменьшится в 2 раза. Итак, кажется, что достаточно уменьшить размеры КЛ, и она может быть использована при любых коротких волнах или на самых высоких частотах. Но это возможно только в случае идеальных проводников. На практике КЛ в качестве передающих линий на волнах короче 3 см не используются.

При рассмотрении, например, распространения прямоугольного импульса следует найти весь спектр возможных колебаний и проанализировать условие распространения колебаний каждой частоты спектра. Так как коэффициент затухания линии для различных частот неодинаков, то сигнал при прохождении по линии будет искажаться. В заключение можно сказать, что коаксиальные линии в области коротких волн не являются оптимальными.

Основные достоинства КЛ:

1. Передача широкого спектра, т.к. волна основного типа Т не имеет  $\lambda_{кр}$ .
2. Поле КЛ хорошо защищено от внешних полей, отсутствуют потери на излучение, т.к. это линия закрытого типа. Простая конструкция.

К основному недостатку следует отнести следующий: потери в КЛ больше, чем у волноводов тех же габаритов и работающих на тех же частотах.

## 2.4 Полосковые линии передачи

### 2.4.1 Общие сведения и конструктивные особенности

В технике СВЧ широко применяют направляющие системы, называе-



мые полосковыми линиями передачи [2,3,5,11], которые особенно удобны в печатных и интегральных схемах СВЧ.

Достоинства полосковых линий: дешевизна, простота изготовления, удобны для массового производства, малые габариты, малый вес.

Недостатки: большие потери в диэлектрике и металле, сравнительно низкая передаваемая мощность (средняя мощность – десятки ватт, импульсная – единицы киловатт), достаточно большая часть энергии излучается в пространство, возникают нежелательные электромагнитные связи.

Поперечные сечения полосковых линий передачи образуются из плоских параллельных проводников и диэлектрических пластин.

Различают симметричные и несимметричные полосковые линии передачи. Симметричные полосковые линии имеют в поперечном сечении две перпендикулярные плоскости симметрии, несимметричные полосковые линии – одну плоскость симметрии. На рис 2.18 изображена группа полосковых волноводов и соответствующие структуры поля в поперечном сечении:

- а) несимметричная полосковая линия (НПЛ),
- б) симметричная полосковая линия (СПЛ),
- с) высокодобротная (воздушная) полосковая линия.

Зачерненные широкие полосы на рисунке – это металлические пластины в полосковых линиях. Они являются экранами и могут рассматриваться как бесконечные плоскости с нулевым потенциалом. Узкие полосы – токонесущие проводники.

С целью уменьшения потерь, иногда применяют конструкцию, изображенную на рис. 2.18, с, в которой электромагнитное поле существует между узким проводником и заземленной пластиной. При этом в листе диэлектрика, разделяющем узкие проводники, концентрация энергии невелика и соответственно малы потери, поэтому линию называют высокодобротной.

Существуют три разновидности полосковых линий передачи: 1) жесткие воздушные полосковые линии; 2) линии на основе фольгированных диэлектрических листов или тонких металлических полосок, нанесенных фотопутем или напылением на диэлектрические листы (фторопласты, в том

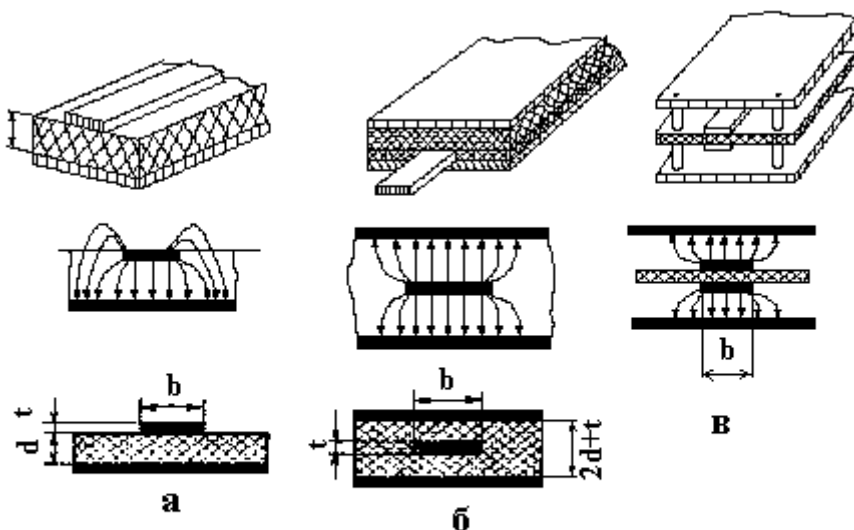


Рис. 2.18

числе армированные стекловолокном, полимеры и др.); 3) линии на основе диэлектрических пластин из керамики или специальных кристаллических материалов с высоким значением диэлектрической проницаемости (поликор, ситалл, кремний, кварц).

Полосковые волноводы со сплошным заполнением диэлектриком и печатным центральным проводником являются наиболее распространенными. Их преимущества – экономичность производства, прочность и компактность. Однако сравнение их с полосовыми волноводами, у которых диэлектриком служит воздух, показывает, что имеется ряд недостатков, а именно: большие потери в диэлектрике и сильный разброс характеристик при изготовлении. Это разброс вызван в основном изменениями диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и толщины материала несущей пластины.

Допуск на величину  $\epsilon$  широко применяемых материалов составляет  $\pm 5\%$ . Такое изменение диэлектрической проницаемости приводит к отклонению характеристического сопротивления на  $\pm 2...3\%$ . Кроме того, допуск на толщину диэлектрических пластин достигает  $\pm 0,1$  мм, что вызывает дополнительное изменение характеристического сопротивления примерно на  $\pm 5\%$ . Поэтому необходимо улучшать однородность состава и равномерность толщины диэлектрического листа. Это достигается при использовании в качестве диэлектрика чистых материалов, а не смесей (примерно с  $\epsilon = 10$  и  $\text{tg } \delta = (1...2) \cdot 10^{-4}$ ).

Размеры полосковых волноводов с диэлектриками меньше воздушных. Чтобы интегральная схема имела приемлемые размеры, диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  должна лежать в пределах от 8 до 16 и не зависеть от температуры. Если диэлектрическая проницаемость слишком велика, могут возникнуть поверхностные волны высших порядков, поперечные размеры полоскового волновода становятся очень малыми, величина  $\epsilon$  меняется с температурой.

В микрополосковых линиях, как правило, используются высококачественные подложки с низкими диэлектрическими потерями.

Рассмотрим краткие характеристики, применяемых диэлектриков.

**Фторопласт-4 (тефлон).** Материал высокопрочный, выдерживает все виды механической обработки, стоек к воздействию химических веществ, допускает пайку при температуре до  $260^{\circ}\text{C}$ , не поглощает влагу. Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 2$ ,  $\text{tg } \delta = 3 \cdot 10^{-4}$ , пробивное напряжение  $U_{\text{пр}} = 25$  МВ/м.

Основные недостатки: деформируется под нагрузкой вследствие низкой поверхностной твердости, нестабильность геометрических размеров в процессе длительной эксплуатации.

**Сополимер стирола.** Выдерживает механическую обработку и технологические воздействия при изготовлении полосковых схем. Допускает пайку при температуре  $140^{\circ}\text{C}$ . Но хрупок и допускает возможность растрескивания при

механических нагрузках. Диэлектрическая проницаемость сополимера стирола СТ-5 –  $\epsilon = 5$ ,  $\text{tg}\delta = 9 \cdot 10^{-4}$ , пробивное напряжение  $U_{\text{пр}} = 21$  МВ/ м.

**Полистирол.** Материал допускает все виды механической обработки, выдерживает технологические воздействия, хорошо склеивается с металлами, высокая стабильность размеров. К недостаткам следует отнести низкую ударную прочность, невысокую теплостойкость. Диэлектрическая проницаемость полистирола ПТ-10  $\epsilon = 10$ ,  $\text{tg}\delta = 20 \cdot 10^{-4}$ , пробивное напряжение  $U_{\text{пр}} = 15$  МВ/ м.

**Полиэтилен.** Хорошо обрабатывается механически, выдерживает технологические воздействия, но имеет низкую теплостойкость, значительную усадку и коробление пластин при изготовлении полосковых плат. Диэлектрическая проницаемость полиэтилена АПЛ-Ф  $\epsilon = 3,8$ ,  $\text{tg}\delta = 40 \cdot 10^{-4}$ .

Применяются также неорганические диэлектрики в виде керамики на основе окиси алюминия, керамики с повышенной диэлектрической проницаемостью (выше 10), пленочные диэлектрики типа титаната бария, окиси тантала и другие [5].

Жесткие воздушные полосковые линии применяют при повышенных уровнях мощности в тракте и выполняют чаще всего в симметричном варианте. Для обеспечения жесткости проводники этих линий имеют значительную толщину.

Несимметричный полосковый волновод является наиболее распространенным элементом СВЧ интегральной схемы, в котором распространяется квази-Т-волна.

Теоретически ограничений для применения полосковых линий в области низких частот не существует. Практически, поскольку размеры полосковых резонансных элементов на очень низких частотах становятся значительными, рекомендуется применять полосковые линии на частотах выше 100 МГц. На высоких частотах применение таких линий ограничено требованием жестких допусков на размеры при изготовлении, увеличением потерь и возникновением волн паразитных типов.

Строгая теория полосковых линий довольно сложна. В низкочастотной части СВЧ диапазона (когда длина волны значительно превышает размеры линии) анализ и расчет параметров полосковых линий можно проводить в квазистатическом приближении, т.е. в предположении, что структура поля полосковой линии соответствует Т-волнам. С повышением частоты, по мере приближения в область сантиметровых и миллиметровых волн, квазистатический метод дает все большую погрешность. Это связано с тем, что не учитываются дисперсионность линии (зависимость параметров от частоты) и наличие в ней волн высших типов. Структура поля в полосковой линии меняется, и в ряде случаев можно говорить лишь о Т-приближении.

Чтобы не возникали поля высших порядков, необходимо соблюдать неравенство:  $\lambda > 2b(1 + \frac{\pi d}{4b})$ , т.е. упрощенно  $b < \lambda/2$ .

### 2.4.2 Структура поля и параметры полосковых линий

Структура поля в полосковой линии. В полосковых волноводах токи проводимости в токонесущей полоске и заземленных проводящих пластинах значительно превышают токи смещения, и, следовательно, последними можно пренебречь. Электрические и магнитные поля связаны с геометрией полосковых волноводов. Эта связь обуславливает направление распространения энергии вдоль полосковых волноводов. Вектор плотности тока проводимости имеет одну составляющую, направленную вдоль полоскового волновода по оси  $z$ . В таком случае вектор плотности тока проводимости будет полностью определять вихрь магнитного поля. В несимметричных и симметричных полосковых волноводах магнитные силовые линии охватывают проводящую полоску, по которой течет ток проводимости.

Картины силовых линий электромагнитного поля между полосками и на краях в полосковых линиях передачи приведены на рис. 2.19, а и б.

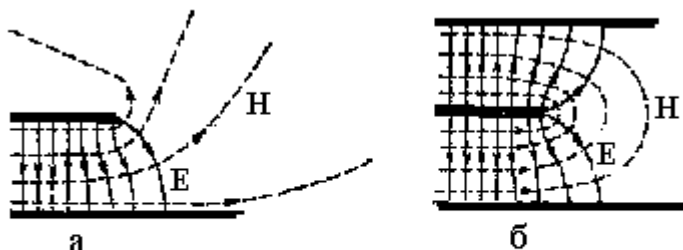


Рис. 2.19 – Распределение электромагнитных полей между токопроводящими пластинами (а) и на краях (б) полосковых линий

Параметры и характеристики полосковых линий. Рассмотрим перечень тех, характеристик, которые необходимо рассчитывать в полосковой линии.

Добротность линии  $Q$  – безразмерная величина, равная собственной добротности полуволнового резонатора, выполненного из отрезка исследуемой линии:  $Q \approx 8,68\beta/2\alpha$ , где  $\alpha$  – коэффициент затухания, дБ/м, и  $\beta$  – постоянная распространения,  $m^{-1}$ , или  $Q = 27,3/\lambda_p\alpha$ .

Критическая частота в регулярных полностью экранированных линиях без потерь (экранированная СПЛ или НПЛ) соответствует частоте, на которой постоянная распространения  $\beta$  равна нулю. В регулярных линиях с частичным экранированием (например, МПЛ на рис. 1.16, а) либо в линиях без экрана (например, диэлектрический волновод), где возможно излучение, критической частоте соответствует частота, на которой равны коэффициенты рас-

пространения волны в линии и любой из волн, способной переносить энергию в окружающем линию пространстве.

Верхний предел рабочего диапазона частот микрополосковой линии определяется условием интенсивного возбуждения паразитных поверхностных волн. Частота интенсивного возбуждения таких поверхностных волн, являющихся верхней предельной частотой использования микрополосковой линии, находится из соотношения

$$f_{кр} - c/4d\sqrt{\epsilon - 1} = 75/d\sqrt{\epsilon - 1}, \quad (2.70)$$

где  $f_{кр}$  – в ГГц,  $d$  – в мм.

Эффективная диэлектрическая проницаемость. Поскольку полосковые линии в большинстве случаев не имеют однородного диэлектрического заполнения, то  $\epsilon$  следует заменять ее эффективным значением  $\epsilon_{эфф}$ . Ее можно определить из отношения квадрата скорости света  $c$  в вакууме к квадрату фазовой скорости  $v_{\phi}$  в линии:  $\epsilon_{эфф} = c^2 / v_{\phi}^2$ .

Эффективная диэлектрическая проницаемость, необходимая для определения длины волны  $\lambda_B$  и других характеристик, может быть вычислена по эмпирической формуле

$$\epsilon_{эфф} = \frac{\epsilon + 1}{2} + \frac{\epsilon - 1}{2\sqrt{1 + 10d/b}}. \quad (2.71)$$

Волновое сопротивление регулярной линии без потерь, работающей в режиме бегущей волны, в произвольном сечении  $Z_B$  [Ом] =  $U/I$ ; его можно определить также по формулам  $Z_B = 2P/I^2$ ,  $Z_B = U^2/2P$ , где  $P$  – мощность, переносимая волной по линии. Для Т-волны все три определения дают одинаковый результат, как и следующие формулы:

$$Z_B [Ом] = \sqrt{(L\mu_0)/C\epsilon_0} = 1/(v_{\phi}\epsilon_0 c) = 120\pi\sqrt{\mu/\epsilon}[1/(C/\epsilon_r)], \quad (2.72)$$

где  $L$  и  $C$  – погонные индуктивность и емкость линии.

Волновое сопротивление симметричных линий с малой толщиной полоски ( $t \ll d$ ) достаточно точно для многих практических расчетов может быть определено с помощью следующего соотношения:

$$Z_B \approx 200/\sqrt{\epsilon(1 + 2b/d)} \quad (2.73)$$

при  $b/d > 0,5$ , то есть при  $Z_B < 100$  Ом.

Коэффициент затухания  $\alpha$  [Нп/м] обратно пропорционален расстоянию, которое должна пройти волна вдоль регулярной линии, чтобы ее амплитуда уменьшилась в  $e$  раз. Такому затуханию соответствует 1 Нп (8,686 дБ). Коэффициент затухания в полосковых линиях, как и в большинстве других, рассчитывается в предположении, что структуры электромагнитных полей в линии с потерями и в той же линии без потерь одинаковы. Погрешность становится значительной вблизи критических частот и при анализе вырожденных волн, имеющих в линиях без потерь различную структуру электромагнитного

поля, но равные критические частоты. Зависимость амплитуды от продольной координаты  $z$  в линиях с потерями описывается множителем  $\exp(-\alpha z)$ .

Коэффициент затухания полосковой линии  $\alpha$  определяется как сумма, состоящая из коэффициента  $\alpha_{np}$ , обусловленного потерями в проводнике и зависящего от типа линии, ее геометрических размеров, поперечного сечения и материала проводников;

$$\alpha_{np} = 8,7 R_S / (Z_B b), \quad (2.74)$$

коэффициента  $\alpha_d$ , определяемого тепловыми потерями в диэлектрике,

$$\alpha_d = 27,3 \sqrt{\varepsilon_{эфф}} \operatorname{tg} \delta / \lambda, \quad (2.75)$$

и коэффициента затухания  $\alpha_{изл}$ , определяемого излучением:

$$\alpha_{изл} = \frac{320}{Z_B} \left( \frac{\pi d}{\lambda^2} \right)^2. \quad (2.76)$$

Постоянная распространения ( $\gamma = j\alpha + \beta$ ), где  $\beta$  [ $\text{м}^{-1}$ ] численно равна фазовому сдвигу, получаемому волной при прохождении в регулярной линии расстояния единичной длины:

$$\beta = \omega / v_\phi = 2\pi / \lambda_B, \quad (2.77)$$

где

$$\lambda_B = \lambda_0 / \sqrt{\varepsilon_{эфф}}. \quad (2.78)$$

Фазовая скорость  $v_\phi$  [ $\text{м/с}$ ] – скорость перемещения фронта волны (поверхности равных фаз) вдоль продольной оси  $z$ .

Для определения фазовой скорости можно воспользоваться соотношениями

$$v_\phi = \omega / \beta \text{ или } v_\phi = 3 \cdot 10^8 / \sqrt{\varepsilon_{эфф}}, \quad (2.79)$$

$$v_\phi = c(LC)^{-1/2}, \quad (2.80)$$

где  $c = 1/(\varepsilon_0 \mu_0)$ . В среде без потерь при однородном диэлектрическом заполнении у Т – волны

$$v_\phi = (\varepsilon_a \mu_a)^{-1/2} = c / (\varepsilon \mu)^{1/2}, \quad (2.81)$$

где  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$  – параметры среды, заполняющей линию.

Характеристическое сопротивление  $Z_C$  [Ом] волны, распространяющейся в линии, определяется отношением

$$Z_C = |E_\perp / H_\perp| = \left( |E_x|^2 + |E_y|^2 \right)^{1/2} / \left( |H_x|^2 + |H_y|^2 \right)^{1/2}. \quad (2.82)$$

Для волны Т

$$Z_C = (\mu_a / \varepsilon_a)^{1/2} = 120\pi (\mu / \varepsilon)^{1/2} \approx 377 \cdot (\mu / \varepsilon)^{1/2}. \quad (2.83)$$

Характеристическое сопротивление через значение фазовой скорости  $v_\phi$  и погонной емкости  $C$  при  $\mu=1$  определяется из соотношения:

$$Z_C = \frac{1}{v_\phi C} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{3 \cdot 10^8 C}. \quad (2.84)$$

Погонная емкость линии (нормированная)  $C$  численно равна заряду  $\tau$ , приходящемуся на единицу длины регулярной линии и деленному на  $\epsilon_0$ , если разность потенциалов  $U$  между проводниками линии равна 1 В:

$$\epsilon_0 C = \tau / U = 2W_\Delta / U^2, \quad (2.85)$$

где  $W_\Delta$  – энергия электрического поля, сосредоточенная в линии конечной длины.

Погонная индуктивность линии (нормированная)  $L$  численно равна удвоенной энергии  $W_M$  магнитного поля, сосредоточенной в регулярной линии единичной длины и деленной на  $\mu_0$ , когда по проводникам линии течет ток  $I$ , равный 1 А:

$$\mu_0 L = 2W_M / I^2 = \Phi / I, \quad (2.86)$$

где  $\Phi$  – магнитный поток, проходящий между проводниками линии на единицу ее длины.

Определение погонной емкости аналитическим путем для полосковых волноводов является трудной задачей, требующей привлечения метода конформных отображений. Приведенные ниже выражения для расчета погонной емкости достаточно просты, но точность их невелика в большом интервале отношений  $b/d$ . Практически в несимметричных полосковых волноводах, у которых часть пространства, занятого полем, заполнена окружающей средой – воздухом, получается система с различными диэлектриками. В такой системе не могут распространяться поперечные волны в чистом виде, поэтому использовать теорию для Т-волн нельзя.

Однако и в случае неоднородного диэлектрика приведенные выражения для параметров полосковых линий справедливы при некотором приемлемом допущении. Как теория, так и опыт показывают, что поле и поток мощности вдоль полосковых волноводов сосредоточены главным образом в диэлектрике между токонесущей полоской и заземленными пластинами. В этом пространстве волновода диэлектрик однороден.

Следовательно, можно принять допущение о наличии только одного диэлектрика, заполняющего полосковый волновод. Такое допущение позволяет применять формулы для полосковых волноводов с воздушным заполнением на полосковые волноводы с твердым заполнителем с учетом диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ . Погрешность при этом будет примерно 3,5% .

Для практических расчетов параметров полосковых линий можно применять следующие приближенные соотношения, использованные в книге Д.М. Сазонова, А.Н. Гридина, Б.А. Мишутина [4].

Для несимметричной полосковой линии передачи (см. рис. 2.19, а) погонные емкости (Ф/м) рассчитывают по формулам:

$$C_1 = 1.06 \cdot 10^{-11} \varepsilon(1 + b/d) \text{ для } (t/d \ll 1, b/d > 0,6); \quad (2.87)$$

$$C_1 = 1.06 \cdot 10^{-11} \varepsilon(1 + b/d) \frac{1}{1 - t/d} \text{ для } (b/d < 2); \quad (2.88)$$

$$C_1 = 1.06 \cdot 10^{-11} \varepsilon \left( 1 + b/d \frac{1}{1 - t/d} \right) \text{ для } (b/d > 2); \quad (2.89)$$

для симметричной полосковой линии передачи (см. рис. 2.19, б)

$$C_1 = 1.54 \cdot 10^{-11} \varepsilon(1 + b/d) \text{ для } (t/d \ll 1, b/d > 0,6); \quad (2.90)$$

$$C_1 = 1.54 \cdot 10^{-11} \varepsilon(1 + b/d) \frac{1}{1 - t/d} \text{ для } (b/d < 2); \quad (2.91)$$

$$C_1 = 1.54 \cdot 10^{-11} \varepsilon \left( 1 + b/d \frac{1}{1 - t/d} \right) \text{ для } (b/d > 2). \quad (2.92)$$

Волновые сопротивления с учетом толщины токонесущего проводника  $t$  рассчитывают по формулам:

для несимметричной линии передачи

$$Z_B = 314 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{(1 + b/d)} (1 - t/d) \text{ для } (b/d < 2); \quad (2.93)$$

$$Z_B = 314 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\left( 1 + b/d \frac{1}{(1 - t/d)} \right)} \text{ для } (b/d > 2); \quad (2.94)$$

для симметричной линии передачи:

$$Z_B = 216 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{(1 - t/d)}{(1 - b/d)} \text{ для } (b/d < 2); \quad (2.95)$$

$$Z_B = 216 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\left( 1 + b/d \frac{1}{(1 - t/d)} \right)} \text{ для } (b/d > 2). \quad (2.96)$$

Волновые сопротивления без учета толщины проводника определяются соотношениями:

для несимметричной линии передачи



$$Z_B = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{314}{(1+b/d)}; \quad (2.97)$$

для симметричной линии передачи

$$Z_B = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{216}{(1+b/d)}. \quad (2.98)$$

### 2.4.3 Передача энергии по полосковой линии

Передаваемая мощность в несимметричной полосковой линии передачи

$$P = 8.44 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 d^2 \ln \frac{r_B}{r_A}, \text{ Вт} \quad , \quad (2.99)$$

где  $E_0$  – амплитуда напряженности поля в центре линии, В/м.

Значения коэффициентов  $\gamma_A$  и  $\gamma_B$  в зависимости от отношения  $b/d$  определяют по табл.2.4

Таблица 2.4 – Значения коэффициентов  $\gamma_A$  и  $\gamma_B$  при  $t/d=0,025$

b/d	$\gamma_B$	$\gamma_A$	b/d	$\gamma_B$	$\gamma_A$
1	5,128	$1,03 \cdot 10^{-1}$	5	14,56	$1,78 \cdot 10^{-4}$
2	7,67	$2,01 \cdot 10^{-2}$	6	16,77	$3,71 \cdot 10^{-5}$
3	10,04	$4,14 \cdot 10^{-3}$	7	18,95	$7,71 \cdot 10^{-6}$
4	12,32	$8,59 \cdot 10^{-4}$	8	21,11	$1,6 \cdot 10^{-6}$

При  $b/d \geq 1$  в формуле (2.99) можно принять, что в результате чего она упрощается:

$$\ln \frac{r_B}{r_A} \approx r_B,$$

$$P = 8.44 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 d^2 r_B, \text{ Вт} \quad . \quad (2.100)$$

Предельная мощность в полосковых линиях передачи ограничивается условиями пробоя и допустимым нагревом диэлектрика. Если пробой диэлектрика определяет предел мощности в импульсе, то нагрев ограничивает передаваемую мощность при непрерывной работе или среднюю мощность в импульсном режиме. Рассчитывать предельную мощность для несимметричной полосковой линии рекомендуется по формуле

$$P_{пред} = 16.88 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{пред}^2 \frac{t}{d} d^2 r_B, \text{ Вт} \quad . \quad (2.101)$$

Передаваемая мощность в симметричной полосковой линии передачи

$$P = \frac{1}{60\pi^2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 k_c^2 d^2 \ln\left(\frac{1+r_c}{1-r_c}\right), \quad (2.102)$$

где  $k_c^2 = \sqrt{\frac{t}{2d} \left(1 + \frac{t}{d}\right) \left(2 + \frac{t}{d}\right)^2 \left(4 + \frac{t}{d}\right)}$

– коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряженности электрического поля в плоскости поперечного сечения. Значения  $r_c$  для различных отношений  $b/d$  приведены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

$b/d$	1	1,2	1,4	1,6	2,0	3,0	4,0
$r_c$	0,890	0,920	0,945	0,948	0,980	0,990	0,9909
$b/d$	5,0	6,0	9,0	14,0	20		
$r_c$	0,999	0,9996	0,9999	0,99999	0,999999		

Если геометрические размеры удовлетворяют неравенствам  $l/d \ll 0,3$ ;  $b/d > 1$ , то мощность в симметричной полосковой линии передачи можно рассчитывать по следующей формуле, считая  $E_0 = E_{\text{пред}}$ :

$$P_{\text{пред}} = 5,4 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{\text{пред}}^2 d^2 (0,1 + t/d)(4 + b/d), \quad \text{Вт} \quad (2.103)$$

Коэффициент ослабления, обусловленный потерями в проводящих пластинах несимметричной полосковой линии передачи,

$$\alpha_M = \frac{R_S}{120d\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left| \frac{\ln(r_A k_H / 2)}{\ln(r_B / r_A)} \right|. \quad (2.104)$$

Здесь коэффициент  $k_H$  при малых значениях  $t/d$  определяют по соотношению  $k_H \approx 2\sqrt{2t/d}$ , а значения  $r_B$  и  $r_A$  – по табл. 2.4.

Коэффициент ослабления, обусловленный потерями в проводящих пластинах симметричной полосковой линии передачи (при  $t/d < 0,3$ ,  $b/d > 1$ ),

$$\alpha_M = \frac{R_s}{120d\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} \frac{7 - 50t/d + b/d}{3,2(0,1 + t/d)(4 + b/d)}, \text{ м}^{-1} \quad (2.105)$$

#### 2.4.4 Типы полосковых линий

Здесь мы ограничимся только кратким рассмотрением типов полосковых линий, применяемых в тех или иных устройствах СВЧ. Для более подробного изучения и расчетов рекомендуется воспользоваться справочником [5].

**Связанные линии.** Связанными линиями называют две или несколько линий передачи, между которыми имеется непрерывная распределенная по длине электромагнитная связь. Они широко применяются в различных схемах фильтров, резонаторов, направленных ответвителей и т.д. Рассмотрим широко используемую в СВЧ-микросхемах пару связанных полосковых линий передачи, расположенных либо рядом (рис. 2.20, а), либо друг над другом (рис. 2.20, б) при возбуждении их с двух входов одинаковыми по амплитуде волнами напряжений: синфазно и противофазно. На рис. 2.20, а и б (где  $a$  – ширина токонесущего полоска,  $l$  – расстояние между полосками) изображена конфигурация электрического поля в поперечном сечении, получаемая соответственно. При синфазном и противофазном способах возбуждения при синфазном возбуждении токи в обоих проводниках равны и одинаково направлены, а при противофазном – равны и противоположно направлены. При этом вводятся параметры  $Z_B^{\text{син}}$  и  $Z_B^{\text{против}}$  – волновые сопротивления каждой линии соответственно при синфазном и противофазном возбуждении.

Эти сопротивления позволяют связать электрические характеристики линий с их конструктивными размерами. Расстояние между полосками определяет степень связи полей, если  $l > (1 < 5 - 2 < 0) \cdot a$ , то практически связи нет.

В обоих режимах скорость распространения электромагнитного поля одна и та же, но волновое сопротивление при синфазном возбуждении оказывается больше, чем при противофазном.

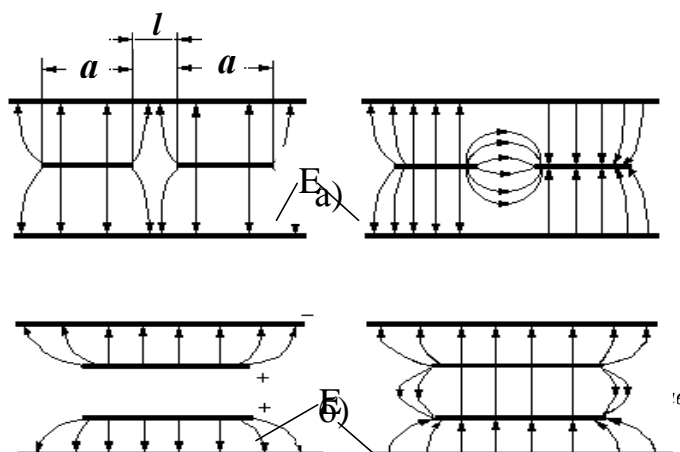


Рис. 2.20

Щелевые линии (рис. 2.21) представляют собой узкие щели в проводящем слое, нанесенном на поверхность тонкой диэлектрической подложки. Другая поверхность остается свободной от покрытия.

При использовании щелевой линии энергия излучения должна быть минимальной. Это достигается применением подложек с высоким значением  $\epsilon > 0$ ), что приводит к значительному уменьшению длины волны в ли-

Потери на излучение сводят к минимуму, а поле концентрируется вблизи щели. Применение экрана исключает потери на излучение. На рис. 2.21 показано распределение поля щелевой линии. Электрические силовые линии направлены перпендикулярно щели. Благодаря этому достигается возможность удобного и

простого присоединения параллельно линии внешних сосредоточенных элементов (резисторов, конденсаторов, диодов и др.). В плоскости симметрии линии, проходящей через щель перпендикулярно подложке, магнитные силовые линии образуют замкнутые петли с периодом в половину длины волны. Поэтому в щелевой линии имеются области эллиптической поляризации магнитного поля, что можно использовать при создании невзаимных ферритовых устройств.

Достоинства щелевой линии: а) простота изготовления; б) низкие потери; в) удобство монтажа дискретных элементов; г) возможность получения высокого волнового сопротивления.

Компланарная линия представляет собой трехпроводную полосковую линию передачи, в которой электромагнитная волна распространяется вдоль щелей между полосковыми проводниками, расположенными в одной плоскости. Средний проводник является токонесущим, а два крайних – заземленными (рис. 2.22).

Вся система проводников расположена на однослойной диэлектрической подложке или на многослойной подложке из разных материалов. Компланарную линию можно считать разновидностью щелевой линии. Как и щелевая, компланарная линия не имеет нижней частоты отсечки, и в ней используются подложки с высокой диэлектрической проницаемостью, что обеспечивает значительное уменьшение длины волны в ли-

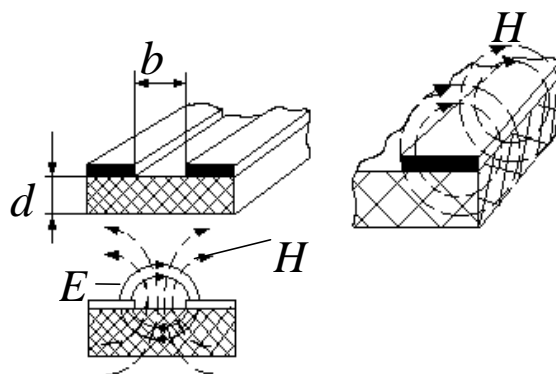


Рис. 2.21

ни-  
( $\epsilon$   
нии.  
ся к  
ся  
ис-  
рис.  
в  
си-  
ди-  
соз-

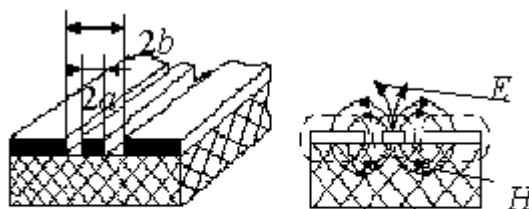


Рис. 2.22

нии и концентрацию электромагнитного поля вблизи границы раздела диэлектрик – воздух.

Волновые сопротивления, емкости и геометрические размеры линии определяются с помощью номограмм из справочника [5].

На компланарной линии удобно располагать внешние сосредоточенные элементы при разработке гибридных интегральных схем. Магнитное поле на поверхности подложки эллиптически поляризовано, что позволяет создавать на линии различные невзаимные устройства.

В последние годы широкое развитие получила техника интегральных, т.е. сверхминиатюрных, схем СВЧ-диапазона. Применение этих схем позволяет существенно повысить надежность, улучшить как воспроизводимость, так и параметры аппаратуры, снизить вес и объем приборов. Пассивные и соединительные элементы в интегральных схемах выполняются обычно из отрезков несимметричной линии. Чтобы уменьшить размеры линии, ее заполняют диэлектриком с диэлектрической проницаемостью порядка  $7 \div 16$  (сапфир, керамики с высоким содержанием окиси алюминия, кварц, арсенид галлия, ферриты).

## 2.5 Диэлектрические волноводы

К линиям передачи, в которых имеют место поверхностные волны, относятся следующие простейшие диэлектрические волноводы:

1. Металлическая плоскость, покрытая слоем диэлектрика.
2. Плоский диэлектрический волновод. Плоская диэлектрическая пластина с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_r > 1$ , расположенная в однородной изотропной среде с меньшей диэлектрической проницаемостью (например, в воздухе), также представляет собой направляющую систему.
3. Металлический цилиндр, покрытый слоем диэлектрика. Однопроводная линия в виде цилиндрического проводника, покрытого слоем диэлектрика, известна в литературе как линия Губо.

### Круглый диэлектрический волновод.

Поверхностная волна образуется при выполнении определенных условий на границе раздела сред. Одним из параметров, характеризующих поверхностную волну, является так называемый поверхностный импеданс (поверхностное сопротивление)  $Z_s$ , равный отношению комплексных амплитуд касательных составляющих векторов  $E$  и  $H$ , вычисленных на границе раздела, вдоль которой распространяется поверхностная волна. В качестве примера можно привести поверхностную  $E$ -волну, распространяющуюся в воздухе вдоль плоского диэлектрического волновода, вдоль диэлектрического слоя, ограниченного с одной стороны металлической пластиной, вдоль диэлектрического волновода или замедляющей системы.

Пока существует поверхностная волна, импеданс  $Z_s$  является реактивным, индуктивным по характеру. Отсутствие активного потока энергии вдоль нормали к границе раздела является характерным признаком поверхностной волны. Поэтому поверхностная волна типа Е будет возникать во всех случаях, когда на границе раздела поверхностный импеданс будет чисто реактивным и индуктивным. Для поверхностных Н-волн поверхностный импеданс также будет чисто реактивным, но имеющим емкостной характер.

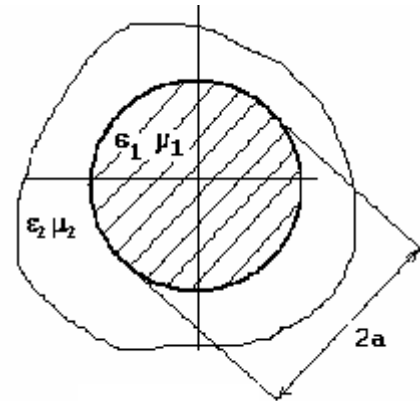


Рис.2.23

### 2.5.1 Распространение электромагнитных волн в круглом диэлектрическом волноводе

Рассмотрим распространение электромагнитных волн вдоль гладкого цилиндрического стержня радиусом  $a$  (рис. 2.23) из диэлектрика со значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей  $\epsilon_1$  и  $\mu_1$ , помещенного в диэлектрическую среду с меньшим  $\epsilon_2$  и  $\mu_2$  (например, диэлектрик в воздухе).

Из уравнений (2.26) и (2.27) видно, что при  $m \neq 0$  волна, распространяющаяся по круглому диэлектрическому волноводу, должна иметь продольные составляющие и  $u$  вектора  $E$ , и  $u$  вектора  $H$ , т.е. является гибридной. При  $m = 0$  одна из составляющих  $E_z$  или  $H_z$  может равняться нулю, т.е. возможно существование независимых Е- и Н-волн с осесимметричной структурой поля (такие волны часто называют симметричными).

Выясним условия распространения волны Е-типа в таком стержне.

В этом случае значения  $\chi_{\chi,r}$  должны находиться между корнями функций  $J_0(\chi_{\chi,r})$  и  $J_1(\chi_{\chi,r})$ , т.е. должны выполняться неравенства  $2,405 < v_{mn} < 3,832$ ,  $5,520 < v_{mn} < 7,016$  и т.д.

Естественно, что составляющие векторов поля волны Е-типа, приведенные для круглого волновода в (2.28), останутся справедливыми. Примем, что волна не имеет вариаций по  $\phi$  ( $m = 0$ ). Обозначая все параметры, относящиеся к области, занятой диэлектриком стержня, индексом 1, а для внешней области – индексом 2, получим при  $r \leq a$

$$\begin{aligned}
E_{r1} &= -A_1 \frac{\gamma}{\varepsilon_1} \chi_{\perp 1} J_0'(\chi_{\perp 1} r) \exp(-\gamma z), \\
E_{\varphi 1} &= 0, \\
E_{z1} &= A_1 \frac{k_1^2 + \gamma^2}{\varepsilon_1} J_0(\chi_{\perp 1} r) \exp(-j\gamma z), \\
H_{r1} &= 0, \\
H_{\varphi 1} &= -j\omega \chi_{\perp 1} A_1 J_0'(\chi_{\perp 1} r) \exp(-j\gamma z), \\
H_z &= 0,
\end{aligned} \tag{2.106}$$

где  $A_1$  – некоторая постоянная,  $\chi_{\perp 1} = \sqrt{k_1^2 + \gamma^2}$ , откуда при малых потерях в диэлектрике  $\text{Im}\varepsilon_d=0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\gamma \cong j\beta$  следует, что

$$\chi_{\perp 1} = \sqrt{k_1^2 - \beta^2}. \tag{2.107}$$

Радиальные постоянные распространения  $\chi_{\perp 1}$  и  $\chi_{\perp 2}$  из (2.85) в области 1 будут равны

$$\chi_{\perp 1} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_1 \mu_1 - \left(\frac{\omega}{v}\right)^2}, \tag{2.108}$$

и для области 2, где  $1/c^2 = \varepsilon_2 \mu_2$ ,

$$\chi_{\perp 2} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_2 \mu_2 - \left(\frac{\omega}{v}\right)^2}. \tag{2.109}$$

Естественно, что фазовая скорость  $v_\phi$  для обеих областей взята одинаковой, так как поле неразрывно. Если бы диэлектрик был бесконечно толстым, то

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}}. \tag{2.110}$$

При произвольном радиусе скорость  $v_\phi$  будет отличаться от значения (2.110), но, зная, что  $\varepsilon_1 \mu_1 > \varepsilon_2 \mu_2$ , можно сказать, что  $v_\phi^2 < 1/\varepsilon_2 \mu_2$  и  $\chi_{\perp 1}$  следует полагать действительными.

Обозначим

$$\chi_{\perp 2} = j\omega \sqrt{\frac{1}{v^2} - \varepsilon_2 \mu_2} = jg, \quad \frac{\omega}{c} < \chi_{\perp 1} < \omega \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}. \tag{2.111}$$

Так как можно утверждать, что величина  $\chi_{\perp 1}$  мнимая, то в решении уравнений Гельмгольца вместо обыкновенных функций Бесселя  $n$ -го порядка следует писать функции мнимого аргумента

$$R(r) = D_5 J_0(jrg) + DC_6 H_0^{(1)}(jrg), \quad (2.112)$$

где  $D_5$  и  $D_6$  – определяемые из граничных условий константы.

При записи компонент поля в области 2 следует в решении (2.112) положить  $D_5 = 0$ , так как при  $r \rightarrow \infty J_0 \rightarrow \infty$ , а  $H_0^{(1)}(jrg) \rightarrow 0$ . Этим выражается требование – поле на большом удалении от волновода может только затухать, но не может стремиться к бесконечности. С учетом изложенного, имеем

$$\left. \begin{aligned} E_{z2} &= A_2 \frac{g^2}{\varepsilon_2} H_0^{(1)}(jrg) e^{-j\beta z}, \\ E_{r2} &= -A_2 \frac{g}{\varepsilon_2} \beta H_1^{(1)}(jrg) e^{-j\beta z}, \\ H_{\varphi 2} &= -\omega A_2 g H_1^{(1)}(jrg) e^{-j\beta z}, \\ E_{\varphi 2} &= H_{r2} = 0, A_2 = D_2 D_3 D_6. \end{aligned} \right\} \quad (2.113)$$

Убывание поля в радиальном направлении вне цилиндра определяется параметром  $a$ . Чем меньше  $a$ , тем медленнее убывает поле, тем меньшая часть мощности бегущей волны переносится непосредственно по диэлектрическому цилиндру. Значение  $a = 0$  соответствует критической длине волны.

Основная волна диэлектрического волновода  $E_{11}$  (ей соответствует значение  $m = 1$  и первый корень функции Бесселя, т.е.  $n=1$ ). Структура поля этой волны показана на рис. 2.24.

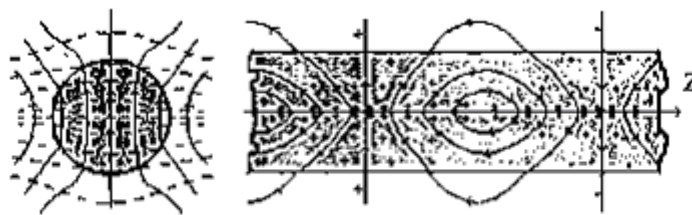


Рис. 2.24

Так как критическая частота волны равна нулю, то формально данная волна может существовать на любых частотах.

## 2.5.2 Дисперсионная характеристика круглого диэлектрического волновода



На границе раздела двух сред отношения ортогональных компонент электрического и магнитного полей должны быть неразрывны:

$$\frac{E_{z1}(a)}{H_{\varphi1}(a)} = -\frac{E_{z2}(a)}{H_{\varphi2}(a)}. \quad (2.114)$$

Указанным соотношениям можно присвоить смысл импеданса в направлении радиуса. Естественно, что в граничных точках разрывы сопротивления (если оно активно) невозможны, так как это приведет к утечке энергии в этой точке, чего в действительности нет.

Преобразовывая (2.114) с учетом компонент из (2.106) и (2.113) при  $A_1 = A_2$ , получаем уравнение, называемое характеристическим (или дисперсионным):

$$\operatorname{ctg}\left(a\chi_{\perp 1} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\operatorname{ctg}(a\chi_{\perp 1}) + 1}{1 - \operatorname{ctg}(a\chi_{\perp 1})} = \frac{ag}{a\chi_{\perp 1}} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \quad (2.115)$$

При условии  $\varepsilon_1 / \varepsilon_2 \gg 1$  дисперсионное уравнение значительно упрощается:

$$\operatorname{tg} a\chi_{\perp 1} \cong 1. \quad (2.116)$$

Равенство (2.116) можно выполнить при

$$a\chi_{\perp 1} = a\omega \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1 - \frac{1}{v_{\phi}^2}} = \left(\frac{1}{4} + n\right)\pi, \quad (2.117)$$

но  $n \neq 0, 1$ , так как  $a\chi_{\perp 1} > 4$ .

Разрешая (2.117) относительно фазовой скорости волны  $v_{\phi}$ , находим

$$v_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1 - \left(\frac{1 + 4n}{8af}\right)^2}}. \quad (2.118)$$

### 2.5.3 Параметры и характеристики диэлектрических волноводов

**Фазовая скорость в области высоких частот.** Выполнение принятых выше приближений требует, чтобы  $n$  было не меньше 2. Тогда, приняв в

$$(2.118) \quad \frac{9}{8} \frac{1}{af} \cong \frac{1}{af} = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \frac{c_1}{af} = \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \frac{\Lambda}{a}, \text{ получим}$$

$$v_{\phi} \cong \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Lambda}{a}\right)^2}}, \quad \Lambda = \frac{1}{f \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}} < a, \quad (2.119)$$

где  $\Lambda$  – длина волны в диэлектрике,  $f$  – рабочая частота.

Частоту в (2.118) и длину волны  $\Lambda$  в диэлектрике (2.119) берут такими, чтобы частота была достаточно большой, а длина волны в диэлектрике не достигала значений, близких к радиусу. Иначе вычитаемые члены под корнями в (2.118) и (2.119) должны быть малыми. Следовательно, в области высоких частот (коротких волн) фазовая скорость волны определяется в основном диэлектрическими свойствами стержня и будет меньше фазовой скорости в свободном пространстве. Поля во внешней области с увеличением радиуса в соответствии с поведением функции  $H_0^{(1)}(jrg)$  при больших аргументах резко затухают. Это значит, что поле на высоких частотах сосредоточено в основном внутри стержня. Никаких отсечек при увеличении частоты не наблюдается.

**Критическая частота и волна в области низких частот.** Рассмотрим поведение диэлектрического волновода при низких частотах. На низких частотах большая часть энергии поля будет сосредоточена не в стержне, а в наружном пространстве с диэлектрическими параметрами  $\epsilon_2 \mu_2$ . Так как никаких металлических границ во внешней области нет, скорость распространения там не превышает  $1/\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ . Из этого следует, что в (2.115)  $g \rightarrow 0$  и это значение соответствует критическому условию. Можно считать  $J_0(a\chi_{L1}) \rightarrow 0$ , что возможно при

$$a\chi_{L1} = v_{0i}, \quad (2.120)$$

где  $v_{0i}$  – корень Бесселя нулевого порядка. Из (2.120) после подстановки (2.117) получаем выражение для критической частоты диэлектрического волновода:

$$f_{кр} \cong \frac{v_{0i}}{2\pi a \sqrt{\epsilon_1 \mu_1 - \epsilon_2 \mu_2}}. \quad (2.121)$$

При  $\epsilon_1 \gg \epsilon_2$  получим более простые выражения критической частоты и критической волны поля, которое уже не может распространяться в диэлектрическом волноводе радиусом  $a$ :

$$f_{кр} \cong \frac{v_{0i}}{2\pi a \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}, \quad \lambda_{кр} \cong \frac{2\pi a}{v_{0i}} c \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}. \quad (2.122)$$

Таким образом, диэлектрические волноводы на волне  $E_{01}$ -типа имеют отсечку только со стороны длинных волн и обладают нормальной дисперсией (рис. 2.25). В отсечке фазовая скорость определяется скоростью света во внешней среде, затем с укорочением волны она стремится к скорости в диэлектрике стержня.

Если провести аналогичные рассуждения для волны  $H$ -типа, то получим те же результаты.

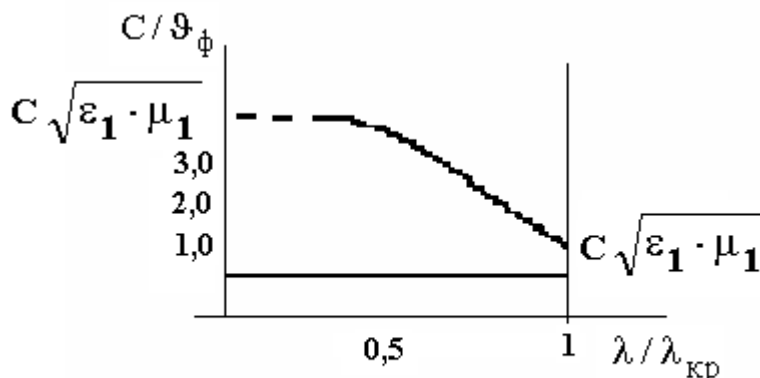


Рис. 2.25

В диэлектрическом стержне возможны волны, имеющие вариации по углу  $\varphi$ . Не останавливаясь на них подробно, отметим лишь, что волна с одной вариацией по  $\varphi$  (для нее  $n$  было бы равно 1) имеет критическую частоту, равную нулю, и поэтому может быть возбуждена на любой частоте.

Однако это не означает, что с помощью диэлектрического волновода можно передавать энергию на сколь угодно низкой частоте. Электромагнитная волна в диэлектрическом волноводе переносит энергию не только внутри стержня, но и в окружающем его пространстве. В качестве параметра, характеризующего протяженность поля волны в поперечном направлении, обычно используют так называемый граничный радиус поля  $r_0=1/a$ . Расчеты показывают, что через площадь, ограниченную окружностью радиуса  $r_0$ , переносится 80–90% мощности бегущей волны. Поэтому для распространения волны по диэлектрическому волноводу необходимо иметь вокруг него свободное пространство в радиусе  $(2-3)r_0$ . Это обычно и вызывает трудности при использовании такого волновода. Как показывает анализ, при уменьшении частоты уменьшается  $a$  и, следовательно, увеличивается  $r_0$ , т.е. все меньшая часть энергии распространяется внутри стержня и все большая – в окружающем его пространстве. Поэтому, хотя критическая длина волны  $E_{11}$  равна нулю, существует нижняя граница рабочего диапазона при использовании этой волны, определяемая допустимым значением граничного радиуса. Со стороны верхних частот рабочий диапазон при использовании волны  $f$  Гц должен быть ограничен критической частотой волны  $E_{01}$ .

Отметим существенную особенность диэлектрического волновода: одноволновый режим работы для заданной рабочей частоты  $f(f < f_{кр})$  можно обеспечить как выбором (уменьшением) радиуса стержня  $a$ , так и уменьшением разницы между относительными диэлектрическими проницаемостями материала стержня и окружающего пространства: выбрав  $\epsilon_r$  мало отличающимся от 1, можно обеспечить одноволновый режим.

Диэлектрические волноводы применяют в качестве линий передачи в миллиметровом (КВЧ), субмиллиметровом (ГВЧ) и оптическом диапазонах волн, где они обеспечивают передачу большей мощности с меньшими потерями, чем металлические волноводы.

### 3 ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

#### 3.1 Общие свойства объемных резонаторов

##### 3.1.1 Резонирующие колебательные системы на СВЧ.

##### Их основные свойства и параметры

Область пространства, ограниченная соответствующими стенками (поглощающими или непоглощающими), в которой может быть резонанс электромагнитного поля, называется объемным резонатором. Широкое использование резонаторов в разных применениях техники СВЧ и устройствах привлекло к ним внимание многих авторов [1, 3, 5, 7, 8, 9]. Разного вида резонаторы приведены на рис. 3.1, г, д, е.

Что же такое резонанс ЭМП? Если в точке А (рис. 3.1, ж) вектор Пойнтинга ( $\vec{P}$ ) замкнет свой путь, синфазно объединяясь с вектором Пойнтинга, имеющимся в точке А на момент прихода, то поля в ней сложатся арифметически и по всей замкнутой линии С будет иметь место резонанс ЭМП. Что позволяет добиться резонанса? Специальная направленная система, стенки, ограничивающие объем. Если же вдруг изменить положение стенок, то резонанс исчезнет.

В отсеченной области возможно существование лишь таких полей, которые в дополнение к граничным условиям, свойственным исходной направляющей структуре, удовлетворяют также условию  $E_{\tau}=0$  на введенных перегородках.

При наложении двух противоположно направленных, отраженных от идеально проводящих поверхностей волн с одинаковыми амплитудами образуется стоячая волна. Движение энергии при этом имеет колебательный характер.

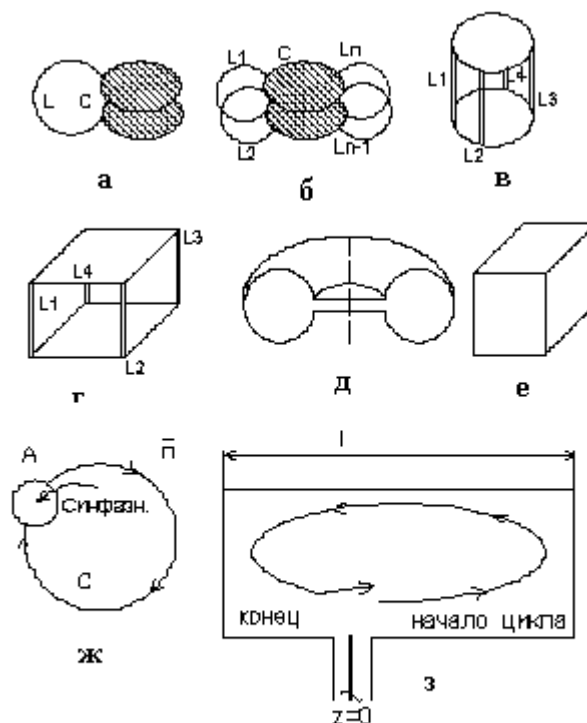


Рис. 3.1

Изолированный объем, в котором происходит колебательное движение энергии, является накопителем (резонатором).

Значит, объемный резонатор – колебательная система с распределительными параметрами. Переход от простого колебательного контура к объемному резонатору показан на рис. 3.1.

Колебательный контур, применяемый в диапазоне УКВ, имеет вид рис. 3.1, а. Для того чтобы получить колебательную систему с более высокой резонансной частотой и малыми потерями энергии, необходимо уменьшать величины индуктивности  $L$  и емкости  $C$  колебательного контура при одновременном увеличении поверхности токонесущих проводников последнего (см. рис. 3.1, г, д, е). При достаточно большом числе витков поверхности сливаются в одну общую поверхность, которая вместе с поверхностью пластин конденсатора полностью ограничивает диэлектрический объем.

В колебательном контуре (RLC) осуществляется обмен энергией между напряженностями электрического ( $E$ ) и магнитного ( $H$ ) полей. Хорошо виден переход  $E - H - E - H - \dots$ . Такой обмен происходит в каждой точке пространства, где имеется ЭМП.

Совершенно очевидно, что в таких колебательных системах, обладающих малыми потерями на нагревание, потери энергии на излучение практически отсутствуют, т.к. при высокой проводимости металлических стенок диэлектрический объем оказывается полностью изолированным от окружающего пространства.

Классификация объемных резонаторов приведена на рис. 3.2.

**Резонансные частоты собственных колебаний.** Рассмотрим фазовые условия резонанса. На рис. 3.1, з показан цикл прохождения волны внутри замкнутого объема. Обозначим за  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  углы, на которые напряженность отраженной волны отстает от напряженности падающей волны при отражении от стенок.

Фаза, как известно, определяется из условия  $\varphi = (\omega t - \beta z)$ . Начало цикла обозначим  $\varphi_0 = \omega t_0 - \beta z_0$ . (3.1)

Конец цикла –  $\varphi_k = \omega(t_0 + t) - \beta(z_0 + 2\ell) + (\varphi_1 + \varphi_2)$ . (3.2)

В точке  $z_0$  входящая и выходящая волны будут синфазны, когда будет выполняться условие

$$\varphi_0 = \varphi_k + 2\pi n. \quad (3.3)$$

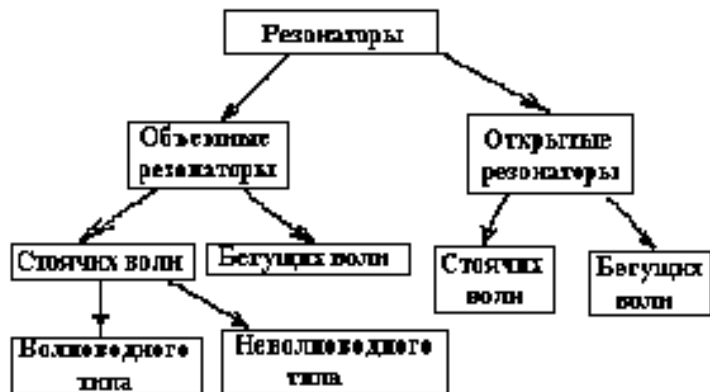


Рис. 3.2

Распишем (3.3) с учетом  $\varphi_k$ :

$$\omega t_0 - \beta z_0 = \omega t_0 + \omega t - \beta z_0 - \beta 2\ell + (\varphi_1 + \varphi_2) + 2\pi n,$$

откуда

$$2\pi n = 2\beta\ell - (\varphi_1 + \varphi_2) \dots \quad (3.4)$$

Фазы первой и второй волны запишем с учетом пройденного пути  $d_1$  и  $d_2$ :

$$\varphi_1 = d_1 2\pi, \quad \varphi_2 = d_2 2\pi,$$

тогда (3.4) примет вид  $n2\pi = 2 \cdot 2\pi \frac{\ell}{\Lambda} - (d_1 + d_2) \cdot 2\pi$ .

Выразим суммарный путь:

$$\ell = (n + d_1 + d_2) \frac{\Lambda}{2}, \quad n=0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.5)$$

Это соответствует случаю

$$\Lambda = \frac{\lambda_{рез}}{\sqrt{\mu_2 \varepsilon_2 - \left(\frac{\lambda_{рез}}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \quad (3.6)$$

Используя (3.5) и (3.6), выведем  $\lambda_{рез}$ :

$$\lambda_{рез} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_{кр}^2} + \frac{(n + d_1 + d_2)^2}{(2\ell)^2}}}, \quad (3.7)$$

где  $d_1 < 1$ ;  $d_2 < 1$ ;  $n=0, 1, 2, 3, \dots$

Частный случай: идеально проводящие поперечные стенки,  $d_1=d_2=1/2$ ;  $d_1+d_2=1$ ;  $n+d_1+d_2=n+1=p$ ;  $p=1, 2, 3, \dots$ , тогда  $\ell = p \frac{\Lambda}{2}$  при  $p=1, 2, 3, \dots$ , а резонансная длина волны равна

$$\lambda_{рез} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_{кр}^2} + \left(\frac{p}{2\ell}\right)^2}}. \quad (3.8)$$

Заметим, что если волновод закачан воздухом, то  $\varepsilon_2 = \mu_2 = 1$ , тогда

$$\lambda_{рез} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_{кр}^2} + \left(\frac{p}{2l}\right)^2}}. \quad (3.9)$$

Конкретизируя для рассматриваемого случая формулы для резонансной длины волны, получим:

$$\lambda_0 = \lambda_{рез} = 2 / \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}, \quad (3.10)$$

где  $\epsilon_a, \mu_a$  – абсолютная электрическая и магнитная проницаемости. В дальнейшем будем представлять резонансную длину волны и как  $\lambda_0$ .

### Общая запись составляющих поля в резонаторе волноводного типа.

Попробуем обобщить запись волны (любой!) в волноводе (любом!).

Если это удастся, то тогда будет возможно изучить свойство волны, как падающей, так и отраженной, а их сумма даст стоячую волну. Именно стоячая волна соответствует объемному резонатору. Скалярный коэффициент, не зависящий от времени для координат:

$$\Theta = m_1 n (TE, TM, TEM), \quad \text{где } m=0,1,2,3\dots, \quad n=0,1,2,3\dots$$

### 3.1.2 Энергия электромагнитного поля в резонаторе

Поскольку для резонатора без потерь суммарная энергия электромагнитного поля во времени не меняется и равна энергии, запасенной ( $W_3$ ) в начале колебательного процесса, то имеем для колебаний  $H_{101}$  следующие соотношения:

$$W_3 = W_{Э} + W_M; \quad W = \frac{1}{8} \cdot \epsilon \cdot E_{MAX}^2 \cdot a \cdot b \cdot L,$$

где

$$W_3 = W_{Э} = \frac{\epsilon}{2} \int_V E_m^2 dV, \quad E^2 = E_{\perp}^2 + E_Z^2,$$

$$W_3 = W_M = \frac{\mu}{2} \int_V H_m^2 dV, \quad H^2 = H_{\perp}^2 + H_Z^2,$$

где  $a$  – размер резонатора по оси  $x$ ,  
 $b$  – размер резонатора по оси  $y$ ,  
 $L$  – размер резонатора по оси  $z$ .

