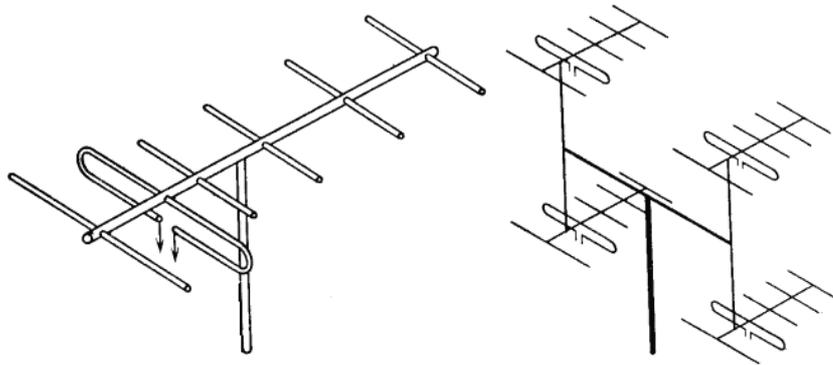


Гошин Г.Г., Замотринский В.А.
Шангина Л.И.

УСТРОЙСТВА СВЧ И АНТЕННЫ

Учебное методическое пособие



ТОМСК – 2012

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра сверхвысокочастотной и квантовой радиотехники

**Гошин Г.Г., Замотринский В.А.,
Шангина Л.И.**

УСТРОЙСТВА СВЧ И АНТЕННЫ

Учебное методическое пособие
по практическим занятиям по дисциплине «Устройства СВЧ и антенны»
для студентов направлений подготовки «Радиотехника»-210300;
«Телекоммуникации»- 210400

2012

УДК 621.371(075.8) + 537.8(075.8)

Рецензенты:

В.П. Беличенко кандидат физико-математических наук, доцент кафедры радиофизики Томского государственного университета

Коханенко А.П., д-р физ.-мат. наук, проф. каф. квантовой электроники и оптоинформатики Томск. гос. ун-та:

Гошин Г.Г., Замотринский В.А., Шангина Л.И.

Устройства СВЧ и антенны: Учебное методическое пособие. – Томск:

Томский университет систем управления и радиоэлектроники, 2012.–162 с.

В учебном методическом пособии приводится справочный материал и даны рекомендации по решению типовых задач по разделам: направляющие системы и отрезки линий передач, диаграмма полных сопротивлений и согласование, применение матричного аппарата к анализу устройств СВЧ, расчет основных характеристик и параметров линейных, апертурных антенн и антенных решеток. Приведены задачи для самостоятельного решения и варианты контрольных работ.

Учебное методическое пособие по практическим занятиям по дисциплине «Устройства СВЧ и антенны» предназначено для студентов направлений подготовки «Радиотехника»-210300; «Телекоммуникации»-210400

©Гошин Г.Г., Замотринский В.А., Шангина Л.И., 2012

©Томский государственный ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2012.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ «Е» И «Н» ВОЛН	7
1.1. Прямоугольные волноводы	7
1.2. Круглые волноводы	10
1.3. Волноводы П – Н – образного сечения	11
1.4. Примеры решения типовых задач	12
1.5. Задачи для самостоятельного решения	22
2. НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ ВОЛН «Т» ТИПА	
2.1. Коаксиальные линии передач	24
2.2. Полосковые линии передач	24
2.3. Однопроводные, двухпроводные линии передач	26
2.4. Примеры решения типовых задач	29
2.5. Задачи для самостоятельного решения	31
	36
3. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ	
3.1. Параметры линий передач конечной длины	39
3.2. Согласование линии передачи с нагрузкой	39
3.3. Применение диаграммы сопротивлений и проводимостей	40
3.4. Примеры решения типовых задач	41
3.5. Задачи для самостоятельного решения	42
	47
4. МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ СВЧ – УСТРОЙСТВ	56
4.1. Основные расчетные соотношения	
4.2. Примеры решения типовых задач	59
4.2.1. Четырехполюсники.....	59
4.2.2. Шестиполусники	61
4.2.3. Восьмиполусники	68
4.3. Задачи для самостоятельного решения	74
4.4. Контрольная работа №2	75
	78
5. ХАРАКТЕРИСТИКИ И ПАРАМЕТРЫ АНТЕНН	78
5.1. Основные расчетные соотношения	
5.2. Решение типовых задач	104
5.3. Задачи для самостоятельного решения	104
	110
6. ВИБРАТОРНЫЕ И ЩЕЛЕВЫЕ АНТЕННЫ	112
6.1. Основные расчетные соотношения	
6.2. Решение типовых задач	113
6.3. Задачи для самостоятельного решения	113

7. АПЕРТУРНЫЕ АНТЕННЫ	120
7.1. Основные расчетные соотношения	122
7.2. Решение типовых задач	123
7.3. Задачи для самостоятельного решения	124
	130
8. АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ	133
8.1. Основные расчетные соотношения	
8.2. Решение типовых задач	135
8.3. Задачи для самостоятельного решения	135
	143
9. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3	145
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	147
	159

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие отражает основное содержание дисциплины «Устройства СВЧ и антенны» и является логическим завершением учебного пособия по теоретическому курсу, изданному в виде двух отдельных частей (см. список рекомендуемой литературы). Ниже излагается краткое содержание курса.

Направляющие системы. Классификация линий передач и типов волн. Прямоугольные и круглые, П и Н -образные волноводы, линии передач с Т – волнами: коаксиальные кабели, полосковые и печатные линии, однопроводные и двухпроводные направляющие системы.

Технические параметры линий передач: волновое и характеристическое сопротивление, фазовая и групповая скорости, допустимые мощности, затухание. Сравнение различных линий передач в применяемом на практике частотном диапазоне. Перспективы развития

Линии передачи конечной длины. Коэффициент отражения, входное сопротивление, коэффициенты стоячей и бегущей волн. Распределение тока и напряжения вдоль линии при произвольной нагрузке. Круговая диаграмма полных сопротивлений и проводимостей. Применение диаграммы для определения параметров линии передачи. Согласование: Узкополосное и широкополосное. Четвертьволновые трансформаторы. Согласующие диафрагмы, штыри и шлейфы.

Матричный анализ устройств СВЧ. Волновые матрицы рассеяния и передачи. Нормировка матриц. Связь с матрицами сопротивлений и проводимостей. Свойства многополюсников и их матриц рассеяния. Двухполюсники. Примеры матриц простейших четырехполюсников.

Шестиполюсники СВЧ. Теорема о согласовании взаимного реактивного шестиполюсника и её следствия. Е и Н волноводные тройники. Коаксиальные и полосковые делители мощности.

Восьмиполюсники СВЧ. Теорема об идеальном направленном ответвителе. Типы направленных ответвителей и мостов. Двойной волноводный тройник, волноводно – щелевой мост, дырочные направленные ответвители, кольцевой и квадратный мосты на полосковых линиях применения мостов и направленных ответвителей: антенный коммутатор, трансформатор сопротивлений, балансный детектор и смеситель.

Основы теории антенн. Общие выражения для поля излучающей системы в дальней, промежуточной и ближней зонах. Элементарные излучатели линейной и круговой поляризации. Параметры антенных систем в передающем и приёмном режимах (амплитудная, фазовая, поляризационная диаграммы; сопротивление излучения и входное сопротивление; КНД, КПД, коэффициент усиления; частотная характеристика; эффективная длина; эффективная поверхность; шумовая температура).

Линейные непрерывные и дискретные излучающие системы. Множитель направленности. Режимы излучения - поперечный, наклонный, осевой. Ширина луча, КНД. Влияние амплитудно-фазового распределения на характеристики линейных систем. Подавление дифракционных максимумов.

Вибраторные и щелевые антенны. Симметричный вибратор - распределение тока, ДН, КНД, сопротивление излучения, входное сопротивление. Несимметричные вибраторные антенны. Щелевая антенна в плоском экране и в стенке прямоугольного волновода. Антенны бегущей волны - спиральные и диэлектрические. Оптимизация их характеристик. Система двух связанных симметричных вибраторов. Директорные антенны. Резонансные и нерезонансные волноводные щелевые антенные решетки. Фазированные антенные решетки.

Плоские синфазные раскрыты прямоугольной и круглой формы. Апертурные антенны. Волноводные излучатели, секториальные и пирамидальные рупорные антенны; их характеристики. Линзовые антенны на замедляющих и ускоряющих линзах. Параболические зеркальные антенны. Двухзеркальные антенны по схеме Кассегрена и Грегори.

Цель учебно-методического пособия – помочь студентам радиотехнических специальностей вуза закрепить усвоение основных разделов теоретического курса и научиться проводить расчеты параметров и характеристик основных типов линий передач, устройств СВЧ и антенн. Материал в пособии разбит на восемь тематических разделов – четыре по линиям передач и устройствам СВЧ и четыре по антеннам. По своей структуре все восемь разделов идентичны и каждый состоит из трех частей. В первой части приводится справочный материал (основные расчетные соотношения), необходимый, в частности, для выполнения контрольных работ. Во второй части даются указания по проведению решений типовых задач, а в третьей части предлагаются задачи для самостоятельного решения с ответами для контроля. При решении задач необходимо пользоваться международной системой единиц (СИ).

В процессе изучения курса студенты должны выполнить по три контрольных работы. Контрольная работа № 1 по линиям передач и узкополосному согласованию (автор – Л.И. Шангина) представлена в электронном виде и все необходимые указания содержатся на интерфейсе. Контрольные работы № 2 по применению матричного аппарата к расчету устройств СВЧ (автор – В.А. Замотринский) и № 3 по антенным устройствам (автор – Г.Г. Гошин) представлены в пособии в конце соответствующих разделов. Каждая контрольная работа содержит 20 вариантов по пять задач в каждом.

1. НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ ДЛЯ “Е” И “Н” ВОЛН

В данном разделе рассмотрен круг вопросов, касающихся выполнения контрольной работы №1 по направляющим системам, по которым распространяются электрические и магнитные волны. Это наиболее часто применяемые волноводы прямоугольного и круглого сечения, реже – волноводы П-образного и Н – образного сечения. Будем считать, что волноводы имеют идеально проводящие стенки и однородное заполнение.

В большинстве предлагаемых задач необходимо рассчитать основные параметры направляющих систем: волновые сопротивления, длину волны в волноводе, фазовую и групповые скорости, передаваемую мощность и потери.

1.1. Прямоугольные волноводы

Волновод это направляющая система, предназначенная для распространения волн электрического типа (E с $H_z=0$, а $E_z \neq 0$), и волн магнитного типа (H с $E_z=0$ $H_z \neq 0$). Если волновод заполнен диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью $\mu=1$, то конкретный тип волны в волноводе может распространяться в том случае, если

$$\frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon}} < \lambda_{кр}, \quad (1.1)$$

где λ — длина волны в свободном пространстве, а $\lambda_{кр}$ — определяется из

формулы
$$\chi_{\perp}^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_{кр}} \right)^2, \quad (1.2)$$

которая связывает критическую длину волны ($\lambda_{кр}$) с поперечным волновым числом ($\chi_{\perp} = \chi_x + \chi_y$), где

$$\chi_x = \frac{m\pi}{a}; \quad \chi_y = \frac{n\pi}{b}. \quad \text{Тогда } \lambda_{кр} \text{ равно: } \lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} \quad (1.3)$$

Расчетные формулы для фазовой, групповой скорости записываются следующими выражениями:

$$V_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad V_{гр} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \quad (1.4)$$

где c — скорость света.

Фазовая скорость также связана с длиной волны в волноводе и постоянной распространения γ соотношением

$$\gamma = 2\pi/\lambda_B = \omega/V_\phi, \quad (1.5)$$

где λ_B — длина волны в волноводе, определяется как

$$\lambda_B = \lambda / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}. \quad (1.6)$$

Характеристические сопротивления для магнитной и электрической волн в прямоугольном волноводе определяются из следующих выражений:

$$Z_C^{H_{mn}} = Z_0 / \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{H_{mn}}}\right)^2}, \quad Z_C^{E_{mn}} = Z_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{E_{mn}}}\right)^2}, \quad (1.7)$$

где Z_0 — характеристическое сопротивление плоской волны в свободном пространстве

$$(Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \text{ Ом}),$$

ϵ_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные.

Эквивалентное сопротивление должно учитывать изменение не только широкого размера сечения волновода a , но и узкого размера b .

$$Z_\Omega = \frac{b}{a} \frac{\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda^2}{\lambda_{кр}^2 \epsilon\mu}\right)}} \quad (1.7a)$$

Предельная мощность в прямоугольном волноводе равна:

$$P_{пред} = \frac{E_{пред}^2 ab}{4Z_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \quad \text{а} \quad P = \frac{ab \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}{4Z_0} E_0^2 \quad (1.8)$$

мощность, переносимая волной типа H_{10} . Здесь E_0 — максимальная амплитуда напряженности электрического поля в волноводе. Для сухого воздуха при атмосферном давлении $E_{макс} = 30 \text{ кВ/см}$.

Для волновода, не обладающего потерями можно принять $\alpha = 0$. Если же рассматривается среда с потерями, то общий коэффициент затухания определяется из соотношения:

$$\alpha = \alpha_m + \alpha_d. \quad (1.9)$$

Коэффициент затухания, вследствие потерь в металлических стенках в прямоугольном волноводе для волны H_{10} , рассчитывается по формуле

$$\alpha_m = \frac{R_s \left(1 + \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 \frac{2b}{a}\right)}{Z_0 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (1.10)$$

R_s – поверхностное сопротивление, равное

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_a}{2\sigma}} = \sqrt{\frac{\pi f \mu_a}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\pi \mu_a c}{\sigma \lambda}}, \quad (1.11)$$

где f частота в герцах. Иначе поверхностное сопротивление можно определить

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta} \approx 1,987 \sqrt{\frac{f}{\sigma}} \cdot 10^{-3}, \quad \text{Ом}, \quad (1.12)$$

Приведем примеры σ и $\sigma_{\text{эфф}}$:

$$\text{Серебро } \sigma = 6,1 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}; \quad \sigma_{\text{эфф}} = 2,2 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$$

$$\text{Медь } \sigma = 5,5 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}; \quad \sigma_{\text{эфф}} = 3,5 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$$

Коэффициент затухания (дБ/м) для волн H_{mn} в прямоугольном волноводе (при $n \geq 1$)

$$\alpha_m = \frac{2R_s}{Z_0 b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} \left\{ \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 + \left[1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2\right] \frac{\frac{b}{a} \left(\frac{b}{a} n^2 + m^2\right)}{\frac{b^2 n^2}{a^2} + m^2} \right\} \quad (1.13)$$

Для волн E_{mn} в прямоугольном волноводе

$$\alpha_m = \frac{2R_s \left[n^2 \left(\frac{b}{a} \right)^3 + m^2 \right]}{Z_o b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} \left[n^2 \left(\frac{b}{a} \right)^2 + m^2 \right]} \quad (1.14)$$

Коэффициент затухания в диэлектрике определен соотношением

$$\alpha_\delta = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon_a \mu_a}{2}} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} - 1 \quad (1.15)$$

или можно α_δ рассчитать по формуле

$$\alpha_\delta = \frac{\varepsilon \cdot \operatorname{tg} \delta \pi}{\lambda \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \quad (1.16)$$

В заключение заметим, что в волноводе потери значительно меньше, чем в других линиях передачи.

1.2. Круглые волноводы

В круглом волноводе критическая длина волны Е- типа определяется из выражения

$$\lambda_{кр} = \frac{2a\pi}{\nu_{mn}}, \quad (1.17)$$

где a — радиус волновода; ν_{mn} — n -й корень уравнения $J_m(x) = 0$.

Значения корней ν_{mn} приведены в табл. 1.1

Таблица 1.1

Значения корней (ν_{mn}) функций Бесселя $J_m(x)$

m	n			
	1	2	3	4
0	2,405	5,520	8,654	11,792
1	3,832	7,016	10,173	13,324

Для волн типа H_{mn} в круглом волноводе критическая длина волны равна

$$\lambda_{кр} = \frac{2a\pi}{\mu_{mn}}, \quad (1.18)$$

где μ_{mn} — n -й корень уравнения $J_m'(x) = 0$.

Значения корней μ_{mn} приведены в табл.1.2.

Таблица 1.2

Значения корней производных (μ_{mn}) функций Бесселя $J'_m(x)$

m	n		
	1	2	3
0	3,832	7,016	10,174
1	1,841	5,331	8,536
2	3,054	6,705	9,965

Характеристические сопротивления для волн электрического и магнитного типов определяются по тем же формулам, что и для прямоугольного волновода (1.7).

Мощность, переносимая волной типа H_{11} в круглом волноводе равна:

$$P = \frac{a^2 E_0^2 \pi}{4,28 Z_C} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}. \quad (1.19)$$

Коэффициент затухания в металле для волн типа H_{mn} в круглом волноводе:

$$\alpha_M = \frac{R_S}{Z_C b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \left(\left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2 + \frac{m^2}{\mu_{mn}^2 - m^2} \right). \quad (1.20)$$

Для волн типа E_{mn} в круглом волноводе:

$$\alpha_M = \frac{R_S}{Z_C b \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}. \quad (1.21)$$

Остальные параметры рассчитываются по формулам для прямоугольного волновода.

1.3. Волноводы П – и Н – образного сечения

Кроме прямоугольных и круглых волноводов в технике СВЧ используют волноводы П- и Н-образного сечения (рис. 1.1)

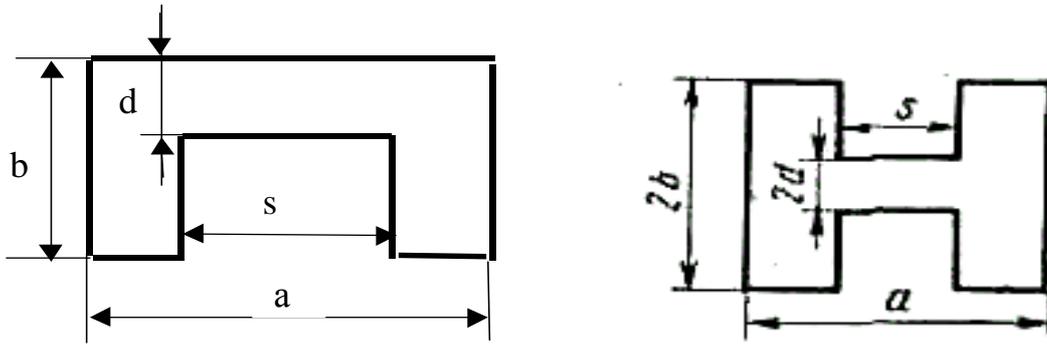


Рис.1.1

Их особенность состоит в том, что при тех же габаритных размерах **a** и **b** они имеют большую критическую длину волны основного типа, чем прямоугольные волноводы, в то время как критическая длина волны высших типов изменяется мало. Вследствие этого рабочий диапазон частот П- и Н-образных волноводов значительно шире по сравнению с прямоугольными. Анализ П- и Н-образных волноводов производят численными методами. Критическая длина волны основного типа H_{10} определяется из выражения

$$\lambda_{кр} = \frac{2a}{\xi},$$

где ξ — фактор понижения критической частоты, зависящий от размеров выступа **d** и **s**.

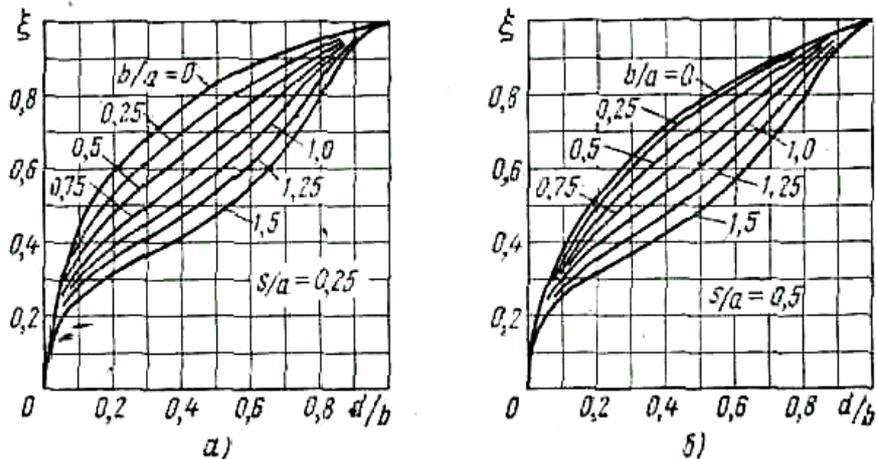


Рис.1.2

Значения ξ для некоторых размеров волноводов приведены на рис.1.1, **a**, **б**.

1.4. Примеры решения типовых задач

Задача № 1

В прямоугольном волноводе с размерами поперечного сечения 28x12 мм. С помощью двух стержней с одинаковыми, но противоположными по знаку токами возбуждается волна типа H_{11} . Рабочая длина волны $\lambda = 2$ см.

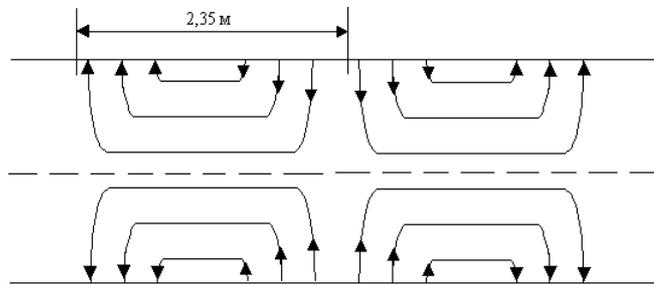
1. Найти места на стенках волновода, где следует просверлить отверстия для установки штырей.

2. Определить характеристическое сопротивление волновода $Z_C^{H_{11}}$.

3. Определить $Z_C^{H_{11}}$ для случая заполнения волновода дождевой водой.

Выяснить возможность возбуждения волны H_{11} способом, применяемым для волновода с воздушным заполнением.

места подключения противофазных



Решение:

1) Нарисуем структуру поля волны H_{11} . Возбуждение волновода возможно двумя путями:

стержнем, который ставится в пучности электрического поля, параллельно силовым линиям вектора E , либо петлей, которую обязательно должны пронизывать магнитные силовые линии. Если мы выберем стержневое возбуждение, то надо по рисунку структуры полей выбрать место включения этих стержней (рис.1.1).

2) Определяем длину волны в волноводе по формуле (1.6). Критическая длина волны, для волны H_{11} находится из (1.5), где a и b - поперечные размеры волновода 28 мм и 12 мм соответственно.

$$\lambda_{кр}^{H_{11}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{(2b)^2}}}; \quad \lambda_{кр}^{H_{11}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{5,6^2} + \frac{1}{2,4^2}}} = 2,2 \text{ см.}$$

$$\lambda_B = \frac{2}{\sqrt{1 - \left(\frac{2}{2,2}\right)^2}} = 4,7 \text{ см.}$$

Как видно из рис 1.2, штыри должны стоять на расстоянии $\frac{\lambda_B}{2}$.

Нетрудно определить это расстояние, так как длина волны в волноводе уже найдена. Рассчитываем $\frac{\lambda_B}{2} = 2,35$ см.

3) Определяем волновое сопротивление по формуле (1.7)

$$Z_c^{H_{11}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon} \frac{\lambda_B}{\lambda_0}}; \quad Z_C^{H_{11}} = 37,7 \cdot 2,35 = 885 \text{ Ом.}$$

4) Определим $Z_c^{H_{11}}$ для случая заполнения волновода дождевой водой.

Диэлектрическая проницаемость дождевой воды $\varepsilon = 80$. Тогда длина волны в волноводе, заполненном дождевой водой, будет равна:

$$\lambda_B^\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{80 - \left(\frac{2}{2,2}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{80 - 0,82}} = \frac{2}{\sqrt{79,18}} = \frac{2}{8,9} = 0,224 \text{ см.} \quad \left(\frac{\lambda_B^\varepsilon}{\lambda_0}\right) = 0,112.$$

Характеристическое сопротивление при этом станет равным:

$$Z_C^{H_{11}} = 377 \cdot 0,112 = 42,3 \text{ Ом.}$$

5) Будет ли возбуждаться волна H_{11} , при заполнении этого волновода дождевой водой? Диэлектрическая проницаемость дождевой воды значительно больше воздуха, поэтому надо определить будет ли расстояние между штырями равно целому числу отношения $\lambda_B^\varepsilon / \lambda$?

О возбуждении. Штыри должны находиться один от другого на целом числе полуволн. При этом это число должно быть нечетным. Теперь $\lambda_B^\varepsilon = 0,224$ см. Расстояние же между штырями L подбиралось тогда, когда было воздушное заполнение:

$$L = \frac{4,7}{2} = 2,35 \text{ см} \quad L = (2n + 1)\lambda_B^\varepsilon, \text{ где } n = 0,1,2\dots$$

Поделим L на $\frac{1}{2}\lambda_B^\varepsilon$, $\frac{2,350}{0,112} = 23,5$. Нечетного целого числа 23 не получается. Прежнее возбуждение не годится!

Задача № 2

В прямоугольном волноводе с размерами 74x34мм и воздушным заполнением распространяется волна типа H_{10} при $\lambda = 12$ см. Требуется довести мощность этой волны до 9 МВт. Не будет ли пробоя? Если будет, то заполните волновод диэлектриком с тем, чтобы $9 \text{ МВт} < P_{\text{ПРЕД}} \varepsilon$. Определите относительную диэлектрическую проницаемость этого диэлектрика.

$$P_{\text{ДОП}} = (0,2 \div 0,3) P_{\text{ПРЕД}}, \quad E_{\text{ПРЕД}} = 30 \frac{\text{кВ}}{\text{см}} = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{В}}{\text{см}}.$$

Решение:

1. Определим предельную мощность для волны H_{10} , используя формулу (1.8).

$$P_{пред} = \frac{E^2_{пред} \cdot a \cdot b}{4 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}} \sqrt{\epsilon' - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{KP}^{H_{10}}}\right)^2} = \frac{(3 \cdot 10^4)^2 \cdot a_{CM} \cdot b_{CM}}{4 \cdot 377} \sqrt{\epsilon' - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{KP}^{H_{10}}}\right)^2}$$

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_{KP}^{H_{10}}}\right)^2 = \left(\frac{12}{2 \cdot 7,2}\right)^2 = 0,695; \quad \epsilon' = 1; \quad \text{тогда} \quad \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{KP}^{H_{10}}}\right)^2} = 0,552.$$

$$P_{пред} = \frac{9 \cdot 10^8 \cdot 7,2 \cdot 3,4}{4 \cdot 377} \cdot 0,552 = 14,68 \cdot 0,552 \cdot 10^6 = 8,08 \cdot 10^6 \text{ Вт} = 8,08 \text{ МВт.}$$

2. Так как $P = 9 \text{ МВт} > 8,08 \text{ МВт}$ – пробой обеспечен. Воспользуемся формулой мощности для диэлектрического заполнения и подставив в нее все значения, получим выражение для $P_{пред}$

$$P_{пред} = 14,68 \cdot 10^6 \sqrt{\epsilon' - 0,695} \geq 9 \text{ МВт.}$$

Откуда можно выделить величину ϵ'

$$\sqrt{\epsilon' - 0,695} \geq \frac{9 \cdot 10^6}{14,68 \cdot 10^6}; \quad \epsilon' - 0,695 \geq 0,38; \quad \epsilon' = 0,38 + 0,695 = 1,075.$$

Ответ: Выберем $\epsilon' = 1,1$.

Задача № 3

Прямоугольный волновод с поперечным сечением $a \times b$, внутренними размерами $a=2,286 \text{ см.}$, $b=1,016 \text{ см.}$, возбужден монохроматическим колебанием частотой $f=15 \text{ кГц}$. Определить, какие из распространяющихся волн могут возбуждаться в волноводе, каковы длины волн?

Решение:

1. Определим длину волны λ , возбуждающей волновод, в свободном пространстве

$$3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{см}}{\text{с}} \quad \lambda_{\text{см}} = \frac{30}{f_{\text{Гц}}} = \frac{30}{15} = 2 \text{ см.}$$

2. По формуле (1.3) определяем критическую длину волны.

$$\lambda_{KP}^{H_{mn}, E_{mn}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}.$$

Заметим, что чем меньше m и n , тем большими становятся длины критических волн, при неизменных a и b .

3. Длина волны типа E_{mn} или H_{mn} , распространяющейся в волноводе, должна быть меньше критической волны заданного типа ($\lambda < \lambda_{KP}$).

4. Определим λ_{KP} каждой распространяющейся волны и занесем результаты вычислений в таблицу 1.3.

$$\lambda_{KPmn} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{2,286}\right)^2 + \left(\frac{n}{1,016}\right)^2}} = \frac{4,64}{\sqrt{(1,016m)^2 + (2,286n)^2}}.$$

Таблица 1.3

m	n	$(1,016m)^2$	$(2,286n)^2$	λ_{KP}	Распростр. или нет
1	0	$(1,016m)^2$	0	4,57	да
2	0	$(2,032m)^2$	0	2,286	да
3	0	$(3,048m)^2$	0	1,54	нет
0	1	0	$(2,286n)^2$	2,032	да
0	2	0	$(4,57n)^2$	1,016	нет

5. Длины волн в волноводе рассчитываются по формуле (1.6).

Распространяющиеся волны:

$$H_{10}; \lambda_{KP}=4,57; \lambda_B=2,24.$$

$$H_{20}; \lambda_{KP}=2,286; \lambda_B=4,25.$$

$$H_{01}; \lambda_{KP}=2,032; \lambda_B=11,56.$$

Задача № 4

Прямоугольный волновод 23x10 мм. служит для передачи СВЧ импульсов с прямоугольной огибающей. Длительность импульсов $\tau=6$ нс., несущая частота $f_0=10$ ГГц. Длина линии $l=50$ м.

Оценить качественно величину искажений импульсов, вызванных дисперсией волновода.

Решение:

$$1. \text{ Волна типа } H_{10}. \quad \lambda_{KP}=2a=4,6 \text{ см.}, \text{ тогда } f_{KP} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{4,6} = 6,52 \text{ ГГц.}$$

Искажения формы импульсов в волноводной линии передачи вызываются временем группового запаздывания для различных составляющих

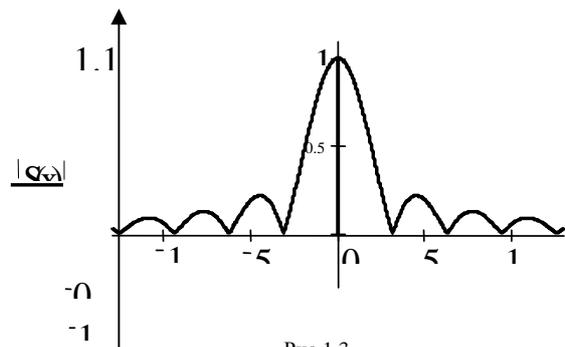


Рис.1.3

спектра сигнала. Спектр прямоугольного ВЧ импульса в области положительных частот (рис.1.3) описывается выражением:

$$S(\omega) = \frac{E_\tau}{2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega - \omega_0}{2}\right)\tau}{\left(\frac{\omega - \omega_0}{2}\right)\tau}. \quad (1.23)$$

Примем ширину спектра равной ширине его главного лепестка. Тогда крайние частоты спектра будут равны:

$$f_1 = f_0 - \frac{1}{\tau} = 3,833 \text{ ГГц.} \quad f_2 = f_0 + \frac{1}{\tau} = 10,167 \text{ ГГц.}$$

$$\Delta t = \frac{l}{V_{ГР}(f_1)} - \frac{l}{V_{ГР}(f_2)}.$$

Используя (1.4), $V_{ГР} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{КР}}\right)^2}$, получим

$$\Delta t = \frac{l}{c} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{КР}}{f_1}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{КР}}{f_2}\right)^2}} \right) = 5,4 \text{ нс.} \quad (1.24)$$

Таким образом, разность группового времени запаздывания для различных составляющих спектра сигнала оказывается приблизительно равной длительности импульса. Вследствие этого передаваемый импульс расплывается.

Задача № 5

Максимальное значение плотности продольной составляющей тока проводимости для волны H_{10} равно $\eta=0,1$ А/м. Каково значение напряженности магнитного поля в точке $x=1/6a$ (где a – размер широкой стенки волновода)? С какой проекцией вектора H связан этот ток?

Решение:

Составляющие векторов поля волны H_{10} описываются выражениями

$$\begin{cases} H_z = H_{oz} \cdot \cos \frac{\pi x}{a} \\ H_x = \frac{j\beta a}{\pi} H_{oz} \cdot \sin \frac{\pi x}{a} \\ E_y = \frac{j\omega\mu_a a}{\pi} H_{oz} \cdot \sin \frac{\pi x}{a} \end{cases} \quad (1.25)$$

Плотность тока связана с напряженностью магнитного поля H соотношением $\eta = [n_0, H]$. Следовательно, все составляющие для плотностей токов могут быть определены из уравнений:

$$\eta_{0z} = -\frac{j\beta a}{\pi} H_{oz} \sin \frac{\pi x}{a}, \quad \eta_{0x} = H_{oz} \cos \frac{\pi x}{a}, \quad \eta_{0y} = H_{oz}. \quad (1.26)$$

Так как в условии задачи требуется определить значение поля в точке x , то в определитель подставляем H_x составляющую.

$$\eta = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & 0 \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\bar{k}H_x.$$

Получаем, что η направлена по оси z (\vec{k}).

Значит для определения H используем η_{0z} составляющую и согласно (1.26), получаем: $0,1 = H \cdot \sin(\frac{\pi}{6})$, $0,1 = H \cdot \sin(30^\circ)$.

Так как $\sin 30^\circ = 1/2$, следовательно напряженность поля равна $H=0,2$ А/м.

Ответ: $H=0,2$ А/м.

Задача № 6

В медном волноводе квадратного сечения со стороной 2 см распространяется волна, типа H_{11} .

Определить:

- частоту поля, при которой затухание в волноводе минимально;
- минимальное значение коэффициента ослабления;
- диапазон частот, в пределах которого погонное затухание отличается от минимального не более чем на 50%.

Решение:

В формуле (1.13) для затухания волн типа H_{mn} в прямоугольном волноводе положим $m = 1$, $n = 1$; поскольку волновод

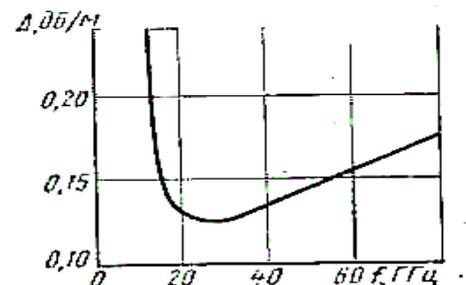


Рис. 1.4

квадратный, $b = a$. В результате получим, расчетную формулу для коэффициента ослабления волны типа H_{11} в квадратном волноводе:

$$\alpha_M = \frac{2R_s \left(1 + \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2 \right)}{Z_0 a \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \quad (1.27)$$

Для того чтобы получить погонное затухание в децибелах на метр, надо умножить результаты расчета на $20 \lg(e) = 8,69$. График зависимости погонного затухания волны типа H_{11} от частоты поля приведен на рис.1.3. Из графика следует, что минимальное погонное затухание, равное 0,125 дБ/м, получается при частоте поля 25,5 ГГц; минимум кривой очень тупой, затухание отличается от минимального не более чем на 50% в диапазоне частот 13,4—92 ГГц.

Задача № 7

Рассчитать коэффициент затухания и предельную мощность стандартного прямоугольного волновода, работающего на длине волны $\lambda = 3,2$ см.

Решение: Есть формула, позволяющая просто определить коэффициент потерь. Подставляем в нее данные условия задачи

$$\alpha^{H_{10}} \approx \frac{0,7}{\lambda \sqrt{\lambda}} \cdot 10^{-3} \left(\frac{\partial B}{\text{м}} \right)$$

$$\alpha^{H_{10}} \approx \frac{0,7}{3,2 \sqrt{3,2}} \cdot 10^{-3} = 3,9 \left(\frac{\partial B}{\text{м}} \right)$$

$$P_{пред} \approx \frac{E_{max}^2}{480\pi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2} = \frac{E_{max}^2}{480\pi} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}$$

Если положить, что на центральной частоте рабочего диапазона волновода $\lambda/2a = 0,7$, и учитывая, что для сухого атмосферного воздуха при нормальном давлении принято считать, что $E_{max} = 30$ кВ/см; получим;

$$\text{Ответ: } P_{пред} = 420 \text{ кВт/см}^2.$$

Задача №8

В круглом волноводе радиусом $a = 5$ см распространяется волна типа E_{01} . Частота колебаний 6 ГГц, передаваемая мощность 20 кВт. Определить максимальное значение напряженности электрического поля ($E=?$) и амплитудное значение поверхностной плотности тока на стенках волновода η_s .