Поэтому максимальные значения каждой из энергий  $W_3(t)$  равны  $W_3$ . Можно записать для электрической и магнитной энергий следующие равенства

$$W_э = W_э \sin^2(\omega_0 t + \Psi) = \frac{1}{2} W_э [1 - \cos^2(\omega_0 t + \Psi)]. \quad (3.11)$$

$$W_M = W_э \cos^2(\omega_0 t + \Psi) = \frac{1}{2} W_э [1 + \cos^2(\omega_0 t + \Psi)]. \quad (3.12)$$

*Понятие колебательной мощности.* Колебательной будем называть ту мощность ( $P_k$ ), которая получается при преобразовании магнитного поля в электрическое. Дифференцируя выражение (3.11) по времени, получаем

$$P_k = \frac{\partial W_э}{\partial t} = \omega_0 W_э \sin 2(\omega_0 t + \Psi). \quad (3.13)$$

Максимальное значение колебательной мощности равно

$$P_{k \text{ MAX}} = \omega_0 W_э.$$

### 3.1.3 Добротность объемного резонатора

*Собственная добротность.* Резонатор можно представить в виде колебательного контура. Аналогично понятию добротности ( $Q$ ) колебательного контура с сосредоточенными постоянными, в резонаторе вводится энергетическая характеристика объемного резонатора ( $Q_0$  – собственная добротность ненагруженного объемного резонатора). Собственная добротность резонатора определяется следующим выражением

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \mu \int H_{\varphi 0}^2 dV}{R_{нов} \oint_s H^2 ds},$$

где

$$W_э = W_M = \frac{\mu}{2} \int_V H_m^2 dV,$$

поверхностное сопротивление равно  $R_{нов} = \frac{\sqrt{\omega_0 \mu}}{2\sigma}$ .

Собственную добротность можно определять, используя глубину проникновения поля

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega_0 \mu \sigma}}, \quad \text{отсюда} \quad \frac{\omega_0 \mu}{R_{нов}} = \frac{2}{\delta}, \quad \text{тогда}$$



$$Q_0 = \frac{2}{\delta} \cdot \frac{\int H_m^2 dV}{\oint_s H_m^2 dS}.$$

Применяя теорему о среднем, получим

$$Q_0 = \frac{2}{\delta} \left( \frac{V}{S} \right) \frac{(H_m^2)_V}{(H_m^2)_S} \quad \text{или} \quad Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_a a}{8R_{нов}}. \quad (3.14)$$

Собственная добротность однородного призматического резонатора достаточно высока, порядка  $10^4$ . Наибольшее значение  $Q_0$  получается при сферической форме резонаторов.

Выразим собственную добротность через запасенную энергию и энергию потерь:

$$\begin{aligned} Q_0 &= 2\pi \frac{W_3}{(W_{ном.сп.})_m} = \left( \frac{2\pi}{T} \right) \frac{W_3}{P_{ном.сп.}} = \omega_0 \frac{W_3}{P_{ном.сп.}} = \\ &= 2\bar{\Pi} \frac{\text{Запасенная энергия в резонаторе}}{\text{Энергия потерь за период}} \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{P_k}{P_{ном.сп.}} = \frac{\omega_0 W_3}{P_{ном.сп.}} = 2\bar{\Pi} \frac{W_3}{(W_{ном.сп.})_T}; \quad (3.15) \\ W_3 &= \frac{CU_m^2}{2}, \quad (W_{ном.сп.})_T = \frac{U_m^2 G}{2} T, \end{aligned}$$

где  $\bar{\Pi}$  – вектор Пойнтинга, параметры  $C$  и  $G$  – емкость и проводимость резонатора соответственно.

Добротность нагруженного резонатора ( $Q_H$ ) определяется следующим выражением

$$Q_H = \frac{P_K}{(P_{ном})_{стенок} + (P_{ном})_{нагр}} = \frac{1}{\frac{(P_{ном.ср.})_{ст}}{P_K} + \frac{(P_{ном.ср.})_{нагр}}{P_K}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{вн}}} = \frac{Q_0 Q_{вн}}{Q_0 + Q_{вн}},$$

где  $Q_{вн}$  – внешняя добротность.

В конечном виде нагруженная добротность определяется следующим образом

$$Q_H = \frac{Q_0 Q_{вн}}{Q_0 + Q_{вн}}. \quad (3.16)$$

### Активная и реактивная проводимости полых резонаторов.

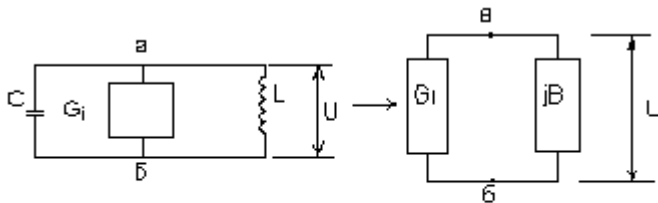


Рис. 3.4

Варианты эквивалентной схемы полого резонатора с параллельным включением активной проводимости  $G_i$  показаны на рис. 3.4, где  $G$  – активная проводимость резонатора и  $B$  – реактивная проводимость,  $C$  – емкость,  $L$  – индуктивность.

Собственную добротность можно записать через элементы колебательного контура резонатора, используя следующие выражения:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 C}{G} \quad \text{или} \quad Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_a a}{8R_s}; \quad (3.17)$$

$$Q_0 = \frac{\omega_0}{2G} \left( \frac{dB}{dV} \right)_{\omega \approx \omega_0}, \quad Q_0 = \frac{\lambda}{2G} \left( \frac{dB}{d\lambda} \right)_{\lambda \approx \lambda_0}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC};$$

где

$$B = \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) = C \left( \omega - \frac{1}{\omega CL} \right) = \frac{C}{\omega} (\omega^2 - \omega_0^2) = \frac{C}{\omega} (\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0) = 2C(\omega - \omega_0);$$

$$B = 2C(\omega - \omega_0), \quad C = \frac{1}{2} \left( \frac{dB}{d\omega} \right)_{\omega \approx \omega_0}.$$

Для вычисления эквивалентной активности проводимости резонатора воспользуемся соотношением, связывающим рассеиваемую мощность с ам-

плитудой напряжения  $U_m$ , приложенного ко входным зажимам контура с сосредоточенными постоянными:

$$P_{\text{расс.рез.}} = \frac{1}{2} U_m^2 G \quad \text{и отсюда} \quad G = \frac{2P_{\text{расс.рез.}}}{U_m^2}.$$

$U_m$  можно определить, задаваясь любыми двумя фиксированными точками а и б на внутренней поверхности резонатора. Затем найти в фиксированный момент времени линейный интеграл электрического поля по выбранному пути:

$$U_m = \int_a^b E_m dl,$$

где  $E_m$  – амплитуда вектора напряженности электрического поля.

Величина активной проводимости может быть определена из следующего выражения, при знании напряженности электрического и магнитных полей:

$$G = \frac{1}{\sigma_{стб}} \cdot \frac{\int_s |H_{0m}|^2 ds}{\left\{ \int_a^b E_m dl \right\}^2}, \quad (3.18)$$

где  $\sigma_{ст} = \frac{2}{\delta^2 \omega \mu_1 \mu}$  – удельная проводимость,  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega_0 \mu \sigma}}$  – глубина

проникновения поля.

Понятие активной проводимости находит широкое применение в технике СВЧ. Величина  $G$  в основном определяется по отношению к точкам, в которых резонатор пронизывается электронным потоком (в случае электровакуумных приборов). Типичная величина проводимости  $G=10^{-4}-10^{-5}$  1/Ом. Это указывает на очень высокое сопротивление при резонансе (практически  $G$  несколько выше, из-за дополнительных потерь).

### 3.2 Прямоугольный резонатор

Если прямоугольный волновод с продольно-однородной структурой поля рассечь двумя поперечными идеально проводящими плоскостями, то образуется прямоугольный полый резонатор.

Компоненты поля прямоугольного резонатора находятся сложением соответствующих компонент двух противоположно направленных волн прямоугольного волновода. Удовлетворяя граничным условиям при  $Z=0$  и  $Z=L$ , можно записать, используя выражения (2.1) и (2.2), структуру полей в резонаторе и основные параметры. Структура поля будет определена приведен-

ными соотношениями, которые будем рассматривать, сопоставляя их с записанными ранее для бегущих волн.

### ***E*-поле.**

Поперечное волновое число  $\chi_{\perp}$  запишем в виде (2.4), тогда:

$$\chi_X = \frac{m \cdot \pi}{a}; \quad \chi_Y = \frac{n \cdot \pi}{b}; \quad \chi_Z = \frac{p \cdot \pi}{L}; \quad \chi = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_0}. \quad (3.19)$$

Составляющие полей:

$$\begin{aligned} H_Z &= 0; \\ E_Z &= E_0 \cdot \sin(\chi_X \cdot x) \cdot \sin(\chi_Y \cdot y) \cdot \cos(\chi_Z \cdot z), \\ -E_{\perp} \cdot \gamma_{\perp}^2 &= i \cdot \beta \cdot \text{grad} E_Z, \\ -H_{\perp} \cdot \gamma_{\perp}^2 &= i \cdot \omega \cdot \varepsilon_a \cdot (z_0 \cdot \text{grad} E_Z), \\ m &= 1, 2, 3, \dots, \quad p = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.20)$$

### ***H*-поле**

$$\begin{aligned} E_Z &= 0; \\ H_Z &= H_0 \cdot \cos(\chi_X \cdot x) \cdot \cos(\chi_Y \cdot y) \cdot \sin(\chi_Z \cdot z), \\ -H_{\perp} \cdot \gamma_{\perp}^2 &= i \cdot \beta \cdot \text{grad} H_Z, \\ -E_{\perp} \cdot \gamma_{\perp}^2 &= i \cdot \omega \cdot \mu_a \cdot (z_0 \cdot \text{grad} H_Z), \\ m &= 0, 1, 2, 3, \dots, \quad p = 1, 2, 3, \dots, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (3.21)$$

Можно тремя различными способами выбирать продольную ось  $z$ . Перегораживая три разных ортогонально ориентированных прямоугольных волновода, можно получить три различных классификации собственных колебаний (рис. 3.4). В прямоугольных резонаторах имеют минимальную частоту  $f_0$  следующие основные типы волн –  $H_{101}$ ,  $H_{011}$ ,  $E_{110}$ .

Возвращаясь к выбору индексов  $m$ ,  $n$ ,  $p$  в формулах (3.19) видим, что любая комбинация трех целых чисел, одно из которых может быть заменено нулем, определяет один или несколько типов колебаний резонатора. Разные собственные колебания (в частности,  $E_{mnp}$  или  $H_{mnp}$ ), имеющие одинаковые собственные частоты, называются вырожденными. Очевидно, что различные линейные комбинации полей такого рода также представляют собой собственные колебания. Таким образом, колебания в призматическом резонаторе вырождены двукратно.

$$\lambda_{110}^E = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \quad (3.21)$$

При изменении ориентации системы координат это же поле может быть обозначено  $H_{101}$  или  $H_{011}$ :

$$\lambda_{011}^H = \frac{2bl}{\sqrt{b^2 + l^2}}, \quad (3.22)$$

$$\lambda_{101}^H = \frac{2al}{\sqrt{a^2 + l^2}}. \quad (3.23)$$

Исходя из формулы (3.9), резонансная частота определяется как

$$\omega_0 = \frac{\pi}{\sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{L}\right)^2}. \quad (3.24)$$

Какова низшая собственная частота резонатора без потерь? Чтобы найти ее значение при заданных размерах  $a$ ,  $b$ , и  $L$ , надо минимизировать выражение  $\omega_{\text{min}}$  (3.24) соответствующим выбором чисел  $m$ ,  $n$  и  $p$ . Одно из них, которое отвечает наименьшему размеру, берется равным нулю, а каждое из оставшихся – единице. Соответствующий тип колебаний резонатора называется основным. Структура его поля показана на рис. 3.5 при трех вариантах выбора системы координат. Одна и та же структура получает разные обозначения:  $E_{110}$ ,  $H_{101}$ ,  $H_{011}$ .

Для резонатора с размерами  $a > b > L$  наибольшее значение резонансной длины волны имеет колебания вида  $E_{110}$  (рис. 3.5,а).

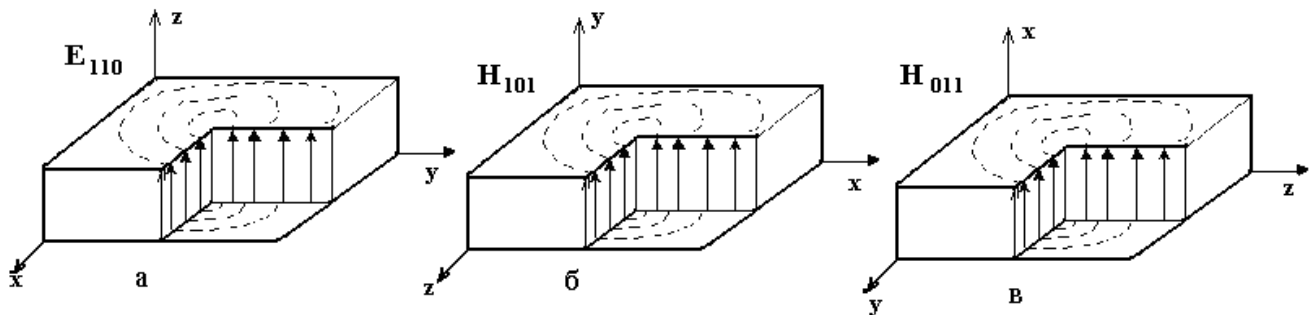


Рис. 3.5

**Волна  $H_{101}$ .** Как и бегущая волна в прямоугольном волноводе это поперечно-электрическая волна с однородным полем вдоль оси  $y$  ( $n=0$ ) и с одной стоячей полуволной поля по оси  $x$  ( $m=1$ ).

$$E_S = F(x, y) \cdot e^{i\omega t} \cdot (-2 \cdot i \cdot \sin \beta t),$$

$$F(x, y) = \sin \frac{m \cdot \pi}{a} x \cdot \cos \frac{n \cdot \pi}{b} y.$$

Вдоль размера  $L$  (ось  $z$ ) резонатора укладывается одна стоячая полу-волна.

$$E_S(z, t) = \sin(\beta z) \cdot \cos(\omega t + \varphi).$$

Эти выражения схожи в том отношении, что распределение по координатам поперечного сечения  $x$  и  $y$  одинаково, так как определяется одной и той же функцией  $F(x, y)$ . Однако имеется различие в распределении поля вдоль оси  $z$  для различных моментов времени.

В первом случае – закон бегущей волны  $E_S(z, t) = \cos(\omega t - \beta z + \varphi)$ , характеризуемый постоянством амплитуды и линейным изменением фазы вдоль направления распространения (рис. 3.5, а), во втором случае – закон стоячей волны, характеризуемый синусоидальным распределением амплитуды вдоль направления распространения и постоянства фазы в пределах  $\lambda/2$  между двумя узлами (рис. 3.5, б).

Если же взять фиксированный

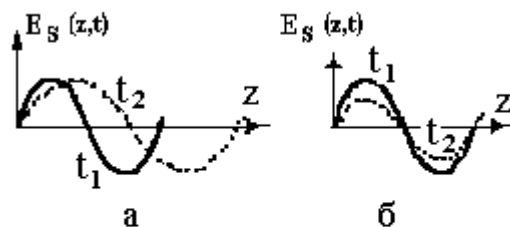


Рис. 3.5

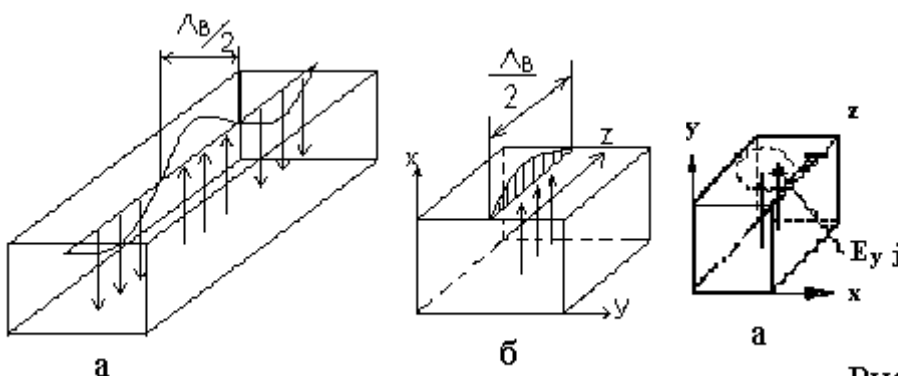


Рис. 3.6

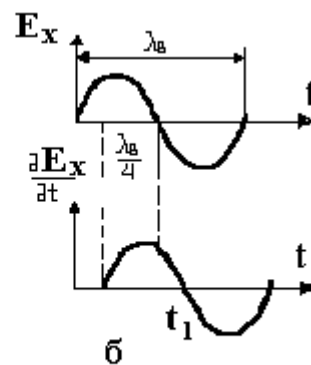


Рис. 3.7

момент времени  $t$  ( $t=0$ ), то распределение поля вдоль оси  $z$  резонатора подчиняется в этот момент времени синусоидальному закону. Полуволна электрического поля располагается так, чтобы удовлетворялись граничные условия на его торцевых стенках. Таким образом, для фиксированного момента времени электрическое поле  $H_{101}$  резонатора можно изобразить, выделив из бегущей волны участок  $\lambda_0/2$ , соответствующий граничному условию на торцевых стенках  $E_{\tau}=0$ . Распределение продольной составляющей поля по оси  $z$  в призматическом резонаторе показано на рис. 3.6, б и для сравнения на рис. 3.6, а показана эта же составляющая, но в волноводе.

Рассмотрим распределение в пространстве токов смещения (рис. 3.7, а). Из выражения для плотности тока смещения следует, что ток смещения (ем-

костной ток) опережает электрическое поле во времени на четверть периода (рис. 3.7, б).

При стоячей волне наибольшая скорость изменения электрического поля во времени  $\frac{\partial E}{\partial t}$  (рис. 3.8, а, б) имеет место для сечений  $z=\text{const}$ , где электрическое поле имеет наибольшую амплитуду.

Наоборот, скорость  $\frac{\partial E}{\partial t}$  равна нулю в узловых

сечениях, где  $E$  не меняется. Однако наступление во времени максимальных значений электрического поля и тока смещения ( $i_{\text{см}}$ ) происходят не одновременно. Когда электрическое поле, меняя свое направление, обращается в нуль, токи смещения достигают своих максимальных значений (ток смещения интенсивен в том месте, где спустя четверть периода будет наибольшее электрическое поле). Таким образом, при стоячей волне ток смещения опережает по времени электрическое поле на четверть периода, однако распределение его в пространстве совпадает с пространственным распределением электрического поля.

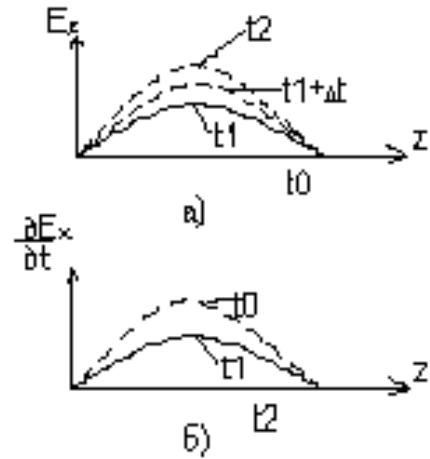


Рис. 3.8

На рис. 3.9 изображены картины силовых линий собственных колебаний прямоугольного резонатора для волны  $H_{101}$ .

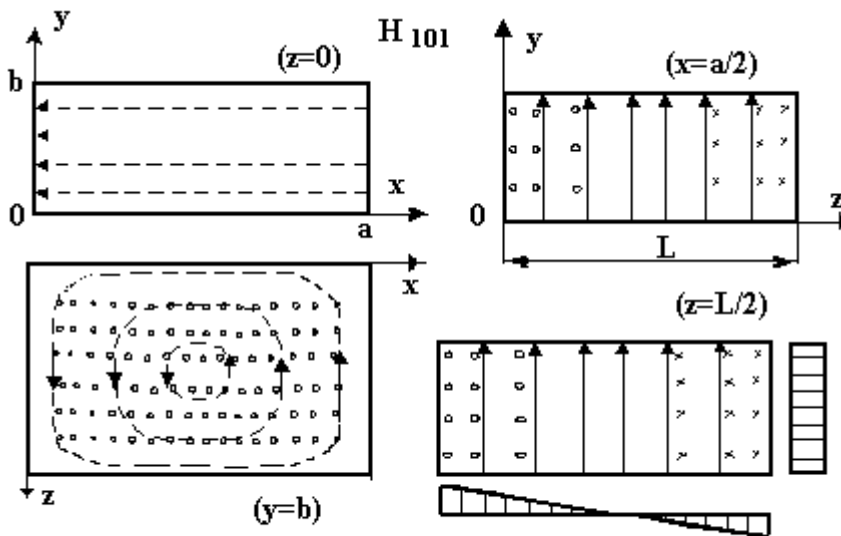


Рис. 3.9

нии  
поля

вокруг линий тока смещения, а для стоячей волны – одновременно вокруг ли-

Ли-  
магнитного  
замыкаются

ний электрического поля. Для магнитного поля должно выполняться равенство  $H_n = 0$  наряду с граничным условием  $E_\tau = 0$ . При этом характерен сдвиг по оси  $z$  между поперечными составляющими электрического и магнитного поля на четверть периода ( $\lambda_g / 4$ ). Наличие такого сдвига вытекает из существования чисто стоячей волны. Средние значения вектора Пойнтинга равны нулю.

Перенос энергии в каком-либо направлении отсутствует, то есть средние значения вектора Пойнтинга равны нулю, но существует колебательное движение.

В тот момент, когда электрическое поле достигает максимума, магнитное поле равно нулю, и наоборот. Это значит, что в такие моменты энергия будет целиком сконцентрирована в форме электрического либо магнитного поля (см. рис. 3.10).

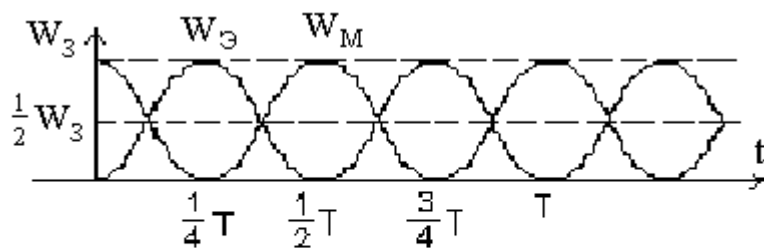


Рис. 3.10

### 3.3 Цилиндрический резонатор

Цилиндрический резонатор представляет собой отрезок круглого волновода, замкнутый с обоих концов проводящими пластинами.

#### 3.3.1 Условия возникновения типов колебаний в цилиндрических резонаторах

Проанализируем такую систему, то есть произвольно направляющую систему, пересеченную двумя идеально проводящими пластинами  $z=0$  и  $z=1$ .

В образовавшемся объеме  $V_0$  существует волна, поперечная компонента которой определяется как

$$E_{\perp} = E m_{\perp} (g_1 g_2) e^{j(\omega t - \beta z)}, \quad (3.25)$$

где  $\beta$  – неизвестно волновое число.

Займемся определением этого волнового числа. Используя обобщенно цилиндрическую систему координат, где  $g_1$  и  $g_2$  – криволинейные координаты, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси  $z$ , то есть фазы векторов зависят от одной продольной координаты (плоская волна), а их амплитуды зависят от поперечных координат ( $g_1 g_2$ ). Можно считать, что направляемая волна является неоднородной и удовлетворяет на введенных плоскостях гра-



ничным условиям:  $H_{\parallel}=0$ ,  $E_{\perp}=0$  при  $z=0$  и  $z=1$  соответственно. Рассмотрим суперпозицию двух направленных волн, распространяющихся в разные стороны. Записав поперечную электрическую компоненту такого поля

$$\dot{E}_{\perp}^0 = \bar{E}_{m_{\perp}}(g1, g2)e^{j(\omega t - \beta z)} + E'_{m_{\perp}}(g1, g2)e^{j(\omega t + \beta z)}, \quad (3.26)$$

подчиним ее граничным условиям. Это приводит (3.26) к следующим соотношениям:

$$\text{при } z=0 \quad E_{m_{\perp}} + \dot{E}'_{m_{\perp}} = 0 \quad \text{и} \quad (3.27, \text{ а})$$

$$\text{при } z=1 \quad E_{m_{\perp}} e^{-j\beta l} + E'_{m_{\perp}} e^{j\beta l} = 0, \quad (3.27, \text{ б})$$

где круглые скобки (g1, g2) опущены.

Выражение (3.27, а) позволяет привести (3.26) к виду:

$$E_{\perp}^0 = (E_{m_{\perp}} \cos rz - jE_m \sin rz - E_m \cos rz - jE_m \sin rz)e^{j\omega t},$$

которое после упрощения станет:

$$\dot{E}_{\perp}^0 = -j2E_{m_s} \sin r\bar{z}e^{j\omega t}. \quad (3.28)$$

Выражения для  $\dot{H}_{\perp}^0 = 2H_{ms} \cos r\bar{z}e^{j\omega t}$ .

Переписав в тригонометрической форме вторую строку (3.27), приходим к требованию  $\sin \beta l = 0$ , из которого вытекает, что

$$\beta = \frac{p\pi}{l}, \quad (3.29)$$

где  $p=0,1,2,3,\dots$  – число полуволн, укладываемых на длине резонатора.

При  $p=0$ , как видно из (3.28), поперечная компонента электрического поля исчезает, и этот случай будет обсужден отдельно. Вообще же полученные результаты приводят к заключению, что в отсеченном объеме  $V_0$  может существовать суперпозиция 2-х противоположно движущихся волн одинаковых амплитуд, но только при вполне определенной постоянной распространения, принимающей ряд значений (3.28), фаза результирующего поля (3.27) не изменяется в пространстве.

Аналогично волноводам вид колебаний, имеющий наименьшую собственную частоту называется основным.

Резонансная длина волны колебаний в цилиндрическом резонаторе определяется из формулы (3.24) и равна:

для волн  $E_{\text{тпр}}(p > 0)$

$$\lambda_{0mnp} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{l}\right)^2 + \left(\frac{v_{mn}}{\pi a}\right)^2}}, \quad (3.30)$$

а собственная круговая частота равна

$$\omega_{0mnp}^E = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{v_{mn}^2}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}, \quad (3.31)$$

где  $v_{mn}$  – корни функций Бесселя,  $a$  – радиус резонатора.

Для волн  $H_{\text{тпр}}$  ( $p > 1$ ) длина волны колебаний определяется как

$$\lambda_{0mnp} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{p}{l}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{mn}}{\pi a}\right)^2}}, \quad (3.32)$$

круговая частота равна

$$\omega_{0mnp}^H = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{\mu_{mn}^2}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}, \quad (3.33)$$

где  $\mu_{mn}$  – производные корней функций Бесселя,

$p$  – целое число;

$l$  – длина резонатора.

На рис. 3.11, а, б, в показаны структуры трех наиболее часто используемых на практике колебаний в цилиндрическом резонаторе  $H_{011}$ ,  $E_{101}$ ,  $H_{111}$ . На тех же рисунках приведены эюры, характеризующие распределение составляющих напряженности электрического поля.

Как и волны круглого волновода, собственные колебания рассматриваемого резонатора вырождены; другой тип вырождения связан с равенством корней  $\mu_{0m} = v_{1m}$ . При определенных соотношениях размеров могут наблюдаться и другие случаи вырождения. Так например, при выполнении равенства  $(v_{01}/a)^2 = (\mu_{11}/a)^2 + (\pi/l)^2$  (при этом  $l/a \approx 2,03$ ) типы колебаний  $H_{111}$  и  $E_{101}$  имеют одинаковые собственные частоты, как это видно из (3.30) и (3.32). Поскольку речь идет о наименьшей собственной частоте резонатора без потерь, то оба типа колебаний оказываются основными. Можно

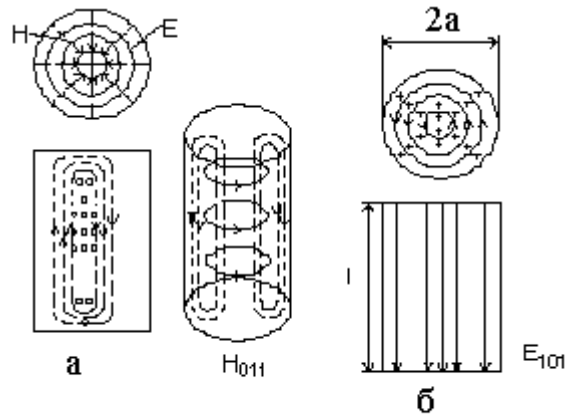


Рис. 3.11

говорить о трехкратном вырождении основного типа колебаний, поскольку тип  $\mathbf{H}_{111}$  уже двукратно вырожден. Как видно, для резонаторов более плоской формы ( $l/a < 2,03$ ) основным будет тип  $\mathbf{E}_{010}$ , а для более удлиненных ( $l/a > 2,03$ ) – тип  $\mathbf{H}_{111}$ .

Строение полей цилиндрического резонатора легко представить себе по известным полям круглого волновода. По сравнению со случаем волновода электрическое и магнитное поля оказываются сдвинутыми на  $\Lambda/4$ , как уже было показано на примере прямоугольного резонатора.

**Собственная добротность резонатора**, заполненного диэлектриком без потерь, для каждого из этих колебаний находится по следующим формулам:

$$Q_0^{E_{010}} = (\pi \cdot f_0 \mu / R_s) \cdot al / (l + a), \quad (3.34)$$

$$Q_0^{H_{101}} = (\pi \cdot f_0 \mu / R_s) \cdot al / \{(2a - l)^2 + al(\mu_{11}^H)^2 / [(\mu_{11}^H)^2 - 1]\}, \quad (3.35)$$

$$Q_0^{H_{011}} = (\pi \cdot f_0 \mu / R_s) \cdot al / [2 \cdot (2a - l)(\lambda_0 / 2a)^2 + l], \quad (3.36)$$

$$Q_0^{H_{111}} = \frac{2\pi f_0 \mu}{R_s} \frac{al}{(2a - l) \left[ \frac{\lambda_0}{2l} \right]^2 + l}. \quad (3.37)$$

**Анализ колебаний.** Так как резонансная длина волны  $\mathbf{E}_{010}$  не зависит от  $\mathbf{H}_{01}$ , то резонатор, рассчитанный на это колебание, может иметь весьма небольшие габариты. Действительно, как показывает расчет по формуле (3.30), собственная добротность резонатора с волной  $\mathbf{H}_{011}$  достигает сотен тысяч. При столь высокой добротности полоса пропускания резонатора на частоте 10000 МГц не превышает 100 кГц. Это позволяет использовать резонатор с волной  $\mathbf{H}_{011}$  в качестве высокоточного волномера.

Чтобы иметь возможность перестраивать резонатор с одной частоты на другую, одна из короткозамыкающих металлических пластин выполняется в виде подвижного поршня. По мере движения поршня меняется длина резонатора, что влечет за собой изменение его резонансной длины волны. Поршень не должен касаться стенок резонатора, т.е. не должно быть электрического контакта между поршнем и стенками резонатора. Объясняется это стремлением подавить колебание  $\mathbf{E}_{111}$ , у которого та же резонансная длина волны, что и у  $\mathbf{H}_{011}$ . Волна  $\mathbf{H}_{11}$  в круглом волноводе и, следовательно, колебание  $\mathbf{H}_{011}$  в резонаторе возбуждают на стенках только поперечные токи ( $j_z = 0$ ). Поэтому небольшой зазор между поршнем и стенками резонатора вполне допустим и практически не влияет на электрические характеристики резонатора. В то же

время зазор является препятствием для продольных токов волны  $E_{111}$  и делает невозможным резонанс этого колебания.

При анализе распространения волны  $H_{01}$  в круглом волноводе было показано, что при достаточно большом диаметре волновода можно добиться весьма малых потерь. Поэтому резонатор, в котором укладываются одна или несколько полуволн колебания  $H_{01}$ , должен обладать чрезвычайно высокой добротностью.

Поле  $H_{011}$  допускает полный поперечный разрез резонатора или применение бесконтактного поршня для плавного изменения его объема, ибо образующая щель для этого поля является неизлучающей. Напротив, на одновременно существующее поле  $E_{111}$  такая щель оказывает разрушающее воздействие.

Основным колебанием типа Е в цилиндрическом разрезе является  $E_{010}$ , картина силовых линий изображена на рисунке 3.11, а.

Особенностью этого колебания является то, что его резонансная частота не зависит от длины резонатора. Поэтому этот резонатор имеет небольшие размеры и собственная круговая частота определяется из выражения

$$\omega_{010}^E = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \sqrt{\left[ \frac{v_{01}}{a} \right]^2} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{2,4048}{a}. \quad (3.38)$$

### 3.4 Коаксиальные резонаторы

#### Резонаторы, сводящиеся к отрезкам однородных передающих линий СВЧ

Можно представить несколько типов коаксиальных резонаторов в виде отрезков коаксиальных линий, показанных на рис. 3.12:

- а)  $\lambda/4$  – четвертьволновый резонатор;
- б)  $\lambda/2$  – полуволновый резонатор;
- в) резонатор типа коаксиальной линии, нагруженной на емкость.
- г) коаксиальный резонатор, нагруженный на две емкости.

На рис. 3.12 введены обозначения:

- 1 – наружный проводник коаксиальной линии;
- 2 – внутренний проводник;
- 3 – коротко замыкающая пластина;
- 4 – область емкости.

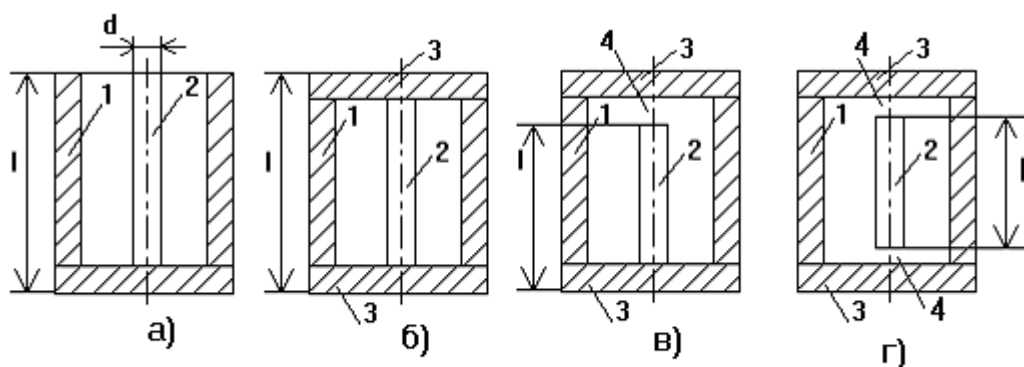


Рис. 3.12

Эквивалентная схема коаксиальных резонаторов показана на рис. 3. 13.

Обозначим  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  углы, на которые напряжение ограниченной волны отстает от напряжения падающей волны при отражении от оконечных нагрузок  $Z_1$  и  $Z_2$ . Фазовая постоянная

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}.$$

1. Волна, распространяющаяся на правой плоскости АА, приходит в плоскость ББ со сдвигом фазы, равным  $2\alpha l$ .

2. При отражении от  $Z_2$  фаза отстает на волну  $\varphi_2$ . Волна, приходящая справа в плоскость АА, имеет сдвиг фазы, равный  $2\alpha l + \varphi_2$ .

3. После отражения от сопротивления  $Z_1$  отставание волны по фазе составляет  $2\alpha l + \varphi_1 + \varphi_2$ . Условием резонанса является сложение волн в любом сечении линий.

4. Следовательно, полный сдвиг по фазе должен быть кратен  $2\pi$ , т.е.  $2\alpha l + \varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi n$ , где  $n=1, 2, 3$ .

**Четвертьволновый резонатор** – коаксиальный резонатор, характеризующийся бесчисленным множеством типов ТН и ТЕ собственных колебаний, причем каждый тип колебания определяется распределением поля в плоскости поперечного сечения резонатора и числом полуволн поля, укладываемых в сетевом направлении. Т.о. в резонаторе распространяется волна ТЕМ. Условие резонанса запишется как:  $2\alpha l + \pi = 2\pi n$ ,  $n=1, 2, 3, \dots$ , так как короткозамкнутому концу соответствует фаза волны  $\varphi_1$ , равная  $\pi$ , а для от-

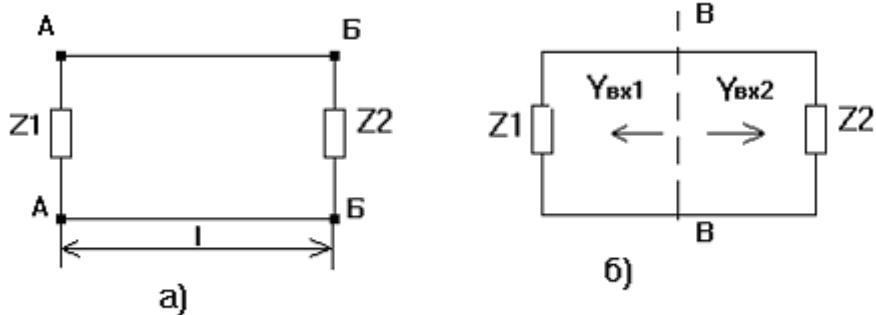


Рис. 3.13

крытого конца  $\varphi_2 = 0$ . Если резонатор имеет вакуумное (воздушное) наполнение, то подставляя  $\alpha = k = 2\pi/\lambda$ , имеем следующее условие резонанса:  $4l/\lambda = 2n - 1$ .

При заданном значении длины резонатора (l) можно определить  $\lambda_0$  как:

$$\lambda_0 = \frac{4l}{2n - 1}. \quad (3.39)$$

Можно и по заданной длине волны легко найти длину резонатора (на длине l в момент резонанса укладывается нечетное число четвертей длин волн):

$$l_{рез} = \frac{\lambda}{4}(2n - 1). \quad (3.40)$$

Такие же уравнения можно получить из рассмотрения входной проводимости резонатора. Выберем плоскость отчета ВВ – открытый конец резонатора. При отсутствии потерь на стенках

$$B_{ex1} + B_{ex2} = 0; \quad B_{ex} = -\frac{1}{Z_c} \operatorname{ctg} \frac{2\pi l}{\lambda} = 0, \quad (3.41)$$

где  $Z_c$  – характеристическое (волновое) сопротивление коаксиальной линии.

Согласно уравнению (3.40), наименьшая длина резонатора соответствует случаю  $n=1$  и равна  $\lambda/4$ . Помимо резонанса с  $n=1$ , существуют резонансы с  $n=2, 3, 4$ , когда на линию укладывается  $3\lambda/4$ ,  $5\lambda/4$  и т.д. Распределение поля в резонаторе с  $n=1, 2$  показано на рис. 3.14

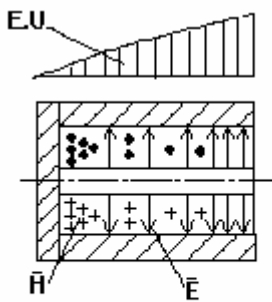


Рис. 3.14

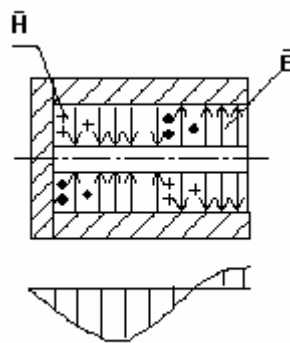


Рис. 3.15

Для отсекаания высших типов волн имеются ограничения на поперечные размеры резонатора  $\frac{\pi}{2}(D + d) < \lambda_0$ . Величина диаметров  $D$  ( $2R_1$ ) и  $d$  ( $2R_2$ ) определяет также потери в стенках резонатора, влияет на величины активной проводимости  $G$  и собственной добротности ( $Q_0$ ). Наибольшей величине  $Q_0$  соответствует отношение  $D/d$ , равное 3,6. Вообще принято считать  $D/d = 2,5 - 6,0$ .

Недостатком четвертьволнового резонатора является излучение из открытого конца, но его можно устранить изменением геометрии: сделать длину  $l$  отличной от  $\lambda/4$  (см. рис. 3.15). Механическая перестройка  $\lambda_{\text{рез}}$  легко осуществляется изменением длины  $l$  внутреннего проводника 1.

**Полуволновый резонатор.** Коаксиальная линия, замкнутая на обоих концах, может мыслиться как комбинация двух  $\lambda/4$  полых резонаторов, соединенных открытыми концами.

Условие резонанса:

$$2\pi + 2\alpha l = 2\pi n; \quad 2\alpha l = 2\pi(n - 1); \quad 2\alpha l = \pi(n - 1); \quad \lambda_0 = \frac{2l}{n'} \quad (3.42)$$

Число  $n'$  определяет вид колебаний, т.е. количество полуволн, укладываемыхся при резонансе вдоль оси резонатора. С этим и связано название – ПОЛУВОЛНОВЫЙ РЕЗОНАТОР.

Определим собственную добротность коаксиального резонатора, предполагая, что резонатор заполнен диэлектриком без потерь. Магнитное поле в резонаторе, как и в коаксиальной линии, ориентировано по азимуту и может быть записано как

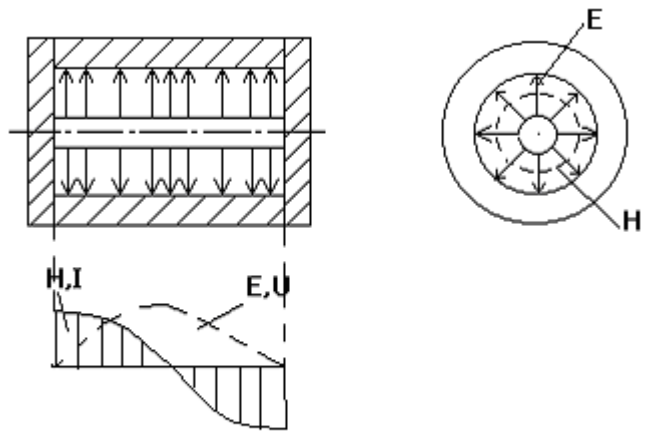


Рис. 3.16

$$\dot{H}_{\varphi} = \frac{E_0 R_1}{Z_C} \cdot \frac{\cos \beta_z}{r}, \quad (3.43)$$

где  $\beta_z$  – продольная постоянная распространения.

$$\beta_z = \sqrt{R_0^2 - \left(\frac{nl\pi}{a}\right)^2}.$$

Подставляя в уравнения для поля, получим

$$\int_{V_0} |\dot{H}_m|^2 dV = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \int_0^L H_{\varphi}^2 r dr d\varphi dZ = \frac{E_0^2 R_1^2}{(Z_C)^2} \pi L \ln \frac{R_2}{R_1},$$

$$\oint_S |\dot{H}_m^0|^2 dS = \frac{E_0^2 R_1^2}{(Z_C)^2} \left\{ 2 \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \frac{dr d\varphi}{r} + \int_0^L \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cos^2 \beta_z d\varphi dZ \right\} =$$

$$= \frac{E_0^2 R_1^2}{(Z_c)^2} \pi \left[ 4 \ln \frac{R_2}{R_1} + L \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right], \quad (3.44)$$

$$Q_{мет} = Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_a}{R_s} \frac{L R_1 R_2 \ln \frac{R_2}{R_1}}{4 R_1 R_2 \ln \frac{R_2}{R_1} + L (R_1 + R_2)}. \quad (3.45)$$

Как показывает численный расчет, у коаксиальных резонаторов из меди собственная добротность на волнах до 10 см может достигать нескольких тысяч и быстро падает по мере уменьшения резонансной длины волны.

**Резонатор типа коаксиальной линии, нагруженной на емкость.** Если считать, что емкость ( $C$ ) на торце сосредоточена (рис. 3.17, б), тогда можно применить условие резонанса и, рассекая резонатор на две части, приравнять нулю сумму реактивных проводимостей конденсатора и отрезка длиной линии в точках а и б (рис. 3.17, б).

$$\omega C' - \frac{1}{Z_c} \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{c} = 0, \quad (3.46)$$

где  $c$  – фазовая скорость волны ТЕМ в линии. Уравнение (3.46) является трансцендентным и может быть решено численным или графическим методами. Дисперсионные характеристики для этого резонатора приведены на рис. 3.18.

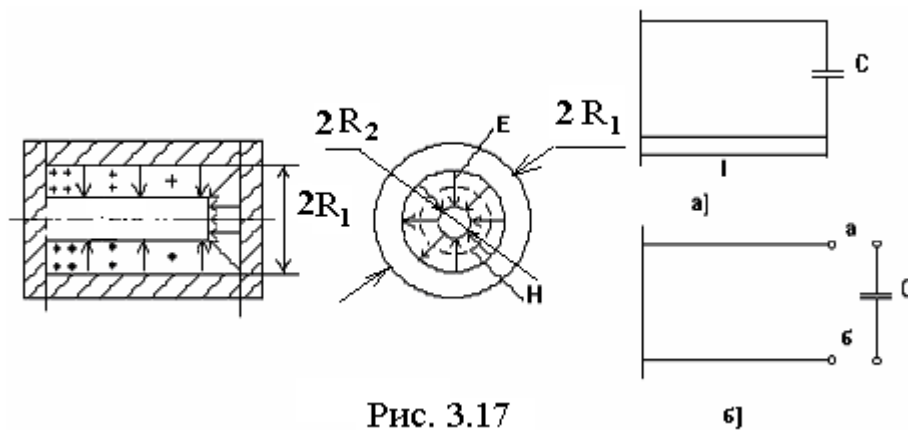


Рис. 3.17

б)



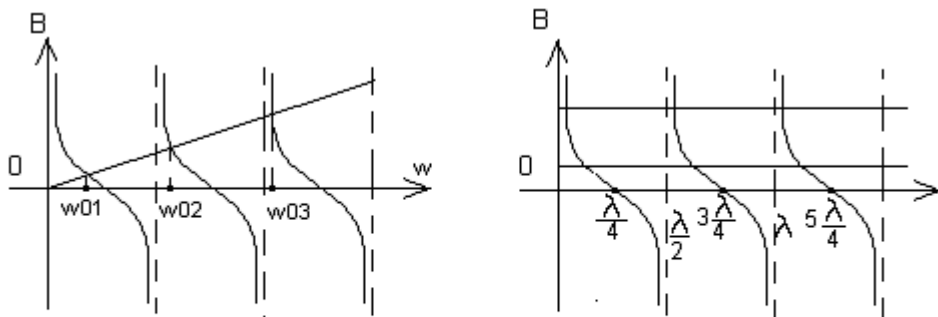


Рис. 3.18

Такие резонаторы находят применение в резонансных волномерах в диапазоне метрового (м) и дециметрового (дм) волн. Перестройка резонансной длины волны резонаторов типа коаксиальной линии, нагруженной на емкость, может осуществляться двумя способами:

- емкостной и индуктивный способы. На рис. 3.19 изображен триодный генератор СВЧ,

- на основе коаксиального резонатора, нагруженного на емкость. Настройка на резонансную частоту осуществляется за счет изменения объема резонатора настроечными поршнями.



Рис. 3.20

**стройка объемного коаксиального резонатора.**

Настройка объемного резонатора подразумевает достижение равенства резонансной длины волны и длины волны, излучаемой генератором:

$$\lambda_{рез} = \lambda_{генератора} \cdot (3.47)$$

Закон частотного изменения:  $\lambda_{рез}$  изменяется тогда, когда меняются граничные условия в объемном резонаторе. Например:

1. Меняются фазовые условия резонанса, как показано на рис. 3.20.
2. Пусть поршень меняет длину  $l$  в резонаторе (рис. 3.21), которая связана с резонансной длиной волны и объемом резонатора  $V_a$  (3.48).

$$\lambda_{рез} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_{кр}^2} + \frac{p}{2l}}}. \quad (3.48)$$

Если  $p \neq 0$ , то изменение  $l$  меняет  $\lambda_{рез}$ .

А если  $p=0$ , тогда поршень не изменит граничных условий и  $\lambda_{рез} = const.$  (рис. 3.23).

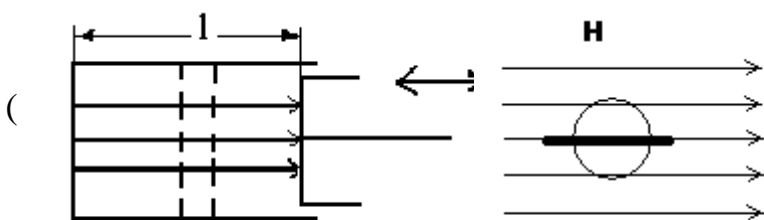


Рис. 3.21

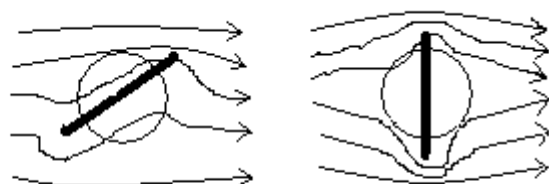


Рис. 3.22

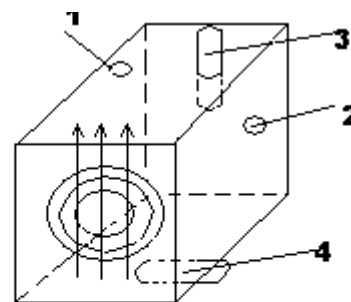
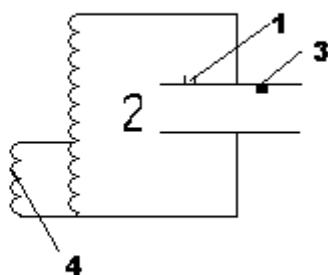
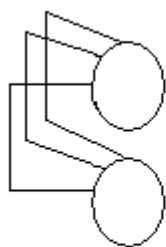


Рис. 3.23

### 3.5 Резонаторы неволноводного типа

**Тороидальные резонаторы.** Наибольшее распространение нашли тороидальные резонаторы прямоугольной формы сечения (рис. 3.24).

Тороидальные резонаторы можно рассматривать как резонаторы с квазистационарными параметрами, где выполняются следующие условия:

$$R \ll \frac{\lambda}{4} \quad l \ll \frac{\lambda}{4} \quad d \ll l.$$

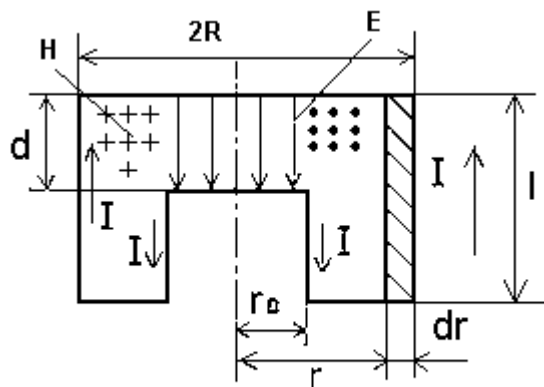


Рис. 3.24

Можно показать, что для неволноводного резонатора существует ряд типов колебаний, характеризующихся различными пространственными распределениями поля и соответствующими им собственными частотами.

Главной особенностью основного вида колебаний в тороидальном резонаторе является выраженное более резко, чем в других резонаторах, пространственное разьединение в них электрического и магнитного полей. Это обстоятельство дает право подойти к анализу такого резонатора, как к соединению сосредоточенных емкости и индуктивности, и найти основную собственную частоту по известной из теории обычных контуров формуле

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}}. \quad (3.49)$$

За эквивалентную емкость  $C_3$  принимают емкость между сближенными торцевыми стенками резонатора, которая рассчитывается по формуле плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \pi r_0^2}{d}, \quad (3.50)$$

В основу расчета эквивалентной индуктивности кладется известное выражение  $L = \frac{\Phi}{I}$ , а полный поток вектора магнитной индукции равен

$$\bar{\Phi} = \int_{r_0}^R \mu \mu_0 \frac{Il}{2\pi r} dr = \frac{\mu \mu_0 Il \cdot \ln \frac{R}{r_0}}{2\pi},$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость,  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая постоянная, ток, протекающий по контуру равен  $H 2\pi r = I$ , где  $r$  – внутренний радиус резонатора,  $H$  – напряженность магнитного поля.

В конечном счете индуктивность определяется выражением

$$L = \frac{\mu \mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R}{r_0}. \quad (3.51)$$

Собственная резонансная угловая частота с учетом (3.50) и (3.51) определится как

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{2d}{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 l \ln \frac{R}{r_0}}}. \quad (3.52)$$

Ей соответствует длина волны в свободном пространстве

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0} \quad \text{и} \quad \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}, \quad \text{то} \quad \lambda_0 = \pi r_0 \sqrt{\frac{2l}{d} \varepsilon \mu \cdot \ln \frac{R}{r_0}}, \quad (3.53)$$

где  $c$  – скорость света.

Для вакуумного или воздушного наполнения

$$\lambda_0 = \pi r_0 \sqrt{\frac{2l}{d} \ln \frac{R}{r_0}}. \quad (3.54)$$

С поправкой на боковую емкость длина волны равна

$$\lambda_0 = \pi r_0 \sqrt{\frac{2l}{d} \left( 1 + \frac{4d}{\pi r_0} \ln \frac{l}{d} \right) \ln \frac{R}{r_0}}. \quad (3.55)$$

Добротность резонатора определяется из выражения

$$Q_0 = \frac{\sigma \delta}{\nu_0 C} \frac{1}{\frac{l}{R} + \frac{l-d}{r_0} + 2 \ln \frac{R}{r_0}}, \quad (3.56)$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость;  $\nu_0$  – резонансная частота.

Проводимость резонатора равна

$$G = 2\pi \frac{1}{\sigma d} C^2 \nu^2 \left( \frac{l}{R} + \frac{l-d}{r_0} + 2 \ln \frac{R}{r_0} \right). \quad (3.57)$$

Настройка тороидальных резонаторов на резонансную частоту производится либо изменения  $d$ , что влияет на величину емкости  $C_3$ , либо путем ввинчивания в полость металлических стержней, что влияет на величину  $L_3$ .

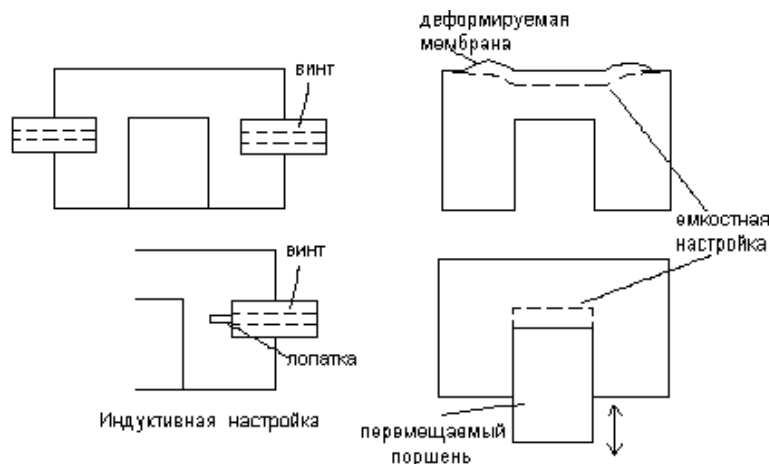


Рис. 3.25

Настройка на резонансную частоту, осуществляемая разными методами, показана на рис. 3.25.

**Призматические резонаторы с укорачивающей емкостью.** В ряде случаев оказывается удобным применение тороидальных резонаторов удлиненной конструкции (рис. 3.26, а). Резонатор такого типа можно рассматри-

вать как соединение емкости с закороченной коаксиальной линией. Для такого резонатора можно составить эквивалентную схему, изображенную на рис. 3.26, б, и собственную частоту  $\omega_0$  можно найти из условия короткозамкнутой линии со входным сопротивлением  $Z_{ex} = i \rho_l \operatorname{tg} \alpha l$ , нагруженной на емкостное сопротивление  $1/i\omega C_0$ ,

$$i \rho_l \operatorname{tg} \frac{\omega}{c} l + \frac{1}{i \omega C_0} = 0. \quad (3.58)$$

Решая трансцендентное уравнение, находят собственные частоты резонатора. Если емкость  $C_0$  мала и  $1/i\omega C_0$  много больше  $\rho_l$ , то  $\alpha \cdot l = \frac{\omega}{c} l \approx \frac{\pi}{2}$ . Тогда при резонансе длина линии близка к нечетному числу четвертей длины волны.

Призматический полый резонатор  $\lambda/2$  с укорачивающей емкостью находит применение в электровакуумных приборах СВЧ. Укорачивающей емкостью может являться емкость между сетками электровакуумного прибора, клистрона. Перестройка длины волны генерируемых колебаний может осуществляться в широких пределах путем одновременного перемещения двух поршней.

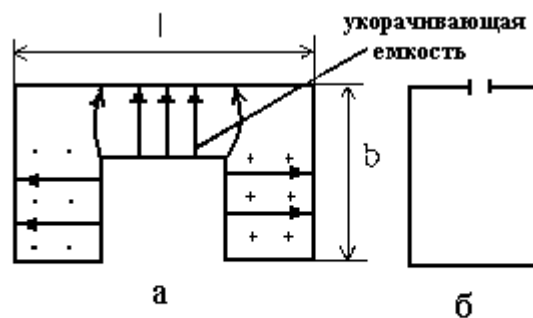


Рис. 3.26

**Открытый объемный резонатор.** Открытые резонаторы используются в качестве колебательных систем в ряде разновидностей приборов СВЧ – в так называемых МЦР-генераторах и усилителях и генераторах дифракционного излучения. Они широко применяются в волномерах миллиметрового (мм) диапазона радиоэлектронной аппаратуры.

Главным недостатком таких резонаторов является то, что при очень длинном объемном резонаторе соседние резонансы очень близки к основным и почти сливаются. Рассмотрим это на примере прямоугольного резонатора. Как было показано выше, резонансная длина волны в таком резонаторе может определяться выражением

$$\lambda_{рез} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2}} \sqrt{1 + \frac{p^2}{4l^2 \left[ \left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 \right]}} \approx$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{p^2}{4l^2 \left[ \left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 \right]}}. \quad (3.59)$$

Если в (3.59) вместо  $p$  взять  $(p+1)$ , то дробь изменится незначительно, значит,  $\lambda_{рез} \approx \lambda_{рез}(p+1)$ . Однако, если устремить  $a \rightarrow \infty$  и  $b \rightarrow \infty$ , то тогда

$$\lambda_{рез} \approx \frac{2l}{p} \text{ и } \lambda_{рез.p} - \lambda_{рез.(p+1)} = 2l \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{p+1} \right) = \frac{2l}{p(p+1)}, \quad (3.60)$$

где  $p$  – число вариаций вдоль оси  $Z$ .

Следовательно, чем больше  $l$ , тем больше разница между соседними типами колебаний. Соседние  $\lambda_{рез}$  уходят далеко от основной  $\lambda_{рез}$ .

В таких резонаторах появляется множество вариаций волн, возникают трудности отсечки, дифракция и т.д. Но все же можно добиться разрежения множества возникающих типов колебаний за счет тщательной настройки зеркал и селектирования таким образом основных типов колебаний.

Исчезновение боковых стенок резко увеличивает добротность открытых резонаторов  $Q$ , т.к. уменьшаются потери в металле, и весьма значительно.

$$Q = \frac{2\pi l}{\lambda_p} \frac{1}{1 - R + \alpha_{диф}}, \quad (3.61)$$

где  $R$  – коэффициент отражения от зеркала;  $a$  – радиус зеркала;  $l$  – расстояние между зеркалами;  $\alpha_{диф}$  – коэффициент дифракционных потерь, определяемый из условия

$$\alpha_{диф} = 0,3 \cdot N^{-3}, \quad (3.62)$$

$N$  – число Френеля, равное  $N = \frac{a^2}{\lambda \cdot l}$ .

Например, для прибора с резонансной длиной волны  $\lambda_{рез} = 0,1 \text{ мм}$ , имеем добротность, равную  $Q = 3,14 \cdot 10^5$ , что невозможно получить обычными замкнутыми объемными резонаторами.