Решение:

Для волны типа E_{01} в круглом волноводе мощность определяется формулой

$$P^{E_{01}} = 0,778 \frac{\pi \epsilon_a \omega \beta}{\chi^2} E_0^2, \quad (1.28)$$

χ – поперечное волновое число, равно $2\pi/\lambda_{кр}$. Критическая длина для E волны в круглом волноводе определяется формулой (1.17), а значение корня ν_{01} функции выбирается из табл.1.1: $\nu_{01} = 2,405$, $k_0 = 2\pi/\lambda = 1,57$,

$$\chi = \frac{\nu_{01}}{a} = 0,962 \text{ см}^{-1}, \quad \beta = \sqrt{k_0^2 - \chi^2} = \sqrt{1,57^2 - 0,952} = 0,8 \text{ см}^{-1},$$

Тогда из (1.28) получаем

$$E_{MAX} = E_0 = \sqrt{\frac{P \chi^2}{0,778 \cdot \pi \cdot 2\pi \cdot 6 \cdot 10^9 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 0,8}} = \sqrt{\frac{P \chi^2}{652 \cdot 10^{-3}}} = \\ = \sqrt{\frac{20 \cdot 10^3 \cdot 0,952}{652 \cdot 10^{-3}}} = 0,168 \cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

$$\begin{cases} \vec{H}_\varphi^* = -j \frac{\omega \epsilon}{\chi} a E_0 J_0(\chi \cdot r) \cdot e^{-i\beta Z} \\ \vec{E}_r^* = -j \frac{\beta}{\chi} E_0 J_0'(\chi \cdot r) \cdot e^{-i\beta Z} \\ \vec{E}_Z^* = E_0 J_0(\chi \cdot r) \cdot e^{-i\beta Z} \end{cases} \quad (1.29)$$

$$\eta_s = |H_\varphi|_{r=a} = \omega \epsilon_a 0,168 \cdot 10^3 \cdot J_1(\nu_{01}) \quad (1.30)$$

Составляющие полей E приведены в (1.29). Плотность тока определится по формуле (1.30). Значения функций приведены на графике рис.1.5. Из графика для $x = \nu_{01} = 2,405$ получаем

$$J_1(2,405) = 0,5.$$

Значение поверхностной плотности тока согласно формуле (1.30) будет равно:

$$\eta = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \cdot 0,168 \cdot 10^3}{36 \cdot \pi} \cdot 0,5 = 2,8 \text{ А/м.}$$

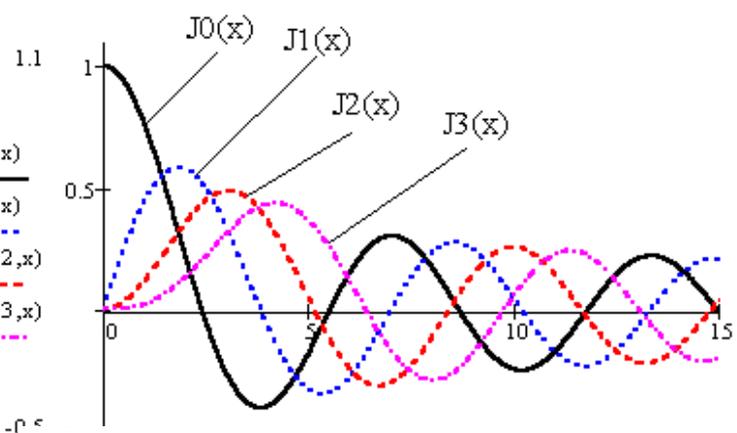


Рис.1.5

Ответ: $\eta = 2,8 \text{ А/м}$

Задача № 9

Какие типы волн могут распространяться в круглом волноводе диаметром 3 см, заполненном диэлектриком с относительной проницаемостью ϵ ? Частота колебаний 10 ГГц, $\epsilon = 3,2$.

Решение:

В данном волноводе могут распространяться лишь те типы волн, для которых выполняется условие $\lambda_{\partial} < \lambda_{кр}$ где $\lambda_{\partial} = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon} = c / (f \sqrt{\epsilon})$ – длина волны в однородном безграничном диэлектрике. В нашем случае $\lambda_{\partial} = 1,675 \text{ см}$. Критическая длина волны в круглом волноводе равна $\frac{2a\pi}{\nu_{mn}}$ для волн типа E_{mn} и $\frac{2a\pi}{\mu_{mn}}$ для волн типа H_{mn} . Следовательно, для распространяющихся типов волн должны выполняться условия

$$\nu_{mn} < 2a\pi / \lambda_{\partial}, \quad \mu_{mn} < 2a\pi / \lambda_{\partial}, \quad 2a\pi / \lambda_{\partial} = 5,627,$$

которым удовлетворяют следующие типы волн: $E_{01}, E_{02}, E_{11}, E_{21}, H_{01}, H_{11}, H_{12}, H_{21}, H_{31}, H_{41}$.

Задача № 10

При каком диаметре круглого волновода в нем может распространяться только один основной тип волны при частоте колебаний 10 ГГц?

Решение. Сначала найдем длину волны генератора

$$\lambda_0 = c / f = 3 \text{ см}.$$

Основным типом волны круглого волновода является волна H_{11} . Ее критическая длина

$$\lambda_{кр} = 2a\pi / 1,841 = 3,413a,$$

откуда получается условие существования волны типа H_{11} : $a > \lambda_0 / 3,41 = 8,79 \text{ мм}$.

Ближайшим высшим типом волны в круглом волноводе является волна E_{01} . Ее критическая длина

$$\lambda_{кр} = 2a\pi / 2,405 = 2,613a,$$

Чтобы волна типа E_{01} , не могла распространяться, должно выполняться условие

$$a < \lambda_0 / 2,61 = 11,48 \text{ мм}.$$

Следовательно, диаметр волновода должен лежать в пределах:

$$17,58 \text{ мм} < 2a < 22,96 \text{ мм}.$$

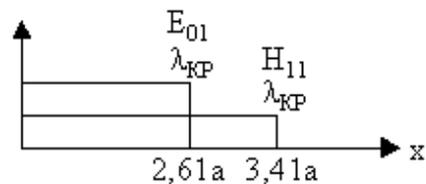


Рис.1.6

1.5. Задачи для самостоятельного решения

1.

Какой длине волны в свободном пространстве соответствует групповая скорость в волноводе, равная $c/2$ (где c - скорость света)?

Ответ: $\lambda = 0,86\lambda_{кр}$.

2. В прямоугольном волноводе сечением 4×3 см распространяется волна типа H_{11} . Волновод заполнен пенополистиролом с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1,15$. Частота колебаний 8 ГГц. Определить длину волны в волноводе и фазовую скорость.

Ответ: $\lambda_B = 5,105$ см. $V_\phi = 4,084 \cdot 10^8$ м/с.

3.

Определить размеры поперечного сечения прямоугольного волновода, при которых может распространяться лишь основной тип волны. Длина волны генератора 10 см.

Ответ: $5 \text{ см} < a < 10 \text{ см}$, $b < 5 \text{ см}$

4.

Определить размеры поперечного сечения прямоугольного волновода, работающего на основном типе волны, при которых обеспечивается минимальное затухание и нераспространение волн высших типов. Частота колебаний 6 ГГц. Удельная проводимость материала стенок волновода $5,7 \cdot 10^7$ Сим/м. Найти значение минимального погонного затухания.

Ответ: $a=5$ см, $b=2,5$ см, $\alpha=0,027$ дБ/м

5.

Полый прямоугольный волновод с поперечным сечением 23×10 мм выполнен из меди и имеет длину 10 м. Волновод нагружен согласованной нагрузкой и работает на частоте 10000 МГц. Определить коэффициент затухания и КПД этого волновода.

Ответ: $\alpha=0,11$ дБ/м, $\eta=0,78$

6.

Определить характеристическое сопротивление волны типа E_{01} , в круглом волноводе диаметром 3 см при длине волны генератора 3,2 см.

Ответ: 217,7 Ом.

7.

В круглом волноводе распространяется волна типа E_{01} . Частота поля 10 ГГц, длина волны в волноводе в 4 см. Вычислить групповую скорость.

Ответ: $2,25 \cdot 10^8$ м/с.

8.

Определить погонное затухание волны типа E_{01} в круглом волноводе

диаметром 8 мм. Длина волны генератора 10 мм. Удельная проводимость материала стенок волновода $1,4 \cdot 10^7$ Сим/м.

Ответ: 1,82 дБ/м.

9.

Волновое сопротивление прямоугольного волновода 60π. Какое соотношение λ_0/λ_{KP} будет для E_{mn} или H_{mn} типов волны? И какой тип волны будет распространяться в волноводе?

Ответ: Н: $\frac{\lambda_0}{\lambda_{KP}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Будет распространяться

Е: $\frac{\lambda_0}{\lambda_{KP}} = \sqrt{-3}$ Не будет распространяться

10.

В качестве линии передачи используется круглый волновод диаметром 3 см и длиной 50 м, работающий на волне типа H_{11} . Частота передаваемых колебаний 7,5 ГГц, удельная проводимость материала стенок волновода $3 \cdot 10^7$ См/м. Определить КПД системы.

Ответ: 40%.

11.

В незаполненном круглом волноводе диаметром 25 мм при длине волны генератора 3 см погонное затухание волны типа E_{01} составляет 0,4 дБ/м. Если же тот волновод заполнить диэлектриком с относительной проницаемостью 3,25, то затухание будет равно 1,5 дБ/м. Определить $\text{tg} \delta$ диэлектрика. При расчете учесть, что потери в металлических стенках заполненного и незаполненного волноводов различны.

Ответ: $\text{tg} \delta = 5 \cdot 10^{-4}$.

12. Определить размеры поперечного сечения прямоугольного волновода, работающего на основном типе волны, при которых обеспечивается минимальное затухание и нераспространение волн высших типов. Частота колебаний 6 ГГц. Удельная проводимость материала стенок волновода $5,7 \cdot 10^7$ См/м. Найти значение минимального погонного затухания.

Ответ: $a=5\text{см}$, $b=2,5\text{см}$, 0,027 дБ/м

13. Полый прямоугольный волновод с поперечным сечением 23×10 мм выполнен из меди и имеет длину 10 м. Волновод нагружен согласованной нагрузкой и работает на частоте 10000 МГц. Определить коэффициент затухания и КПД этого волновода.

Ответ: $a=0,11$ Дб/м ; $h=0,78$.

2. НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ ВОЛН “Т” ТИПА

Коаксиальный кабель и полосковые линии находят широкое применение для передачи сигнала в диапазоне сантиметровых, дециметровых волн, но в диапазоне длинных, средних, коротких и отчасти дециметровых волн применяются однопроводные, двухпроводные фидеры.

В этом разделе методического пособия приведено решение типовых задач и подобран справочный материал, позволяющий без особых трудностей выполнить контрольную работу №1.

2.1. Коаксиальные линии передачи

На рис.2.1. приведено поперечное сечение коаксиального кабеля, заполненного диэлектриком. Основными параметрами, определяющими направляющие свойства кабеля являются: волновое сопротивление, затухание и мощность.

Волновое сопротивление для коаксиального кабеля Z_B , равно отношению комплексных амплитуд напряжения и тока в режиме бегущих волн, равно:

$$Z_B = \frac{\dot{U}}{\dot{J}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{\epsilon_a}} \ln \frac{D}{d} = \frac{120\pi}{2\pi \cdot \sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \ln \frac{D}{d} \quad (2.1)$$

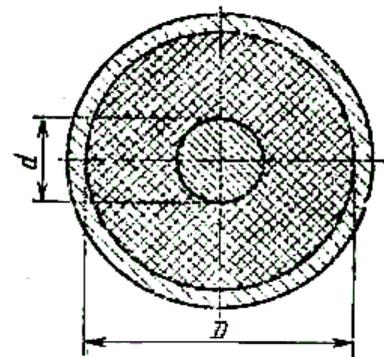


Рис.2.1.

Здесь мы полагаем, что относительная магнитная проницаемость $\mu = 1$.

Разность потенциалов между проводниками определяется из следующего выражения

$$U = \int_{r=d/2}^{D/2} \vec{E} d\vec{r} = A \cos(\omega \cdot t - \gamma z) \int_{d/2}^{D/2} \frac{dr}{r} = A \ln \frac{D}{d} \cos(\omega \cdot t - \gamma z), \quad (2.2)$$

где γ - продольное волновое число:

$$\gamma = \beta = \omega \cdot \sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a};$$

Ток вдоль проводников коаксиального кабеля равен:

$$J = A \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_a}{\mu_a}} 2\pi \cos(\omega \cdot t - \gamma z) \quad (2.3)$$

Если в (2.1) перейти к десятичным логарифмам, то волновое сопротивление можно представить в виде:

$$Z_B = \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{D}{d}, \quad (Ом) \quad (2.4)$$

Через погонные индуктивность L_1 и емкость C_1 в линии волновое

сопротивление определяется следующим выражением $Z_B = \sqrt{L_1/C_1}$. (2.5)

Погонные параметры коаксиальной линии передачи:

$$L_1 = \mu_a / (2\pi) \ln(D/d), \text{ Гн/м.} \quad (2.6)$$

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_a}{\ln(D/d)}, \text{ Ф/м.} \quad (2.7)$$

Фазовая скорость в линии передачи с волной типа Т определяется по формулам:

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_a \cdot \mu_a}}. \quad (2.8)$$

Характеристическое сопротивление определяется следующим соотношением:

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}, \text{ (Ом)} \quad (2.9)$$

Переносимая мощность в коаксиальном кабеле определяется как

$$P = \frac{U^2}{120} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{1}{\ln(D/d)}, \text{ Вт.} \quad (2.10)$$

где

$$U = E_{\max} \frac{d}{2} \ln(D/d), \text{ В.} \quad (2.11)$$

Подставляя выражение (2.11) в (2.10), получим:

$$P = \frac{E_{\max}^2 d^2}{480} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \ln(D/d), \text{ Вт.} \quad (2.12)$$

Общий коэффициент потерь определяется как сумма потерь в проводниках и диэлектрике $\alpha = \alpha_{\text{пр}} + \alpha_\theta$, м⁻¹.

Коэффициент затухания в проводниках $\alpha_{\text{пр}}$ при заданном поверхностном сопротивлении проводников R_s определен следующим выражением

$$\alpha_{np} = \frac{R_s(D+d)}{Z_e \cdot D \cdot d \ln \frac{D}{d}}. \quad (2.13)$$

Правильный выбор соотношения D/d должен обеспечить противоречивые требования: максимальную мощность переносимого поля и наименьшие потери. Расчеты приводят к оптимальному соотношению

$$D/d \approx (3,6 \div 3,0).$$

Потери в диэлектрике α_∂ определяются по (1.16) или по приближенной формуле:

$$\alpha_\partial = \frac{\pi}{\lambda} \operatorname{tg} \delta, \quad \text{где } \lambda = \lambda_\partial. \quad (2.14)$$

Тангенс угла диэлектрических потерь среды должен примерно находиться в пределах $\operatorname{tg} \delta \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$.

Некоторые свойства диэлектриков на сверхвысоких частотах приведены в табл.2.1.

Таблица 2.1

Свойства некоторых диэлектриков на сверхвысоких частотах

Материал	3000 МГц		10000 МГц	
	$\varepsilon/0,866 \times 10^{-11}$	$\operatorname{tg} \delta$	$\varepsilon/0,866 \times 10^{-11}$	$\operatorname{tg} \delta$
Плавленый кварц	3,80	$0,263 \cdot 10^{-4}$	3,80	$0,263 \cdot 10^{-4}$
Стекло	4,3—8,3	$4,7 \cdot 10^{-4}$ — $3,1 \cdot 10^{-4}$	3,99— 8,05	$5,25 \cdot 10^{-4}$ — $6 \cdot 10^{-4}$
Вода очищенная	77,0	$1,95 \cdot 10^{-4}$	—	—
Плексиглас	2,6	$2,2 \cdot 10^{-3}$	2,59	$2,68 \cdot 10^{-3}$
Полистирол	2,55	$1,96 \cdot 10^{-4}$	—	—
Тефлон	2,1	$0,715 \cdot 10^{-4}$	2,08	$1,77 \cdot 10^{-4}$

2.2. Полосковые линии передачи

Для практических расчетов параметров полосковых линий можно применять следующие приближенные соотношения.

Для несимметричной полосковой линии передачи (см. рис.2.2,а) погонные емкости (Ф/м) рассчитывают по формулам:

$$C_1 = 1,06 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d), \quad (t/d \ll 1, b/d > 0,6), \quad (2.15)$$

$$C_1 = 1,06 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d) \frac{1}{1 - t/d}, \quad (b/d < 2), \quad (2.16)$$

$$C_1 = 1,06 \cdot 10^{-11} \varepsilon \left(1 + b/d \frac{1}{1 - t/d} \right), \quad (b/d > 2), \quad (2.17)$$

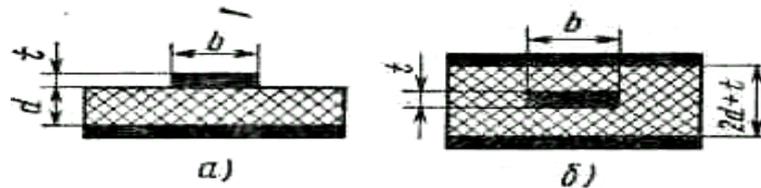


Рис. 2.2

для симметричной полосковой линии передачи (см. рис. 2.2,б)

$$C_1 = 1,54 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d), \quad (t/d \ll 1, b/d > 0,6), \quad (2.18)$$

$$C_1 = 1,54 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d) \frac{1}{1 - t/d}, \quad (b/d < 2), \quad (2.19)$$

$$C_1 = 1,54 \cdot 10^{-11} \varepsilon \left(1 + b/d \frac{1}{1 - t/d} \right), \quad (b/d > 2), \quad (2.20)$$

Волновые сопротивления с учетом толщины токонесущего проводника t рассчитывают по формулам:

для несимметричной линии передачи

$$Z_B = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{314}{(1 + b/d)} (1 - t/d), \quad (b/d < 2), \quad (2.21)$$

$$Z_B = 314 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\left(1 + b/d \frac{1}{(1 - t/d)} \right)}, \quad (b/d > 2), \quad (2.22)$$

для симметричной линии передачи:

$$Z_B = 216 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{(1 - t/d)}{(1 - b/d)}, \quad (b/d < 2), \quad (2.23)$$

$$Z_B = 216 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\left(1 + b/d \frac{1}{(1 - t/d)} \right)}, \quad (b/d > 2), \quad (2.24)$$

Передаваемая мощность в несимметричной полосковой линии передачи

$$P = 8,44 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 d^2 \ln \frac{r_B}{r_A}, \text{ Вт} \quad (2.25)$$

где E_0 — амплитуда напряженности поля в центре линии, В/м.

Значения коэффициентов r_A и r_B в зависимости от отношения b/d определяют по табл. 2.2.

Таблица 2.2

Значения коэффициентов r_A и r_B при $t/d=0,025$

b/d	r_B	r_A	b/d	r_B	r_A
1	5,128	$1,03 \cdot 10^{-1}$	5	14,56	$1,78 \cdot 10^{-4}$
2	7,67	$2,01 \cdot 10^{-2}$	6	16,77	$3,71 \cdot 10^{-5}$
3	10,04	$4,14 \cdot 10^{-3}$	7	18,95	$7,71 \cdot 10^{-6}$
4	12,32	$8,59 \cdot 10^{-4}$	8	21,11	$1,6 \cdot 10^{-6}$

При $b/d \geq 1$ в формуле (2.25) можно принять, что $\ln \frac{r_B}{r_A} \approx r_B$, в результате чего она упрощается:

$$(2.26) \quad P = 8,44 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 d^2 r_B, \text{ Вт}$$

Рассчитывать предельную мощность для несимметричной полосковой линии рекомендуется по формуле

$$P_{\text{пред}} = 16,88 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{\text{пред}}^2 \frac{t}{d} d^2 r_B, \text{ Вт} \quad (2.27)$$

Передаваемая мощность в симметричной полосковой линии передачи

$$P = \frac{1}{60\pi^2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_0^2 k_c^2 d^2 \ln \left(\frac{1+r_c}{1-r_c} \right), \quad (2.28)$$

где

$$k_c^2 = \sqrt{\frac{t}{2d} \left(1 + \frac{t}{d} \right) \left(2 + \frac{t}{d} \right)^2 \left(4 + \frac{t}{d} \right)}$$

— коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряженности электрического поля в плоскости поперечного сечения. Значения r_c для различных отношений b/d приведены в табл.2.3.

Таблица 2.3

b/d	1	1,2	1,4	1,6	2,0	3,0	4,0
r_c	0,890	0,920	0,945	0,948	0,980	0,990	0,9909
b/d	5,0	6,0	9,0	14,0	20		
r_c	0,999	0,9996	0,9999	0,99999	0,999999		

Если геометрические размеры удовлетворяют неравенствам $t/d \ll 0,3$; $b/d > 1$, то предельную мощность можно считать по следующей формуле, считая $E_0 = E_{пред}$.

$$P_{пред} = 5,4 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E_{пред}^2 d^2 (0,1 + t/d) (4 + b/d), \text{ Вт} \quad (2.29)$$

Коэффициент затухания, обусловленный потерями в проводящих пластинах несимметричной полосковой линии передачи,

$$\alpha_M = \frac{R_S}{120d\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left| \frac{\ln(r_A k_H / 2)}{\ln(r_B / r_A)} \right|, \text{ м}^{-1} \quad (2.30)$$

Здесь коэффициент k_H при малых значениях t/d определяют по соотношению $k_H \approx 2\sqrt{2t/d}$, а значения r_B и r_A — по табл.2.1.

Коэффициент ослабления, обусловленный потерями в проводящих пластинах симметричной полосковой линии передачи (при $t/d < 0,3$, $b/d > 1$),

$$\alpha_M = \frac{R_S}{120d\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{7 - 50t/d + b/d}{3,2(0,1 + t/d)(4 + b/d)}, \text{ м}^{-1} \quad (2.31)$$

Коэффициент затухания в диэлектрике (лучшие (2.14))

$$\alpha_d = \frac{\pi}{\lambda_d} \text{tg} \delta, \text{ м}^{-1}. \quad (2.32)$$

2.3. Однопроводные, двухпроводные линии передачи

Каждая линия передачи, в какой то степени поглощает часть мощности переносимого ею поля. Мощность поглощается как металлом, ток и диэлектриком. Поэтому существует тенденция уменьшения поперечного сечения линии передачи, этим самым, добиваясь уменьшения затухания.

Одним из вариантов линий передачи с малым поперечным сечением является однопроводная линия.

Распространение электромагнитного поля вдоль тонкого прямолинейного проводника характерно тем, что в случае, если фазовая скорость меньше скорости света, то образуется поверхностная волна, экспоненциально убывающая по мере

удаления от провода. Следовательно, значительная доля мощности удалена от проводника и распространяется в воздухе практически без потерь.

Недостатком однопроводной линии является то, что изменение направления линии вызывает излучение поля в месте поворота. Уменьшают излучение различными способами, в частности, при крутом повороте можно заменить однопроводную линию коаксиальным кабелем с рупорными переходами на концах. Однопроводная линия не нашла широкого применения, однако, в некоторых случаях её используют в диапазоне волн от нескольких метров до 3х см.

Однопроводные линии применяются на средних, коротких, дм волнах. Они характеризуются: погонной ёмкостью C_1 , индуктивностью L_1 активным сопротивлением R_1 , волновым сопротивлением Z_B . Расчет характеристик однопроводных линий можно провести с помощью формул, помещенных в табл.2.4 и графика на рис.2.3.

Таблица 2.4

Параметр	Однопроводный покрытый диэлектриком
Емкость $C_1, \frac{пФ}{м}$	_____
Индукт. $L_1, \frac{мкГн}{м}$	_____
Сопрот. $R_1, \frac{Ом}{м}$	$\frac{0,72}{r \cdot \sqrt{\lambda_\phi}}$
Волновое сопр. $Z_B, Ом$	$120 \cdot \lg\left(0,68 \cdot \frac{r_0}{r}\right)$

Буквенные обозначения в формулах табл. 2.4 следующие:

ϵ - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, используемого в фидере; λ - длина волны, в м; r - радиус фидера.

Для определения R_1 , значения r подставляются в миллиметрах (мм),

δ' - толщина диэлектрика.

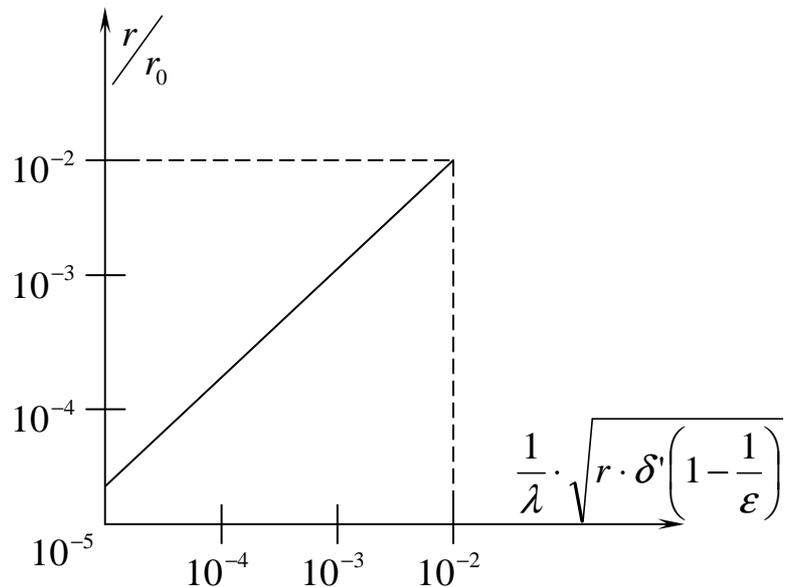


Рис 2 3

$$\lambda_{\phi} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot r_0}\right)^2}}; \quad (2.33)$$

λ_{ϕ} – длина волны в фидере.

r_0 – предельный радиус, определяемый из графика рис.2.3.

Коэффициент затухания фидера рассчитывается по формуле:

$$\alpha_{np} \approx 4,35 \cdot R_1 \cdot \frac{1}{Z_B} \left[\frac{\partial E}{\partial m} \right] \quad (2.34)$$

Двухпроводные линии передачи. Теперь остановимся на двухпроводной линии (рис. 2.4). Чаще всего такие линии применяются в диапазоне длинных волн для соединения антенны с приёмником или передатчиком. На более коротких волнах применять их не целесообразно потому, что тогда расстояние между проводами D будет соизмеримо с длиной волны, что при передаче вызовет излучение электромагнитного поля, т.е. произойдет превращение линии в передающую антенну, а при приёме - в приемную.

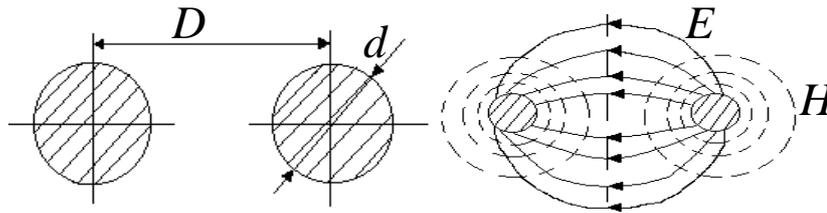


Рис.2.4

Погонные
двухпроводной

передачи определяются по следующим формулам, а можно и воспользоваться формулами из табл. 2.4:

параметры
линии

$$L_1 \approx \frac{\mu_a}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{2D-d}{d}\right), \Gamma_{H/m}; \quad (2.35)$$

$$C_1 \approx \pi \cdot \epsilon_a \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{2D-d}{d}\right)}, \Phi/m; \quad (2.36)$$

$$Z_B \approx 120 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \ln\left(\frac{2D-d}{d}\right), \text{Ом}. \quad (2.37)$$

Мощность, переносимая волной типа Т:

$$P = \frac{U^2}{2 \cdot Z_B} = \frac{U^2}{240} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{2D-d}{d}\right)}, \text{Вт}. \quad (2.38)$$

При $d/D < 0,4$ напряженность электрического поля равна:

$$E_{\max} = \frac{U}{d} \cdot \frac{\left(1 + \frac{d}{2D}\right)}{\ln\left(\frac{2D-d}{d}\right)}, \text{ В/м.} \quad (2.39)$$

Коэффициент затухания определяется выражением

$$\alpha_m = \frac{R_s}{\pi \cdot d \cdot Z_w \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2}}, \text{ м}^{-1} \quad (2.40)$$

Здесь корень квадратный учитывает повышение ослабления в следствии неравномерного распределения тока.

2.4. Примеры решения задач

Задача № 1. Коаксиальный кабель имеет размеры $d=4$ мм, $D=12$ мм. Заполняющей средой является диэлектрик с параметрами $\varepsilon=2,4$ и $\mu=1$. Найти амплитуду напряжения в бегущей волне, если известно, что амплитуда тока составляет $0,4$ А.

Решение: По формуле (2.1) находим

$$Z_B = 60 \ln 3 / \sqrt{2,4} = 42,5 \text{ Ом. Тогда } u = IZ_B = 0,4 \cdot 42,5 = 17 \text{ В.}$$

Задача № 2

Коаксиальный кабель имеет политэтиленовую изоляцию ($\varepsilon = 2,25$) и следующие размеры в поперечном сечении: $D = 3$ мм, $d = 0,9$ мм. Найти погонное затухание Т-волны в данном кабеле при частоте сигнала $f = 750$ МГц, считая, что $\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ См/м.

Решение: Погонное затухание а коаксиальном фидере определяется

$$\alpha_{np} = \frac{\sqrt{\omega \mu_0 / (8\sigma)} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) \sqrt{\varepsilon}}{21,7 \ln(D/d)} \quad (2.41)$$

Здесь значение параметра $\sqrt{\omega \mu_0 / (8\sigma)} = 3,6 \cdot 10^{-3}$ Ом. Тогда в соответствии с формулой (2.41)

$$\alpha_{np} = \frac{3,6 \cdot 10^{-3} (1/0,9 + 1/3)}{21,7 \ln(3/0,9)} = 0,2 \text{ дБ/м.}$$

Задача № 3

Найти отношение между внешним и внутренним диаметрами коаксиальной линии передачи с волной типа Т, при котором будет минимальное затухание. Считать, что потери в диэлектрике малы. Внутренний и внешний цилиндры выполнены из одного материала.

Решение.

Так как по условию задачи потери в диэлектрике малы, можем положить что $\alpha_{\partial}=0$, тогда $\alpha = \alpha_m$. Коэффициент ослабления α_m в коаксиальной линии передачи определяем согласно формуле

$$\alpha = \frac{1}{120\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{R_{s1}/d + R_{s2}/D}{\ln(D/d)}. \quad \text{М}^{-1} \quad (2.42)$$

Поскольку $R_{s1}=R_{s2}=R_s$, из этой формулы находим

$$\alpha = \frac{R_s}{120\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{1/d + 1/D}{\ln(D/d)}.$$

Преобразуем последнее выражение так, чтобы в него входило в явном виде отношение D/d :

$$\alpha = \frac{R_s}{120D\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{\left(\frac{D}{d} + 1\right)}{\ln(D/d)}. \quad (2.43)$$

Обозначив $\frac{R_s}{120D\pi} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = A, \quad \frac{D}{d} = x$

запишем $\alpha = A \frac{x+1}{\ln(x)}. \quad (2.44)$

Для нахождения экстремума следует решить уравнение.

$$\frac{d\alpha}{dx} = A \frac{\ln x - \frac{x+1}{x}}{\ln^2(x)} = 0.$$

или $\ln(x) = \frac{x+1}{x}$

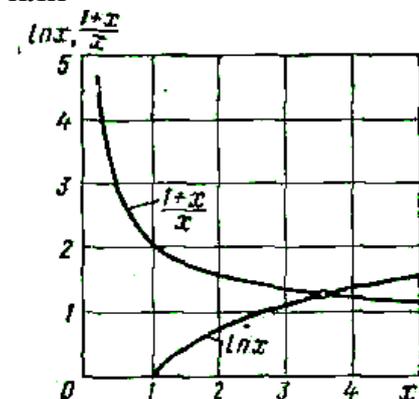


Рис.2.5

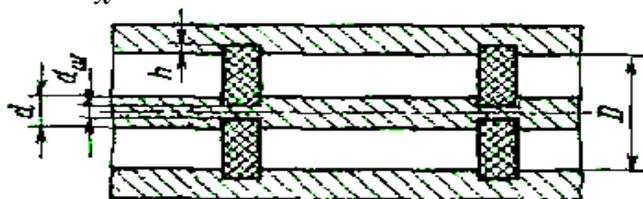


Рис.2.6

Полученное уравнение является трансцендентным.

Из графических построений (рис.2.5) имеем корень $x = 3,6$, откуда $D/d = 3,6$. Таким образом, минимальное затухание волны типа Т в коаксиальной линии передачи получается при отношении $D/d = 3,6$.

Задача № 4

Центрирование внутреннего цилиндра воздушного коаксиального волновода осуществляют с помощью диэлектрических шайб рис.(2.6). Рассчитать диаметр D внешнего цилиндра и глубину выточек h в нем, исходя из условия отсутствия отражений. Волновое сопротивление линии $Z_B=70$ Ом, диаметр внутреннего цилиндра линии $d = 4,5$ мм, диаметр отверстия в шайбе $d_{ш}=3,0$ мм, относительная диэлектрическая проницаемость материала шайбы $\varepsilon=2,3$. Потерями в линии пренебречь.

Решение. Воздушную коаксиальную линию передачи с шайбами можно рассматривать как каскадное соединение отрезков регулярных линий. Поскольку в плоскости стыка шайбы и воздушной линии напряжение U является непрерывной функцией координаты z , мощность может быть целиком передана из одной линии в другую без отражения, если $Z_{B1} = Z_{B2}$, где Z_{B2} - волновое сопротивление той части, где расположена шайба.

Согласно выражению

$$Z_{B1} = 60 \ln \left(\frac{D}{d} \right) \text{ Ом}, \quad (2.45)$$

запишем

$$Z_{B1} = 60 \ln \left(\frac{D}{4,5} \right) = 70 \text{ Ом},$$

откуда $D = 14,45$ мм. Далее находим

$$Z_{B2} = 60 \sqrt{\frac{1}{2,3}} \ln \left(\frac{14,45 + 2h}{3,0} \right).$$

Приравнявая Z_{B1} и Z_{B2} , получаем уравнение

$$70 = 39,56 \cdot \ln \left(\frac{14,45 + 2h}{3,0} \right), \quad \text{или} \quad \ln \left(\frac{14,45 + 2h}{3,0} \right) = 1,77,$$

корень которого $h = 1,58$ мм.

Полученное решение является приближенным, поскольку не учитываются локальные возмущения поля из-за скачков диаметров проводников.

Задача № 5.

Рассчитать волновое сопротивление, погонные емкость и индуктивность, а также предельную передаваемую мощность в несимметричной полосковой линии передачи с воздушным заполнением. Параметры линии: ширина

проводника $b = 5$ мм, расстояние между проводником и заземленной пластиной $d = 1$ мм, толщина проводника $t = 0,025$ мм, предельно допустимое значение напряженности электрического поля в воздухе.

$$E_{пред} = 30 \text{ кВм/см}$$

Решение. Так как в нашем случае $b/d > 2$, то волновое сопротивление несимметричной полосковой линии передачи будет определяется выражением (2.22).

Полосковая линия передачи заполнена воздухом, для которого $\varepsilon=1, \mu=1$. Тогда

$$Z_B = \frac{314}{1 + \frac{5}{1} \left(\frac{1}{1 - 0,025/1} \right)} = 51,24 \text{ Ом.}$$

Волновое сопротивление можно определить и по более упрощенной формуле, так как в рассматриваемом случае $t/d = 0,025 \ll 1$, а именно

$$Z_B = \frac{314}{1 + b/d} = \frac{314}{1 + 5/1} = 52,33 \text{ Ом.}$$

Погрешность при этом не превышает 2,5%. Погонную емкость находим по формуле:

$$C_1 = 1,06 \cdot 10^{-11} \varepsilon (1 + b/d) = 1,06 \cdot 10^{-11} (1 + 5/1) = 63,6, \text{ пФ/м,}$$

а погонную индуктивность — из формулы $L_1 = Z_B^2 C_1$.

После численных подстановок

$$L_1 = 0,173 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м.}$$

Предельная передаваемая мощность в несимметричной полосковой линии передачи вычисляется по формуле (2.27).

При отношениях $b/d=5$ и $t/d = 0,025$ по табл.2.2 находим, что $r_B=14,56$.

Тогда

$$P_{пред} = 5,53 \text{ кВт.}$$

Полученное значение определяет предельную импульсную мощность. Конечно, средняя предельная мощность будет много меньше.

Задача № 6

Рассчитать коэффициент ослабления в симметричной полосковой линии передачи с твердым диэлектриком. Параметры линии: ширина проводника $b = 1,2$ мм, расстояние между проводником и заземленной пластиной $d = 1$ мм, толщина $t = 0,05$ мм. Проводники выполнены из меди. Параметры диэлектрика:

$$\varepsilon = 2,55, \mu = 1, tg \delta_3 = 8 \cdot 10^{-4}.$$

Рабочая частота $6 \cdot 10^9$ Гц.

Решение. Общие потери определяются суммой потерь в металле и диэлектрике $\alpha = \alpha_m + \alpha_d$. Коэффициент ослабления волны α_d за счет потерь в диэлектрике определяется формулой (2.32).

Так как
$$\sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \sqrt{\varepsilon \mu} \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon \mu}}{3 \cdot 10^8},$$

то

$$\alpha_d = \frac{1}{2} 2\pi 6 \cdot 10^9 \sqrt{2,55 \cdot 1} \frac{8 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^8} = 0,0798, \text{ м}^{-1}.$$

Коэффициент ослабления α_m , обусловленный потерями в проводящих пластинах определяется по формуле (2.31) и равен $0,0979 \text{ м}^{-1}$.

Суммарный коэффициент ослабления:

$$\alpha = \alpha_d + \alpha_M = 0,0979 + 0,0798 = 1,1777 \text{ м}^{-1}.$$

Задача № 7

Определить затухание в однопроводном медном фидере, покрытом слоем полиэтилена ($\varepsilon = 2,3$) толщиной $\delta' = 5$ мм, при диаметре провода $2r = 4$ мм и длине волны $\lambda = 40$ см, если длина фидера $l = 1$ км.