**Объемный резонатор бегущей волны.** Приведем пример: направленный ответвитель. Во входном сечении такого резонатора происходит сложение амплитуды волны, пришедшей и возбуждаемой источником (рис. 3.27).

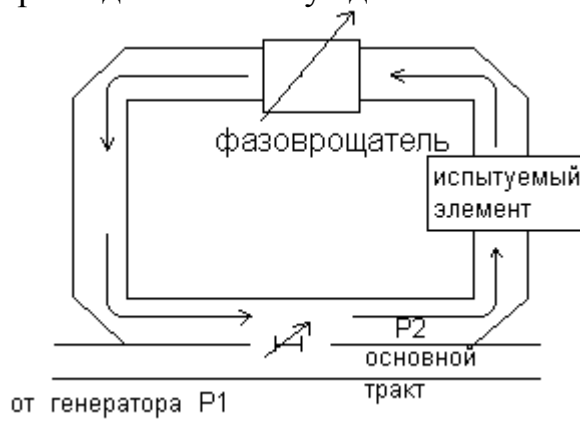


Рис. 3.27

Фазовое условие возбуждения выполняется при условии:

$$l_{cp} = p\Delta \text{ или } \Gamma = \frac{p2\pi}{L_{cp}}, \quad p=1, 2, 3. \quad (3.63)$$

Из (3.63) следует

$$l_{cp} = p\Delta = p \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cp}}\right)^2}}, \quad (3.64)$$

откуда

$$\lambda_0 = 1 / \sqrt{\frac{1}{\lambda_{кр}^2} + \left(\frac{p}{R_{cp}}\right)^2}.$$

Добротность резонаторов определяется как

$$Q_0 = 2\pi n \frac{\left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2}{1 - l - 2\beta \cdot l_{cp}}, \quad (3.65)$$

где  $\beta$  – постоянная затухания волны в волноводе,  $\beta \approx \frac{1}{2} \frac{P_{потерь}}{P}$ .

Средний поток энергии волны, заключенной между зеркалами,  $\nu \leq Z \leq l$  через поперечное сечение резонатора за единицу времени, т.е. средняя мощность потерь на зеркале в плоскости  $Z=l$ , приближенно равна

$$P_{\text{пот}} = \frac{W}{l} \nu (1 - R), \quad (3.66)$$

здесь  $R$  – коэффициент отражения плоской волны по мощности.

Добротность через запасенную энергию и энергию потерь записывается так

$$Q = \frac{\omega_0 W_{\text{зан}}}{P_{\text{пот}}} = \frac{\omega_0 l}{\nu (1 - R)} = \frac{2\pi \cdot \nu \cdot l}{\nu \lambda_0 (1 - R)} = \frac{2\pi \cdot l}{\lambda_0} \frac{1}{1 - R}. \quad (3.67)$$

**Резонаторы на микрополосковых линиях.** Они выполняются на основе линий передачи различных типов: микрополосковой (МП), щелевой и т.д.

Один из методов формирования таких резонаторов состоит в замене трехмерного плоскостного резонатора двумерным изображением. Модель имеет однородное диэлектрическое заполнение с относительной диэлектрической проницаемостью, а его размеры являются эффективными размерами резонатора. По периметру модели резонатора расположены магнитные стенки.

Эффективные размеры находят из условия равенства полной энергии поля резонатора и его модели. Вариантами вдоль оси  $y$  можно пренебречь. На рис. 3.28 показана конструкция и геометрические размеры несимметричной микрополосковой линии.

При  $h \ll W_{\text{эфф}}$

$$\lambda_{\text{рез}} = 2\sqrt{\varepsilon_{\text{эфф}}} / \sqrt{\left(\frac{m}{W_{\text{эфф}}}\right)^2 + \left(\frac{n}{\lambda_{\text{эфф}}}\right)^2}, \quad (3.68)$$

$$h \ll l_{\text{эфф}} \quad \lambda_{\text{эфф}} = \frac{\lambda_{\text{рез}}}{2\sqrt{\varepsilon_{\text{эфф}}}} = \frac{\lambda_{\text{лп}}}{2}, \quad (3.69)$$

где  $\lambda_{\text{лп}}$  – длина волны в линии передачи.

Если  $\frac{\lambda_{\text{лп}}}{h} \gg 1$ , то  $l_{\text{эфф}} = l$ . Резонанс возможен и на  $\frac{\lambda_{\text{лп}}}{4}$ .

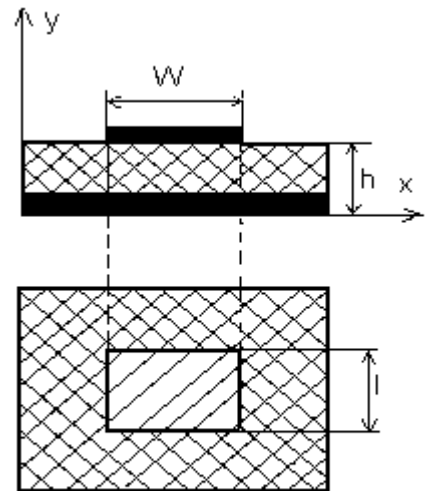


Рис. 3.28



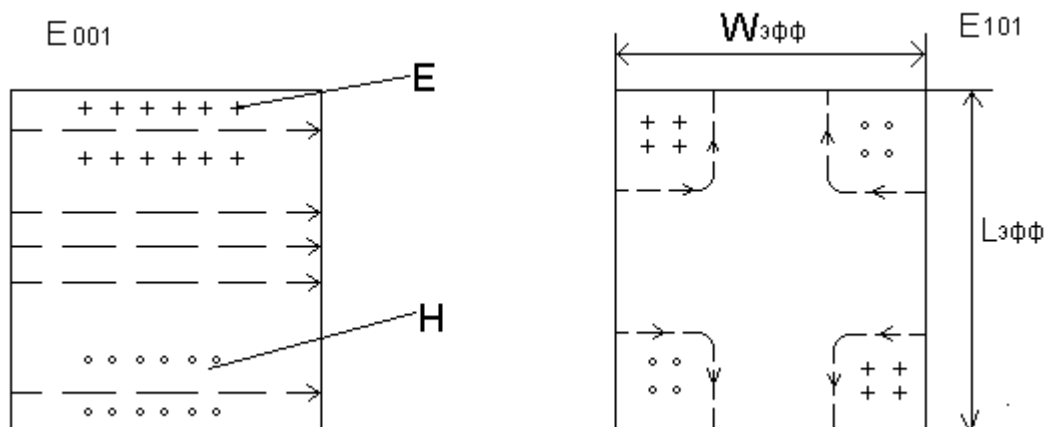


Рис. 3.29

На рис. 3.29 изображены структуры электромагнитных  $E_{001}$ - и  $E_{102}$ -волн, возникающих в микрополосковых резонаторах.

### 3.6.1 Основные типы элементов возбуждения

Вернемся к нашей задаче. Требуется возбудить в волноводе (или объемном резонаторе) волну заданного типа.

Для этого нужно чтобы возбуждающее устройство создало электромагнитное поле или токи проводимости, связанные с ним, чтобы силовые линии поля совпадали по структуре с соответствующими силовыми линиями заданной волны.

Такими возбуждающими устройствами могут быть продолжение внутреннего проводника коаксиального кабеля в виде штыря или петли (рис. 3.30), а также узкая щель, соответствующим образом прорезанная в стенке волновода (резонатора), на который падает волна электромагнитного поля, предназначенная для возбуждения.

Рассмотрим подробнее каждое из этих возбуждающих устройств.

**Штырь** (рис. 3.30, а) проходит в волновод (резонатор) через круглое отверстие так, что края этого отверстия смыкаются с внешней оболочкой коаксиального кабеля.

$$\lambda_0 = 4l / (2n - 1). \quad (3.39)$$

Можно и по заданной длине волны легко найти длину резонатора (на длине  $l$  в момент резонанса укладывается нечетное число четвертей длин волн):

$$l_{рез} = \frac{\lambda}{4} (2n - 1). \quad (3.40)$$

Такие же уравнения можно получить из рассмотрения входной проводимости резонатора. Выберем плоскость отчета ВВ – открытый конец резонатора. При отсутствии потерь на стенках

$$B_{ex1} + B_{ex2} = 0; \quad B_{ex} = -\frac{1}{Z_c} \operatorname{ctg} \frac{2\pi l}{\lambda} = 0, \quad (3.41)$$

где  $Z_c$  – характеристическое (волновое) сопротивление коаксиальной линии.

Согласно уравнению (3.40), наименьшая длина резонатора соответствует случаю  $n=1$  и равна  $\lambda/4$ . Помимо резонанса с  $n=1$ , существуют резонансы с  $n=2,3,4$ , когда на линию укладывается  $3\lambda/4$ ,  $5\lambda/4$  и т.д. Распределение поля в резонаторе с  $n=1,2$  показано на рис. 3.14

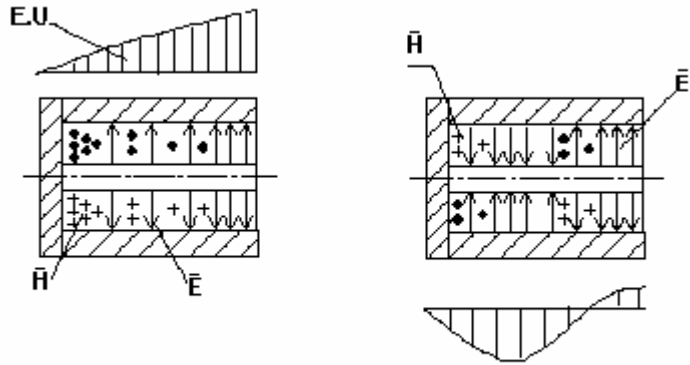


Рис. 3.14

Для отсекаания высших типов волн имеются ограничения на поперечные размеры резонатора

$\frac{\pi}{2}(D+d) < \lambda_0$ . Величина диаметров  $D$  ( $2R_1$ ) и  $d$  ( $2R_2$ ) определяет также потери в стенках резонатора, влияет на величины активной проводимости  $G$  и собственной добротности ( $Q_0$ ). Наибольшей величине  $Q_0$  соответствует отношение  $D/d$ , равное 3,6. Вообще принято считать  $D/d = 2,5 - 6,0$ .

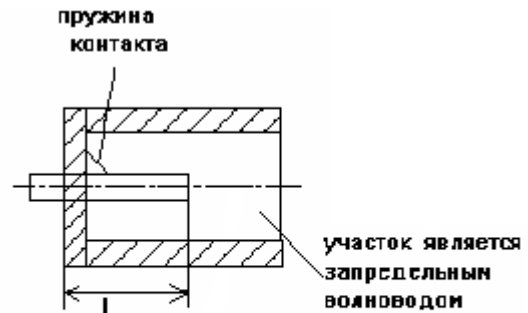


Рис. 3.15

Недостатком четвертьволнового резонатора является излучение из открытого конца, но его можно устранить изменением геометрии: сделать длину  $l$  отличной от  $\lambda/4$  (см. рис. 3.15). Механическая перестройка  $\lambda_{рез}$  легко осуществляется изменением длины  $l$  внутреннего проводника  $l$ .

**Полуволновый резонатор.** Коаксиальная линия, замкнутая на обоих концах, может мыслиться как комбинация двух  $\lambda/4$  полных резонаторов, соединенных открытыми концами.

Условие резонанса:

$$2\pi + 2\alpha l = 2\pi n; \quad 2\alpha l = 2\pi(n-1); \quad 2\alpha l = \pi(n-1); \quad \lambda_0 = \frac{2l}{n}. \quad (3.42)$$

Число  $n'$  определяет вид колебаний, т.е. количество полуволн, укладываемых при резонансе вдоль оси резонатора. С этим и связано название – ПОЛУВОЛНОВЫЙ РЕЗОНАТОР.

Определим собственную добротность коаксиального резонатора, предполагая, что резонатор заполнен диэлектриком без потерь. Магнитное поле в резонаторе, как и в коаксиальной линии, ориентировано по азимуту и может быть записано как

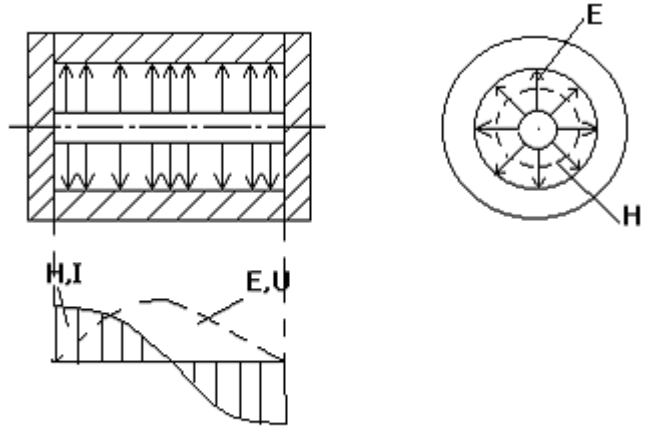


Рис. 3.16

$$\dot{H}_\varphi = \frac{E_0 R_1}{Z_C} \cdot \frac{\cos \beta_z}{r},$$

(3.43)

где  $\beta_z$  – продольная постоянная распространения.

$$\beta_z = \sqrt{R_0^2 - \left(\frac{nl\pi}{a}\right)^2}.$$

Подставляя в уравнения для поля, получим

$$\int_{V_0} |\dot{H}_m|^2 dV = \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \int_0^L H_\varphi^2 r dr d\varphi dZ = \frac{E_0^2 R_1^2}{(Z_C)^2} \pi L \ln \frac{R_2}{R_1},$$

$$\oint_S |\dot{H}_m^0|^2 dS = \frac{E_0^2 R_1^2}{(Z_C)^2} \left\{ 2 \int_{R_1}^{R_2} \int_0^{2\pi} \frac{dr d\varphi}{r} + \int_0^L \int_0^{2\pi} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cos^2 \beta_z d\varphi dZ \right\} =$$

$$= \frac{E_0^2 R_1^2}{(Z_C)^2} \pi \left[ 4 \ln \frac{R_2}{R_1} + L \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right], \quad (3.44)$$

$$Q_{мет} = Q_0 = \frac{\omega_0 \mu_a}{R_s} \frac{LR_1 R_2 \ln \frac{R_2}{R_1}}{4R_1 R_2 \ln \frac{R_2}{R_1} + L(R_1 + R_2)}. \quad (3.45)$$

Как показывает численный расчет, у коаксиальных резонаторов из меди собственная добротность на волнах до 10 см может достигать нескольких тысяч и быстро падает по мере уменьшения резонансной длины волны.

**Резонатор типа коаксиальной линии, нагруженной на емкость.** Если считать, что емкость ( $C$ ) на торце сосредоточена (рис. 3.17, б), тогда можно применить условие резонанса и, рассекая резонатор на две части, приравнять нулю сумму реактивных проводимостей конденсатора и отрезка длиной линии в точках а и б (рис. 3.17, б).

$$\omega C' - \frac{1}{Z_c} \operatorname{ctg} \frac{\omega l}{c} = 0, \quad (3.46)$$

где  $c$  – фазовая скорость волны ТЕМ в линии. Уравнение (3.46) является трансцендентным и может быть решено численным или графическим методами. Дисперсионные характеристики для этого резонатора приведены на рис. 3.18.

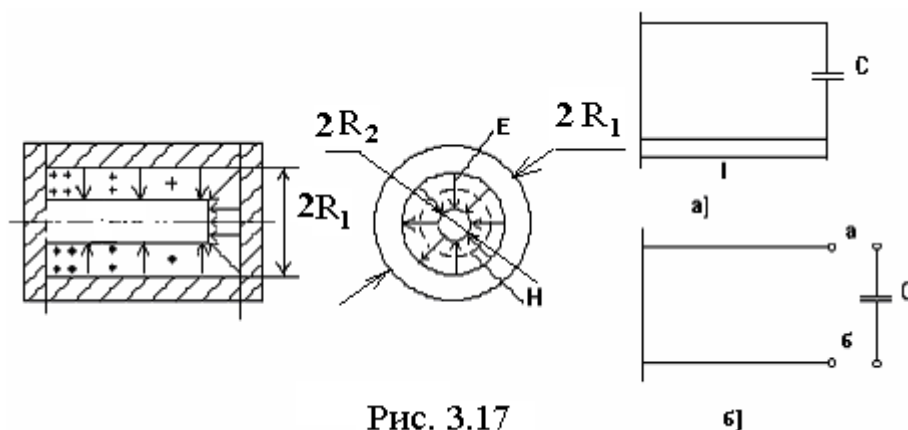


Рис. 3.17

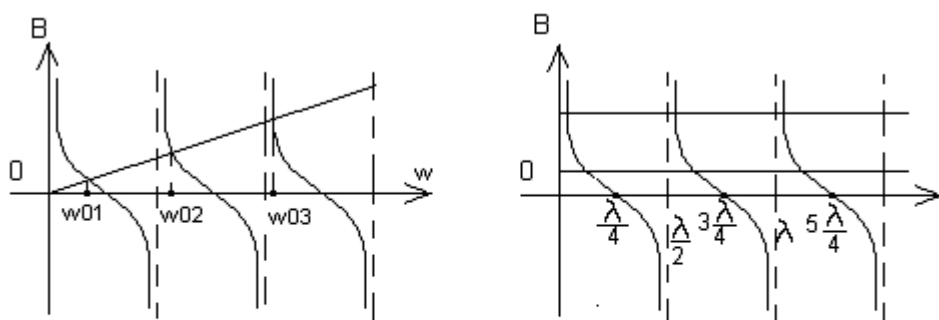


Рис. 3.18

Такие резонаторы находят применение в резонансных волномерах в диапазоне метрового (м) и дециметрового (дм) волн. Перестройка резонанс-

ной длины волны резонаторов типа коаксиальной линии, нагруженной на емкость, может осуществляться двумя способами:

- емкостной и индуктивный способы. На рис. 3.19 изображен триодный генератор СВЧ,

- на основе коаксиального резонатора, нагруженного на емкость. Настройка на резонансную частоту осуществляется за счет изменения объема резонатора настроечными поршнями.

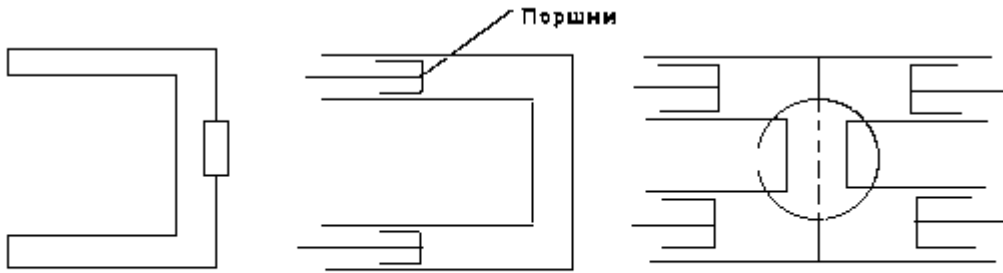


Рис. 3.19

Настройка объемного резонатора подразумевает достижение равенства резонансной длины волны и длины волны, излучаемой генератором:

$$\lambda_{рез} = \lambda_{генератора}. \quad (3.47)$$

*Закон частотного изменения:*  $\lambda_{рез}$  изменяется тогда, когда меняются граничные условия в объемном резонаторе. Например:

1. Меняются фазовые условия резонанса, как показано на рис. 3.20.

2. Пусть поршень меняет длину  $l$  в резонаторе (рис. 3.21), которая связана с резонансной длиной волны и объемом резонатора  $V_a$

(3.48).



На этом рисунке путь  $2\lambda$  п.

Период  $T_1$

Здесь же путь длиннее, чем  $2\lambda$  п.

Изменился период  $T_2 > T_1$

Рис. 3.20

$$\lambda_{рез} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\lambda_{кр}^2} + \frac{p}{2l}}}. \quad (3.48)$$

Если  $p \neq 0$ , то изменение  $l$  меняет  $\lambda_{рез}$ .

А если  $p=0$ , тогда поршень не изменит граничных условий и  $\lambda_{рез} = const.$

3. Изменение структуры поля, а следовательно  $\lambda_{рез}$ , за счет лопаток (см. рис. 3.22).

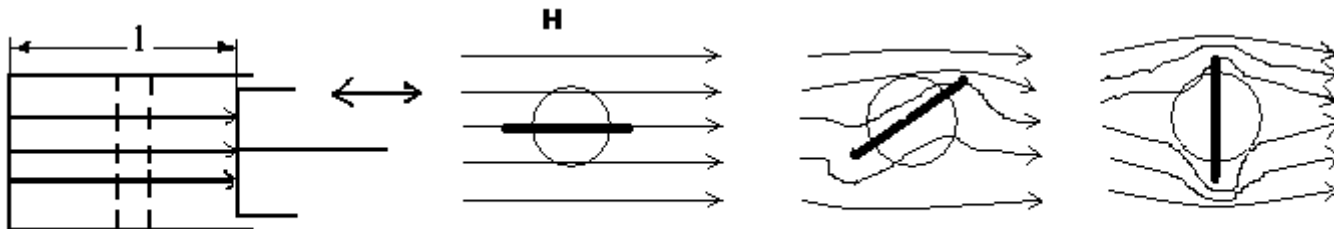


Рис. 3. 21

Рис. 3.22

4. Введение неоднородностей в резонатор за счет отверстий и пробок (рис. 3.23).

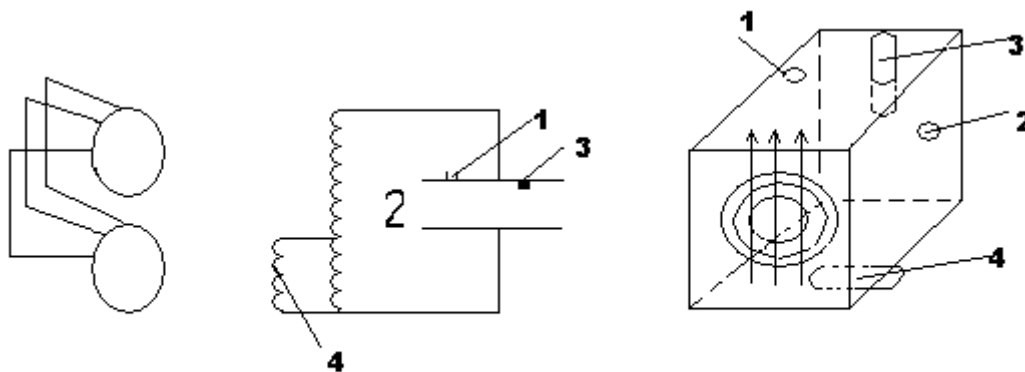


Рис. 3.23

### 3.5 Резонаторы неволноводного типа

#### Тороидальные резонаторы.

Наибольшее распространение нашли тороидальные резонаторы прямоугольной формы сечения (рис. 3.24).

Тороидальные резонаторы можно рассматривать как резонаторы с квазистационарными параметрами, где выполняются следующие условия:

$$R \ll \frac{\lambda}{4} \quad l \ll \frac{\lambda}{4} \quad d \ll l.$$

Можно показать, что для неволноводного резонатора существует ряд типов колебаний, характеризующихся различными пространственными распреде-

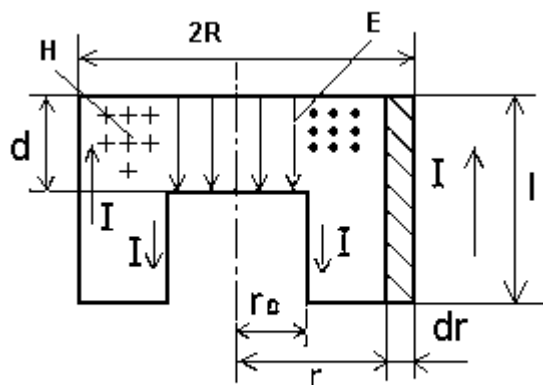


Рис. 3.24

ления поля и соответствующими им собственными частотами.

Главной особенностью основного вида колебаний в тороидальном резонаторе является выраженное более резко, чем в других резонаторах, пространственное разьединение в них электрического и магнитного полей. Это обстоятельство дает право подойти к анализу такого резонатора, как к соединению сосредоточенных емкости и индуктивности, и найти основную собственную частоту по известной из теории обычных контуров формуле

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_3 C_3}}. \quad (3.49)$$

За эквивалентную емкость  $C_3$  принимают емкость между сближенными торцевыми стенками резонатора, которая рассчитывается по формуле плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \pi r_0^2}{d}, \quad (3.50)$$

В основу расчета эквивалентной индуктивности кладется известное выражение  $L = \frac{\Phi}{I}$ , а полный поток вектора магнитной индукции равен

$$\bar{\Phi} = \int_{r_0}^R \mu \mu_0 \frac{Il}{2\pi} \frac{dr}{r} = \frac{\mu \mu_0 Il \cdot \ln \frac{R}{r_0}}{2\pi},$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость,  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая постоянная, ток, протекающий по контуру равен  $H2\pi r = I$ , где  $r$  – внутренний радиус резонатора,  $H$  – напряженность магнитного поля.

В конечном счете индуктивность определяется выражением

$$L = \frac{\mu \mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R}{r_0}. \quad (3.51)$$

Собственная резонансная угловая частота с учетом (3.50) и (3.51) определится как

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{2d}{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 l \ln \frac{R}{r_0}}}. \quad (3.52)$$

Ей соответствует длина волны в свободном пространстве

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0} \quad \text{и} \quad \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}, \quad \text{то} \quad \lambda_0 = \pi r_0 \sqrt{\frac{2l}{d} \varepsilon \mu \cdot \ln \frac{R}{r_0}}, \quad (3.53)$$

где  $c$  – скорость света.

Для вакуумного или воздушного наполнения

$$\lambda_0 = \pi r_0 \sqrt{\frac{2l}{d} \ln \frac{R}{r_0}}. \quad (3.54)$$

С поправкой на боковую емкость длина волны равна

$$\lambda_0 = \pi r_0 \sqrt{\frac{2l}{d} \left( 1 + \frac{4d}{\pi r_0} \ln \frac{l}{d} \right) \ln \frac{R}{r_0}}. \quad (3.55)$$

Добротность резонатора определяется из выражения

$$Q_0 = \frac{\sigma \delta}{\nu_0 C} \frac{1}{\frac{l}{R} + \frac{l-d}{r_0} + 2 \ln \frac{R}{r_0}}, \quad (3.56)$$

где  $\sigma$  – удельная проводимость;  $\nu_0$  – резонансная частота.

Проводимость резонатора равна

$$G = 2\pi \frac{1}{\sigma d} C^2 \nu^2 \left( \frac{l}{R} + \frac{l-d}{r_0} + 2 \ln \frac{R}{r_0} \right). \quad (3.57)$$

Настройка тороидальных резонаторов на резонансную частоту производится либо изменения  $d$ , что влияет на величину емкости  $C_3$ , либо путем ввинчивания в полость металлических стержней, что влияет на величину  $L_3$ .

Настройка на резонансную частоту, осуществляемая разными методами, показана на рис. 3.25.

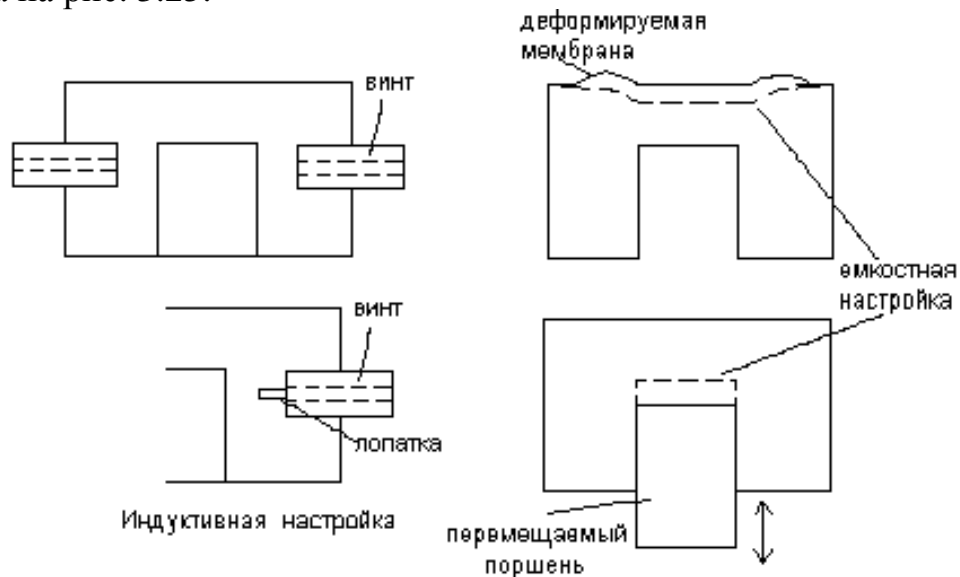


Рис. 3.25

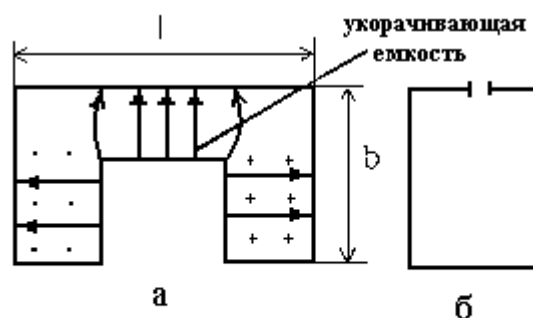


**Призматические резонаторы с укорачивающей емкостью.** В ряде случаев оказывается удобным применение тороидальных резонаторов удлиненной конструкции (рис. 3.26, а). Резонатор такого типа можно рассматривать как соединение емкости с закороченной коаксиальной линией. Для такого резонатора можно составить эквивалентную схему, изображенную на рис. 3.26, б, и собственную частоту  $\omega_0$  можно найти из условия короткозамкнутой линии со входным сопротивлением  $Z_{ex} = i \rho_l \operatorname{tg} \alpha l$ , нагруженной на емкостное сопротивление  $1/i\omega C_0$ ,

$$i \rho_l \operatorname{tg} \frac{\omega}{c} l + \frac{1}{i \omega C_0} = 0. \quad (3.58)$$

Решая трансцендентное уравнение, находят собственные частоты резонатора. Если емкость  $C_0$  мала и  $1/i\omega C_0$  много больше  $\rho_l$ , то  $\alpha \cdot l = \frac{\omega}{c} l \approx \frac{\pi}{2}$ . Тогда при резонансе длина линии близка к нечетному числу четвертей длины волны.

Призматический полый резонатор  $\lambda/2$  с укорачивающей емкостью находит применение в электровакуумных приборах СВЧ. Укорачивающей емкостью может являться емкость между сетками электровакуумного прибора, клистрона. Перестройка длины волны генерируемых колебаний может осуществляться в широких пределах путем одновременного перемещения двух поршней.



**Рис. 3.26**

**Открытый объемный резонатор.** Открытые резонаторы используются в качестве колебательных систем в ряде разновидностей приборов СВЧ – в так называемых МЦР-генераторах и усилителях и генераторах дифракционного излучения. Они широко применяются в волномерах миллиметрового (мм) диапазона радиоэлектронной аппаратуры.

Главным недостатком таких резонаторов является то, что при очень длинном объемном резонаторе соседние резонансы очень близки к основным и почти сливаются. Рассмотрим это на примере прямоугольного резонатора. Как было показано выше, резонансная длина волны в таком резонаторе может определяться выражением

$$\lambda_{рез} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 + \left(\frac{p}{2l}\right)^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2} \sqrt{1 + \frac{p^2}{4l^2 \left[ \left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 \right]}}} \approx$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{p^2}{4l^2 \left[ \left(\frac{m}{2a}\right)^2 + \left(\frac{n}{2b}\right)^2 \right]}}}. \quad (3.59)$$

Если в (3.59) вместо  $p$  взять  $(p+1)$ , то дробь изменится незначительно, значит,  $\lambda_{рез} \approx \lambda_{рез}(p+1)$ . Однако, если устремить  $a \rightarrow \infty$  и  $b \rightarrow \infty$ , то тогда

$$\lambda_{рез} \approx \frac{2l}{p} \text{ и } \lambda_{рез.p} - \lambda_{рез.(p+1)} = 2l \left( \frac{1}{p} - \frac{1}{p+1} \right) = \frac{2l}{p(p+1)}, \quad (3.60)$$

где  $p$  – число вариаций вдоль оси  $Z$ .

Следовательно, чем больше  $l$ , тем больше разница между соседними типами колебаний. Соседние  $\lambda_{рез}$  уходят далеко от основной  $\lambda_{рез}$ .

В таких резонаторах появляется множество вариаций волн, возникают трудности отсечки, дифракция и т.д. Но все же можно добиться разрежения множества возникающих типов колебаний за счет тщательной настройки зеркал и селектирования таким образом основных типов колебаний.

Исчезновение боковых стенок резко увеличивает добротность открытых резонаторов  $Q$ , т.к. уменьшаются потери в металле, и весьма значительно.

$$Q = \frac{2\pi l}{\lambda_p} \frac{1}{1 - R + \alpha_{диф}}, \quad (3.61)$$

где  $R$  – коэффициент отражения от зеркала;  $a$  – радиус зеркала;  $l$  – расстояние между зеркалами;  $\alpha_{диф}$  – коэффициент дифракционных потерь, определяемый из условия

$$\alpha_{диф} = 0,3 \cdot N^{-3}, \quad (3.62)$$

$N$  – число Френеля, равное  $N = \frac{a^2}{\lambda \cdot l}$ .

Например, для прибора с резонансной длиной волны  $\lambda_{рез} = 0,1 \text{ мм}$ , имеем добротность, равную  $Q = 3,14 \cdot 10^5$ , что невозможно получить обычными замкнутыми объемными резонаторами.

**Объемный резонатор бегущей волны.** Приведем пример: направленный ответвитель. Во входном сечении такого резонатора происходит сложение амплитуды волны, пришедшей и возбуждаемой источником (рис. 3.27).

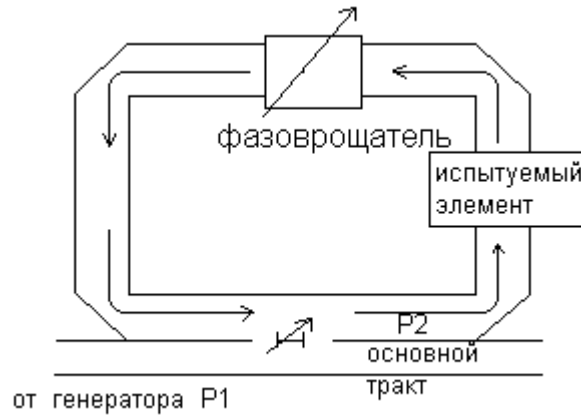


Рис. 3.27

Фазовое условие возбуждения выполняется при условии:

$$l_{cp} = p\Delta \text{ или } \Gamma = \frac{p2\pi}{L_{cp}}, \quad p=1, 2, 3. \quad (3.63)$$

Из (3.63) следует

$$l_{cp} = p\Delta = p \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{cp}}\right)^2}}, \quad (3.64)$$

откуда

$$\lambda_0 = 1 / \sqrt{\frac{1}{\lambda_{кр}^2} + \left(\frac{p}{R_{cp}}\right)^2}.$$

Добротность резонаторов определяется как

$$Q_0 = 2\pi \frac{\left(\frac{\lambda_e}{\lambda}\right)^2}{1 - l - 2\beta \cdot l_{cp}}, \quad (3.65)$$

где  $\beta$  – постоянная затухания волны в волноводе,  $\beta \approx \frac{1}{2} \frac{P_{потерь}}{2}$ .

Средний поток энергии волны, заключенной между зеркалами,  $\nu \leq Z \leq l$  через поперечное сечение резонатора за единицу времени, т.е. средняя мощность потерь на зеркале в плоскости  $Z=l$ , приближенно равна

$$P_{пот} = \frac{W}{l} \nu(1 - R), \quad (3.66)$$

здесь  $R$  – коэффициент отражения плоской волны по мощности.

Добротность через запасенную энергию и энергию потерь записываем в

виде

$$Q = \frac{\omega_0 W_{зан}}{P_{пот}} = \frac{\omega_0 l}{\nu(1 - R)} = \frac{2\pi \cdot \nu \cdot l}{\nu \lambda_0 (1 - R)} = \frac{2\pi \cdot l}{\lambda_0} \frac{1}{1 - R}. \quad (3.67)$$

**Резонаторы на микрополосковых линиях** выполняются на основе линий передачи различных типов: микрополосковой (МП), щелевой и т.д.

Один из методов формирования таких резонаторов состоит в замене трехмерного плоскостного резонатора двумерным изображением. Модель имеет однородное диэлектрическое заполнение с относительной диэлектрической проницаемостью, а его размеры являются эффективными размерами резонатора. По периметру модели резонатора расположены магнитные стенки.

Эффективные размеры находят из условия равенства полной энергии поля резонатора и его модели. Вариантами вдоль оси  $y$  можно пренебречь. На рис. 3.28 показана конструкция и геометрические размеры несимметричной микрополосковой линии.

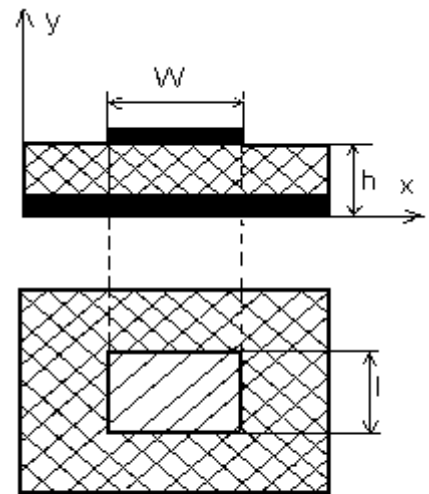


Рис. 3.28

При  $h \ll W_{эфф}$

$$\lambda_{рез} = 2\sqrt{\epsilon_{эфф}} / \sqrt{\left(\frac{m}{W_{эфф}}\right)^2 + \left(\frac{n}{\lambda_{эфф}}\right)^2}, \quad (3.68)$$

$$h \ll l_{эфф} \quad \lambda_{эфф} = \frac{\lambda_{рез}}{2\sqrt{\epsilon_{эфф}}} = \frac{\lambda_{лп}}{2}, \quad (3.69)$$

где  $\lambda_{лп}$  – длина волны в линии передачи.

Если  $\frac{\lambda_{лп}}{h} \gg 1$ , то  $l_{эфф} = l$ . Резонанс возможен и на  $\frac{\lambda_{лп}}{4}$ .

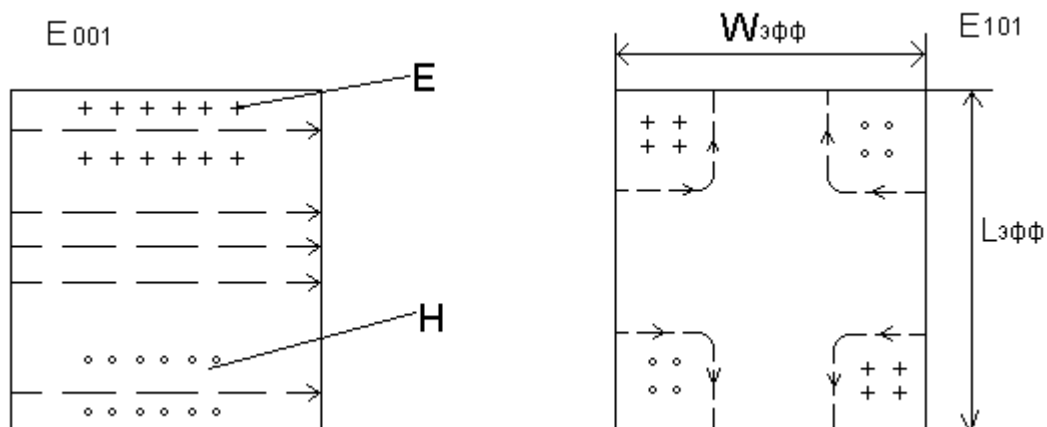


Рис. 3.29

На рис. 3.29 изображены структуры электромагнитных  $E_{001}$ - и  $E_{101}$ -волн, возникающих в микрополосковых резонаторах.

### 3.6. Возбуждение волноводов и объемных резонаторов

Большой интерес представляет вопрос: каковы должны быть элементы возбуждения, как их следует расположить в волноводе или резонаторе, если требуется возбудить волну заданного типа?

Однако, ответ на этот вопрос еще не может удовлетворить нас. Требуется еще рассмотреть его количественную сторону – рассчитать возбудитель, обеспечивающий нужную мощность заданной волны.

Прежде всего, напомним, что в силу принципа взаимности элемент, наилучшим образом возбуждающий заданную волну, будет наилучшим образом извлекать энергию этой волны из волновода или объемного резонатора. Т.о. если нам удастся найти элемент, хорошо извлекающий энергию поля электромагнитной волны, то он же может быть использован в качестве элемента хорошо возбуждающего волновод.

**Основные типы элементов возбуждения.** Вернемся к нашей задаче. Требуется возбудить в волноводе (или объемном рез-ре) волну заданного типа. Для этого нужно чтобы возбуждающее устройство создало электромаг-

нитное поле или токи проводимости, связанные с ними, чтобы силовые линии поля совпадали по структуре с соответствующими силовыми линиями заданной волны.

Таковыми возбуждающими устройствами могут быть продолжение внутреннего проводника коаксиального кабеля в виде штыря или петли (рис. 3.30), а также узкая щель, соответствующим образом прорезанная в стенке волновода (резонатора), на который падает волна электромагнитного поля, предназначенная для возбуждения.

Рассмотрим подробнее каждое из этих возбуждающих устройств.

**Штырь** (рис. 3.30,а) проходит в волновод (резонатор) через круглое отверстие так, что края этого отверстия смыкаются с внешней оболочкой коаксиального кабеля.

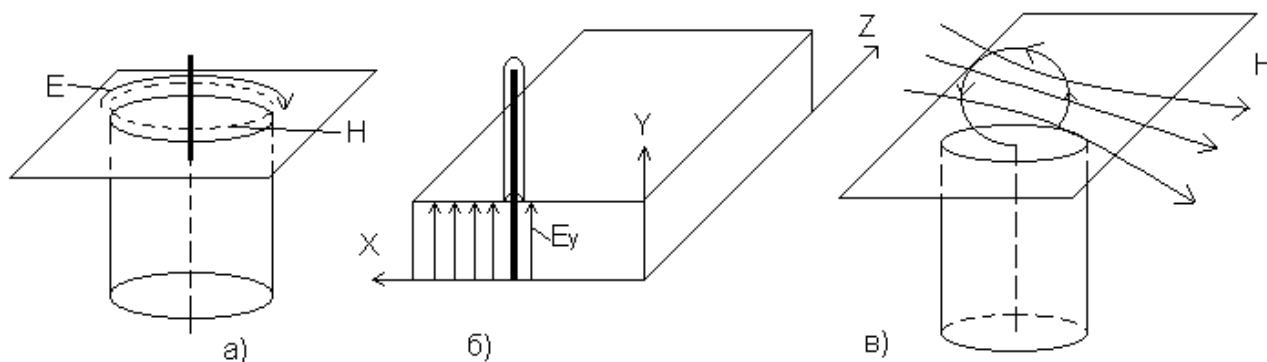


Рис. 3.30

Быстропеременный ток в штыре можно рассматривать, как ток над идеально проводящей поверхностью (металлическая стенка), следовательно, штырь и его зеркальное отображение создают такую систему, с помощью которой нетрудно представить структуру поля, возбуждаемого его.

Действительно, из рисунка видно, что вертикальные составляющие силовых линий напряженности электрического поля, возбужденного штырем, в области между стенкой и верхушкой штыря имеют сонаправленные вертикальные составляющие, параллельные штырю, а горизонтальные составляющие в симметричных (относительно штыря) точках противоположны, следовательно, излучаемые ими поля в значительной степени взаимно компенсируются. Отсюда видно, что электрическое поле, возбуждаемое штырем, будет параллельно ему.

Следует заметить, что аналогично штырю, возбуждает поле модулированный поток электронов. Отличается этот способ возбуждения от штыря главным образом только тем, что поток электронов должен пронизывать волновод (резонатор) полностью, а штырь занимает меньше места.

Далее, если продолжение внутреннего проводника замкнуто на внешнюю оболочку, то такое устройство называется петлей. Диаметр этого витка по сравнению с длиной волны мал ( $\phi < \lambda$ ), поэтому быстропеременный ток, протекающий по нему, создает магнитное поле, направление которого пер-

пендикулярно плоскости петли. Здесь направление силовых линий магнитного поля в петле должно соответствовать направлению магнитного поля возбуждаемой волны в волноводе.

Теперь остановимся на возбуждении с помощью узкой щели. Тут мы воспользуемся принципом взаимности, который был упомянут выше. Установим, как должна быть прорезана щель в волноводе, чтобы наилучшим образом излучать поле заданной в нем волны.

Пусть на стенке протекает поверхностный ток проводимости, соответствующий по своей структуре заданной в волноводе волне (рис. 3.31). Прорежем узкую щель вдоль линии тордов (рис. 3.31,а). Сопротивление, которое оказывает щель току в направлении вдоль щели очень велико.

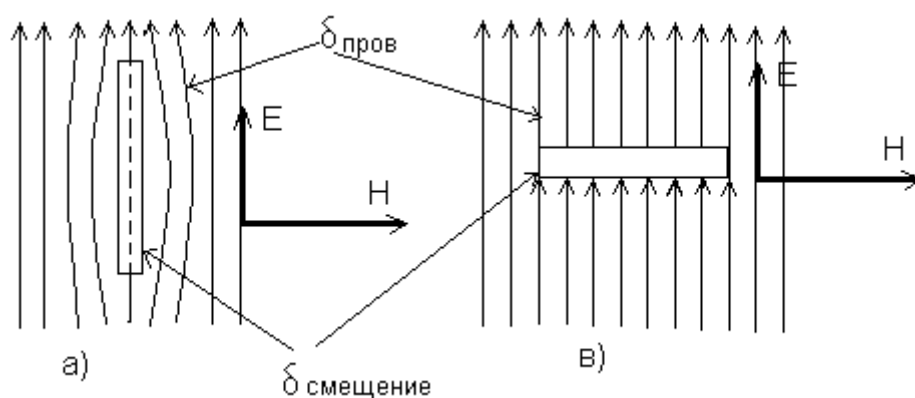


Рис. 3.31

Согласно закону Кирхгофа распределение тока в щели будет таким, что ток смещения, текущий внутри щели вдоль нее, пунктир на рисунке, будет очень малым. Этот ток замкнет токи проводимости в начале и в конце щели. Малый ток смещения означает, что вдоль щели образуется очень слабое электрическое поле. В самом деле, ведь

$$\vec{\delta}_{см} = i\omega \cdot \epsilon \cdot \vec{E}. \quad (3.70)$$

Отсюда следует, что поле, излучаемое через щель, будет незначительным. Т.о. эта щель мало излучает, следовательно, она не способна возбудить в волноводе волну, поверхностный ток которой изображен на рисунке.

Рассмотрим теперь другой случай: щель прорезана поперек направленных токов (рис. 3.31,б). Тут большая часть линий тока проводимости, пересекаемого щелью, замыкается током смещения. Следовательно, щель будет питаться почти всем пересекаемым ею током, только незначительная часть обогнет щель. Поэтому излучение будет наиболее эффективным. Значит, такая щель будет наилучшим образом возбуждать нужную волну, если возбуждающее ее электрическое поле будет перпендикулярно ей. Добавим еще следующее. Волна любого типа удовлетворяет граничным условиям однородного волновода. Будет ли она удовлетворять этим условиям тогда, когда однородность волновода будет нарушена отверстием, из которого выдвигается

элемент возбуждения (штырь, петля)? Конечно, нет. Однако поле, возбужденное этим элементом удовлетворяет граничным условиям и на стенках и на самом элементе, что возможно только тогда, когда это поле складывается из множества волн различных типов.

Следовательно, принципиально невозможно возбудить только один тип. Однако, чаще всего на практике из множества возбужденных волн только одна будет распространяться в волноводе или будет резонансной волной в объемном резонаторе. Остальные волны будут по мере удаления от возбуждающего устройства экспоненциально затухать. Теперь сформируем правила расположения элементов возбуждения в волноводе.

1. Необходимо заранее четко знать структуру поля волны, которую необходимо возбудить и структуру токов проводимости этой волны на стенках волновода.
2. При возбуждении штырем или модулированным потоком электронов (частота модуляции должна соответствовать рабочему диапазону частот волновода или резонансной частоте объемного резонатора) надо определить место у стенки, где электрическое поле макс, там и поместить штырь (или направить поток электронов) параллельно векторам напряженности электрического поля, возбуждаемой волны.
3. Если возбуждение осуществляется петлей, то надо ее расположить перпендикулярно магнитному полю возбуждаемой волны и в том месте, где магнитный поток максимален.
4. Щель, возбуждающая заданный тип волны, должна пересекать под прямым углом токи проводимости на стенке и том месте, где они достигают максимума, а электрические векторы возбуждающего поля должны быть перпендикулярны щели.

Неточное соблюдение этих правил приводит к тому, что мощность возбуждаемой волны будет ослаблена. Иногда так поступают умышленно для того, чтобы добиться согласования питающей линии с возбуждаемым волноводом.

5. Следует еще заметить, что при применении нескольких элементов возбуждения в разных токах поля, надо выбирать фазы токов в каждом из них так, чтобы они соответствовали фазам возбуждаемого поля в местах их расположения.

Далее при возбуждении заданной волны кроме получения ее максимальной мощности надо:

6. затруднить возбуждение других типов волн и
7. добиться наилучшего согласования питающего фидера на всем диапазоне волн.
8. Наконец, следует обеспечить нужную электрическую прочность, достаточную для пропускания необходимой мощности.

Приведем некоторые примеры возбуждения.



### Примеры возбуждения .

Возбудим в прямоугольном волноводе волну  $H_{10}$  с помощью штыря. Сначала рассмотрим расположение штыря в поперечном сечении волновода (рис. 3.32а).

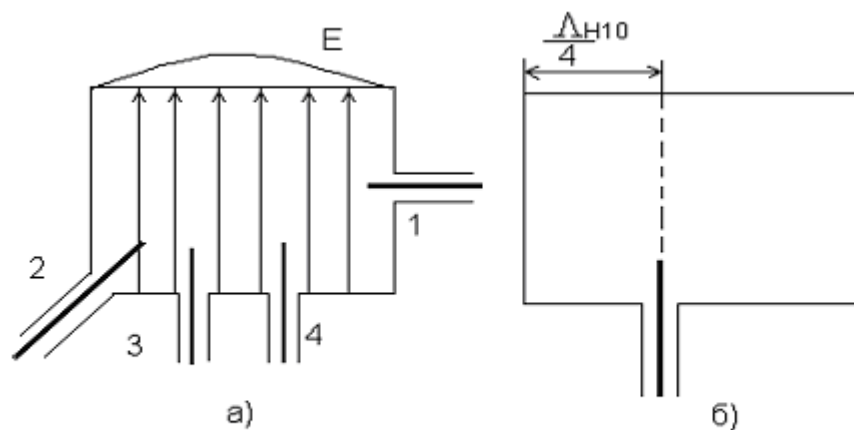


Рис. 3.32

На рис. 3.32 изображено 4 варианта:

1-горизонтальный штырь – не обеспечит возбуждение волны заданного типа, т.к. штырь перпендикулярен направлению вектора напряженности электрического поля. Действительно, штырь создает горизонтальное электрическое поле, а требуется вертикальное.

2-ой вариант расположения штыря соответствует возбуждению нужной волны, но мощность ее будет очень мала. Ток в штыре можно разложить на вертикальные и горизонтальные составляющие. Нам уже известно, что горизонтальная составляющая волну  $H_{10}$  не возбудит, а вертикальная удалена от максимума электрического поля возбуждаемой волны.

Мощность волны, возбуждаемой штырем 3 несколько увеличится, а штырь 4 возбудит волну с наибольшей мощностью потому, что он параллелен полю  $E$  и расположен в его максимуме.

Если возбуждается полубесконечный волновод (рис. 3.32,б), то следует выяснить на каком расстоянии от штыря должна располагаться торцевая стенка. На рис. 3.32,б обозначено, что это расстояние равно четверти длины волны в волноводе. Это наилучшее расположение штыря относительно поперечной стенки. В самом деле, электрическое поле совершит путь от штыря до стенки и обратно, равный половине длины волны, т.е. за время, равное половине периода. Когда это поле вернется к штырю, то последний в этот момент возбудит поле, противоположное по знаку, но то поле, которое подошло к нему слева, при отражении от стенки перевернуло свое направление на противоположное, поэтому оно арифметически сложится с заново возбужденным. Если бы это расстояние было не  $\lambda/4$ , а  $\lambda/2$ , то поле прошло бы указанный путь

и сложилось бы с полем штыря, которое имело бы, по сравнению с отраженным, противоположное направление. Произошла бы компенсация обоих полей и волна типа  $H_{10}$  не возбудилась бы.

Теперь рассмотрим возбуждение поля типа  $E_{11}$  продольным штырем. Заметим сначала, что продольный штырь (т.е. направленный вдоль оси волновода) возбуждает электрическое поле, параллельное себе, следовательно, должны появиться только поперечно магнитные волны, т.к. только они содержат продольные составляющие электрического поля. На рис. 3.33 изображен прямоугольный волновод и штырь, возбуждающий заданное поле типа  $E_{11}$ .

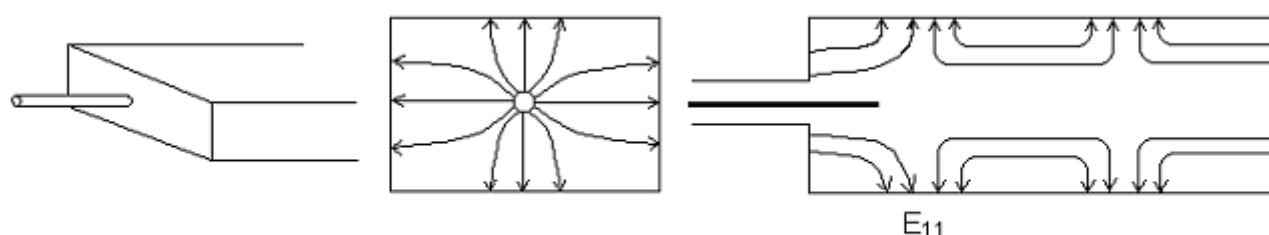


Рис. 3.33

Очевидно, пояснений к рисунку не требуется. Далее, на рис. 3.34 показано возбуждение волны  $E_{21}$ . Здесь характерно то, что токи в возбуждающих штырях находятся в противофазе. Разность фаз этих токов достигается подбором длины отрезка  $aa'$  питающего фидера.

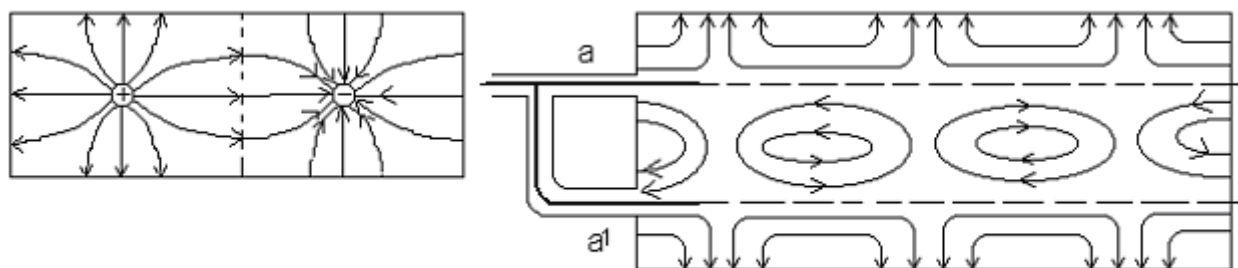


Рис. 3.34

В данном случае  $aa' = \frac{\lambda}{2}$ . Ранее мы упоминали такую ситуацию.

*Выводы:*

1. Штырь должен быть параллелен  $\vec{E}$  возбуждаемой волны.
2. Штырь должен быть расположен там, где  $|\vec{E}|_{\max}$ .

Теперь рассмотрим возбуждение волны  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе с помощью петли.

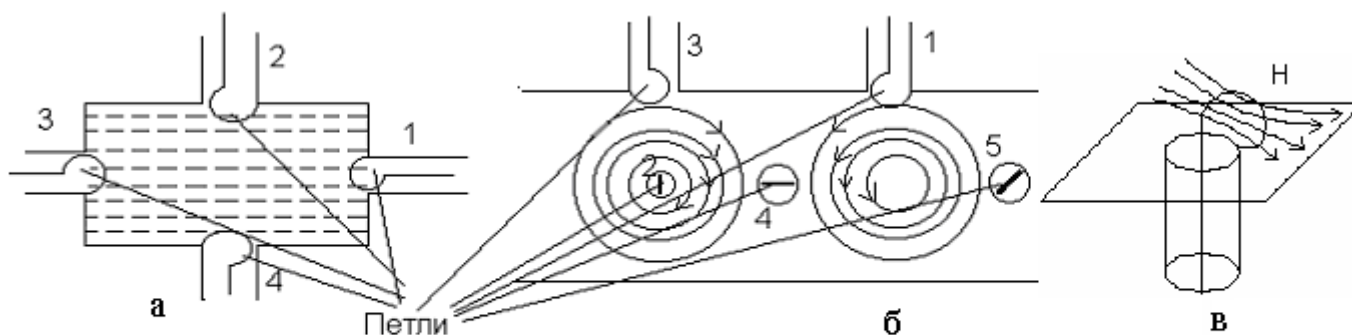


Рис. 3.35

На рис. 3.35 показаны различные варианты расположения петель по отношению к структуре магнитного поля волны  $H_{10}$ . Из рис. 3.35,а видно, что петли №1 и 3 волну  $H_{10}$  не возбуждают, потому что магнитный поток не пересекает поверхности, ограниченной петлей. Петли же 2 и 4 расположены перпендикулярно к возбуждаемому магнитному полю, поэтому они наилучшим образом возбуждают волну. Петлю 5 на рис. 3.35,б магнитный поток пересекает под углом, отличающимся от прямого, следовательно, мощность возбужденной волны  $H_{10}$  будет ослаблена.

Следует заметить, что перемещение мест расположения петель вдоль оси волновода не отразится на их свойствах, т.к. картина поля перемещается вдоль оси волновода с фазовой скоростью. Поток электронов эквивалентен возбуждающему штырю.

*Выводы:*

1. Плоскость петли д.б. перпендикулярна  $\vec{H}$ .
2. Петля помещается там, где  $|\vec{H}|_{\max}$  (тоже с учетом согласования).

В каких же случаях для возбуждения используют штырь и в каких – петлю?

Чтобы ответить на этот вопрос, вначале перечислим их достоинства и недостатки. По сравнению со штырем, петля более чувствительна к изменению частоты, ее труднее согласовать с питающим кабелем, с ее помощью невозможно возбуждать волны с большой мощностью, петля не обеспечивает сильной связи с возбуждаемым объектом.

Но, именно, в силу этих особенностей петля чаще всего применяется для возбуждения объемных резонаторов. Действительно, там поле возбуждается в очень узкой полосе частот, требуется малая мощность питающего поля, и, кроме того, иногда оказывается, что из конструктивных соображений постановка возбуждающего штыря не желательна.

Наконец, покажем расположение щелей, возбуждающих волну в прямоугольном волноводе.

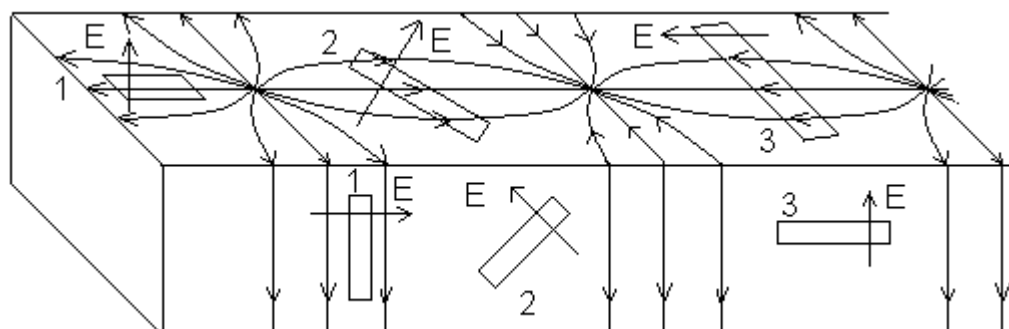


Рис. 3.36

На рис. 3.36 на стенках волновода схематически изображена мгновенная картина структуры поверхностных токов проводимости волны  $H_{10}$ .

Щели под №1 волны  $H_{10}$  не возбуждают потому, что токов они не пересекают. Такая щель в середине широкой стенки волновода используется в измерительных линиях. Зонд, измеряющий поле, погружается в волновод и передвигается вдоль этой щели, при этом поле из волновода практически не излучается. Щели 2, расположенные под некоторым углом к поверхностным токам возбуждают заданную волну, но мощность возбужденной волны невелика. Наконец, щели 3 перпендикулярны токам и возбуждают волну наилучшим образом.

*Выводы:*

1. Щель д.б. поставлена перпендикулярно токам проводимости возбуждаемой волны на стенках.
2. Щель располагается там, где  $\left| \dot{\delta}_{np} \right|_{\max}$  (опять с учетом согласования).

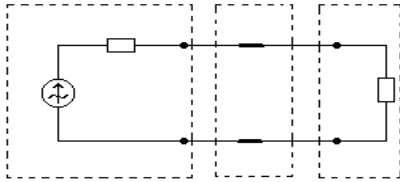
## 4. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

### 4.1. Основные характеристики линии передачи конечной длины

До сих пор рассматривались регулярные волноводы, названные так потому, что их однородность на бесконечной длине предполагалась ненарушенной, и поэтому можно было оставлять лишь одну волну, пренебрегая встречной волной. В большинстве реальных волноводных систем предположение об их регулярности не оправдано, волноводы имеют конечную длину, однородность их нарушается разного рода сочленениями, изгибами, вводами и выводами энергии и т.п. Каждая из таких неоднородностей отражает падающую электромагнитную волну. Отраженные волны, комбинируя друг с другом, и

складываясь с падающей волной, существенно изменяют картину распространения электромагнитных волн в волноводе.

**Отраженные волны.** Практически линия передачи всегда имеет конечную длину. С одной стороны она питается генератором (магнетрон, приемная антенна), а на другом конце включается приемник-нагрузка (передающая антенна, входные цепи приемника см. [4,5,8,9,17]). В некоторых местах



Генератор      Неоднородность      Нагрузка

Рис. 4.1

линии передачи может быть включены различные устройства, нарушающие однородность линии (повороты, реактивные элементы и т.д.) (см. рис.4.1).

В общем случае линия передачи является многоволновой, т.е. линией, размеры которой для заданной длины волны генератора  $\lambda$  удовле-

творяют условию существования нескольких распространяющихся типов волн. Такую линию передачи можно представить в виде нескольких линий передачи с одним типом волны, характеризующихся своим волновым сопротивлением и постоянной распространения. Поэтому здесь и в дальнейшем будет предполагаться, что линии передачи одноволновые.

В одноволновой линии электромагнитная волна, распространяющаяся от генератора к нагрузке, отражается. Мы будем считать, что имеем режим однократных отражений. В линии передачи на различных неоднородностях и нагрузках могут возбуждаться нераспространяющиеся типы волн, амплитуды которых экспоненциально уменьшаются в зависимости от расстояния и места возникновения. Поэтому обычно можно выбрать сечение линии передачи, в котором амплитуда нераспространяющихся типов волн настолько мала, что ею можно пренебречь. В связи с этим всегда будет предполагаться, что линия передачи анализируется только в сечениях, где

нет нераспространяющихся типов волн. Наконец, будет рассматриваться режим установившихся колебаний (стационарный процесс).

Перейдем к выводу основных параметров, характеризующих режим бегущей волны в линиях конечной длины при отсутствии потерь.

*Коэффициент отражения.*

Пусть имеется некоторая линия передачи, характеризующаяся волновым сопротивлением и постоянной распространения, на одном конце которой в сечении а-а включен согласо-

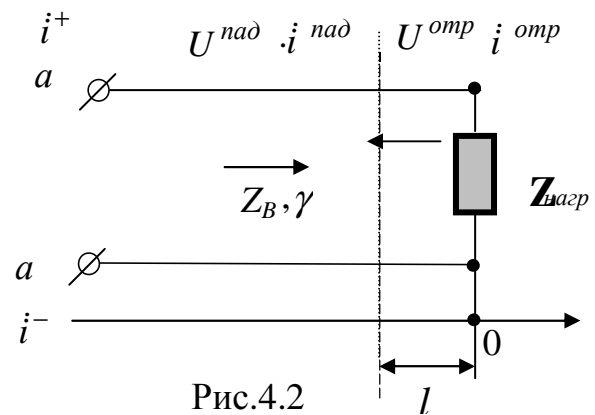


Рис.4.2

ванный генератор, на другом некоторая нагрузка (см. рис. 4.2). Генератор создает в линии бегущие в направлении оси  $l$  волны  $U^{nad}$ ,  $U^+$  и  $i^{nad}$ ,  $i^+$ .

$U^{nad}$  или  $U^+$  - падающая волна напряжения;  $i^{nad}$  или  $i^+$  - падающая волна тока. Нагрузка приводит к возникновению в линии бегущих в противоположном направлении оси  $l$  отраженной волны напряжения  $U^{omp}$  или  $U^-$  и отраженной волны тока  $i^{omp}$  или  $i^-$ . (В волноводах с одним типом волн  $U \sim E$ ,  $I \sim H$ ).

В произвольном сечении линии  $l$  полное напряжение и полный ток равны:

$$\dot{U}(l) = \dot{U}^+(l) + \dot{U}^-(l) \quad (4.1)$$

$$\dot{i}(l) = \dot{i}^+(l) + \dot{i}^-(l) \quad (4.2)$$

Отношение напряжения отраженной волны к напряжению падающей в некотором сечении линии  $l$  называется коэффициентом отражения по напряжению

$$\dot{\Gamma}(l) = \frac{\dot{U}^-(l)}{\dot{U}^+(l)}. \quad (4.3)$$

Также определяется коэффициент отражения по току

$$\bar{\Gamma}(l) = \frac{\dot{i}^-(l)}{\dot{i}^+(l)}, \quad \text{который равен } \bar{\Gamma} = -\dot{\Gamma}^* \text{ *)}$$

Запишем уравнения (4.1) и (4.2) с учетом \*)

$$\dot{U}(l) = \dot{U}^+(l)[1 + \dot{\Gamma}(l)] \quad (4.1')$$

$$\dot{i}(l) = \dot{i}^+(l)[1 - \dot{\Gamma}(l)] \quad (4.2')$$

Комплексные амплитуды падающей и отраженной волн напряжений и тока в любом сечении  $l$  описываются через амплитуды волн в некотором фиксированном сечении, например,  $l=0$ :

$$\dot{U}^+(l) = \dot{U}_0^+ e^{-jl\gamma}; \quad \dot{U}^-(l) = \dot{U}_0^- e^{jl\gamma} \quad (4.4)$$

$$\dot{i}^+(l) = \dot{i}_0^+ e^{-jl\gamma}; \quad \dot{i}^-(l) = \dot{i}_0^- e^{jl\gamma} \quad (4.5)$$

где  $\dot{U}_0^+, \dot{i}_0^+$  - комплексные амплитуды падающей волны напряжения и падающей волны тока в сечении  $l=0$ ;

$\dot{U}_0^-, \dot{i}_0^-$  - комплексные амплитуды отраженной волны напряжения и отраженной волны тока в сечении  $l=0$ .

Коэффициент распространения  $\gamma$  для рассматриваемого типа волны комплексная величина и определен формулой ( $\gamma = j\alpha + \beta$ ). При выводе основных выражений, характеризующих режим в линиях конечной (короткой) длины, обычно применяют линии передачи с малыми потерями. Это дает возможность пренебречь затуханием ( $\alpha=0$ ) и использовать для коэффициента отражения продольную постоянную распространения  $\beta$  ( $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_B}$  - постоянная распространения в данной линии).

Тогда из (2.3) и (2.4) для коэффициента отражения в произвольном сечении получаем

$$\dot{\Gamma}(l) = \dot{\Gamma}_0 e^{j2\beta l} \quad (4.6)$$

– формула трансформации коэффициента отражения,

где  $\dot{\Gamma}_0 = \frac{\dot{U}_0^-}{\dot{U}_0^+}$  - коэффициент отражения по напряжению в сечении  $l=0$ .

Коэффициент отражения в любом сечении приобретает разные значения. Например, если при смещении на расстояние  $l = \pm \frac{\lambda_B}{2}$  фаза коэффициента отражения изменится на  $360^\circ$ , то значение коэффициента отражения в линии повторится. Если  $l = \pm \frac{\lambda_B}{4}$ , то  $2l\beta = \pm\pi$ , через  $\lambda_B/4$  фаза коэффициента отражения изменится на  $180^\circ$ .

Коэффициент отражения в общем случае комплексная величина

$$\dot{\Gamma}_0 = |\dot{\Gamma}_0| e^{j\varphi_0}. \quad (4.7)$$

С учетом этого равенства записываем (2.1')

$$\dot{U}(l) = \dot{U}^+(l) \left[ 1 + |\dot{\Gamma}_0| e^{j(2l\beta + \varphi_0)} \right] \quad (4.8)$$

Очевидно, что **максимальное** значение напряжения (пучность) получается при  $2l\beta + \varphi_0 = 2n\pi$ , где  $n=0, 1, 2, \dots$ . т.е. в точках  $l = \frac{2n\pi - \varphi_0}{2\beta}$ , так что

$$\dot{U}_{\max} = \dot{U}^+ [1 + |\dot{\Gamma}_0|].$$

Минимальное значение (узел) напряжения будет при  $2l\beta + \varphi_0 = (2n+1)\pi$  и равно

$$\dot{U}_{\min} = \dot{U}^+ [1 - |\dot{\Gamma}_0|].$$

Отношение минимального значения полного напряжения (или тока, или напряженности поля) в линии к максимальному значению полного напряжения (или тока, или напряженности поля) в линии называется коэффициентом бегущей волны

$$\frac{U_{\min}}{U_{\max}} = K_{BB} = 1/\rho. \quad (4.9)$$

Часто вместо КБВ пользуются обратной ему величиной, называемой коэффициентом стоячей волны (КСВ). Введем обозначение для  $K_{CB} = \rho$ .

Следовательно, коэффициент  $K_{BB}$  будет обозначаться как  $1/\rho$ .

$$\frac{U_{\max}}{U_{\min}} = K_{CB} = \rho. \quad (4.10)$$

Напряжение в линии, описываемое формулой (2.8), есть комплексная функция координаты  $l$ .

$$\dot{U}(l) = |\dot{U}(l)| e^{j\varphi(l)} \quad (4.11)$$

#### 4.2. Зависимости коэффициента отражения и его фазы в линиях передачи

Для каждого значения  $\Gamma_0$  могут быть построены зависимости модуля напряжения в линии  $|\dot{U}(l)|$  и его фазы  $\varphi(l)$ .

Рассмотрим примеры.

1) Режим бегущей волны.

В этом случае:  $\Gamma_0=0$ , отраженных волн нет (рис.2.3), как следует из (2.8)  $\dot{U}(l) = \dot{U}_0^+ e^{-jl\beta}$ , где  $|\dot{U}(l)| = \dot{U}_0^+$ ;  $\varphi(l) = -l\beta$ .

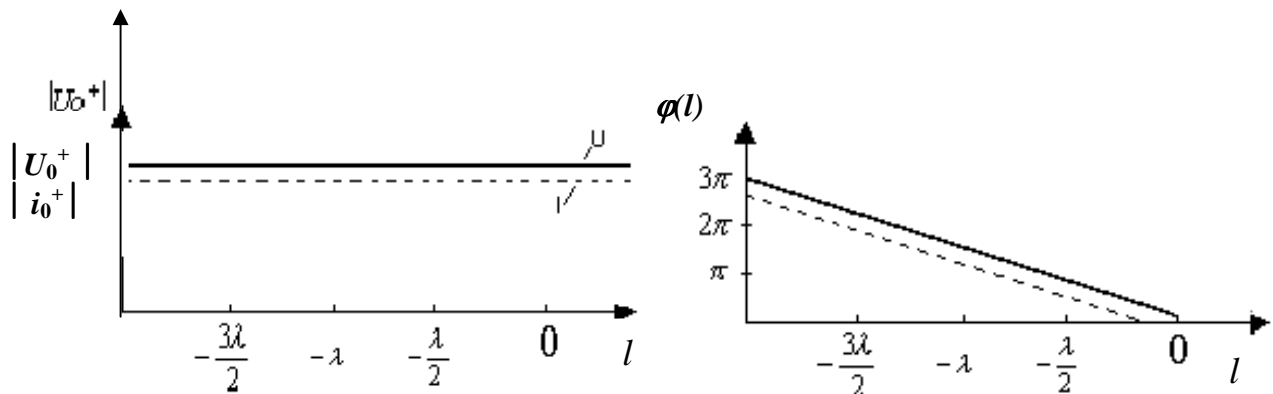


Рис. 4.3

Для тока также имеем  $i(l) = i_0^+ e^{-jl\beta}$ . Амплитуда напряжения и тока постоянна в любом сечении и фаза меняется по линейному закону.



На рис. 4.3. показаны амплитуды и фазы напряжения (непрерывная линия), тока (пунктирная линия) в режиме бегущей волны.

2) Режим холостого хода (х.х.).

$|\dot{\Gamma}_0| = 1; \varphi_0 = 0$ . В этом случае амплитуды падающей и отраженной волн напряжения одинаковы и фазы равны. Это может быть при разомкнутой на конце линии. Из (4.8)

$$\dot{U}(l) = \dot{U}_0^+ e^{-j\beta l} [1 + e^{2j\beta l}] = 2\dot{U}_0^+ \cos l\beta,$$

$$\dot{i}(l) = \dot{i}_0^+ e^{-j\beta l} \quad \text{Рис. 4.3} \quad \beta l.$$

На конце линии при  $l=0$  получается минимальное значение тока (узел тока) и максимальное значение напряжения (пучность) (см. рис 2.4). Коэффициент отражения при разомкнутом отрезке линии длиной  $L$  равен:

$$\dot{\Gamma} = e^{-j2L\beta}. \quad (4.12)$$

Практически в диапазоне СВЧ режим х.х. создать не удастся. Действительно с электродинамической точки зрения на конце линии для этого режима следует потребовать выполнения  $\bar{H}\tau = 0$ . Такое граничное условие выполняется лишь на поверхности идеального магнитного проводникового материала, который может быть представлен лишь теоретически.

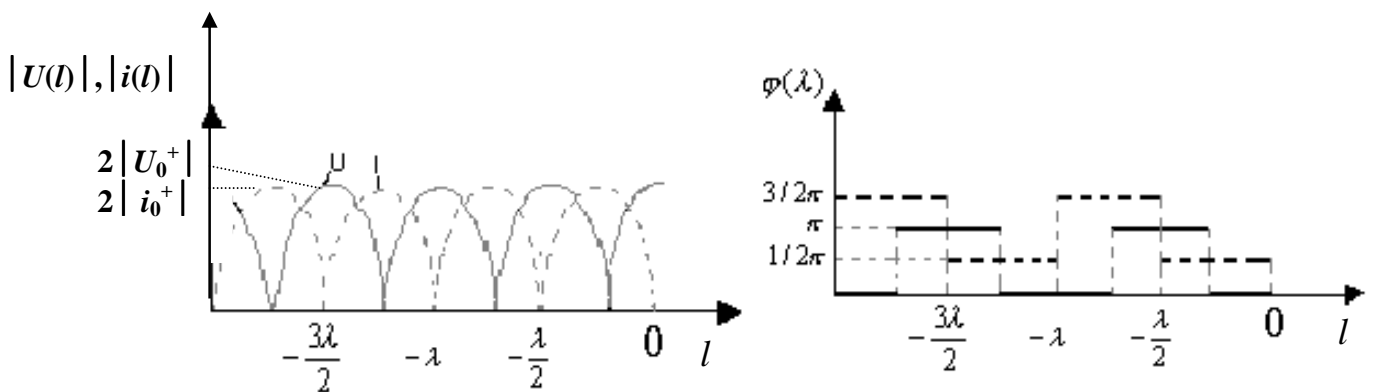


Рис. 4.4.

На рис. 4.4. изображены амплитуда и фаза напряжения и тока (непрерывная линия для напряжения и пунктирная линия для тока в обоих случаях) в режиме холостого хода.

### 3) Режим короткого замыкания (к.з.).

$$|\dot{\Gamma}_0| = 1; \varphi_0 = \pi - \text{режим к.з.}$$

В этом случае амплитуды падающей и отраженных волн одинаковы, а фазы отличаются на  $180^\circ$ . В сумме они дают нуль напряжения на конце линии (см. рис. 4.5), что может быть при коротком замыкании, поэтому, этот режим носит название к.з.

Из (4.8) для этого режима получаем значения напряжения и тока

$$\dot{U}(l) = \dot{U}_0^+ e^{-jl\beta} [1 + e^{j(2l\beta + \pi)}] = -2j\dot{U}_0^+ \sin l\beta,$$

$$\dot{i}(l) = \dot{i}_0^+ e^{-jl\beta} [1 - e^{j(2l\beta + \pi)}] = 2\dot{i}_0^+ \cos l\beta.$$

Условие к.з. соответствует случаю  $\bar{E}_\tau = 0$ , т.е. для создания в линии к.з. на конце ее необходимо поставить идеальный электрический проводник (металл). На нем  $\bar{E}_\tau = \bar{E}_\tau^+ + \bar{E}_\tau^- = 0$ , откуда сразу видно, что  $\Gamma_0 = -1$ . В соответствии с (4.8) коэффициент отражения к.з. отрезка линии длиной  $L$  равен

$$\dot{\Gamma} = -e^{-2jL\beta}. \quad (4.13)$$

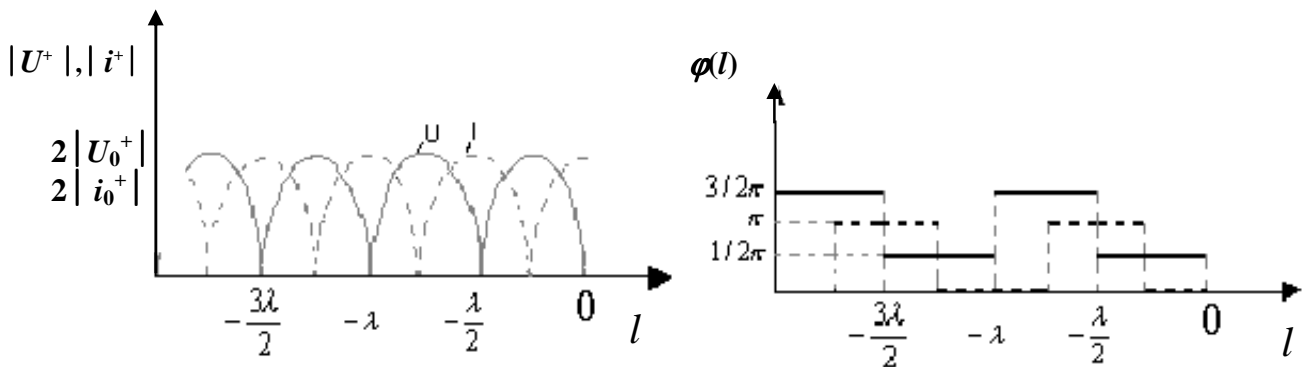


Рис. 4.5.

На рис. 4.5. изображены амплитуды и фазы напряжения (сплошная линия), тока (пунктирная линия) в режиме короткого замыкания

### 4) Режим смешанных волн.

В общем случае произвольной нагрузки модуль коэффициента отражения меняется в пределах от 0 до 1, а фаза от  $0$  до  $360^\circ$ . Если коэффициент от-

ражения от нагрузки не равен 0 (в линии имеется отраженная волна), то такой режим называется режимом смешанных волн. Если модуль коэффициента отражения равен единице, то наблюдается режим стоячих волн. В режиме стоячих волн передачи электромагнитной энергии по линии передачи не происходит.

В заключение еще раз подчеркнем, что понятие коэффициента отражения имеет смысл для одного типа волны. В многоволновых волноводах для нагрузки необходимо введение для каждого типа волны своего коэффициента отражения (а значит, и  $K_{BB}$ , и  $K_{CB}$ ).

### 4.3. Полное сопротивление линии передач

Через  $I(l)$  и  $U(l)$  могут быть введены понятия полных (входных) сопротивлений и проводимости в данном сечении линии.

$$\dot{Z}(l) = \frac{\dot{U}(l)}{\dot{I}(l)}; \quad \dot{Y}(l) = \frac{\dot{i}(l)}{\dot{U}(l)}, \quad (4.14)$$

используя коэффициент отражения и уравнения (2.3) и (2.1', 2.2')

$$\dot{Z}(l) = Z_B \frac{1 + \dot{\Gamma}(l)}{1 - \dot{\Gamma}(l)}; \quad \dot{Y}(l) = Z_B^{-1} \frac{1 - \dot{\Gamma}(l)}{1 + \dot{\Gamma}(l)} \quad (4.15)$$

или введем понятие нормированных сопротивлений и проводимостей

$$\dot{Z}' = \frac{\dot{Z}(l)}{Z_B} \quad \text{и} \quad \dot{Y}' = \dot{Y}(l) Z_B,$$

$Z_B$  – это волновое сопротивление линии передачи

$$\dot{Z}' = \frac{1 + \dot{\Gamma}}{1 - \dot{\Gamma}}; \quad \dot{Y}' = \frac{1 - \dot{\Gamma}}{1 + \dot{\Gamma}}. \quad (4.16)$$

Можно  $\dot{\Gamma}(l)$  выразить через  $Z(l)$  следующими соотношениями

$$\dot{\Gamma}(l) = \frac{\dot{Z}(l) - Z_B}{\dot{Z}(l) + Z_B}, \quad (4.17)$$

$$\dot{\Gamma}(l) = \frac{\dot{Z}'(l) - 1}{\dot{Z}'(l) + 1}.$$

Определим формулу, дающую связь между сопротивлением в некотором сечении линии  $l_0$  и сопротивлением в произвольном сечении линии  $l_1$ . Так что  $l = l_1 - l_0$ . После простых преобразований (4.15) и (4.7) получаем

$$\dot{Z}(l_1) = Z_B \frac{\dot{Z}(l_0) \cos l\beta - jZ_B \sin l\beta}{Z_B \cos l\beta - j\dot{Z}(l_0) \sin l\beta} \quad (4.18)$$

или 
$$\dot{Z}(l_1) = Z_B \frac{\dot{Z}(l_0) + jZ_B \operatorname{tg} l \beta}{Z_B + j\dot{Z}(l_0) \cdot \operatorname{tg} l \beta} \quad (4.18a)$$

– формула трансформации сопротивления.

$$\dot{Y}(l_1) = Z_B^{-1} \frac{\dot{Y}(l_0) \cos l \beta - jZ_B^{-1} \sin l \beta}{Z_B^{-1} \cos l \beta - j\dot{Y}(l_0) \sin l \beta} \quad (4.19)$$

– формула трансформации проводимости.

Рассмотрим несколько частных случаев для (2.18) и (2.19).

1) При  $l_1 = l_0 \pm \frac{\lambda_B}{2}$  или  $\beta(l_1 - l_0) = \pm\pi$  получается

$$\dot{Z}(l_0 \pm \frac{\lambda_B}{2}) = \dot{Z}(l_0), \quad (4.20)$$

т.е. через  $\lambda_B/2$  сопротивление в линии повторяется.

2) При  $l_1 = l_0 \pm \frac{\lambda_B}{4}$  или  $\beta(l_1 - l_0) = \pm\frac{\pi}{2}$  получается

$$\dot{Z}(l_0 \pm \frac{\lambda_B}{4}) \dot{Z}(l_0) = Z_B^2. \quad (4.21)$$

Переходя к нормированным сопротивлениям и проводимостям, имеем:

$$\dot{Z}'(l_0 \pm \frac{\lambda_B}{4}) = \dot{Y}'(l_0). \quad (4.22)$$

Т.е. нормированная проводимость в некотором сечении равна нормированному сопротивлению в сечении, отстоящем на  $\lambda_B/4$ .

3) При  $Z(l_0) = Z_B$ , получается  $Z(l_1) = Z_B$ , т.е. если в каком-либо сечении однородной линии сопротивление равно волновому, то и в любом другом сечении линии сопротивление является чисто активным и равным волновому. Нагрузка, сопротивление которой равно  $Z_B$ , называется согласованной.

4) При  $\dot{Z}(l_0) = 0$  получается  $\dot{Z}(l_1) = -jZ_B \operatorname{tg} l \beta$ .

Если в каком-либо сечении однородной линии сопротивление равно нулю (здесь может быть короткое замыкание), то сопротивление в любом сечении линии является чисто реактивным, а вдоль линии оно меняется по закону тангенса.

5) При  $\dot{Z}(l_0) = \infty$  получается  $\dot{Z}(l_1) = jZ_B \operatorname{ctg} l \beta$ .

Если в каком-либо сечении однородной линии сопротивление равно бесконечности, то сопротивление в любом сечении чисто реактивное, а закон изменения его вдоль линии – котангенс.

б) Сопротивление узла напряжения (пучности тока) равно

$$Z_{\text{узла}} = \frac{U_{\min}}{i_{\max}} = \frac{\dot{U}_{\text{над}}(1 - |\dot{\Gamma}|)}{i_{\text{над}}(1 + |\dot{\Gamma}|)} = Z_B \cdot K_{BB}, \quad (4.23)$$

$$Z_{\text{пучн}} = \frac{U_{\max}}{i_{\min}} = \frac{\dot{U}_{\text{над}}(1 + |\dot{\Gamma}|)}{i_{\text{над}}(1 - |\dot{\Gamma}|)} = Z_B \cdot K_{CB}. \quad (4.24)$$

#### 4.4. Диаграмма полных сопротивлений (проводимостей)

Несмотря на сравнительную простоту формул для  $\Gamma(l)$ ,  $Z(l)$ ,  $Y(l)$  расчеты по ним для сложных устройств СВЧ получаются громоздкими и трудоемкими. Более оптимальным является использование круговой диаграммы [5]. Такая диаграмма является универсальной и пригодна для расчетов с любыми передающими линиями в пределах применимости понятия волнового сопротивления, если линия возбуждена на волне одного типа.

Для представления построения диаграммы выразим уравнения для тока и напряжения через коэффициент отражения

$$\begin{aligned} \dot{U}(l) &= \dot{U}^+ (1 + \Gamma e^{-j2l\beta}) \\ \dot{I}(l) &= \dot{I}^+ (1 - \Gamma e^{-j2l\beta}) \end{aligned} \quad \text{в виде} \quad \begin{aligned} \frac{U(l)}{U^+} &= 1 + |\Gamma| e^{-j(2l\gamma - \varphi_0)} \\ \frac{I(l)}{I^+} &= 1 - |\Gamma| e^{-j(2l\gamma - \varphi_0)} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Приведенные выражения удобно рассмотреть графически на векторной диаграмме (рис.2.6).

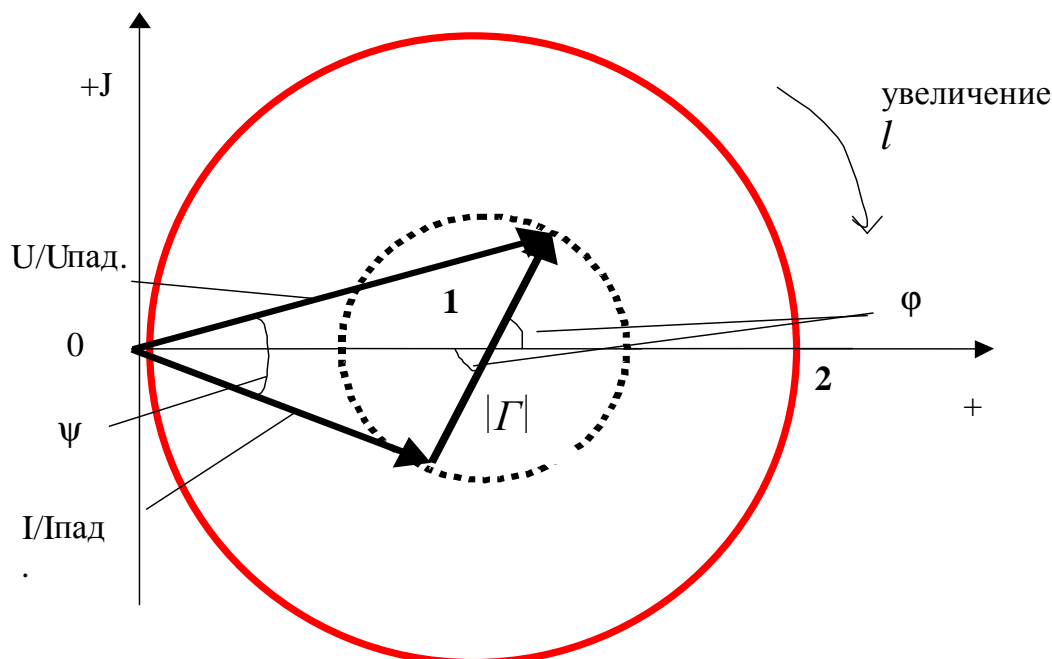


Рис. 4.6. Совмещенные диаграммы напряжений и токов

При увеличении  $l$  увеличивается  $\varphi$ , т.е. при движении вдоль линии от нагрузки к генератору, отрезок  $|\Gamma|$ , располагавшийся на нагрузке под углом  $\varphi$  к действительной оси, равномерно вращается по часовой стрелке (в отрицательную сторону). Сумма единичного отрезка с вращающимся отрезком  $|\Gamma|$  дает отношение  $\frac{U(l)}{U_{над}}$ , а разность -  $\frac{I(l)}{I_{над}}$ . Т.о. окружности являются геомет-

рическими местами концов векторов напряжения и тока в линии, выраженные в относительных единицах.

Радиус окружностей изменяется в соответствии с величиной модуля коэффициента отражения  $|\Gamma|$ . Предельная величина модуля коэффициента отражения равна 1. Полный оборот по окружности происходит при перемещении

вдоль линии на половину длины волны, т.е.  $l = \frac{\lambda_B}{2}$ . Как мы уже видели,

что при  $l = \frac{\lambda_B}{2}$ , отрезок  $|\Gamma|$  поворачивается на  $360^\circ$ . Модули напряжения и тока периодически изменяются вдоль линии, образуя стоячую волну, они укладываются на окружности диаграммы.

В пределах плоскости большого круга с единичным радиусом

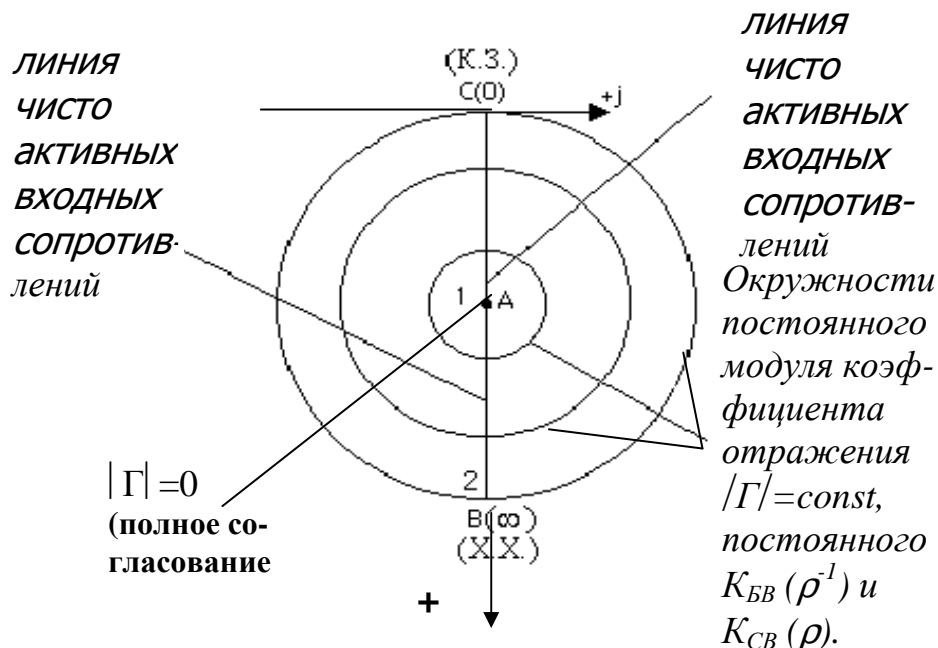


Рис. 4.7. Характерные точки на векторной диаграмме напряжений и токов для передающей линии без потерь

укладываются все физически возможные режимы работы длинной линии при пассивной нагрузке. Каждой точке соответствует вполне определен-

ное отношение напряжения и тока, и, следовательно, вполне определенное входное сопротивление в данном сечении линии. Круговую диаграмму полных сопротивлений можно представить как графическое изображение на плоскости комплексного переменного  $|\Gamma|$  зависимостей, описываемых формулами (4.6) и (4.18). То есть каждому значению коэффициента отражения по (4.16) соответствует определенное значение нормированного сопротивления  $Z=R+jX$ .

Круговая диаграмма представляет собой совмещение трех видов окружностей:

1) *Окружности постоянного модуля коэффициента отражения* наносятся пунктиром или вообще не наносятся.

Обычно удобным оказывается использование окружностей постоянного Кбв. Значения Кбв определяются на отрезке АС (рис. 4.7). На этом отрезке входные сопротивления находятся в минимумах стоячей волны (узлы напряжения).

Можно использовать линии постоянного  $K_{CB}$ . Значения  $K_{CB}$  определяются на отрезке АВ, на этом отрезке входные сопротивления находятся в максимумах стоячей волны (пучности напряжения).

Фазовый угол  $2\gamma l$ , в соответствии с формулой  $\Gamma(l) = \Gamma_0 \cdot e^{j2\gamma l}$ , отсчитываются от оси АВ против часовой стрелки.

Характерные точки:

Точка А на рис. 4.7, имеющая координаты  $(1+j0)$ , соответствует случаю  $|\Gamma| = 0$  (полное согласование); Ксв равен единице ( $\rho = 1$ ).

В – координаты  $2+j0$ , в ней  $|\Gamma| = 1$ ;  $\varphi_0 = 0$ ;  $Z_{вх} = \infty$ . В этом случае амплитуды падающей и отраженной волн напряжения одинаковы и фазы равны – режим холостого хода (Х.Х.).

С – координаты  $0+j0$ , в ней  $|\Gamma| = 1$ ;  $\varphi_0 = \pi$ ;  $Z_{вх} = 0$ . В этом случае амплитуды падающей и отраженной волн одинаковы, а фазы отличаются на  $180^\circ$ . В сумме они дают нуль напряжения на концах линии – режим короткого замыкания (К.З.).

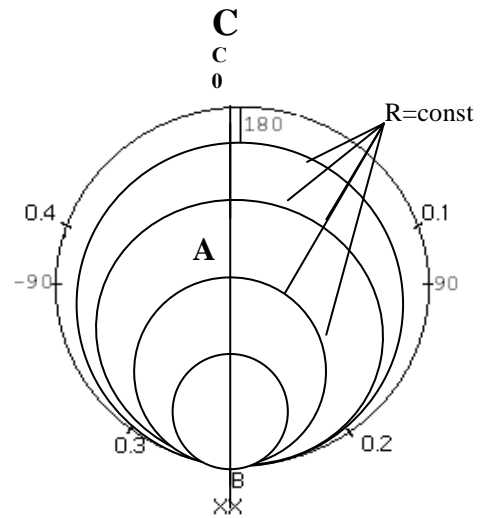


Рис. 4.8. Окружности постоянных активных сопротивлений

Большая окружность единичного радиуса с центром в точке А на рис. 4.7 соответствует случаю  $|\Gamma| = 1$ . Равенство единице модуля коэффициента отражения возможно либо при коротком замыкании, либо при холостом ходе в линии или при чисто реактивной нагрузке. Поскольку точки холостого хода и короткого замыкания найдены, то считаем, что рассматриваемая окружность является геометрическим местом чисто реактивных входных сопротивлений линии.

2) *Окружности постоянных активных сопротивлений.*

Каждому значению коэффициента отражения  $|\Gamma|$ , согласно

$$Z(l) = Z_c \frac{1 + \rho(l)}{1 - \rho(l)}, \quad \text{соответствует определенное значение}$$

нормированного сопротивления  $Z = R + jX$ . Все окружности  $R = const$ , центры которых лежат на линии ВС (действительная ось), проходят через точку В (рис. 4.8). Характерной является окружность  $R=1$  (на ней активная часть сопротивления равна волновому). В точке С -  $R=0$ , в точке В -  $R = \infty$ , в точке А -  $R=1$ . Линия ВС – геометрическое место точек, где ток и напряжения синфазны, линия активных сопротивлений (узлов и пучностей напряжения).

3) *Окружности постоянных реактивных сопротивлений.*

Центры окружностей  $X = const$  лежат на прямой, параллельной мнимой оси (в круг радиуса  $|\Gamma| = 1$  попадают только части этих окружностей). Линии отрицательных реактивных значений  $X$  (емкостные сопротивления) лежат в левой половине диаграммы, а линии положительных реактивных значений  $X$  (индуктивные сопротивления) – в правой (рис. 4.9).

Рассмотрим, какими свойствами обладают окружности  $R = const$  и  $X = const$ .

$$Z_H = R_H + iX_H \quad ; \quad \frac{Z_H}{Z_B} = \frac{R_H}{Z_B} + i \frac{X_H}{Z_B}$$

Сопротивление нагрузки в относительных единицах (без индексов)  $Z = R + iX$ . Тогда коэффициент отражения будет равен

$$\Gamma = \frac{Z - 1}{Z + 1}. \quad (4.26)$$

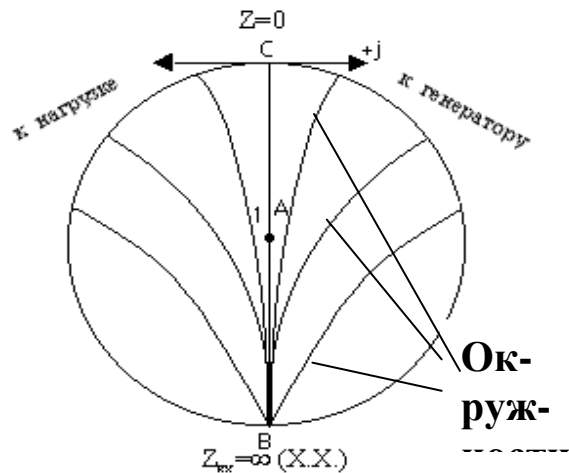


Рис.2.9. Окружности постоянных реактивных сопротивлений



Представим коэффициент отражения в комплексной форме  $\Gamma = \Gamma' + i\Gamma''$ . Найдем величины  $\Gamma'$  и  $\Gamma''$

$$\Gamma' = \frac{R^2 - 1 + X^2}{(R + 1)^2 + X^2}, \quad \Gamma'' = \frac{2X}{(R + 1)^2 + X^2}.$$

Исключим из этих выражений сначала  $R$ , а потом  $X$ . Получаем

$$\left(\Gamma' - \frac{R}{R + 1}\right)^2 + (\Gamma'')^2 = \frac{1}{(R + 1)^2}. \quad (4.27)$$

Параметром является активное сопротивление  $R$ .

$$(\Gamma' - 1)^2 + \left(\Gamma'' - \frac{1}{X}\right)^2 = \frac{1}{X^2}. \quad (4.28)$$

Параметром является реактивное сопротивление  $X$ .

Из уравнений видно, что линии постоянных  $R$  и  $X$  являются окружностями. Координаты центров окружностей  $R = const$ , согласно (4.27), равны

$$\Gamma' = \frac{R}{R + 1}, \quad \Gamma'' = 0. \quad \text{Радиус окружностей } R = const \text{ оказывается равным } \frac{1}{R + 1}.$$

Окружности  $X = const$ , согласно (4.28), имеют координаты центров

$$\Gamma' = 1, \quad \Gamma'' = \frac{1}{X} \quad \text{и радиус, равный } \frac{1}{X}.$$

Пользуясь этими уравнениями, рассчитывают и строят сетку окружностей  $R = const$  и  $X = const$ .

После всего рассмотренного, представим в конечном виде диаграмму полных сопротивлений рис. 4.10. Как видно он представляет собой наложение рис. 4.8 и рис. 4.9.

Окружности  $X = const$  пересекают действительную ось в точках, через которые проходят окружности  $R = const$ . Центры окружностей  $X = const$  лежат на прямой, параллельной мнимой оси и также проходящей через точку  $x.x$  линии.

Окружности  $R = const$  имеют одну общую касательную в точке с координатами  $2 + j0$ , где входное сопротивление передающей линии стремится к бесконечности. Окружности  $K_{CB} = const$  на круговой диаграмме наносятся пунктиром (либо вообще не наносятся). В соответствии с соотношениями

$$R_{\min} = \frac{Z_B}{K_{CB}} = \frac{Z_B}{\rho}, \quad R_{\max} = Z_B K_{CB} = Z_B \rho$$

окружности  $K_{CB}=const$  пересекают действительную ось в точках, через которые проходят окружности  $R=const$ , причем в относительных единицах  $R=K_{CB}$  или  $R=1/K_{CB}$ .

Таким образом, для нахождения окружности заданного КСВ необходимо найти соответствующую окружность  $R=const$ , после чего провести из центра диаграммы окружность, касательную к окружности постоянного активного сопротивления. Увеличению расстояния рассматриваемого сечения от нагрузки соответствует движение по окружности  $\rho=const$ .

Диаграмму полных сопротивлений можно использовать в качестве диаграммы полной проводимости, при этом остаются в силе все без исключения числовые обозначения, имеющиеся на диаграмме полных сопротивлений. Координатная сетка диаграммы может быть применена для изображения не только полных сопротивлений линии, но и полных проводимостей в отношении  $B$  в качестве начала отсчета выбрана точка  $R=X=0$ , т.е. минимум стоячей волны напряжения. Шкала углов наносится вне большой окружности. Обычно углы выражают не в градусах, а в виде отношения длины линии  $l$  к длине волны в данной линии  $\lambda_B$ , то есть в единицах  $l/\lambda_B$ .

Полный оборот по диаграмме совершается при перемещении вдоль линии на  $\frac{\lambda_B}{2}$ .

Правая полуось в относительных единицах в виде

$$Y = \frac{1}{Z} = G + iB, \quad \text{где} \quad G = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad B = -\frac{X}{R^2 + X^2}.$$

В диаграмме полных проводимостей меняется физический смысл характерных точек (рис. 4.10). Точка  $B$  означает теперь не режим  $x.x.$ , а режим  $k.z.$  Наоборот, точка  $C$  соответствует теперь  $x.x$  ( $Y=0$ ). Минимумам стоячей волны напряжения соответствует отрезок  $AB$ . Правая полуплоскость соответствует положительной реактивности (емкости). Левая – отрицательной (индуктивности). Ниже приведена типовая диаграмма Вольперта – Смита.

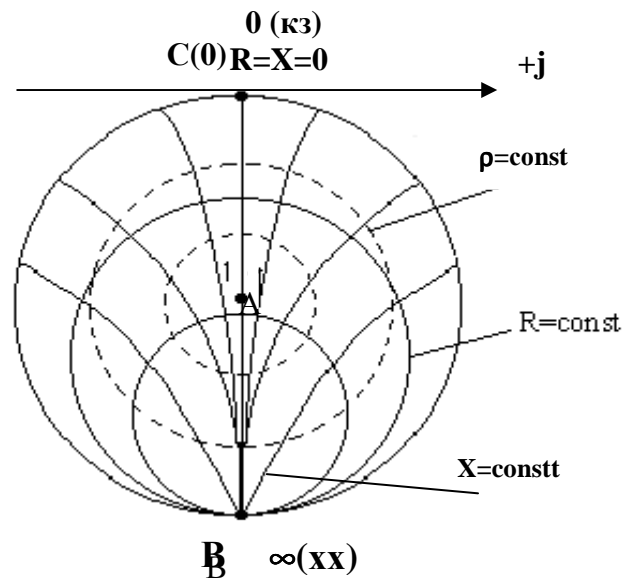
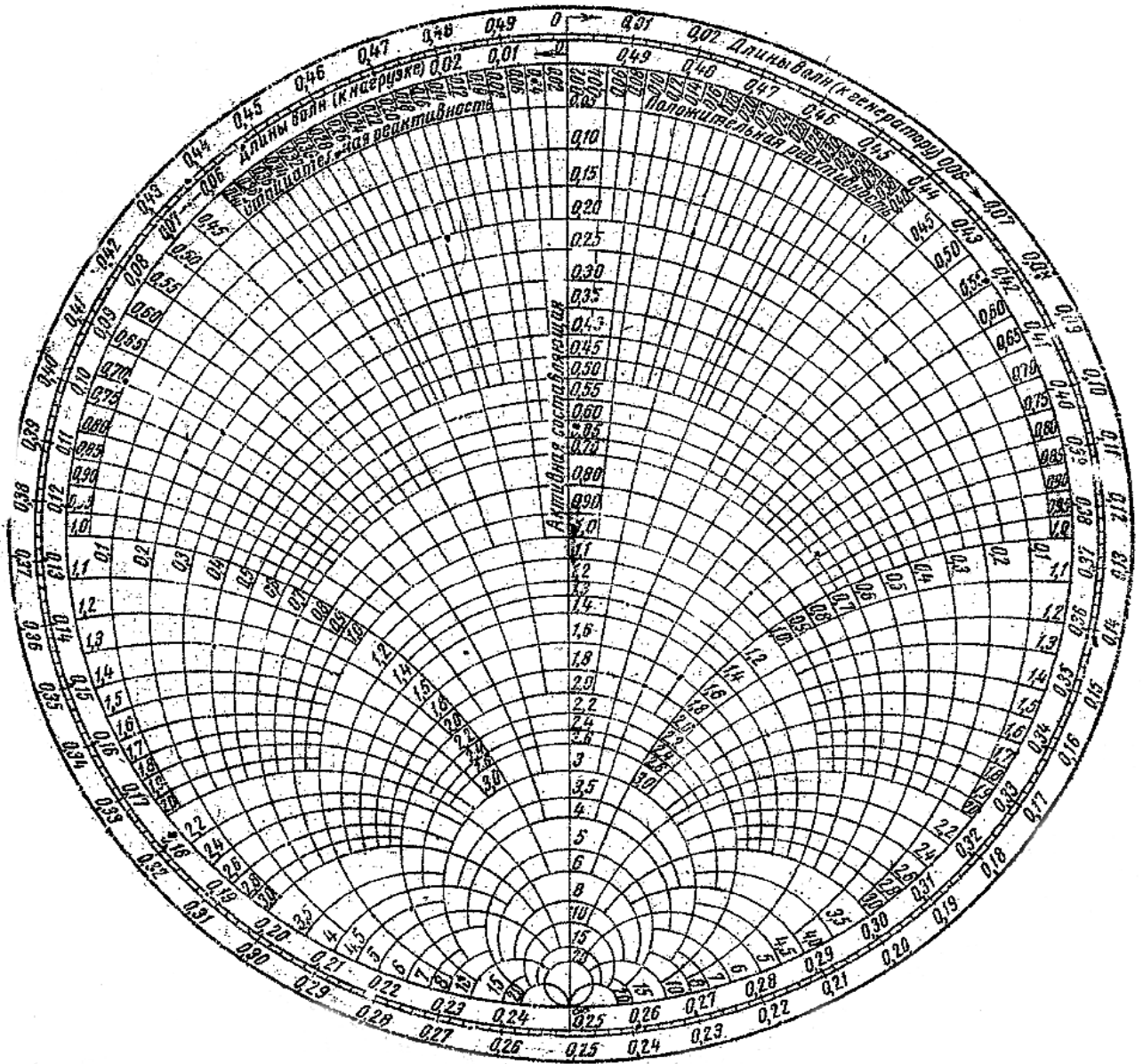


Рис. 4.10. Диаграмма полных сопротивлений

В диаграмме полных проводимостей меняется физический смысл характерных точек (рис. 4.10). Точка **B** означает теперь не режим *х.х.*, а режим *к.з.* Наоборот, точка **C** соответствует теперь *х.х* ( $Y=0$ ). Минимумам стоячей волны напряжения соответствует отрезок **AB**. Правая полуплоскость соответствует положительной реактивности (емкости). Левая – отрицательной (индуктивности). Ниже приведена типовая диаграмма Вольперта – Смита.



Круговая диаграмма полных сопротивлений и проводимостей в полярной системе координат

## 5. СОГЛАСОВАНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ С НАГРУЗКОЙ

### 5.1. Физический смысл согласования и основные параметры

Линии передачи, предназначенные для канализации энергии СВЧ сигналов от генератора к нагрузке, работают наилучшим образом только в определенном режиме – режиме согласования. Вопросы согласования более подробно можно почерпнуть из [2,3,10,11]. Для анализа оптимальности передачи энергии от генератора в нагрузку рассматривается следующая схема (рис. 5.1).

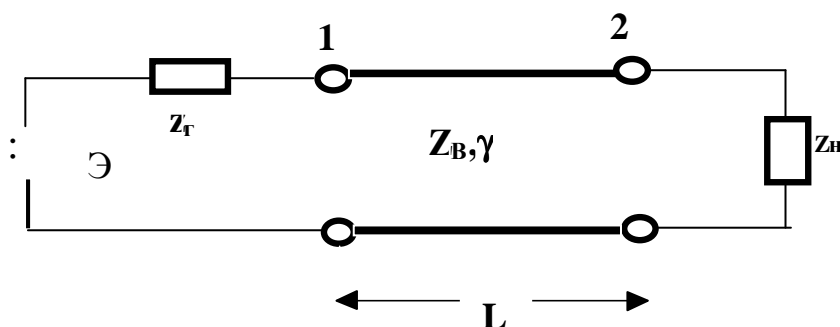


Рис. 5.1. Схема передачи энергии СВЧ

Генератор напряжения с э.д.с. ( $\mathcal{E}$ ) и внутренним сопротивлением  $\dot{z}_r = r_r + jx_r$  посредством линии передачи с волновым сопротивлением  $Z_B$  и постоянной распространения  $\gamma$  связывается с нагрузкой, имеющей сопротивление  $\dot{z}_n = r_n + jx_n$ . В общем случае  $Z_n \neq Z_r \neq Z_B$ , так что в линии передачи существуют отраженные волны.

Устранение отраженных волн достигается, например, путем создания дополнительных волн, отражающихся от согласующего устройства (на рис.5.1 согласующее устройство показано в виде отрезка линии длиной  $L$ ). Эти волны должны интерферировать, для чего требуется обеспечить равенство их амплитуд и сдвиг фаз на  $180^\circ$ . Регулировка трансформаторов сводится к созданию условий, необходимых для полного погашения отраженных волн.

Какая степень согласования является удовлетворительной, если нельзя достичь  $\rho = 1$ . В среднем допустимая величина это  $\rho < 1,5$ , но в отдельных случаях это разные значения: измерительных устройствах –

$\rho = 1,1$ , в прецизионных измерительных устройствах -  $\rho < 1,05$ .

Качество характеризуется не только величиной КСВ, а и скоростью изменения КСВ при изменении частоты по отношению к номинальной или средней частоте.

Согласование линии передачи означает настройку этой линии на режим бегущей волны. Рассмотрим, какие преимущества имеет согласованная линия в сравнении с несогласованной.

**Максимальная отдача мощности генератора в нагрузку.** Если линия передачи имеет нулевую длину  $L=0$  (нагрузка подключена к выходу генератора), то мощность, выделяемая на активном сопротивлении нагрузки  $r_n$ , равна

$$P = \frac{|\mathcal{E}|^2 r_n}{|z_n + z_2|^2} = \frac{|\mathcal{E}|^2 r_n}{(r_2 + r_n)^2 + (x_2 + x_n)^2}, \quad (5.1)$$

откуда получается максимальная отдача мощности в нагрузку

$$r_n = r_2; \quad x_n = -x_2. \quad (5.2)$$

Таким образом, при комплексном внутреннем сопротивлении генератора нагрузка должна иметь реактивную часть, противоположную по знаку реактивности сопротивления генератора. Однако если генератор имеет чисто активное сопротивление  $z_2 = z_B; \quad x_2 = 0$ , максимальная отдача мощности в нагрузку получается при чисто активном сопротивлении нагрузки

$$z_n = z_B; \quad x_n = 0.$$

В дальнейшем будем предполагать, что генератор с линией передачи согласован, т.е. условие (2.30) выполняется.

Определим, какая часть мощности выделяется на активном сопротивлении нагрузки, если  $Z_n \neq Z_B$ . В этом случае от нагрузки имеется отраженная волна. Если линия передачи не имеет потерь, то активная мощность в любом сечении линии, в том числе и на нагрузке, одинакова. Например, в пучности напряжения она равна

$$P = \frac{u_{\max} i_{\min}}{2} = \frac{\dot{u}_{nad} (1 + |\dot{\Gamma}|) \dot{u}_{nad} (1 - |\dot{\Gamma}|)}{2z_B}, \quad (5.3)$$

откуда

$$P = P_{nad} \left(1 - |\dot{\Gamma}|^2\right),$$

где  $P_{nad}$  – мощность, проходящая по линии передачи в режиме бегущей волны. Используя соотношения для КСВ, можно записать мощность, передаваемую в нагрузку в зависимости от КСВ

$$P = P_{над} \left( \frac{4}{\rho + 2 + 1/\rho} \right). \quad (5.4)$$

Таким образом, если линия передачи не согласована с нагрузкой, часть мощности генератора отражается и отдача в нагрузку в соответствии с соотношениями (5.3) и (5.4) не максимальна.

**Максимальный коэффициент полезного действия линии передачи.** Предположим, что линия передачи имеет потери, характеризуемые коэффициентом затухания  $\alpha$ . КПД линии передачи определяется как отношение мощности в конце  $P_n$  к мощности в начале линии  $P_0$

$$\eta = \frac{P_n}{P_0}.$$

Мощность в начале линии (в сечении 1) рис. 5.1 равна

$$P_0 = P_{1над} - P_{1отр},$$

а на нагрузке (в сечении 2)

$$P_n = P_{2над} - P_{2отр},$$

где

$$P_{1над} = \frac{\dot{i}_{над}^2}{2z_B}, \quad P_{2над} = P_{1над} \cdot e^{-2\alpha L}, \quad P_{2отр} = P_{2над} \cdot |\dot{\Gamma}|^2$$

$$P_{1отр} = P_{2отр} \cdot e^{-2\alpha L} = P_{1над} \cdot |\dot{\Gamma}|^2 \cdot e^{-4\alpha L}$$

Используя эти условия, получим зависимость КПД линии передачи от величины модуля коэффициента отражения в виде

$$\eta = \frac{1 - |\dot{\Gamma}|^2}{1 - |\dot{\Gamma}|^2 \cdot e^{-4\alpha L}} e^{-2\alpha L} \quad (5.5)$$

При  $\Gamma=0$  КПД максимален и равен

$$\eta_0 = e^{-2\alpha L}. \quad (5.6)$$

С увеличением отражения КПД уменьшается, причем особенно сильно для больших значений  $|\dot{\Gamma}|$ .

Для пропускаемой линией передачи активной мощности в пучности напряжения можно записать

$$P = \frac{u_{макс} i_{мин}}{2} = \frac{\dot{i}_{над}^2 (1 + |\dot{\Gamma}|)^2}{2z_B} \cdot \frac{1 - |\dot{\Gamma}|}{1 + |\dot{\Gamma}|}. \quad (5.7)$$

Если предельное напряжение  $U_{пред}$  (или предельная мощность  $P_{пред} = \frac{U_{пред}^2}{2Z_B}$ ) в линии задано, то оно будет определяться величиной на-

пряжения в пучности  $\dot{u}_{пред} = \dot{u}_{над} (1 + |\dot{\Gamma}|)$ . Поэтому из (2.35) получаем

$$P = P_{пред} \frac{1 - |\dot{\Gamma}|}{1 + |\dot{\Gamma}|} = P_{пред} \cdot \rho^{-1} \quad (5.8)$$

В результате, пропускаемая мощность уменьшается в  $\rho^{-1}$  раз. Рассмотрим методы построения согласующих устройств.

## 5.2. Общие принципы согласования нагрузки с линией передачи

Независимо от характера и типа согласующего устройства, а также полосы частот, в пределах которой сохраняется согласование, схема согласования имеет вид рис.

5.2. Назначение согласующего устройства – устранить отраженную от нагрузки волну. Эту задачу решают двумя различными методами:

- путем создания дополнительных отражений.

- путем поглощения отраженной волны в согласующем устройстве. При этом падающая волна проходит через согласующее устройство практически без потерь.

- путем создания в линии передачи с помощью согласующего устройства еще одной отраженной волны, амплитуда которой равна амплитуде волны, отраженной от нагрузки. Фазы обеих отраженных волн отличаются на  $180^\circ$ . В результате отраженные волны компенсируют друг друга.

Первый метод согласования основан на применении либо мостовых схем, либо невзаимных устройств.

Согласующее устройство второго типа обычно состоит из реактивных элементов и практически не вносит потерь. Оно позволит получить входное сопротивление на стыке с линией, равное волновому  $Z_{вх} = Z_B$ . В результате, в линии, левее места стыковки образуется бегущая волна.

Согласование методом дополнительных отражений невозможно, если сопротивление нагрузки чисто реактивное.



Рис. 5.2

При нагрузке, сопротивление которой является комплексной величиной согласующее устройство должно быть реактивным.

Если нагрузка чисто активная, то согласующее устройство представляет собой ступенчатый либо плавный переход.

### 5.3 Узкополосное согласование

В задаче узкополосного согласования (УС) согласующие элементы строят из соображения получения полного согласования ( $\Gamma=0$ ) на одной фиксированной частоте. Степень согласования линии передачи с нагрузкой оценивается по характеристике согласования, которая представляет собой зависимость модуля коэффициента отражения  $|\Gamma|$  от частоты  $\omega$ . Полоса УС равна нескольким единицам процентов от  $\omega$ .

С энергетической точки зрения наибольший интерес представляет согласование с помощью недиссипативного четырехполюсника. Согласующее устройство должно обладать свойствами идеального трансформатора, преобразующего высокочастотные напряжения, токи и полные сопротивления из одного сечения в другое без внесения активных потерь. Таковыми трансформаторами могут быть индуктивные, емкостные диафрагмы и другие неоднородности, включаемые в линию.

Методика УС заключается в следующем. Проводимость нагрузки выражается через активную и реактивную проводимости

$$Y_n = G_n + iB_n, \quad (5.9)$$

где  $G_n \neq 0$ , с помощью отрезка линии длиной  $l$  трансформируется в проводимость  $Y_1$ , активная часть которой равна волновой проводимости линии, т.е.

$$Y_1 = G_{л1} + iB_1. \quad (5.10)$$

Реактивную часть проводимости  $Y_1$  компенсируют путем параллельного включения в линию равной по величине и противоположной по знаку реактивной проводимости ( $-iB_1$ ). В результате входная проводимость нагрузки на зажимах  $II$  (рис. 5.3) становится чисто активной и равной волновой проводимости, т.е. линия нагружается на сопротивление, равное ее волновому сопротивлению, что соответствует идеальному согласованию. Заменив

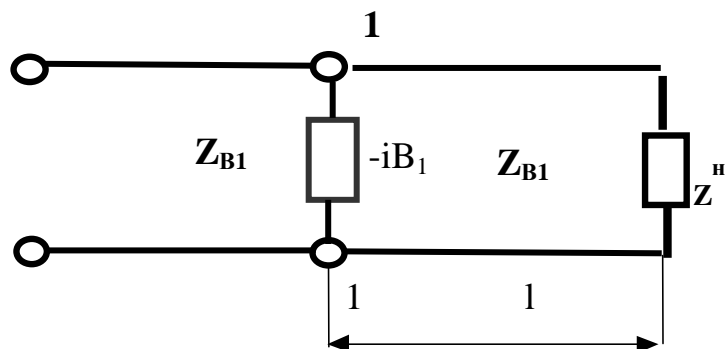


Рис. 5.3. Схема компенсации реактивной проводимости



везде термины проводимость на сопротивление можно придти к схеме согласования, где компенсирующее реактивное сопротивление  $(-iX)$  включается в линию последовательно.