Решение. Из графика рис.2.3 находим отношение $r/r_0 = 2 \cdot 10^{-2}$, откуда предельный радиус

$$r_0 = \frac{r}{2 \cdot 10^{-2}} = \frac{2}{2 \cdot 10^{-2}} \text{ мм} = 10 \text{ см}.$$

Волновое сопротивление фидера - табл.2.4

$$Z_B = 138 \lg \left(0,68 \frac{r_0}{r} \right) = 138 \lg \left(0,68 \cdot \frac{100}{2} \right) \text{ Ом} = 212 \text{ Ом}$$

По формуле (2.33) определяем длину волны, распространяющейся вдоль фидера

$$\lambda_\phi = \frac{\lambda}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{2\pi r_0} \right)^2}} = \frac{40}{\sqrt{1 + \left(\frac{40}{2\pi \cdot 10} \right)^2}} \text{ см} = 33,7 \text{ см}$$

По формулам (2.34) и табл.2.4 рассчитываем коэффициент затухания фидера

$$\alpha = 4,35 \frac{R_1}{Z_B} = 4,35 \cdot \frac{0,72}{Z_B \cdot r \sqrt{\lambda_\phi}} = \frac{4,35 \cdot 0,72}{212 \cdot 2 \sqrt{0,337}} \text{ дБ/м} \approx 1,22 \cdot 10^{-2} \text{ дБ/м}.$$

$$\text{Ответ: } \alpha l = 1,22 \cdot 10^{-2} \cdot 10^3 \text{ дБ} = 12,2 \text{ дБ}.$$

2.5. Задачи для самостоятельного решения

1. Определить погонное затухание в несимметричной полосковой линии заполненной диэлектриком. Длина волны в линии $\lambda = 5\text{ см}$, $d = 2\text{ мм}$, $b = 2\text{ мм}$, $t = 0,05\text{ мм}$. Относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\varepsilon = 9$, $\text{tg } \delta = 8 \cdot 10^{-4}$. Токонесущая полоска и заземленная пластина выполнены из меди. Какова при этом доля потерь в металле и диэлектрике?

Ответ: 0,807 дБ/м, доля потерь в металле составляет 0,371 дБ/м и диэлектрике 0,436 дБ/м.

2. Определить погонное затухание волны типа Т и предельную мощность, которая может быть передана по симметричной полосковой линии, заполненной воздухом. Пробой происходит при напряженности электрического поля 30 кВ/см. Длина волны в линии 5 см. Параметры линии: ширина проводника $b = 2,93\text{ мм}$, расстояние между проводником и заземленной пластинкой $d = 1\text{ мм}$, толщина $t = 0,05\text{ мм}$. Линия выполнена из меди.

Ответ: 1,049 дБ/м, 50,52 кВт

3. По коаксиальной линии передачи с размерами поперечного сечения $d = 12\text{ мм}$, $D = 28\text{ мм}$ на волне типа Т передается мощность 100 кВт, диэлектрик - воздух. Определить амплитуду тока в линии.

Ответ: 62,72 А.

4. Волновое сопротивление коаксиальной линии передачи на волне типа Т равно 60 Ом. Диэлектрик - воздух. Определить погонные индуктивность и емкость, а также скорость распространения волны в линии.

Ответ: $L_1 = 0,2\text{ мкГн/м}$, $C_1 = 55,5\text{ пФ/м}$, $v_{\phi} = 3 \cdot 10^8\text{ м/с}$.

5. Рассчитать погонные параметры и волновое сопротивление коаксиального кабеля марки РК-75-9-12. Параметры кабеля: диаметр внутреннего провода 1,35 мм, диаметр внешнего проводника 9,0 мм, относительная проницаемость диэлектрика 2,2.

Ответ: $L_1 = 0,379\text{ мкГн/м}$; $C_1 = 64,4\text{ пФ/м}$; $Z_B = 76,7\text{ Ом}$

6. Определить погонные параметры несимметричной полосковой линии передачи, заполненной диэлектриком, если известно, что длина волны в линии 7 см, а волновое сопротивление 50 Ом.

Ответ: 0,24 мкГн/м, 95,2 пФ/м.

7. Определить волновое сопротивление несимметричной полосковой линии передачи с твердым диэлектриком, если известно, что длина волны в линии 10 см, а погонная емкость 100 пФ/м.

Ответ: 50 Ом.

8. Рассчитать погонное затухание несимметричной полосковой линии передачи, заполненной воздухом. Размеры поперечного сечения $b=12$ мм, $d=2$ мм, $t=0,05$ мм. Удельная проводимость материала $5,7 \cdot 10^7$ См/м. Рабочая частота 500 МГц.

Ответ: $0,06$ дБ/м.

9. В качестве линии передачи используется коаксиальный кабель длиной 10 м с размерами поперечного сечения $d=0,72$ мм, $D=4,8$ мм. Кабель изготовлен из меди. Диэлектрик имеет параметры $\varepsilon=2,2$, $\text{tg}\delta=5 \cdot 10^{-4}$. Частота передаваемых колебаний 3 ГГц. Определить КПД системы. Как изменится КПД, если частоту передаваемых колебаний увеличить в четыре раза.

Ответ: 90%, 79%.

10. Рассчитать волновое сопротивление, погонные индуктивность и емкость несимметричной полосковой линии передачи, заполненной диэлектриком. Параметры линии: ширина токонесущей полоски $b=7$ мм, расстояние между токонесущей полоской и заземленной пластиной $d=1$ мм, толщина токонесущей полоски $t=0,05$ мм. Диэлектрик – фторопласт, $\text{tg}\delta=3 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon=2,6$.

Ответ: 26 Ом; 0,126 мкГн; 186,3 пФ/м.

11. Определить параметры двухпроводного воздушного ($\varepsilon=1$) фидера, выполненного из медных проводов диаметром $2r=6$ мм. Расстояние между проводами $d=24$ мм, рабочая частота $f=10$ МГц.

Ответ: $C_1=6,35$ пФ/м; $L_1=17,5$ мкГн/м; $R_1=0,086$ Ом/м; $Z_B=525$ Ом.

12. Двухпроводный медный фидер имеет волновое сопротивление $Z_B=300$ Ом. Погонная индуктивность фидера $L_1=2$ мкГн/м. Определить относительную диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

Ответ: $\varepsilon=4$.

13. Двухпроводный медный фидер имеет данные: волновое сопротивление $Z_B=290$ Ом, погонная емкость $C_1=17$ пФ/м. Предполагая, что потери в фидере отсутствуют определить диаметр проводов фидера и относительную диэлектрическую проницаемость его диэлектрика, если расстояние между проводами фидера $D=3$ см.

Ответ: $d=1,64$ мм; $\varepsilon \approx 2,2$.

14. Двухпроводный воздушный ($\varepsilon=1$) фидер выполнен из медных проводов диаметром $2r=3$ мм, расположенных на расстоянии $D=30$ см один от другого. Определить длину волны, при которой коэффициент затухания фидера $\alpha=0,002$ дБ/м.

Ответ: $\lambda=10,8$ м.

15. Найти соотношение между диаметром проводов d и расстоянием между ними D в двухпроводном медном фидере, при котором будет иметь место минимальное затухание.

Ответ: $D/d = 1,35$.

16. Определить параметры коаксиального медного кабеля с полиэтиленовой ($\varepsilon = 2,5$) изоляцией, размеры которого $d = 6$ мм, $D = 24$ мм. Длина рабочей волны $\lambda = 30$ м.

Ответ: $C_1 = 100$ пФ/м; $L_1 = 0,277$ мкГн/м; $R_1 = 0,0275$ Ом/м; $Z_B = 52,5$ Ом.

18. Определить каким должно быть соотношение радиусов наружного и внутреннего проводников коаксиального воздушного ($\varepsilon = 1$) медного кабеля, чтобы его погонная емкость была равна $C_1 = 24,1$ пФ/м.

Ответ: $R_2/R_1 = 10$.

3. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Эта часть пособия необходимо при выполнении первой контрольной работы. В ней рассмотрены линии передачи конечной длины и вопросы согласования.

3.1. Параметры линий передач конечной длины

Линии передачи, соединяющие передатчик с антенной или антенну с приемником, обычно настраивают на бегущую волну. Входное сопротивление линии передачи с потерями определяется по формуле

$$Z_{ex} = Z_B \frac{Z_H + jZ_B \operatorname{th}[(k - j\alpha)l]}{Z_B + jZ_H \operatorname{th}[(k - j\alpha)l]}, \quad (3.1)$$

где Z_H – сопротивление нагрузки $Z_H = R_H + jX_H$, Z_B – волновое сопротивление линии, $k = 2\pi / \lambda$ – волновое число, в котором λ – длина волны, l – длина линии, α – коэффициент затухания.

Для линии без потерь ($\alpha = 0$),

$$Z_{ex} = Z_B \frac{Z_H + jZ_B \operatorname{tg}kl}{Z_B + jZ_H \operatorname{tg}kl}. \quad (3.2)$$

При согласованной нагрузке, то есть при $Z_H = Z_B$, $Z_{BX} = R_{BX} = Z_B$. (3.3)

В режиме короткого замыкания ($Z_H = 0$) входное сопротивление линии рассчитывается по формуле

$$Z_{BX} = jZ_B \operatorname{tg}kl, \quad (3.4)$$

а в режиме холостого хода ($Z_H = \infty$) – по формуле

$$Z_{BX} = -jZ_B \operatorname{ctg}kl. \quad (3.5)$$

Входное сопротивление четвертьволновой линии ($l = \lambda/4$) линии с небольшими потерями определяется по формулам:

$$\text{а) разомкнутой} \quad Z_{BX} = R_{BX} = R_1 \lambda / 8; \quad (3.6)$$

$$\text{б) короткозамкнутой} \quad Z_{BX} = R_{BX} = 8Z_B^2 / R_1 \lambda, \quad (3.7)$$

где R_1 - погонное активное сопротивление линии.

Поскольку входное сопротивление четвертьволновой линии зависит

от длины волны, это позволяет использовать четвертьволновую линию в

качестве элемента колебательного контура. Добротность такого контура

рассчитывается по формуле

$$Q = 27,3 / \alpha \lambda. \quad (3.8)$$

3.2. Согласование линии передачи с нагрузкой

Наиболее простой и удобный способ узкополосного согласования линии передачи с нагрузкой, имеющей входное сопротивление (комплексное или активное), не равное волновому сопротивлению линии ($Z_H \neq Z_B$) является применение коротких отрезков линий или волноводов, имеющих входную реактивную проводимость.

Если x - координата вдоль линии, отсчитываемая от нагрузки (рис. 3.1а), то при $x = l_1$ условие согласования линии передачи с комплексной нагрузкой

$$Z_H = R_H + jX_H$$

будет иметь вид

$$G_{BX} = 1/Z_B; B_{ШЛ} = -B_{BX},$$

где G_{BX} и B_{BX} - активная и реактивная составляющие входной проводимости линии в месте включения шлейфа; $B_{ШЛ}$ - реактивная проводимость шлейфа. При выполнении этого условия, если в линии нет других неоднородностей, от генератора Γ_1 до компенсирующей неоднородности будет бегущая волна ($U = \text{const}$), а между неоднородностью и нагрузкой - стоячая волна. Длину шлейфа и его место включения $x = x_1 - \Delta x$

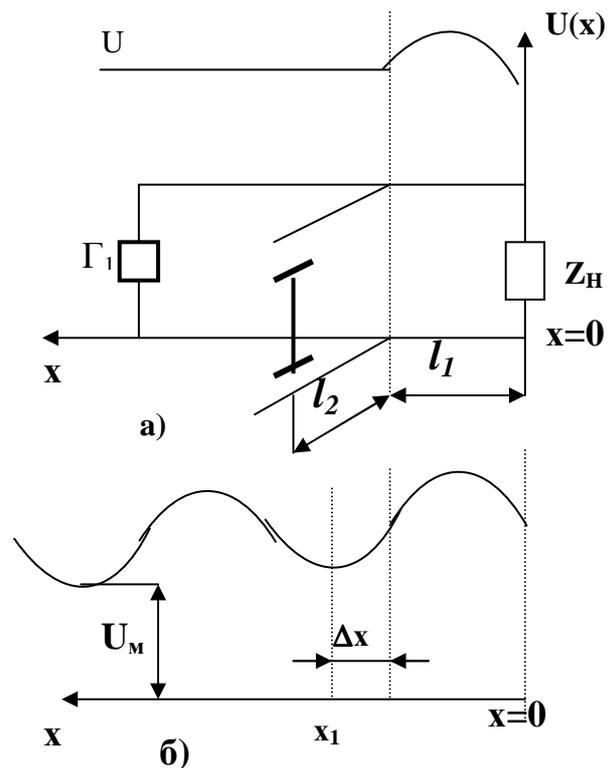


Рис.3.1

(рис.3.1,б) при любом значении сопротивления нагрузки легко найти, измерив КБВ в линии и определив координату x_1 , в которой амплитуда напряжения имеет минимальное значение U_{\min} . Тогда длина шлейфа l_2 (при равенстве волновых сопротивлений шлейфа и линии передачи $Z_{ШЛ} = Z_B$) и расстояние Δx от минимума волны напряжения в линии в сторону нагрузки определяется по формулам

$$l_2 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{\pm \sqrt{K_{БВ}}}{1 - K_{БВ}} \right); \quad (3.9)$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} (\pm \sqrt{K_{БВ}}). \quad (3.10)$$

Двухзначность определения l_2 и Δx по формулам (3.9) и (3.10) связана с тем, что условие

$$G_{ВХ} = 1/Z_B; B_{ШЛ} = -B_{ВХ} \quad (3.11)$$

выполняется в двух точках каждого полуволнового участка линии.

В том случае, когда нагрузка имеет чисто активное входное сопротивление $R_H \neq Z_B$, согласование на фиксированной частоте довольно просто осуществляется с помощью четвертьволнового трансформатора (рис. 3.2). Между нагрузкой и линией включается отрезок линии передачи длиной $l_{TP} = \lambda/4$ с волновым сопротивлением

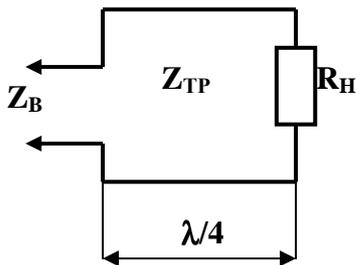


Рис.3.2

$$Z_{TP} = \sqrt{R_H Z_B}. \quad (3.12)$$

Для волноводного трансформатора, согласующего прямоугольные волноводы с разными волновыми сопротивлениями Z_{B1} и Z_{B2} , при неизменном размере a размер b_{TP} может быть найден с помощью понятия эквивалентного сопротивления Z'_Θ . Используя (1.7а) и (3.12), получаем

$$Z'_\Theta = \sqrt{Z_{\Theta B1} \cdot Z_{\Theta B2}}; \quad (3.13)$$

$$b_{TP} = \sqrt{b_1 b_2}, \quad (3.14)$$

где b_{TP} – размер узкой стенки в сечении трансформатора.

Для узкополосного согласования волноводов часто используют такие реактивные элементы, как волноводные диафрагмы, настроечные штыри и стержни.

Реактивная проводимость (См) симметричной емкостной диафрагмы рассчитывается по формуле

$$B_C = \frac{4b}{\lambda_B} \ln \operatorname{csc} \left(\frac{\pi b'}{2 \cdot b} \right), \quad (3.15)$$

где b' – ширина окна диафрагмы, см;

Значения реактивной проводимости (S_m) индуктивных симметричной и несимметричной диафрагм определяются по формулам:

а) для симметричной диафрагмы

$$B_L \approx -\frac{\lambda_B}{Z_B a} \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\pi \Delta a}{2a} \right), \quad (3.16)$$

где Z_B – волновое сопротивление в волноводе, определяемое по формуле (1.7), Ом;

λ_B – длина волны в волноводе, см.

б) для несимметричной диафрагмы

$$B_L \approx -\frac{\lambda_B}{Z_B a} \left[1 + \operatorname{csc}^2 \left(\frac{\pi \Delta a}{2b} \right) \right] \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{\pi \Delta a}{2a} \right). \quad (3.17)$$

Ширина окна Δa индуктивной диафрагмы

$$\frac{1 - K_{БВ}}{Z_B \sqrt{K_{БВ}}} = B_L. \quad (3.18)$$

Место включения индуктивного штыря и его диаметр $2r$ определяются из условия согласования (3.11) и формулы для реактивного сопротивления (Ом) стержня

$$X_L \approx 1,15 \frac{Z_B a}{\lambda_B} \operatorname{csc}^2 \left(\frac{2\pi r}{a} \right) \lg \left(-\frac{4a}{\pi \Delta a} \sin \frac{2\pi r}{a} \right). \quad (3.19)$$

Расчет согласующих узкополосных устройств удобно проводить также, пользуясь круговой диаграммой Вольперта - Смита.

3.3. Применение круговых диаграмм сопротивлений и проводимостей

а) Отображение заданного сопротивления на плоскости круговой диаграммы и нахождение величины $K_{СВ}$.

Пример:

На конце коаксиальной линии с $Z_B=75$ Ом включена нагрузка $Z_H=50+j30$ (Ом). Найти $K_{СВ}$ и $K_{БВ}$.

Решение. 1. Отображение заданного сопротивления на диаграмме (рис.3.3). Для этого нормируем заданное сопротивление нагрузки. Делим сопротивление нагрузки на волновое сопротивление в линии.

$$Z'_H = \frac{50}{75} + j\frac{30}{75} = 0,67 + j0,4 \text{ (отн.ед)}$$

2. Наносим на диаграмму (рис.3.3) Z'_H на пересечении окружностей активного сопротивления $R=0,67$ и реактивного $X=+0,4$. Проводим из центра равного единице через точку Z'_H окружность, которая на пересечении с действительной осью даст на линии 0-1 значение $KБВ$ ($1/\rho$) = 0.54, а на противоположной стороне значение $KСВ$ (ρ) = 1.86.

Коэффициент отражения Γ можно определить из следующего соотношения:

$$\rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \quad (3.20)$$

б) Определение входного сопротивления линии без потерь, нагруженной на заданное сопротивление согласно уравнению трансформации (3.2) входное сопротивление определяется

$$Z_{BX} = Z_B \frac{Z_H + iZ_B \operatorname{tg} \frac{2l\pi}{\lambda}}{Z_B + iZ_H \operatorname{tg} \frac{2l\pi}{\lambda}} \quad (3.21)$$

Задание.

Найти $Z_{вх}$ коаксиальной линии с волновым сопротивлением $Z_B=75$ Ом, имеющей длину $l=6$ см, $Z_H=50+j30$ Ом при $\lambda=30$ см.

Решение.

Как и в предыдущем примере делим сопротивление нагрузки на волновое сопротивление.

$$Z'_H = \frac{50}{75} + j\frac{30}{75} = 0,67 + j0,4 \text{ (отн.ед)}$$

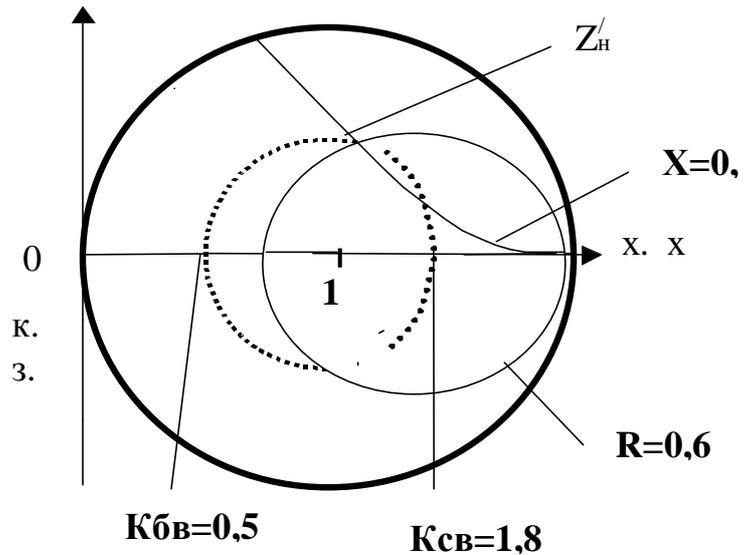


Рис.3.3

Наносим на диаграмму (рис.3.4) Z'_H на пересечении окружностей активного сопротивления $R=0,67$ и реактивного $X=+0,4$. Проводим через точку Z'_H окружность из центра диаграммы (окружность KCB).

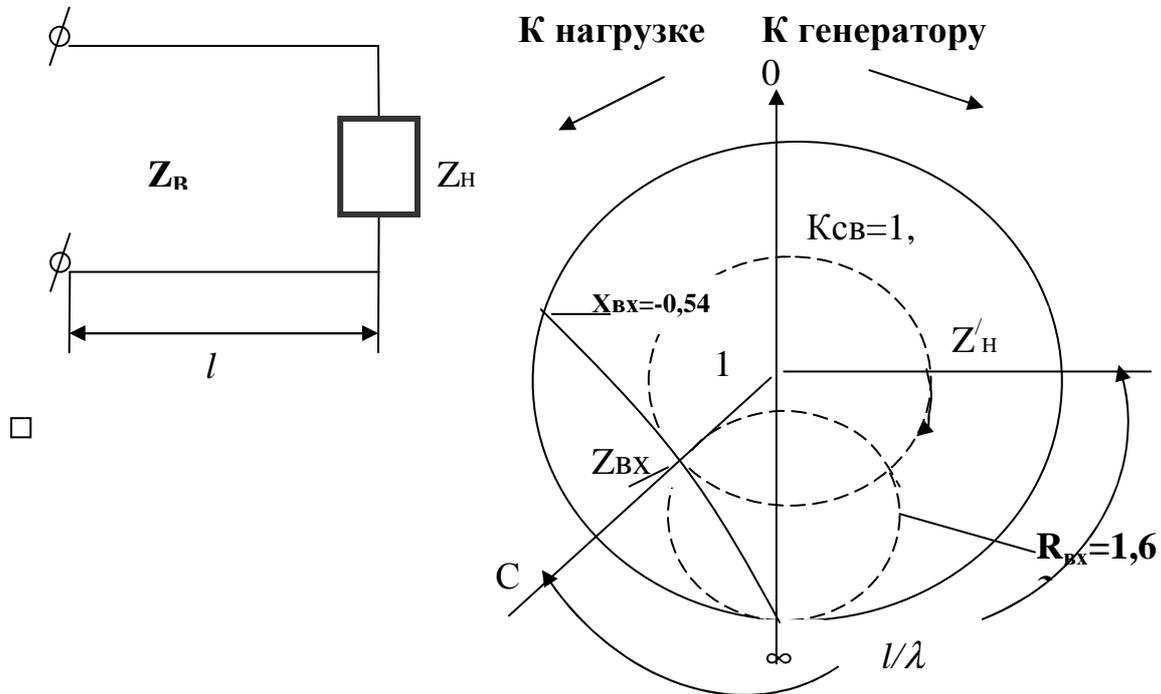


Рис.3.4. Определение входного сопротивления

Двигаемся по этой окружности KCB ($\rho=const$) по часовой стрелке на расстояние, равное $l/\lambda=0,2$. Соединяем конечную точку отсчета этой фазы (т.С) с центром окружности (1) и пересечение этой линии с окружностью KCB дает Z'_{gx} в относительных единицах. Активная часть Z'_{gx} соответствует пересечению окружности активного сопротивления с действительной осью $R_{gx}=1,63$, а реактивная $X_{gx} = -0,54$.

Умножив Z'_{gx} на Z_B , находим действительную величину Z_{gx} Ом.

$$Z'_{BX} = 1,63 - j0,54; Z_{BX} = 122,5 - j40,5$$

в) Применение круговой диаграммы при измерении сопротивления нагрузки.

Дано: KCB и фаза стоячей волны

Если бы было задано l и Z_{gx} , то задача обратна предыдущей. Если же известно KCB и фаза стоячей волны по отношению к нагрузке, то подход к решению несколько иной.

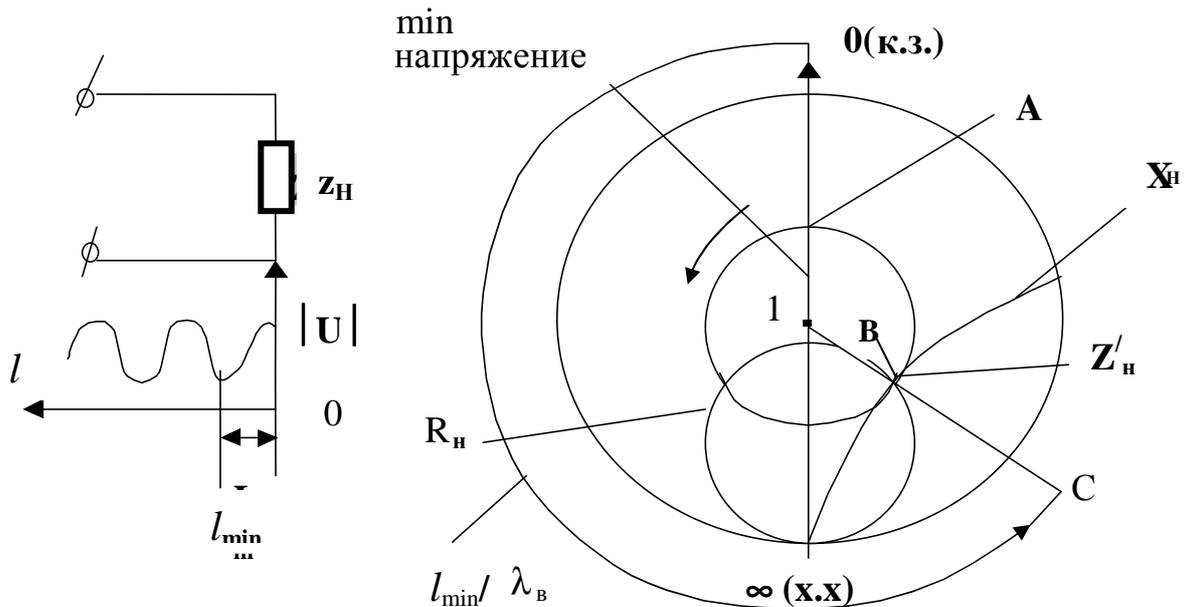


Рис.3.5. Нахождение сопротивления нагрузки

Вспомним, что геометрическим местом минимального напряжения на полярной диаграмме в терминах сопротивлений является радиус, проведенный через точку короткое замыкание (т.к.з.), на диаграмме расстояние равно отрезку т.1- т.к.з. ($l=0$).

Величина KCB определяет окружность, пересекающую линию минимумов напряжения в точке А. Таким образом точка А отображает входное сопротивление передающей линии в \min напряжения. Значение l_{min} от нагрузки определяется опытным путем. Схема измерения l_{min} и работа с диаграммой сопротивлений при определении Z_H показаны на рис.3.5. Измерив на измерительной линии KCB и первый минимум от нагрузки, откладываем от точки А в сторону нагрузки (против часовой стрелки) расстояние равное l_{min} / λ_B (до точки С). Соединяя точку С с центром (т.С-1), по пересечению этой линии с окружностью KCB (т.В), находим искомое значение Z'_H .

г) Применение круговой диаграммы при измерении полных проводимостей ($Y_H = G_H + i B_H$).

Методика измерения полных проводимостей с помощью измерительной линии и круговой диаграммы полностью повторяет операции, проведенные в пункте в). Только здесь необходимо правильно выбрать точку, соответствующую минимуму стоячей волны рис.3.6. Минимум напряжения стоячей волны на диаграмме проводимостей находится на линии т.1- ∞ . Поворот по окружности постоянных KCB против часовой стрелки $\rho = const$ должен начинаться из точки пересечения KCB с линией чисто активных проводимостей, на участке между центром диаграммы (т.1) и точкой бесконечности (т. А). Остальное выполняется подобно рассмотренному примеру в).

В точке В, расположенной на пересечении линии С-1 и окружности постоянного KCB (окружность, изображенная пунктиром), находится проводимость нагрузки ($Y_H = G_H + j B_H$), на пересечении окружностей G_H и B_H .

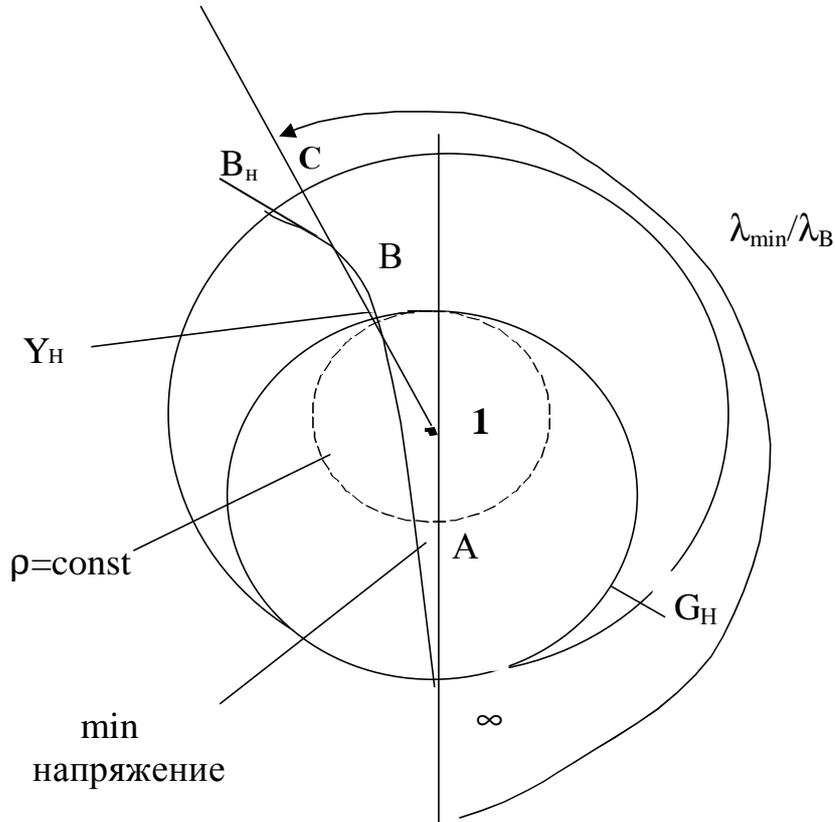


Рис.3.6. Измерение полных проводимостей

д) Нахождение полной проводимости по заданной величине полного сопротивления.

Рассмотрим Z_{BX} линии длиной в $\lambda/4$, нагруженной на некоторое сопротивление Z_H . Из уравнения трансформации следует, что сопротивление в линии на расстоянии $\lambda/4$ равно проводимости

$$(Z_{BX})_{l=\frac{\lambda}{4}} = Z_B \frac{Z_H + iZ_B \operatorname{tg} \frac{\pi}{2}}{Z_B + iZ_H \operatorname{tg} \frac{\pi}{2}} = \frac{Z_B^2}{Z_H}$$

– уравнение четвертьволнового трансформатора.

$$(Z_{BX})'_{l=\frac{\lambda}{4}} = \frac{1}{Z'_H} \quad \text{т.е.} \quad (Z_{BX})'_{l=\frac{\lambda}{4}} = Y'_H \quad (3.22)$$

Рассмотрим соотношение (3.22) с помощью полярной круговой диаграммы полных сопротивлений и проводимостей. Перемещению по линии на отрезок $\lambda/4$ соответствует поворот по окружности $\rho = const$ на 180° на диаграмме (рис.3.7) от точки z до точки y .

Для нахождения проводимости по заданному сопротивлению

достаточно переместить соответствующую точку в диаметрально противоположную точку на окружности данного КСВ. Последнее можно представить еще и так. Поворачивая каждую

точку круговой диаграммы полных сопротивлений на угол, равный 180° , получаем диаграмму полных проводимостей.

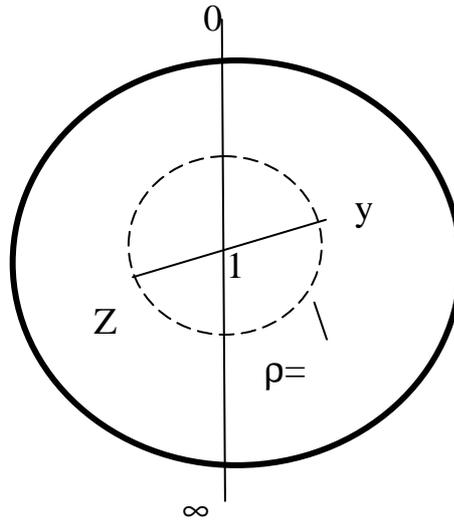


Рис.3.7. Нахождение полной проводимости по известному полному сопротивлению

3.4. Примеры решения задач

Задача №1

Стандартный волновод (23×10 мм) нагружен индуктивной диафрагмой ($a = 14,1$ мм) и рупорной антенной. В волноводе распространяется волна типа H_{10} . Рабочая частота $f = 9$ ГГц. Полагаем, что рупорная антенна не создает отраженных волн.

Определить:

- значение нагрузки на конце волновода;
- значение $|p|$, КСВ, КБВ в волноводе;
- фазу коэффициента отражения;

г) расстояние от нагрузки до ближайшего минимума электрического поля в волноводе;

д) сечение, в котором активная составляющая полного сопротивления равна волновому.

Решение.

1. Нарисуем эквивалентную схему волновода с нагрузкой и рассчитаем проводимость (см. рис.3.8).

Поскольку рупорная антенна является согласованной нагрузкой, то её сопротивление (проводимость) равно волновому сопротивлению (волновой проводимости) волновода. Следовательно, нагрузка (диафрагма и антенна) может быть представлена как параллельное соединение проводимости диафрагмы (реактивная) и проводимости антенны (активная) равная волновой проводимости волновода.



Рис.3.8

Рассчитаем абсолютную проводимость B диафрагмы по формуле (3.16).

$$\lambda_{см} = \frac{30}{f_{ГГц}} = \frac{30}{9} = 3,33 \text{ (см)}, \quad \lambda_B = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{3,33}{\sqrt{1 - \left(\frac{3,33}{4,6}\right)^2}} = 4,8 \text{ см};$$

$$\frac{\pi \cdot a'}{2 \cdot a} = 90^\circ \cdot \left(\frac{14,1}{23}\right) = 55^\circ,$$

$$\text{ctg } 55^\circ = 0,7; \quad \text{ctg } \frac{\lambda_B}{a} = \text{ctg } \frac{4,8}{5,5} = 0,49.$$

проводимость волновода G_{10} , как

$$G_{10} = \frac{1}{Z_B}, \quad \text{где} \quad Z_B = \frac{120 \cdot \pi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{120 \cdot \pi}{0,69} = 546,36 \text{ Ом}.$$

$$G_{10} = \frac{1}{546} \left(\frac{1}{\text{Ом}} \right).$$

$$\text{Тогда } B = -\frac{1}{546} \cdot 2,08 \cdot 0,49 = -\frac{1}{546} \cdot 1,01 = -1,87 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1}{\text{Ом}} \right) \quad (3.23)$$

$$B = -1,87 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{Ом}}.$$

волновую

Относительной проводимостью является абсолютная проводимость нормированная на волновую проводимость волновода G_{10} , т.е.

$$B' = \frac{B}{G_{10}} = -1,01. \quad Y' = 1 - j1,01. \quad (3.24)$$

Обычно нет необходимости вычислять абсолютные сопротивления и проводимости, т.к. характеристики волновода для заданной волны (Γ , KCB , KBB) и задачи согласования решаются через относительные сопротивления (проводимости).

Определим относительное сопротивление нагрузки.

$$Y_H = G_{10} + jB \quad Y_H' = \frac{G_{10}}{G_{10}} + jB'$$

$$Z_H' = \frac{1}{Y_H'} \quad ; \quad Y_H' = 1 - j1,01 \quad ;$$

$$Z_H' = \frac{1}{1 - j1,01} = \frac{1 + j1,01}{1^2 + (1,01)^2} = \frac{1}{2,02} + j \frac{1,01}{2,02}.$$

$$Z_H' = 0,495 + j0,5.$$

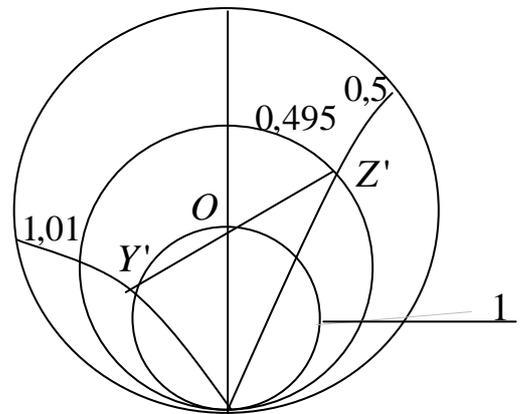


Рис.3.9

На диаграмме (рис.3.9) видно, что точки Z_H' и Y_H' симметричны, и это не случайно. В самом деле, пусть имеется четвертьволновый отрезок линии передачи (рис.3.10).

$$Z_B = \sqrt{Z_{BX} \cdot Z_H}$$

Z_{BX} , Z_B , Z_H – обозначают сопротивления: входное, волновое (отрезка), и нагрузки соответственно.

Нетрудно показать, что тогда

$$Z_{BX} = \frac{Z_B^2}{Z_H}, \quad \frac{Z_{BX}}{Z_B} = \frac{Z_B}{Z_H}.$$

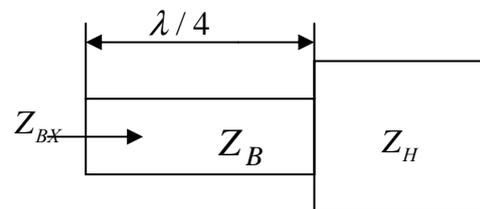


Рис. 3.10

$$\text{Или} \quad \frac{Z_{BX}}{Z_B} = \frac{1}{\frac{Z_H}{Z_B}}, \quad Z_{BX}' = \frac{1}{\frac{Z_H}{Z_B}}, \quad \frac{1}{\frac{Z_H}{Z_B}} = Y_H'.$$

Окончательно получаем: $Z_{BX}' = Y_H'$, (3.25)

т.е. относительное входное сопротивление четвертьволнового отрезка численно равно относительной проводимости нагрузки. Напомним, что сопротивление нагрузки и проводимость отстоят друг от друга на расстояние $\lambda/4$. На круговой диаграмме это соответствует двум симметричным относительно центра точкам. Что и требовалось доказать.