Рассмотрим наиболее распространенные типы трансформаторов полных сопротивлений.

**Реактивные шлейфы.** Отрезок линии передачи с режимом короткого замыкания или холостого хода в сечении нагрузки. Из формул трансформации (4.18) и (4.19) следуют формулы реактивных сопротивлений и проводимостей шлейфов:

$$\dot{Z}_k = -jZ_B \operatorname{tg} \beta; \quad \dot{y}_x = -\frac{j}{Z_B} \operatorname{ctg} \beta, \quad (5.11)$$

$$\dot{Z}_x = -jZ_B \operatorname{ctg} \beta; \quad \dot{y}_k = \frac{j}{Z_B} \operatorname{tg} \beta. \quad (5.12)$$

Отрезки короткозамкнутых линий с длиной менее полуволны часто используют в качестве согласующих элементов, а также в качестве элементов колебательных контуров с распределенными параметрами. Разомкнутые отрезки применяют значительно реже. Причем в полых волноводах и многих других линиях передачи режим холостого хода нежелателен из-за интенсивного излучения выходного отверстия.

**Диафрагмы в волноводах.** Тонкая металлическая пластина с отверстием, помещенная в сечении волновода, называется диафрагмой. Диафрагмы используют как реактивные элементы для согласования сопротивлений.

На рис. 5.4,а схематично изображена симметричная диафрагма в волноводе прямоугольного сечения. Диафрагма имеет прямоугольное сечение с размерами  $a'$  и  $b$ . Для волны  $H_{10}$  диафрагма возмущает магнитное поле, и поэтому данная неоднородность может быть представлена в виде индуктивности (рис. 5.4,а). Диафрагма носит название индуктивной. Относительную величину реактивного сопротивления можно вычислить по следующей приближенной формуле [3]

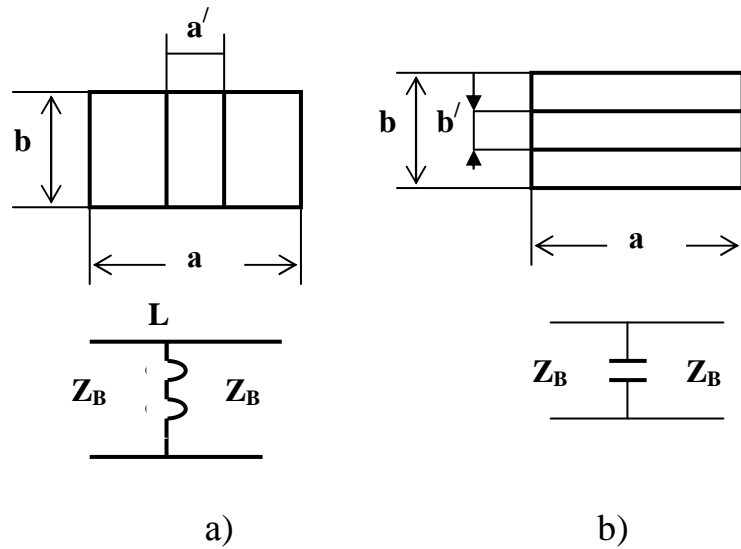


Рис. 5.4

$$\frac{X}{Z_C} = \frac{a}{\lambda_B} \operatorname{tg}^2 \frac{\pi a'}{2a} \left[ 1 + \frac{1}{6} \left( \frac{\pi a'}{\lambda} \right)^2 \right] \quad \text{при } a'/a \ll 1; \quad (5.13)$$

$$\frac{X}{Z_C} = \frac{a}{\lambda_B} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi a'}{a} \left[ 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{\pi a'}{\lambda} \right)^2 \right] \quad \text{при } (a - a') \ll 1.$$

На рис. 5.4,б изображена емкостная, симметричная диафрагма и ее эквивалентная схема для  $H_{10}$  волны. Диафрагма такой конфигурации сильно возмущает электрическое поле волны. Относительное значение нормированной проводимости приближенно выражается так:

$$\frac{B}{Y_C} = \frac{4b}{\lambda_B} \ln \operatorname{csc} \frac{\pi b'}{2b}, \quad (5.14)$$

где  $Y_B = 1/Z_B$  – волновая проводимость.

**Четвертьволновый трансформатор.** Свойства отрезка линии длиной в четверть волны были рассмотрены выше, где было показано, что входное сопротивление линии длиной  $\lambda/4$  равно

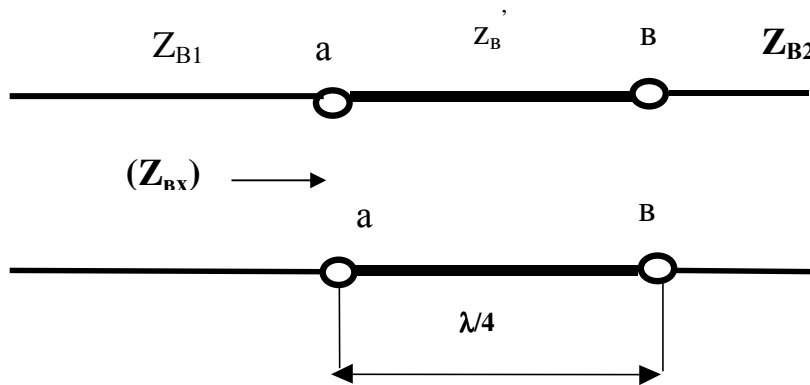


Рис. 5.5. Применение четвертьволнового трансформатора

$$z_{вх} = \frac{z_{г}^2}{z_{н}}. \quad (5.15)$$

Это означает, что четвертьволновый отрезок линии передачи преобразует нагрузку в сопротивление  $1/Z_{н}$ , то есть в сопротивление, численно равное проводимости нагрузки. Это положение справедливо и для проводимостей, то есть проводимость нагрузки преобразуется четвертьволновым трансформатором в величину проводимости, численно равную сопротивлению нагрузки. Если сопротивление нагрузки  $Z_{н}$  имеет чисто активный характер, то при действительном  $Z_{B}$ , т.е. в отсутствие потерь, входное сопротивление  $Z_{вх}$  также является чисто активным. Это свойство четвертьволнового отрезка используется для согласования двух линий с разными волновыми сопротивлениями  $Z_{B1}$  и  $Z_{B2}$  (рис. 5.5).

Условием согласования является равенство

$$(Z_{вх})_{aa} = Z_{B1}. \quad (5.16)$$

По уравнению четвертьволнового трансформатора, имеем

$$(z_{вх})_{aa} = \frac{(z_{г}')^2}{z_{B2}}, \quad (5.17)$$

где  $z_{г}'$  - волновое сопротивление согласующего четвертьволнового отрезка линии. Подставляя (5.16) в (5.17) имеем:

$$z_{г}' = \sqrt{z_{B1} \cdot z_{B2}}. \quad (5.18)$$

Так можно проводить согласование в волноводах, коаксиальных и полосковых линиях.

Т.о. в принципе (без учета активных потерь в трансформаторе) при помощи  $\lambda/4$  трансформатора можно согласовать нагрузку с любым конечным значением коэффициента стоячей волны. Однако плавно регулировать согласование при изменении  $K_{CB}$  нагрузки с помощью  $\lambda/4$  трансформатора нельзя. Притом, диапазон волн, в котором сохраняется приемлемое согласование, ограничен, поскольку длина трансформирующей секции устанавливается с расчетом на известную длину волны. Точное согласование обеспечивается только на расчетной частоте  $\omega_0 = 2\pi\nu_\phi / \lambda_B$ , где  $\nu_\phi$  - фазовая скорость в отрезке линии, а также на кратных частотах  $\omega_0(2n+1)$ , когда длина трансформатора составляет четверть длины волны в линии плюс целое число полуволн. В окрестности расчетной частоты четвертьволновый трансформатор осуществляет приближенное согласование.

Четверть волновые трансформаторы используются в случаях, когда нагрузка фиксирована в достаточно узких пределах. Наиболее часто они применяются для согласования передающих линий СВЧ, имеющих разные размеры поперечного сечения.

Четверть волновые ( $\lambda/4$ ) трансформаторы широко применяются также в выводах энергии некоторых типов электронно-вакуумных приборов СВЧ (магнетронов). Иногда в качестве  $\lambda/4$  трансформатора используют волноводы сложной формы (П или Н – образные волноводы).

Для расширения полосы частот, в пределах которой обеспечивается приемлемое согласование, часто пользуются не одним, а несколькими  $\lambda/4$ , трансформаторами, располагаемыми в виде ступенек один за другим.

**Трансформатор типа одиночной передвижной реактивной проводимости.** Согласование реактивным шлейфом. Короткозамкнутый шлейф.

Рассмотрим случай, когда в некотором сечении передающей линии включен шунтирующий параллельный, короткозамкнутый шлейф. Соответствующее построение - трансформатор типа одиночной передвижной шунтирующей проводимости (одношлейфовый трансформатор) приведено на рис. 5.6.

Определим условия, при которых шлейфы не оказывают влияния на передачу энергии по длинной линии. Входное сопротивление отрезка длинной линии без потерь определяется уравнением трансформации

$$Z_{BX} = Z_B \frac{Z_H + iZ_B \operatorname{tg} \frac{2l\pi}{\lambda_B}}{Z_B + iZ_H \operatorname{tg} \frac{2l\pi}{\lambda_B}} \quad (5.19)$$

При к.з. на конце шлейфа ( $Z_H=0$ ) входное сопротивление равно

$$Z_{BX} = iZ_B \operatorname{tg} \frac{2l\pi}{\lambda_B}$$

при  $l=\lambda_B/4$ ,  $Z_{BX}$  стремится к бесконечности. Следовательно, шунтирующее действие шлейфа стремится к нулю. Это свойство широко используется на практике для создания “металлических изоляторов”, служащих для закрепления одного проводника по отношению к другому без помощи диэлектрических изоляторов.

В точках **II**, где включен шлейф, складываются входная

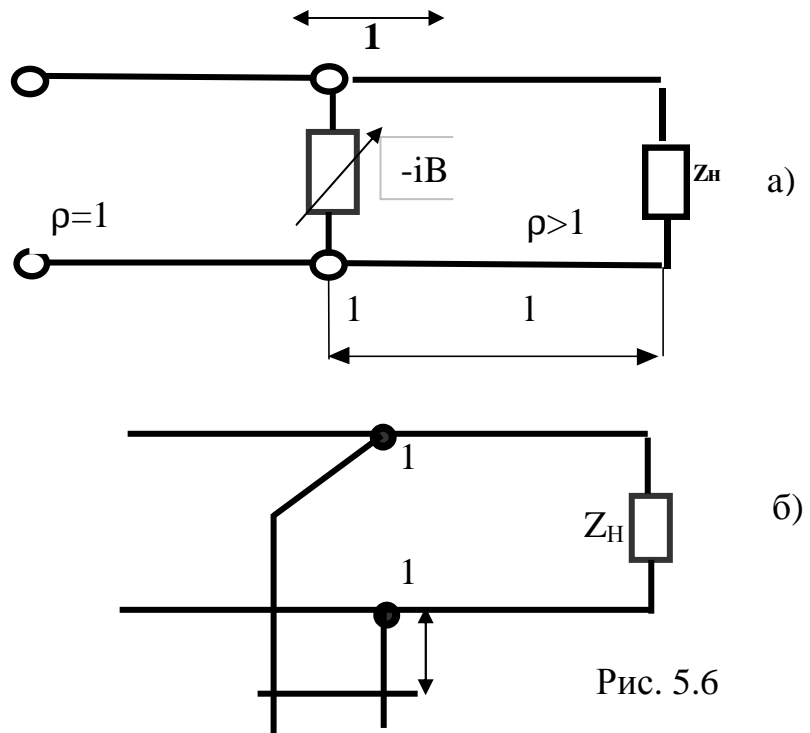


Рис. 5.6

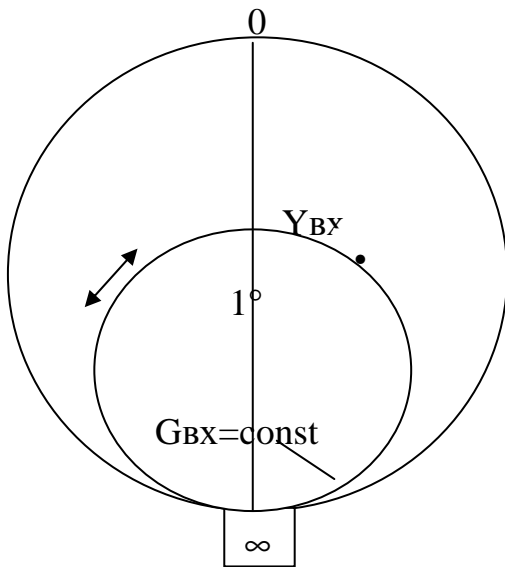


Рис. 5.7

проводимость шлейфа  $Y_{шл}$  и входная проводимость линии  $Y_{BX}=G_{BX}+iB_{BX}$ . Под входной проводимостью  $Y_{BX}$  подразумевается полная проводимость тракта, расположенного правее сечения **II**.

Входная проводимость шлейфа без потерь имеет чисто реактивный характер, т.е.  $Y_{шл}=iB_{шл}$ . Поэтому следует заключить, что суммарная проводимость в точках **II** равна

$$\begin{aligned} (Y_{BX})_{II} &= iB_{шл} + (G_{BX} + iB_{BX}) \\ &= G_{BX} + i(B_{BX} + B_{шл}) \end{aligned} \quad (5.20)$$

При передвижении к.з. мостика происходит изменение реактивной проводимости шлейфа  $B_{шл}$  в пределах от 0 до  $\infty$ . Точка, отображающая на круговой диаграмме полную проводимость  $(Y_{BX})_{II}$ , перемещается только по окружности постоянной активной проводимости  $G_{BX}=const$ . На рис. 5.7 показано изменение полной проводимости линии в сечении, где включен шунтирующий шлейф, при передвижении поршня в шлейфе.

Аналогичным образом, путем включения последовательного короткозамкнутого шлейфа полное входное сопротивление может изменяться на полярной диаграмме, не выходя за пределы окружности постоянного активного сопротивления  $R_{ex}=const$ . Ниже приводятся разные варианты включения согласующего шлейфа рис. 5.8.

Задача состоит в том, чтобы по заданной величине нагрузки  $Z_H$  и волновому сопротивлению  $Z_B$  определить место включения шлейфа  $l$  и длину шлейфа  $l_{шл}$ .

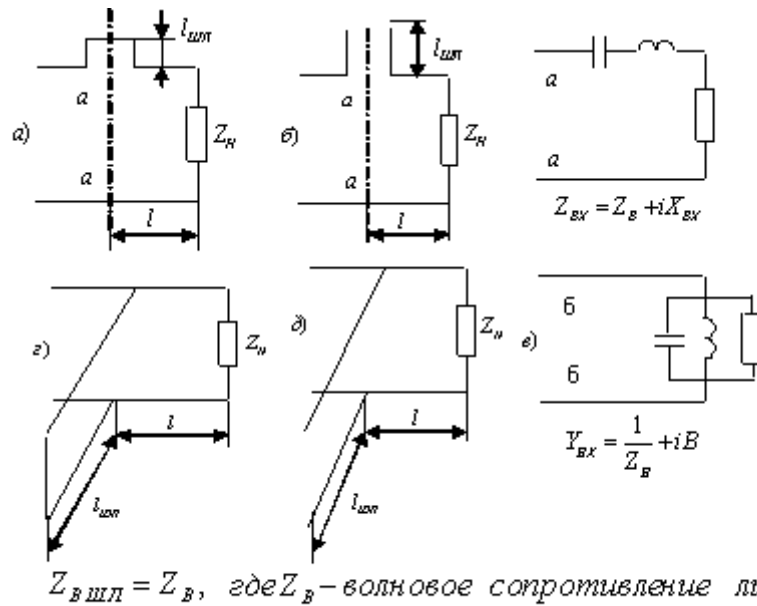


Рис. 5.8. Варианты включения согласующего шлейфа

Согласование с помощью одного реактивного шлейфа проводится в следующем порядке: 1) определяется сечение а-а, где активная часть входного сопротивления  $Z_{BX}$  равна волновому сопротивлению линии передачи  $R_{BX} = Z_B$ ; 2) в это сечение последовательно включается реактивное сопротивление (шлейф), образующее с реактивной частью входного сопротивления последовательный резонансный контур (рис. 5.8,в). Входное сопротивление такого контура на резонансной частоте равно  $Z_B$ , т.е. линия слева от сечения а-а согласована. Таким образом, реактивное сопротивление шлейфа должно быть равным реактивной части входного сопротивления в сечении а-а и противоположным по знаку.

При параллельном включении шлейфа нужно определить сечение б-б, в котором часть входной проводимости равна волновой. В этом сечении в результате включения реактивного шлейфа образуется параллельный контур, имеющий на частоте согласования чисто активную проводимость, равную волновой. Рассмотрим пример, где надо согласовать с помощью одного шлейфа линию передачи с  $Z_B = 500 \text{ Ом}$  с нагрузкой, имеющей сопротивление  $Z_H = 300 - j640 \text{ Ом}$ .

### 1. Нормируем

$$Z_H = \frac{Z_H}{Z_B} = \frac{300 - j640}{500} = 0,6 - j1,28$$

### 2. Наносим $Z_H$ на диаграмму сопротивлений (точка 1а на рис. 5.9)

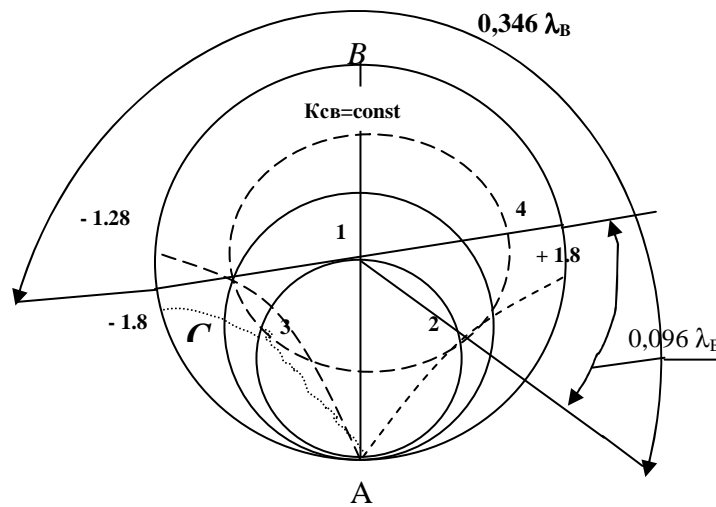


Рис. 5.9. Согласование одним реактивным шлейфом

3. По линии постоянного  $K_{БВ}$  перемещаемся в сторону генератора на расстояние  $l$  до точки 2, лежащей на окружности  $R=1$ . Получим, что на расстоянии  $l=0.346\lambda_B$  от нагрузки активная часть нормированного входного сопротивления будет равна 1, а реактивная  $X=+1.8$

4. В т.3 тоже  $R=1$ , но расстояние от нагрузки дальше, чем в т.2, а согласование имеет смысл проводить на расстоянии ближе к нагрузке в линии.

5. Проверим, на каком расстоянии от нагрузки будет включаться параллельный шлейф и будет ли оно меньше, чем у последовательного шлейфа. Для этого определим проводимость нагрузки и точке 4, диаметрально противоположной нагрузке (т.1а). Проводимость нагрузки равна:  $Y_H=(0.38+i0.9)$ . Расстояние от точки 4 до сечения, в котором активная часть входной проводимости равна волновой (т.2) равно  $0.096$ . Таким образом использовать параллельный шлейф в данном случае более выгодно.

6. Реактивная часть нормированной входной проводимости в месте включения шлейфа равна  $B=+1.8$ . Поэтому параллельный шлейф должен иметь проводимость  $B=-1.8$ . Короткозамкнутый шлейф с такой проводимостью имеет длину  $l_{ШЛ} = 0.082\lambda_B$  (от т. А - на диаграмме проводимостей тока А это точка короткого замыкания, до т. С в сторону генератора), а у разомкнутого(хх)  $l_{ШЛ} = 0.332\lambda_B$  (от т. В - соответствует режиму холостого хода до т. С в сторону генератора). К.З. шлейф короче, поэтому останавливаем на нем свой выбор.

Можно расширить полосу согласования с помощью увеличения количества шлейфов

**Двухшлейфовый и трехшлейфовый трансформаторы.** Согласование с

помощью  $2^x$ -шлейфового трансформатора. На рисунке 5.10 показано последовательное (рис. 5.10,а) и параллельное (рис. 5.10,б) включение двухшлейфового трансформатора.

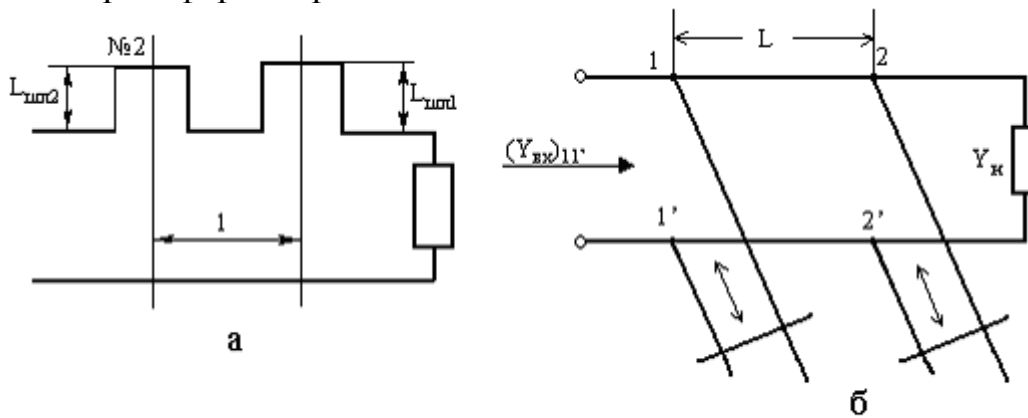


Рис. 5.10

Включив 1 шлейф в произвольной точке линии, в общем случае нельзя получить согласованный режим в широком диапазоне частот ни при каких длинах шлейфа. Однако, изменяя длину этого шлейфа, можно добиться изменения в широких пределах сопротивления в некоторой второй точке, расположенной ближе к генератору на определенном расстоянии (не равном и не кратном  $\lambda/2$ ) от первой. В большинстве случаев в этой второй точке можно добиться, чтобы  $Z_{вх} = 1 \pm j \cdot x$  после чего, включая в этой точке второй шлейф и компенсируя имеющуюся реактивность, мы достигаем согласования в этой точке.

Методику согласования посмотрим на примере:

Согласовать с помощью двух последовательно включенных шлейфов (рис. 5.10,а), расположенных на расстоянии  $l = \frac{5}{16} \lambda$  друг от друга, сопротивление  $Z_H = (200 - j \cdot 750)$  Ом. Волновое сопротивление линии  $Z_w = 500$  Ом.

1. Нормированное  $Z_H = \frac{Z_H}{Z_w} = 0,4 - j1,5$  и наносим т.1 (рис.5.11).

2. Строим на круговой диаграмме окружность, смещенную относительно окружности R1 на  $R=1$ ,  $\frac{5}{16} \lambda = 0,312 \cdot \lambda$ .

3. Пересчитываем нагрузку в точку включения шлейфа № 1. Допустим, что это точка 2, в которой без учета шлейфа  $Z_{вх} = (0,3 + j \cdot 1,2)$  Ом. Если точка 2 попадет внутрь окружности  $R=1,2$ , то согласования добиться не удастся.

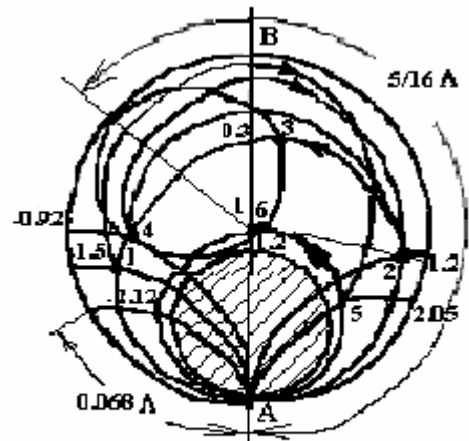


Рис. 5.11



4. Включением емкостного шлейфа перемещаем точку 2 по окружности постоянного  $R=0.3$  в точку 3 или в точку 4. В точке 3  $x=0,08$ , в точке 4  $x=-0,92$ , шлейф должен иметь реактивное сопротивление  $X = (-0,92 - 1,2) = -2,12$ .

5. Выбираем шлейф №1 разомкнутым. Его длина при  $Z_{шл1}=Z_w$  определяется от т. А до точки  $j \cdot 2,12$ . Получаем  $l_{шл1}=0,068 \lambda$ .

6. Пересчитываем новое сопротивление точки 4, через отрезок линии между шлейфами. Получаем точку 5. В этой точке входное сопротивление равно  $1+j \cdot 2,05$

7. Реактивность индуктивного характера согласуем разомкнутым шлейфом.

8. Поскольку выбран разомкнутый шлейф, то отсчитываем его длину от точки А до точки  $-j \cdot 2,05$ . Получаем  $l_{шл2}=0,0705 \lambda$

После включения шлейфа N2 точка 5 перемещается по линии  $R=1$  в точку 6. Таким образом, согласование достигнуто.

При согласовании параллельными шлейфами следует пользоваться диаграммой проводимости. Но не любое сопротивление нагрузки может быть согласовано  $2^x$ -шлейфовым транзистором. Однако, если добавить третий шлейф, расположенный на расстоянии от двух рассмотренных не на кратном  $\frac{\lambda}{2}$ , то можно добиться согласования любой нагрузки  $Z_H \neq 0$ .

Рассмотрим согласование при помощи двух неподвижных шунтирующих реактивных проводимостей (см. рис. 5.10,б), например, шлейфов, включенных в линию на расстоянии  $L$ , отличной от  $\lambda/2$ . Реактивная проводимость меняется перемещением к.з мостиков или поршней.

Анализ начнем с точек 11'. В этих точках при наличии согласования полная входная проводимость в относительных единицах  $(Y_{вх})_{11'} = 1+j \cdot 0$  (рис. 5.10,б).

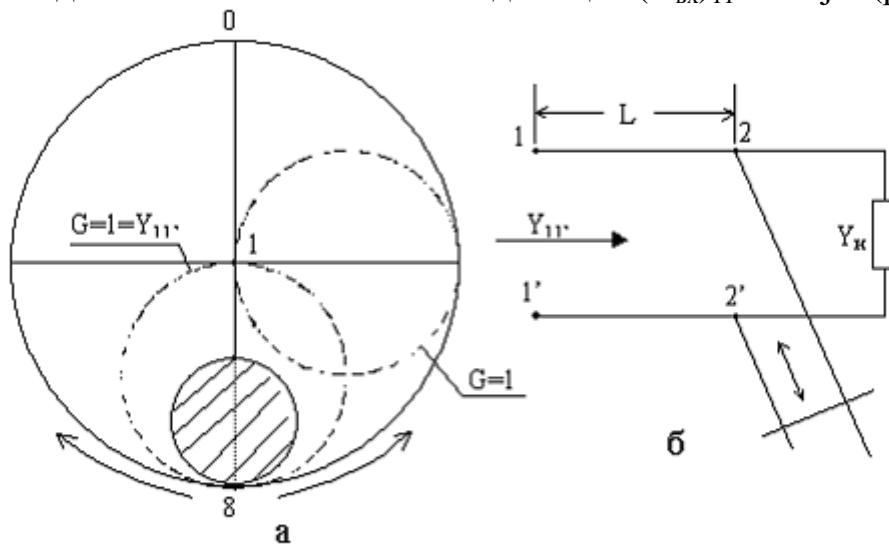


Рис. 5.12

В процессе согласования шлейф не может изменить величину активной составляющей проводимости в точке 11'. Поэтому полная входная проводимость линии без шлейфа  $Y_r$  правее точек 1, 1' (рис. 5.12,б) должна лежать на окружности  $G=1$  (рис. 5.12,а).

Полная входная проводимость линии вместе со вторым шлейфом в точках 2 2' отличается от проводимости поворотом на диаграмме на угол  $\frac{L}{\lambda_B}$ . Следовательно, геометрическим местом точек, на котором должна находиться проводимость  $|Y_{вх}|_{22'}$ , является окружность  $G = 1$ , повернутая против часовой стрелки на указанный угол. На рисунке в длина  $L$  выбрана равной  $\lambda/8$ .

Шлейф, включенный в точках 2 2', не может изменить активный проводимости.

Для того, чтобы попасть на окружность  $|Y_{вх}|_{22'}$  и потом обеспечить согласование с помощью двух шлейфов, необходимо, чтобы проводимость  $Y$  правее точек 2 2' лежала за пределами заштрихованного круга (рис. 5.18,а). Этот круг  $C - \text{const}$ , касательный к окружности  $|Y_{вх}|_{22'}$ .

Проведенное рассуждение показывает, что  $2^x$ -шлейфовый трансформатор имеет некоторую "недосягаемую зону" проводимости нагрузки на круговой диаграмме. Чем ближе  $L$  к  $\frac{\lambda \cdot \beta}{4}$ , тем эта зона больше. Для каждого фиксированного значения  $L$  существует предельная величина КСВ нагрузки, когда согласование возможно при любой фазе стоячей волны. При более высоких значениях КСВ  $2^x$ -шлейфовый трансформатор обеспечивает согласование лишь при определенных значениях фазы, когда проводимость нагрузки в сечении ближайшего к ней шлейфа не попадает в заштрихованный круг. В случае  $L = \frac{\lambda \cdot \beta}{4}$ , предельная величина КСВ=2. Невозможность согласования при любых конечных значениях КСВ нагрузки является недостатком  $2^x$ -шлейфового трансформатора. Однако они часто применяются в коаксиальных и волноводных линиях для согласования нагрузок, характеризующихся умеренными значениями КСВ. Расстояние между шлейфами выбирается обычно равным нечетному числу  $\frac{\lambda_B}{8}$ , например  $\frac{3}{8}\lambda_B$ ,  $\frac{5}{8}\lambda_B$ ,  $\frac{7}{8}\lambda_B$ . В случае волноводных систем используются Е- и Н-тройники.

### ***3<sup>x</sup>-шлейфовый трансформатор.***

Для согласования элементов, характеризующихся любыми конечными значениями КСВ можно применить  $3^x$ -шлейфовый трансформатор (см. рис. 5.13).

$3^x$ -шлейфовый трансформатор можно представить, как комбинацию  $2^x$ -шлейфовых трансформаторов. Расстояние между всеми шлейфами можно выбрать равным  $\lambda_B/4$ .

В случае, когда активная входная

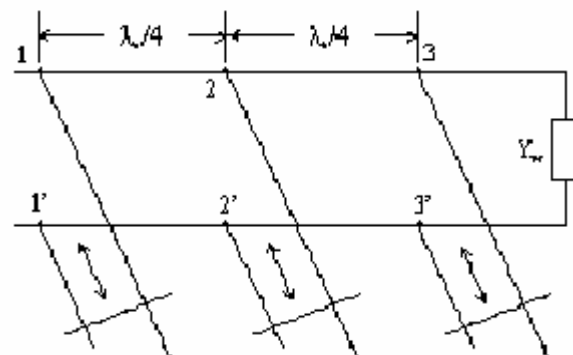


Рис. 5.13

проводимость в точках 3 3' меньше единицы ( $G_{33'} < 1$ ), для согласования достаточно использовать 2 шлейфа, ближайших к нагрузке. Третий шлейф может быть фиксирован на высоте  $\lambda/4$ .

Если  $G_{33'} < 1$ , то для ближайших  $2^x$  шлейфов нагрузка оказывается в "недосягаемой зоне". Однако, для пары дальних шлейфов в результате трансформации, на отрезке линии между сечениями 2 2' и 3 3' активная проводимость снова оказывается меньше единицы. Следовательно, согласование может быть теперь, в принципе, достигнуто без помощи шлейфа, включенного в сечение 3 3'.

$3^x$ -шлейфовые трансформаторы выполняются в коаксиальных и волноводных линиях с помощью Е- и Н-тройников, при низкой передаваемой мощности шлейфы могут быть заменены штырями (винтами) с регулируемой глубиной погружения.

Но нужно учитывать, что применять 3 реактивные диафрагмы не имеет смысла, так как согласование при фиксированной нагрузке может быть достигнуто 1<sup>-ой</sup> диафрагмой. Или бессмысленно применение трансформаторов  $2^x$ -шлейфового типа, в которых шлейфы заменены двумя диафрагмами.

#### 5.4. Широкополосное согласование

Широкополосное согласование (ШС) применяют в том случае, когда величина  $K_{СВ}$  остается ниже заданного предельного уровня, например,  $\rho < 1.2$ , в полосе частот

$$\frac{2 \cdot \Delta\omega}{\omega_0} > 5\% ,$$

например,  $\pm(5-10)\%$  от средней частоты (рис. 5.14). Вопросы широкополосности актуальны особенно при разработке антенн, ламп с большим диапазоном механической и электронной настройки и др.

Задача ШС, заключающаяся в построении согласующего  $4^x$ -полосника по заданной нагрузке, является более сложной, чем задача УС.

**Во-первых**, следует учесть частотную зависимость самой нагрузки. Но так как сопротивление нагрузки связано с внутренним сопротивлением генератора, то передача мощности в частотно-зависимую нагрузку может проходить с

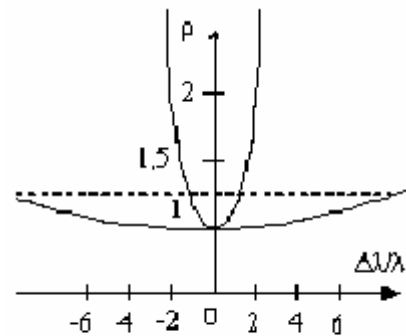


Рис. 5.14

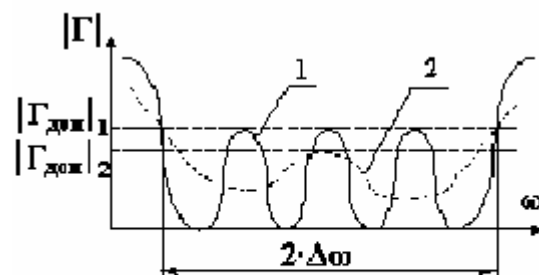


Рис. 5.15

большими потерями.

**Во-вторых**, если нагрузка имеет реактивную составляющую, то нельзя достичь полного согласования  $|\dot{\Gamma}| = 0$  в непрерывной, хотя и ограниченной полосе частот. Можно добиться полного согласования лишь в конечном числе точек частотного диапазона. При этом характеристика согласования  $|\dot{\Gamma}_{\text{доп}}|$  имеет тем большие выбросы, чем лучше приближение к идеальному согласованию в других точках см. рис. 5.15, где показана зависимость коэффициента отражения от угловой частоты для Чебышевской характеристики.

**В-третьих**, ширина полосы согласования  $2 \cdot \Delta\omega$  и допустимый коэффициент отражений  $|\dot{\Gamma}_{\text{доп}}|$  связаны между собой. Если задан допустимый коэффициент отражения, то уже нельзя произвольно задавать полосу согласования и наоборот. При этом характеристика согласования  $|\dot{\Gamma}|$ , имеет тем большие выбросы, чем лучше приближение к идеальному согласованию.

Рассмотрим некоторые примеры широкополосного согласования.

**Ступенчатые переходы.** Напомним, что ступенчатый переход применяется в случае, когда нагрузка чисто активная. Ещё раз вернёмся к четвертьволновому ( $\lambda/4$ ) трансформатору. Схема включения четвертьволнового трансформатора приведена на рис. 5.16.

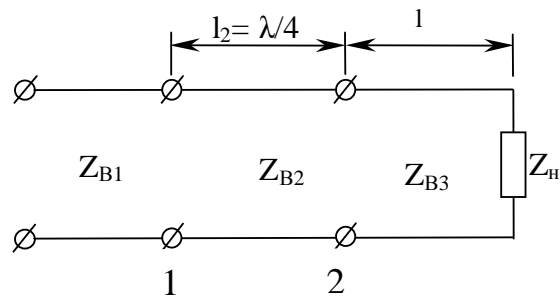


Рис. 5.16.

Полагая, что  $Z_H = Z_{B3}$ , т.е. трансформатор согласует линии с  $Z_{B1}$  и  $Z_{B3}$ . Так как  $Z_B$  в схеме меняется дважды: сначала в сечении 1, а затем 2, то полная отраженная волна является суперпозицией волн, отраженных в сечении 1 и 2. Коэффициент отражения падающей волны в сечении 1 равен:

$$\dot{\Gamma}_1 = \frac{Z_{B2} - Z_{B1}}{Z_{B2} + Z_{B1}}. \quad (5.21)$$

Пройдя путь  $l_2$  до сечения 2, волна получает сдвиг по фазе равный  $\gamma_2 \cdot l_2$ . В сечении 2 коэффициент отражения равен:

$$\dot{\Gamma}_2 = \frac{Z_{B3} - Z_{B2}}{Z_{B3} + Z_{B2}}. \quad (5.22)$$

Пройдя, после отражения еще раз путь  $l_2$ , волна снова получит сдвиг равный  $\gamma_2 \cdot l_2$ . Пренебрегая повторным отражением, получим  $\dot{\Gamma}_\Sigma$  - суммарный коэффициент отражения от входа трансформатора.

$$\dot{\Gamma}_\Sigma = \dot{\Gamma}_1 + \dot{\Gamma}_2 \cdot e^{-2 \cdot j \cdot \gamma_2 \cdot l_2} = \frac{Z_{B2} - Z_{B1}}{Z_{B2} + Z_{B1}} + \frac{Z_{B3} - Z_{B2}}{Z_{B3} + Z_{B2}} \cdot e^{-2 \cdot j \cdot \gamma_2 \cdot l_2} \quad (5.23)$$

Полное согласование будет, когда  $\dot{\Gamma}_\Sigma = 0$ , т.е. когда волны, отраженные

в сечениях 1 и 2, противофазны и равны по величине. При  $l_2 = \lambda/4$  достигается противофазность волн, т.к.  $2 \cdot \gamma_2 \cdot l_2 = 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \pi$

Точная компенсация отраженных волн имеет место на одной частоте, т.к. от частоты зависит набег по фазе  $2 \cdot \gamma_2 \cdot l_2$ , получаемой волной  $\Gamma_2$ .

Если перепад сопротивлений  $Z_{B1}, Z_{B2}$  велик, то согласование в заданной полосе частот проводят с помощью нескольких включенных четвертьволновых трансформаторов. Чем выше  $N$  (число трансформаторов), тем шире полоса согласования при фиксированном значении перепада сопротивлений.

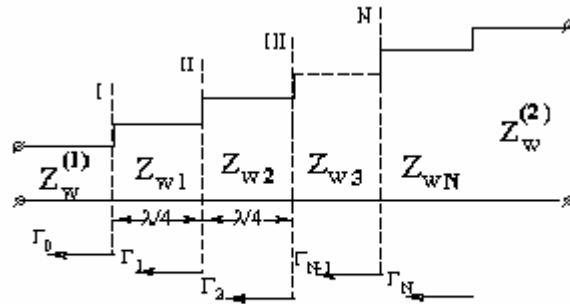


Рис. 5.17

Чем больше перепад волновых сопротивлений, тем больше число трансформаторов, чтобы не превышать заданный уровень отражения в полосе согласования. На рисунке 5.17 показан ступенчатый переход с  $N$  –ым количеством ступенек.

Предположим, что отношение  $Z_w^{(1,2)} = \frac{Z_w^{(2)}}{Z_w^{(1)}}$  не велико ( $\sim 10$ ).

Отраженная волна на входе  $N$ -ступенчатого перехода определяется:

$$\Gamma_{\Sigma} = \Gamma_0 + \Gamma_1 \cdot e^{-2 \cdot j \cdot \beta \cdot l} + \dots + \Gamma_N \cdot e^{-2 \cdot j \cdot N \cdot \beta \cdot l},$$

где:  $\Gamma_0 = \frac{Z_{w1} - Z_w^{(1)}}{Z_{w1} + Z_w^{(1)}}; \quad \Gamma_1 = \frac{Z_{w2} - Z_{w1}}{Z_{w2} + Z_{w1}}; \quad \Gamma_N = \frac{Z_w^{(2)} - Z_{wN}}{Z_w^{(2)} + Z_{wN}}$

Коэффициенты  $\Gamma_0, \Gamma_1, \dots, \Gamma_N$  и число ступенек следует подобрать так, чтобы модуль суммарного коэффициента отражения не превышал заданной величины  $\Gamma_{\text{макс}}$ .

$$|\Gamma_{\Sigma}| = \left| \sum_{n=0}^N \Gamma_n \cdot e^{-2 \cdot j \cdot n \cdot \beta \cdot l} \right| \leq \Gamma_{\text{макс}}, \tag{5.24}$$

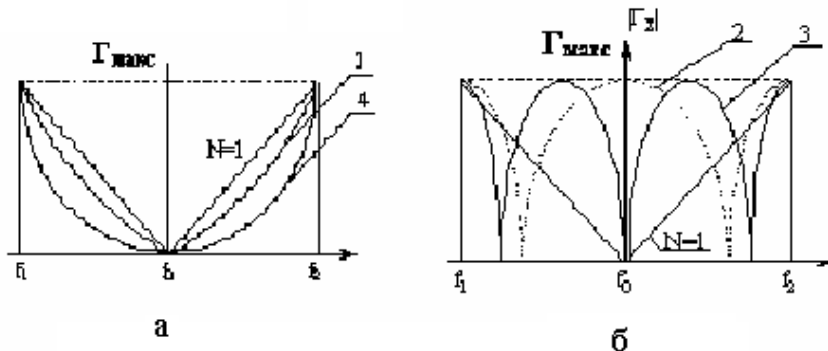


Рис. 5.18

здесь зависимость  $|\Gamma_\Sigma|$  строго монотонно и фазовая характеристика ступенчатого перехода в пределах полосы согласования близка к линейной и может быть представлена максимально плоской характеристикой (МПХ). График зависимости коэффициента отражения от частоты для МПХ показан на рис. 5.18,а.

Так как  $e^{-2 \cdot j \cdot \beta \cdot l} = e^{-2 \cdot j \cdot (\beta \cdot l \pm m \cdot n)}$  то на всех частотах, где длины волн связаны равенством, можно записать следующее соотношение:

$$\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \pm \frac{m}{2 \cdot l} \quad (5.25)$$

Ступенчатый переход обладает тождественными параметрами, то есть зависимость  $|P_\Sigma|$  от частоты носит периодический характер.

1. Если подобрать коэффициенты  $\Gamma_n$ , чтобы удовлетворялось равенство (5.25);

2. По формулам (5.24) определяется  $Z_w$  каждой ступеньки;

3. По волновым сопротивлениям определяют размеры поперечного сечения;

Следовательно, нахождение  $\Gamma_n$  эквивалентно решению задачи синтеза ступени перехода

$$|\Gamma_\Sigma| = A \cdot |\cos(\beta \cdot l)|^N,$$

где:  $A$  - находится из условия, что на граничной частоте  $f_1$  и  $f_2$  полосы согласования  $|\Gamma_\Sigma| = \Gamma_{\text{макс}}$ ,

$$\text{то есть } A \cdot |\cos(\beta \cdot l)|^N = \Gamma_{\text{макс}}, \quad A = \frac{\Gamma_{\text{макс}}}{|\cos(\beta \cdot l)|^N},$$

где

$$|\cos(\beta_1 \cdot l)| = |\cos(\beta_2 \cdot l)|,$$

откуда получаем  $\beta_1 \cdot l + \beta_2 \cdot l = \pi$ .

Если:  $\beta_1 = \frac{2 \cdot \pi}{\Lambda_1}$ ,  $\beta_2 = \frac{2 \cdot \pi}{\Lambda_2}$ , то длина ступени равна

$$l = \frac{\Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{2 \cdot (\Lambda_1 + \Lambda_2)} = \frac{\Lambda_0}{4}, \quad (5.26)$$

где:  $\Lambda_0$  – центральная длина волны равна

$$\Lambda_0 = \frac{2 \cdot \Lambda_1 \cdot \Lambda_2}{\Lambda_1 + \Lambda_2} \quad (5.27)$$

В линиях передачи, где волны переносятся волной ТЕМ  $f_{\text{кр}} = 0$ . Следовательно, можно записать выражения для  $\Lambda_1$ ,  $\Lambda_2$ ,  $\Lambda_0$

$$\Lambda_1 = \lambda_1 = \frac{c}{f_1}; \quad \Lambda_2 = \lambda_2 = \frac{c}{f_2}; \quad \Lambda_0 = \lambda_0; \quad \lambda_0 = \frac{2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{c}{f_0}.$$

Правая часть выражения  $|\Gamma_\Sigma| = A \cdot |\cos(\beta \cdot l)|^N$  может быть преобразована на следующим образом

$$\begin{aligned} |\Gamma_\Sigma| &= A \cdot \left| \left( \frac{e^{j\beta \cdot l} + e^{-j\beta \cdot l}}{2} \right)^N \right| = A \cdot \left| \frac{(1 + e^{-2 \cdot j \cdot \beta \cdot l})^N}{2^N} \right| = \\ &= \left| \frac{A}{2^N} + A \frac{N}{2^N} e^{-2 \cdot j \cdot \beta \cdot l} + A \frac{N(N-1)}{2^N \cdot 2!} e^{-4 \cdot j \cdot \beta \cdot l} + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + \frac{A}{2^N} e^{-2 \cdot j \cdot \beta \cdot l} + \frac{A}{2^N} e^{-4 \cdot j \cdot N \cdot \beta \cdot l} \right|. \end{aligned}$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых экспоненциальных множителях в правых частях, находят коэффициенты отражения от ступеней:

$$\Gamma_0 = \Gamma_N = \frac{A}{2^N}, \quad (5.28)$$

$$\Gamma_1 = \Gamma_{N-1} = \frac{A}{2^N} \cdot N, \quad (5.29)$$

$$\Gamma_2 = \Gamma_{N-2} = \frac{A}{2^N} \cdot \frac{N(N-1)}{2!}, \quad (5.30)$$

Число ступеней определяется следующим выражением:

$$N = \frac{\lg \left[ P_{\max} \frac{|Z_w^{(1,2)} + 1|}{|Z_w^{(1,2)} - 1|} \right]}{\lg |\cos(\beta_1 \cdot l)|} \quad (5.31)$$

Суммарный коэффициент отражения равен:

$$|\Gamma_\Sigma| = P_{\max} \cdot \left| T_N \cdot \frac{\cos(\beta \cdot l)}{\cos(\beta_1 \cdot l)} \right|, \quad (5.32)$$

где  $T_N(x)$  – полином Чебышева 1-го рода  $N$  порядка и определяется так

$$T_N(x) = \begin{cases} \cos(N \cdot \arccos(x)); & \text{при } |x| \leq 1 \\ \text{ch}(N \cdot \text{arch}(x)); & \text{при } |x| \geq 1 \end{cases}$$

Графики зависимости суммарного коэффициента отражения от частоты с Чебышевской характеристикой для одного, двух и трех ступенчатого со-

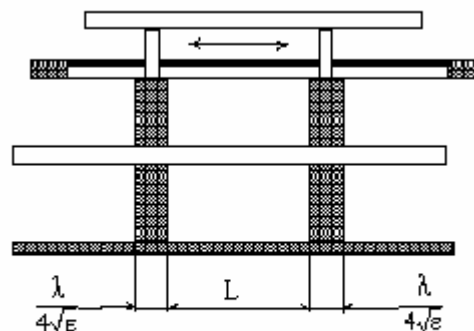


Рис. 5.19

гласующего устройства изображен на рис. 5. 18,б.

**Пластинчатый диэлектрический трансформатор.** Двухшайбовый трансформатор полных сопротивлений в коаксиальной линии (см. рис. 5.19). На рисунке  $\lambda$ -длина волны в свободном пространстве

1. Если  $L=0$ , то  $\frac{\lambda}{4\sqrt{\epsilon}} + \frac{\lambda}{4\sqrt{\epsilon}} = \frac{\lambda}{2\sqrt{\epsilon}}$ , следовательно, трансформация сопротивления отсутствует.

2. Если  $L = \frac{\lambda}{4}$ , то трансформация оказывается наибольшей. Если имеется

волноводный трансформатор, то надо учитывать, что

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu} \cdot \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{\text{кр}}^2 \cdot \epsilon \cdot \mu}}} \quad (5.33)$$

Можно показать, что максимальная величина  $KCB = (\epsilon_{\text{опт}})^2$ , при которой возможно согласование, равна квадрату относительной диэлектрической проницаемости вещества, из которого изготовлены пластины трансформатора.

**Согласование с помощью конических переходов и вкладышей экспоненциального профиля.** 1. Отрезки неоднородных передающих линий СВЧ, конический переход - для согласования волноводных и коаксиальных линий с различными эквивалентными и характеристическими сопротивлениями. Основным достоинством его является широкополосность.

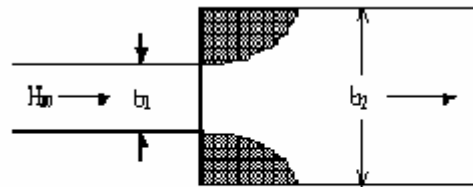


Рис. 5.20

2. Экспоненциальный трансформатор, представляющий собой передающую линию, характерное или эквивалентное сопротивление которой измеряется по экспоненциальному закону. Прямоугольные волноводы, имеющие одинаковые размеры  $a$  и разные узкие сечения  $b_1$  и  $b_2$  согласовываются с помощью металлических вкладышей экспоненциального профиля (рис. 5.20).

Вопросы широкополосного актуальны особенно с разработкой ламп с большим диапазоном механической и электронной настройки: клистронов, магнитофонов, ЛБВ.

**Широкополосное согласование с реактивными нагрузками.** Можно показать, что, если, нагрузка представлена в виде последовательного соединения активного сопротивле-

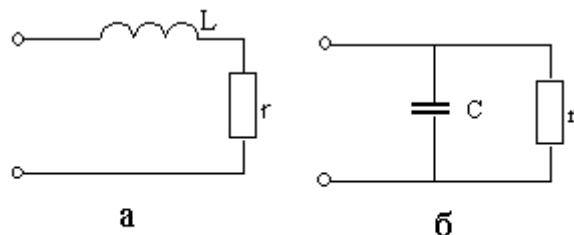


Рис. 5.21



ния и индуктивного (рис. 5.21,а) или параллельного соединения  $r$  и  $C$  (рис. 5.21,б), то ограничения на полосу согласования заключены в следующих формулах:

$$\int_0^{\infty} \ln \frac{1}{|\Gamma|} d\omega \leq \frac{\pi \cdot r}{L} \quad (5.34)$$

$$\int_0^{\infty} \ln \frac{1}{|\Gamma|} d\omega \leq \frac{\pi}{L \cdot r}, \quad (5.35)$$

где:  $\Gamma$ -коэффициент отражения в линии передачи после согласования.

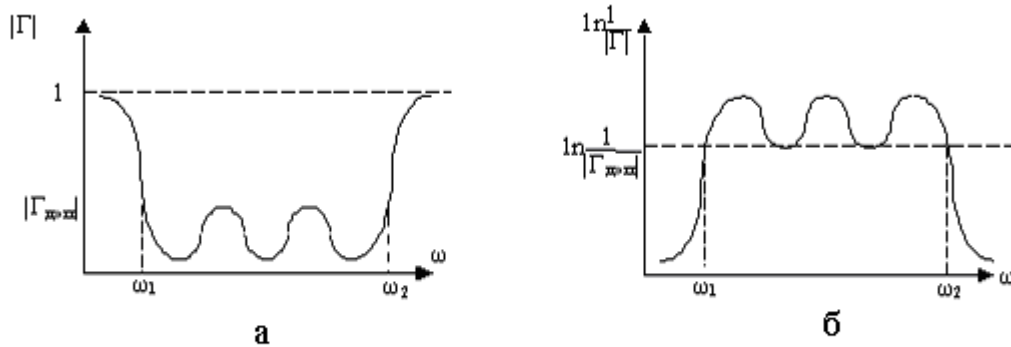


Рис. 5.22

Вычислим приближенно эти интегралы. Построив по характеристике согласования  $|\Gamma|=f(\omega)$  (рис.5.22,а) кривую  $\ln \frac{1}{|\Gamma|}$  отметим, что площадь, ограниченная, этой кривой, приблизительно равна площади прямоугольника, ограниченного граничными частотами полосы согласования  $\omega_1$  и  $\omega_2$  и величиной  $\ln \frac{1}{|\Gamma_{\text{доп}}|}$ . Тогда

$$\int_0^{\infty} \ln \frac{1}{|\Gamma|} d\omega = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \ln \frac{1}{|\Gamma_{\text{доп}}|} = 2\Delta\omega \cdot \ln \frac{1}{|\Gamma_{\text{доп}}|}. \quad (5.36)$$

Откуда получаем следующие ограничения на полосу согласования:

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \leq \frac{\pi \cdot r}{\omega_0 \cdot L \cdot \ln \frac{1}{|\Gamma_{\text{доп}}|}} \quad \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \leq \frac{\pi}{\omega_0 \cdot C \cdot r \cdot \ln \frac{1}{|\Gamma_{\text{доп}}|}}. \quad (5.37)$$

Аналогичные зависимости получаются для нагрузок в виде последовательного колебательного контура, имеющего добротность при резонансе  $Q_H = \frac{\omega_0 \cdot L}{r}$  и параллельного контура с добротностью  $Q_H = \omega_0 \cdot r \cdot C$

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \leq \frac{\pi}{Q_H \cdot \ln \frac{1}{|\Gamma_{\text{доп}}|}}. \quad (5.38)$$

Обычно такие схемы замещения могут быть использованы в окрестности узла или пучности напряжения нагруженной линии передачи.

### Пример 1

Определить возможную полосу согласования, если, допустим, КБВ  $1/\rho=0,8$ , а нагрузка представляется последовательным колебательным контуром с добротностью  $Q_H = 2.8$ .

Решение. По формуле (5.38) полоса согласования

$$\text{т.е. } \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \leq \frac{\pi}{Q_H \cdot \ln \frac{1 + 1/\rho_{\text{доп}}}{1 - 1/\rho_{\text{доп}}}} = \frac{3.14}{2.8 \cdot \ln \frac{1 + 0.8}{1 - 0.8}} = 0.6,$$

таким образом, полоса согласования не может быть больше 60%.

При ШС согласующий  $4^x$ -полосник представляет собой многоэлементную схему, причем, чем больше число выбранных элементов, тем лучше характеристика согласования. Однако, существенно влияют на изменения характеристики согласования лишь начальные согласующие элементы. Обычно один или два элемента дают удовлетворительную характеристику согласования, и нет смысла усложнять согласующий  $4^x$ -полосник. Методику расчета простейшего СУ и его характеристику рассмотрим на примере согласования нагрузки с помощью одного элемента (резонансного контура).

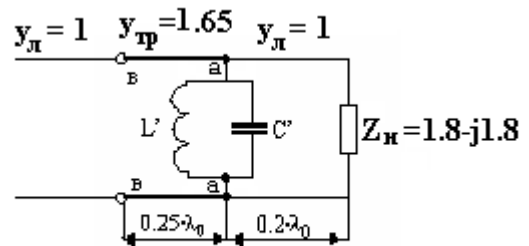


Рис. 5.23

Пример 2. Согласовать ЛП, нагруженную на нормированную частотно-независимую нагрузку

$$Z_H = 1.8 - j \cdot 1.46 \text{ в полосе } \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 30\% .$$

Решение. Рассматриваемая задача может быть решена согласованием в сечении а-а (рис. 5.23) последовательного резонансного контура с нормированными сопротивлениями  $\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C} = 0.86$  и  $R=0.3$ . Зависимости активной составляющей проводимости  $G$  и реактивной  $B$  этого контура показаны на рис. 5.24,а.

Включим в сечение а-а (рис. 5.23) параллельный резонансный контур с  $L'$  и  $C'$ . Такой контур имеет зависимость реактивной проводимости

$$B' = \omega_0 \cdot C' - \frac{1}{\omega_0 \cdot L'}$$

Потребуем, чтобы на крайних частотах полосы  $\omega_1 = 0,85 \cdot \omega_0$ ; и  $\omega_2 = 1,15 \cdot \omega_0$ , проводимости последовательного контура  $B_1 = 1,45$  и  $B_2 = -1,35$  были равны проводимостям параллельного контура, взятым с обратным знаком ( $B_1 = -B'_1$ ;  $B_2 = -B'_2$ ).

Отсюда получим резонансную частоту параллельного резонансного контура  $\omega'_0$  (она в общем случае не одинакова с  $\omega$ ) как точку пересечения линии  $B'_1$   $B'_2$  с осью абсцисс. Получим  $\omega'_0 = 1,01 \cdot \omega_0$ . По наклону кривой реактивной проводимости  $B'$  определим индуктивность контура  $L'$ .

$$\left. \frac{dB'}{d\omega} \right|_{\omega=\omega'_0} = \left. \frac{d\left(\omega \cdot L' - \frac{1}{\omega \cdot C'}\right)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega'_0} = L' + \frac{1}{(\omega'_0)^2 \cdot C} \quad (5.39)$$

но, с другой стороны, при небольшой полосе  $2 \cdot \Delta\omega$

$$\left. \frac{dB'}{d\omega} \right|_{\omega=\omega'_0} = \frac{B'_2 - B'_1}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{1,35 - (-1,35)}{(1,15 - 0,85)\omega'_0} = \frac{9}{\omega'_0}$$

откуда

$$2 \cdot L' = \frac{9}{\omega'_0}; \quad \omega'_0 \cdot L' = 4,5;$$

$$\omega'_0 \cdot C' - \frac{1}{\omega'_0 \cdot L'} = 0,22.$$

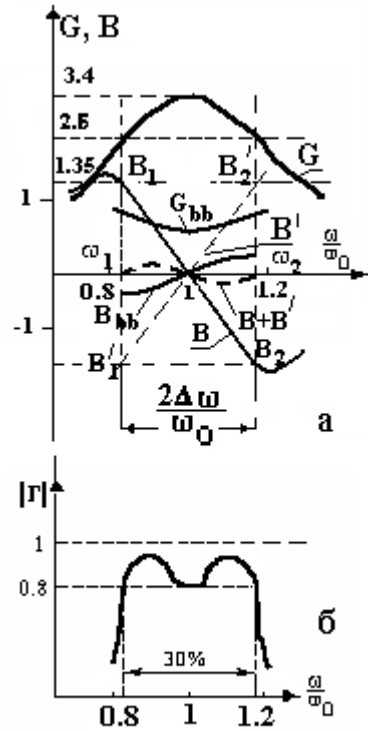


Рис. 5.24

Таким образом, определены элементы компенсирующего контура. В результате включения этого контура проводимость в сечении а-а в полосе  $\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 30\%$ , равная  $B+B'$ , практически 0. Однако, активная составляющая

проводимости в заданной полосе отлична от волновой проводимости линии  $Y_{л1} = 1$  и, как видно из рис. 5.24,а, изменяется от 2,6 до 3,4. Чтобы согласовать активную проводимость, включим в сечение а-а четвертьволновый трансформатор с волновой проводимостью, лежащей между 1,62 и 1,84, так как

$$Y_{\text{тр}} = \sqrt{Y_{\text{л}} \cdot Y_{\text{аа}}} = \begin{cases} \sqrt{1 \cdot 2.6} = 1.62 \\ \sqrt{1 \cdot 3.4} = 1.84 \end{cases}$$

Возьмем  $Y_{\text{тр}} = 1,62 \cdot L$ . Перечитав с помощью круговой диаграммы проводимости из сечения а-а в сечение в-в, получим зависимости активной составляющей  $G_{\text{ВВ}}$  и реактивной  $B_{\text{ВВ}}$  на входе транзистора. Итак, получено, что в диапазоне частот  $\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 30\%$  активная входная проводимость близка к единице, а реактивная к 0.