С помощью круговой диаграммы определим модуль коэффициента отражения.

Внешняя окружность круговой диаграммы имеет радиус, соответствующий коэффициенту отражения $|\Gamma|=1$, в центре диаграммы $|\Gamma|=0$. Шкала $|\Gamma|$ - линейная. Следовательно, расстояние от точки, указывающей относительное сопротивление (или относительную проводимость) нагрузки до центра диаграммы следует разделить на максимальный радиус, т.е. радиус внешней окружности, тогда мы получим модуль коэффициента отражения в нашем случае

$$|\Gamma| = \frac{52}{119} = 0,436$$

$$КСВ = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \frac{1,36}{0,564} = 2,546$$

$$K_{КБВ} = \frac{1}{КСВ} = \frac{1}{2,72} = 0,392.$$

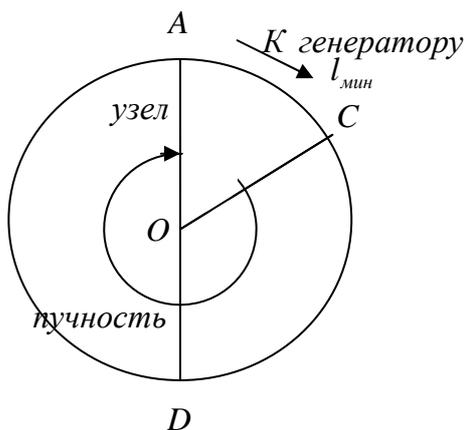


Рис. 3.11

Определим расстояние от нагрузки до минимума амплитуды электрического поля (l_{\min}).

Минимум амплитуды поля (“узел”) соответствует отсутствию реактивного сопротивления и активному сопротивлению, меньшему Z_B , т.е. $Z' < 1$.

На рис. 3.11 “узел” соответствует линии OA. Расстояние от нагрузки до “узла”, выраженное в длинах волн, обозначено на шкале внешней окружности. Линия OD прямой AD ($X=0$ или $B=0$) соответствует пучностям стоячей волны. В нашем случае.

$$l_{\min} = 0,41\lambda_B = 0,41 \cdot 4,8 = 1,97 \text{ см} = 19,7 \text{ мм}$$

Модуль коэффициента отражения $|\Gamma|$ (на диаграмме 0,462) означает отношение амплитуды отраженной волны к амплитуде падающей.

Определим на каком расстоянии от нагрузки активная составляющая сопротивления равна волновому сопротивлению. Начертим окружность с

радиусом, равным $|\Gamma|=0,462$. Она дважды пересечет окружность постоянного активного сопротивления $R=1$ (см. рис.3.12).

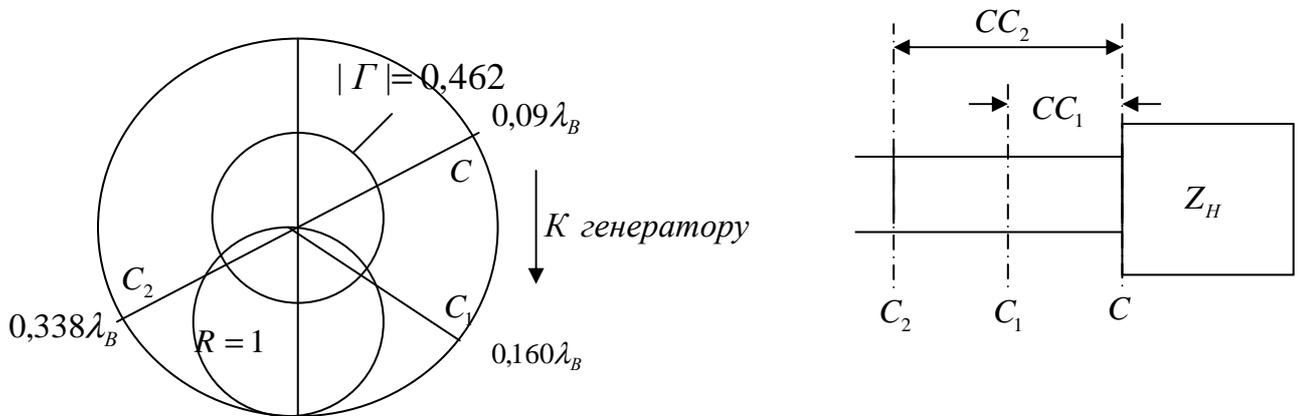


Рис.3.12

$$CC_1 = (0,160 - 0,09)\lambda_B = 0,070\lambda_B$$

$$CC_2 = (0,338 - 0,09)\lambda_B = 0,248\lambda_B$$

$$CC_1 = 0,070\lambda_B = 0,070 \cdot 4,8 = 0,336 \text{ см}$$

$$CC_2 = 0,248\lambda_B = 0,248 \cdot 4,8 = 1,19 \text{ см}$$

Задача № 2

В нагруженном волноводе $KCB=3$. На каком расстоянии от ближайшего (к нагрузке) узла надо поместить емкостную диафрагму, чтобы согласовать волновод с нагрузкой? Какова B_C ? Каковы размеры диафрагмы? Относительная проводимость емкостной диафрагмы определяется формулой (3.15). Размеры поперечного сечения волновода 23×10 мм. Тип волны H_{10} , частота $f=9$ ГГц.

Решение:

Рассмотрим на каком расстоянии от узла стоячей волны в сторону генератора следует установить емкостную диафрагму для согласования волновода с нагрузкой.

Точки a_1 и a_2 (рис.3.13- точки пересечения окружностей $KCB=3$ и $R=1$) соответствуют тем сечениям волновода, в которых имеют место проводимости

$$Y_{a1} = 1 + jB_C, \quad Y_{a2} = 1 + jB_L, \quad (3.26)$$

где B_C и B_L – емкостная и индуктивная реактивные проводимости. Если в сечениях C_1 или C_2 установить диафрагмы с проводимостями, равными соответственно $B_L' = B_C$ и $B_C' = B_L$, то

$$Y_{c1} = Y_{a1} - jB_L' = 1 + jB_C - jB_C = 1 + j \cdot 0$$

$$Y_{c2} = Y_{a2} + jB_C' = 1 - jB_L + jB_L = 1 + j \cdot 0$$

Задача № 3

Линия без потерь с волновым сопротивлением $Z_B=100$ (Ом) нагружена чисто активным сопротивлением. Определить величину этого сопротивления, если известно, коэффициент бегущей волны в линии равен 0,25, а максимум напряжения в линии находится на расстоянии $0,25\lambda$ её нагрузки.

Решение.

Данная задача решается при помощи диаграммы Вольперта. На рис. 3.14 приведена схема для нахождения относительного сопротивления нагрузки.

Так как сказано, что сопротивление чисто активно, то оно может быть как в точке А, так и в точке Б. Но по условию задачи максимум напряжения в линии находится на расстоянии $0,25\lambda$ от её нагрузки, то получается, что точка А соответствует Z_H .

Z_H^1 -нормированная величина нагрузки.

$$Z_H = Z_B \cdot Z_H^1; \quad Z_H^1 = 0,75; \quad Z_H = 0,7 \cdot 100 = 75 (\text{Ом}).$$

Ответ: $Z_H = 75$ (Ом).

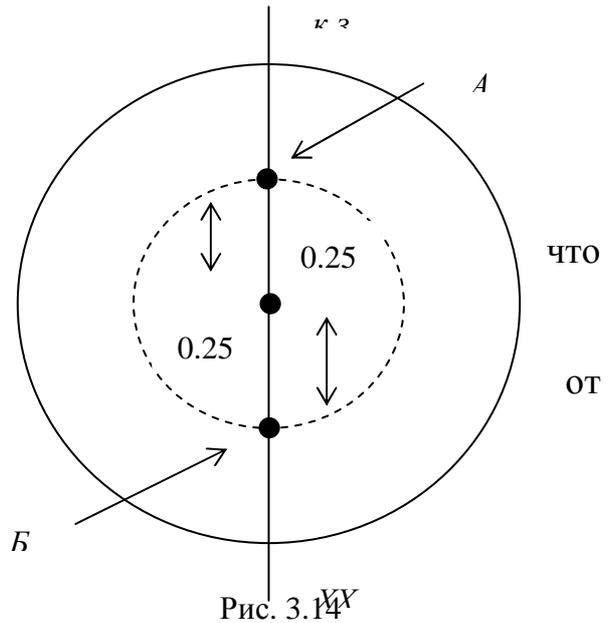
Задача № 4

Линия передачи с волновым сопротивлением $Z_B=500$ Ом работает на $\lambda=20$ см. Определено, что КБВ=0,5, а расстояние от нагрузки до ближайшего минимума напряжения 7,2 см. Определить Y_H и Z_H .

Решение. Так как надо определить проводимость нагрузки, то на диаграмме проводимости от линии минимумов напряжений (линия ОВ рис.3.11) в сторону нагрузки по окружности КБВ=0,5 передвигаемся на расстояние $\frac{l}{\lambda} = \frac{7,2}{20} = 0,36$ длин волн и конец этого отрезка соединяем с центром окружности. Пересечение соединяющей линии с окружностью КБВ и даст значение проводимости в относительных единицах. Это будет по диаграмме Вольперта для

$$\begin{aligned} Y_H^1 &= 0,72 - j0,53; \\ Y_H &= 1,44 \cdot 10^{-3} - j1,06 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ Ом.} \\ Z_H^1 &= 0,9 - j0,73 \quad Z_H = Z_B Z_H^1 = 450 - j365 \end{aligned}$$

Ответ: ($Z_H = 450 - j365$) Ом.



Задача №5

Линия с $Z_B=350$ Ом нагружена на сопротивление, равное $Z_H=250+j150$ Ом (рис.3.15).

Согласовать линию с нагрузкой с помощью коротко-замкнутого последовательного шлейфа на волне длиной $\lambda=10$ см.

Решение:

Нормируем заданное сопротивление нагрузки и так как надо согласовать последовательным шлейфом, то на диаграмме сопротивлений откладываем $Z_H=0,714+ j0,428$ – нормированное сопротивление. Надо поставить шлейф для компенсации для компенсации реактивного сопротивления $+j0,428$

От Z_H (т.1) по окружности КБВ рис. 3.16 двигаемся в сторону генератора до пересечения с окружностью $R=1$ (т.2).

Получим, что на расстоянии $l=0,053\lambda$ от нагрузки активная часть нормированного входного сопротивления будет равна 1, а реактивная часть, как видно из диаграммы, $X=+0,65$. (В точке 3 тоже $R=1$, но расстояние до нее от нагрузки больше, чем до точки 2, а согласование имеет смысл проводить в ближайшем к нагрузке сечении). Итак, в сечении (2) можно включать последовательный шлейф. Реактивная часть нормированного входного сопротивления в месте включения шлейфа равна $X=+j0,65$.

Поэтому последовательный шлейф должен иметь сопротивление $X_{шл}=-j0,65$. Короткозамкнутый шлейф с таким сопротивлением имеет длину $l_{шл}=0,082\lambda$ (по шкале расстояний от т. С до т. Б, так как точка Б на диаграмме сопротивлений есть точка короткого замыкания, в сторону генератора).

Итак, согласование достигнуто: шлейф, длиной 0,82см надо поставить на расстоянии 0,53 см от нагрузки.

Задача №6

Коаксиальная линия передачи, имеющая волновое сопротивление $Z_B = 50$ Ом, $\varepsilon = 1$, питает симметричный вибратор, входное сопротивление которого $R_a = 73$ Ом. Какой диаметр должен иметь внутренний проводник линии на согласующем четвертьволновом участке и вне его, если наружный проводник всюду имеет внутренний диаметр $2r = 16$ мм?

Решение.

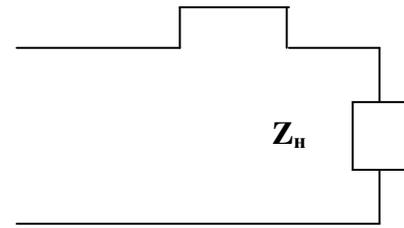


Рис. 3.15

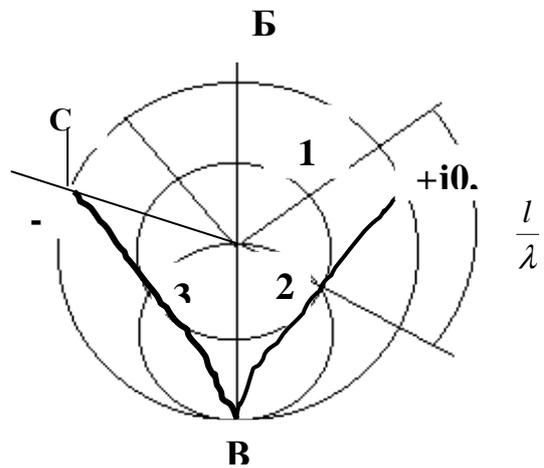


Рис.3.16

По формуле $Z_{mp} = \sqrt{R_a Z_B}$ определяем волновое сопротивление линии на согласующем участке:

$$Z_{mp} = \sqrt{R_a Z_B} = \sqrt{73 \cdot 50} \approx 60,5 \text{ Ом}.$$

Диаметр внутреннего проводника на этом участке находим по формуле для волнового сопротивления коаксиального фидера:

$$Z_{mp} = \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{r}{a_{mp}}, \text{ откуда } \lg \frac{r}{a_{mp}} = \frac{Z_{mp} \sqrt{\epsilon}}{138} = \frac{60,5}{138} \approx 0,44$$

$$\frac{r}{a_{mp}} = 2,76; \quad a_{mp} = \frac{r}{2,76} = \frac{8}{2,76} \text{ мм} = 2,9 \text{ мм};$$

$$2a_{mp} = 5,8 \text{ мм}$$

Аналогично определяем диаметр внутреннего проводника на остальном участке линии:

$$Z_B = \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{r}{a}; \quad \lg \frac{r}{a} = \frac{Z_B \sqrt{\epsilon}}{138} = \frac{53}{138} \approx 0,36;$$

$$\frac{r}{a} \approx 2,3; \quad a = \frac{r}{2,3} = \frac{8}{2,3} \approx 3,5 \text{ мм}; \quad 2a = 7 \text{ мм}.$$

Ответ: $2a = 7 \text{ мм}$.

Задача №7

Определить волновые сопротивления и диаметр внутреннего проводника участков двухступенчатого коаксиального воздушного ($\epsilon = 1$) трансформатора, предназначенного для согласования коаксиальной линии передачи, имеющей волновое сопротивление $Z_B = 75 \text{ Ом}$, с антенной входное сопротивление которой $R_a = 150 \text{ Ом}$. Внутренний диаметр наружного проводника линии всюду одинаков: $2r = 20 \text{ мм}$.

Решение. Волновые сопротивления определяем по формулам:

$$Z_{mp1} = \sqrt{R' \sqrt{R' R''}} = \sqrt{Z_B \sqrt{Z_B R_a}} = \sqrt{75 \sqrt{75 \cdot 150}} \text{ Ом} \approx 89 \text{ Ом}$$

$$Z_{mp2} = \sqrt{R'' \sqrt{R' R''}} = \sqrt{R_a \sqrt{Z_B R_a}} = \sqrt{150 \sqrt{75 \cdot 150}} \text{ Ом} \approx 125 \text{ Ом}$$

Для определения диаметра внутреннего проводника трансформатора воспользуемся формулой (2.4) для волнового сопротивления коаксиального кабеля:

$$Z_{mp1} = \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{r}{a_1}; \quad \lg \frac{r}{a_1} = \frac{Z_{mp1} \sqrt{\epsilon}}{138} = \frac{89}{138} = 0,645;$$

$$\frac{r}{a_1} \approx 4,4, \quad \text{отсюда} \quad 2a_1 = \frac{2r}{4,4} = \frac{20}{4,4} \text{ мм} \approx 4,5 \text{ мм}$$

$$Z_{mp2} = \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{r}{a_2}; \quad \lg \frac{r}{a_2} = \frac{Z_{mp2} \sqrt{\epsilon}}{138} = \frac{125}{138} = 0,9;$$

$$\frac{r}{a_2} = 8, \quad \text{отсюда} \quad a_2 = \frac{r}{8}, \quad 2a_2 = \frac{2r}{8} = \frac{20}{8} \text{ мм} = 2,5 \text{ мм}$$

Задача №8

Реактивная проводимость симметричной емкостной диафрагмы, установленной в волноводном тракте сечением 2,3x1 см, составляет $B_C = 6,36 \cdot 10^{-4}$ См. На какой частоте согласован тракт, если ширина окна диафрагмы $b' = 0,5$ см?

Решение: Из формул, определяющих величину B_C находим λ

$$\begin{aligned} B_C &\approx 9,2 \frac{b}{Z_B \lambda_B} \lg \csc \left(\frac{\pi \Delta b}{2b} \right) = \\ &= \frac{9,2 \lg \csc(\pi \Delta b / 2b)}{60\pi^2 \frac{b}{a} \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}} \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}} = \\ &= \frac{9,2a [1 - (\lambda/2a)^2]}{60\pi^2 \lambda} \lg \csc(\pi \Delta b / 2b) \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \lambda &= -\frac{41\pi B_C a}{\lg \csc \left(\frac{\pi \Delta b}{2b} \right)} + \sqrt{\left[\frac{41\pi B_C a}{\lg \csc \left(\frac{\pi \Delta b}{2b} \right)} \right]^2 + (2a)^2} = \\ &= \left\{ \frac{-41\pi \cdot 6,36 \cdot 10^{-4} \cdot 2,3}{\lg \csc \left(\frac{\pi \cdot 0,5}{2 \cdot 1} \right)} + \sqrt{\left[\frac{41\pi \cdot 6,36 \cdot 10^{-4} \cdot 2,3}{\lg \csc \left(\frac{\pi \cdot 0,5}{2 \cdot 1} \right)} \right]^2 + (2 \cdot 2,3)^2} \right\} \text{ см} = 3,5 \text{ см} \end{aligned}$$

Следовательно, волноводный тракт согласован на частоте

$$\text{Ответ: } f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{10}}{3,5} \text{ Гц} = 8570 \text{ МГц}.$$

Ниже предлагаются задачи для самостоятельного решения на согласование линии передачи с нагрузкой как без, так и с помощью диаграммы Вольперта - Смита, которая приведена на рис.3.17.

3.5. Задачи для самостоятельного решения

1. Линия с волновым сопротивлением 500 Ом предназначена для работы на волне длиной 8 см на нагрузку, сопротивление которой $Z_H=(750-j300)$ Ом. Согласовать линию с нагрузкой с помощью четвертьволнового трансформатора.

2. Линия с волновой проводимостью $Z_B^{-1}=10^{-2}$ Ом⁻¹ нагружена сопротивлением $Z_H=(50-j50)$ Ом. Определить расстояние от нагрузки до ближайших узла и пучности тока и найти входные проводимости в этих сечениях.

3. Линия передачи нагружена на нормированное сопротивление $Z=1+j1$. Определить частотную зависимость входного сопротивления в ближайшем узле тока, найти эквивалентную схему и рассчитать её элементы.

4. Линия передачи с волновым сопротивлением 600 Ом нагружена сопротивлением $Z_H=(540-j805)$ Ом и предназначена для работы на волне длиной 17 см. Произвести согласование этой линии с нагрузкой с помощью параллельного разомкнутого шлейфа.

5. Волновод заканчивается нагрузкой, нормированное сопротивление которой на частоте 3000 МГц равно $Z=0,8+j1,2$. Определить длину и место короткозамкнутого параллельного волноводного шлейфа с помощью которого волновод может быть согласован с нагрузкой.

6. Линия передачи с волновым сопротивлением $Z_B=500$ Ом работает на волне длиной 20 см. Экспериментально определено, что коэффициент бегущей волны в линии равен 0,5, а расстояние от нагрузки до ближайшего к ней минимума напряжения равно 7,2 см. Определить проводимость нагрузки этой линии.

7. Линия передачи с волновым сопротивлением 500 Ом нагружена сопротивлением $Z_H=(420-j140)$ Ом и предназначена для работы на волне 15 см. Определить тип. Размеры и место включения наиболее короткого реактивного шлейфа, с помощью которого линия может быть согласована с нагрузкой.

8. Линия передачи с волновым сопротивлением $Z_B=600$ Ом работает на волне 40 см. Известно, что коэффициент бегущей волны в линии равен 0,5, а расстояние от нагрузки до ближайшего к ней минимума напряжения в линии равно 7,2 см. Определить сопротивление нагрузки этой линии.

Ответ: $Z_H=(780-j462)$ Ом.

9. Определить реактивное сопротивление индуктивного стержня, установленного в волноводе сечением $a \times b = 6,1 \times 1$ см, при диаметре стержня $2r = 2$ мм и на расстоянии от узкой стенки волновода $\Delta a = 5$ мм, если известно, что волновод согласован с нагрузкой на волне $\lambda=8$ см. Реактивное сопротивление (Ом) стержня определяется по формуле (2.19):

$$X_L \approx 1,15 \frac{Z_B a}{\lambda_B} \csc^2 \left(\frac{2\pi r}{a} \right) \lg \left(- \frac{4a}{\pi \Delta a} \sin \frac{2\pi r}{a} \right).$$

Ответ: $X_L=1300$ Ом.

10. Реактивное сопротивление индуктивного стержня диаметром $2r = 1$ мм, установленного на расстоянии $\Delta a = 2$ мм от узкой стенки волновода, $X_L=2800$ Ом. Частота генератора $f=10$ ГГц. Определить размер узкой стенки волновода, если размер его широкой стенки $a = 2,3$ см.

Ответ: $b=1$ см.

11. Реактивное сопротивление индуктивного стержня, установленного в волноводе сечением $a \times b = 5,8 \times 2,5$ см, на расстоянии $\Delta a = 6$ мм от узкой стенки волновода, $X_L=1725$ Ом. Частота генератора $f=4000$ МГц. Определить диаметр стержня.

Ответ: $2r = 4$ мм.

$$\tilde{S}_{ik} = \sqrt{\frac{Z_{Bk}}{Z_{Bi}}} \cdot S_{ik}, \quad \tilde{t}_{ik} = \sqrt{\frac{Z_{B2}}{Z_{B1}}} \cdot t_{ik}, \quad (4.6)$$

Нормированные матрицы рассеяния обладают двумя важными свойствами:

Свойство 1. *Взаимному многополюснику соответствует симметричная нормированная матрица рассеяния $[\tilde{S}]$ ($\tilde{S}_{ik} = \tilde{S}_{ki}$).*

Свойство 2. *Недиссипативному многополюснику соответствует унитарная нормированная матрица рассеяния $[\tilde{S}]$. Унитарной матрицей называется такая матрица, для которой произведение транспонированной матрицы на комплексно-сопряженную матрицу равно единичной матрице*

$$[\tilde{S}]^T [\tilde{S}]^* = [E] \quad (4.7).$$

Соотношения (4.4) и (4.5) сохраняются для нормированных матриц. Матрица рассеяния взаимного, реактивного (недиссипативного)

четырёхполюсника характеризуется тремя вещественными параметрами

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} \cos \tau \cdot e^{-j\varphi_1} & \sin \tau \cdot e^{-j\varphi_2} \\ \sin \tau \cdot e^{-j\varphi_2} & -\cos \tau \cdot e^{-j(2\varphi_2 - \varphi_1)} \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

Выбором положения входов (плоскостей отсчета) их число может быть уменьшено до одного.

Коэффициент отражения от четырехполюсника, нагруженного на сопротивление Z_H , определяется соотношением

$$\Gamma = \frac{U_{10}}{U_{1П}} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_H}{1 - \Gamma_H S_{22}}, \quad (4.9)$$

где коэффициент отражения от нагрузки равен

$$\Gamma_H = \frac{U_{2П}}{U_{20}} = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B} \quad (4.10)$$

Матрицы рассеяния согласованных со стороны Е и Н плеч волноводных тройников имеют вид

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}, \quad [S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & -1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Для несогласованного коаксиального или полоскового тройника с одинаковыми волновыми сопротивлениями плеч матрица рассеяния представляется в виде

$$[S] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Матрицы рассеяния синфазно-противофазного и квадратурного мостов могут быть представлены в виде

$$[\tilde{S}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad [\tilde{S}] = \frac{j}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & j \\ 0 & 0 & j & 1 \\ 1 & j & 0 & 0 \\ j & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Длина щели волноводно-щелевого моста определяется из выражения для разности фаз волн H_{10} и H_{20} в плечах моста

$$\Delta\varphi = \varpi \cdot \left(\frac{1}{V_{\phi}^{H_{20}}} - \frac{1}{V_{\phi}^{H_{10}}} \right) \cdot l, \quad (4.14)$$

при которой разность фаз равна 90^0 .

Условия согласования квадратного и кольцевого мостов имеют вид

$$\frac{1}{Z_2^2} = \frac{1}{Z_1^2} + \frac{1}{Z^2} \quad Z_1 = \sqrt{2} \cdot Z, \quad (4.15)$$

где Z_1 и Z_2 – волновые сопротивления плеч мостов, Z – волновое сопротивление подводящих линий.

Направленный ответвитель на связанных линиях будет согласован при

выполнении условия

$$Z = \sqrt{Z^{ev} \cdot Z^{od}}, \quad (4.16)$$

где Z^{ev} и Z^{od} – волновые сопротивления области связи для четного и нечетного типов волн.

Для закрепления материала этой темы и приобретения навыков решения задач рассмотрим несколько примеров. Рекомендуется все задачи разбирать «с карандашом в руках», повторяя все выкладки самостоятельно. На рисунках пунктиром обозначены входы (плоскости отсчета) многополюсников. Необходимо помнить, что отрезки линий передач на СВЧ являются самостоятельными четырехполюсниками. Знаком • отмечены отдельные этапы решения задач.

4.2. Примеры решения типовых задач

4.2.1. Четырехполюсники

Задача №1

Определить матрицу рассеяния сопротивления Z последовательно включенного в разрыв двух линий передач с волновыми сопротивлениями Z_{B1}

и Z_{B2} . Будем для краткости обозначать волновые сопротивления линий просто Z_1 и Z_2 .

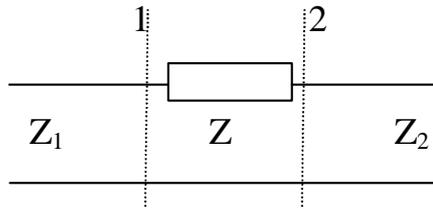


Рис.4.1

Длину подводящих линий будем считать равной нулю.

Решение.

• Вспомним определение коэффициентов матрицы рассеяния. Согласно (4.3),

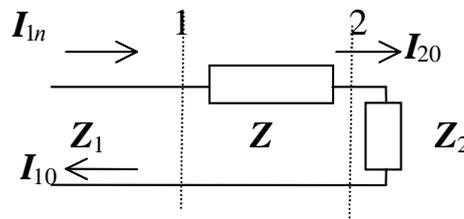
S_{11} – коэффициент отражения от четырехполюсника со стороны плеча 1 при согласованном плече 2.

S_{21} – коэффициент передачи по напряжению при том же условии.

$$S_{11} = \left. \frac{U_{10}}{U_{1П}} \right|_{U_{2П}=0} \quad S_{21} = \left. \frac{U_{20}}{U_{1П}} \right|_{U_{2П}=0}$$

• Что означает “согласованное плечо 2”? Это означает, что плечо 2 нагружено на активное сопротивление, равное волновому сопротивлению линии передачи в плече 2. (рис.4.2).

Рис.4.2



Коэффициент отражения (по напряжению) в любой линии передачи

определяется по формуле (4.10)

$$\Gamma = \frac{Z_H - Z_B}{Z_H + Z_B}$$

В данной схеме роль Z_H играет $Z + Z_2$, а роль $Z_B - Z_1$. Таким образом,

$$S_{11} = \frac{Z + Z_2 - Z_1}{Z + Z_2 + Z_1} \quad (4.17)$$

Для определения коэффициента передачи из плеча 1 в плечо 2 (S_{21}) учтем, что токи слева и справа от сопротивления Z равны ($I_1 = I_2$). Кроме того, ток на входе 1 складывается из тока падающей и отраженной волн, а на входе 2 – является током только отраженной волны.

$$\underline{I_1 = I_{1П} + I_{10} \quad I_2 = I_{20}}$$

Токи и напряжения в падающей и отраженной волнах в 1 плече связаны через Z_1 , а в плече 2 – через Z_2

$$I_{1П} = \frac{U_{1П}}{Z_1} \quad I_{10} = -\frac{U_{10}}{Z_1} \quad I_{20} = \frac{U_{20}}{Z_2} . \quad (4.18)$$

Подставим (4.18) в равенство токов ($I_1 = I_2$)

$$U_{1П} - U_{10} = \frac{Z_1}{Z_2} U_{20} .$$

Поделим это уравнение на $U_{1П}$

$$1 - S_{11} = \frac{Z_1}{Z_2} S_{21} \quad (4.19)$$

Подставим выражение для S_{11}

$$S_{21} = \frac{2Z_2}{Z + Z_1 + Z_2} \quad (4.20)$$

• Выражения для S_{22} и S_{12} получим заменой “1” на “2” в формулах (4.17) и (4.20). В результате, матрица рассеяния будет иметь вид

$$[S] = \frac{1}{Z + Z_1 + Z_2} \begin{bmatrix} Z + Z_2 - Z_1 & 2Z_1 \\ 2Z_2 & Z + Z_1 - Z_2 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Видно, что матрица несимметричная ($S_{12} \neq S_{21}$). Должна ли она быть унитарной? Очевидно, нет, т.к. сопротивление Z может быть диссипативным и, кроме того, матрица S – ненормированная. Поскольку $S_{11} \neq S_{22}$, то несимметричным является и сам четырехполюсник, т.е. его свойства со стороны плеч 1 и 2 различны. Убедитесь самостоятельно, что при чисто реактивном сопротивлении $Z = jX$ модули коэффициентов S_{11} и S_{22} равны, а фазы имеют противоположные знаки.

• Перейдем к нормированной матрице по формуле (4.6)

$$\tilde{S}_{ik} = \sqrt{\frac{Z_k}{Z_i}} S_{ik} .$$

Очевидно, что нормировка не изменяет диагональные элементы матрицы, для которых $i = k$, т.е. коэффициенты S_{11} и S_{22}

Определим \tilde{S}_{12} и \tilde{S}_{21}

$$\tilde{S}_{12} = \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} \frac{2Z_1}{Z + Z_1 + Z_2} = \frac{2Z_1 Z_2}{Z + Z_1 + Z_2};$$

$$\tilde{S}_{21} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \frac{2Z_2}{Z + Z_1 + Z_2} = \frac{2Z_1 Z_2}{Z + Z_1 + Z_2} .$$

Таким образом,

$$[\tilde{S}] = \frac{1}{Z + Z_1 + Z_2} \begin{bmatrix} Z - Z_1 + Z_2 & 2\sqrt{Z_1 Z_2} \\ 2\sqrt{Z_1 Z_2} & Z + Z_1 - Z_2 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Видно, что матрица стала симметричной относительно главной диагонали. Это и следовало ожидать, так как устройство – взаимное. Можно убедиться, что если Z – чисто реактивное, то выполняются и условия унитарности, т.е.

$$\begin{aligned} |\tilde{S}_{11}|^2 + |\tilde{S}_{21}|^2 &= 1 \\ |\tilde{S}_{12}|^2 + |\tilde{S}_{22}|^2 &= 1 \\ \tilde{S}_{11} \cdot \tilde{S}_{12}^* + \tilde{S}_{21} \cdot \tilde{S}_{22}^* &= 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

• Если волновые сопротивления линий одинаковы $Z_1 = Z_2 = Z_B$, то матрицы нормированная и ненормированная совпадают

$$[S] = [\tilde{S}] = \frac{1}{2 + Z'} \begin{bmatrix} Z' & 2 \\ 2 & Z' \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

где $Z' = \frac{Z}{Z_B}$ – сопротивление Z , нормированное к волновому сопротивлению Z_B . При этом четырехполюсник, конечно, становится симметричным ($S_{11} = S_{22}$)

• Отметим, что формулу для матрицы рассеяния при разных волновых сопротивлениях линий можно также получить через матрицы передачи последовательного сопротивления в однородной линии и скачка волновых сопротивлений. Однако в данном случае выбранный способ является более коротким.

Задача №2

Определить матрицу рассеяния проводимости Y , параллельно включенной в разрыв двух линий передач с волновыми сопротивлениями Z_{B1} и Z_{B2} . Будем для краткости обозначать волновые сопротивления линий просто Z_1 и Z_2 .

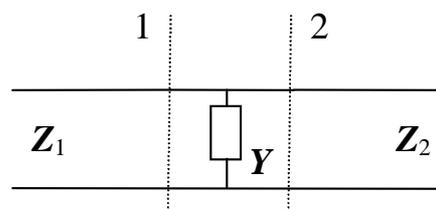


Рис.4.3

Решение.

• Порядок решения этой задачи аналогичен предыдущей. Сначала определяется S_{11} , однако в формуле (4.10) для коэффициента отражения Γ лучше перейти от сопротивлений к обратным величинам- проводимостям

$$\Gamma = \frac{Y_B - Y_H}{Y_B + Y_H} \quad (4.25)$$

• При определении S_{21} следует использовать равенство не токов, а напряжений по обеим сторонам проводимости. Это приводит к соотношению

$$1 + S_{11} = S_{21}.$$

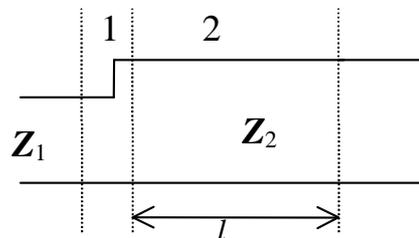
Опуская промежуточные выкладки и выражения для нормированной матрицы (приведено в лекции) и ненормированной, ограничимся случаем одинаковых волновых сопротивлений, когда нормированная и ненормированная матрицы совпадают.

$$[S] = [\tilde{S}] = \frac{1}{2 + Y'} \begin{bmatrix} -Y' & 2 \\ 2 & -Y' \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Последнюю формулу рекомендуется получить самостоятельно.

Задача №3

Определить матрицу рассеяния каскадного соединения двух четырехполюсников: скачка волнового сопротивления (1) и отрезка линии передачи длиной l (2).

**Рис.4.4**

Матрицы рассеяния обоих элементов будем считать известными.

Решение

• Для скачка волнового сопротивления нормированная матрица рассеяния имеет вид:

$$[\tilde{S}_1] = \frac{1}{Z_1 + Z_2} \begin{bmatrix} Z_2 - Z_1 & 2\sqrt{Z_1 Z_2} \\ 2\sqrt{Z_1 Z_2} & Z_1 - Z_2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Для отрезка линии передачи нормированная и ненормированная матрицы совпадают, поскольку волновые сопротивления в обоих плечах одинаковы.

$$[\tilde{S}_2] = [S_2] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-jkl} \\ e^{-jkl} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.27)$$

где k - постоянная распространения в линии передачи.

- Используем связь между матрицами рассеяния и передачи (4.4) и (4.5)

$$[\tilde{t}] = \frac{1}{S_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -S_{22} \\ S_{11} & -\det(S) \end{bmatrix} \quad [\tilde{S}] = \frac{1}{t_{11}} \begin{bmatrix} t_{21} & \det(t) \\ 1 & -t_{12} \end{bmatrix}$$

Определим элементы матрицы передачи для скачка сопротивлений

$$\tilde{t}_{11} = \frac{1}{\tilde{S}_{21}} = \frac{Z_1 + Z_2}{2\sqrt{Z_1 Z_2}}; \quad \tilde{t}_{12} = \frac{-S_{22}}{\tilde{S}_{21}} = \frac{Z_2 - Z_1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} = \tilde{t}_{21} = \frac{\tilde{S}_{11}}{\tilde{S}_{21}};$$

$$\tilde{t}_{22} = \frac{-\det(\tilde{S})}{\tilde{S}_{21}} = \tilde{t}_{11},$$

поскольку определитель матрицы S в данном случае равен 1

$$\det(\tilde{S}) = \tilde{S}_{11}\tilde{S}_{22} - \tilde{S}_{12}\tilde{S}_{21} = 1.$$

Таким образом, для скачка волновых сопротивлений получим

$$[\tilde{t}_1] = \frac{1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 - Z_1 \\ Z_2 - Z_1 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Аналогично определяется матрица передачи для отрезка линии

$$[\tilde{t}_2] = \begin{bmatrix} e^{jkl} & 0 \\ 0 & e^{-jkl} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

- Перемножим матрицы передачи по правилам умножения матриц (строка на столбец). Например,

$$t_{11}^{\Sigma} = \frac{Z_1 + Z_1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} \cdot e^{jkl} + \frac{Z_2 - Z_1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} \cdot 0 = \frac{Z_1 + Z_1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} \cdot e^{jkl}$$

$$t_{12}^{\Sigma} = \frac{Z_1 + Z_1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} \cdot 0 + \frac{Z_2 - Z_1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} \cdot e^{-jkl} = \frac{Z_2 - Z_1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} \cdot e^{-jkl} \text{ и т.д.}$$

В итоге для объединенной матрицы передачи получим

$$[\tilde{t}_{\Sigma}] = \frac{1}{2\sqrt{Z_1 Z_2}} \begin{bmatrix} (Z_1 + Z_2)e^{jkl} & (Z_2 - Z_1)e^{-jkl} \\ (Z_2 - Z_1)e^{jkl} & (Z_1 + Z_2)e^{-jkl} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

- Перейдем по формуле (4.5) к объединенной матрице рассеяния

$$\tilde{S}_{11} = \frac{\tilde{t}_{21}}{\tilde{t}_{11}}; \quad \tilde{S}_{12} = \frac{\det(\tilde{t})}{\tilde{t}_{11}}; \quad \tilde{S}_{21} = \frac{1}{\tilde{t}_{11}}; \quad \tilde{S}_{22} = \frac{-\tilde{t}_{12}}{\tilde{t}_{11}}.$$

Вычислим определитель матрицы $[\tilde{t}]$

$$\det(\tilde{t}) = \tilde{t}_{11}\tilde{t}_{22} - \tilde{t}_{12}\tilde{t}_{21} = \frac{(Z_1 + Z_2)^2}{4Z_1 Z_2} - \frac{(Z_2 - Z_1)^2}{4Z_1 Z_2} = 1.$$

Таким образом, получим

$$[\tilde{S}_\Sigma] = \frac{1}{Z_1 + Z_2} \begin{bmatrix} Z_2 - Z_1 & 2\sqrt{Z_1 Z_2} e^{-jkl} \\ 2\sqrt{Z_1 Z_2} e^{-jkl} & (Z_1 - Z_2) e^{-j2kl} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

• **Проанализируем полученную формулу**

♦ Матрица $[\tilde{S}_\Sigma]$ является симметричной ($\tilde{S}_{12}^\Sigma = \tilde{S}_{21}^\Sigma$), что является следствием взаимности устройства.

♦ Матрица $[\tilde{S}_\Sigma]$ является унитарной, что является следствием недиссипативности устройства. Действительно, чтобы матрица была унитарной необходимо выполнение условий (4.23):

- 1) сумма квадратов модулей элементов каждого столбца равна единице,
- 2) сумма произведений элементов одного столбца на комплексно сопряженные элементы другого столбца равна нулю.

Проверим эти условия. При этом необходимо помнить, что волновые сопротивления линий – чисто вещественные числа и что модуль от экспоненты с мнимым показателем всегда равен единице ($|e^{j\alpha}| = 1$ при любом вещественном α)

$$|\tilde{S}_{11}^\Sigma|^2 = \frac{Z_1^2 + Z_2^2 - 2Z_1 Z_2}{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1 Z_2} \quad ; \quad |\tilde{S}_{21}^\Sigma|^2 = \frac{4Z_1 Z_2}{Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1 Z_2}$$

$$|\tilde{S}_{11}^\Sigma|^2 + |\tilde{S}_{21}^\Sigma|^2 = 1$$

Аналогично и для второго столбца.

Проверку второго условия – выполнить самостоятельно.

• Конечно, матрицу $[S]$ данного устройства можно было получить сразу из матрицы $[S]$ скачка сопротивлений (4.27), учитывая, что добавление отрезка линии эквивалентно переносу плоскостей отсчета (см. раздел 3.4 курса лекций).

• Получим ненормированную матрицу устройства, используя формулы (4.6)

$$\tilde{S}_{ik} = S_{ik} \sqrt{\frac{Z_k}{Z_i}} \quad \text{так что} \quad S_{12} = \tilde{S}_{12} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \quad \text{и} \quad S_{21} = \tilde{S}_{21} \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}}$$

В результате ненормированная матрица $[S]$ будет

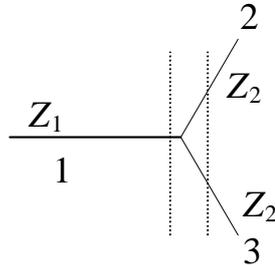
$$[S_\Sigma] = \frac{1}{Z_1 + Z_2} \begin{bmatrix} Z_2 - Z_1 & 2Z_1 e^{-jkl} \\ 2Z_2 e^{-jkl} & (Z_1 - Z_2) e^{-j2kl} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Матрица стала несимметричной и неунитарной, что и следовало ожидать по теории.

4.2.2. Шестиполюсники

Задача №4

Определить матрицу рассеяния коаксиального (или полоскового) тройника с волновыми сопротивлениями плеч Z_1 и Z_2 , как показано на рис.4.5. Длины линий передач в плечах тройника будем считать равными



нулю.

Рис.4.5

Решение.

• Задачу можно решать как для ненормированной, так и для нормированной матриц. В обоих случаях следует вначале определить коэффициенты на главной диагонали матрицы, т.е. S_{11} , S_{22} , S_{33} , поскольку это наиболее просто и остальные коэффициенты выражаются через них.

- Начнем с S_{11} . Согласно определению (4.3)

$$S_{11} = \frac{U_{10}}{U_{1П}} \Big|_{U_{2П=0}, U_{3П=0}}$$

Это означает, что S_{11} является коэффициентом отражения со стороны плеча 1 при условии, что плечи 2 и 3 нагружены на активные сопротивления равные волновым сопротивлениям линий передач в плечах 2 и 3.(рис.4.6)

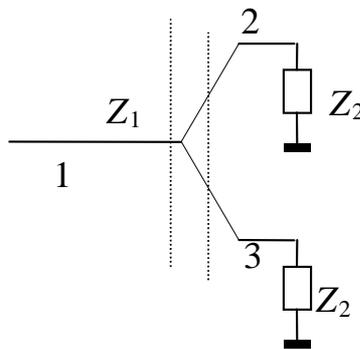


Рис.4.6

Поскольку плечо 1 нагружено на параллельное соединение сопротивлений Z_2 , то коэффициент отражения со стороны плеча 1 согласно (4.10) будет

$$\Gamma = S_{11} = \frac{Z_2 - 2Z_1}{Z_2 + 2Z_1}. \quad (4.34)$$

• Определим S_{22} и S_{33} . Из-за симметрии плеч 2 и 3, эти коэффициенты равны. Определим их так же, как и S_{11} . Нагрузкой для плеча 2 является параллельное соединение сопротивлений Z_1 и Z_2 .

$$Z_H = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Таким образом, коэффициент отражения со стороны плеча 2 будет

$$S_{22} = S_{33} = \frac{Z_H - Z_2}{Z_H + Z_2} = \frac{-Z_2}{2Z_1 + Z_2} \quad (4.35)$$

Коэффициенты S_{11} , S_{22} и S_{33} не изменяются при нормировке матриц. Остальные коэффициенты определяются для нормированных и ненормированных матриц различными способами.

Решение для ненормированной матрицы

• Вернемся к рис.4.6. Если сигнал подается в плечо 1, то в нем существует падающая и отраженная волны. Комплексная амплитуда отраженной волны определяется коэффициентом S_{11} . В плечах 2 и 3 существуют лишь отраженные волны, поскольку эти плечи нагружены на согласованные нагрузки. При этом реальные напряжения в точке разветвления одинаковы во всех плечах.

$$U_1 = U_2 = U_3 \text{ или} \\ U_{1П} + U_{10} = U_{20} = U_{30}$$

Поделим последнее уравнение на $U_{1П}$.

$$1 + S_{11} = S_{21} = S_{31}, \quad (4.36)$$

где S_{21} и S_{31} – коэффициенты передачи по напряжению из плеча 1 в плечо 2 и 3.

$$S_{21} = \frac{U_{20}}{U_{1П}} \Big|_{U_{2П}=0, U_{3П}=0} \quad S_{31} = \frac{U_{30}}{U_{1П}} \Big|_{U_{2П}=0, U_{3П}=0}$$

Уравнения аналогичные (4.36) можно получить, если подавать сигнал во 2 и 3 плечи. Итак, из условия равенства напряжений в точке разветвления следуют три уравнения

$$\begin{cases} 1 + S_{11} = S_{21} = S_{31} \\ 1 + S_{22} = S_{12} = S_{32} \\ 1 + S_{33} = S_{23} = S_{13} \end{cases} \quad (4.37)$$

Очевидно, эти уравнения будут справедливы для тройника с любым соотношением волновых сопротивлений плеч. В нашем случае плечи 2 и 3 одинаковы, поэтому $S_{22} = S_{33}$. Из второго и третьего уравнений (4.37) следует

$$S_{12} = S_{32} = S_{23} = S_{13} \quad (4.38)$$

Будем все эти коэффициенты обозначать как S_{12} .

• Составим ненормированную матрицу рассеяния тройника с учетом полученных соотношений между его коэффициентами

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} & S_{12} \\ S_{21} & S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Коэффициенты S_{12} и S_{21} определим согласно (4.37) через S_{11} и S_{22} .

$$S_{21} = 1 + \frac{Z_2 - 2Z_1}{Z_2 + 2Z_1} = \frac{2Z_2}{Z_2 + 2Z_1} \quad (4.40)$$

$$S_{12} = 1 - \frac{Z_2}{2Z_1 + Z_2} = \frac{2Z_1}{2Z_1 + Z_2}$$

• Таким образом, ненормированная матрица $[S]$ имеет вид

$$[S] = \frac{1}{2Z_1 + Z_2} \begin{bmatrix} Z_2 - 2Z_1 & 2Z_1 & 2Z_1 \\ 2Z_2 & -Z_2 & 2Z_1 \\ 2Z_2 & 2Z_1 & -Z_2 \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

• Для проверки правильности составления матрицы перейдем к нормированной матрице по формуле (4.6)

$$\tilde{S}_{ik} = \sqrt{\frac{Z_k}{Z_i}} S_{ik}$$

$$\tilde{S}_{12} = \frac{2Z_1}{2Z_1 + Z_2} \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} = \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{2Z_1 + Z_2} = \tilde{S}_{13} \quad \tilde{S}_{21} = \frac{2Z_2}{2Z_1 + Z_2} \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} = \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{2Z_1 + Z_2} = \tilde{S}_{31}$$

$$\tilde{S}_{23} = \frac{2Z_1}{2Z_1 + Z_2} \sqrt{\frac{Z_2}{Z_2}} = \frac{2Z_1}{2Z_1 + Z_2} = \tilde{S}_{32}$$

Таким образом, нормированная матрица $[\tilde{S}]$ имеет вид

$$[\tilde{S}] = \frac{1}{2Z_1 + Z_2} \begin{bmatrix} Z_2 - 2Z_1 & 2\sqrt{Z_1 Z_2} & 2\sqrt{Z_1 Z_2} \\ 2\sqrt{Z_1 Z_2} & -Z_2 & 2Z_1 \\ 2\sqrt{Z_1 Z_2} & 2Z_1 & -Z_2 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Как и следовало ожидать, матрица стала симметричной, что является следствием взаимности устройства. Проверьте самостоятельно унитарность этой матрицы.

Решение для нормированной матрицы

Поскольку устройство является взаимным, то нормированная матрица должна быть симметричной, кроме того, плечи 2 и 3 идентичны.

В результате нормированная матрица рассеяния может быть представлена в виде

$$[\tilde{S}] = \begin{bmatrix} \tilde{S}_{11} & \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{12} \\ \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{22} & \tilde{S}_{23} \\ \tilde{S}_{12} & \tilde{S}_{23} & \tilde{S}_{22} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Коэффициенты S_{11} и S_{22} определены выше (4.34) и (4.35), они не меняются при нормировке. Для определения остальных коэффициентов используем условия унитарности матрицы (4.23). Из условия

$$|\tilde{S}_{11}|^2 + 2|\tilde{S}_{12}|^2 = 1$$

следует, что

$$|\tilde{S}_{12}| = \sqrt{\frac{1 - |\tilde{S}_{11}|^2}{2}} = \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_2 + 2Z_1}. \quad (4.44)$$

Из условия

$$|\tilde{S}_{12}|^2 + |\tilde{S}_{22}|^2 + |\tilde{S}_{23}|^2 = 1$$

следует, что

$$\begin{aligned} |\tilde{S}_{23}| &= \sqrt{1 - |\tilde{S}_{12}|^2 - |\tilde{S}_{22}|^2} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_2 + 2Z_1}\right)^2 - \left(\frac{-Z_2}{Z_2 + 2Z_1}\right)^2} = \frac{2Z_1}{Z_2 + 2Z_1} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Мы определили только модули коэффициентов S_{12} и S_{23} . Фазы этих коэффициентов можно определить из остальных условий унитарности – сумма произведений элементов одного столбца на комплексно-сопряженные элементы другого должна быть равна нулю. Однако, если мы “угадаем” эти фазы так, чтобы условия унитарности выполнялись, то этим можно удовлетвориться. Кроме того, в составе тройника нет реактивных элементов и отрезков линий, которые могли бы привести к появлению мнимых частей этих коэффициентов. Поэтому предположим самый простой вариант – фазы равны нулю, т.е. примем

$$\tilde{S}_{12} = \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_2 + 2Z_1} \quad \text{и} \quad \tilde{S}_{23} = \frac{2Z_1}{Z_2 + 2Z_1}. \quad (4.46)$$

Видно, что эти значения удовлетворяют всем условиям унитарности и

совпадают с определенными ранее (4.42).

• Рассмотрим частный случай, когда $Z_2 = 2Z_1$. При этом $S_{11} = 0$, и тройник оказывается согласованным со стороны плеча 1. Ненормированная и нормированная матрицы принимают вид

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad [\tilde{S}] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 & 1 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4.47)$$

Проверьте самостоятельно выполняются ли условия симметричности и унитарности для этих матриц. Проанализируем прохождение сигнала через тройник с помощью этих матриц.

• В первое плечо подадим сигнал с амплитудой $U_{1П} = 1В$. Оценим напряжения волн в плечах 2 и 3 с помощью ненормированной матрицы.

$$[U_0] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Амплитуда напряжения в плечах 2 и 3 равна также 1 В. Подадим такой же сигнал в плечо 2.

$$[U_0] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Амплитуда напряжения в плече 2 равна сумме напряжений падающей и отраженной волн. $U_2 = U_{2П} + U_{20} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} В$.

Такие же напряжения волн в плечах 1 и 3.

• Оценим мощности волн при питании с разных плеч. Для этого будем использовать нормированную матрицу. Подадим сигнал в плечо 1 с мощностью падающей волны 1 Вт, что соответствует амплитуде нормированного напряжения $V_{1П} = 1\sqrt{Вт}$.

$$[V_0] = [\tilde{S}] \cdot [V_{П}] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 & 1 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2} \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}.$$

Мощности волн в плечах 2 и 3 равны $|V_{20}|^2 = \frac{1}{2} Вт$. Подадим ту же мощность в плечо 2

$$[V_0] = [\tilde{S}] \cdot [V_{П}] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 & 1 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

В плечо 1 поступает $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$ Вт, в плечо 2 отражается 1/4 Вт, в плечо 3 поступает 1/4 Вт. Закон сохранения энергии, конечно, выполняется.

4.2.3. Восьмиполюсники

Задача №5

С помощью мостов можно делать такие устройства, как согласующие устройства, регулируемые фазовращатели и аттенюаторы и многие другие. В качестве примера рассмотрим согласованный двойной тройник, в боковые плечи которого включены короткозамкватели - подвижный в плече 3 и неподвижный – в плече 4. Нужно определить матрицу рассеяния полученного четырехполюсника и проанализировать его свойства.

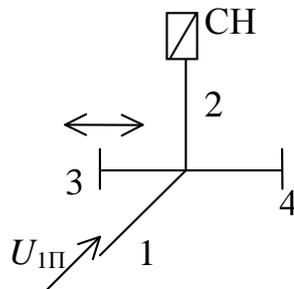


Рис.4.7

Решение.

• Будем считать, что в плечо 1 подается сигнал с амплитудой $U_{1П} = 1В$, а в плечо 2 включена согласованная нагрузка СН. Запишем матрицу согласованного двойного тройника

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

Запишем матрицу-столбец напряжений падающих волн, причем в боковых плечах эти напряжения выразим через напряжения отраженных волн.

$$U_{3П} = -U_{30} \cdot e^{j\varphi}; \quad U_{4П} = -U_{40}.$$

Знак минус в этих формулах объясняется тем, что при отражении от короткого замыкания фаза коэффициента равна 180° , $e^{j\varphi}$ - характеризует изменение фазы при отражении волны при перемещении поршня. Напомним, что падающая волна для тройника является отраженной от нагрузки – короткозамквателей.

$$[U_{II}] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -U_{30} \cdot e^{j\varphi} \\ -U_{40} \end{bmatrix}. \quad (4.49)$$

$U_{2II} = 0$, т.к. в плечо 2 включена согласованная нагрузка, не дающая отражения.

- Определим напряжения отраженных волн через матричное уравнение

$$[U_0] = [S] \cdot [U_{II}], \quad (4.50)$$

аналогичное системе уравнений (4.1)

Выполняя умножение квадратной матрицы на матрицу-столбец, получим

$$[U_0] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -U_{30} - U_{40} e^{j\varphi} \\ U_{30} - U_{40} e^{j\varphi} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.51)$$

Запишем это соотношение в виде

$$U_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}} (-U_{30} - U_{40} e^{j\varphi}); \quad U_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} (U_{30} - U_{40} e^{j\varphi})$$

$$U_{30} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad U_{40} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Таким образом, имеем

$$U_{10} = -\frac{1}{2} (1 + e^{j\varphi}); \quad U_{20} = \frac{1}{2} (1 - e^{j\varphi}). \quad (4.52)$$

Представим эти выражения в виде

$$U_{10} = -\frac{1}{2} e^{j\frac{\varphi}{2}} \left(e^{-j\frac{\varphi}{2}} + e^{j\frac{\varphi}{2}} \right) = -\frac{1}{2} e^{j\frac{\varphi}{2}} \cdot 2 \cos \frac{\varphi}{2} = -e^{j\frac{\varphi}{2}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \quad (4.53)$$

$$U_{20} = \frac{1}{2} e^{j\frac{\varphi}{2}} \left(e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}} \right) = \frac{1}{2} e^{j\frac{\varphi}{2}} \cdot (-2j) \sin \frac{\varphi}{2} = -j e^{j\frac{\varphi}{2}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$$

• Двойной тройник с короткозамыкателями в боковых плечах является фактически четырехполюсником с плечами 1 и 2. Формулы (4.53) определяют коэффициенты его матрицы рассеяния

$$s_{11} = \left. \frac{U_{10}}{U_{1II}} \right|_{U_{2II}=0} = -e^{j\frac{\varphi}{2}} \cdot \cos \frac{\varphi}{2}; \quad s_{21} = \left. \frac{U_{20}}{U_{1II}} \right|_{U_{2II}=0} = -j e^{j\frac{\varphi}{2}} \cdot \sin \frac{\varphi}{2}.$$

Поскольку полученный четырехполюсник является взаимным и недиссипативным, то его матрица является симметричной и унитарной. Поэтому $s_{12} = s_{21}$ и $s_{11} = s_{22}$. Запишем его матрицу рассеяния

$$[s] = -e^{j\frac{\varphi}{2}} \begin{bmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} & j \sin \frac{\varphi}{2} \\ j \sin \frac{\varphi}{2} & \cos \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.54)$$

• Проанализируем полученную формулу. Угол φ изменяется в пределах от 0^0 до 360^0 при передвижении подвижного короткозамыкателя на расстояние $\lambda_B/2$, где λ_B - длина волны в волноводе. Коэффициент передачи по мощности из плеча 1 в плечо 2 и обратно

$$|s_{21}|^2 = \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

изменяется при этом в пределах от 0 до 1. Коэффициент отражения по мощности

$$|s_{11}|^2 = \cos^2 \frac{\varphi}{2}$$

изменяется в пределах от 1 до 0, что соответствует изменению КСВ в плече 1

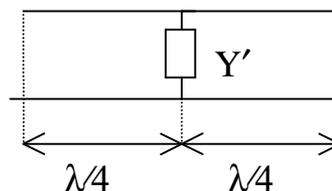
$$КСВ = \frac{1 + |s_{11}|}{1 - |s_{11}|} \quad \text{в пределах от } 0 \text{ до } \infty.$$

Таким образом, такое устройство может использоваться как регулируемый аттенюатор.

4.3. Задачи для самостоятельного решения

Задача № 1

В теории фильтров СВЧ используется каскадное соединение трех элементарных четырехполюсников: двух отрезков линии передачи длиной $\lambda/4$ и параллельной нормированной проводимости Y' (нормировка относительно волновой проводимости отрезков линии). Определить матрицу рассеяния соединения и показать, что оно эквивалентно последовательно включенному сопротивлению Z' и определить его величину. (Ответ $Z' = Y'$)



Задача № 2

Четырехполюсник с известной матрицей $[S]$ нагружен на сопротивление Z . Определить Z' - нормированное сопротивление нагрузки, если КСВ на входе четырехполюсника равен 1. Указание: воспользоваться формулой (4.9).

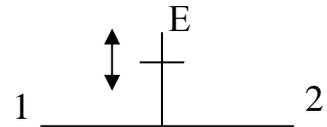
Волновые сопротивления плеч одинаковы.

$$[S] = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}. \quad (\text{Ответ } Z' = 5)$$

Задача № 3

В E-плечо согласованного E-тройника включен подвижный короткозамыкающий поршень. Определить $[S]$ полученного 4-х полюсника при произвольном положении поршня. В каких пределах будет изменяться КСВ и коэффициент передачи при изменении положения поршня? Матрица рассеяния для согласованного E-тройника имеет вид

$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$$



(Ответ: $S_{11}^{\Sigma} = S_{22}^{\Sigma} = \frac{1}{2}(1 - e^{j2\gamma l})$; $S_{12}^{\Sigma} = S_{21}^{\Sigma} = \frac{1}{2}(1 + e^{j2\gamma l})$; l - смещение поршня; γ - постоянная распространения в волноводе; КСВ изменяется от 1 при $l=0$ до ∞ при $l=\lambda_B/4$, коэффициент передачи при этом изменяется от 1 до 0)

Задача № 4

Определите матрицы $[S]$ и $[t]$ управляющего элемента (pin-диода) с нормированным сопротивлением Z' , последовательно включенного в линию передачи, в случае открытого ($Z' = 0.2$) и закрытого ($Z' = 5-j4$) состояния этого элемента. Определите для этих состояний коэффициент передачи по мощности, потери на поглощение и отражение.

(Ответ: для открытого состояния коэффициент передачи $|S_{21}|^2 = 0,826$; потери на отражение $|S_{11}|^2 = 0,012$; потери на поглощение $1 - |S_{11}|^2 - |S_{21}|^2 = 0,162$; для закрытого состояния соответственно 0,48; 0,47 и 0,0468).

Задача № 5

Матрица передачи четырехполюсника имеет вид

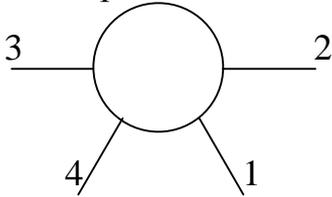
$$[\tilde{t}] = (1 + j) \cdot \begin{bmatrix} 1 & -j \\ -j & 0 \end{bmatrix}.$$

Определите является ли данный четырехполюсник реактивным, взаимным и симметричным? Указание: перейти к матрице рассеяния.

(Ответ: диссипативный, взаимный, несимметричный).

Задача № 6

В кольцевом мосте принята нумерация плеч, изображенная на рисунке. В плечи 2 и 3 подаются сигналы с частотой ω и комплексными амплитудами напряжения $\dot{U}_2 = 5e^{j30^\circ} B$ и $\dot{U}_3 = 3e^{j45^\circ} B$. Записать матрицу рассеяния моста для данной нумерации плеч и определить мощности волн в плечах 1 и 4, если волновое сопротивление подводящих линий равно 50 Ом.



(Ответ:

$$[S] = \frac{j}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad P_1=0,07 \text{ Вт}, P_3=0,03 \text{ Вт}).$$

4.4. Контрольная работа № 2

Данная контрольная работа посвящена матричному анализу устройств СВЧ. Каждый вариант содержит 5 задач, темы которых соответствуют последовательности изложения материала в пособии. В первой задаче необходимо использовать связь матриц рассеяния и передачи, нормировку матриц и понятие унитарности и симметричности матриц рассеяния. Во второй задаче общая матрица передачи каскадного соединения четырехполюсников определяется как произведение их матриц передач. В третьей задаче рассматривается четырехполюсник, нагруженный на сопротивление нагрузки. Метод определения объединенной матрицы применяется в четвертой задаче к шестиполюсникам. В пятой задаче решаются вопросы конструирования и анализа восьмиполюсников. принимаемых решений и выводов. Если ответ “не сходится “и Вы уверены в своей правоте, то отчет следует выслать для проверки, поскольку не исключена полностью возможность ошибки в ответе и, возможно, существует несколько вариантов решения. Большую помощь при решении задач может оказать система “Mathcad”, особенно при операциях с матрицами.

ВАРИАНТ №1

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности

и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

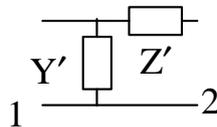
$$[\tilde{t}] = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} 25 & 7 \\ 7 & 25 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 9 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 16 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,28 & 0,72 \\ 1,28 & -0,28 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу рассеяния $[S]$ двух каскадно соединенных

четырёхполюсников: нормированной проводимости $Y' = 1$ и

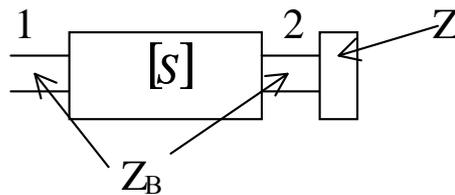
нормированного сопротивления $Z' = 2$.



Определите потери мощности в четырехполюснике и КСВ со стороны входа 1 четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

Ответ: Потери 89,8 % от падающей мощности в плечо 1.

3) Четырёхполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если КСВ на входе 1 равен 1.



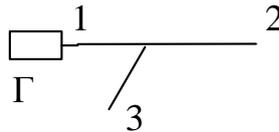
$$[S] = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}$$

Ответ $Z' = 5$.

4) 1-е плечо согласованного волноводного H- тройника нагружено на

сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = -1$. Определить $[S]$

полученного 4-х полюсника и КСВ при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: $KCB=\infty$

5) Рассчитать размеры волноводно-щелевого моста на частоту 12 ГГц, записать его матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 1 \cdot e^{j30^\circ}$. Рассчитать матрицу рассеяния моста и выходные сигналы, при тех же входных, если частота уменьшится на 10%.

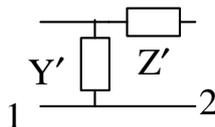
ВАРИАНТ №2

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \frac{1}{96} \begin{bmatrix} 100 & 28 \\ 28 & 100 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=36 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=64 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,28 & 0,72 \\ 1,28 & -0,28 \end{bmatrix}$.

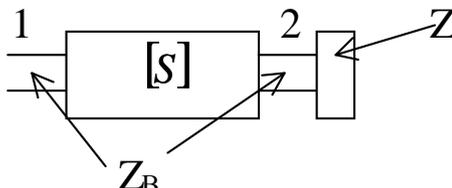
2) Определить матрицу рассеяния $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников: нормированной проводимости $Y' = 0.5j$ и нормированного сопротивления $Z' = 1$.



Определите потери мощности в четырехполюснике и КСВ со стороны входа 1 четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

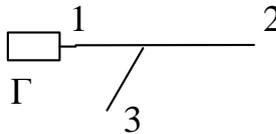
Ответ: КСВ = 2,618.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если КСВ на входе 1 равен 1.



$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & j\frac{1}{2} \\ j\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного H- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 0$. Определить $[S]$ полученного 4-х полюсника и КСВ при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ = 3.

5) Рассчитать размеры волноводно-щелевого моста на частоту 8 ГГц, записать его матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j60^\circ}$. Рассчитать матрицу рассеяния моста и выходные сигналы, при тех же входных, если частота уменьшится на 15%

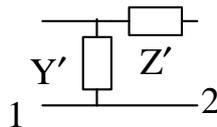
ВАРИАНТ №3

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 25 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 100 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 1,4 & -0,6 \end{bmatrix}$.

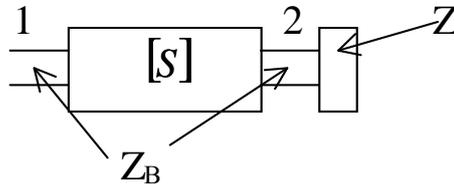
2) Определить матрицу рассеяния $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников: нормированной проводимости $Y' = 0,5$ и нормированного сопротивления $Z' = 2$.



Определите потери мощности в четырехполюснике и КСВ со стороны входа 1 четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

Ответ: потери 86 % от падающей мощности в плечо 1.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,5.

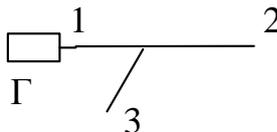


$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного H- тройника нагружено на

сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 1$. Определить $[S]$

полученного 4-х полюсника и КСВ при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ = 2.

5) Рассчитать размеры волноводно-щелевого моста на частоту 3 ГГц, записать его матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы

с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 3 \cdot e^{j90^\circ}$. Рассчитать матрицу рассеяния моста и выходные сигналы, при тех же входных, если частота увеличится на 10%.

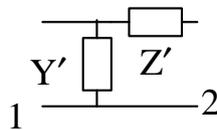
ВАРИАНТ №4

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 13 & -5 \\ -5 & 13 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 81 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 36 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} -0,385 & 1,385 \\ 0,615 & 0,385 \end{bmatrix}$.

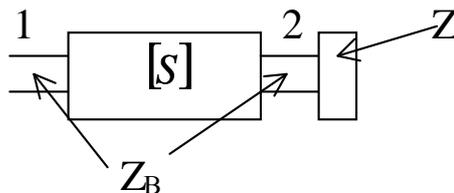
2) Определить матрицу рассеяния $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников: нормированной проводимости $Y' = 0,5$ и нормированного сопротивления $Z' = 1$.



Определите потери мощности в четырехполюснике и КСВ со входа 1 четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

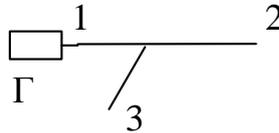
Ответ: КСВ = 1.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен $0,2(1+j)$.



$$[S] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного H- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 0,5$. Определить [S] полученного 4-х полюсника и КСВ при согласованной нагрузке в плече 2.



Ответ: КСВ = 1,5.

5) Рассчитать основные размеры квадратного моста на микрополосковой линии на частоту 1 ГГц. Волновые сопротивления подводящих линий 30 Ом, толщина подложки 1мм, материал подложки- поликор ($\epsilon=9,6$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 1 \cdot e^{j30^\circ}$.

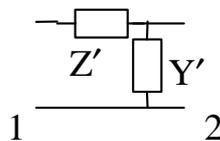
ВАРИАНТ №5

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} -3j & j \\ -j & 2j/3 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 81 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 36 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,333 & 0,5j \\ 0,222j & 0,333 \end{bmatrix}$.

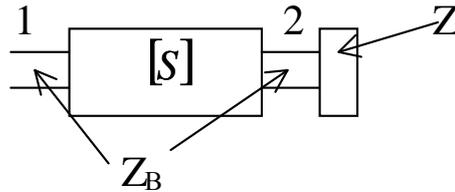
2) Определить матрицу рассеяния [S] двух каскадно соединенных четырехполюсников: нормированного сопротивления $Z' = 1$ и нормированной проводимости $Y' = 0,5$.



Определите потери мощности в четырехполоснике и КСВ со входа 1 четырехполосника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

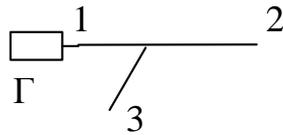
Ответ: потери 68,75 % от падающей мощности в плечо 1.

3) Четырехполосник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполосника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,2



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,8 & j0,6 \\ j0,6 & 0,8 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного Н- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = -0,5$. Определить $[S]$ полученного четырехполосника и тепловые потери в четырехполоснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: Потери = 33,33%.

5) Рассчитать основные размеры квадратного моста на симметричной полосковой линии на частоту 2 ГГц. Волновые сопротивления подводящих линий 50 Ом, толщина подложки 2мм, материал подложки – фторопласт ($\epsilon=2,4$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j45^\circ}$.

ВАРИАНТ №6

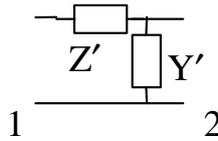
1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполосника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполосника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = j \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 64 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 25 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,8j \\ 0,312j & 0,5 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу рассеяния $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполосников: нормированного сопротивления $Z' = 2$ и нормированной

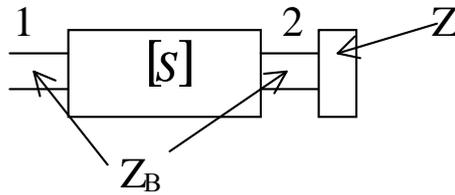
проводимости $Y' = 0,5$.



Определите потери мощности в четырехполоснике и КСВ со входа 1 четырехполосника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

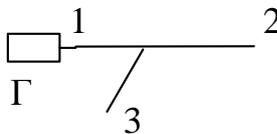
Ответ: КСВ = 2,667

3) Четырехполосник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполосника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,5



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,8 & j0,6 \\ j0,6 & 0,8 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного H- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = -1/3$. Определить $[S]$ полученного четырехполосника, КСВ и тепловые потери в четырехполоснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: Потери = 32% .

5) Рассчитать основные размеры кольцевого моста на микрополосковой линии на частоту 1 ГГц. Волновые сопротивления подводящих линий 40 Ом, толщина подложки 1мм, материал подложки – поликор ($\epsilon=9,6$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j30^\circ}$.

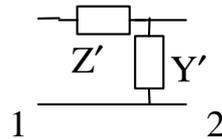
ВАРИАНТ №7

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -j \\ j & 0 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=100 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=25 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \sqrt{2} \begin{bmatrix} 0,5 & 1 \\ -0,25 & 0,5 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу рассеяния $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников: нормированного сопротивления $Z' = 1$ и нормированной проводимости $Y' = j0,5$.

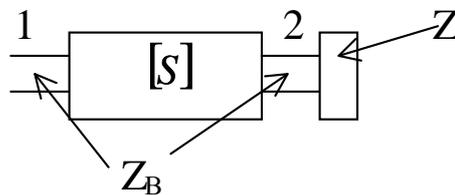


Определите потери мощности в четырехполюснике и КСВ со входа 1

четырёхполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

Ответ: потери 50 % от падающей мощности в плечо 1.

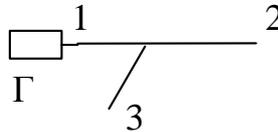
3) Четырёхполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырёхполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 1.



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,8 & j0,6 \\ j0,6 & 0,8 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного H- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 1/3$. Определить $[S]$

полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ = 2,5.

5) Рассчитать основные размеры кольцевого моста на симметричной полосковой линии на частоту 2 ГГц. Волновые сопротивления подводящих линий 60 Ом, толщина подложки 3мм, материал подложки – полистирол ($\epsilon=2,6$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать его матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j180^\circ}$.

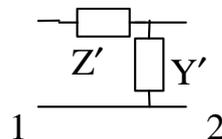
ВАРИАНТ №8

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 100 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 25 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,8 & 1,2j \\ 0,3j & 0,8 \end{bmatrix}$

2) Определить матрицу рассеяния $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников: нормированного сопротивления $Z' = 2$ и нормированной проводимости $Y' = 1$.



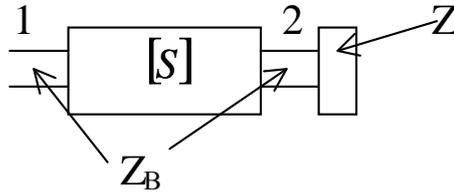
Определите потери мощности в четырехполюснике и КСВ со входа 1

четырёхполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

Ответ: потери 73,47 % от падающей мощности в плечо 1.

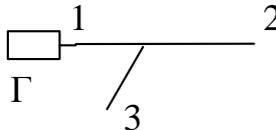
3) Четырёхполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на

сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполосника), если коэффициент отражения на входе 1 равен $-0,5$



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,8 & j0,6 \\ j0,6 & 0,8 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного H- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 1/4$. Определить $[S]$ полученного четырехполосника, КСВ и тепловые потери в четырехполоснике при согласованной нагрузке в плече 2.



Ответ: Потери = 37,04% .

5) Рассчитать основные размеры квадратного направленного ответвителя на симметричной полосковой линии на частоту 2 ГГц с коэффициентом деления по мощности 1/4. Волновые сопротивления подводящих линий 50 Ом, толщина подложки 2мм, материал подложки – фторопласт ($\epsilon=2,4$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j45^\circ}$.

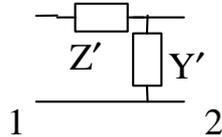
ВАРИАНТ №9

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполосника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполосника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = j \begin{bmatrix} 5/3 & -4/3 \\ 4/3 & -0,4667 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 81 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 36 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,8 & 0,9 \\ 0,4 & 0,8 \end{bmatrix}$.

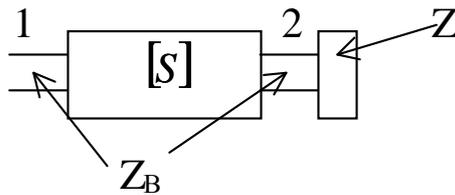
2) Определить матрицу рассеяния $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполосников: нормированного сопротивления $Z' = 1$ и нормированной проводимости $Y' = 1$.



Определите потери мощности в четырехполоснике и КСВ со входа 1 четырехполосника, нагруженного на согласованную нагрузку в плече 2.