По ним с использованием круговой диаграммы рассчитывается характеристика согласования, представленная на рис. 5.24,б. Видно, что допустимый КБВ получился равным 0,8. Максимальная достижимая полоса при таком КБВ  $\frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = 60\%$ .

**Согласование с помощью фильтров СВЧ.** Этот раздел дается в приближении [13], так как в приложении данного пособия приводится расчет фильтров, предложенный [13]. Затухание, вносимое фильтром отражающего типа на любой частоте, определяется в основном отражением потока энергии от его входа. Для фильтра отражающего типа частотная зависимость коэффициента отражения от входа имеет вид АЧХ вносимого затухания (см. рис. П.3.4). На этом основании фильтры отражающего типа применяют для согласования комплексных нагрузок с линией передачи. При этом реактивное сопротивление нагрузки рассматривается как последний элемент эквивалентной схемы полосового фильтра. Полоса пропускания фильтра является полосой согласования нагрузки с линией передачи. Предположим, что требуется согласовать линию передачи с волновым сопротивлением  $Z_{\text{В}}$  с нагрузкой  $Z_{\text{Н}}$ , эквивалентная схема которой показана на рис. 5.25. В данном случае согласующим

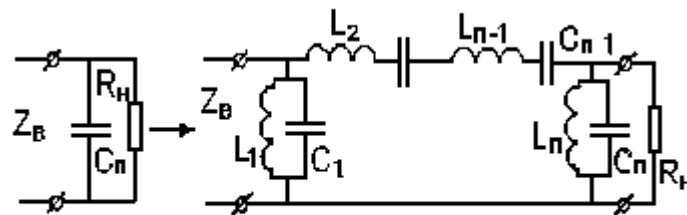


Рис. 5.25

устройством, включаемым между линией и нагрузкой, является полосовой фильтр, последний параллельный контур эквивалентной схемы которого образован емкостью нагрузки  $C_n$  и подключаемой ей параллельно индуктивности  $L_n$ . Величина  $L_n$  определяется с помощью формулы  $2\pi f_0 = 1/\sqrt{L_n C_n}$  где  $f_0$  - средняя частота требуемой полосы согласования. Поскольку  $C_n$  и  $R_N$  заданы, то последний контур эквивалентной схемы полосового фильтра должен иметь при этом

нагруженную добротность, определяемую по формуле  $Q_n = 2\pi f_0 R_H C_n / (1 + R_H / Z_B)$ . Поэтому добротности всех остальных контуров в схеме полосового фильтра  $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$  следует определять из условия получения полосового фильтра с требуемой АЧХ (П.3. 12.13), причем последний контур эквивалентной схемы фильтра имеет заданную добротность. Но как видно из (П. 3.12.13), (П. 3.6 и П. 3.7), добротность каждого контура эквивалентной схемы фильтра однозначно связана с полосой пропускания  $f_B \cdot f_H$  и величиной  $L_{\phi 1}$  или соответствующей ей максимальной величиной коэффициента отражения  $\Gamma_{max}$  от входа фильтра в этой полосе. Поэтому если добротность хотя бы одного контура задана, то между полосой пропускания фильтра и величиной  $\Gamma_{max}$  существует вполне определенная связь, естественно разная для фильтров с разными видами АЧХ. Например, для максимально плоского полосового фильтра, используя приведенную здесь формулу для  $Q_n$ , а также формулы (П.3.13) и (П.3.7), можно записать выражение

$$f_B - f_H = [(1 + R_H / Z_B) \sin(\pi / 2n)]^{2n} \sqrt{(10^{B_{\Phi 1} / 10} - 1) / (2\pi C_n R_H)}. \quad (5.40)$$

Из (5.40) вытекает, что при заданной комплексной нагрузке, чем меньше величина  $B_{\Phi 1}$  (чем меньше  $\Gamma_{max}$ ), тем уже полоса согласования и наоборот. Как показано в [14], для каждой комплексной нагрузки существует максимально достижимая полоса согласования, зависящая от требуемого уровня согласования. Эта полоса тем больше, чем ниже уровень согласования, и наоборот.

## 6. МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ МНОГОПОЛЮСНИКОВ СВЧ

### 6.1 Многополюсники и их классические матрицы

Многополюсником называется устройство, имеющее несколько входов в виде поперечных сечений, подходящих к нему линий передач с заданными типами волн в каждой линии. Входы многополюсника называют также плоскостями отсчета фаз или плечами многополюсника. Чаще всего имеют дело с одномодовым режимом во входных сечениях, при котором в каждой линии передачи можно учитывать лишь один тип волны. Это достигается соответствующим удалением входных сечений от непосредственно многополюсника, так чтобы высшими типами волн, возникающих на соединении линии передачи с многополюсником, во входных сечениях можно было пренебречь. В этом случае число входов многополюсника равно числу подходящих к нему линий.

В матричной форме система (6.1) может быть представлена в виде

$$[ U ] = [ Z ] [ I ], \quad (6.2)$$

где  $[ U ]$  и  $[ I ]$  – векторы – столбцы входных напряжений и токов,  
 $[ Z ]$  – квадратная матрица сопротивлений.

$$[U] = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_N \end{bmatrix}, \quad [I] = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_N \end{bmatrix}, \quad [Z] = \begin{bmatrix} Z_{11}, Z_{12}, \dots, Z_{1N} \\ Z_{21}, Z_{22}, \dots, Z_{2N} \\ \dots \\ Z_{N1}, Z_{N2}, \dots, Z_{NN} \end{bmatrix}. \quad (6.3)$$

Элементы матрицы  $[Z]$  называются собственными и взаимными сопротивлениями и предполагаются независимыми от значений токов и напряжений. Поэтому связь между  $U$  и  $I$  описывается системой линейных уравнений, а сам многополюсник называется линейным.

В дальнейшем будем рассматривать только линейные многополюсники. Аналогично, может быть составлена система уравнений для определения входных токов через входные напряжения, которая в матричной форме может быть представлена в виде

$$[I] = [Y] \cdot [U]. \quad (6.4)$$

В случае четырехполюсников применяется также классическая матрица передачи, которая связывает входные напряжение и ток с их выходными значениями

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A, B \\ C, D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}. \quad (6.5)$$

Очевидно, матрица передачи может быть составлена только для четырехполюсников, в то время как матрицы  $[Z]$  и  $[Y]$  - для любого  $2N$ -полюсника. Матрицы  $[Z]$  и  $[Y]$  обычно применяются при последовательном и параллельном соединении многополюсников, так как в этих случаях общая матрица получается как сумма матриц, аналогично суммированию обычных сопротивлений и проводимостей.

$$[Z] = [Z_1] + [Z_2] \quad [Y] = [Y_1] + [Y_2]. \quad (6.6)$$

Можно показать, что при каскадном включении четырехполюсников общая матрица передачи равна произведению их матриц передачи.

$$[A] = [A_1] \cdot [A_2] \quad (6.7)$$

## 6.2. Волновые матрицы многополюсников

В диапазоне СВЧ непосредственное измерение входных напряжений и токов во многих случаях оказывается затруднительным. Более удобным является измерение амплитуд и фаз падающих и отражённых волн, например, с помощью измерительных линий. Поэтому в СВЧ диапазоне многополюсники характеризуются другими матрицами – рассеяния  $[S]$  и передачи  $[t]$  (последняя только для четырехполюсников)

Очевидно, что напряжения  $U$  и токи  $I$  на входах многополюсника можно представить как сумму напряжений и токов падающих и отражённых волн

в линиях передачи, подключённых к многополюснику. Например, для входа 1 можно записать

$$U_1 = U_{1\Pi} + U_{10} \quad I_1 = I_{1\Pi} + I_{10}. \quad (6.8)$$

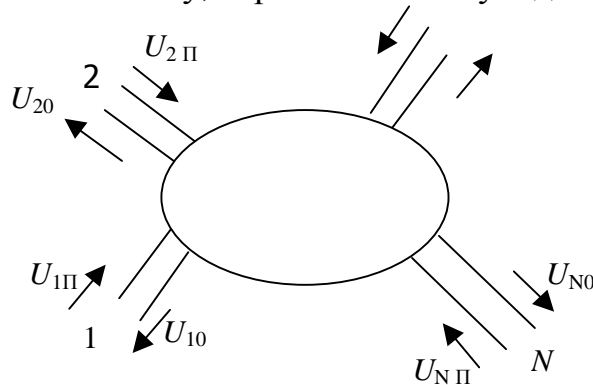
Напряжение и ток в падающей и отражённой волнах связаны между собой через волновое сопротивление данной линии, причём

$$\frac{U_{1\Pi}}{I_{1\Pi}} = Z_{B1} \quad \text{и} \quad \frac{U_{10}}{I_{10}} = -Z_{B1}. \quad (6.9)$$

Знак минус в последнем соотношении связан с изменением направления распространения отражённой волны по сравнению с падающей. Подставляя соотношения (6.9) в формулу для  $I_1$  из (6.8), получим

$$I_1 = \frac{1}{Z_{B1}} (U_{1\Pi} - U_{10}).$$

Таким образом, вместо величин  $U_1$  и  $I_1$  можно рассматривать связанные с ними  $U_{1\Pi}$  и  $U_{10}$ . Прделавав эту операцию по всем входам, мы совершим, таким образом, замену переменных в уравнениях типа (6.1) или (6.4):  $U_1$  и  $I_1$  заменим на  $U_{1\Pi}$  и  $U_{10}$ . При этом нужно помнить, что падающими называются волны, идущие к многополюснику, отражёнными – уходящие от него (рис.6.2).



**Рис.6.2**

Стрелки на рис.6.2 указывают не направление электрических токов и напряжений, как на рис.6.1, а направление распространения волн. Вектор  $\vec{E}$  в этих волнах, определяющий перенос энергии в линиях передачи, конечно, направлен поперек этих линий. Соотношения между напряжениями падающих и отражённых волн на входах многополюсника могут принимать различные формы, но наиболее распространённой является связь через матрицу рассеяния

$$\left. \begin{aligned} U_{10} &= S_{11}U_{1\Pi} + S_{12}U_{2\Pi} + \dots + S_{1N}U_{N\Pi} \\ U_{20} &= S_{21}U_{1\Pi} + S_{22}U_{2\Pi} + \dots + S_{2N}U_{N\Pi} \\ \dots & \\ U_{N0} &= S_{N1}U_{1\Pi} + S_{N2}U_{2\Pi} + \dots + S_{NN}U_{N\Pi} \end{aligned} \right\}, \quad (6.10)$$

или в матричной форме

$$[U_0] = [S][U_{II}]. \quad (6.10')$$

Для четырехполюсников часто применяется другая форма связи  $U_{II}$  и  $U_0$  – через волновую матрицу передачи  $[t]$ .

$$\begin{aligned} U_{1II} &= t_{11}U_{20} + t_{12}U_{2II} \\ U_{10} &= t_{21}U_{20} + t_{22}U_{2II} \end{aligned} \quad (6.11)$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} U_{1II} \\ U_{10} \end{bmatrix} = [t] \cdot \begin{bmatrix} U_{20} \\ U_{2II} \end{bmatrix}. \quad (6.11')$$

Как и классическая матрица передачи, матрица  $[t]$  применяется при каскадном соединении четырехполюсников.

Выясним физический смысл коэффициентов матрицы  $[S]$ . Из первых двух уравнений системы (6.10) следует, что

$$S_{11} = \left. \frac{U_{10}}{U_{1II}} \right|_{U_{2II}=\dots=U_{NII}=0}; \quad S_{21} = \left. \frac{U_{20}}{U_{1II}} \right|_{U_{2II}=\dots=U_{NII}=0}. \quad (6.12)$$

Таким образом,  $S_{11}$  есть коэффициент отражения от первого входа многополюсника, при условии, что во всех других плечах отсутствуют падающие волны. Реально это достигается, если к первому плечу подключить генератор и измерить коэффициент отражения, при условии, что остальные плечи нагружены на согласованные нагрузки, равные волновым сопротивлениям соответствующих линий.

Соответственно,  $S_{21}$  есть волновой коэффициент передачи по напряжению из первого плеча во второе при тех же условиях эксперимента. Очевидно, это справедливо и для других плеч. Таким образом,  **$S_{ii}$  есть коэффициент отражения по напряжению от  $i$ -ого плеча, при согласованных остальных,  $S_{ik}$  – волновой коэффициент передачи по напряжению из  $k$ -ого плеча в  $i$ -ое, при согласовании всех свободных плеч.**

Коэффициенты матрицы  $[S]$  имеют чёткий физический смысл, а их экспериментальное определение вполне возможно. Это является основным положительным качеством матриц рассеяния. Коэффициенты матрицы  $[t]$ , в основном, не имеют чёткого физического смысла и обычно определяется через  $S_{ik}$ . Связь между коэффициентами матриц  $[S]$  и  $[t]$  легко устанавливается из соотношений:

$$\begin{aligned} U_{10} &= S_{11}U_{1II} + S_{12}U_{2II} & U_{1II} &= t_{11}U_{20} + t_{12}U_{2II} \\ U_{20} &= S_{21}U_{1II} + S_{22}U_{2II} & U_{10} &= t_{21}U_{20} + t_{22}U_{2II} \end{aligned}$$

Она может быть представлена в виде:

$$[S] = \frac{1}{t_{11}} \begin{bmatrix} t_{21} & \det(t) \\ 1 & -t_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$



$$[t] = \frac{1}{S_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -S_{22} \\ S_{11} & -\det(S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix},$$

где  $\det(t) = t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21}$  - определитель матрицы  $[t]$  и аналогично  $\det(S)$ .  
Например,

$$S_{12} = \frac{\det(t)}{t_{11}} \quad \text{и} \quad t_{21} = \frac{S_{11}}{S_{21}}$$

Рекомендуется формулы (6.13) получить самостоятельно. Конечно, элементы  $S_{ik}$  могут быть также выражены через  $Z_{ik}$  или  $Y_{ik}$ , однако, эта связь получается достаточно громоздкой и используется сравнительно редко. При желании можно обратиться к рекомендуемой литературе [4,6].

### 6.3. Нормированные напряжения, токи и матрицы

Напряжения и токи, о которых шла речь выше, имеют определенный физический смысл лишь для линий передач с Т – волнами. Для металлических или диэлектрических волноводов они фактически не определены. По этой и некоторым другим причинам, о которых речь пойдет ниже, полезно перейти к нормированным напряжениям  $-V$ , токам  $-i$ , матрицам  $-\tilde{S}$  и  $\tilde{t}$ .

Исходным соотношением для введения нормированных величин является выражение для средней по времени мощности, переносимой по линии бегущей волной

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [\dot{\vec{E}} \cdot \dot{\vec{H}}^*] \cdot \vec{n} dS, \quad (6.14)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения линии передачи,  $\vec{n}$  - единичная нормаль к поверхности  $S$ , направленная в сторону распространения волны.

Вклад в интеграл формулы (6.14) вносят лишь поперечные составляющие  $\dot{\vec{E}}_{\perp}$  и  $\dot{\vec{H}}_{\perp}$ . Поскольку эти составляющие взаимно ортогональны и связаны между собой через характеристическое сопротивление линии передачи  $Z_x$ , то выражение (6.14) может быть упрощено

$$P = \frac{1}{2Z_x} \int_S |\dot{\vec{E}}_{\perp}|^2 dS. \quad (6.15)$$

Для линий передач с Т-волной возможно введение понятий “напряжение”, “полный ток проводимости” и “волновое сопротивление”. Мощность, переносимая бегущей волной, может быть выражена для таких линий через амплитуды напряжения и тока

$$P = \frac{|U|^2}{2Z_B} = \frac{1}{2} |I|^2 Z_B. \quad (6.16)$$

Введем нормированные напряжение и ток так, чтобы квадраты их модулей были равны мощности бегущей волны

$$P = |V|^2 = |i|^2, \quad (6.17)$$

а фазы - фазе поперечной составляющей  $\dot{E}_\perp$  или фазе напряжения  $U$  в бегущей волне. Размерность  $V$  и  $i$  одинакова  $-\sqrt{Bm}$ . Таким образом, для линий передач с Т-волнами нормированные напряжение  $V$  и ток  $i$  вводятся как

$$\dot{V} = \frac{\dot{U}}{\sqrt{2Z_B}}; \quad i = \dot{i} \sqrt{\frac{Z_B}{2}} \quad (6.18)$$

Для прямоугольного волновода с волной  $H_{10}$

$$\dot{V} = \dot{E}_{\max} \sqrt{\frac{ab}{4Z_X^H}}, \quad (6.19)$$

где  $E_{\max}$  – максимальная по поперечному сечению волновода (при  $x=a/2$ ) комплексная амплитуда компоненты  $E_y$ , а и  $b$  – размеры поперечного сечения волновода,  $Z_X^H = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$  – характеристическое сопротивление волновода

на волне  $H_{10}$ ,  $Z_0 = 120\pi$  Ом – характеристическое сопротивления вакуума, в данном случае воздуха (предполагается волновод с воздушным заполнением).

Очевидно, что нормированное напряжение в любом поперечном сечении линии передачи с координатой  $z$  может быть представлено как сумма нормированных напряжений падающей и отраженной волн в этом сечении

$$\dot{V}(z) = \dot{V}_\Pi(z) + \dot{V}_0(z) \quad (6.20)$$

Перейдем от ненормированных напряжений в системе уравнений (6.10) к нормированным. Согласно (6.18)  $U_\Pi = V_\Pi \sqrt{2Z_B}$  и  $U_0 = V_0 \sqrt{2Z_B}$ . Волновые сопротивления линий передач на входах многополюсника будем для общности считать различными.

$$V_{10} \sqrt{2Z_{B1}} = S_{11} V_{1\Pi} \sqrt{2Z_{B1}} + S_{12} V_{2\Pi} \sqrt{2Z_{B2}} + \dots + S_{1N} V_{N\Pi} \sqrt{2Z_{BN}}$$

или

$$\begin{aligned} V_{10} &= S_{11} V_{1\Pi} + S_{12} V_{2\Pi} \sqrt{\frac{Z_{B2}}{Z_{B1}}} + \dots + S_{1N} V_{N\Pi} \sqrt{\frac{Z_{BN}}{Z_{B1}}} = \\ &= \tilde{S}_{11} V_{1\Pi} + \tilde{S}_{12} V_{2\Pi} + \dots + \tilde{S}_{1N} V_{N\Pi} \end{aligned}$$

Таким образом, устанавливается связь между элементами нормированной ( $[\tilde{S}]$ ) и ненормированной ( $[S]$ ) матрицами рассеяния.

$$\tilde{S}_{ik} = \sqrt{\frac{Z_{Bk}}{Z_{Bi}}} S_{ik}. \quad (6.21)$$

Аналогично проводится нормировка матриц  $[t]$ ,  $[Z]$ , и  $[Y]$ .

$$[\tilde{t}] = \sqrt{\frac{Z_{B2}}{Z_{B1}}} [t]; \quad \tilde{Z}_{ik} = \frac{Z_{ik}}{\sqrt{Z_{Bi}Z_{Bk}}}; \quad \tilde{Y}_{ik} = Y_{ik} \sqrt{Z_{Bi}Z_{Bk}} \quad (6.22)$$

Заметим, что если к многополюснику подходят линии с одинаковыми  $Z_B$  (в частном случае – просто одинаковые линии), то нормированная и ненормированная матрицы совпадают, т.е.

$$[\tilde{S}] = [S].$$

Можно показать [4,6], что для нормированных матриц справедливы следующие соотношения:

$$\begin{cases} [\tilde{S}] = ([E] + [\tilde{Z}])^{-1}([\tilde{Z}] - [E]) = ([E] - [\tilde{Y}])([E] + [\tilde{Y}])^{-1} \\ [\tilde{Y}] = ([E] + [\tilde{S}])^{-1}([E] - [\tilde{S}]) \\ [\tilde{Z}] = ([E] - [\tilde{S}])^{-1}([E] - [\tilde{S}]) \\ [\tilde{Z}] = [\tilde{Y}]^{-1}, \end{cases} \quad (6.23)$$

где  $[E]$  – единичная матрица порядка  $N$ , индекс “-1” означает обратную матрицу. Убедитесь самостоятельно, что нормировка матриц не меняет соотношения (6.13) между матрицами  $[\tilde{S}]$  и  $[\tilde{t}]$ .

#### 6.4. Зависимость элементов матрицы $[S]$ от положения входов (плоскостей отсчета фаз)

Во многих случаях положение входов многополюсника является достаточно условным, т.е. плоскость отсчета может быть передвинута на новое место. Как при этом изменятся элементы  $S_{ik}$ ? Рассмотрим это на примере четырехполюсника (рис.6.3)

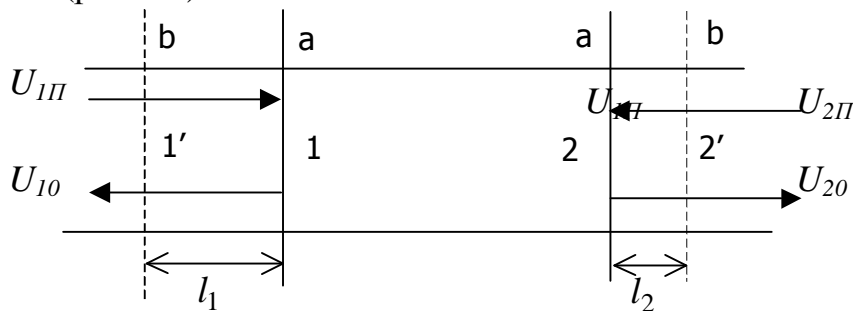


Рис.6.3

Пусть  $[S_a]$  – матрица рассеяния четырехполюсника с входами “а”,  $[S_b]$  – матрица рассеяния четырехполюсника с входами “b”. Напряжения в сечениях “а” и “b” могут быть выражены друг через друга, если учесть, что в бегущей волне изменение фазы на расстоянии  $l$  описывается множителем

$e^{-j\gamma l}$  в направлении распространения волны и  $e^{+j\gamma l}$  - в противоположном направлении, где  $\gamma$  – постоянная распространения в линии.

$$\begin{aligned} U_{1П}^a &= U_{1П}^b e^{-j\gamma_1 l_1} & U_{10}^a &= U_{10}^b e^{j\gamma_1 l_1} \\ U_{20}^a &= U_{20}^b e^{j\gamma_2 l_2} & U_{2П}^a &= U_{2П}^b e^{-j\gamma_2 l_2}, \end{aligned}$$

где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – постоянные распространения в линиях передачи 1 и 2, которые в общем случае могут быть разными. Тогда

$$U_{10}^a = U_{10}^b e^{j\gamma_1 l_1} = S_{11}^a U_{1П}^a + S_{12}^a U_{2П}^a = S_{11}^a U_{1П}^b e^{-j\gamma_1 l_1} + S_{12}^a U_{2П}^b e^{-j\gamma_2 l_2}$$

или

$$U_{10}^b = S_{11}^a e^{-j\gamma_1 l_1} U_{1П}^b + S_{12}^a e^{-j(\gamma_1 l_1 + \gamma_2 l_2)} U_{2П}^b$$

Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} S_{11}^b &= S_{11}^a e^{-j2\gamma_1 l_1} \\ S_{12}^b &= S_{12}^a e^{-j(\gamma_1 l_1 + \gamma_2 l_2)} \end{aligned} \right\} \quad (6.24)$$

Аналогичные соотношения получаются для  $S_{22}^b$  и  $S_{21}^b$ .

Таким образом, при отодвигании плоскостей отсчета от многополюсника меняются лишь фазы коэффициентов  $S_{ik}$ , уменьшаясь на величины  $\gamma_1 l_1$  и  $\gamma_2 l_2$  согласно (6.24). Это свойство можно использовать для выбора положения плоскостей отсчета, чтобы изменять фазы коэффициентов  $S_{ik}$ .

### 6.5. Свойства многополюсников и их матриц [S]

Нормированные матрицы  $[\tilde{S}]$  обладают двумя замечательными свойствами, связанными с физическими свойствами многополюсников.

**Свойство 1.** Взаимному многополюснику соответствует симметричная нормированная матрица рассеяния  $[\tilde{S}]$ .

Из общей теории электрических цепей известно, что для взаимного многополюсника должно выполняться соотношение

$$Y_{ki} = Y_{ik}, \quad (6.25)$$

т.е. матрица проводимости взаимного многополюсника симметрична относительно главной диагонали. Аналогичным свойством будет обладать согласно (6.22) и нормированная матрица  $[\tilde{Y}]$ . Из соотношений (6.23) между  $[\tilde{S}]$  и  $[\tilde{Y}]$  следует, что в этом случае

$$\tilde{S}_{ik} = \tilde{S}_{ki} \quad (6.26)$$

Т.е. нормированная матрица  $[\tilde{S}]$  также симметрична относительно главной диагонали. Соотношение (6.26) означает, что внутри многополюсника передача энергии между  $i$ -ым и  $k$ -ым входами не зависит от направления передачи энергии. Взаимность многополюсника определяется по отсутствию

внутри его невзаимных элементов: диодов, транзисторов, намагниченных ферритов и плазмы и обычно легко определяется самим типом многополюсника.

**Свойство 2.** Недиссипативному многополюснику соответствует унитарная нормированная матрица рассеяния  $[\tilde{S}]$ .

Недиссипативным (реактивным) многополюсником называется многополюсник, внутри которого отсутствуют потери энергии. Конечно, реально внутренние потери всегда присутствуют, но они могут быть пренебрежимо малы по сравнению с общей мощностью на входах многополюсника.

Очевидно, что для недиссипативного многополюсника закон сохранения энергии может быть записан так

$$\sum_{i=1}^N |V_{i\Pi}|^2 = \sum_{i=1}^N |V_{i0}|^2, \quad (6.27)$$

т.е. суммы мощностей всех падающих и отраженных волн должны быть равны. Обозначим

$$[V_{\Pi}] = \begin{pmatrix} V_{1\Pi} \\ V_{2\Pi} \\ \dots \\ V_{N\Pi} \end{pmatrix} \quad - \text{ вектор-столбец нормированных напряжений падающих}$$

волн и  $[V_{\Pi}]^T = |V_{1\Pi} \ V_{2\Pi} \ \dots \ V_{N\Pi}|$  - вектор-строка этих же напряжений (знак “Т” означает транспонирование матрицы). Тогда, согласно правилу перемножения матриц,

$$\sum_{i=1}^N |V_{i\Pi}|^2 = [V_{\Pi}]^T [V_{\Pi}]^*, \quad (6.28)$$

где знак “\*” означает комплексно – сопряженную матрицу. Аналогично для отраженных волн, сумма их мощностей во всех плечах может быть записана в виде

$$\sum_{i=1}^N |V_{i0}|^2 = [V_0]^T [V_0]^*. \quad (6.29)$$

Подставим в (6.27) соотношение  $[V_0] = [\tilde{S}] \cdot [V_{\Pi}]$  и учтем, что при транспонировании произведения матриц меняется их порядок в произведении

$$\sum_{i=1}^N |V_{i0}|^2 = |V_{\Pi}|^T [\tilde{S}]^T [\tilde{S}]^* [V_{\Pi}]^*. \quad (6.30)$$

Приравнявая (6.28) и (6.30) приходим к соотношению

$$[V_{\Pi}]^T [V_{\Pi}]^* = [V_{\Pi}]^T [\tilde{S}]^T [\tilde{S}]^* [\tilde{V}_{\Pi}]^*. \quad (6.31)$$

Из него следует, что для недиссипативных (реактивных) многополюсников и их нормированных матриц рассеяния должно быть справедливо следующее утверждение:

Произведение транспонированной матрицы на комплексно-сопряженную матрицу должно давать единичную матрицу (матричную единицу), т.е.

$$[\tilde{S}]^T [\tilde{S}]^* = [E], \quad (6.32)$$

где [E] – единичная матрица, у которой все элементы главной диагонали равны 1, остальные есть 0. Матрицы, удовлетворяющие условию (6.32), в математике называются **унитарными**.

Выясним, к чему приводит свойство унитарности матрицы  $[\tilde{S}]$  на примере недиссипативного четырехполюсника. Запишем исходную, транспонированную и комплексно-сопряженную матрицы, а также условие унитарности (6.32)

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{11} & \tilde{S}_{12} \\ \tilde{S}_{21} & \tilde{S}_{22} \end{bmatrix}, \quad [\tilde{S}]^T = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{11} & \tilde{S}_{21} \\ \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{22} \end{bmatrix}, \quad [\tilde{S}]^* = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{11}^* & \tilde{S}_{12}^* \\ \tilde{S}_{21}^* & \tilde{S}_{22}^* \end{bmatrix}$$

Раскрывая произведение матриц, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} |\tilde{S}_{11}|^2 + |\tilde{S}_{21}|^2 = 1 \\ |\tilde{S}_{12}|^2 + |\tilde{S}_{22}|^2 = 1 \\ \tilde{S}_{11} \cdot \tilde{S}_{12}^* + \tilde{S}_{21} \cdot \tilde{S}_{22}^* = 0 \\ \tilde{S}_{11}^* \cdot \tilde{S}_{12} + \tilde{S}_{21}^* \cdot \tilde{S}_{22} = 0 \end{cases} \quad (6.33)$$

Третье и четвертое уравнения в (6.33) тождественны, поэтому фактически имеем три независимых уравнения. Общее правило их составления можно сформулировать в виде:

1. Сумма квадратов модулей элементов каждого столбца унитарной матрицы равна 1.
2. Сумма произведений элементов одного столбца на комплексно-сопряженные элементы другого равна 0.

Нетрудно видеть, что первое правило отражает закон сохранения энергии для каждого входа многополюсника при условии согласования остальных плеч.

Действительно, представим, что на 1-ый вход 2N- полюсника падает мощность 1 Вт (рис.6.4), что соответствует  $|V_{1II}| = 1$ . Остальные плечи нагружены на свои согласованные нагрузки. Тогда очевидно

$$1 \text{ Вт} = |\tilde{S}_{11}|^2 + |\tilde{S}_{21}|^2 + \dots + |\tilde{S}_{M1}|^2,$$

т.е. сумма мощностей, уходящих от многополюсника волн, должна давать 1 Вт.

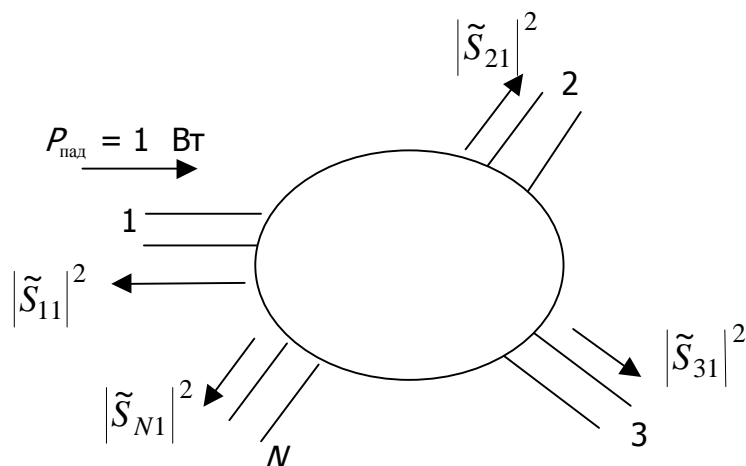


Рис.6.4

Свойство недиссипативности, так же как взаимности, в большинстве случаев является очевидным. Использование этих свойств в сочетании с использованием свойства симметрии многополюсника значительно облегчают задачу определения его матрицы  $[\tilde{S}]$ . Далее мы рассмотрим применение этих общих положений теории многополюсников для анализа конкретных устройств СВЧ, разделяя их по числу полюсов (входов).

## 6.6. Двух и четырехполюсники СВЧ

### Двухполюсники СВЧ.

Двухполюсники, т.е. устройства, имеющие один вход, являются оконечными нагрузками линий передач. Для описания их свойств достаточно одного параметра – сопротивления нагрузки  $Z_H$  и связанного с ним комплексного коэффициента отражения  $\Gamma$ , который играет роль матрицы рассеяния двухполюсника. Связанные с этим вопросы согласования с использованием диаграммы Вольперта были рассмотрены выше в главе 2 данного курса. В диапазоне СВЧ двухполюсниками являются различные нагрузки линий передач: согласованные нагрузки коаксиальные и волноводные, короткозамыкатели, детекторные секции и т.п. Передающие антенны для линий передачи являются нагрузками и, таким образом, также двухполюсниками. Описание волноводных, коаксиальных и полосковых короткозамыкателей и согласованных нагрузок можно найти в [2,4,5,6]

### Элементарные четырехполюсники СВЧ.

К четырехполюсникам СВЧ относятся многочисленные устройства:

- переходы с одной линии передачи на другую: волноводно – коаксиальные, волноводно – полосковые и т.п.;
- переходы между линиями одного типа, но разных размеров, так называемые, скачки волновых сопротивлений;
- фильтры;
- фазовращатели, аттенюаторы, вентили;
- согласующие устройства, рассмотренные в главе 2;
- резонаторы, включенные на проход.

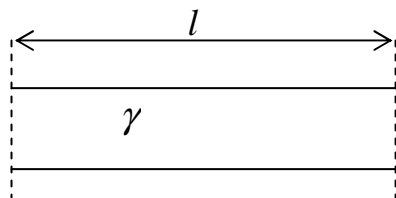
Усилители также являются четырехполюсниками, но активными. Здесь мы ограничимся лишь пассивными устройствами. Описание конструкций конкретных типов четырехполюсников можно найти в [2,3,4,5]. При анализе сложных устройств их обычно разделяют на простейшие элементы с известными матрицами  $[S]$  или  $[t]$ , по которым затем определяют общую (объединенную) матрицу рассеяния (метод декомпозиции, рассмотренный ниже, в разделе 6.9).

В зависимости от соотношения между коэффициентами  $\tilde{S}_{11}$  и  $\tilde{S}_{22}$ ,  $\tilde{S}_{12}$  и  $\tilde{S}_{21}$  могут быть различные типы четырехполюсников и их матриц рассеяния:

- если  $\tilde{S}_{12} = \tilde{S}_{21}$ , то четырехполюсник - взаимный, а матрица  $[\tilde{S}]$  - симметричная;
- если выполняются условия унитарности (6.33), то матрица – унитарная, а четырехполюсник - реактивный (без потерь);
- если  $\tilde{S}_{11} = \tilde{S}_{22}$  и  $\tilde{S}_{12} = \tilde{S}_{21}$  то четырехполюсник – симметричный;
- если  $\tilde{S}_{11} = -\tilde{S}_{22}$  и  $\tilde{S}_{12} = \tilde{S}_{21}$  то четырехполюсник – антисимметричный;
- если условия симметричности или антисимметричности не выполняются, то четырехполюсник – несимметричный.

Приведём матрицы  $[S]$  некоторых элементарных четырёхполюсников. Способ составления некоторых из них перенесен на практические занятия.

а) Отрезок линии передачи без потерь с вещественной постоянной распространения  $\gamma$  и длиной-  $l$

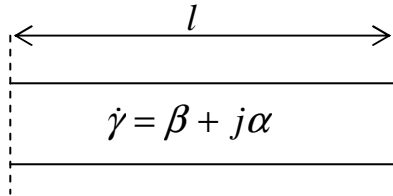


$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\gamma l} \\ e^{-j\gamma l} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

Четырехполюсник – взаимный, реактивный, симметричный. Матрица – симметричная, унитарная.

б) Отрезок линии передачи с потерями с комплексной постоянной распространения  $\dot{\gamma} = \beta + j\alpha$  и длиной-  $l$





$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\gamma l} \\ e^{-j\gamma l} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

Четырехполюсник – взаимный, диссипативный, симметричный. Матрица – симметричная, неунитарная.

в) Идеальный трансформатор с коэффициентом трансформации  $n$ ,  $Z_{B1}$  и  $Z_{B2}$  – волновые сопротивления входной и выходной линий передач

$$[\tilde{S}] = \frac{1}{Z_{B1} + n^2 Z_{B2}} \begin{bmatrix} n^2 Z_{B2} - Z_{B1} & 2n\sqrt{Z_{B1}Z_{B2}} \\ 2n\sqrt{Z_{B1}Z_{B2}} & Z_{B1} - n^2 Z_{B2} \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

The diagram shows an ideal transformer with a primary winding of  $n$  turns and a secondary winding of 1 turn. The characteristic impedances of the primary and secondary lines are  $Z_{B1}$  and  $Z_{B2}$  respectively.

Четырехполюсник – взаимный, реактивный, антисимметричный. Нормированная матрица – симметричная, унитарная.

Запишите ненормированную матрицу рассеяния и объясните причину того, что она стала несимметричной и неунитарной.

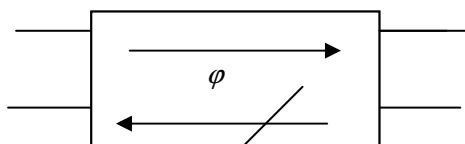
г) Идеальный вентиль – устройство, которое пропускает энергию без поглощения в одном направлении и полностью поглощает в другом.



$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ e^{-j\varphi} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Четырехполюсник – невзаимный, диссипативный, несимметричный. Матрица – несимметричная, неунитарная.  $\varphi$  – сдвиг фазы волны в прямом направлении.

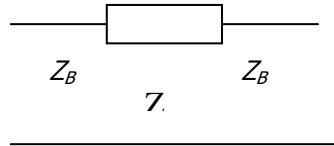
д) Идеальный невзаимный фазовращатель – устройство, создающее сдвиг по фазе между входным и выходным напряжением, зависящий от направления распространения волны.



$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\varphi_1} \\ e^{-j\varphi_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

Четырехполюсник – невзаимный, реактивный, несимметричный. Матрица – несимметричная, унитарная.

е) Сопротивление  $Z = R + jX$ , последовательно включенное в линию с волновым сопротивлением  $Z_B$ . Длина подводящих отрезков линий считается равной 0.

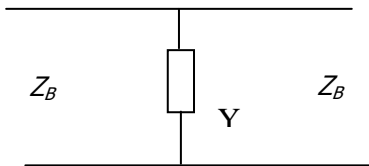


$$[S] = \frac{1}{2 + z'} \begin{bmatrix} z' & 2 \\ 2 & z' \end{bmatrix}, \quad (6.39)$$

где  $z' = \frac{Z}{Z_B}$  - нормированное к волновому сопротивлению линии сопротивление  $Z$ .

Четырехполюсник – взаимный, диссипативный при  $R \neq 0$  и реактивный при  $R = 0$ , симметричный. Матрица – симметричная, неунитарная при  $R \neq 0$  и унитарная при  $R = 0$ .

ж) Проводимость  $Y = G + jB$ , включенная параллельно в линию с волновым сопротивлением  $Z_B$ . Длина подводящих отрезков линии считается равной 0.



$$[S] = \frac{1}{2 + y'} \begin{bmatrix} -y' & 2 \\ 2 & -y' \end{bmatrix}, \quad (6.40)$$

где  $y' = Y \cdot Z_B$  - нормированная проводимость.

Четырехполюсник – взаимный, диссипативный при  $G \neq 0$  и реактивный при  $G = 0$ , симметричный. Матрица – симметричная, неунитарная при  $G \neq 0$  и унитарная при  $G = 0$ .

з) Скачок волнового сопротивления. Длины подводящих линий считаются равными 0.

$$[\tilde{S}] = \frac{1}{Z_{B1} + Z_{B2}} \begin{bmatrix} Z_{B2} - Z_{B1} & 2\sqrt{Z_{B1}Z_{B2}} \\ 2\sqrt{Z_{B1}Z_{B2}} & Z_{B1} - Z_{B2} \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

Обратите внимание на то, что в данном случае записана нормированная матрица рассеяния. В большинстве предыдущих случаев это не имело значения, т.к. волновые сопротивления плеч были одинаковы.

Четырехполюсник – взаимный, реактивный, антисимметричный. Матрица – симметричная, унитарная.

Проверьте самостоятельно унитарность матрицы  $[\tilde{S}]$  формулы (6.41). Перейдите к ненормированной матрице и проверьте условие унитарности для нее. Объясните полученный результат.

и) Взаимный реактивный (недиссипативный) четырехполюсник, согласно условиям унитарности и симметричности матрицы  $[\tilde{S}]$  ( $\tilde{S}_{12} = \tilde{S}_{21}$ ),

имеет матрицу  $[\tilde{S}]$ , содержащую всего три вещественных параметра. Она может быть представлена, например, в таком виде

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} \cos \tau \cdot e^{-j\varphi_1} & \sin \tau \cdot e^{-j\varphi_2} \\ \sin \tau \cdot e^{-j\varphi_2} & -\cos \tau \cdot e^{-j(2\varphi_2 - \varphi_1)} \end{bmatrix}, \quad (6.42)$$

где  $\tau$  - некоторый параметр, определяющий отношение коэффициентов отражения и передачи.

В зависимости от вида такого четырехполюсника возможны следующие варианты.

$$1) \quad \tau = 90^\circ, \quad [\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-j\varphi} \\ e^{-j\varphi} & 0 \end{bmatrix}.$$

Примером является отрезок линии передачи длиной  $l$ .

$$2) \quad \varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad [\tilde{S}] = \begin{bmatrix} \cos \tau & \sin \tau \\ \sin \tau & -\cos \tau \end{bmatrix} \quad - \text{соответствует скачку волновых сопротивлений.}$$

$$3) \quad \tilde{S}_{11} = \tilde{S}_{22} \quad \text{Из (6.42) следует, что } \varphi_1 = \pm\pi + 2\varphi_2 - \varphi_1, \quad \text{поскольку } -1 = e^{\pm j\pi}. \text{ Отсюда следует, что } \varphi_2 = \varphi_1 \pm \frac{\pi}{2}.$$

Если учесть, что  $e^{\pm j\pi/2} = \pm j$ , то это приводит к матрице вида

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} \cos \tau & \pm j \sin \tau \\ \pm j \sin \tau & \cos \tau \end{bmatrix} \cdot e^{-j\varphi_1}. \quad (6.43)$$

Знак плюс или минус перед  $S_{12}$  и  $S_{21}$  определяется конкретным типом четырехполюсника. В частности, такую матрицу  $[\tilde{S}]$  имеют последовательно включенные  $Z$  и параллельно включенные  $Y$ , при их чисто реактивном характере. Убедитесь самостоятельно, что при  $Z=jX$  справедливы соотношения

$$\cos \tau = \frac{X'}{\sqrt{4 + (X')^2}}; \quad \sin \tau = \frac{2}{\sqrt{4 + (X')^2}}; \quad \varphi_1 = \arctg(X'/2) - \pi/2,$$

при этом в формуле (6.43) следует брать знак плюс.

### Коэффициент отражения от нагруженного четырехполюсника

Определим коэффициент отражения от четырехполюсника с известной матрицей рассеяния, нагруженного на сопротивление  $Z_H$ .

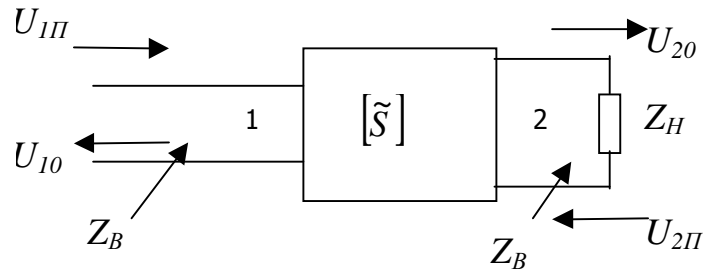


Рис. 6.5

Для упрощения будем считать волновые сопротивления линии передач на входах четырехполюсника одинаковыми. В этом случае нормированная и ненормированная матрицы совпадают. Определим коэффициент отражения от входа 1 ( $\Gamma$ ) с учетом сопротивления нагрузки  $Z_H$ . Запишем соотношения между  $[U_{П}]$  и  $[U_0]$  для четырехполюсника.

$$\begin{aligned} U_{10} &= S_{11}U_{1П} + S_{12}U_{2П}, \\ U_{20} &= S_{21}U_{1П} + S_{22}U_{2П}. \end{aligned} \quad (6.44)$$

Соотношения между  $U_{2П}$  и  $U_{20}$  определяются коэффициентом отражения от нагрузки  $\Gamma_H$ .

$$\Gamma_H = \frac{U_{2П}}{U_{20}} = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B}. \quad (6.45)$$

Здесь учтено, что отраженная волна для четырехполюсника является падающей для нагрузки и наоборот. Совместное решение (6.44) и (6.45) дает значение коэффициента отражения на входе 1 при наличии нагрузки в плече 2.

$$\Gamma = \frac{U_{10}}{U_{1П}} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_H}{1 - \Gamma_H S_{22}}. \quad (6.46)$$

Соотношение (6.46) используется при экспериментальном определении матрицы  $[S]$  четырехполюсника. Чтобы определить четыре элемента матрицы ( $S_{11}, S_{12}, S_{21}, S_{22}$ ) достаточно измерить четыре значения коэффициента отражения  $\Gamma$  при разных значениях  $\Gamma_H$ , соответствующих разным нагрузкам  $Z_H$ . В качестве нагрузок с известными значениями  $Z_H$  можно использовать короткозамкнутые отрезки разной длины.

Полученная система из четырех нелинейных уравнений может быть решена численно или графически (метод Дешана [4]).

Согласующие устройства в виде шлейфов и четвертьволновых трансформаторов могут рассматриваться как согласующие реактивные, взаимные четырехполюсники, включенные по схеме рис. 6.5. Соотношение (6.46) позволяет объяснить их работу с физической точки зрения. Действительно, выбирая матрицу  $[S]$  вида (6.43), т.е. предполагая согласующий четырехполюсник взаимным, реактивным и симметричным ( $S_{11} = S_{22}$ ), получим

$$S_{11} = S_{22} = \text{Cos}(\tau)e^{j\varphi_1},$$

$$S_{12} = S_{21} = j\text{Sin}(\tau)e^{j\varphi_1}.$$

Подставим эти значения в (6.46) и, полагая  $\Gamma = 0$ , приходим к соотношению

$$|S_{11}|e^{-j\varphi_1} = \Gamma_H = |\Gamma_H|e^{j\varphi_H}$$

Таким образом, согласующее устройство должно создавать отраженную волну (будучи нагруженным на согласованную нагрузку) с такой же амплитудой, как и в отраженной волне от нагрузки

$$|S_{11}| = |\Gamma_H|$$

и фазой противоположного знака

$$\varphi_{11} = -\varphi_H.$$

Другими словами, волны отраженные от нагрузки и от согласующего устройства должны взаимно компенсироваться. По этому принципу работают большинство реактивных согласующих устройств.

## 6.7. Шестиполюсники СВЧ

Шестиполюсником называется устройство, содержащее 3 входа (6 полюсов). Типичными примерами шестиполюсников являются, так называемые, тройники волноводные, коаксиальные и полосковые, которые будут рассмотрены ниже. Вначале докажем теорему, общую для шестиполюсников любых конструкций.

**Теорема:** Взаимный реактивный шестиполюсник не может быть согласован по всем входам с помощью реактивных согласующих устройств.

**Доказательство:** Предположим обратное, т.е. что с помощью включения реактивных согласующих устройств удалось добиться полного согласования по всем входам, что соответствует условию

$$\tilde{S}_{11} = \tilde{S}_{22} = \tilde{S}_{33} = 0.$$

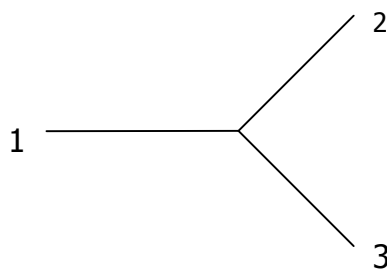


Рис.6.6

Запишем матрицу  $[\tilde{S}]$ , с учётом взаимности шестиполюсника

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{13} \\ \tilde{S}_{12} & 0 & \tilde{S}_{23} \\ \tilde{S}_{13} & \tilde{S}_{23} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

Поскольку шестиполюсник – недиссипативный (реактивный), то условие унитарности  $[\tilde{S}]$  дает

$$\tilde{S}_{13} \cdot \tilde{S}_{23}^* = 0 ; \quad \tilde{S}_{12} \cdot \tilde{S}_{23}^* = 0 ; \quad \tilde{S}_{12} \cdot \tilde{S}_{13}^* = 0.$$

Очевидно, что какие-то два коэффициента из трех ( $S_{12}$ ,  $S_{13}$ ,  $S_{23}$ ) должны быть равны 0. Пусть это будут  $S_{12}$  и  $S_{13}$ , но тогда не выполняется ещё одно условие унитарности

$$|\tilde{S}_{12}|^2 + |\tilde{S}_{13}|^2 = 1.$$

Таким образом, матрица вида (6.47) не может быть одновременно симметричной и унитарной, что и доказывает теорему.

У этой теоремы есть два важных для практики следствия.

**Следствие 1:** Согласование двух плеч во взаимном реактивном шестиполюснике превращает его во взаимный реактивный четырёхполюсник, т. к. передача энергии в несогласованное плечо отсутствует.

**Доказательство:** Пусть в матрице (6.47)  $\tilde{S}_{33} \neq 0$

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{13} \\ \tilde{S}_{12} & 0 & \tilde{S}_{23} \\ \tilde{S}_{13} & \tilde{S}_{23} & \tilde{S}_{33} \end{bmatrix}$$

Условие унитарности матрицы  $[\tilde{S}]$  приводит к уравнениям

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{13} \tilde{S}_{23}^* &= 0 \\ |\tilde{S}_{12}|^2 + |\tilde{S}_{13}|^2 &= 1 \\ |\tilde{S}_{12}|^2 + |\tilde{S}_{23}|^2 &= 1 \\ |\tilde{S}_{13}|^2 + |\tilde{S}_{23}|^2 + |\tilde{S}_{33}|^2 &= 1 \end{aligned}$$

Из первых трёх уравнений следует  $\tilde{S}_{13} = \tilde{S}_{23} = 0$  и  $|\tilde{S}_{12}| = 1$ . Тогда из последнего уравнения следует  $|\tilde{S}_{33}| = 1$ . Таким образом, матриц рассеяния принимает вид

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & e^{j\varphi_{12}} & 0 \\ e^{j\varphi_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\varphi_{33}} \end{bmatrix}$$

Поскольку  $|e^{j\alpha}| \equiv 1$  при любом  $\alpha$ , то из полученной матрицы следует, что если подавать энергию в первое плечо, то она полностью передаётся во второе ( $|\tilde{S}_{12}| = |\tilde{S}_{21}| = 1$ ) и не поступает в третье ( $\tilde{S}_{13} = \tilde{S}_{31} = 0$ ). То же со стороны второго плеча. Если же подать энергию в третье плечо, то она полностью отразится ( $|\tilde{S}_{33}| = 1$ ). Таким образом, если теорема утверждает, что согласование взаимного реактивного шестиполюсника по всем входам невозможно, то следствие 1 - что согласование двух входов хотя и возможно, но лишено смысла, т.к. несогласованный вход оказывается фактически отключенным от шестиполюсника.

**Следствие 2:** Согласованный по всем входам **невзаимный** реактивный шестиполюсник является идеальным циркулятором.

**Доказательство.** Если в условии теоремы отказаться от условия взаимности многополюсника, то он может быть согласован по всем входам. Запишем для этого случая матрицу рассеяния, учитывая, что  $\tilde{S}_{ik} \neq \tilde{S}_{ki}$

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{13} \\ \tilde{S}_{21} & 0 & \tilde{S}_{23} \\ \tilde{S}_{31} & \tilde{S}_{32} & 0 \end{bmatrix}$$

Условие унитарности матрицы приводит к уравнениям

$$\tilde{S}_{21} \cdot \tilde{S}_{23}^* = 0; \quad \tilde{S}_{31} \cdot \tilde{S}_{32}^* = 0; \quad \tilde{S}_{12} \cdot \tilde{S}_{13}^* = 0.$$

Пусть  $\tilde{S}_{21} = 0$ , тогда  $|\tilde{S}_{31}| = 1$ . Далее следует, что  $\tilde{S}_{32} = 0$  и  $|\tilde{S}_{12}| = 1$  и далее  $\tilde{S}_{13} = 0$ . Таким образом, получаем

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & e^{j\varphi_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\varphi_{23}} \\ e^{j\varphi_{31}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

Фазовые коэффициенты  $\varphi_{12}, \varphi_{23}, \varphi_{31}$  характеризуют сдвиг по фазе при прохождении волны внутри тройника. Чтобы проследить направления передачи энергии в таком устройстве, подадим её сначала в первое плечо, а остальные нагрузим согласованными нагрузками. Передача энергии будут определяться первым столбцом матрицы (6.48). Поскольку  $\tilde{S}_{11} = \tilde{S}_{21} = 0$  и  $|\tilde{S}_{31}| = 1$ , то энергия будет полностью поступать в плечо 3. Аналогичные рассуждения, а именно коэффициенты третьего столбца, показывают, что из третьего плеча энергия будет полностью поступать во второе, а из второго – в первое. Устройства с такими направлениями распространения энергии называются идеальными циркуляторами. Для своей работы они требуют наличия внутри их невзаимного элемента, например, намагниченного феррита. Примерами таких циркуляторов могут служить волноводные Y – циркуляторы, которые применяются для развязки генераторов и усилителей от нагрузки, в антенных коммутаторах и т.п.

### Волноводные шестиполюсники

Волноводные шестиполюсники строятся на основе прямоугольного волновода с волной основного типа ( $H_{10}$ ) и бывают двух типов: E и H – тройники (рис.6.7,а и б)

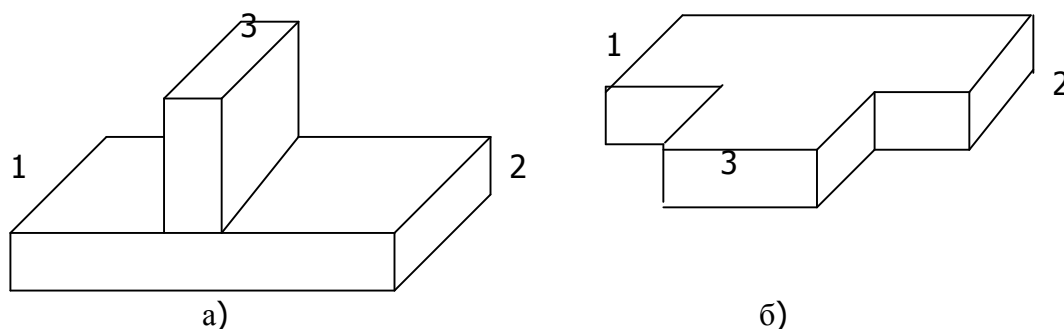


Рис. 6.7

Они представляют собой прямоугольный волновод сечением  $a \times b$ , к которому присоединен такой же волновод либо в плоскости вектора  $\vec{E}$  основного волновода - E- тройник (рис.6.7а), либо в плоскости  $\vec{H}$  – H- тройник (рисю 6.7б). Плечи 1 и 2 в них называются боковыми, а плечо 3- либо E- плечом, либо H- плечом. Предположим, что энергия подается в плечо 3. Картина линий вектора  $\vec{E}$  для фиксированного момента времени представлена схема-



точно на рис.6.8 в виде векторных стрелок, направление которых связано с электрическими зарядами на стенках волновода.

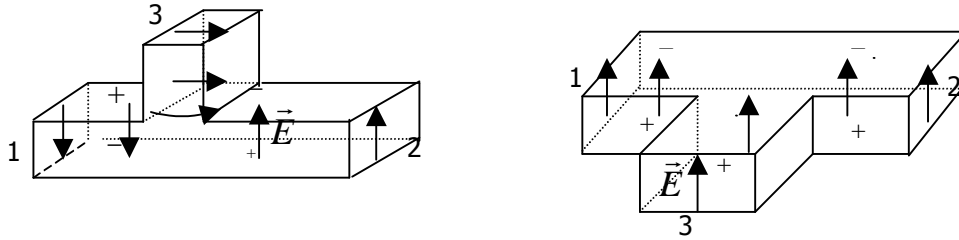


Рис. 6.8

Из рис.6.8 следует, что волны в боковых плечах E – тройника будут противофазными ( $S_{13} = -S_{23}$ ), а у H – тройника синфазными ( $S_{13} = S_{23}$ ). Поскольку боковые плечи тройников симметричны, то  $S_{11} = S_{22}$ . Таким образом, матрица  $[S]$  может быть представлена так:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{11} & -S_{13} \\ S_{13} & -S_{13} & S_{33} \end{bmatrix} \text{ - для E-тройника;}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} \end{bmatrix} \text{ - для H-тройника.} \quad (6.49)$$

Если эти тройники согласовать со стороны E или H плеч (обычно с помощью индуктивных диафрагм или штырей), то  $S_{33} = 0$  и значения остальных коэффициентов могут быть определены из условия унитарности матриц. В результате получим:

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \text{ - для E-тройника;} \quad (6.50)$$

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & -1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \text{ - для H-тройника} \quad (6.51)$$

Формулы (6.50) и (6.51) рекомендуется получить самостоятельно и убедиться в унитарности матриц. Согласованные и несогласованные E и H-тройники применяются для противофазного или синфазного деления мощности. Справедливо и обратное утверждение: если в боковые плечи E-тройника подать противофазные волны, то они поступят в плечо 3. Для H – тройника волны в боковых плечах должны быть синфазными, чтобы энергия полностью поступала в плечо 3.

### Коаксиальные и полосковые шестиполюсники (тройники)

Схематично такие тройники изображены на рис 6.9, в виде разветвления коаксиальной или полосковой линии передачи.

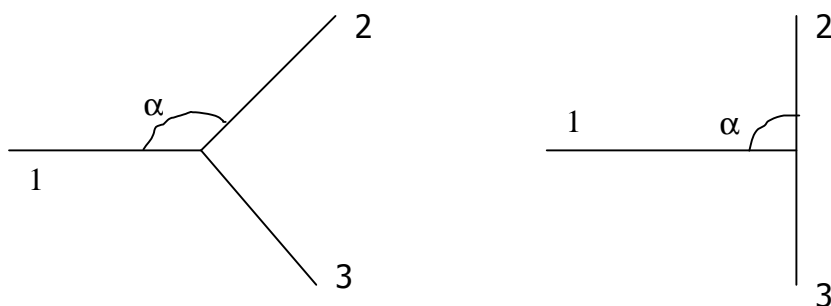


Рис. 6.9

Влияние угла  $\alpha$  между линиями передачи в приближении существования только Т- волн, может не учитываться. Реально он бывает равным  $120^\circ$  или  $90^\circ$ . На достаточно высоких частотах в местах сочленения линий возникают высшие типы волн, которые могут быть учтены введением в эквивалентную схему дополнительных L и С, зависящих от значений угла  $\alpha$  [8]. Если  $Z_B$  всех линий передачи одинаковы, то матрица  $[S]$  будет иметь вид:

$$[S] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}. \quad (6.52)$$

Вывод формулы (6.52), а также получение матрицы  $[\tilde{S}]$  при различных  $Z_B$  линий в плечах тройника, отнесены на практическое занятие. В частности, согласовав одно плечо тройника и выбирая разные  $Z_B$  в других плечах, можно составить согласованный по входу делитель мощности с заданным значением коэффициента деления (рис 6.10)

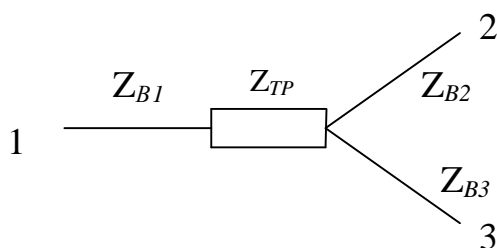


Рис. 6.10

В качестве согласующего устройства можно применить четвертьволновый трансформатор в виде отрезка линии с волновым сопротивлением  $Z_{TP}$  и

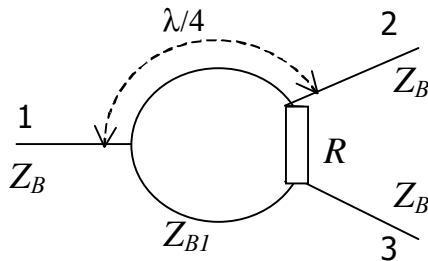
длиной  $l = \lambda/4$ . Запишем матрицу  $[\tilde{S}]$  такого делителя через её компоненты, при этом будем в дальнейшем опускать букву "в" в обозначениях волновых сопротивлений и обозначать для краткости  $Z_{B1}$  как  $Z_1$ ,  $Z_{B2}$  как  $Z_2$  и т.д.