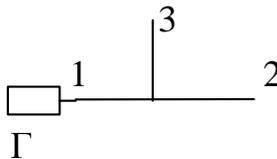
Ответ: КСВ = 1,5

3) Четырехполосник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполосника), если коэффициент отражения на входе 1 равен -0,5



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,6 & j0,8 \\ j0,8 & 0,6 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного E- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = -1/4$. Определить $[S]$ полученного четырехполосника, КСВ и тепловые потери в четырехполоснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: Потери = 18,52% ,

5) Рассчитать основные размеры квадратного направленного ответвителя на микрополосковой линии на частоту 1,5 ГГц с коэффициентом деления по

мощности $1/3$. Волновые сопротивления подводящих линий 50 Ом , толщина подложки 1 мм , материал подложки- поликор ($\epsilon=2,4$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j90^\circ}$.

ВАРИАНТ №10

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = j \begin{bmatrix} 0,1 & 0,3 \\ 0,3 & -0,1 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=81 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=36 \text{ Ом}$$

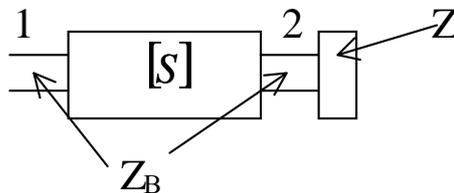
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,45 \\ 0,2 & -0,1 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполюсника.

$$[S_1] = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,8 \\ 0,8 & 0,6 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}$$

Ответ: КСВ = 4.

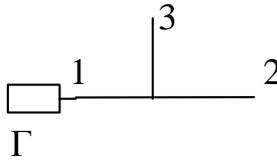
3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен $0,5$



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,6 & j0,8 \\ j0,8 & 0,6 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного E- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 1/4$. Определить $[S]$ полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике

при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ = 3,667

5) Рассчитать основные размеры квадратного направленного ответвителя на микрополосковой линии на частоту 1 ГГц с коэффициентом деления по мощности 1/2. Волновые сопротивления подводящих линий 30 Ом, толщина подложки 1мм, материал подложки – поликор ($\epsilon=2,4$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1 \cdot e^{-j40^\circ}$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j40^\circ}$.

ВАРИАНТ №11

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} 10/3 & 0 \\ 1/3 & 0,3 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 36 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 25 \text{ Ом}$$

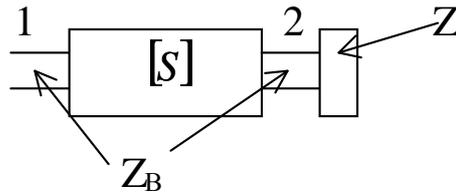
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,36 \\ 0,25 & 0 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполюсника.

$$[S_1] = \begin{bmatrix} 0,6 & j0,8 \\ j0,8 & 0,6 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$$

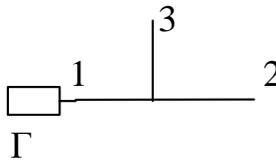
Ответ: КСВ = 2.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,9



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,1 & -j0,8 \\ j0,8 & 0,8 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного E- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 0$. Определить $[S]$ полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: Потери = 25%

5) Двойной тройник согласован только по H-плечу. Измерения коэффициентов отражения от E-плеча и боковых плеч при согласованной нагрузке в свободных плечах дали значения $1/\sqrt{2}$ и $-1/\sqrt{8}$.

Считая плечи E и H полностью развязанными определить коэффициенты матрицы рассеяния. В E и H плечи подаются синфазные сигналы мощностью 1 Вт. Определить мощности сигналов отраженных волн во всех плечах.

ВАРИАНТ №12

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0,2 & 0,3 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 64 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 36 \text{ Ом}$$

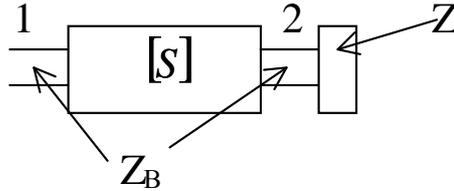
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,4 \\ 0,375 & 0 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполюсника.

$$[S_1] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,6 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \begin{bmatrix} 0 & j0,5 \\ j0,8 & 0,6 \end{bmatrix}$$

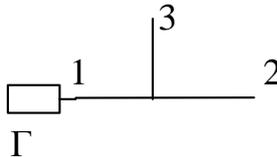
Ответ: КСВ = 1,222.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен $-0,5$.



$$[S] = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & j \\ -j & 1 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного E- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 1$. Определить $[S]$ полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: Потери = 0.

5) В боковые плечи согласованного двойного тройника включены подвижный короткозамыкатель (поршень) и нагрузка с коэффициентом отражения $\Gamma = 0,4e^{j60^\circ}$. В Н-плечо подается сигнал с амплитудой нормированного напряжения равной 1. Определить матрицу рассеяния полученного четырехполюсника и диапазон изменения напряжения в E-плече.

ВАРИАНТ №13

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} 2 & -0,2 \\ 0,2 & 0,28 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=36 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=81 \text{ Ом}$$

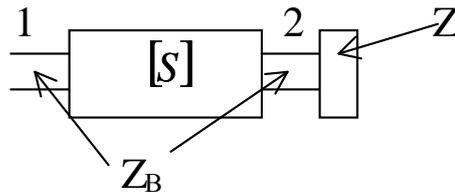
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 \\ 0,75 & 0,1 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполосников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполосника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполосника.

$$[S_1] = \begin{bmatrix} 0 & j \\ -j & 0 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0,1 \\ 0,9 & 0 \end{bmatrix}$$

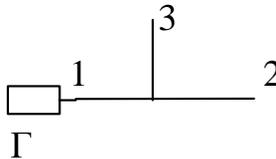
Ответ: КСВ = 1.

3) Четырехполосник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполосника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,5.



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,5 & j0,2 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного E- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = -1/2$. Определить $[S]$ полученного четырехполосника, КСВ и тепловые потери в четырехполоснике при согласованной нагрузке в плече 2.



Ответ: КСВ = 1,5.

5) В боковые плечи согласованного двойного тройника включены подвижный короткозамыкатель (поршень) и нагрузка с коэффициентом отражения $\dot{\Gamma} = 0,6e^{j30^\circ}$. В E-плечо подается сигнал с амплитудой нормированного напряжения равной 1. Определить матрицу рассеяния полученного четырехполосника и диапазон изменения напряжения в H-плече.

ВАРИАНТ №14

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} 2 & 0,2 \\ 0,2 & 0,32 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=25 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=81 \text{ Ом}$$

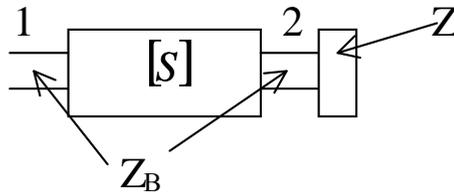
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1667 \\ 0,9 & 0,1 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполюсника.

$$[S_1] = \begin{bmatrix} 0,6 & j0,8 \\ j0,8 & 0,6 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \begin{bmatrix} 0 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}$$

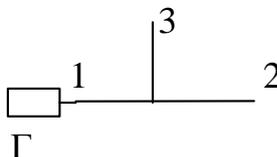
Ответ: КСВ = 4.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0.21.



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,2 & j0,1 \\ -j0,1 & 0,2 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного E- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 1/2$. Определить $[S]$ полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике при согласованной нагрузке в плече 2.



Ответ: Потери =66,67%

5) Рассчитать основные размеры квадратного направленного ответвителя на микрополосковой линии на частоту 0,5 ГГц с переходным ослаблением 10 дБ. Волновые сопротивления подводящих линий 60 Ом, толщина подложки 2мм, материал подложки – поликор ($\epsilon=9,6$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1 \cdot e^{-j40^\circ}$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j40^\circ}$.

ВАРИАНТ №15

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} 1,25 & 0,75 \\ 0,75 & 1,2 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=36 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=16 \text{ Ом}$$

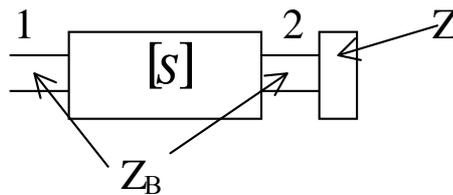
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,533 \\ 1,2 & 0,6 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполюсника.

$$[S_1] = \begin{bmatrix} 0,8 & j0,6 \\ j0,6 & 0,8 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0,1 \\ 0,1 & 0,5 \end{bmatrix}$$

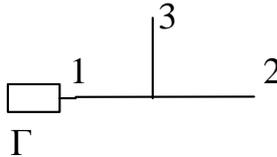
Ответ: КСВ =9.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,5



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,1 & 1+j \\ 1-j & 1 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного E- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = -1/3$. Определить $[S]$ полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ =2,5.

5) В E- плечо согласованного двойного тройника включен подвижный короткозамыкатель (поршень), в H-плечо - нагрузка с коэффициентом отражения $\dot{\Gamma} = 0,2e^{j90^\circ}$. В боковое плечо подается сигнал с амплитудой нормированного напряжения равной 2. Определить матрицу рассеяния полученного четырехполюсника и диапазон изменения напряжения в свободном боковом плече.

ВАРИАНТ №16

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=36 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=25 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,96j \\ 0,667j & 0,6 \end{bmatrix}$.

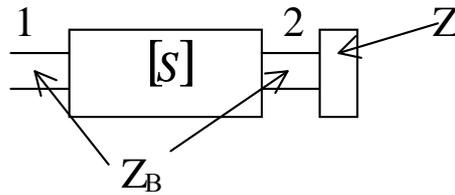
2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполюсника.

$$[S_1] = \begin{bmatrix} 0,8 & j0,6 \\ j0,6 & 0,8 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ответ: КСВ =9.

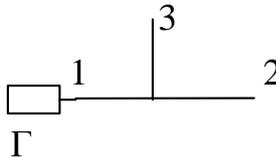
3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на

сопротивление нагрузки Z . Определить $z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполосника), если коэффициент отражения на входе 1 равен $j0,1$



$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & j \\ 0,1 & 0,1 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо согласованного волноводного E- тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 1/3$. Определить $[S]$ полученного четырехполосника, КСВ и тепловые потери в четырехполоснике при согласованной нагрузке в плече 2.



Ответ: Потери = 64%

5) В боковое плечо согласованного двойного тройника включен подвижный короткозамыкатель (поршень), в E-плечо - нагрузка с коэффициентом отражения $\dot{\Gamma} = 0,5e^{j45^\circ}$. В H-плечо подается сигнал с амплитудой нормированного напряжения равной 1. Определить матрицу рассеяния полученного четырехполосника и диапазон изменения напряжения в свободном боковом плече.

ВАРИАНТ №17

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполосника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполосника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} 1,25 & -0,75 \\ 0,75 & -0,35 \end{bmatrix} \quad Z_{B1} = 36 \text{ Ом} \quad Z_{B2} = 25 \text{ Ом}$$

Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,12 \\ 0,667 & 0,6 \end{bmatrix}$.

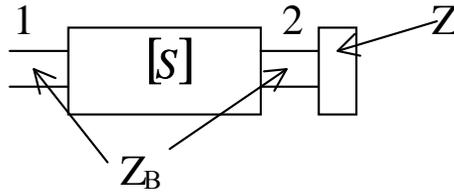
2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполосников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполосника, нагруженного на согласованную нагрузку.

Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполюсника.

$$[S_1] = \frac{1}{2,5} \begin{bmatrix} -0,5 & 2 \\ 2 & -0,5 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

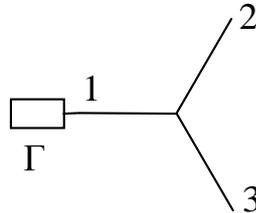
Ответ: КСВ = 1.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0.5



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,5 & j0,1 \\ j0,1 & 0,5 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо коаксиального симметричного 120° тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 0$. Определить $[S]$ полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ = 2

5) В Е плечо согласованного двойного тройника включен подвижный короткозамыкатель (поршень), в Н-плечо - нагрузка с коэффициентом отражения $\dot{\Gamma} = 0,1e^{j60^\circ}$. В боковое плечо подается сигнал с амплитудой нормированного напряжения равной 1. Определить диапазон изменения напряжения в свободном боковом плече.

ВАРИАНТ №18

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 6 & -3,5 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=49 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=25 \text{ Ом}$$

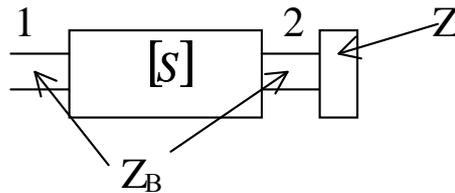
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,14 \\ 0,0714 & 0,6 \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполосников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполосника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполосника.

$$[S_1] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

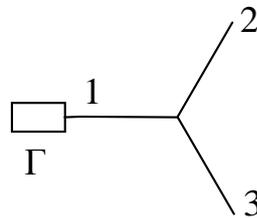
Ответ: КСВ = 1,667

3) Четырехполосник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполосника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,2



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,5 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо коаксиального симметричного 120° тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = -1$. Определить $[S]$ полученного четырехполосника, КСВ и тепловые потери в четырехполоснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ = ∞

5) Рассчитать основные размеры квадратного направленного ответвителя на симметричной полосковой линии на частоту 0,5 ГГц с переходным ослаблением 6 дБ. Волновые сопротивления подводящих линий 60 Ом, толщина подложки 1,5 мм, материал подложки - стеклотектолит ($\epsilon=6$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить

комплексные амплитуды выходных сигналов, если на развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1 \cdot e^{-j40^\circ}$ и $v_2 = 1 \cdot e^{j60^\circ}$.

ВАРИАНТ №19

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 5 & -2j \\ 2j & 1 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=49 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=64 \text{ Ом}$$

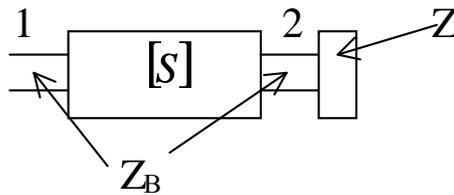
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,4j & 0,7 \\ 0,914 & 0,4j \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников с матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников и полученного четырехполюсника.

$$[S_1] = \frac{1}{2.1} \begin{bmatrix} -0,1 & 2 \\ 2 & -0,1 \end{bmatrix} \quad [S_2] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

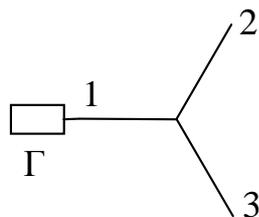
Ответ: КСВ = 1,667

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,3



$$[S] = \begin{bmatrix} 0,5 & j \\ j & 0 \end{bmatrix}$$

4) 1-е плечо коаксиального симметричного 120° тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = -1/2$. Определить $[S]$ полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ =4

5) Рассчитать основные размеры кольцевого моста на микрополосковой линии на частоту 0,5 ГГц. Волновые сопротивления подводящих линий 60 Ом, толщина подложки 1,5мм, материал подложки – стеклотектолит ($\epsilon=6$), потерями в диэлектрике пренебречь. Записать матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на неразвязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1 \cdot e^{-j40^\circ}$ и $v_2 = 2 \cdot e^{j40^\circ}$.

ВАРИАНТ №20

1) Заданы нормированная матрица передачи четырехполюсника и волновые сопротивления линий передач на его входах. Найти нормированную и ненормированную матрицы рассеяния, коэффициенты передачи по мощности и напряжению из плеча 1 в плечо 2. Определите свойства четырехполюсника (взаимность, наличие потерь, симметричность).

$$[\tilde{t}] = \begin{bmatrix} 1,25 & -0,5j \\ 0,5j & 0,2 \end{bmatrix} \quad Z_{B1}=16 \text{ Ом} \quad Z_{B2}=64 \text{ Ом}$$

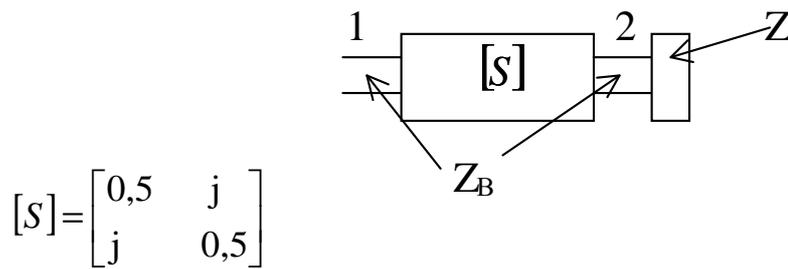
Ответ: $[S] = \begin{bmatrix} 0,4j & 0 \\ 1,6 & 0,4j \end{bmatrix}$.

2) Определить матрицу $[S]$ двух каскадно соединенных четырехполюсников с известными матрицами $[S_1]$ и $[S_2]$. Определите КСВ для полученного четырехполюсника, нагруженного на согласованную нагрузку. Опишите свойства этих 4-х полюсников.

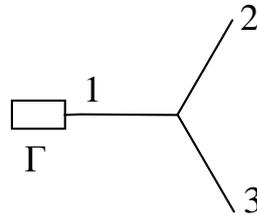
$$[S_1] = \begin{bmatrix} 0,6 & j0,8 \\ j0,8 & 0,6 \end{bmatrix}, [S_2] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$$

Ответ: КСВ =2.

3) Четырехполюсник с известной матрицей рассеяния $[S]$ нагружен на сопротивление нагрузки Z . Определить $Z' = Z / Z_B$ - нормированное сопротивление нагрузки (Z_B - волновое сопротивление плеч четырехполюсника), если коэффициент отражения на входе 1 равен 0,1.



4) 1-е плечо коаксиального симметричного 120° тройника нагружено на сопротивление с коэффициентом отражения $\Gamma = 1/2$. Определить [S] полученного четырехполюсника, КСВ и тепловые потери в четырехполюснике при согласованной нагрузке в плече 3.



Ответ: КСВ = 1,333

5) Рассчитать размеры волноводно-щелевого моста на частоту 6 ГГц, записать его матрицу рассеяния. Определить комплексные амплитуды выходных сигналов, если на не развязанные входы моста подаются сигналы с амплитудами $v_1 = 1$ и $v_2 = 3 \cdot e^{j90^\circ}$. Рассчитать матрицу рассеяния моста и выходные сигналы, при тех же входных, если частота увеличится на 20%

5. ХАРАКТЕРИСТИКИ И ПАРАМЕТРЫ АНТЕНН

5.1. Основные расчетные соотношения

Передающая антенна

Комплексная характеристика направленности передающей антенны по электрическому полю в дальней зоне, т.е. на расстоянии

$$r/\lambda \geq (a+b)^2/\lambda^2, \quad (5.1)$$

где a и b – максимальные размеры передающей и приемной антенн,

λ – длина волны,

в сферической системе координат описывается выражением

$$\dot{E}(\theta, \varphi) = E(\theta, \varphi) p(\theta, \varphi) \exp[i\Phi(\theta, \varphi)], \quad (5.2)$$

в котором $E(\theta, \varphi)$, $p(\theta, \varphi)$, $\Phi(\theta, \varphi)$ – соответственно амплитудная, поляризационная и фазовая диаграммы антенны.

Нормированные амплитудные ДН по напряженности поля и по мощности определяются соотношениями

$$\bar{F}(\theta, \varphi) = E(\theta, \varphi)/E_{\max}(\theta, \varphi), \quad (5.3)$$

$$\bar{F}^2(\theta, \varphi) = E^2(\theta, \varphi)/E_{\max}^2(\theta, \varphi), \quad (5.4)$$

где $E_{\max}(\theta, \varphi)$ – значение амплитуды электрического поля в максимуме ДН. Часто нормированные ДН выражают в логарифмическом масштабе (в децибелах):

$$\bar{F}^2(\theta, \varphi) = 20 \lg \bar{F}(\theta, \varphi) = 10 \lg \bar{F}^2(\theta, \varphi). \quad (5.5)$$

Пространственное изображение нормированных амплитудных ДН имеет вид замкнутых поверхностей. По одной из координат обычно довольствуются сечениями ДН в двух главных плоскостях. Например, если рассматривают ДН как функцию от θ , то – в плоскостях $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$. Сечение ДН главной плоскостью, содержащей электрический вектор, называют ДН в плоскости E , а сечение главной плоскостью, содержащей магнитный вектор, – ДН в плоскости H . Плоские сечения нормированных амплитудных ДН изображают как в полярных, так и в прямоугольных координатах, причем первый способ используют преимущественно для построения ДН слабонаправленных антенн, а второй – остронаправленных.

Из графического построения нормированных ДН определяют ширину главного лепестка (луча) на уровне 0,5 по мощности (0,707 по полю или –3 дБ в логарифмическом масштабе) $2\theta_{0,5}$, положения нулей, а также уровень боковых лепестков $\bar{F}_{q\max}$ и их направления $\theta_{q\max}$, где q – номер бокового лепестка.

Поляризация передающей антенны определяется поляризацией ее поля излучения по электрическому вектору. Наиболее общим случаем поляризации является эллиптическая поляризация, которая полностью описывается следующими параметрами поляризационного эллипса:

- углом γ_{ϑ} наклона большой оси эллипса к орту $\vec{\theta}_0$ сферической системы координат ($0 \leq \gamma_{\vartheta} \leq \pi/2$);
- коэффициентом эллиптичности поляризации

$$K_{\vartheta} = b/a, \quad (5.6)$$

где b и a – малая и большая полуоси эллипса ($0 \leq K_{\vartheta} \leq 1$);

- знаком поляризации $signK_{\vartheta}$, который указывает на направление вращения электрического вектора в плоскости эллипса: $signK_{\vartheta} > 0$ – для правой поляризации и $signK_{\vartheta} < 0$ – для левой.

При $K_{\vartheta} = 0$ эллипс вырождается в прямую линию, и поле имеет линейную поляризацию; при $K_{\vartheta} = \pm 1$ эллипс становится окружностью и поле имеет круговую поляризацию.

Параметры поляризационного эллипса при известных компонентах излучаемого поля определяются по формулам

$$\gamma_{\vartheta} = 0,5 \arctg \frac{2m \cos \psi}{1 - m^2}; \quad (5.7)$$

$$K_{\vartheta} = 2m \sin \psi / [1 + m^2 + \sqrt{(1 + m^2)^2 - (2m \sin \psi)^2}], \quad (5.8)$$

где $m = E_{\varphi} / E_{\theta}$ - отношение амплитуд ортогональных компонент,

$\psi = (\arg \dot{E}_{\varphi} - \arg \dot{E}_{\theta})$ – разность фаз комплексных амплитуд этих компонент.

Обратные зависимости имеют вид

$$m = \sqrt{(K_{\vartheta}^2 \operatorname{tg}^2 \gamma_{\vartheta} + 1) / (K_{\vartheta}^2 + \operatorname{tg}^2 \gamma_{\vartheta})}; \quad (5.9)$$

$$\psi = \arctg \{ 2K_{\vartheta}^2 / [(1 - K_{\vartheta}^2) \sin 2\gamma_{\vartheta}] \}. \quad (5.10)$$

Зависимость коэффициента эллиптичности от угловых координат точки наблюдения называют поляризационной диаграммой антенны.

Знание амплитудной и поляризационной диаграмм передающей антенны позволяет определить ее КНД. Для антенны линейной поляризации КНД по отношению к изотропному излучателю в направлении максимума ДН определяется выражением

$$D_0 = 4\pi \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \bar{F}^2(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (5.11)$$

Для антенны эллиптической поляризации при совпадении максимумов парциальных ДН выражение для КНД имеет более сложный вид

$$D_0 = D_{\theta 0} + D_{\varphi 0}, \quad (5.12)$$

где

$$D_{\theta 0} = 4\pi \left/ \left\{ \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} [\bar{F}_{\theta}^2(\theta, \varphi) + \bar{F}_{\varphi}^2(\theta, \varphi)/m^2] \sin \theta d\theta d\varphi \right\} \right. - \text{ парциальный}$$

КНД для компоненты поля E_{θ} ,

$$D_{\varphi 0} = 4\pi \left/ \left\{ \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} [m^2 \bar{F}_{\theta}^2(\theta, \varphi) + \bar{F}_{\varphi}^2(\theta, \varphi)] \sin \theta d\theta d\varphi \right\} \right. - \text{ парциальный}$$

КНД для компоненты поля E_{φ} .

Здесь $\bar{F}_{\theta}(\theta, \varphi)$ и $\bar{F}_{\varphi}(\theta, \varphi)$ - нормированные амплитудные ДН взаимно ортогональных компонент.

На практике применяют приближенную оценку КНД по формуле

$$D_0 \approx \frac{10}{2\theta_{0,5}^E 2\theta_{0,5}^H}, \quad (5.13)$$

где $2\theta_{0,5}^E$ и $2\theta_{0,5}^H$ - ширина ДН антенны на уровне 0,5 по мощности в главных плоскостях в радианах.

При расчете КНД проволочной антенны используют соотношение

$$D_0 = \frac{\pi w}{R_{\Sigma \text{ex}}} (l_{\text{эф}} / \lambda)^2, \quad (5.14)$$

где $l_{\text{эф}}$ и $R_{\Sigma \text{ex}}$ - эффективная (действующая) длина и сопротивление излучения, отнесенное к входу антенны; λ - длина волны; w - волновое сопротивление среды (для вакуума $w=120\pi$, Ом).

КПД передающей антенны находится как

$$\eta = R_{\Sigma} / (R_{\Sigma} + R_{\Pi}), \quad (5.15)$$

где R_{Π} - сопротивление потерь в антенне.

Коэффициент усиления антенны в направлении максимума ДН определяется по формуле

$$G_0 = \eta D_0. \quad (5.16)$$

Диапазонные свойства передающей антенны характеризуют либо отношением ширины полосы рабочих частот Δf к средней частоте диапазона f_{cp} и определяют в процентах

$$\frac{\Delta f}{f_{cp}} = 2 \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min}} 100\%, \quad (5.17)$$

где f_{\max} и f_{\min} - максимальная и минимальная частоты рабочего диапазона антенны, либо коэффициентом перекрытия диапазона

$$K_{\Pi} = f_{\max} / f_{\min} . \quad (5.18)$$

Приемная антенна

По теореме взаимности приемную антенну характеризуют те же параметры, что и передающую. ЭДС, возбуждаемая в любой приемной антенне, определяется по формуле Неймана

$$\mathcal{E} = E\lambda \sqrt{\frac{G_0 R_{ex}}{\pi w}} \bar{F}(\theta, \varphi) \cos \chi , \quad (5.19)$$

где E - напряженность поля волны, действующей на антенну; λ - длина волны; G_0 - КУ в направлении максимума ДН; R_{ex} - активная составляющая входного сопротивления антенны; $\bar{F}(\theta, \varphi)$ - нормированная амплитудная ДН антенны; χ - угол между плоскостями поляризации приемной антенны и приходящей волны.

Максимальная ЭДС в приемной антенне будет, когда $\bar{F}(\theta, \varphi) \cos \chi = 1$:

$$\mathcal{E}_{max} = E l_{\varepsilon\phi} = E\lambda \sqrt{\frac{G_0 R_{ex}}{\pi w}} . \quad (5.20)$$

Максимально возможная (оптимальная) мощность (в ваттах), отдаваемая приемной антенной с входным сопротивлением $Z_{ex} = R_{ex} + iX_{ex}$ в согласованную нагрузку (приемник) $Z_n = R_n + iX_n$, непосредственно подключенную к антенне, имеет место при $R_{ex} = R_n$, $X_{ex} = -X_n$ и определяется по формуле

$$P_{max} = \mathcal{E}_{max}^2 / 8R_{ex} . \quad (5.21)$$

Мощность, отдаваемая антенной в несогласованную нагрузку ($R_{ex} \neq R_n$, $X_{ex} \neq -X_n$), рассчитывается по формуле

$$P = \gamma P_{max} = \frac{4R_{ex} R_n}{(R_{ex} + R_n)^2 + (X_{ex} + X_n)^2} P_{max} , \quad (5.22)$$

где γ - коэффициент согласования антенны с нагрузкой (коэффициент передачи по мощности).

Мощность, которую приемная антенна отдает в нагрузку в случае, когда входное сопротивление антенны чисто активное и равно волновому сопротивлению фидера $Z_{ex} = R_{ex} = W_\phi$, а нагрузка не согласована с фидером $Z_n \neq W_\phi$, находится как

$$P = (1 - |\Gamma|^2) P_{\max}, \quad (5.23)$$

где Γ – коэффициент отражения от нагрузки.

Формулы (5.21) – (5.23) потери не учитывают. Чтобы их учесть, необходимо правые части умножить на КПД.

Эффективная площадь (в квадратных метрах) приемной антенны с учетом потерь определяется выражением

$$S_{\text{эф}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_0. \quad (5.24)$$

Собственная шумовая температура приемной антенны (в градусах Кельвина) определяется по формуле

$$T_{AT} = T_0(1 - \eta), \quad (5.25)$$

где T_0 — температура окружающей среды, K .

Максимальная мощность полезного сигнала P_{np} на выходе приемной антенны, находящейся в дальней зоне передающей антенны, рассчитывается по формуле идеальной радиопередачи

$$P_{np} = \frac{P_{\text{пер}} G_{\text{пер}} G_{\text{пр}} \lambda^2}{(4\pi r)^2}, \quad (5.26)$$

где $P_{\text{пер}}$ — мощность сигнала, излучаемого передающей антенной; $G_{\text{пер}}$, $G_{\text{пр}}$ — КУ передающей и приемной антенн; λ — длина волны; r — расстояние между антеннами.

Элементарные излучатели

К ним относятся элементарные электрические вибратор (диполь Герца) и рамка, элементарные излучающая щель (магнитный диполь Герца) и площадка (элемент Гюйгенса).

• Комплексные амплитуды электрического (в вольтах на метр) и магнитного (в амперах на метр) полей в дальней зоне элементарного электрического вибратора, находящегося в однородной изотропной среде с волновым сопротивлением w , определяются по формулам

$$\dot{E}_\theta = i \frac{w I_0 l}{2\lambda r} \bar{F}(\theta) \exp(-ikr); \quad (5.27)$$

$$\dot{H}_\varphi = \dot{E}_\theta / w, \quad (5.28)$$

где $k = 2\pi / \lambda$ — волновое число; λ — длина волны; $I_0 = \text{const}$ — амплитуда

тока в вибраторе; l — длина вибратора; r — расстояние от вибратора до точки наблюдения; $\bar{F}(\theta) = \sin \theta$ — нормированная амплитудная ДН вибратора в плоскости, проходящей через ось вибратора (плоскость E); θ — угол между осью вибратора и направлением в точку наблюдения.

Сопротивление излучения элементарного электрического вибратора (в омах) находится как

$$R_{\Sigma} = \frac{2}{3} \pi w \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2. \quad (5.29)$$

• Комплексные амплитуды электрического и магнитного полей в дальней зоне элементарной электрической рамки, находящейся в однородной изотропной среде с волновым сопротивлением w , определяются по формулам

$$\dot{E}_{\varphi} = \frac{w I_0 S_P}{2 \lambda r} \bar{F}(\theta) \exp(-ikr); \quad (5.30)$$

$$\dot{H}_{\theta} = -\dot{E}_{\varphi} / w, \quad (5.31)$$

где $\bar{F}(\theta) = \sin \theta$; S_P — площадь рамки.

• Комплексные амплитуды электрического и магнитного полей в дальней зоне элементарной односторонней щели в экране в среде с волновым сопротивлением w равны

$$\dot{E}_{\varphi} = -i \frac{E_{щ} l b}{\lambda r} \bar{F}(\theta) \exp(-ikr); \quad (5.32)$$

$$\dot{H}_{\theta} = -\dot{E}_{\varphi} / w, \quad (5.33)$$

где $\bar{F}(\theta) = \sin \theta$; $E_{щ} = U_{щ} / b$ — напряженность электрического поля в щели; $U_{щ} = const$ — напряжение в точках питания щели; l , b — длина и ширина щели.

Проводимость излучения элементарной односторонней щели (в сименсах) находится как

$$G_{\Sigma} = \frac{8\pi}{3w} \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2. \quad (5.34)$$

• Комплексные амплитуды электрического и магнитного полей в дальней зоне элемента Гюйгенса в однородной изотропной среде с волновым сопротивлением w определяются по формулам

$$\dot{E}_{\theta} = -i \frac{E_0 S}{\lambda r} \bar{F}(\theta) \sin \varphi \exp(-ikr); \quad (5.35)$$

$$\dot{E}_\varphi = -i \frac{E_0 S}{\lambda r} \bar{F}(\theta) \cos \varphi \exp(-ikr); \quad (5.36)$$

$$\dot{H}_\theta = -\dot{E}_\varphi / w; \quad (5.37)$$

$$\dot{H}_\varphi = -\dot{E}_\theta / w, \quad (5.38)$$

где $E_0 = const$ - напряженность стороннего электрического поля на поверхности элемента; S — площадь элемента; $\bar{F}(\theta) = 0,5(1 + \cos \theta)$ — нормированная амплитудная ДН в плоскостях E ($\varphi = 0$) и H ($\varphi = \pi/2$).

5.2. Решение типовых задач

5.1. Сопротивление излучения проволочной передающей антенны $R_{\Sigma ex} = 10 \text{ Ом}$, сопротивление потерь в антенне $R_{\Pi ex} = 5 \text{ Ом}$. Определить КНД и КУ антенны в направлении максимума ДН, если эффективная длина антенны $l_{\text{эф}} = 3 \text{ м}$, а длина волны $\lambda = 12 \text{ м}$.

Решение. КНД находим по формуле (5.14):

$$D_0 = \frac{\pi w}{R_{\Sigma ex}} \left(\frac{l_{\text{эф}}}{\lambda} \right)^2 = \frac{120\pi^2}{10} \left(\frac{3}{12} \right)^2 = \frac{3}{4} \pi^2 \cong 7,4.$$

КУ и КПД определяем по формулам (5.16) и (5.15):

$$G_0 = \eta D_0 = D_0 R_\Sigma / (R_\Sigma + R_\Pi) = \frac{0,75\pi^2 \cdot 10}{15} = \frac{\pi^2}{2} \cong 4,93.$$

5.2. Проволочная передающая антенна характеризуется параметрами: полоса частот $\Delta f = 300 \text{ кГц}$; коэффициент перекрытия диапазона $K_\Pi = 1,2$. Чему равен КУ антенны на средней частоте диапазона в направлении максимума ДН, если сопротивление излучения антенны $R_\Sigma = 15 \text{ Ом}$, сопротивление потерь $R_\Pi = 3 \text{ Ом}$, а действующая длина антенны $l_{\text{эф}} = 100 \text{ м}$?

Решение. Согласно формуле (5.18) $K_\Pi = f_{\max} / f_{\min} = 1,2$.

Откуда $f_{\max} = 1,2 f_{\min}$. Подставив это соотношение в формулу (5.17), получим

$$\frac{\Delta f}{f_{cp}} = 2 \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min}} = 2 \frac{1,2 - 1}{1,2 + 1} \cong 0,182, \text{ т.е. } f_{cp} = \frac{\Delta f}{0,182} = \frac{300 \text{ кГц}}{0,182} \cong 1,65 \text{ МГц}.$$

При этом средняя длина волны составит $\lambda_{cp} \cong 182 \text{ м}$.

КУ находим по формуле (5.16) через КНД и КПД. Для КНД из формулы (5.14) имеем $D_0 = \frac{\pi w}{R_{\Sigma ex}} \left(\frac{l_{\text{эф}}}{\lambda} \right)^2 \cong \frac{120\pi^2}{15} \left(\frac{100}{182} \right)^2 \cong 23,834$.

КПД по формуле (5.15) равен $\eta = \frac{15}{15+3} \cong 0,833$. Подставив найденные значения КНД и КПД в (5.16), окончательно получим $G_0 \cong 23,834 \cdot 0,833 \cong 19,86$.

5.3. Определить максимальную ЭДС, наводимую в приемной антенне электромагнитной волной длиной $\lambda = 13$ м с напряженностью электрического поля $E = 200$ мкВ/м, при условии, что антенна имеет КУ в направлении максимума ДН $G_0 = 100$ и входное сопротивление $R_{ex} = 500$ Ом.

Решение. Максимальную ЭДС определяем по формуле (5.20):

$$\mathcal{E}_{max} = E\lambda \sqrt{\frac{G_0 R_{ex}}{\pi w}} = 200 \cdot 10^{-6} \cdot 13 \sqrt{\frac{100 \cdot 500}{120\pi^2}} \cong 16,9 \text{ (мВ)}.$$

5.4. Собственная шумовая температура приемной антенны при температуре окружающей среды $T_0 = 280$ К составляет $T_{AT} = 28$ К. На какой частоте работает антенна, если ее эффективная поверхность $S_{эф} = 18$ м², а КНД в направлении максимума ДН $D_0 = 10000$?

Решение. Рабочую длину волны можно найти по формуле (5.24), из которой следует $\lambda = \sqrt{4\pi S_{эф} / G_0}$. КУ найдем по формуле (5.16), зная КНД и КПД. Последний определим из формулы (5.25):

$\eta = (1 - T_{AT} / T_0) = (1 - 0,1) = 0,9$. Тогда $G_0 = 0,9 \cdot 10000 = 9000$. Подставив в формулу для λ , получим $\lambda = \sqrt{4\pi \cdot 18 / 9000} \cong 0,1585$ (м). Частоту найдем как $f = c / \lambda = 3 \cdot 10^8 / 0,1585 \cong 1,89$ (ГГц).