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{11} &= 0; & \tilde{S}_{12} &= \tilde{S}_{21} = \sqrt{\frac{Z_3}{Z_2 + Z_3}}; & \tilde{S}_{13} &= \tilde{S}_{31} = \sqrt{\frac{Z_2}{Z_2 + Z_3}}; \\ \tilde{S}_{22} &= \frac{-Z_2}{Z_2 + Z_3}; & \tilde{S}_{23} &= \tilde{S}_{32} = \frac{\sqrt{Z_2 Z_3}}{Z_2 + Z_3}; & \tilde{S}_{33} &= \frac{-Z_3}{Z_2 + Z_3}; \\ Z_{TP} &= \sqrt{\frac{Z_1 Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}}; & n &= \frac{P_2}{P_3} = \frac{Z_3}{Z_2}. \end{aligned} \quad (6.53)$$

Здесь  $n$  является коэффициентом деления по мощности между плечами 2 и 3.

Данное устройство является идеальным делителем, но не сумматором сигналов. Поскольку  $\tilde{S}_{22}$  и  $\tilde{S}_{33}$  не равны нулю, то при подаче сигналов в плечи 2 и 3 в них будут существовать отражённые волны. Кроме того, так как  $\tilde{S}_{23}$  также не равен нулю, то плечи 2 и 3 не развязаны и сигналы из плеча 2 будут переходить в плечо 3 и обратно. Как было выяснено выше, согласование плеч 2 и 3 не имеет смысла, т.к. в плечо 1 сигналы вообще поступать не будут (следствие 1).

Для того чтобы сделать делитель – сумматор, согласованный по всем входам с развязанными плечами 2 и 3, приходится отказаться от условия унитарности матрицы  $[\tilde{S}]$ , вводя в тройник диссипативный элемент – резистор. Схема такого делителя мощности пополам и сумматора приведена на рис. 6.11.



$$\begin{aligned} Z_{B1} &= Z_B \sqrt{2} \\ R &= 2 Z_B \end{aligned} \quad (3.54)$$

Рис 6.11

На центральной частоте его матрица  $[\tilde{S}]$  имеет вид

$$-[\tilde{S}] = \frac{-j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

Некоторым усложнением схемы (добавлением четвертьволнового трансформатора и подбором  $Z_B$  линий) можно получить делитель с любым коэффициентом деления и сумматор [4,5,6]. Сопротивление  $R$  в этих схемах

обеспечивает взаимную развязку плеч 2 и 3. По форме центрального проводника такой делитель в литературе называется кольцевым, хотя его форма не имеет принципиального значения.

Тройники, изображенные на рис. 6.10 и 6.11, особенно удобны в микрополосковом исполнении, где величина  $Z_B$  легко регулируется изменением ширины центрального проводника.

## 6.8. Восьмиполюсники СВЧ

### Теорема и определения для восьмиполюсников

Как и в случае шестиполюсников докажем важную теорему.

**Теорема:** Взаимный, реактивный восьмиполюсник, согласованный по всем входам, является идеальным направленным ответвителем (НО).

#### Доказательство.

Предположим, что условия теоремы выполнены. Запишем матрицу такого восьмиполюсника.

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{13} & \tilde{S}_{14} \\ \tilde{S}_{12} & 0 & \tilde{S}_{23} & \tilde{S}_{24} \\ \tilde{S}_{13} & \tilde{S}_{23} & 0 & \tilde{S}_{34} \\ \tilde{S}_{14} & \tilde{S}_{24} & \tilde{S}_{34} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

Доказательство будет сводиться к утверждению, что хотя бы еще один элемент в каждом столбце  $[\tilde{S}]$ , кроме диагональных, должен быть равен 0. Так как нумерация плеч восьмиполюсника произвольная, то докажем это для первых двух столбцов. Запишем условие унитарности для первого столбца

$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}_{13}\tilde{S}_{23}^* + \tilde{S}_{14}\tilde{S}_{24}^* &= 0 \\ \tilde{S}_{12}\tilde{S}_{23}^* + \tilde{S}_{14}\tilde{S}_{34}^* &= 0 \\ \tilde{S}_{12}\tilde{S}_{24}^* + \tilde{S}_{13}\tilde{S}_{34}^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6.56)$$

Первые два уравнения из (6.56) можно рассматривать как однородную систему относительно неизвестных  $\tilde{S}_{23}^*$  и  $\tilde{S}_{24}^*$ . Если они не равны нулю, то должен быть равен нулю определитель системы, что вместе с третьим уравнением (6.56) снова дает однородную систему из двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}_{13}\tilde{S}_{34}^* - \tilde{S}_{12}\tilde{S}_{24}^* &= 0 \\ \tilde{S}_{13}\tilde{S}_{34}^* + \tilde{S}_{12}\tilde{S}_{24}^* &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Из нее однозначно следует, что

$$\tilde{S}_{13}\tilde{S}_{34}^* = 0 \quad \text{и} \quad \tilde{S}_{12}\tilde{S}_{24}^* = 0.$$

Таким образом, из предположения что  $\tilde{S}_{14}$  и  $\tilde{S}_{23} \neq 0$ , следует, что должны быть равны 0 какие-то из элементов  $\tilde{S}_{13}, \tilde{S}_{34}, \tilde{S}_{12}, \tilde{S}_{24}$ . При этом возможен вариант, когда в каждом столбце только один элемент не равен 0, тогда по

свойству унитарности  $[\tilde{S}]$  его модуль должен быть равен единице и матрица принимает вид:

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & e^{j\varphi_{12}} & 0 & 0 \\ e^{j\varphi_{12}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{j\varphi_{34}} \\ 0 & 0 & e^{j\varphi_{34}} & 0 \end{bmatrix} \quad (6.57)$$

Устройство с такой матрицей  $[\tilde{S}]$  не представляет практического интереса, т.к. является объединением двух независимых четырехполюсников со входами 1 – 2 и 3 – 4.

Таким образом, условия теоремы приводят к матрицам  $[\tilde{S}]$ , в которых в каждом столбце есть два нулевых элемента. Меняя нумерацию входов, матрице  $[\tilde{S}]$  всегда можно придать, например, такой вид

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S_{13} & S_{14} \\ 0 & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & 0 \\ S_{14} & S_{24} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.58)$$

Покажем, что  $[\tilde{S}]$  вида (6.58) определяет идеальный НО. Примем нумерацию входов, изображенную на рис. 6.12

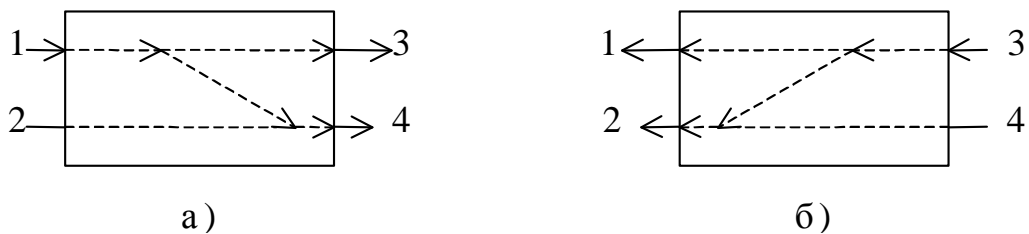


Рис.6.12

Подадим энергию на вход 1 (рис.6.12,а). Согласно ( 6.58 ) она будет проходить в плечи 3 и 4 пропорционально  $|S_{13}|^2$  и  $|S_{14}|^2$ . Если же подать энергию на вход 3 (рис.6.12,б), то она пройдет в первое плечо ( $|S_{13}|^2$ ) и во второе ( $|S_{23}|^2$ ). Таким образом, при обмене энергией входов 1и 3, она будет ответвляться либо в плечо 4, либо в плечо 2, в зависимости от направления движения энергии между плечами 1 и 3. Сам термин “ направленный ответвитель” хорошо отражает это свойство. В данном НО плечи 1 – 2 и 3 – 4 являются полностью развязанными, т.е. между ними отсутствует обмен энергией (конечно, при условии согласования входов).

Теорема доказана.

**Определение:** НО с равным делением мощности ( $|\tilde{S}_{13}| = |\tilde{S}_{14}|$  и  $|\tilde{S}_{23}| = |\tilde{S}_{24}|$  для нумерации плеч рис. 6.12) называется **мостом**.

Из этой теоремы также имеются следствия.

**Следствие 1.** Направленный ответвитель, имеющий две плоскости симметрии, является квадратурным направленным ответвителем.

Рассмотрим НО, имеющий 2 плоскости симметрии (рис. 6.13), изображенные пунктиром. Будем считать НО идеальным, т.е. имеющим матрицу рассеяния типа (6.58).

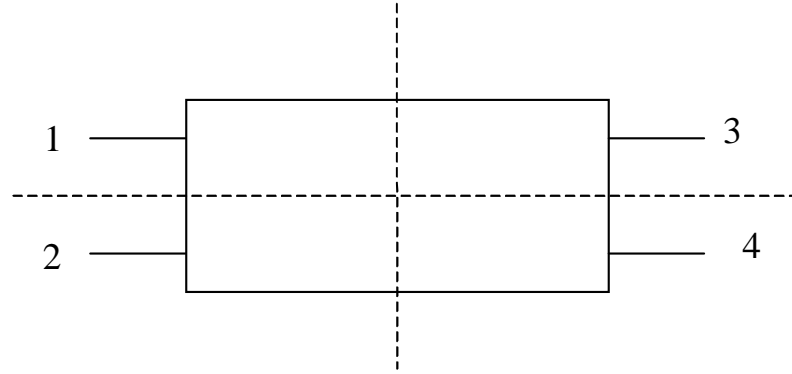


Рис. 6.13

Это означает, что НО полностью симметричен, т.е.  $\tilde{S}_{13} = \tilde{S}_{24}$ ,  $\tilde{S}_{12} = \tilde{S}_{34}$ ,  $\tilde{S}_{14} = \tilde{S}_{23}$ . Тогда, матрица рассеяния примет вид:

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \tilde{S}_{13} & \tilde{S}_{14} \\ 0 & 0 & \tilde{S}_{14} & \tilde{S}_{13} \\ \tilde{S}_{13} & \tilde{S}_{14} & 0 & 0 \\ \tilde{S}_{14} & \tilde{S}_{13} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

Условие унитарности дает

$$\tilde{S}_{13}\tilde{S}_{14}^* + \tilde{S}_{14}\tilde{S}_{13}^* = 0$$

или

$$\tilde{S}_{13}\tilde{S}_{14}^* + (\tilde{S}_{13}\tilde{S}_{14}^*)^* = 0$$

Последнее возможно, если произведение  $\tilde{S}_{13}\tilde{S}_{14}^*$  является чисто мнимой величиной. Если представить коэффициенты матрицы рассеяния в виде модуля и фазового множителя

$$\tilde{S}_{13} = |\tilde{S}_{13}|e^{j\varphi_{13}} \text{ и } \tilde{S}_{14}^* = |\tilde{S}_{14}|e^{-j\varphi_{14}},$$

$$\text{то } \operatorname{Re}|\tilde{S}_{13}||\tilde{S}_{14}|e^{j(\varphi_{13}-\varphi_{14})} = 0 \quad \text{или} \quad \varphi_{13} - \varphi_{14} = \pm \frac{\pi}{2}.$$

Таким образом, фазы сигналов, прошедших из 1 плеча в 3 и 4, отличаются на  $\pm 90^\circ$ . Такие НО называется **квадратурными**.

Поскольку  $|\tilde{S}_{13}|^2 + |\tilde{S}_{14}|^2 = 1$ , то удобно представить  $\tilde{S}_{13}$  и  $\tilde{S}_{14}$  в виде

$$\tilde{S}_{13} = \cos \tau \cdot e^{j\varphi_{13}} \quad \text{и} \quad \tilde{S}_{14} = \pm j \sin \tau \cdot e^{j\varphi_{14}},$$

где  $\tau$  - параметр, определяющий модули коэффициентов, знак + или - зависит от вида конкретного устройства.

Матрице  $[\tilde{S}]$  квадратурного идеального НО можно, таким образом, придать вид:

$$[\tilde{S}] = e^{j\varphi_{13}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos \tau & \pm j \sin \tau \\ 0 & 0 & \pm j \sin \tau & \cos \tau \\ \cos \tau & \pm j \sin \tau & 0 & 0 \\ \pm j \sin \tau & \cos \tau & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.60)$$

**Следствие 2.** Идеальный НО, имеющий только одну плоскость симметрии, является синфазно-противофазным НО.

Пусть это будет горизонтальная плоскость на рис.6.13. Тогда  $\tilde{S}_{13} = \tilde{S}_{24}$ , но  $\tilde{S}_{14} \neq \tilde{S}_{23}$ . Условия унитарности

$$\tilde{S}_{13} \tilde{S}_{14}^* + \tilde{S}_{14} \tilde{S}_{13}^* = 0$$

$$|\tilde{S}_{13}|^2 + |\tilde{S}_{23}|^2 = 1$$

$$|\tilde{S}_{14}|^2 + |\tilde{S}_{13}|^2 = 1$$

выполняются при

$$\tilde{S}_{13} = \cos \tau \cdot e^{j\varphi_{13}}, \quad \tilde{S}_{14} = \sin \tau \cdot e^{j\varphi_{14}}, \quad \tilde{S}_{23} = -\sin \tau \cdot e^{j(2\varphi_{13} - \varphi_{14})}.$$

В результате матрица  $[\tilde{S}]$  принимает вид:

$$[\tilde{S}] = e^{j\varphi_{13}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos \tau & \sin \tau \cdot e^{j\Delta\varphi} \\ 0 & 0 & -\sin \tau \cdot e^{-j\Delta\varphi} & \cos \tau \\ \cos \tau & -\sin \tau \cdot e^{-j\Delta\varphi} & 0 & 0 \\ \sin \tau \cdot e^{j\Delta\varphi} & \cos \tau & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.61)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi_{14} - \varphi_{13}$ .

Полезно самостоятельно убедиться в унитарности данной матрицы. Свойства НО с такой матрицей наглядно проявляются для мостов, у которых  $\tau = 45^\circ$  и  $\Delta\varphi = 0$ . Выбором положения плоскостей отсчетов можно добиться, чтобы  $\varphi_{13} = 0$ . Тогда

$$[\tilde{S}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.62)$$

Подадим на его развязанные между собой входы, например 1 и 2, сигналы  $V_{1П}$  и  $V_{2П}$  и найдем выходные сигналы.

$$[V_0] = [\tilde{S}] \cdot [V_{П}],$$

где  $[V_{П}] = \begin{bmatrix} V_{1П} \\ V_{2П} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ . В результате получим  $V_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ V_{1П} - V_{2П} \\ V_{1П} + V_{2П} \end{bmatrix}$ .

Таким образом, в плече 4 имеем сумму сигналов  $V_{40} = \frac{1}{\sqrt{2}} (V_{1П} + V_{2П})$ , т.е. их синфазное сложение, а в плече 3 – их разность, т.е. их противофазное сложение. Это объясняет название таких НО, как синфазно-противофазные или суммарно-разностные.

### **Параметры реальных НО**

*Реальные НО не могут иметь матрицу идеального НО по нескольким причинам:*

- Наличие тепловых потерь в проводниках и диэлектрике. На практике этими потерями обычно можно пренебречь.
- Неидеальность согласования входов НО. Особенно эта причина проявляется в диапазоне частот.

Таким образом, реальные НО имеют матрицы рассеяния с отличными от нуля коэффициентами. Будем придерживаться нумерации плеч рис.6.13 и считать линию между входами 1-3 первичной, а линию между входами 2-4 вторичной. Подадим на вход 1 сигнал с амплитудой  $V_{1П}$ . НО характеризуются следующими параметрами:

- Ослабление в прямом направлении  $\frac{1}{|\tilde{S}_{13}|}$  или в децибелах

$$C_{13}, \text{дБ} = 10 \lg \left( \frac{P_1}{P_3} \right) = -20 \lg (|\tilde{S}_{13}|).$$

- Переходное ослабление  $\frac{1}{|\tilde{S}_{14}|}$  или в децибелах

$$C_{14}, \text{дБ} = 10 \lg \left( \frac{P_1}{P_4} \right) = -20 \lg (|\tilde{S}_{14}|).$$



- Развязка  $\frac{1}{|\tilde{S}_{12}|}$  или в децибелах

$$C_{12}, \text{дБ} = 10 \lg \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = -20 \lg (|\tilde{S}_{12}|).$$

- Направленность в децибелах

$$C_{24}, \text{дБ} = 10 \lg \left( \frac{P_4}{P_2} \right) = C_{12}, \text{дБ} - C_{14}, \text{дБ}.$$

- КСВ на входе НО при согласованных плечах

$$КСВ = \frac{1 + |\tilde{S}_{11}|}{1 - |\tilde{S}_{11}|}.$$

- Коэффициент деления по мощности

$$m = \frac{P_3}{P_4} = \frac{|\tilde{S}_{13}|^2}{|\tilde{S}_{14}|^2}.$$

При  $m=1$  или  $C_{13}=C_{14}=3\text{дБ}$  НО называется **мостом**. В этом случае мощность между плечами 3 и 4 делится поровну.

НО и мосты по своей конструкции и принципу действия отличаются большим разнообразием. Ниже мы рассмотрим основные из них.

### Волноводные НО и мосты

1) **Двухдырочный НО** представляет собой два прямоугольных волновода, соединенных по узкой стенке, в которой сделаны два круглых отверстия радиусом  $R$  на расстоянии  $l$  друг от друга. Волноводы работают на волне основного типа –  $H_{10}$ .

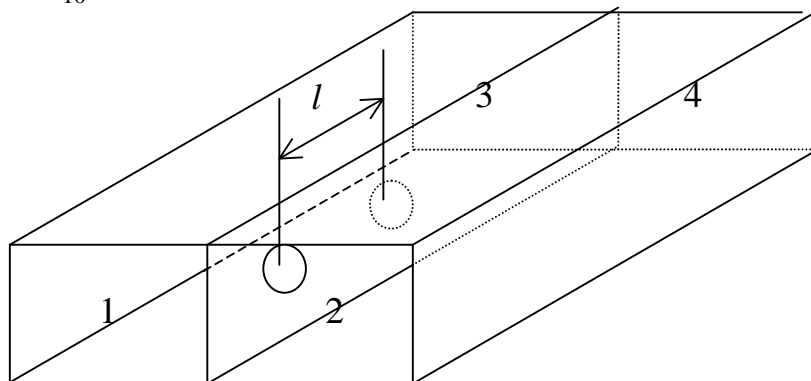


Рис.6.14

Изобразим упрощенно вид сверху на этот НО (Рис.6.15). Волна, поступающая в плечо 1, своим магнитным полем возбуждает через отверстия связи

волны в соседнем волноводе, распространяющиеся от каждого отверстия в обе стороны. В плече 4 эти волны складываются в фазе независимо от расстояния  $l$ , поскольку расстояния из плеча 1 в плечо 4 одинаковы для обеих волн. Чтобы в плече 2 волны скомпенсировали друг друга необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$l = \frac{\lambda_B}{4} (2n - 1),$$

где  $n=1,2,\dots$ , т.к. при этом разность фаз между ними составит нечетное число  $\pi$ , т.е. волны будут противофазны.

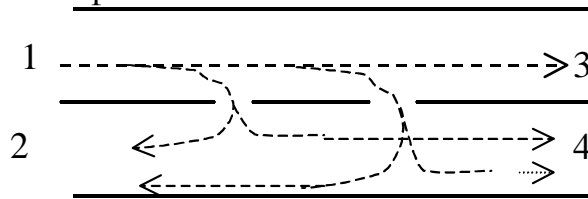


Рис.6.15

Поскольку размеры отверстий должны быть достаточно малыми, чтобы амплитуды волн в плече 2 были почти одинаковыми, то переходное ослабление такого НО не может быть малым и составляет, как правило, 15-20 дБ.

2) **Многодырочный НО** по конструкции аналогичен двухдырочному, но число отверстий увеличено. Этим достигается расширение рабочей полосы частот и уменьшение переходного ослабления. Расстояние между отверстиями и их число подбираются так, чтобы волны от всех отверстий в плече 2 взаимно компенсировали друг друга. Схема векторного сложения полей от отдельных отверстий в плече 2 показана на рис. 6.16.

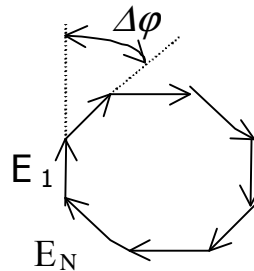


Рис. 6.16

Вектора развернуты друг относительно друга на угол  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_B} \cdot 2l$ ,

где  $\lambda_B$  - длина волны в волноводе,  $l$  - расстояние между соседними отверстиями. Полная компенсация полей в плече 2 соответствует условию  $N \cdot \Delta\varphi = 2\pi$  и общая длина участка с отверстиями составляет при этом  $Nl = \frac{\lambda_B}{2}$ . На практике размеры отверстий обычно увеличивают к середине НО для уменьшения отражений и расширения полосы частот. В литературе

[2] описан такой НО с переходным ослаблением 10 дБ, направленностью 35дБ в диапазоне частот стандартного волновода ( $f_{\max}/f_{\min} \approx 1.6$ ).

### 3) Ответвитель Бете.

Предыдущие НО использовали для связи между волноводами только магнитное поле и поэтому необходимо было иметь как минимум два отверстия. Если использовать также связь за счет электрического поля, то направленность ответвления можно получить и с одним отверстием. Ответвитель Бете представляет собой два прямоугольных волновода, соединенных между собой по широкой стенке, в центре которой имеется круглое отверстие (рис 6.17).

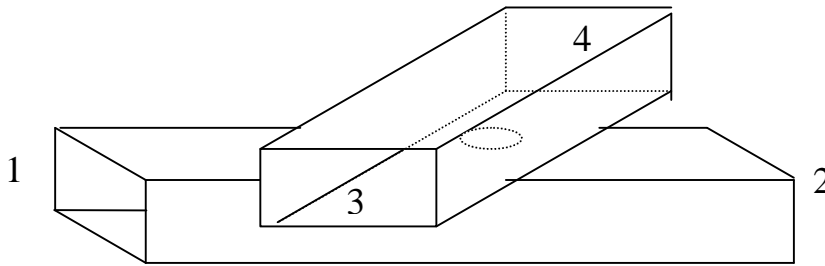


Рис.6.17

Волноводы соединены под углом  $\alpha \approx 60^\circ$  между их осями. Предположим, что к генератору подключено плечо 1. Электрическое поле волны, распространяющейся по нижнему волноводу 1-2, проникает через отверстие в верхний волновод и возбуждает в нем волны, распространяющиеся в плечи 3 и 4 с картинами полей  $E$  (сплошные линии) и  $H$  (пунктир), показанными на рис. 6.18,а.

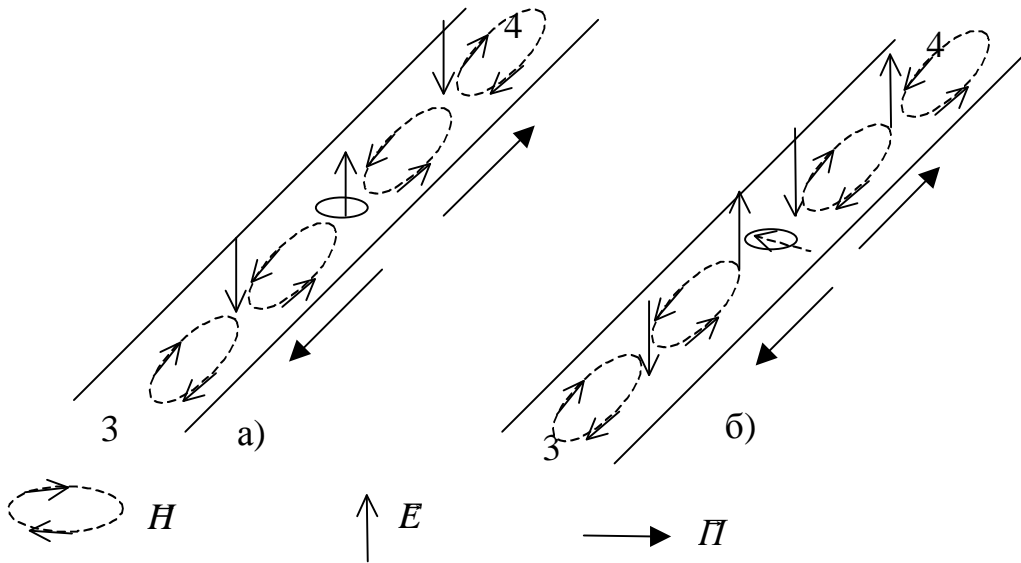


Рис.6.18

Направление векторов  $E$  на отверстиях в нижнем и верхнем волноводах совпадают, а направление вектора  $H$  выбирается таким, чтобы волны в верхнем волноводе расходились в разные стороны от отверстия. Это соответствует векторам Пойнтинга, показанным на рисунке стрелками. Повторяя аналогичные рассуждения при возбуждении за счет магнитного поля, приходим к картине полей на рис. 6.18,б. Совмещая два рисунка, видим, что в плече 3 поля складываются, а в плече 4 вычитаются. Разворот волнопроводов на угол  $\alpha$  обеспечивает равенство амплитуд полей в верхнем волноводе, возбуждаемых полями  $E$  и  $H$  нижнего волновода и, таким образом, полную развязку плеч 1 и 4. Ответвитель Бете является квадратурным НО с достаточно большим переходным ослаблением (15-20 дБ).

#### 4) Волноводно-щелевой мост.

Волноводно-щелевой мост представляет собой два одинаковых волновода, соединенных по узкой стенке, часть которой удалена, образуя щель длиной  $l$  (область связи).

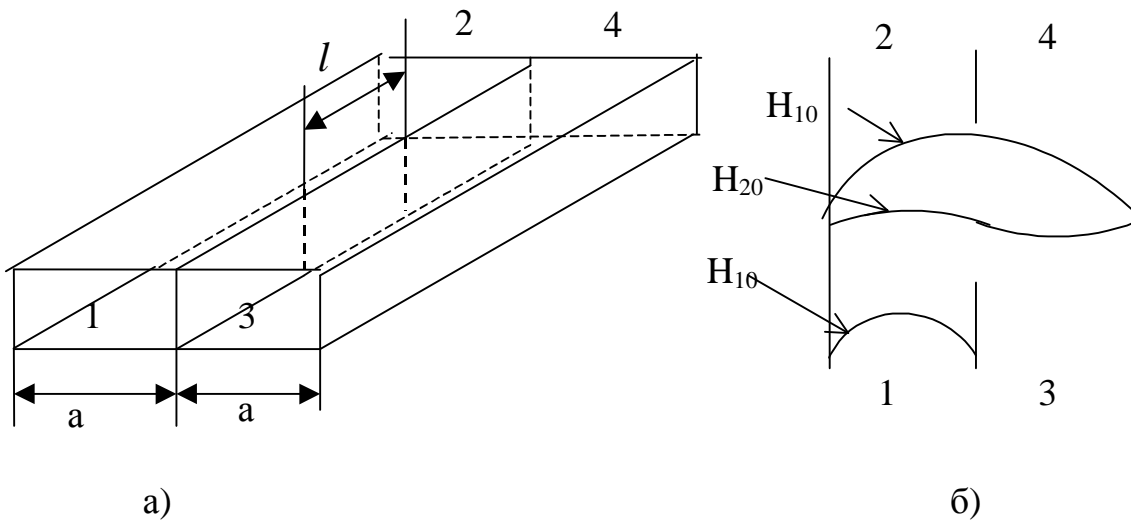


Рис.6.19

Волноводы рассчитаны на работу на волне  $H_{10}$ . Волна, поступившая в плечо 1, достигает области связи и возбуждает в ней две волны –  $H_{10}$  и  $H_{20}$ , поскольку на участке щели расстояние между боковыми стенками равно  $2a$  и волна  $H_{20}$  становится распространяющейся. Распределение амплитуды вектора  $E$  по поперечному сечению показано на рис. 6.19,б. Фазовые скорости волн  $H_{10}$  и  $H_{20}$  различны, поскольку различаются их критические длины волн

$$V_{\phi}^{H_{10}} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/4a)^2}}, \quad V_{\phi}^{H_{20}} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}}, \quad (6.63)$$

где  $\lambda$  - длина волны в свободном пространстве,  $a$  - размер широкой стенки волновода.

На длине области связи это приводит к фазовому сдвигу волн  $H_{10}$  и  $H_{20}$ .

$$\Delta\varphi = \omega \cdot \left( \frac{1}{V_{\phi}^{H_{20}}} - \frac{1}{V_{\phi}^{H_{10}}} \right) \cdot l, \quad (6.64)$$

где  $\omega$  - круговая частота волны.

В плечах 2 и 4 эти волны области связи возбуждают волны типа  $H_{10}$ , причем фазы полей, возбуждаемых волной  $H_{10}$ , одинаковы, а волной  $H_{20}$  - отличаются на  $180^\circ$ . На рис. 6.20 приведена векторная диаграмма полей в плечах 2 и 4, где  $E_2$  и  $E_4$  - результирующие поля в этих плечах.

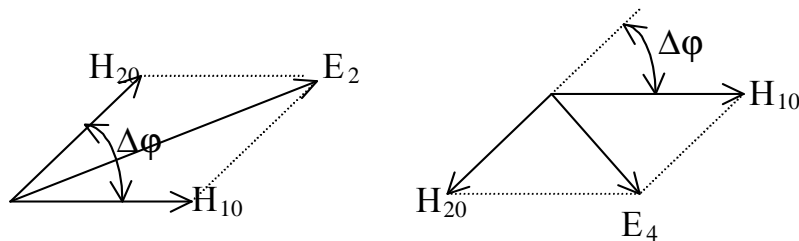


Рис.6.20

Соотношение между амплитудами полей  $E_2$  и  $E_4$  зависит от фазового угла  $\Delta\varphi$ , который определяется отношением  $l/\lambda$ . При  $\Delta\varphi=90^\circ$  амплитуды полей  $E_2$  и  $E_4$  равны, а фазовый угол между ними равен  $90^\circ$ , т.е. устройство ведет себя как квадратурный мост. Для согласования плеч в середину щели обычно вводят регулировочный винт.

#### 5) Двойной тройник.

Двойной тройник представляет собой соединение E и H - волноводных тройников.

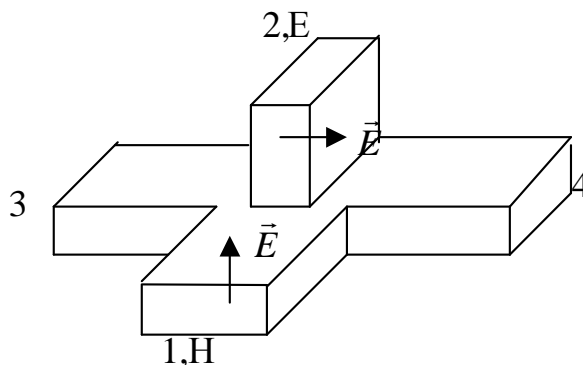


Рис. 6.21

Плечи 1 и 2 обычно называют H и E-плечами, плечи 3 и 4 - боковыми. Двойной тройник имеет одну плоскость симметрии и согласно следствию 2 должен быть суммарно-разностным НО при условии согласования его

плеч. Но даже и без согласования, двойной тройник обладает замечательным свойством: развязкой плеч Е и Н. Это объясняется взаимной ориентацией векторов Е в этих плечах, как показано на рис. 6.21. Таким образом, в двойном тройнике во всем рабочем диапазоне частот

$$S_{12} = S_{21} = 0.$$

При записи матрицы рассеяния учтем симметрию боковых плеч, а также свойства Е и Н-тройников.

$$S_{33} = S_{44}, \quad S_{13} = S_{14}, \quad S_{24} = -S_{23}.$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & 0 & S_{13} & S_{13} \\ 0 & S_{22} & S_{23} & -S_{23} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ S_{13} & -S_{23} & S_{34} & S_{33} \end{bmatrix} \quad (6.65)$$

В результате матрица рассеяния согласованного двойного тройника будет иметь вид:

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.66)$$

Поскольку плечи двойного тройника не согласованы, то он не удовлетворяет условиям теоремы об идеальном НО и таковым не является. Но даже и в таком виде он находит широкое применение, обладая свойствами Е и Н-тройников (делить мощность синфазно и противофазно) и развязкой Е и Н-плеч. Последнее свойство позволяет складывать сигналы от разных источников, обеспечивая при этом их развязку.

Плечи Е и Н двойного тройника могут быть согласованы независимо друг от друга с помощью индуктивного штыря в Н-плече и индуктивной диафрагмы в Е-плече. Оказывается, что при этом автоматически оказываются согласованными и развязанными и боковые плечи. Действительно, если в матрице (6.65) положить  $S_{11} = S_{22} = 0$ , то по свойству унитарности

$$S_{13} = S_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad S_{33} = S_{34} = 0.$$

### ***Коаксиальные и полосковые НО и мосты***

*В основном, рассматриваемые ниже устройства применяются в микрополосковом исполнении, как конструктивно более удобном и легко позволяющим изменять волновое сопротивление линий.*

1) *Двухшлейфный НО и квадратный мост.*

Топология (вид сверху на центральный проводник микрополосковой линии) двухшлейфного НО приведена на рис.6.22.

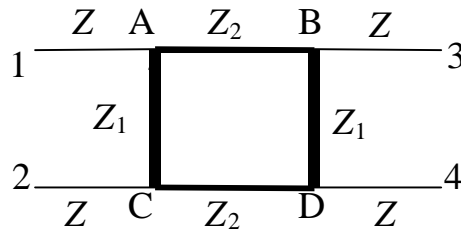
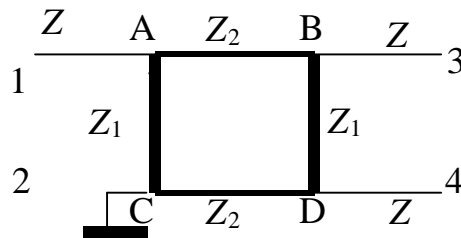


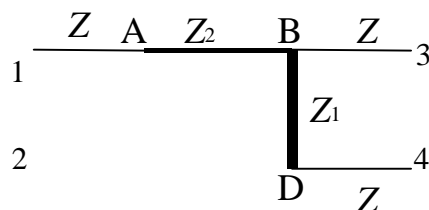
Рис. 6.22

Между двумя линиями с волновым сопротивлением  $Z$  включены два шлейфа с волновым сопротивлением  $Z_1$ , на участке между шлейфами волновое сопротивление линий –  $Z_2$ . Длины шлейфов и отрезков между ними равны  $\lambda/4$ , где  $\lambda$ -длина волны в линии передачи.

Для того чтобы данное устройство было идеальным НО, оно должно быть согласованным. Для этого нужно соответствующим образом выбрать волновые сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$ . Допустим, что согласование выполнено. Тогда две пары плеч должны быть развязаны. Пусть это будут плечи 1 и 2, 3 и 4. Подадим энергию в плечо 1. В плечо 2 энергия поступать не будет и напряжение в точке С относительно земли будет равно нулю. Это позволяет заземлить точку С без изменения напряжений в других плечах.



Отрезки АС и СD являются четвертьволновыми короткозамкнутыми отрезками, их входное сопротивление равно бесконечности, поэтому их можно исключить из схемы.



В точке В параллельно соединены сопротивления:  $Z$  и сопротивление отрезка ВD, нагруженного на сопротивление  $Z$ . Отрезок ВD трансформирует сопротивление  $Z$  во входное сопротивление в точке В по формуле четвертьволнового трансформатора

$$Z_{BD} = \frac{Z_1^2}{Z}. \quad (6.67)$$

В результате приходим к следующей эквивалентной схеме

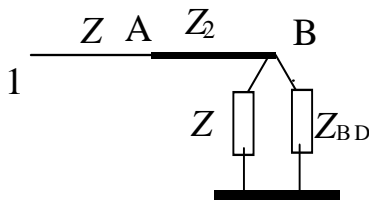


Рис.6.23

Параллельное соединение сопротивлений в точке В дает

$$Z_B = \frac{Z_1^2 \cdot Z}{Z_1^2 + Z^2}.$$

Применяя формулу четвертьволнового трансформатора к отрезку АВ, получим входное сопротивление в точке А

$$Z_A = \frac{Z_2^2}{Z_B} = \frac{Z_2^2 (Z_1^2 + Z^2)}{Z_1^2 \cdot Z}.$$

Для согласования необходимо, чтобы сопротивление в точке А было равно волновому сопротивлению подводящих линий  $Z$ . Это дает следующее условие согласования

$$\frac{1}{Z_2^2} = \frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z^2}. \quad (6.68)$$

Дополнительное условие для определения  $Z_1$  и  $Z_2$  можно получить из требуемого коэффициента деления мощности между плечами 3 и 4. Пусть  $P_3 = m \cdot P_4$ . Мощности  $P_3$  и  $P_4$  можно выразить через напряжение в точке В (рис.6.23)

$$P_3 = \frac{|U_B|^2}{2Z} \quad \text{и} \quad P_4 = \frac{|U_B|^2}{2Z_{BD}}, \quad \text{так что}$$

$$m = \frac{Z_{BD}}{Z} = \frac{Z_1^2}{Z^2}. \quad (6.69)$$

Из соотношений (6.68) и (6.69) можно определить  $Z_1$  и  $Z_2$  по заданным  $Z$  и  $m$  и таким образом рассчитать НО с любым заданным коэффициентом деления мощности. При  $m=1$  получим квадратурный мост, для него



$$Z_1 = Z; \quad Z_2 = \frac{Z}{\sqrt{2}}. \quad (6.70)$$

Недостатком таких НО и мостов является их узкополосность, связанная с длиной отрезков равной  $\lambda/4$ . При изменении частоты нарушается условие согласования (6.68), а значит и развязка соответствующих плеч. Для расширения полосы частот применяют три и более шлейфов.

## 2) Кольцевой мост (гибридное кольцо)

Вид сверху на кольцевой мост в микрополосковом исполнении приведен на рис.6.24.

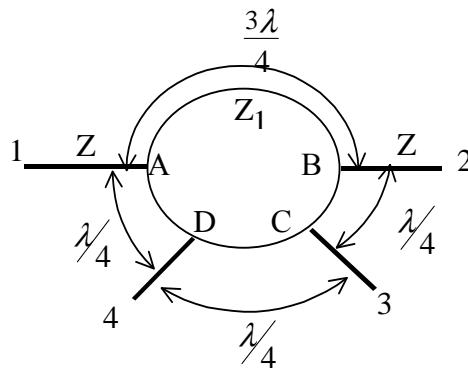
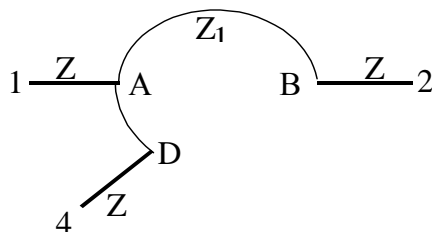


Рис.6.24

Мост представляет кольцо общей длиной  $3\lambda/2$  с волновым сопротивлением  $Z_1$ , к которому присоединяются линии с волновым сопротивлением  $Z$ . Согласование плеч осуществляется выбором отношения  $Z_1/Z$ . Будем считать, что согласование достигнуто. Развязанными будут плечи 1 и 3, 2 и 4, поскольку разность длин отрезков между ними по противоположным сторонам кольца составляет  $\lambda/2$ , что составляет  $180^\circ$  по фазе. Подадим сигнал в плечо 1. Поскольку в плечо 3 энергия не поступает, замкнем его на землю. Четвертьволновые короткозамкнутые отрезки BC и CD имеют бесконечно большое входное сопротивление и могут быть исключены из рассмотрения. В результате приходим к схеме



Отрезки AB и AD имеют длину  $3\lambda/4$  и  $\lambda/4$  и трансформируют сопротивления по формуле четвертьволнового трансформатора. Входное сопротивление в т. А будет

$$Z_A = \frac{Z_1^2}{2Z}.$$

Для согласования необходимо, чтобы  $Z_A=Z$ . Отсюда получаем условие согласования кольцевого моста

$$Z_1 = \sqrt{2} \cdot Z. \quad (6.71)$$

Обладая только одной плоскостью симметрии, кольцевой мост является синфазно-противофазным и имеет матрицу рассеяния такую же как у согласованного двойного тройника (6.66), умноженную на  $j = e^{j\pi/2}$  из-за длин отрезков, кратных  $\lambda / 4$ . Для нумерации плеч, принятой на рис.6.24, матрица рассеяния будет иметь вид

$$[S] = \frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.72)$$

### 3) *Направленные ответвители на связанных линиях передачи.*

Схема устройства НО на связанных линиях передачи приведена на рис. 6.25.

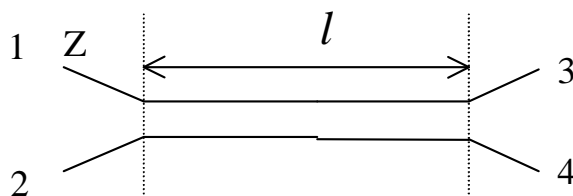


Рис.6.25

На некотором участке длиной  $l$  две линии передачи, коаксиальные или полосковые, сближаются настолько, что между ними появляется заметная электромагнитная связь по электрическим и магнитным полям или, что то же, через распределенные взаимные емкости и индуктивности. Вне участка  $l$  взаимодействием линий можно пренебречь. Как и в предыдущих случаях, для превращения этого устройства в идеальный НО необходимо выполнить согласование плеч.

Анализ таких НО обычно проводят методом синфазного и противофазного возбуждения. Подадим на вход 1 сигнал с  $U_{1П}=1В$ , остальные плечи нагружены на согласованные нагрузки, равные волновому сопротивлению подводящих линий  $Z$ . Представим  $U_{1П}$  как сумму напряжений двух режимов: синфазного и противофазного

$$U_{1\Pi} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

При синфазном возбуждении на входы 1 и 2 подаются одинаковые напряжения с амплитудами 0.5 В, при противофазном – противофазные с такой же амплитудой, но противоположных знаков. Синфазное возбуждение соответствует подключению генератора между соединенными между собой линиями и землей. При противофазном – между линиями симметрично по отношению к земле. Картины полей  $E$  и  $H$  для этих случаев показана на рис.6.26.

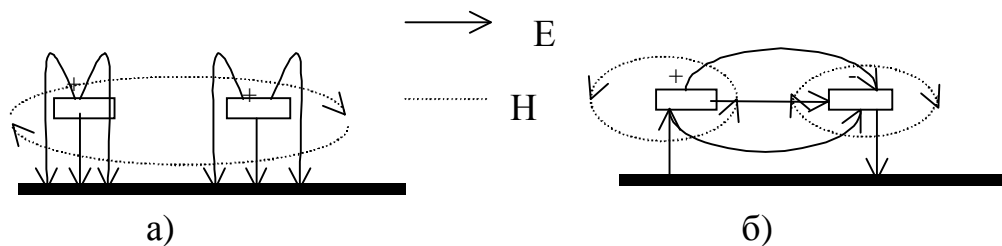


Рис. 6.26

Волна при синфазном возбуждении называется также четной (рис.6.26,а), при противофазном – нечетной (рис.6.26,б). Будем считать, что четная и нечетная волны являются Т-волнами с одинаковыми фазовыми скоростями, но с разными волновыми сопротивлениями  $Z_{ev}$  и  $Z_{od}$ . (от английских слов even-четный, odd-нечетный). Можно показать, что

$$Z_{ev} = \sqrt{\frac{L_1 + M_1}{C_1}}; \quad Z_{od} = \sqrt{\frac{L_1 - M_1}{C_1 + 2C_{12}}},$$

где  $L_1, C_1$ , – погонные индуктивности и емкости одиночных линий,

$M_1, C_{12}$  – погонные взаимные индуктивности и емкости линий на участке связи.

Поскольку  $Z = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$ , то всегда  $Z_{ev} > Z > Z_{od}$ .

Для четной и нечетной волн восьмиполюсник представляет собой два разных четырехполюсника со своими матрицами рассеяния  $[S_{ev}]$ ,  $[S_{od}]$ . Как и входной сигнал в плече 1, выходные сигналы в плечах 2,3,4 можно представить в виде комбинации сигналов четной и нечетной волн. Таким образом,

$$\begin{aligned}
 U_{1II} &= 0.5 + 0.5 \\
 U_{10} &= 0.5(S_{11}^{ev} + S_{11}^{od}) & U_{30} &= 0.5(S_{12}^{ev} + S_{12}^{od}) \\
 U_{20} &= 0.5(S_{11}^{ev} - S_{11}^{od}) & U_{30} &= 0.5(S_{12}^{ev} - S_{12}^{od})
 \end{aligned} \tag{6.73}$$

где  $S_{11}^{ev,od}, S_{12}^{ev,od}$  - элементы матриц  $[S_{ev}], [S_{od}]$  для соответствующих четырехполюсников. Каждый четырехполюсник содержит 3 элемента: два скачка волновых сопротивлений и отрезок линии передачи.

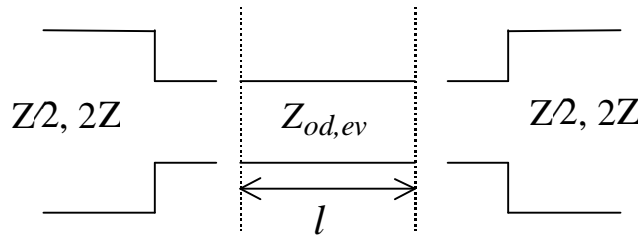


Рис.6.27

Волновые сопротивления подводящих линий различны для четной и нечетной волн. При синфазном возбуждении входные линии включены параллельно и их волновое сопротивление равно  $Z/2$ , при противофазном – линии включены последовательно и их волновое сопротивление равно  $2Z$ .

Для определения матриц  $[S_{ev}], [S_{od}]$  нужно от матриц рассеяния элементов на рис.6.27 перейти к матрицам передачи, их перемножить и перейти снова к матрицам рассеяния. Опуская эти выкладки, приведем выражения для элементов матриц  $[S_{ev}], [S_{od}]$ .

$$\begin{aligned}
 S_{11}^{ev,od} &= 2j\Gamma^{ev,od} \frac{\sin(\epsilon \cdot l)}{1 - (\Gamma^{ev,od})^2 e^{-j2\epsilon \cdot l}} e^{-j\epsilon \cdot l} \\
 S_{12}^{ev,od} &= \frac{1 - (\Gamma^{ev,od})^2}{1 - (\Gamma^{ev,od})^2 e^{-j2\beta \cdot l}} e^{-j\beta \cdot l},
 \end{aligned} \tag{6.74}$$

где

$$\Gamma^{ev} = \frac{Z_{ev} - Z/2}{Z_{ev} + Z/2} \quad \text{и} \quad \Gamma^{od} = \frac{Z_{od} - 2Z}{Z_{od} + 2Z} \quad - \text{коэффициенты отражения от скачка волновых сопротивлений для четной и нечетной волн;}$$

$\beta$  – постоянная распространения для Т-волн в линиях передачи.

Для согласования восьмиполюсника необходимо, чтобы  $U_{10}=0$ . Для этого, согласно (6.73), достаточно чтобы выполнялось

$$S_{11}^{ev} = -S_{11}^{od} \quad \text{и} \quad \Gamma^{ev} = -\Gamma^{od}.$$

Отсюда следует условие согласования

$$Z = \sqrt{Z^{ev} \cdot Z^{od}}. \tag{6.75}$$

Из условия  $\Gamma^{ev} = -\Gamma^{od}$ , также следует, что  $S_{12}^{ev} = S_{12}^{od}$  и  $U_{40}=0$ .

Таким образом, согласование плеча 1 привело к развязке плеч 1 и 4, что и следовало ожидать из теоремы о НО. Для остальных коэффициентов матрицы рассеяния восьмиполюсника из (6.73) получим

$$S_{12} = S_{11}^{ev} \quad \text{и} \quad S_{13} = S_{12}^{ev}.$$

Подставляя выражения из (6.73) и проводя несложные преобразования, получим

$$S_{12} = \frac{jk_c \cdot \sin(\beta \cdot l)}{\sqrt{1 - k_c^2} \cos(\beta \cdot l) + j \sin(\beta \cdot l)}$$

$$S_{13} = \frac{\sqrt{1 - k_c^2}}{\sqrt{1 - k_c^2} \cos(\beta \cdot l) + j \sin(\beta \cdot l)}$$
(6.76)

где  $k_c = \frac{2\Gamma^{ev}}{1 + (\Gamma^{ev})^2} = \frac{4Z^{ev} - Z}{4Z^{ev} + Z}$  - так называемый коэффициент связи, определяющий максимальное значение переходного ослабления  $S_{12}$  при  $l = \lambda/4$  или что то же при  $\beta \cdot l = 90^\circ$ . Зависимость модулей переходного ослабления  $S_{12}$  и прямых потерь  $S_{13}$  от отношения  $l/\lambda$  приведена на рис.6.28.

Переходное сопротивление  $S_{12}$  для НО такого типа обычно составляет 10 – 20 дБ и в основном определяется минимальным зазором между линиями на участке связи.

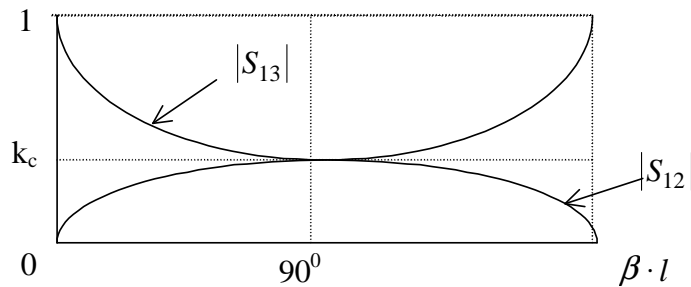


Рис.6.28

Для уменьшения переходного ослабления и изготовления мостов применяют тандемное включение двух НО (рис.6.29).

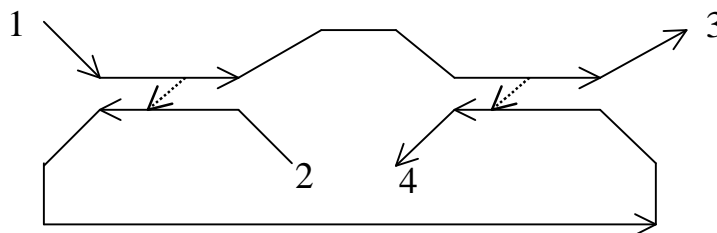


Рис.6.29

На рисунке стрелками показаны направления движения энергии при питании устройства со стороны 1-го плеча. В микрополосковом исполнении такие тандемные НО позволяют понизить переходное ослабление до 3 дБ, т.е. превратить НО в мост.

Отметим некоторые особенности НО на связанных линиях:

- Поскольку такой НО обладает двумя плоскостями симметрии, то он является квадратурным НО. Об этом также свидетельствует мнимая единица ( $j$ ) в выражении для  $S_{12}$  в (6.76).

- Определение  $Z^{ev}$  и  $Z^{od}$  является достаточно сложной электродинамической задачей и сводится к расчету емкостей в системе проводников, поскольку для линий передач с Т-волнами справедливо соотношение

$$Z_B = \frac{1}{V_\phi C_1},$$

где  $V_\phi$  и  $C_1$  - фазовая скорость и погонная емкость в линии передачи .

Для микрополосковых линий имеются таблицы и графики для расчета волновых сопротивлений четных и нечетных волн по геометрическим размерам проводников и параметрам диэлектрика [5,8].

- НО на связанных линиях являются достаточно широкополосными, поскольку условие согласования (6.75), в приближении существования в линиях только Т-волн, не зависит от частоты. На высоких частотах (гигагерцы) приходится учитывать, что волна в микрополосковой линии не является строго Т-волной (квази-Т волна). Это приводит к неравенству фазовых скоростей четной и нечетной волн, что ухудшает работу НО. Для выравнивания скоростей применяются специальные меры [5].

- НО на связанных линиях всегда являются противонаправленными, т.е. ответвление энергии во вторичной линии 2-4 противоположно по направлению распространению волны в первичной линии 1-3 (рис.6.30).

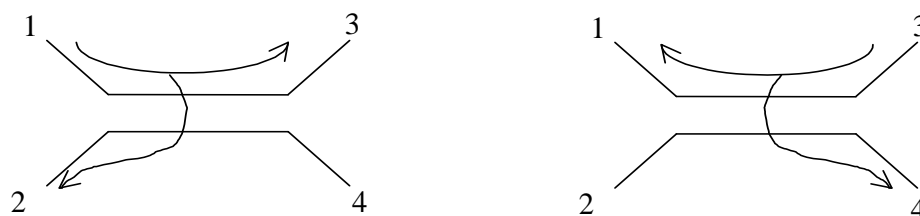


Рис.6.30

Это свойство НО на связанных линиях можно физически объяснить, если рассмотреть отдельно электрическую и магнитную связь линий (рис.6.31)

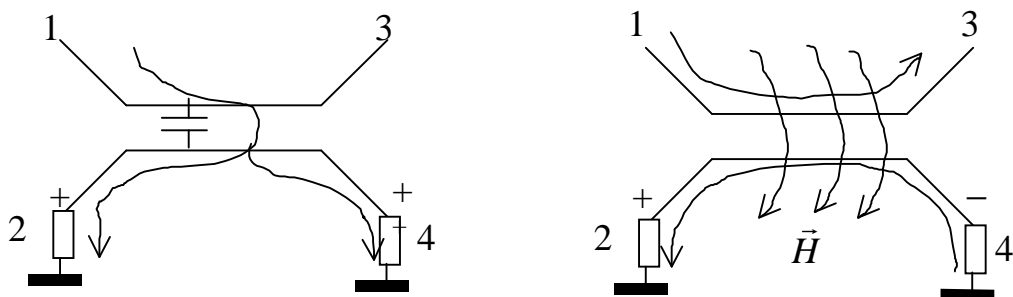
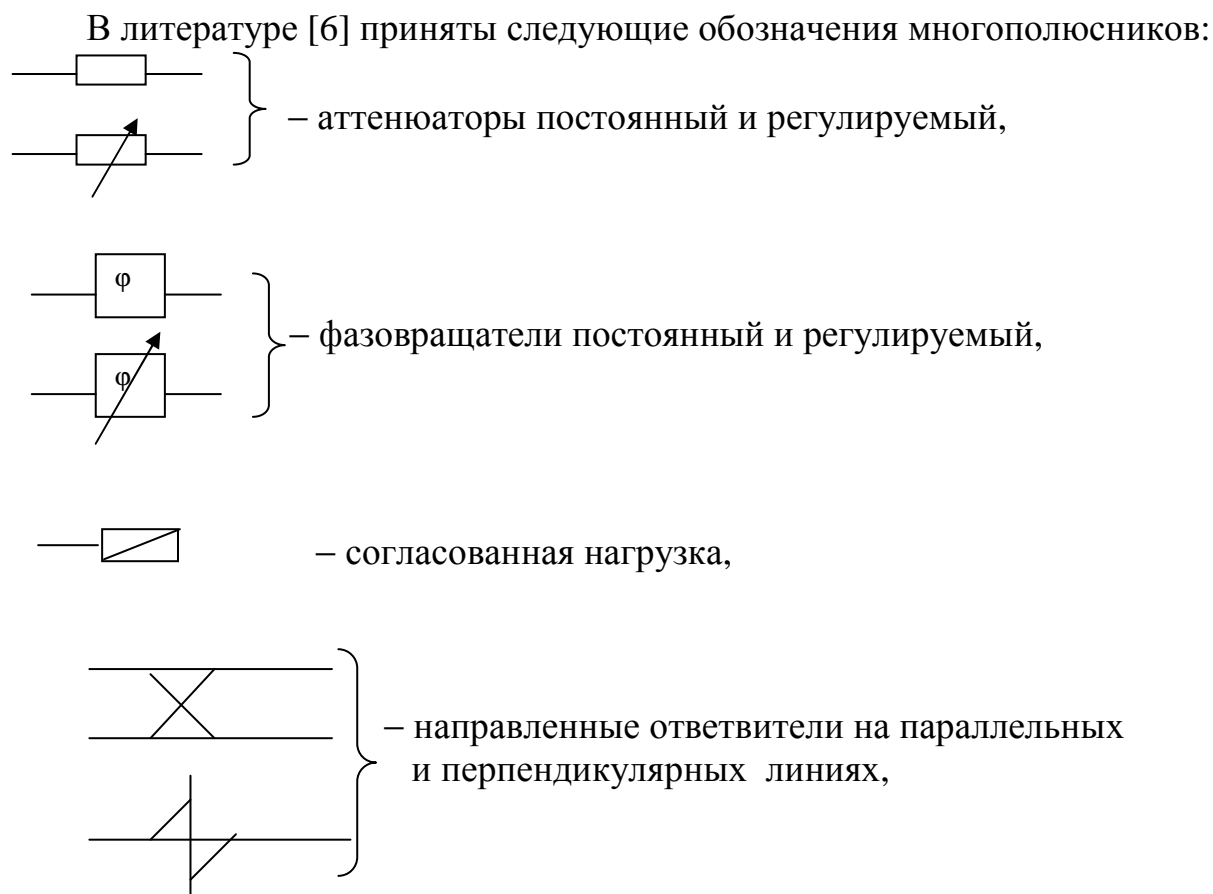
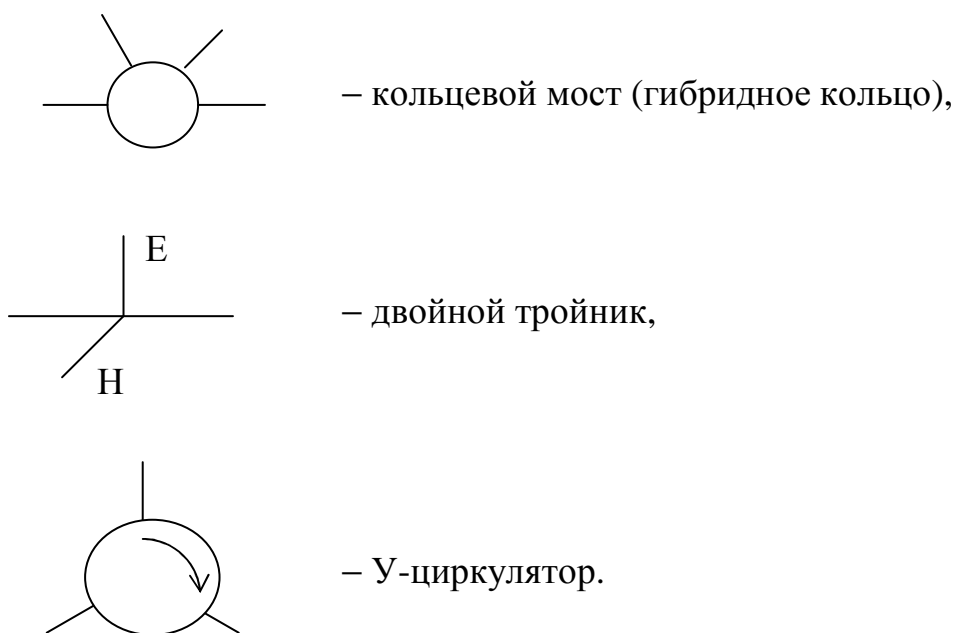


Рис.6.31

За счет наличия взаимной емкости во вторичной линии протекают токи, создающие одинаковые напряжения на обоих концах вторичной линии. За счет взаимной связи по магнитному полю во вторичной линии индуцируется ток противоположного направления (правило Ленца) и напряжения противоположного знака на концах линии. В плече 2 напряжения за счет электрической и магнитной связей складываются, а в плече 4 – вычитаются. При согласовании плеч по условию (6.75) выравниваются наводимые напряжения за счет электрической и магнитной связей и связанные линии становятся идеальным НО.

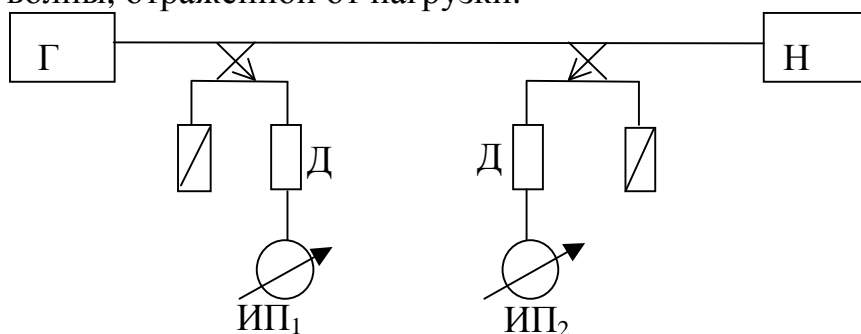
### 6. Условные обозначения многополюсников на электрических схемах





### 3.8.6. Применение НО и мостов

1) **Рефлектометр** представляет собой два НО, включенных последовательно и навстречу друг другу (рис.6.32). На рисунке на направленных ответвителях стрелками показаны направления ответвления энергии. Первый к генератору НО производит ответвление части падающей волны, которая регистрируется на измерительном приборе ИП<sub>1</sub>. Второй НО ответвляет часть энергии волны, отраженной от нагрузки.



Г - генератор, Н – нагрузка, Д-детекторная секция, ИП-измерительный прибор, например микроамперметр.

**Рис.6.32**



После калибровки по нагрузке с известным коэффициентом отражения, рефлектометр позволяет определять модуль коэффициента отражения любых нагрузок по отношению показаний приборов ИП<sub>1</sub> и ИП<sub>2</sub>. Рефлектометры часто применяются для согласования нагрузок по минимуму показаний прибора ИП<sub>2</sub>. Конечно, рефлектометр можно сделать и на одном направленном ответвителе, однако, в этом случае переотражения от детекторов будут вносить ошибку в измерение модуля коэффициента от нагрузки.

2) **Схема сравнения нагрузок.** При поточном производстве каких-либо двухполюсников СВЧ, например нагрузок, антенн и т.п., необходимо контролировать их качество путем сравнения с эталоном. Для этого можно использовать синфазно-противофазные мосты: двойной тройник или кольцевой мост.

На рис. 6.33 изображен двойной тройник, не обязательно согласованный, в боковые плечи которого включены эталонная и исследуемая нагрузки.

В Н-плечо включен генератор (Г), в Е-плечо – измерительный прибор (ИП), например детекторная секция и микроамперметр.

От генератора через плечо 1 в плечи 3 и 4 поступают синфазные волны. Если сопротивления в боковых плечах одинаковы, то отраженные от них волны будут также синфазными и в плечо Е энергия не поступит. В общем случае, уровень сигнала в Е-плече пропорционален разности коэффициентов отражения от нагрузок или  $|Z_H - Z_Э|$ . Если в качестве эталонной нагрузки использовать согласованную нагрузку, то, добиваясь минимума показаний прибора в Е-плече можно контролировать процесс согласования.

3) **Антенный коммутатор** автоматически переключает антенну с передачи на прием, т.е. с выхода генератора на вход приемника. Обычно такое устройство применяется в радиолокационных станциях.

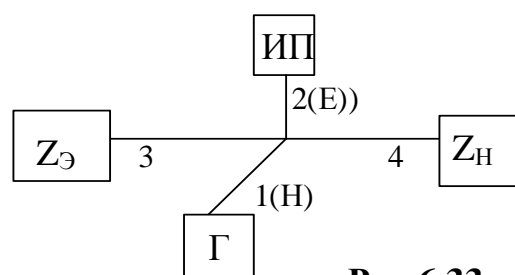


Рис.6.33

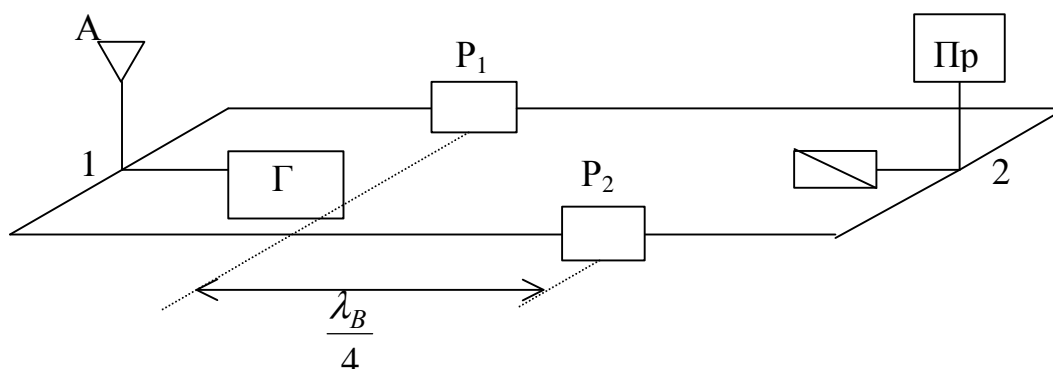


Рис. 6.34

Антенный коммутатор, изображенный на рис.6.34, состоит из двух двойных тройников, боковые плечи которых соединены волноводами, с

включенными в них газовыми разрядниками  $P_1$  и  $P_2$ . Разрядники разнесены по длине волноводов на расстояние  $\lambda_B/4$ . В Н-плечо тройника 1 включен генератор, в Е-плечо – антенна. В Н-плечо тройника 2 включена согласованная нагрузка, в Е-плечо – приемник. Во время работы генератора в разрядниках возникает электрический разряд, который замыкает волноводы и вызывает полное отражение от них. Из Н-плеча тройника -1 сигналы от генератора поступают в волноводы в фазе друг другу, а после отражения от разрядников, за счет разнесения их на  $\lambda_B/4$ , возвращаются к тройнику в противофазе и поступают в Е-плечо и в антенну, где излучаются. Отраженный от цели сигнал поступает на антенну, во время паузы в работе генератора. Разрядники в это время не “горят” и не оказывают влияния на прохождение сигнала. Из Е-плеча тройника-1 сигналы в противофазе поступают в боковые плечи и по ним в Е-плечо тройника-2 и в приемник. Согласованная нагрузка в Н-плече тройника –2 поглощает волны, прошедшие через разрядники во время генерации. В данной схеме применена двойная развязка генератора и приемника:

- за счет работы разрядников;
- за счет включения их в развязанные плечи двойных тройников.

4) **Балансный фазовый детектор и смеситель** строятся по единой схеме рис.6.35. Схема состоит из синфазно-противофазного моста, в боковые плечи которого включены детекторные секции  $D_1$  и  $D_2$ , низкочастотные сигналы с которых ( $V_3$  и  $V_4$ ) поступают на УО – устройство обработки, осуществляющее вычитание сигналов, например, это может быть дифференциальный усилитель.

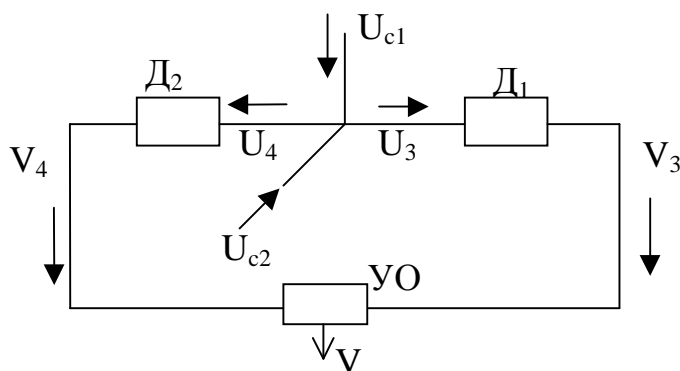


Рис.6.35

В Е и Н плечи двойного тройника подаются высокочастотные сигналы с напряжениями  $U_{c1}$  и  $U_{c2}$ , в боковых плечах тройника сигналы  $U_{c3}$  и  $U_{c4}$  представляют сумму и разность входных сигналов. После детектирования низкочастотные сигналы  $V_3$  и  $V_4$  вычитаются в УО и образуют выходной сигнал  $V$ .

Пусть в Е и Н плечи моста поступают сигналы

$$U_{c1} = U_{10}e^{j(\varpi_1 t + \varphi_1)} \quad \text{и} \quad U_{c2} = U_{20}e^{j(\varpi_2 t + \varphi_2)}.$$

Будем считать мост идеальным с матрицей  $[S]$  типа (6.66), а детекторные секции – согласованными. Тогда, в боковых плечах будем иметь сумму и разность входных сигналов

$$U_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_{c1} + U_{c2}) \quad \text{и} \quad U_4 = \frac{1}{\sqrt{2}}(U_{c1} - U_{c2}).$$

Далее рассмотрим отдельно работу фазового детектора и смесителя.

**Фазовый детектор.** Уровни сигналов будем считать одинаковыми и достаточно малыми, так что детекторы работают в квадратичном режиме. Сигналы после детекторов будут пропорциональны квадратам модулей амплитуд сигналов

$$V_{3,4} = A|U_{3,4}|^2,$$

где  $A$  – коэффициент пропорциональности.

Частоты сигналов при фазовом детектировании одинаковы  $\varpi_1 = \varpi_2 = \varpi$ , а фазы – различны. Фазовый детектор должен выработать сигнал, зависящий от разности фаз  $|\varphi_1 - \varphi_2|$ . Представим квадраты модулей сигналов  $U_3$  и  $U_4$  в боковых плечах моста

$$\begin{aligned} |U_3|^2 &= U_3 \cdot U_3^* = \frac{1}{2}(U_{c1} + U_{c2})(U_{c1}^* + U_{c2}^*) = \\ &= \frac{1}{2}(|U_{c1}|^2 + |U_{c2}|^2 + U_{c1}U_{c2}^* + U_{c2}U_{c1}^*) = \\ &= \frac{1}{2}(U_{10}^2 + U_{20}^2 + U_{10}U_{20}e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} + U_{10}U_{20}e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)}) = \\ &= \frac{1}{2}(U_{10}^2 + U_{20}^2 + 2U_{10}U_{20} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) \approx V_3 \end{aligned}$$

Аналогично,

$$\begin{aligned} |U_4|^2 &= \frac{1}{2}(U_{10}^2 + U_{20}^2 - 2U_{10}U_{20} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)) \approx V_4 \quad \text{и} \\ V &= |V_3 - V_4| = 4AU_{10}U_{20} \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \end{aligned}$$

Чтобы выходной сигнал не зависел от амплитуд сигналов, их предварительно усиливают и ограничивают. Таким образом, выходной сигнал фазового детектора  $V$  оказывается известной функцией разности фаз сигналов.

**Балансный смеситель.** В задачу смесителя входит понижение частоты сигнала с сохранением его амплитуды и фазы для его последующего усиления. Будем считать, что  $U_{c1}$ -принятый сигнал, подлежащий преобразованию частоты,  $U_{c2}$  – сигнал дополнительного генератора – гетеродина. Обычно амплитуда сигнала гетеродина много больше амплитуды сигнала,  $U_{20} \gg U_{10}$ . Примем также начальную фазу сигнала гетеродина равной нулю,  $\varphi_2 = 0$ . На

детекторы подается дополнительное напряжение, которое смещает рабочую точку на линейную часть характеристики детектора, так что детекторы работают в линейном режиме. В этом случае

$$V_{3,4} = A|U_{3,4}| = A\sqrt{\frac{1}{2}(|U_{c1}|^2 + |U_{c2}|^2 \pm U_{c1}U_{c2}^* \pm U_{c2}U_{c1}^*)} =$$

$$A\sqrt{\frac{1}{2}(U_{10}^2 + U_{20}^2 \pm 2U_{10}U_{20} \cos(\Delta\varpi \cdot t + \varphi_1))} =$$

$$A\frac{U_{20}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 \pm 2\frac{U_{10}}{U_{20}} \cos(\Delta\varpi \cdot t + \varphi_1) + \left(\frac{U_{10}}{U_{20}}\right)^2},$$

где  $\Delta\varpi = \varpi_1 - \varpi_2$

Преобразуем последнее выражение, учитывая, что  $U_{20} \gg U_{10}$ , используя приближенное соотношение  $\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm \frac{x}{2}$ , справедливое при  $x \ll 1$ , и пренебрегая  $\left(\frac{U_{10}}{U_{20}}\right)^2$ , как малой величиной второго порядка. В результате получим

$$V_{3,4} \approx A[U_{20} \pm U_{10} \cos(\Delta\varpi \cdot t + \varphi_1)].$$

На выходе УО имеем сигнал  $V = V_3 - V_4 \approx 2AU_{10} \cos(\Delta\varpi \cdot t + \varphi_1)$ .

Таким образом, частота сигнала понизилась при сохранении амплитуды и фазы. Замечательным свойством такого способа преобразования частоты сигнала является то, что преобразованный сигнал  $V$  не зависит от амплитуды сигнала гетеродина. Поэтому всякие его изменения, в том числе и шумы гетеродина, не влияют на выходной сигнал.

Рассмотренные примеры показывают, как широко применяются НО и мосты в СВЧ диапазоне. В сочетании с переключаемыми диодами (pin-диодами) на основе НО и мостов строятся многие устройства управления амплитудой и фазой сигналов – управляемые фазовращатели, аттенюаторы, переключатели и т.п.[5].

## 6.9. Определение матрицы рассеяния сложных устройств СВЧ

Описание устройств СВЧ с помощью матриц рассеяния очень удобно, т.к. использование свойств симметричности и унитарности нормированных матриц рассеяния во многих случаях облегчает определение их элементов. Экспериментальное определение элементов матрицы рассеяния также не вызывает проблем в диапазоне СВЧ. Матрица рассеяния определяет такие важные энергетические параметры многополюсников, как коэффициенты передачи, КСВ, энергетические потери и т.п. Однако, матричное описание многополюсников будет неполным, если не указать алгоритм определения матрицы рассеяния сложного устройства по известным матрицам его элементов [4,6].

Вначале нужно разделить устройство на отдельные элементы с известными матрицами рассеяния. Этот этап называется **декомпозицией**. Поскольку понятие элемента заранее четко не определено, то результат декомпозиции обычно не является однозначным. Это обстоятельство, конечно, не должно сказаться на окончательном результате – матрице рассеяния всего устройства (объединенной матрице).

Разберем суть метода на примере соединения шестиполусника-тройника (А) и восьмиполусника - моста (В) по схеме рис. 6.36.

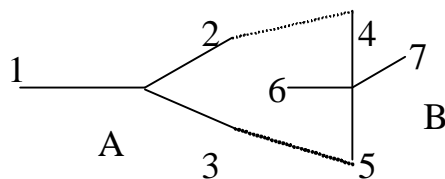


Рис. 6.36

Входы многополюсников пронумерованы, соединительные линии показаны пунктиром, длиной их будем пренебрегать. В результате объединения получился новый шестиполусник с входами 1, 6 и 7, матрицу которого необходимо определить. Идея метода состоит в том, что в соединительных линиях падающие волны для одного многополюсника являются отраженными для другого и их напряжения могут быть выражены через напряжения на свободных входах (1, 6, 7) и исключены из уравнений для многополюсников А и В. Оставшиеся уравнения для напряжений падающих и отраженных волн определяют искомую матрицу.

Представим алгоритм решения задачи в виде следующей блок-схемы

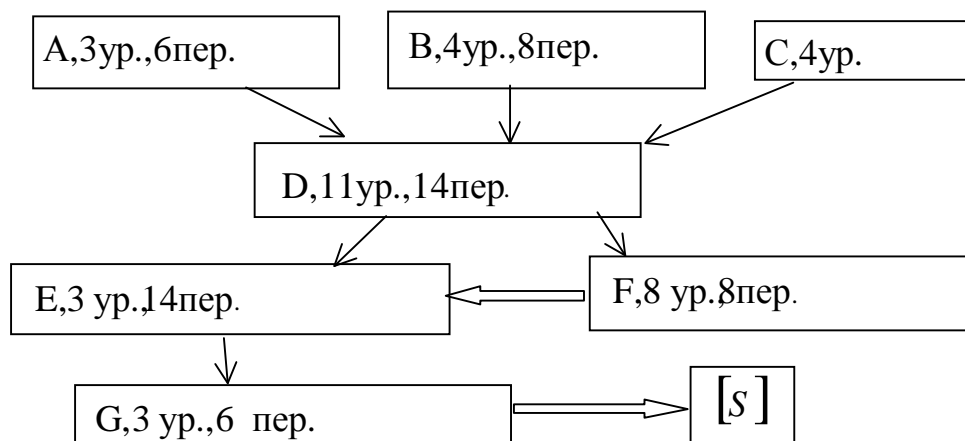


Рис.6.37

Тройник характеризуется матрицей  $[S_A]$ , которой соответствует система из 3-х уравнений для 6-ти переменных - напряжений падающих и отраженных волн (система уравнений А). Восьмиполусник характеризуется

матрицей  $[S_B]$ , системой из 4-х уравнений для 8-ми переменных (система уравнений В). Итак, до соединения многополюсников имеем две независимых системы уравнений А и В из 7-ми уравнений с 14-ю переменными.

Соединение входов 2 и 4, 3 и 5 дает еще 4 уравнения связи для 8-ми переменных (система С):

$$U_{2\Pi} = U_{40}; U_{20} = U_{4\Pi}; U_{3\Pi} = U_{50}; U_{30} = U_{5\Pi}. \quad (6.77)$$

Полная система уравнений D содержит 11 уравнений для 14 переменных, из них 6 переменных относятся к свободным входам полученного тройника (1,6,7), остальные 8 – к взаимно связанным входам (2,3,4,5).

Выделим из системы D три уравнения, содержащие напряжения отраженных волн на свободных входах (1,6,7) – система E. Остальные восемь уравнений образуют полную систему F для определения напряжений падающих и отраженных волн в связанных входах. В правых частях уравнений системы F будут находиться напряжения падающих волн в свободных входах. Подставляя решения системы F в систему E, получим искомую систему уравнений G, в которую будут входить только переменные для свободных входов. Коэффициенты при напряжениях падающих волн в этой системе являются элементами объединенной матрицы рассеяния.

Для математического описания данного алгоритма используется понятие блочной матрицы. Если произвольную матрицу разделить вертикальной и горизонтальной линиями на четыре части, то такая матрица является блочной, а ее части – блоками. Блочные матрицы по отношению к своим блокам подчиняются тем же правилам, что и обычные матрицы (сложения, перемножения и т.п.)

Общая схема соединения двух многополюсников представлена на рис. 6.38.

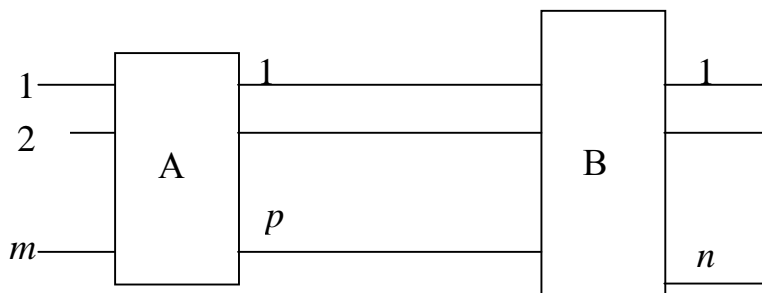


Рис.6.38

Обозначим свободные входы многополюсника А через  $\alpha$ , общие входы между многополюсниками А и В через  $\beta$ , свободные входы многополюсника В – через  $\gamma$ . Пусть число входов  $\alpha$  будет –  $m$ , входов  $\beta$  –  $p$ , входов  $\gamma$  –  $n$ . Обозначим  $[U_{\Pi}^{\alpha}]$  – вектор – столбец падающих волн на многополюсник А

$$[U_{II}^{\alpha}] = \begin{bmatrix} U_{II}^1 \\ U_{II}^2 \\ \dots \\ U_{II}^m \end{bmatrix}$$

Аналогично,  $[U_{21}^{\beta}]$  - вектор-столбец волн, идущих от А к В (отраженные волны на входах  $\beta$  для многополюсника А), а  $[U_{12}^{\beta}]$  - вектор-столбец волн от В к А (падающие волны на входах  $\beta$  для многополюсника А). Аналогичные обозначения применим по входам  $\gamma$ . Волны на входах  $\alpha$  и  $\beta$  связаны через матрицу  $[S^A]$ , а на входах  $\beta$  и  $\gamma$  - через  $[S^B]$ . Запишем эти связи через блочные матрицы.

Для многополюсника А

$$\begin{bmatrix} U_0^{\alpha} \\ \dots \\ U_{21}^{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\alpha\alpha}^A & \vdots & S_{\alpha\beta}^A \\ \dots & \dots & \dots \\ S_{\beta\alpha}^A & \vdots & S_{\beta\beta}^A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{II}^{\alpha} \\ \dots \\ U_{12}^{\beta} \end{bmatrix},$$

где  $S_{\alpha\alpha}^A$  - квадратная подматрица (блок) с размерами  $m \times m$ , включающая коэффициенты отражения и передачи для входов группы  $\alpha$ ,

$S_{\alpha\beta}^A$  - прямоугольная матрица, содержащая  $m$ -строк и  $p$ -столбцов, включающая коэффициенты передачи со входов  $\beta$  группы на входы  $\alpha$ -группы и т.д.

Связь между волнами на входах групп  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  может быть записана через матричные блоки в виде систем уравнений, аналогичных уравнениям для четырехполюсников.

$$\begin{cases} [U_0^{\alpha}] = [S_{\alpha\alpha}^A] \cdot [U_{II}^{\alpha}] + [S_{\alpha\beta}^A] \cdot [U_{12}^{\beta}] \\ [U_{21}^{\beta}] = [S_{\beta\alpha}^A] \cdot [U_{II}^{\alpha}] + [S_{\beta\beta}^A] \cdot [U_{12}^{\beta}] \end{cases}$$

(6.77)

$$\begin{cases} [U_{12}^{\beta}] = [S_{\beta\beta}^B] \cdot [U_{21}^{\beta}] + [S_{\beta\gamma}^B] \cdot [U_{II}^{\gamma}] \\ [U_0^{\gamma}] = [S_{\gamma\beta}^B] \cdot [U_{21}^{\beta}] + [S_{\gamma\gamma}^B] \cdot [U_{II}^{\gamma}] \end{cases}$$

$$U_{21}^{\beta} = S_{\beta\alpha}^B U_{II}^{\alpha} + S_{\beta\beta}^A \{ S_{\beta\beta}^B U_{21}^{\beta} + S_{\beta\gamma}^B U_{II}^{\gamma} \}$$

Раскрывая скобки и собирая слагаемые с  $U_{21}^{\beta}$  получим

$$(E - S_{\beta\beta}^A S_{\beta\beta}^B) U_{21}^{\beta} = S_{\beta\alpha}^B U_{II}^{\alpha} + S_{\beta\beta}^A S_{\beta\gamma}^B U_{II}^{\gamma}, \quad (6.78)$$

где  $[E]$ - единичная матрица, у которой по главной диагонали стоят единицы, а все остальные коэффициенты – нули. Единичная матрица обладает свойствами:

$$[E] \cdot [M] = [M] \cdot [E] = [M], \text{ т.е.}$$

- умножение любой матрицы  $M$  на единичную  $E$  не меняет матрицу  $M$ ;
- матрица  $E$  обладает переместительным свойством по отношению к любой матрице.

Умножим обе части уравнения (6.78) слева на матрицу обратную к матрице  $(E - S_{\beta\beta}^A S_{\beta\beta}^B)$ . В результате получим

$$U_{21}^\beta = (E - S_{\beta\beta}^A S_{\beta\beta}^B)^{-1} \cdot (S_{\beta\alpha} U_{II}^\alpha + S_{\beta\beta}^A S_{\beta\gamma}^B U_{II}^\gamma).$$

Аналогично найдем

$U_{12}^\beta = (E - S_{\beta\beta}^B S_{\beta\beta}^A)^{-1} \cdot (S_{\beta\gamma} U_{II}^\gamma + S_{\beta\beta}^B S_{\beta\alpha} U_{II}^\alpha)$ . Исключим из этих систем матричных уравнений блоки  $[U_{12}^\beta]$  и  $[U_{21}^\beta]$ . Для этого подставим  $[U_{12}^\beta]$  из третьего уравнения во второе. Для краткости временно будем опускать знак  $[ ]$  у блоков и матриц.

Подставляя эти выражения в первое и четвертое уравнения системы (6.77), получим блочную матрицу  $[S]$  объединенного многополюсника

$$\begin{bmatrix} U_0^\alpha \\ U_0^\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{\alpha\alpha}^\Sigma & \vdots & S_{\alpha\gamma}^\Sigma \\ \dots & \dots & \dots \\ S_{\gamma\alpha}^\Sigma & \vdots & S_{\gamma\gamma}^\Sigma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{II}^\alpha \\ U_{II}^\gamma \end{bmatrix}, \quad (6.79)$$

где подматрицы (блоки) имеют вид

$$\begin{cases} S_{\alpha\alpha}^\Sigma = S_{\alpha\alpha} + S_{\alpha\beta} (E - S_{\beta\beta}^B S_{\beta\beta}^A)^{-1} S_{\beta\beta}^B S_{\beta\alpha} \\ S_{\alpha\gamma}^\Sigma = S_{\alpha\beta} (E - S_{\beta\beta}^B S_{\beta\beta}^A)^{-1} S_{\beta\gamma} \\ S_{\gamma\alpha}^\Sigma = S_{\gamma\beta} (E - S_{\beta\beta}^A S_{\beta\beta}^B)^{-1} S_{\beta\alpha} \\ S_{\gamma\gamma}^\Sigma = S_{\gamma\gamma} + S_{\gamma\beta} (E - S_{\beta\beta}^A S_{\beta\beta}^B)^{-1} S_{\beta\beta}^A S_{\beta\gamma} \end{cases} \quad (6.80)$$

В формулах (6.80) все элементы являются матрицами и при работе с ними нужно помнить, что в отличие от чисел матрицы не подчиняются переместительному закону, т.е. нельзя менять порядок в их произведении. Для матриц также не определена операция деления, она заменяется умножением на обратную матрицу.

При анализе сложных многополюсников, как уже отмечалось, на этапе декомпозиции многополюсник разбивают на отдельные простые многополюсники с известными матрицами рассеяния. Матрицу рассеяния всего устройства определяют, последовательно применяя формулы (6.79) и (6.80) сначала к первым двум многополюсникам, затем к ним присоединяют следующие



щий многополюсник и т.д. Такой алгоритм реализован в программе для ЭВМ анализа устройств СВЧ «Макет»[9]. Фактически этот алгоритм был использован нами при определении коэффициента отражения от четырехполюсника, нагруженного на сопротивление  $Z_{\text{н}}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### П.1.Значения параметров материалов СВЧ

Таблица П.1.1

#### *Свойства некоторых диэлектриков на сверхвысоких частотах*

Материал	3000 МГц		10000 МГц	
	$\epsilon/0,866 \cdot 10^{-11}$	$\text{tg } \delta$	$\epsilon/0,866 \cdot 10^{-11}$	$\text{tg } \delta$
Плавленый кварц	3,80	$0,263 \cdot 10^{-4}$	3,80	$0,263 \cdot 10^{-4}$
Стекло	4,3—8,3	$4,7 \cdot 10^{-4}$ — $3,1 \cdot 10^{-4}$	3,99—8,05	$5,25 \cdot 10^{-4}$ — $6 \cdot 10^{-4}$
Вода очищенная	77,0	$1,95 \cdot 10^{-4}$	—	—
Плексиглас	2,6	$2,2 \cdot 10^{-3}$	2,59	$2,68 \cdot 10^{-3}$
Полистирол	2,55	$1,96 \cdot 10^{-4}$	—	—
Тефлон	2,1	$0,715 \cdot 10^{-4}$	2,08	$1,77 \cdot 10^{-4}$

Таблица П.1.2

#### **Значения относительной диэлектрической проницаемости некоторых веществ при $t=20^\circ\text{C}$**

Вещество	$\epsilon_r$
Воздух (сухой)	1,00058
Фторопласт ФФ-4	2
Бумага	2.. 2,5
Полиэтилен	2,25
Полистирол	2,55
Эбонит	2,5.. 2,8
Плавленый кварц	3,8
Стекло (боросиликатное)	4
Фарфор	5.. 6,8
Слюда	5,7.. 7

Стеклотекстолит СФ-1-35	6
Поликор (керамика)	9,6
Кремний	11,7
Ферриты	5...16
Вода (дистиллированная)	80,4
	300...1500

Таблица П.1.3

Значения удельной проводимости некоторых веществ при  $t=20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 

Вещество	$\sigma \cdot 10^7, \text{ См/м}$	Вещество	$\sigma, \text{ См/м}$
Серебро	6,1	Вода (морская)	3,3
Медь	5,8	Германий	2,13
Золото	4,13	Вода (дистиллированная)	$10^{-4}$
Алюминий	3,54	Кварц	$10^{-9}$
Латунь (90 % Си)	2,41	Стеклотекстолит	$10^{-11} \dots 10^{-12}$
Цинк	1,69	Резина	$10^{-11} \dots 10^{-12}$
Латунь (70 % Си)	1,45	Полистирол	$10^{-13} \dots 10^{-15}$
Графит -	1,25	Полиэтилен	$10^{-15}$
Кремний	$1,7 \cdot 10^{-3}$	Эбонит	$10^{-12} \dots 10^{-14}$
Вода (морская)	3,3	Воздух	$10^{-15} \dots 10^{-18}$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

## П.2. Значения корней функции Бесселя []

Таблица П.2.1

Значения корней ( $\nu_{mn}$ ) функций Бесселя  $J_m(x)$ 

m	n			
	1	2	3	4

0	2,405	5,520	8,654	11,792
1	3,832	7,016	10,173	13,324

Таблица П.2.2

Значения корней производных ( $\mu_{mn}$ ) функций Бесселя  $J'_m(x)$

m	n		
	1	2	3
0	3,832	7,016	10,174
1	1,841	5,331	8,536
2	3,054	6,705	9,965

### Определение функций Бесселя

$$J_n(x) = \sum_{m=0}^{m=\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2m}}{m!(n+m)!}, \quad (\text{П. 2.1})$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

$$N(x) = \frac{\cos n\pi J_n(x) - J_{-n}(x)}{\sin n\pi}. \quad (\text{П. 2.2})$$

$$\left. \begin{aligned} H_n^{(1)}(x) &= J_n(x) + jN_n(x), \\ H_n^{(2)}(x) &= J_n(x) - jN_n(x). \end{aligned} \right\} \quad (\text{П. 2.3})$$

Представление функций Бесселя в виде рядов

$$J_0(x) = 1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{(2!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{(3!)^2} + \dots \quad (\text{П. 2.4})$$

$$J_1(x) = \left(\frac{x}{2}\right) - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^3}{(2!)} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^5}{2!5!} - \dots \quad (\text{П. 2.5})$$

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3

## П.3. ФИЛЬТРЫ СВЧ

### П.3.1 Классификация фильтров

Идеальным фильтром называется четырехполюсник, модуль коэффициента передачи которого  $|S_{21}|$  равен единице на всех частотах, образующих его полосу пропускания, и равен нулю на всех частотах, образующих его полосу заграждения. На практике фильтры обычно характеризуют вносимым затуханием (выраженным в децибелах):

$$L_\phi = 10 \lg(1/|S_{21}|^2) = -20 \lg|S_{21}|. \quad (\text{П.3.1})$$

В полосе пропускания идеального фильтра  $L_\phi = 0$ , а в полосе заграждения  $L_\phi = \infty$ . По взаимному расположению полос пропускания и заграждения фильтры делятся на *фильтры нижних частот* (ФНЧ), *фильтры верхних частот* (ФВЧ), *полосовые фильтры* (ПФ) и *режсекторные (заграждающие) фильтры* (РФ). Амплитудно-частотные характеристики идеальных фильтров каждого типа показаны на рис. П.3.1. В идеальных фильтрах в полосе

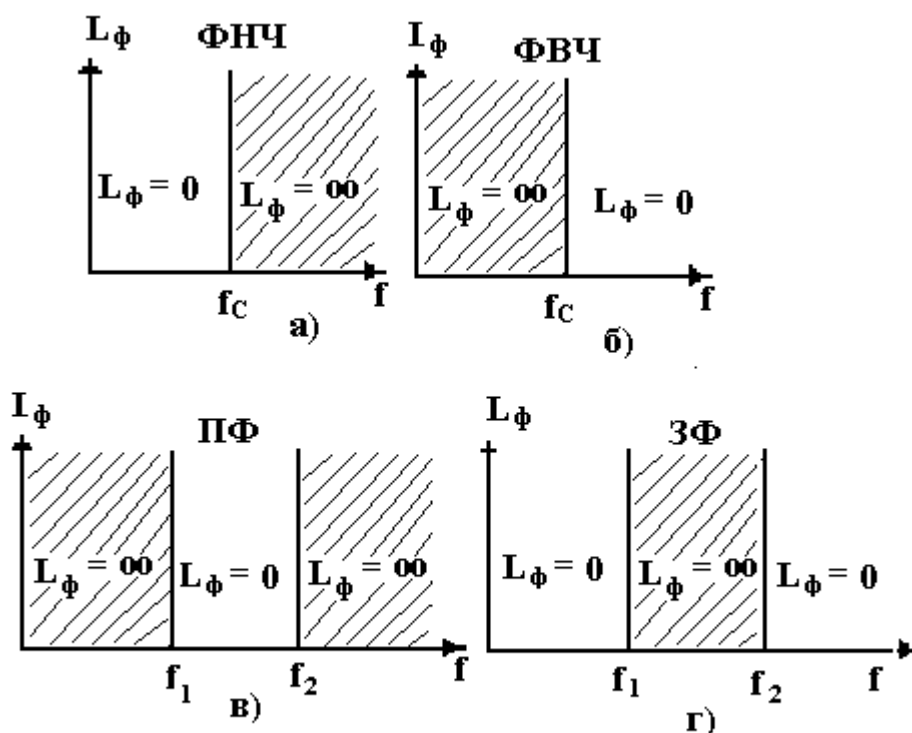


Рис. П.3.1

заграждения мощность, поданная на вход, не проходит на выход. Она либо полностью отражается от входа фильтра, либо поглощается в его элементах. В первом случае фильтры относятся к фильтрам *отражающего типа*, во втором - к фильтрам *поглощающего типа*. Отметим, что полная величина вносимых фильтром потерь складывается из тепловых потерь и потерь, вызванных отражением части энергии от его входа.

Рассмотрим фильтры отражающего типа. Для уменьшения тепловых потерь такие фильтры выполняются, как правило, из реактивных элементов. Параметры реактивных элементов подбираются так, чтобы на частотах полосы пропускания отраженные от них волны компенсировали друг друга на входе фильтра; при этом мощность, поступающая на вход фильтра, проходит на его выход практически без отражений. На частотах полосы заграждения компенсация отраженных волн отсутствует и мощность, поступающая на вход фильтра, практически полностью отражается от него.

Синтез фильтров отражающего типа включает два основных этапа: на первом этапе по исходным данным синтезируют эквивалентную схему фильтра, состоящую из реактивных элементов с сосредоточенными параметрами; на втором этапе проводят реализацию синтезированной эквивалентной схемы, т.е. заменяют сосредоточенные индуктивности и емкости отрезками линий передачи, реактивными стержнями и диафрагмами и другими неоднородностями в линии передачи. В технике СВЧ широкое применение получили так называемые лестничные отражающие фильтры. Эквивалентные схемы таких фильтров совпадают со схемой лестничных фильтров, используемых на низких частотах и выполняемых из элементов  $L$  и  $C$  с сосредоточенными параметрами; подобные схемы подробно рассматриваются в курсе "Теория линейных электрических цепей" .

### **П.3.2. Синтез эквивалентных схем фильтров**

Рассмотрим синтез эквивалентной схемы ФНЧ, выполненной по лестничной схеме. Такая схема, состоящая из  $n$  элементов  $L$  и  $C$ , показана на рис. П.3.2. Внутреннее сопротивление  $R_r$  генератора, подключенного ко входу схемы, и сопротивление  $R_H$  нагрузки на ее выходе считаем активными и равными друг другу.

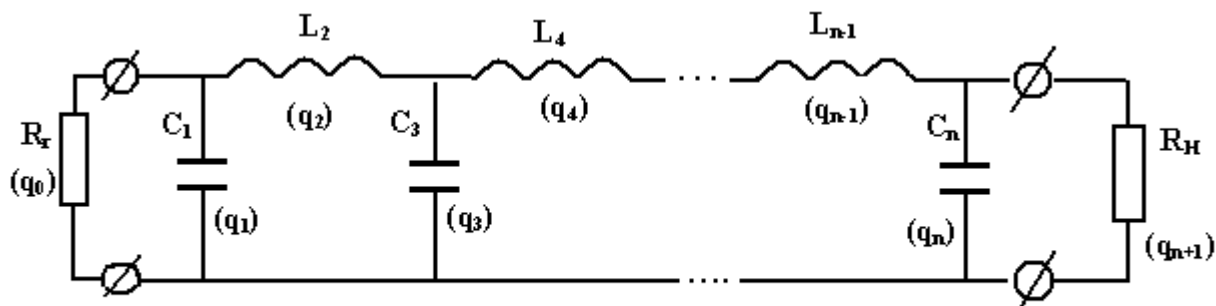


Рис. П.3.2

Отметим, что во многих практических приложениях главное значение имеет АЧХ фильтра. Ниже рассматривается синтез эквивалентных схем фильтров по заданной АЧХ.

Идеальную АЧХ для ФНЧ (рис. П.3.1,а) невозможно получить с помощью схемы, имеющей конечное число элементов  $n$ . Поэтому обычно используют более приемлемый для практики способ задания требований к АЧХ: в диапазоне частот  $0 < f < f_c$  (полоса пропускания) величина вносимого затухания не должна превышать заданную величину  $L_{\Phi 1}$ , а в полосе  $f_3 < f < \infty$  (полоса заграждения) вносимое затухание должно быть больше заданной величины  $L_{\Phi 2}$  (рис. П.3.3). Указанную идеализированную АЧХ аппроксимируют той или иной функцией.

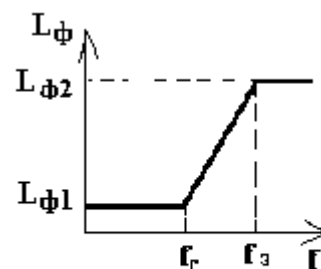


Рис.П.3.3

Наибольшее распространение на практике получили два вида аппроксимации: максимально плоская и чебышевская. В первом случае вносимое затухание для  $n$ -звенного фильтра описывается функцией, предложенной Баттервортом [16]:

$$L_{\Phi} = 10 \lg[1 + h\Omega^{2n}], \quad (\text{П.3.2})$$

где  $h = 10^{L_{\Phi 1}/10} - 1$ , а для ФНЧ  $\Omega = f/f_c$ . Зависимость  $L_{\Phi}$  от  $f$  для разных  $n$  показана на рис. П.3.4, а. Как следует из рисунка, при  $f \ll f_c$   $L_{\Phi} \approx 0$  и не зависит от частоты. Подобная АЧХ максимально приближена к идеальной АЧХ в полосе пропускания, отсюда и ее название - максимально *плоская АЧХ*. При фиксированных величинах  $f_c$ ,  $L_{\Phi 1}$  и  $f_3$  увеличение числа элементов в схеме  $n$  приводит к возрастанию

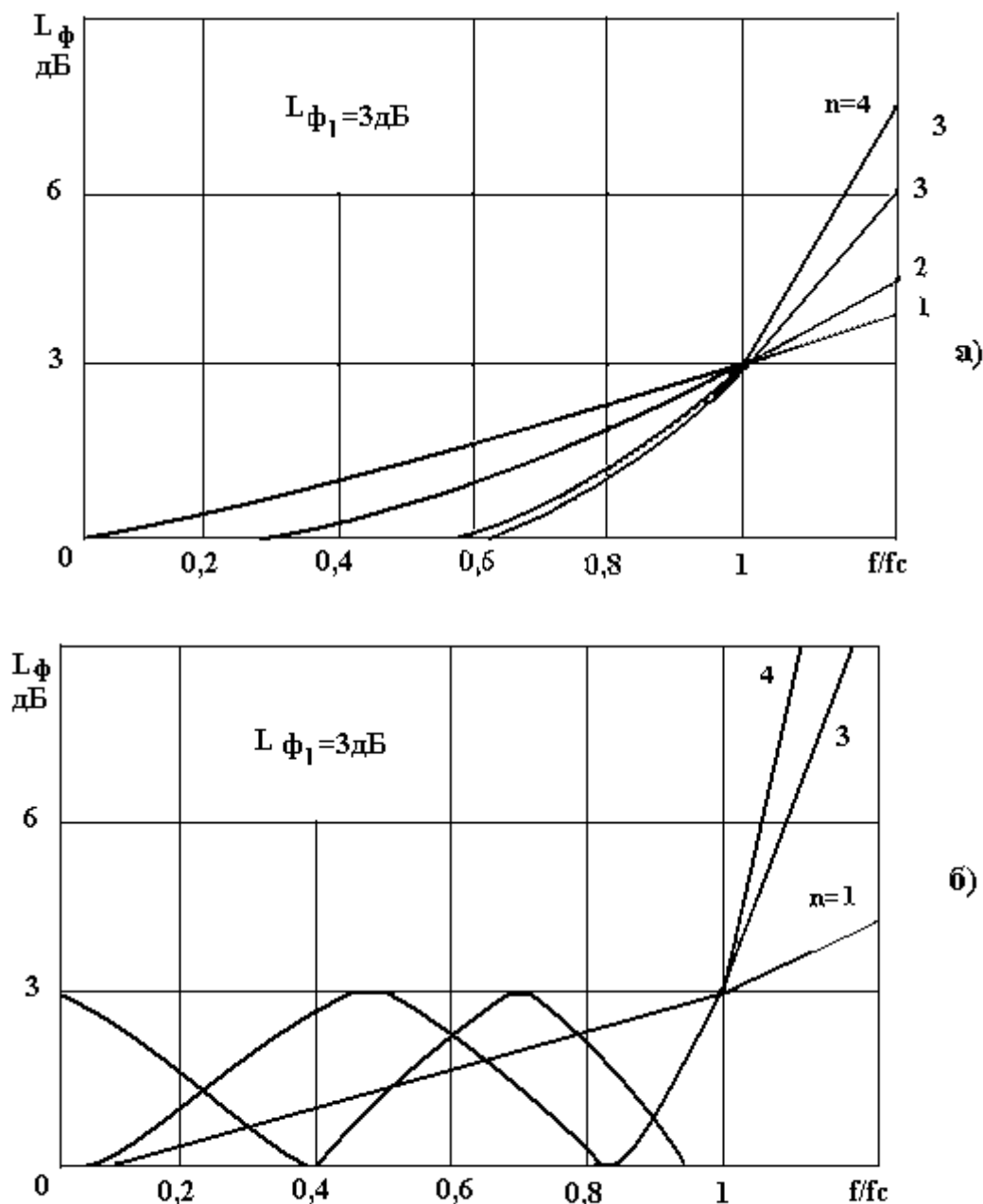


Рис. П.3.4

величины  $L_{\Phi_2}$  (см. рис. П.3.4,а) или при фиксированных величинах  $f_c$ ,  $L_{\Phi_1}$  и  $L_{\Phi_2}$ -к уменьшению разницы между  $f_3$  и  $f_c$ , т.е. увеличивается крутизна АЧХ.

Во втором случае АЧХ фильтра аппроксимируется с помощью полиномов Чебышева [16]:

$$L_{\Phi} = 10 \lg[1 + h T_n^2(\Omega)] \quad (\text{П.3.3})$$

где  $T_n(x)$ - полином Чебышева первого рода порядка  $n$ , описываемый выражениями

$$T_n(x) = \begin{cases} \cos[n \arccos(x)] & \text{при } 0 \leq |x| \leq 1, \\ \text{ch}[n \text{ arch}(x)] & \text{при } |x| > 1. \end{cases}$$



Типичная чебышевская АЧХ фильтра нижних частот показана при разных  $n$  на рис. П.3.4, б. В полосе пропускания подобная АЧХ имеет осциллирующий характер с неизменной амплитудой осцилляции. Увеличить крутизну АЧХ при неизменной амплитуде осцилляции можно, лишь используя схему, с большим числом элементов  $n$ . Основное преимущество чебышевских фильтров по сравнению с максимально плоскими – меньшее число элементов в схеме при одинаковых значениях  $L_{\Phi 1}$ ,  $L_{\Phi 2}$ ,  $f_c$  и  $f_3$ .

Отметим, что при передаче через фильтр электромагнитных сигналов с достаточно широким спектром частот (широкополосные сигналы) важное значение имеет вид фазочастотной характеристики (ФЧХ) фильтра; ФЧХ – это зависимость аргумента  $q_{>21}$  коэффициента передачи фильтра  $S_{21} = |S_{21}| \exp(i\varphi_{21})$  от частоты. Предполагается, что у идеального фильтра ФЧХ является линейной функцией частоты. При этом широкополосный сигнал проходит через такой фильтр без искажений. При одинаковых исходных данных ФЧХ максимально плоского фильтра более близка к линейной, чем аналогичная характеристика чебышевского фильтра.

Из (П.3.2) и (П.3.3) можно получить следующие формулы для определения числа звеньев в схеме фильтра: для максимально плоского фильтра

$$n = \lg \sqrt{(10^{L_{\Phi 2}/10} - 1)/(10^{L_{\Phi 1}/10} - 1)} / \lg(\Omega_3); \quad (\text{П.3.4})$$

для чебышевского фильтра

$$n = \text{arch} \sqrt{(10^{L_{\Phi 2}/10} - 1)/(10^{L_{\Phi 1}/10} - 1)} / \text{arch}(\Omega_3); \quad (\text{П.3.5})$$

где для ФНЧ  $Q_3 = f_3/f_c$  – Обычно при вычислениях по (14.8) используют тождество  $\text{arch}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ .

На практике, как правило, синтез эквивалентных схем фильтров разных типов проводят с помощью синтеза схемы фильтра-прототипа нижних частот. Схема такого фильтра совпадает со схемой ФНЧ (рис. П.3.2) и имеет такое же число звеньев, а параметры его элементов обозначаются буквами  $q_1, q_2, \dots, q_n$  ( $q_0$  и  $q_{n+1}$  соответствуют активным сопротивлениям генератора и нагрузки). Эти параметры (иногда их называют  $q$ -параметрами) являются нормированными параметрами элементов ФНЧ, так как они равны параметрам элементов ФНЧ при  $\omega_c = 1$  рад/с и  $R_H = R_T = 1$  Ом. Для фильтра-прототипа  $q$ -параметры определяют по следующим формулам:

для максимально плоского фильтра

$$q_0 = q_{n+1} = 1, \quad q_j = 2^{2j/n} \sqrt{h} \sin[(2j-1)\pi/(2n)] \quad j=1, 2, \dots, n, \quad (\text{П.3.6})$$

для чебышевского фильтра

$$q_0 = 1, \quad q_1 = 2a_1/\psi, \quad q_j = 4a_{j-1} a_j / (b_{j-1} g_{q_{j-1}}), \quad j=2, 3, \dots, n; \quad (\text{П.3.7})$$

$$q_{n+1} = \begin{cases} 1 & \text{при нечетном } n, \\ \text{cth}^2(p/4) & \text{при четном } n; \end{cases}$$

где  $a_j = \sin[(2j-1)\pi/(2n)]$ ,  $b_j = \psi^2 + \sin^2(j\pi/n)$ ,  $\psi = \text{sh}[p/(2n)]$ ,  $p = \ln[\text{cth}(L_{\phi 1}/17,37)]$ .

Отметим, что для максимально плоских фильтров элементы с одинаковыми значениями  $q$  в схеме (рис. П.3.2) расположены симметрично относительно середины фильтра как для четных, так и для нечетных значений  $n$ . Поэтому ко входу и выходу фильтра должны подключаться одинаковые сопротивления  $q_0 = q_{n+1}$ .

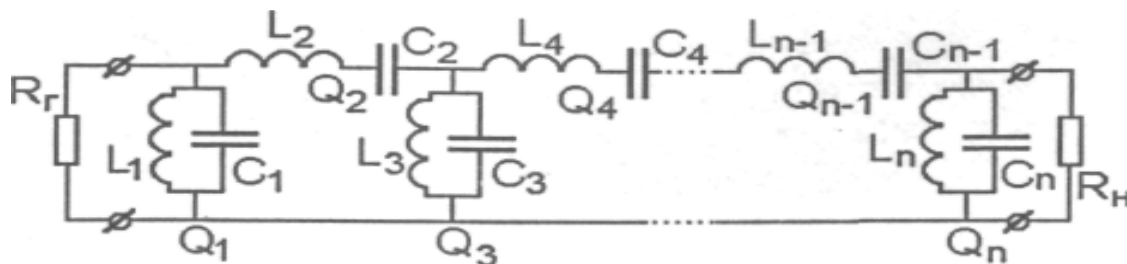


Рис. П.3.5

Для чебышевских фильтров указанное свойство выполняется лишь для нечетного числа звеньев в схеме, при  $n$  четном симметрия нарушается и получается  $q_0 \neq q_{n+1}$ . При необходимости подключения одинаковых сопротивлений ко входу и выходу чебышевского фильтра с четным числом звеньев (например, если фильтр встраивается в линию передачи с заданным волновым сопротивлением) следует включить в схему такого фильтра дополнительный трансформатор сопротивлений.

Исходными данными при синтезе эквивалентной схемы ФНЧ являются следующие величины (рис. П. 3.3):  $f_c$ ,  $f_3$ ,  $L_{\phi 1}$ ,  $L_{\phi 2}$ ,  $R_H$  и вид АЧХ. Вначале с помощью исходных данных вычисляют по (П.3.4) или (П.3.5) число звеньев в эквивалентной схеме фильтра. Затем по формулам (П.3.6) или (П.3.7) рассчитывают  $q$ -параметры элементов схемы фильтра - прототипа. Для получения формул, связывающих величины индуктивностей и емкостей эквивалентной схемы ФНЧ с  $q$ -параметрами, приравняем нормированные проводимости (умноженные на  $R_H$ ) элементов, образующих параллельные ветви схемы, и нормированные сопротивления (деленные на  $R_H$ ) элементов, образующих последовательные ветви схемы, проводимостям и сопротивлениям соответствующих элементов фильтра-прототипа:

$$i\omega C_{2j-1} R_H = i\Omega q_{2j-1} \quad \text{и} \quad i\omega L_{2j} / R_H = i\Omega q_{2j} \quad (\text{П.3.8})$$

где  $j=1, 2, \dots, \tau$ ;  $\tau=n/2$  при  $n$  четном и  $\tau = (n+1)/2$  при  $n$  нечетном.

С учетом того, что для ФНЧ  $Q = f/f_c$ , из (П.3.8) получим

$$L_{2j} = q_{2j} R_H / (2\pi f_c) [\text{Гн}] \quad C_{2j-1} = q_{2j-1} / (R_H 2\pi f_c) [\text{Ф}] \quad (\text{П.3.9})$$

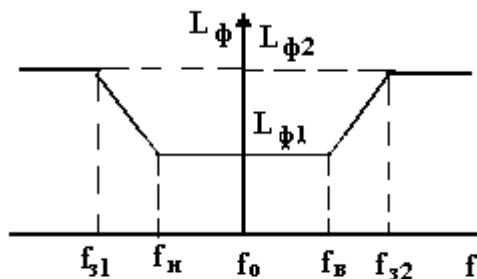


Рис. П.3.6

Рассмотрим синтез эквивалентной схемы ПФ, выполненной по лестничной схеме. Такая схема, состоящая из  $n$  последовательных и параллельных контуров из  $L$  и  $C$ , изображена на рис. П.3.5. И в этом случае при синтезе эквивалентной схемы используют идеализированную АЧХ (рис. П.3.6), для которой в полосе пропускания фильтра  $f_H \leq f \leq f_B$  вносимое затухание  $L_\phi \leq L_{\phi 1}$ , а в полосе заграждения  $f \leq f_{31}$  и  $f \geq f_{32}$  вносимое затухание

$L_\phi \geq L_{\phi 2}$ . Для максимально плоской аппроксимации этой АЧХ используется функция (П.3.2), а для чебышевской- функция (П.3.3), в которой необходима следующая замена частотной переменной:

$$\Omega = [f^2 - f_H f_B] / \{f(f_B - f_H)\} \quad (\text{П.3.10})$$

Следует отметить, что при замене (П.3.10) АЧХ фильтра-прототипа переходит в АЧХ полосового фильтра (на рис. П.3.7) показано преобразование максимально плоской АЧХ).

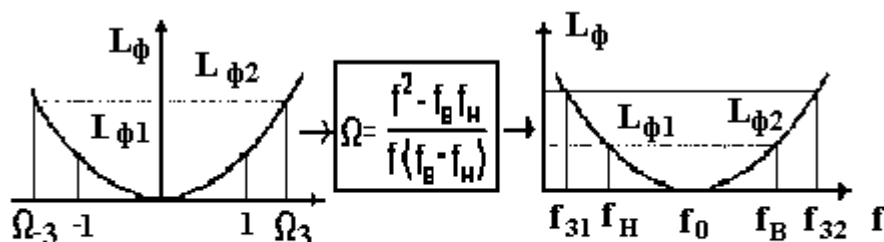


Рис. П.3.7

Исходными данными при синтезе эквивалентной схемы ПФ (см. рис. П.3.6) являются следующие величины:  $f_H$ ,  $f_B$ ,  $f_{31}$ ,  $f_{32}$ ,  $L_{\phi 1}$ ,  $L_{\phi 2}$ ,  $R_H$  и вид АЧХ. Вначале с помощью исходных данных вычисляют по (П.3.4) или (П.3.5) при  $\Omega_3 = [(f_{32})^2 - f_H f_B] / \{f_{32}(f_B - f_H)\}$  общее число контуров  $n$  в эквивалентной схеме фильтра, равное числу элементов в схеме фильтра-прототипа. Затем по формулам (П.3.6) или (П.3.7) рассчитывают  $q$ -параметры элементов схемы фильтра-прототипа. Действуя, как и в случае синтеза эквивалентной схемы ФНЧ, несложно получить следующие формулы для расчета параметров элементов контуров эквивалентной схемы ПФ через  $q$ -параметры фильтра-прототипа:

в случае параллельных контуров

$$L_{2j-1} = R_H (f_B - f_H) / (2\pi f_0^2 q_{2j-1}) [\Gamma_H], C_{2j-1} = q_{2j-1} / (R_H 2\pi (f_B - f_H) [\Phi]) \quad (\text{П.3.11})$$

а для последовательных контуров

$$L_{2j} = q_{2j} R_H / [2\pi(f_B - f_H)] [\Gamma_H], C_{2j} = (f_B - f_H) / [2\pi f_0^2 q_{2j} R_H] [\Phi], \quad (\text{П.3.12})$$

где  $j=1, 2, \dots, t$ ;  $t=n/2$  при четном  $n$  и  $m = (n + 1)/2$  при нечетном  $n$ ;

$$f_0^2 = f_B - f_H.$$

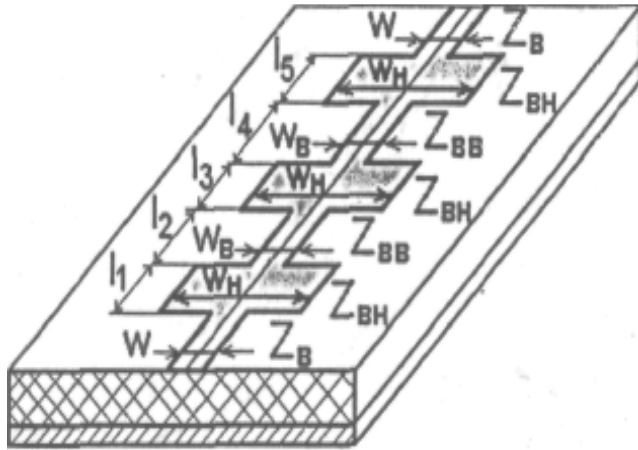
Нагруженная добротность контуров эквивалентной схемы ПФ определяется по формуле [16]:

$$Q_j = q_j f_0 / [2(f_B - f_H)], \quad \text{где } j=1, 2, \dots, n. \quad (\text{П.3.13})$$

Аналогичным образом, используя результаты синтеза фильтра-прототипа и выбирая соответствующую замену частотной переменной в аппроксимирующей функции для АЧХ, синтезируются эквивалентные схемы фильтров верхних частот и режекторные фильтры [16].

**Реализация эквивалентных схем фильтров СВЧ.** В диапазоне СВЧ, как правило, фильтры строят из элементов с распределенными параметрами. При этом схемы, состоящие из элементов с сосредоточенными параметрами, рассматриваются как эквивалентные схемы. Синтезировав эквивалентную схему фильтра, как было показано выше, выполняют второй этап проектирования - реализуют полученную эквивалентную схему. Вначале пытаются с помощью элементов с распределенными параметрами смоделировать поведение сосредоточенных элементов эквивалентной схемы. Однако такой подход к синтезу конструкции СВЧ фильтра является лишь начальным и весьма грубым приближением, поскольку при этом не учитывается ряд важных факторов, влияющих на АЧХ синтезированной конструкции: периодичность частотных характеристик элементов с распределенными параметрами, дисперсия в отрезках линии, влияние неоднородностей в полученной конструкции и т.д. Поэтому получаемую вначале конструкцию рассматривают как первое или начальное приближение при реализации. Затем для полученной конструкции строят уточненную эквивалентную схему, пытаясь учесть ее особенности (влияние неоднородностей, дисперсию и тепловые потери в отрезках линии и т.д.). Уточненная эквивалентная схема позволяет реализовать конструкцию фильтра во втором приближении и т.д.

**Фильтр нижних частот на элементах с распределенными параметрами.** Наиболее просто эквивалентную схему ФНЧ (рис. П.3.2) можно реализовать с помощью коротких отрезков линии передачи, используя эквивалентные схемы таких отрезков, приведенные в табл.12.1 [13]. В этом случае конструкция ФНЧ состоит из каскадного соединения коротких отрезков линии с высоким  $Z_{ВВ}$  и



и низким  $Z_{ВН}$  волновыми сопротивлениями, включенного в разрыв линии передачи с волновым сопротивлением  $Z_B$ , т.е. в данном случае  $R_H=R_r=Z_B$ . На рис. П.3.8 показана микрополосковая конструкция ФНЧ. Обычно при синтезе конструкции величины  $Z_{ВВ}$  и  $Z_{ВН}$  выбирают исходя из конструктивных особенностей линии, а требуемую величину индуктивности или емкости элемента обеспечивают подбором длин отрез-

ков.

Рис. П.3.8.

Более подробно расчет фильтров и реализацию эквивалентных схем фильтров СВЧ можно взять из [3,10,14,16].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Основная

1. Фролов В.Г. Антенны и фидерные тракты для радиорелейных линий связи.- М., Радио и связь. 2001.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн: Учебник для вузов/-2-е изд.-М., Горячая линия-Телеком, 2003.

### Дополнительная

3. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муровцов А.Д. Техническая электродинамика/ Ред. Ю.В. Пименов, Учебное пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 2000.- 531с.
4. Гошин Г.Г. Антенны и фидеры. Сб. задач. – Томск, ТУСУР, 2003.
5. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ.- М.: Высшая школа, 1988. .-432с.
6. Микроэлектронные устройства СВЧ./ Под ред. Г.И. Веселова.- М: Высшая школа. 1988-280 с.
7. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ ч.1.-М.: Высшая школа. 1970
8. Веселов Г.И., Егоров Е.Н., Алехин Ю.Н. и др. Микроэлектронные устройства СВЧ.- М.: Высшая школа, 1988.-
9. Смит Ф. Круговые диаграммы в радиоэлектронике. – М.: Связь, 1976.
10. Маттей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи.-М.: Связь, 1971-1972.-Т. 1.-440 с.- Т.2.-496С.

Учебное издание

В.А. Замотринский, Л.И. Шангина

**УСТРОЙСТВА СВЧ И АНТЕННЫ**  
**Часть 1**  
**Устройства СВЧ**

Учебное пособие  
по дисциплине «Устройства СВЧ и антенны»,  
для направлений подготовки Радиотехника -210300,  
Телекоммуникации – 210400

Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л..  
Тираж экз. Заказ

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники.  
634050, Томск, пр. Ленина, 40.  
Тел. (3822) 533018.