5.5. Круглая рамочная антенна установлена под углом $\theta = (\pi / 6)$ радиан к направлению на передатчик, работающий на волне $\lambda = 50$ м и создающий в месте приема напряженность электрического поля $E = 250$ мВ/м. Параметры антенны: $G_0 = 1,5$; $R_{ex} = 6$ Ом; $\bar{F}(\theta) = \sin \theta$. Угол между плоскостями поляризации рамки и проходящей волны $\chi = 0,2$ радиан. Определить ЭДС, возбуждаемую в приемной антенне, и величину мощности, отдаваемую антенной в нагрузку с сопротивлением $Z_n = (24 + i 20)$ Ом.

Решение. ЭДС, возбуждаемую в антенне, определяем по формуле (5.19)

$$\mathcal{E} = E\lambda \sqrt{\frac{G_0 R_{ex}}{\pi w}} \bar{F}(\theta, \varphi) \cos \chi = \frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 50}{\pi} \sqrt{\frac{1,5 \cdot 6}{120}} \sin(\pi/6) \cos 0,2 = 0,535 \text{ (В)}.$$

Максимальная мощность, отдаваемая антенной в согласованную нагрузку, находится по формулам (5.21), (5.20)

$$P_{max} = \frac{G_0}{960} \left(\frac{E\lambda}{\pi} \right)^2 = \frac{1,5}{960} \left(\frac{250 \cdot 10^{-3} \cdot 50}{\pi} \right)^2 \approx 24,8 \text{ (мВт)}.$$

Мощность, отдаваемую антенной в заданную нагрузку, находим по формуле (5.22)

$$P = \frac{4R_{ex}R_n}{(R_{ex} + R_n)^2 + (X_{ex} + X_n)^2} P_{\max} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 24}{(6 + 24)^2 + 20^2} \cdot 24,8 = 11 \text{ (мВт)}.$$

5.3. Задачи для самостоятельного решения

5.6. Эффективная длина приемной антенны $l_{\text{эф}} = 10 \text{ м}$. Определить ЭДС, наводимую в антенне приходящим сигналом с напряженностью электрического поля $E = 15 \text{ мкВ/м}$, если прием осуществляется с направления максимума ДН, а угол между плоскостями поляризации антенн составляет $\chi = 60^\circ$.

Ответ: $\mathcal{E} = 75 \text{ мкВ}$.

5.7. Определить напряжение U_n на входе приемника, подключенного к симметричному полуволновому вибратору длиной $2l = 10 \text{ м}$, если напряженность электрического поля в точке приема $E = 50 \text{ мкВ/м}$. Входное сопротивление приемника $R_n = 160 \text{ Ом}$, сопротивление потерь в антенне $R_{\text{Л}} = 10 \text{ Ом}$.

Ответ: $U_n = 186 \text{ мкВ}$.

5.8. Определить напряжение U_n на входе приемника, подключенного к симметричному полуволновому вибратору, если напряженность электрического поля в точке приема $E = 100 \text{ мкВ/м}$, а длина волны $\lambda = 30 \text{ м}$. Входное сопротивление приемника $R_n = 200 \text{ Ом}$. Потерями в антенне пренебречь.

Ответ: $U_n = 750 \text{ мкВ}$.

5.9. Определить максимальную мощность, которую может отдать в согласованную нагрузку приемный полуволновый вибратор длиной $2l = 10 \text{ м}$ при напряженности электрического поля в точке приема $E = 100 \text{ мкВ/м}$. Найти эффективную площадь этого вибратора, пренебрегая потерями в нем.

Ответ: $P_{\max} = 1,385 \text{ мВт}$; $S_{\text{эф}} = 52,3 \text{ м}^2$.

5.10. Мощность, отдаваемая приемной антенной в несогласованную нагрузку, $P = 1 \text{ мВт}$. Сопротивление излучения антенны $R_{\Sigma} = 300 \text{ Ом}$, а

возбуждаемая в ней ЭДС $\mathcal{E} = 400 \text{ мВ}$. Определить коэффициент согласования антенны с нагрузкой. Потерями пренебречь.

Ответ: $\gamma = 0,75$.

5.11. Определить мощность, отдаваемую приемной антенной в нагрузку, несогласованную с фидером, при условии, что входное сопротивление антенны равно волновому сопротивлению фидера, а коэффициент бегущей волны в фидере КБВ = 0,8. Антенна работает на волне длиной $\lambda = 10$ см и имеет КУ $G_0 = 500$. Напряженность электрического поля в точке приема $E = 1$ мВ/м, КПД антенно-фидерного устройства $\eta_{АФУ} = 1$.

Ответ: $P = 0,423$ мкВт .

5.12. Антенна, принимающая сигнал на частоте $f = 3000$ МГц, имеет параметры: $S_{эф} = 1,4$ м² ; $D_0 = 2000$. Определить собственную шумовую температуру антенны, если температура окружающей среды $T_0 = 300^\circ$ К.

Ответ: $T_{AT} = 36^\circ$ К.

5.13. Два симметричных вибратора находятся на некотором расстоянии друг от друга и взаимно ориентированны так, что их экваториальные плоскости совпадают. Длина первого вибратора, работающего в режиме передачи, в два раза больше длины второго вибратора и равна 6,25 м. Второй вибратор работает в режиме приема электромагнитной волны длиной 5 м, излучаемой первым вибратором. Определить минимальное расстояние между вибраторами, начиная с которого приемный вибратор будет находиться в дальней зоне передающего вибратора.

Ответ: $r \approx 20$ м.

5.14. Сопротивление излучения элементарного электрического вибратора $R_\Sigma = 0,2$ Ом. Напряженность магнитного поля на расстоянии $r = 500$ м от вибратора в направлении его максимального излучения $H_\phi = 10$ мкА/м. Определить амплитуду тока в вибраторе.

Ответ: $I = 0,628$ А.

5.15. Напряженность магнитного поля на расстоянии $r = 5$ км от элементарной излучающей щели в направлении ее максимального излучения $H_\theta = 25$ мкА/м. Щель имеет размеры $l = 2$ см, $b = 1$ мм и возбуждается на частоте $f = 300$ МГц. Определить напряженность электрического поля в щели.

Ответ: $E_{щ} = 2,36$ мВ/м.

6. ВИБРАТОРНЫЕ И ЩЕЛЕВЫЕ АНТЕННЫ

6.1. Основные расчетные соотношения

Симметричный вибратор

Напряженность электрического поля (в вольтах на метр) в дальней зоне симметричного вибратора в предположении синусоидального закона распределения тока вдоль вибратора находится по формуле

$$E_\theta = \frac{i\omega I_\Pi}{2\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{\cos(kl \cos\theta) - \cos kl}{\sin\theta}, \quad (6.1)$$

где $I_{II} = I_0 / \sin kl$ — амплитуда тока в максимуме (пучности), I_0 - амплитуда тока на входе вибратора; w – волновое сопротивление среды; r — расстояние от вибратора до точки наблюдения; $k = 2\pi / \lambda$ — волновое число, λ — длина волны; l — длина плеча вибратора; θ — угол между осью вибратора и направлением в точку наблюдения.

Напряженность магнитного поля в том же направлении и на том же расстоянии r от вибратора находится по формуле

$$H_\varphi = E_\theta / w. \quad (6.2)$$

Нормированная амплитудная ДН вибратора в плоскости, проходящей через ось вибратора (плоскость E), определяется выражением

$$\overline{F}_\theta(\theta) = \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{(1 - \cos kl) \sin \theta}. \quad (6.3)$$

Выражением (6.3) можно пользоваться при длине вибратора $2l \leq 5\lambda / 4$. Если $2l > 5\lambda / 4$, то необходимо сначала определить направление максимума излучения, а затем произвести нормировку. Для очень коротких вибраторов ($kl \ll 1$) имеем $\overline{F}_\theta(\theta) = \sin \theta$, что совпадает с ДН диполя Герца. Для полуволнового вибратора ($kl = \pi/2$) получаем

$$\overline{F}_\theta(\theta) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta}. \quad (6.4)$$

В азимутальной плоскости $\overline{F}_\theta(\varphi) = 1$ и ДН имеет форму окружности.

Для КНД в направлении максимума излучения ($\theta = \pi/2$) при $2l < 5\lambda/4$ имеем

$$D_0 = \frac{w}{\pi R_{\Sigma II}} (1 - \cos kl)^2. \quad (6.5)$$

Для полуволнового вибратора $D_0 \approx 1,64$.

Эффективная или действующая длина (в метрах) симметричного вибратора при $l \leq \lambda/2$ определяется по формуле

$$l_{\text{эф}} = \frac{\lambda}{\pi} \operatorname{tg}(kl/2). \quad (6.6)$$

Для полуволнового вибратора ($2l = \lambda/2$) действующая длина равна

$$l_{\text{эф}} = \lambda / \pi. \quad (6.7)$$

Зная эффективную длину вибратора, можно найти его сопротивление излучения. Для вибратора длиной $2l \leq \lambda/2$, находящегося в воздушной среде, сопротивление излучения (в омах), отнесенное к току в точках питания, определяется по формуле

$$R_{\Sigma_{ex}} \approx 800(l_{эф} / \lambda)^2. \quad (6.8)$$

Сопротивление излучения, отнесенное к максимуму (пучности) тока I_{II} , пересчитывают с использованием соотношения

$$R_{\Sigma_{II}} = R_{\Sigma_{ex}} \sin^2 kl. \quad (6.9)$$

Графическая зависимость сопротивления излучения $R_{\Sigma_{II}}$ от относительной длины плеча вибратора l/λ изображена на рис. 6.1, откуда следует, что сопротивление излучения полуволнового вибратора ($2l = \lambda/2$) примерно равно 73 Ом, а у волнового вибратора ($2l = \lambda$) составляет 200 Ом.

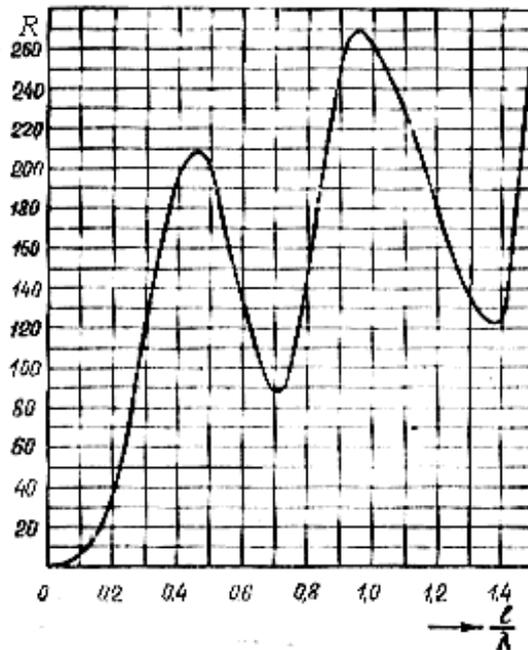


Рис. 6.1. Сопротивление излучения симметричного вибратора

При небольших тепловых потерях, что обычно имеет место, для комплексного входного сопротивления симметричного вибратора (в омах) используется выражение

$$Z_{ex} \approx \frac{R_{\Sigma_{II}} - iw_g \cos kl \cdot \sin kl}{(R_{\Sigma_{II}}/w_g)^2 + \sin^2 kl}, \quad (6.10)$$

в котором волновое сопротивление эквивалентной вибратору линии рассчитывается по формулам

$$w_g = \frac{w}{\pi} [\ln(l/a) - 1] \text{ - формула С. Щелкунова,} \quad (6.11)$$

$$w_g = \frac{w}{\pi} [\ln(\lambda/\pi a) - 0,577] \text{ - формула В. Н. Кессениха,} \quad (6.12)$$

a – радиус вибратора, w – волновое сопротивление среды.

Для полуволнового вибратора эти формулы полностью совпадают. График зависимости активной и реактивной частей входного сопротивления симметричного вибратора от волновых размеров его плеча приведен на рис. 6.2.

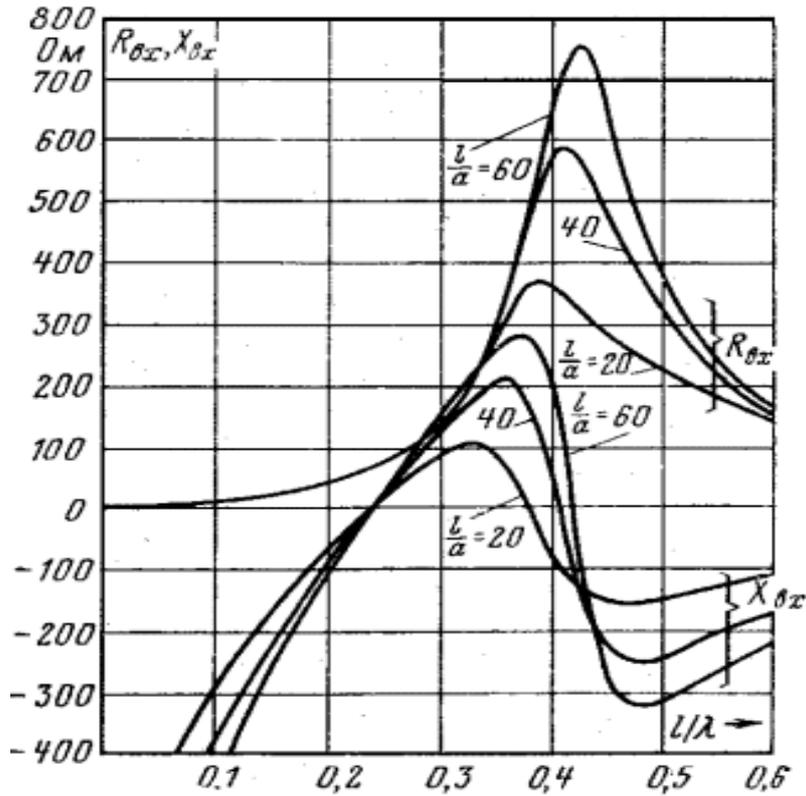
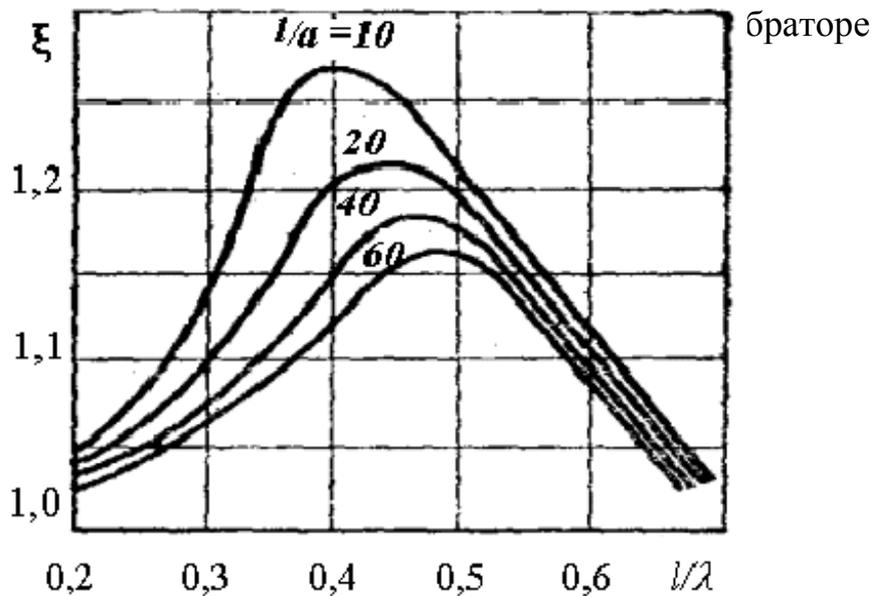


Рис. 6.2. Входное сопротивление симметричного вибратора

Резонансное укорочение плеча симметричного вибратора рассчитывается по формуле

$$\Delta l = (1 - 1/\xi)0,25l, \tag{6.13}$$

где ξ — коэффициент укорочения волны в вибраторе, который можно найти из графика рис. 6.3.



В случае полуволнового вибратора укорочение плеча составляет $\Delta l \approx 6,8\lambda / w_e$.

Относительная ширина полосы рабочих частот (в процентах) симметричного вибратора равна

$$\frac{\Delta f}{f_{cp}} \approx \frac{4 R_{\Sigma}}{\pi w_e} 100\% . \quad (6.14)$$

Щелевая антенна

Магнитным аналогом симметричного электрического вибратора является антенна в виде узкой прямоугольной щели, прорезанной в плоском экране и возбуждаемой в центре напряжением высокой частоты $U_{щ}$. Размеры щели могут быть любыми, однако практически используются полуволновые ($2l \approx \lambda/2$) узкие ($b \ll \lambda$) щели, где $2l$ и b – длина и ширина щели.

Согласно принципу двойственности излучение такой антенны эквивалентно излучению ленточного электрического вибратора, если размеры вибратора соответствуют размерам щели. В соответствии с этим принципом выполняют замены

$$I^e \rightarrow -I^m, \quad w \rightarrow -1/w, \quad \vec{E} \rightarrow \vec{H}, \quad \vec{H} \rightarrow \vec{E}.$$

В случае тонкой линейной двусторонней щели длиной $2l$, прорезанной в бесконечно протяженном плоском экране, из (6.1) можно записать

$$H_{\theta} = \frac{U_{\Pi}}{\pi w} \cdot \frac{e^{-i\kappa r}}{r} \cdot \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{\sin \theta}, \quad (6.15)$$

$$E_{\varphi} = -w H_{\theta},$$

где U_{Π} – напряжение на щели в максимуме (пучности) распределения.

Сопоставляя (6.1) с (6.15) замечаем, что обе антенны, вибраторная и щелевая, имеют одинаковые ДН, только плоскости поляризации у них развернуты на угол 90° друг относительно друга, поскольку в первом случае присутствует компонента поля E_{θ} , во втором E_{φ} . Выражение для U_{Π} найдем, приравняв компоненты напряженности электрических полей вибратора E_{θ} и щели E_{φ} . Получим связь $U_{\Pi} = -\frac{1}{2} w I_{\Pi}$.

Эквивалентное волновое сопротивление полуволнового щелевого вибратора в свободном пространстве определяется по формуле

$$w_{\text{щ}} \approx 276 \lg(0,71\lambda/b). \quad (6.16)$$

Резонансное укорочение полуволновой щели равно

$$2\Delta l \approx 13,6\lambda / w_{\text{щ}}. \quad (6.17)$$

Входное сопротивление щелевого вибратора рассчитывается по формуле

$$Z_{\text{ex}} \approx \frac{(60\pi)^2}{R_{\Sigma_B}^2 + (w_{\text{вщ}} \text{ctg } kl)^2} (R_{\Sigma_B} + iw_{\text{вщ}} \text{ctg } kl), \quad (6.18)$$

где $R_{\Sigma_B} \approx 73 \text{ Ом}$ — сопротивление излучения вибраторного аналога щели.

Несимметричный вертикальный заземленный вибратор

Несимметричный вертикальный заземленный вибратор является простейшей антенной на средних и коротких волнах и может выполняться как в виде вертикально подвешенного провода, так и в виде высокой стальной мачты с изолированными оттяжками.

По аналогии с разомкнутым на конце фидером в такой антенне существует режим стоячих волн, так что распределения тока и напряжения вдоль вибратора имеют вид

$$I(z) = I_{\text{max}} \sin kz; U(z) = U_{\text{max}} \cos kz, \quad (6.19)$$

где $I_{\text{max}}, U_{\text{max}}$ - амплитуды тока и напряжения в максимумах в амперах и вольтах соответственно; $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, λ - длина волны; z - расстояние от конца вибратора.

Максимальные значения тока и напряжения в антенне равны

$$I_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2P}{R_{\Sigma\Pi} + R_{\Pi}}}; U_{\text{max}} = I_{\text{max}} w_{\text{г}}, \quad (6.20)$$

где P - мощность, подводимая к вибратору, Вт; $R_{\Sigma\Pi}, R_{\Pi}$ - сопротивление излучения и сопротивление потерь, отнесенные к пучности тока; $w_{\text{г}}$ - волновое сопротивление антенны относительно земли.

Хотя $w_{\text{г}}$ изменяется вдоль вибратора, возрастая к его концу, волновое сопротивление чаще всего считают постоянным, равным среднему значению

$$w_{\text{г}} = 138 \lg(0,575h/a), \quad (6.21)$$

где h и a - высота и радиус вибратора.

Реактивную составляющую входного сопротивления несимметричного вертикального заземленного вибратора приближенно можно определить так же, как и входное сопротивление разомкнутого шлейфа без потерь:

$$X_{\text{ex}} = -iw_{\text{г}} \text{ctg } kh, \text{ Ом.} \quad (6.22)$$

При работе на волне длиной $\lambda > \lambda_0$ электрическая высота вибратора $kh = 2\pi h/\lambda < \pi/2$, поэтому реактивная составляющая входного сопротивления антенны носит емкостный характер. Значение индуктивности (в микрогенри) катушки самоиндукции, включаемой у основания вибратора для компенсации этой реактивности и увеличения его действующей высоты, определяется по формуле

$$L = \frac{w_6 \lambda}{1880} \operatorname{ctg} kh. \quad (6.23)$$

При работе на волне длиной $\lambda < \lambda_0$ электрическая высота вибратора $kh = 2\pi h / \lambda > \pi / 2$ и реактивная составляющая входного сопротивления антенны носит индуктивный характер. Значение емкости (в пикофарадах) конденсатора, включаемого у основания вибратора для его укорочения и компенсации индуктивности, можно рассчитать по формуле

$$C = \frac{530 \lambda}{w_6} \operatorname{tg} kh. \quad (6.24)$$

Собственная (резонансная) длина волны вибратора, определяемая из условия обращения в нуль реактивной составляющей его входного сопротивления, равна

$$\lambda_0 = 4h. \quad (6.25)$$

Основную часть сопротивления потерь R_{II} в антенне составляют потери в земле и элементах настройки. Если R_{IIex} - сопротивление потерь, отнесенное к основанию вибратора, т.е. к его входу, то

$$R_{II} = R_{IIex} (I_{ex} / I_{\max})^2 = R_{IIex} \sin^2 kh, \text{ Ом}, \quad (6.26)$$

где I_{ex} - ток у основания антенны.

Сопротивление потерь R_{II} определяет КПД антенны

$$\eta = \frac{R_{\Sigma ex}}{R_{\Sigma ex} + R_{IIex}}, \quad (6.27)$$

где $R_{\Sigma ex}$ - сопротивление излучения, отнесенное к току у основания антенны и определяемое по формуле

$$R_{\Sigma ex} = R_{\Sigma II} / \sin^2 kh. \quad (6.28)$$

Для практических расчетов антенн с размерами $h > \lambda / 4$ всегда используют сопротивление излучения $R_{\Sigma II}$, отнесенное к пучности тока. В случае коротких антенн ($h < \lambda / 4$), когда максимум функции распределения тока не попадает на антенну, используют сопротивление излучения $R_{\Sigma ex}$, отнесенное к току на входе вибратора. Эти величины связаны между собой соотношением (6.28). Сопротивление излучения несимметричного вибратора с размером $h = l$ в два раза меньше сопротивления излучения симметричного вибратора с длиной плеча l . Сопротивление излучения короткой вертикальной антенны можно рассчитать также по формуле

$$R_{\Sigma ex} = 1600(h_{\text{эф}} / \lambda)^2, \text{ Ом}, \quad (6.29)$$

где $h_{\text{эф}}$ - эффективная или действующая высота антенны, равная

$$h_{эф} = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{\lambda} 0,5h\right). \quad (6.30)$$

При $h \ll \lambda$ имеем

$$h_{эф} = 0,5h. \quad (6.31)$$

Эффективная высота четвертьволнового вибратора ($h = \lambda/4$) равна

$$h_{эф} \cong 0,64h. \quad (6.32)$$

Напряженность электрического поля (в вольтах на метр), создаваемая несимметричным вертикальным заземленным вибратором, находящимся в воздушном пространстве, на расстоянии r (в километрах) от вибратора, определяется по формуле

$$E = \frac{60I_{\max}}{r} \cdot \frac{\cos(kh \cos \theta) - \cos kh}{(1 - \cos kh) \sin \theta}, \quad (6.33)$$

где угол θ отсчитывается от оси вибратора.

6.2. Решение типовых задач

6.1. Симметричный вибратор длиной $2l = 0,6$ м возбуждается током с амплитудой $I_0 = 0,3$ А на его входе и работает на частоте $f = 400$ МГц. Определить амплитуды напряженности электрического и магнитного полей в точке наблюдения, находящейся на расстоянии $r = 100$ м от вибратора и под углом $\theta = \pi/3$ рад к его оси. Антенна находится в воздушной среде.

Решение. Расчет проводим по формулам (6.1) и (6.2). Сначала определим длину волны λ и электрический размер плеча kl . Они равны:

$$\lambda = c/f = 0,75 \text{ м}; \quad kl = 2\pi l/\lambda = 6,2816 \cdot 0,3/0,75 \cong 2,513.$$

Это значение kl вместе с исходными данными подставляем в формулы:

$$|E_\theta| = \frac{120\pi \cdot 0,3}{2\pi \cdot \sin(2,513)} \cdot \left| \frac{\cos(2,513 \cdot 0/5) - \cos(2,513)}{100 \cdot \sin(\pi/3)} \right| \cong \frac{0,306}{0,866} \cdot |0,309 - 0,809| \cong \\ \cong 0,177 \text{ (В/м)}; \quad |H_\varphi| = 0,177/120\pi = 0,469 \text{ (мА/м)}.$$

6.2. Определить входное сопротивление симметричного вибратора длиной $2l = 0,96$ м, выполненного из провода диаметром $2a = 20$ мм, если длина волны $\lambda = 1$ м.

Решение. Сначала определим волновое сопротивление вибратора. По формуле (6.12) получаем

$$w_g = \frac{120\pi}{\pi} [\ln(1/\pi \cdot 10^{-2}) - 0,577] \cong 344 \text{ (Ом)}.$$

Учитывая, что сопротивление излучения вибратора $R_{\Sigma l} \approx 200$ Ом, по формуле (6.10) имеем

$$Z_{\text{ex}} \approx \frac{200 - i344 \cdot \cos(2\pi \cdot 0,48/1) \cdot \sin(2\pi \cdot 0,48/1)}{(200/344)^2 + \sin^2(2\pi \cdot 0,48/1)} \approx (570 + i120), \text{ Ом.}$$

6.3. Определить резонансное укорочение симметричного волнового вибратора, выполненного из провода диаметром $2a/\lambda = 0,02$.

Решение. В рассматриваемом случае $l/\lambda = 0,5$; $l/a = 50$. Из рис. 6.3 определяем $\xi = 1,17$. По формуле (6.13) находим

$$\Delta l = (1 - 1/\xi) \cdot 0,25l = \left(1 - \frac{1}{1,17}\right) \cdot 0,25 \cdot 0,5\lambda \approx 0,018\lambda,$$

так что резонансное укорочение вибратора составит $2\Delta l = 0,036\lambda$.

6.4. Полуволновая резонансная щелевая антенна имеет ширину $b = 1 \text{ см}$ и работает на волне $\lambda = 60 \text{ см}$. Определить входное сопротивление антенны.

Решение. Найдем сначала эквивалентное волновое сопротивление и резонансную длину щели. Пользуясь формулами (6.16) и (6.17), получаем

$$w_{\text{щ}} \approx 2761g(0,71\lambda/b) = 2761g(0,71 \cdot 60) = 450 \text{ (Ом);}$$

$$2\Delta l \approx 13,6\lambda/w_{\text{щ}} = 13,6 \frac{60}{450} \approx 1,8 \text{ (см), так что}$$

$$2l = \lambda/2 - 2\Delta l = 60/2 - 1,8 = 28,2 \text{ (см).}$$

По формуле (6.18) имеем

$$Z_{\text{ex}} \approx \frac{(60\pi)^2}{73^2 + \left(450 \text{ctg} \frac{\pi \cdot 28,2}{60}\right)^2} \cdot \left(73 + i450 \text{ctg} \frac{\pi \cdot 28,2}{60}\right) \approx (342 + i222), \text{ Ом.}$$

6.5. К несимметричному вертикальному заземленному вибратору, работающему на резонансной длине волны, подводится мощность $P = 10 \text{ кВт}$. Частота передатчика $f_0 = 750 \text{ кГц}$. Определить эффективную высоту, КПД, ток у основания антенны и максимальную напряженность электрического поля на расстоянии $r = 12 \text{ км}$ от вибратора. Сопротивление потерь в антенне $R_{\text{л}} = 7 \text{ Ом}$.

Решение. Высоту вибратора, работающего на резонансной длине волны, находим из формулы (6.25), вычислив предварительно длину волны передатчика

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{750 \cdot 10} = 400 \text{ (м); } h = \frac{\lambda_0}{4} = \frac{400}{4} = 100 \text{ (м).}$$

Эффективную высоту вибратора определяем по формуле (6.32)

$$h_{\text{эф}} \cong 0,64h = 0,64 \cdot 100 = 64 \text{ (м).}$$

Сопротивление излучения четвертьволнового вибратора, отнесенное к максимуму тока, в два раза меньше сопротивления излучения симметричного полуволнового вибратора, т.е. $R_{\Sigma \text{л}} \approx 370 \text{ Ом}$. По формулам (6.19) получаем

$$I = I_{\max} \sin kh = \sqrt{\frac{2P}{R_{\Sigma\Pi} + R_{\Pi}}} \sin \frac{2\pi h}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 10^3}{37 + 7}} \sin \frac{2\pi}{4} = 21,4 \text{ (A)}.$$

КПД антенны рассчитываем по формуле (6.27), а напряженность электрического поля – по формуле (6.33), полагая в максимуме $\theta = \pi/2$:

$$\eta = \frac{37}{37 + 7} \approx 0,84; \quad E_{\max} = \frac{60I_{\max}}{r} = \frac{60 \cdot 21,4}{12 \cdot 10^3} = 107 \text{ (мВ/м)}.$$

6.3. Задачи для самостоятельного решения

6.6. Определить входное сопротивление симметричного вибратора длиной $2l = 24 \text{ см}$, выполненного из провода диаметром $2a = 16 \text{ мм}$, если длина волны генератора $\lambda = 25 \text{ см}$.

Ответ: $Z_{\text{вх}} = (198 + i53,4) \text{ Ом}$.

6.7. Определить частоту передатчика, на которой будет настроен в резонанс подключенный к нему симметричный волновой вибратор, имеющий длину $2l = 20 \text{ см}$ и диаметр провода $2a = 10 \text{ мм}$.

Ответ: $f = 1,635 \text{ ГГц}$.

6.8. Резонансная щелевая полуволновая антенна имеет длину $2l = 14 \text{ см}$ и принимает сигналы частотой $f = 1 \text{ ГГц}$. Определить ширину щели.

Ответ: $b \approx 0,7 \text{ см}$.

6.9. Определить амплитуду тока у основания несимметричного вертикального заземленного вибратора, если мощность, подводимая к нему $P = 40 \text{ кВт}$, а входное сопротивление вибратора $R_{\text{вх}} = 80 \text{ Ом}$.

Ответ: $I_{\text{вх}} \approx 31,6 \text{ А}$.

6.10. Определить максимальные напряженности электрического и магнитного полей, создаваемые несимметричной вертикальной заземленной четвертьволновой антенной в точке приема на расстоянии $r = 120 \text{ км}$ от антенны, если подводимая к ней мощность $P = 10 \text{ кВт}$, а активная составляющая входного сопротивления $R_{\text{вх}} = 40 \text{ Ом}$.

Ответ: $E = 11,2 \text{ мВ/м}$; $H = 29,8 \text{ мкА/м}$.

6.11. Тонкий симметричный вибратор длиной $2l = 0,08 \text{ м}$ на частоте $f = 3 \text{ ГГц}$ возбуждается переменной ЭДС. Амплитуда тока в точках возбуждения вибратора равна 1 А . Определить амплитуду напряженности электрического поля в точке, расположенной в его экваториальной плоскости на расстоянии $r = 1000 \text{ м}$ от центра вибратора.

Ответ: $E = 0,184 \text{ В/м}$.

6.12. Симметричный вибратор длиной $2l = 0,4 \text{ м}$ работает на волне $\lambda = 0,5 \text{ м}$. Определить КНД в направлении максимума ДН.

Ответ: $D_0 = 1,92$.

6.13. Определить эффективную длину симметричного полуволнового вибратора, работающего на частоте $f = 30 \text{ МГц}$.

Ответ: $l_{\text{эф}} = 3,185 \text{ м}$.

6.14. Приемный полуволновой вибратор без потерь работает на частоте $f = 300 \text{ МГц}$ и максимумом ДН ориентирован на передатчик. Определить мощность, которая выделяется в согласованной нагрузке вибратора, если известно, что амплитуда напряженности электрического поля в месте приема равна 1 мВ/м .

Ответ: $P_{\text{max}} = 3,5 \cdot 10^{-10} \text{ Вт}$.

6.15. Два симметричных полуволновых вибратора без потерь расположены на расстоянии $R = 1000 \text{ м}$ друг от друга так, что их оси параллельны друг другу и перпендикулярны прямой, проходящей через центры вибраторов. Один из вибраторов работает в режиме передачи, другой – в режиме приема. Длина волны генератора $\lambda = 1 \text{ м}$. Определить мощность, выделяемую в согласованной нагрузке приемного вибратора, если известно, что амплитуда тока на входе передающего вибратора равна 1 А . Определить также эффективную высоту приемного вибратора и амплитуду ЭДС, наведенной в этом вибраторе электромагнитной волной, излучаемой передающим вибратором.

Ответ: $P_{\text{max}} = 1,28 \cdot 10^{-6} \text{ Вт}$; $h_{\text{эф}} = 0,32 \text{ м}$; $\mathcal{E}_{\text{max}} = 0,02 \text{ В}$.

7. АПЕРТУРНЫЕ АНТЕННЫ

7.1. Основные расчетные соотношения

Волноводные излучатели и рупорные антенны

Простейшим излучателем в диапазоне СВЧ является открытый конец прямоугольного или круглого волновода. Так как электрические размеры поперечного сечения волноводов обычно меньше длины волны, то подобные антенны являются слабонаправленными.

Излучатель в виде открытого конца прямоугольного волновода, возбуждаемого волной H_{10} , характеризуют параметры:

- ширина ДН (в радианах) в плоскости H ($\varphi = 0$)

$$2\theta_{0,5}^H = 1,18\lambda/a, \quad (7.1)$$

- ширина ДН (в радианах) в плоскости E ($\varphi = \pi/2$)

$$2\theta_{0,5}^E = 0,89\lambda/b, \quad (7.2)$$

- КНД в направлении максимума излучения

$$D_0 = 4\pi ab \nu / \lambda^2 \approx 10,2ab / \lambda^2, \quad (7.3)$$

где λ - длина волны; a, b - размеры сечения волновода;

ν - КИП раскрыва, равный 0,81.

Таковыми же параметрами характеризуется и излучатель в виде открытого конца круглого волновода при возбуждении его волной H_{11} :

$$2\theta_{0,5}^H = 1,62\lambda/(2a), \quad (7.4)$$

$$2\theta_{0,5}^E = 0,89\lambda/(2a), \quad (7.5)$$

$$D_0 = (2\pi a / \lambda)^2 \approx 8,3(2a / \lambda)^2, \quad (7.6)$$

где $2a$ - внутренний диаметр волновода; ν - КИП раскрыва, равный 0,84.

Для получения большей направленности волноводный излучатель превращают в рупорную антенну. Наиболее распространены секториальные, пирамидальные и конические рупоры с прямолинейными образующими.

Форма главного лепестка амплитудной ДН рупорной антенны зависит от угла раскрыва рупора. При постоянной длине рупора наибольшая направленность излучения у секториальных рупоров имеет место при углах раскрыва, которые соответствуют изменениям фазы (в радианах) на краях раскрыва: $\Phi = 3\pi/4$ в плоскости H и $\Phi = \pi/2$ в плоскости E . Рупоры с такими значениями максимальных изменений фазы на краях раскрыва получили название оптимальных.

Размеры оптимального H -плоскостного секториального рупора связаны между собой соотношением

$$L_{opt}^H = a_p^2 / (3\lambda), \quad (7.7)$$

где L_{opt}^H , a_p - оптимальная длина и ширина раскрыва рупора.

Ширина ДН (в радианах) рупора оценивается по формулам:

- в плоскости H

$$2\theta_{0,5}^H = 1,4\lambda / a_p, \quad (7.8)$$

- в плоскости E

$$2\theta_{0,5}^E = 0,89\lambda / b. \quad (7.9)$$

Размеры оптимального E -плоскостного секториального рупора связаны между собой соотношением

$$L_{opt}^E = b_p^2 / (2\lambda), \quad (7.10)$$

где L_{opt}^E и b_p - оптимальная длина и ширина раскрыва рупора.

Ширина ДН (в радианах) определяется по формулам:

- в плоскости H

$$2\theta_{0,5}^H = 1,18\lambda / a, \quad (7.11)$$

- в плоскости E

$$2\theta_{0,5}^E = 0,93\lambda/b_p. \quad (7.12)$$

КНД оптимальных секториальных рупоров рассчитывается как

$$D_0 = 4\pi\nu S_p / \lambda^2 \cong 8S_p / \lambda^2, \quad (7.13)$$

где S_p - площадь раскрыва рупора; ν - КИП раскрыва рупора, равный 0,64.

Пирамидальный рупор может быть остроконечным, если ребра рупора сходятся в одной точке, или клиновидным, если не сходятся. Размеры оптимального пирамидального клиновидного рупора рассчитываются по формулам (7.7) и (7.10), а остроконечного – по формулам

$$L_{opt} = a_p^2 / (3\lambda), \quad b_p \approx 0,8a_p. \quad (7.14)$$

Ширина ДН (в радианах) оптимального пирамидального рупора в главных плоскостях определяется по формулам:

- в плоскости H

$$2\theta_{0,5}^H = 1,4\lambda/a_p, \quad (7.15)$$

- в плоскости E

$$2\theta_{0,5}^E = 0,93\lambda/b_p. \quad (7.16)$$

КНД оптимального пирамидального рупора рассчитывается как

$$D_0 = 4\pi\nu a_p b_p / \lambda^2 \approx 6,2a_p b_p / \lambda^2, \quad (7.17)$$

где ν - КИП раскрыва, равный 0,49.

Нормированные амплитудные ДН пирамидальной рупорной антенны при возбуждении ее волной H_{10} приближенно можно рассчитать по формулам для прямоугольной синфазной апертуры с косинусоидальным и постоянным амплитудными распределениями:

$$\bar{F}(\theta^H) = \frac{\cos\left(\frac{\pi a_p}{\lambda} \sin \theta^H\right) \frac{1 + \cos \theta^H}{2}}{1 - \left(\frac{2a_p}{\lambda} \sin \theta^H\right)^2}; \quad (7.18)$$

$$\bar{F}(\theta^E) = \frac{\sin\left(\frac{\pi b_p}{\lambda} \sin \theta^E\right) \frac{1 + \cos \theta^E}{2}}{\frac{\pi b_p}{\lambda} \sin \theta^E}, \quad (7.19)$$

где θ^H, θ^E - углы, отсчитываемые от оси рупора в плоскостях H и E соответственно.

Размеры оптимального конического рупора связаны между собой соотношением

$$L_{opt} = d_p^2 / (2,4\lambda) - 0,15\lambda, \quad (7.20)$$

где L_{opt} , d_p - оптимальная длина и диаметр раскрыва рупора.

Ширина ДН (в радианах) оптимального конического рупора составляет:

- в плоскости H

$$2\theta_{0,5}^H \approx 1,23\lambda / d_p; \quad (7.21)$$

- в плоскости E

$$2\theta_{0,5}^E \approx 1,05\lambda / d_p. \quad (7.22)$$

КНД такой антенны определяется по формуле

$$D_0 = \nu (\pi d_p / \lambda)^2 \approx 5(d_p / \lambda)^2, \quad (7.23)$$

где ν - КИП раскрыва, равный 0,51.

Зеркальные антенны

Параболическая зеркальная антенна часто возбуждается полуволновым вибратором с рефлектором или рупором, фазовые центры которых должны находиться в фокусе параболоида вращения. Если облучатель создает сферическую волну, то за счет свойств параболоида сферическая волна преобразуется на выходе апертуры в плоскую, а относительно широкая ДН облучателя – в узкую ДН зеркальной антенны.

В направлении зеркала нормированная амплитудная ДН облучателя приближенно может быть описана выражением

$$F_{obl}(\psi) \approx \cos^m \psi, \quad m \geq 1 \quad (7.24)$$

где угол ψ отсчитывается в точке фокуса в направлении на зеркало от его оси. Для полуволнового вибратора с линейным рефлектором $m = 1$; для вибратора с дисковым рефлектором $m = 2$; для рупорных облучателей $m \geq 3$.

Оптимальное фокусное расстояние зеркала f , обеспечивающее при заданном диаметре раскрыва $d_p = 2a_p$ и заданной ДН облучателя $F_{obl}(\psi)$ наибольшее значение КНД антенны, зависит от диаметра раскрыва зеркала и ДН облучателя. Значение f / d_p для разных m приведены в табл.7.1.

Таблица 7.1

m	f / d_p
1	0,34 ... 0,40
2	0,40 ... 0,50
3	0,50 ... 0,625

Диаметр раскрыва d_p и полный угол раскрыва зеркала $2\psi_p$ связаны между собой соотношением

$$d_p = 4f \operatorname{tg}(\psi_p / 2). \quad (7.25)$$

Параболическую антенну с осесимметричным зеркалом (параболоидом вращения) при оптимальном фокусном расстоянии характеризуют параметры:

- ширина ДН (в радианах) в плоскости H ($\varphi = 0$)

$$2\theta_{0,5}^H \approx 1,2\lambda / d_p, \quad (7.26)$$

- ширина ДН (в радианах) в плоскости E ($\varphi = \pi / 2$)

$$2\theta_{0,5}^E \approx 1,3\lambda / d_p, \quad (7.27)$$

- КНД в направлении максимума излучения

$$D_0 \approx 5,5(d_p / \lambda)^2, \quad (7.28)$$

- КБВ в фидере облучателя

$$КБВ = \frac{1 - \lambda D_{обл} / (4\pi f)}{1 + \lambda D_{обл} / (4\pi f)}, \quad (7.29)$$

где $D_{обл}$ - КНД облучателя.

С целью уменьшения доли энергии, проходящей мимо зеркала, и снижения уровня боковых лепестков ДН облучателя выбирают такой, чтобы поле в раскрыве зеркала было спадающим к его краю. В этом случае синфазное нормированное амплитудное распределение поля в раскрыве осесимметричного зеркала часто аппроксимируется полиномом вида

$$I(\rho_1) = (1 - \delta) + \delta(1 - \rho_1^2)^n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (7.30)$$

где $(1 - \delta)$ – уровень поля на краю раскрыва относительно максимального значения в центре, равного единице; ρ_1 - нормированная на радиус зеркала a_p координата в раскрыве.

Тогда нормированная амплитудная ДН параболической зеркальной антенны приближенно может быть рассчитана по формуле для множителя направленности круглого синфазного раскрыва

$$\bar{f}_\Sigma(\theta) = \left[(1 - \delta)\Lambda_1(u) + \delta \frac{\Lambda_{n+1}(u)}{n+1} \right]. \quad (7.31)$$

В (7.31) специальная функция $\Lambda_n(u) = \frac{n!J_n(u)}{(u/2)^n}$ называется лямбда-функцией

порядка n и выражается через функцию Бесселя этого же порядка; $u = ka_p \sin \theta$. В направлении максимума излучения ($\theta = 0$) имеем $\Lambda_1(0) = 1$; функции более высоких порядков при этом значении аргумента обращаются в нуль.

Поляризация излучения зеркальных антенн определяется поляризацией облучателя. При этом необходимо учитывать, что в случае круговой поляризации при отражении от металлического зеркала направление вращения поляризации меняется на противоположное.

Допуски на отклонение профиля зеркала от параболы и на точность установки облучателя в фокусе параболоида определяются по формулам

$$\Delta\rho_1 \leq \frac{\lambda}{16(1 + \cos \psi)}; \quad \Delta\rho_2 \leq \frac{\lambda}{16(1 - \cos \psi_p)}. \quad (7.32)$$

Смещение Δx облучателя из фокуса в направлении, перпендикулярном фокальной оси зеркала, вызывает отклонение максимума ДН антенны в сторону, противоположную смещению облучателя, на угол (в радианах)

$$\delta\theta \approx K_p \Delta x / f, \quad (7.33)$$

где K_p - коэффициент редукции, зависящий от размеров и фокусирующих свойств антенны и определяемый по формуле

$$K_p \approx 1 - 0,5(0,25d_p / f)^2. \quad (7.34)$$

Линзовые антенны

Линзовые антенны состоят из электромагнитной линзы и облучателя, фазовый центр которого совмещен с фокусом линзы. Чаще всего используются диэлектрическая (замедляющая) и металлопластинчатая (ускоряющая) линзы.

Диэлектрические линзы имеют коэффициент преломления $n = \sqrt{\epsilon} > 1$, где ϵ - относительная диэлектрическая проницаемость материала линзы. Толщина h гладкой диэлектрической линзы определяется по формуле

$$h = \sqrt{\left(\frac{f}{n+1}\right)^2 + \frac{d_p^2}{4(n^2-1)}} - \frac{f}{n+1}, \quad (7.35)$$

где f - фокусное расстояние; d_p - размер (прямоугольного) или диаметр (круглого) раскрыва линзы.

Металлопластинчатые линзы имеют коэффициент преломления $n = \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2} < 1$, где a - расстояние между параллельными пластинами линзы, λ - длина волны. Толщина гладкой металлопластинчатой линзы определяется по формуле

$$h = \frac{f}{n+1} - \sqrt{\left(\frac{f}{n+1}\right)^2 - \frac{d_p^2}{4(1-n^2)}}. \quad (7.36)$$

Если известны d_p и h , то полный угол раскрыва линзы $2\psi_p$ находится как

$$\left. \begin{aligned} 2\psi_p &= 2\arctg \left[\frac{d_p}{2(f+h)} \right] & \text{при } n > 1; \\ 2\psi_p &= 2\arctg \left[\frac{d_p}{2(f-h)} \right] & \text{при } n < 1. \end{aligned} \right\} \quad (7.37)$$

При известном распределении возбуждающего поля в раскрыве линзы нормированные амплитудные ДН линзовых антенн приближенно могут быть рассчитаны по формуле (7.31) для множителя направленности круглого синфазного раскрыва.

В качестве облучателя линзовой антенны может использоваться укороченный рупор, который создает сферическую или цилиндрическую волну и имеет широкую ДН. Установив линзу в раскрыве этого рупора так, чтобы ее фокус находился в вершине рупора, можно сферическую или цилиндрическую волну, распространяющуюся в рупоре, преобразовать в плоскую и тем самым существенно уменьшить фазовые искажения в раскрыве рупора и увеличить его направленность. Нормированные амплитудные ДН таких антенн, называемых рупорно-линзовыми, в главных плоскостях могут быть рассчитаны по формулам (7.18), (7.19) для прямоугольной синфазной апертуры.

КНД линзовых антенн определяется как

$$D_0 \approx 7,5 S_p / \lambda^2, \quad (7.38)$$

где S_p - площадь раскрыва линзы.

КУ линзовых антенн рассчитывается по формуле

$$G_0 = \eta D_0, \quad (7.39)$$

где η - КПД антенны, который в случае диэлектрических линз находится как

$$\eta = \exp\left(-\frac{2\pi h n}{\lambda} \operatorname{tg} \delta\right). \quad (7.40)$$

В (7.40) $\operatorname{tg} \delta$ - тангенс угла потерь в диэлектрике; h - максимальная толщина линзы.

КБВ в фидере облучателя линзовой антенны равен: $1/n$ - у диэлектрических линз; n - у металлопластинчатых линз.

Допуски на отклонение профиля диэлектрической линзы от теоретической кривой и на точность установки облучателя в фокусе линзы определяются по формулам

$$\Delta\rho_1 \leq \frac{\lambda}{16(n-1)}; \quad \Delta\rho_2 \leq \lambda/2. \quad (7.41)$$

Для металлопластинчатой линзы аналогичные допуски рассчитываются по формулам

$$\Delta\rho_1 \leq \frac{\lambda}{16(1-n)}; \quad \Delta\rho_2 \leq \lambda/2. \quad (7.42)$$

Отклонение максимума ДН линзовой антенны при смещении облучателя из фокуса в направлении, перпендикулярном фокальной оси линзы, происходит так же, как и в случае параболической антенны и определяется по формуле (7.33).

Поляризация излучения линзовых антенн, как и зеркальных, определяется поляризацией облучателя.

7.2. Решение типовых задач

7.1. КНД оптимального H – плоскостного секториального рупора $D_0 = 17,5$. Определить ширину ДН рупора на уровне 0,5 по мощности в плоскости H , если ширина луча на указанном уровне в плоскости E равна $2\theta_{0,5}^E = 1,15 \text{ рад}$.

Решение. Из формулы (7.13) следует $D_0 \cong 8a_p b / \lambda^2$. Относительный размер раскрыва рупора согласно формуле (7.9) равен $\frac{b}{\lambda} = \frac{0,89}{2\theta_{0,5}^E}$. С учетом этого

$$D_0 = \frac{8a_p b}{\lambda \lambda} = \frac{8a_p}{\lambda} \frac{0,89}{2\theta_{0,5}^E},$$

откуда

$$\frac{a_p}{\lambda} = \frac{2\theta_{0,5}^E D_0}{0,89 \cdot 8}.$$

Используя формулу (7.8), получаем

$$2\theta_{0,5}^H = 1,4 \frac{\lambda}{a_p} = 1,4 \cdot \frac{8 \cdot 0,89}{2\theta_{0,5}^E \cdot D_0} = 1,4 \cdot \frac{8 \cdot 0,89}{1,15 \cdot 17,5} = 0,495(\text{рад}).$$

7.2. Определить размеры и параметры оптимального остроконечного пирамидального рупора, возбуждаемого на волне $\lambda = 7 \text{ см}$. Длина рупора $L_{\text{опт}} = 84 \text{ см}$.

Решение. Определим размеры раскрыва рупора. Пользуясь соотношениями (7.14), получаем

$$a_p = \sqrt{3L_{\text{опт}}\lambda} = \sqrt{3 \cdot 84 \cdot 7} = 42(\text{см});$$

$$b_p = 0,8a_p = 0,8 \cdot 42 = 33,6(\text{см}).$$

По формулам (7.15) - (7.17) находим:

$$2\theta_{0,5}^H = 1,4 \frac{\lambda}{a_p} = 1,4 \cdot \frac{7}{42} \approx 0,233(\text{рад});$$

$$2\theta_{0,5}^E = 0,93 \frac{\lambda}{b_p} = 0,93 \cdot \frac{7}{33,6} \approx 0,194(\text{рад});$$

$$D_0 \approx 6,2 \frac{a_p b_p}{\lambda^2} = 6,2 \cdot \frac{42 \cdot 33,6}{7^2} \approx 178.$$

7.3. Определить размеры раскрыва оптимального пирамидального рупора, КНД которого $D_0 = 240$, если ширина ДН рупора на уровне 0,5 по мощности в главных плоскостях одинакова ($2\theta_{0,5}^H = 2\theta_{0,5}^E$), а длина волны $\lambda = 2$ см.

Решение. Для решения задачи воспользуемся формулами (7.15) – (7.17). Из формул (7.15) и (7.16) имеем:

$$1,4\lambda/a_p = 0,93\lambda/b_p, \quad \text{откуда} \quad b_p = 0,665a_p.$$

Используя формулу (7.17), находим

$$a_p = \lambda \sqrt{\frac{D_0}{6,2 \cdot 0,665}} \cong 2 \sqrt{\frac{240}{4,12}} \cong 15,3(\text{см});$$

$$b_p = 0,665a_p = 0,665 \cdot 15,3 \cong 10,2(\text{см}).$$

7.4. Оптимальная коническая рупорная антенна имеет КНД $D_0 = 320$. Длина рупора $L_{onm} = 1,2$ м. Определить длину волны, на которой работает антенна, и ширину ее ДН на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E .

Решение. Из формулы (7.23) следует $\frac{d_p}{\lambda} = \sqrt{\frac{D_0}{5}}$.

На основании формул (7.21) и (7.22) имеем

$$2\theta_{0,5}^H \approx 1,23 \frac{\lambda}{d_p} = 1,23 \sqrt{\frac{5}{D_0}} = 1,23 \sqrt{\frac{5}{320}} \approx 0,154(\text{рад});$$

$$2\theta_{0,5}^E \approx 1,05 \frac{\lambda}{d_p} = 1,05 \sqrt{\frac{5}{D_0}} = 1,05 \sqrt{\frac{5}{320}} \approx 0,131(\text{рад}).$$

Рабочую длину волны определяем, используя соотношение (7.20) и учитывая, что $d_p = \lambda \sqrt{D_0/5}$. Тогда $L_{onm} = \lambda (D_0/12 - 0,15)$, откуда

$$\lambda = \frac{L_{onm}}{\frac{D_0}{12} - 0,15} = \frac{1,2}{\frac{320}{12} - 0,15} \approx 4,53(\text{см}).$$

7.5. Параболическая антенна с осесимметричным зеркалом с диаметром раскрыва $d_p = 4,5$ м возбуждается полуволновым вибратором с дисковым контррефлектором и работает на волне $\lambda = 20$ см. Определить оптимальное

фокусное расстояние рефлектора, угол его раскрыва и электрические параметры антенны.

Решение. Согласно табл. 7.1 при $m = 2$ (показатель степени в выражении для нормированной амплитудной ДН полуволнового вибратора с дисковым контррефлектором) имеем $f / d_p = 0,4 \div 0,5$. Возьмем среднее значение. Тогда

$$f = 0,45d_p = 0,45 \cdot 4,5 = 2,025 (\text{м}).$$

Из соотношения (7.25) находим

$$\psi_p = 2 \operatorname{arctg} \frac{d_p}{4f} = 2 \operatorname{arctg} \frac{4,5}{4 \cdot 2,025} \approx 1,02 (\text{рад}).$$

По формулам (7.26) – (7.28) получаем

$$2\theta_{0,5}^H \approx 1,2 \frac{\lambda}{d_p} = 1,2 \frac{20}{450} \approx 53 (\text{мрад}); \quad 2\theta_{0,5}^E \approx 1,3 \frac{\lambda}{d_p} = 1,3 \frac{20}{450} \approx 58 (\text{мрад}).$$

$$D_0 \approx 5,5 \left(\frac{d_p}{\lambda} \right)^2 = 5,5 \left(\frac{450}{20} \right)^2 \approx 2800.$$

7.3. Задачи для самостоятельного решения

7.6. Открытый конец прямоугольного волновода характеризуется параметрами: $2\theta_{0,5}^H = 2 \text{ рад}$, $D_0 = 1,5$. Определить относительные (волновые) размеры сечения волновода.

Ответ: $a / \lambda = 0,59$; $b / \lambda = 0,25$.

7.7. Определить ширину ДН (в радианах) в главных плоскостях и КНД излучателя в виде открытого конца круглого волновода, возбуждаемого на волне $\lambda = 3,2 \text{ см}$. Внутренний диаметр волновода $2a = 2,4 \text{ см}$.

Ответ: $2\theta_{0,5}^H = 2,16 \text{ рад}$; $2\theta_{0,5}^E = 1,61 \text{ рад}$; $D_0 \approx 4,67$.

7.8. Определить ширину ДН (в радианах) в главных плоскостях и КНД оптимального E – плоскостного секториального рупора, возбуждаемого прямоугольным волноводом на волне длиной $\lambda = 9 \text{ см}$. Длина рупора $L_{opt}^E = 80 \text{ см}$. Размеры волновода: $a = 7,2 \text{ см}$, $b = 3,4 \text{ см}$.

Ответ: $2\theta_{0,5}^H = 1,475 \text{ рад}$; $2\theta_{0,5}^E = 0,221 \text{ рад}$; $D_0 \approx 7$.

7.9. Оптимальная пирамидальная рупорная антенна имеет КНД $D_0 = 1000$ при длине $L_{opt} = 1,21 \text{ м}$. Определить длину волны, на которой работает антенна, и ширину ее ДН (в радианах) в плоскостях H и E .

Ответ: $\lambda = 1,8 \text{ см}$; $2\theta_{0,5}^H = 98 \text{ мрад}$; $2\theta_{0,5}^E = 82 \text{ мрад}$.

7.10. Эффективная поверхность оптимальной пирамидальной рупорной антенны $S_{эф} = 1 \text{ м}^2$. Определить ширину ДН (в радианах) в главных плоскостях и КНД антенны при работе на частоте $f = 3 \text{ ГГц}$.

Ответ: $2\theta_{0,5}^H = 87,5 \text{ мрад}$; $2\theta_{0,5}^E = 73 \text{ мрад}$; $D_0 \approx 1270$.

7.11. Оптимальный конический рупор, работающий на частоте $f = 6 \text{ ГГц}$, имеет диаметр раскрыва $2a_p = 20 \text{ см}$. Какого диаметра нужно взять раскрыв рупора и на сколько сантиметров при этом следует удлинить рупор, чтобы увеличить его КНД в два раза?

Ответ: $d_p \approx 28,2 \text{ см}$; удлинить на 33 см .

7.12. Определить диаметр раскрыва и фокусное расстояние параболической антенны с осесимметричным зеркалом, ширина ДН которой в плоскости H равна $2\theta_{0,5}^H = 17,5 \text{ мрад}$. Длина волны $\lambda = 3,2 \text{ см}$, а половина угла раскрыва зеркала $\psi_p = 0,86 \text{ рад}$.

Ответ: $d_p \approx 2,2 \text{ м}$; $f \approx 1,2 \text{ м}$.

7.13. Облучатель параболической антенны с осесимметричным зеркалом, фокусное расстояние которого равно радиусу зеркала и составляет 50 см , смещен в направлении, перпендикулярном фокальной оси, на расстояние $\Delta x = 6 \text{ см}$. Облучатель вращается вокруг оси зеркала. Определить угловое смещение максимума ДН антенны.

Ответ: $2\delta\theta = 0,21 \text{ рад}$.

7.14. Определить КУ и КПД гладкой диэлектрической линзы, изготовленной из полистирола ($n = 1,6$; $\text{tg } \delta = 7 \cdot 10^{-4}$) и работающей на частоте $f = 15 \text{ ГГц}$, если диаметр раскрыва и фокусное расстояние линзы одинаковы и равны $d_p = f = 26 \text{ см}$.

Ответ: $G_0 \approx 945$; $\eta \approx 0,95$.

7.15. Определить толщину, фокусное расстояние и число пластин гладкой металлопластинчатой линзы, с помощью которой может быть сформирован плоский фазовый фронт в раскрыве оптимального H – плоскостного секториального рупора, имеющего размеры $a_p \times b = 73 \times 3,4 \text{ см}$. Длина рабочей волны $\lambda = 10 \text{ см}$, показатель преломления линзы $n = 0,55$. Определить также КНД рупора с линзой и без нее, считая, что характер изменения амплитуды поля в раскрыве линзы такой же, как и в раскрыве рупора без линзы.

Ответ: $h = 10 \text{ см}$; $f = 188,5 \text{ см}$; $N = 13$; $D_0 = 25,3$ (с линзой);
 $D_0 = 20$ (без линзы).

8. АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ

8.1. Основные расчетные соотношения

Система из двух вибраторов

Для улучшения направленных свойств к симметричному вибратору часто добавляют второй вибратор, располагаемый на некотором расстоянии от первого. Второй вибратор, как и первый, может быть либо активным и подсоединяться к генератору, либо пассивным и возбуждаться электромагнитным полем первого вибратора.

• Пусть два одинаковых вибратора лежат в одной плоскости, параллельны друг другу, являются активными, а питающие их токи связаны между собой соотношением

$$\dot{I}_2 / \dot{I}_1 = m \exp(i\Delta\Phi), \quad (8.1)$$

где m - отношение амплитуд токов; $\Delta\Phi = (\Phi_2 - \Phi_1)$ - сдвиг фазы тока I_2 относительно фазы тока I_1 (в радианах).

Оси вибраторов параллельны оси z . Наряду с прямоугольной введем сферическую систему координат. Тогда нормированные амплитудные ДН такой двухвибраторной системы могут быть записаны в виде:

в плоскости E

$$\bar{F}(\theta) = \frac{\cos(kl \cos \theta) - \cos kl}{(1 - \cos kl) \sin \theta} \cdot \sqrt{\frac{1 + m^2 + 2m \cos(\Delta\Phi - kd \sin \theta)}{1 + m^2 + 2m \cos(\Delta\Phi - kd)}}; \quad (8.2)$$

в плоскости H

$$\bar{F}(\varphi) = \sqrt{\frac{1 + m^2 + 2m \cos(\Delta\Phi - kd \sin \varphi)}{1 + m^2 + 2m \cos(\Delta\Phi - kd)}}, \quad (8.3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, λ - длина волны; l - длина плеча вибраторов; d - расстояние между ними; угол θ отсчитывается от оси z ; φ - полярный угол.

Сопротивление излучения системы, отнесенное к току в точках питания первого вибратора, рассчитывается по формуле

$$R_{\Sigma C} = R_{\Sigma 1} + m^2 R_{\Sigma 2} + 2m R_{12} \cos \Delta\Phi, \quad (8.4)$$

где $R_{\Sigma 1}$ и $R_{\Sigma 2}$ - собственные активные сопротивления излучения вибраторов, отнесенные к максимумам токов; R_{12} — активная составляющая взаимного сопротивления вибраторов, отнесенная к максимуму тока и зависящая от расстояния d между вибраторами.

Кривые активной R_{12} и реактивной X_{12} составляющих взаимного

сопротивления полуволновых вибраторов в зависимости от относительного расстояния d/λ между ними, изображены на рис. 8.1.

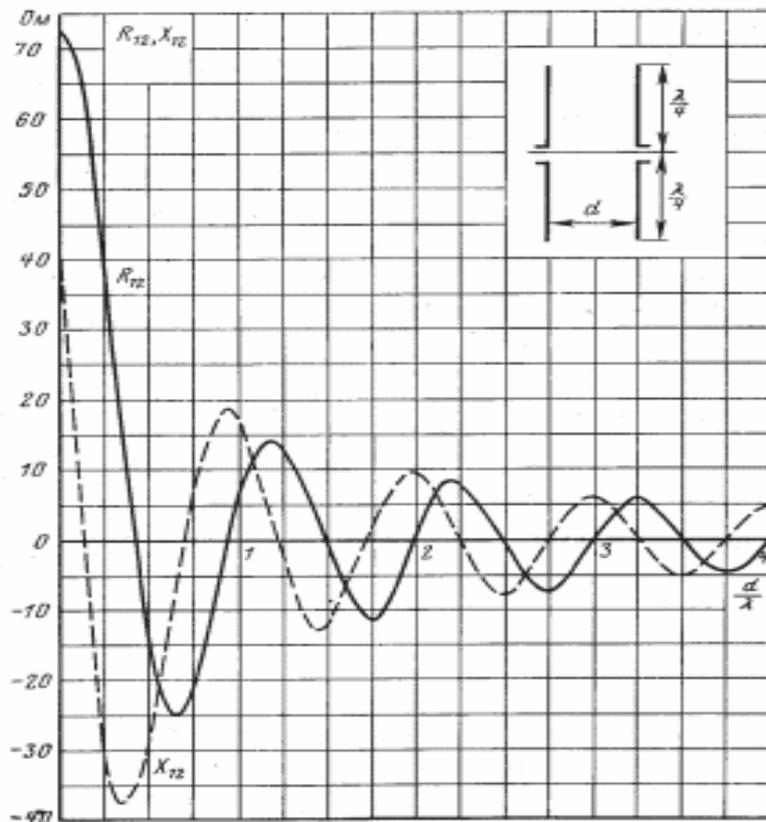


Рис. 8.1. Взаимный импеданс полуволновых вибраторов

Результирующий КНД системы вибраторов находится как

$$D_C = \frac{D_0(1+m)^2 R_{\Sigma 1}}{R_{\Sigma C}}, \quad (8.5)$$

где D_0 - КНД одиночного вибратора, определяемый по формуле

$$D_0 = \frac{w}{\pi R_{\Sigma \Pi}} (1 - \cos kl)^2. \quad (8.6)$$

Для полуволнового вибратора $D_0 \cong 1,64$.

• Если второй вибратор является пассивным, то отношение амплитуд m и разность фаз $\Delta\Phi$ токов на входах вибраторов определяют из уравнения Кирхгофа, составленного для пассивного вибратора,

$$U_{ex2} = \dot{I}_2 Z_{22} + \dot{I}_1 Z_{12} = 0, \quad (8.7)$$

в котором \dot{I}_1, \dot{I}_2 - комплексные значения токов пассивного и активного вибраторов; Z_{22} - собственное комплексное сопротивление пассивного вибратора; Z_{12} - взаимное комплексное сопротивление, вносимое активным вибратором в пассивный.

Из уравнения (8.7) имеем

$$\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}} = -\frac{R_{12} + iX_{12}}{R_{22} + i(X_{22} + X_{H2})}, \quad (8.8)$$

где R_{12} и X_{12} — активная и реактивная составляющие взаимного сопротивления вибраторов; R_{22} и X_{22} — активная и реактивная составляющие собственного сопротивления пассивного вибратора; X_{H2} — реактивное сопротивление настройки, включаемое в пассивный вибратор и отнесенное к максимуму тока в нем.

В R_{22} входят активные потери в пассивном вибраторе. Если их не учитывать, то необходимо полагать $R_{22} = R_{\Sigma 2}$.

Из (8.8) получаем

$$m = \frac{|I_2|}{|I_1|} = \sqrt{\frac{R_{12}^2 + X_{12}^2}{R_{22}^2 + (X_{22} + X_{H2})^2}}, \quad (8.9)$$

$$\Delta\Phi = \pi + \operatorname{arctg} \frac{X_{12}}{R_{12}} - \operatorname{arctg} \frac{X_{22} + X_{H2}}{R_{22}}. \quad (8.10)$$

Нормированные амплитудные ДН и КНД такой системы также рассчитываются по формулам (8.2), (8.3) и (8.5), но сопротивление излучения находится как

$$R_{\Sigma C} = R_{\Sigma 1} + m(R_{12} \cos \Delta\Phi - X_{12} \sin \Delta\Phi), \quad (8.11)$$

где $R_{\Sigma 1}$ — собственное сопротивление излучения активного вибратора, отнесенное к максимуму тока.

Входное сопротивление активного вибратора в системе может быть записано в виде

$$Z_{ex} = R_{ex} + iX_{ex} = Z_{11} + mZ_{12}e^{i\Delta\Phi}. \quad (8.12)$$

После преобразования (8.12) получим

$$R_{ex} = R_{11} + m(R_{12} \cos \Delta\Phi - X_{12} \sin \Delta\Phi), \quad (8.13)$$

$$X_{ex} = X_{11} + m(X_{12} \cos \Delta\Phi + R_{12} \sin \Delta\Phi). \quad (8.14)$$

Решетки изотропных излучателей и вибраторов

Нормированная амплитудная ДН или множитель направленности линейной эквидистантной ($d = \text{const}$) решетки N изотропных излучателей при постоянном амплитудном и линейном фазовом распределении возбуждения типа $I(z) = I_0 \exp[-i(N-1)\Delta\Phi]$ имеет вид

$$\bar{f}_{\Sigma}(\theta) = \frac{\sin[0,5N(kd \cos \theta - \Delta\Phi)]}{N \sin[0,5(kd \cos \theta - \Delta\Phi)]}, \quad (8.15)$$

где $\Delta\Phi$ — разность фаз между токами соседних излучателей,

θ - угол в радианах между осью решетки и направлением в точку наблюдения.

Направления главных максимумов ДН и боковых лепестков (в радианах) определяются по формулам

$$\theta_{zл} = \arccos \frac{2q\pi + \Delta\Phi}{kd}, \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; \quad (8.16)$$

$$\theta_q = \arccos \frac{2(q+1)\pi + N\Delta\Phi}{Nkd}, \quad q = \pm 1, \pm 2, \dots; \quad (8.17)$$

Уровень боковых лепестков находится как

$$F_{q\max}(\theta) \approx \frac{1}{N \sin(q\pi/N + 0,5\pi N)}, \quad (8.18)$$

где q - номер бокового лепестка.

Практический интерес представляют равноамплитудные линейные эквидистантные решетки с поперечным или продольным расположением симметричных вибраторов. Чтобы сформировать однонаправленную ДН и вдвое увеличить КНД, к решетке продольных вибраторов добавляют такое же количество вторичных излучателей (рефлекторов), которые устанавливаются на расстоянии $\lambda/4$ от вибраторов. Множитель направленности системы излучатель – рефлектор при настроенном рефлекторе в этом случае имеет вид

$$\bar{f}_{\Sigma}(\theta) = \cos[0,25\pi(1 - \sin \theta)], \quad (8.19)$$

а если рефлектор выполнен плоским в виде сетки из проводов или сплошного металлического листа, то

$$\bar{f}_{\Sigma}(\theta) = \sin(0,5\pi \sin \theta). \quad (8.20)$$

Сопrotивление излучения многовибраторной антенной решетки рассчитывается как

$$R_{\Sigma C} = R_{\Sigma 1} + R_{\Sigma 2} + \dots + R_{\Sigma i} + \dots + R_{\Sigma N}, \quad (8.21)$$

где

$$R_{\Sigma i} = R_{\Sigma i1} + R_{\Sigma i2} + \dots + R_{\Sigma ii} + \dots + R_{\Sigma iN}. \quad (8.22)$$

В (8.22) $R_{\Sigma i1}, \dots, R_{\Sigma iN}$ - вносимые сопротивления излучения, обусловленные влиянием каждого из остальных вибраторов решетки на i -й; $R_{\Sigma ii}$ - сопротивление излучения уединенного i -го вибратора решетки, отнесенное к максимуму (пучности) тока. Значение вносимого сопротивления зависит от расстояния между вибраторами d , их осевого смещения h и приведены в табл.8.1.

Пользуясь значениями вносимых сопротивлений излучения, можно находить сопротивления излучения не только синфазных вибраторов, но и противофазных. В последнем случае знаки для значений сопротивлений, указанных в табл. 8.1, нужно изменить на противоположные.

Таблица 8.1

d/λ	$R_{\Sigma_{\text{вн}}}, \text{Ом}$			
	$h/\lambda=0$	$h/\lambda=0,5$	$h/\lambda=1$	$h/\lambda=1,5$
0	+73,1	+26,4	-4,1	+1,7
0,1	+67,3	+23,5	-4,1	+1,7
0,2	+51,4	+15,7	-4,0	+1,7
0,3	+29,3	+5,2	-3,5	+1,6
0,4	+6,2	-4,9	-2,4	+1,4
0,5	-12,5	-11,9	-0,8	+1,1
0,6	-23,3	-14,1	+1,5	+0,5
0,7	-24,9	-11,3	+3,6	-0,4
0,8	-18,5	-4,9	+5,1	-1,3
0,9	-7,5	+2,8	+5,3	-2,1
1,0	+4,0	+9,0	+4,1	-2,7
1,1	+12,4	+12,0	+1,5	-2,8
1,2	+15,2	+10,8	-1,6	-2,2
1,3	+12,6	+6,3	-4,5	-1,1
1,4	+6,0	-0,1	-6,3	+0,4
1,5	-1,8	-5,8	-6,2	+2,1
1,6	-8,1	-9,2	-4,3	+3,4
1,7	-10,9	-9,3	-1,2	+4,0
1,8	-9,4	-6,1	+2,4	+3,6
1,9	-4,8	-1,2	+5,1	+2,2
2,0	+1,1	+3,9	+6,3	-0,1
2,1	+6,1	+7,2	+5,4	-1,9
2,2	+8,4	+7,8	+2,9	-3,6
2,3	+7,6	+5,6	-0,5	-4,3
2,4	+4,0	+1,6	-3,6	-3,8
2,5	-0,7	-2,2	-5,4	-2,2

Директорная антенна

Директорная антенна представляет собой дискретную систему N расположенных в одной плоскости параллельных симметричных вибраторов. Размеры вибраторов обычно близки к полуволновым. Один из вибраторов, имеющий размер $2l = \lambda/2$, подсоединяется к фидерной линии и называется активным, а другие не подсоединяются к фидерной линии и называются пассивными. Пассивный вибратор, имеющий длину $2l > \lambda/2$ и располагаемый по одну сторону от активного, играет роль рефлектора. Остальные вибраторы имеют длину $2l < \lambda/2$, располагаются по другую сторону от активного (в направлении максимума излучения антенны) и называются директорами. Пассивные вибраторы возбуждаются электромагнитным полем

$2l_n = \lambda/2$, $I_n = I_0 \exp[-i(n-1)\Delta\Phi]$, $\Delta\Phi = \pi/2$. Тогда нормированные амплитудные ДН антенны можно рассчитать по формулам: в плоскости ($\varphi = 0$)

$$\bar{F}(\theta^E) = \frac{\cos(0,5\pi \sin \theta^E)}{\cos \theta^E} \cdot \frac{\sin \left[\frac{N\pi d_{cp}}{\lambda} (1 - \cos \theta^E) \right]}{N \sin \left[\frac{\pi d_{cp}}{\lambda} (1 - \cos \theta^E) \right]}; \quad (8.26)$$

в плоскости ($\varphi = \pi/2$)

$$\bar{F}(\theta^H) = \frac{\sin \left[\frac{N\pi d_{cp}}{\lambda} (1 - \cos \theta^H) \right]}{N \sin \left[\frac{\pi d_{cp}}{\lambda} (1 - \cos \theta^H) \right]}. \quad (8.27)$$

Ширина ДН антенны (в радианах) определяется по формуле: в плоскости E

$$2\theta_{0,5}^E \approx \frac{3,5}{N-1}, \quad (8.28)$$

в плоскости H

$$2\theta_{0,5}^H \approx \frac{3,8}{N-1}. \quad (8.29)$$

КНД в направлении максимума ДН и эффективная площадь директорной антенны рассчитываются по формулам

$$D_0 \approx 5 \left[1 + d_{cp} (N-1) / \lambda \right], \quad (8.30)$$

$$S_{\varphi} = D_0 \lambda^2 / (4\pi). \quad (8.31)$$

Волноводные щелевые антенные решетки

Подобные антенны представляют собой систему щелей, прорезанных в стенках волновода. Чаще всего используются полуволновые резонансные щели на широкой или узкой стенках прямоугольного волновода, в котором распространяется волна основного типа H_{10} . Возбуждение щели происходит за счет того, что ее пересекают электрические токи, текущие по внутренней поверхности волновода. Волноводные щелевые антенные решетки (ВЩАР) могут быть двух типов – резонансные (режим стоячих волн в волноводе) и нерезонансные (режим бегущих волн в волноводе).

• Резонансные ВЩАР выполняются на основе закороченных на одном конце волноводов (см. рис.8.2). Если щели поперечные и расстояния между ними равно длине волны в волноводе λ_g , то решетка будет на синфазно

связанных с полем волновода щелях (рис. 8.2, а). На рис. 8.2,б изображена резонансная ВЦАР на переменноразно связанных с полем волновода продольных щелях. В обоих случаях возбуждение всех щелей синфазное, так как во втором случае следует учесть дополнительный фазовый сдвиг на π за счет размещения щелей по разные стороны от осевой линии. Поэтому у обеих решеток направление максимума излучения нормально к широкой стенке волновода.

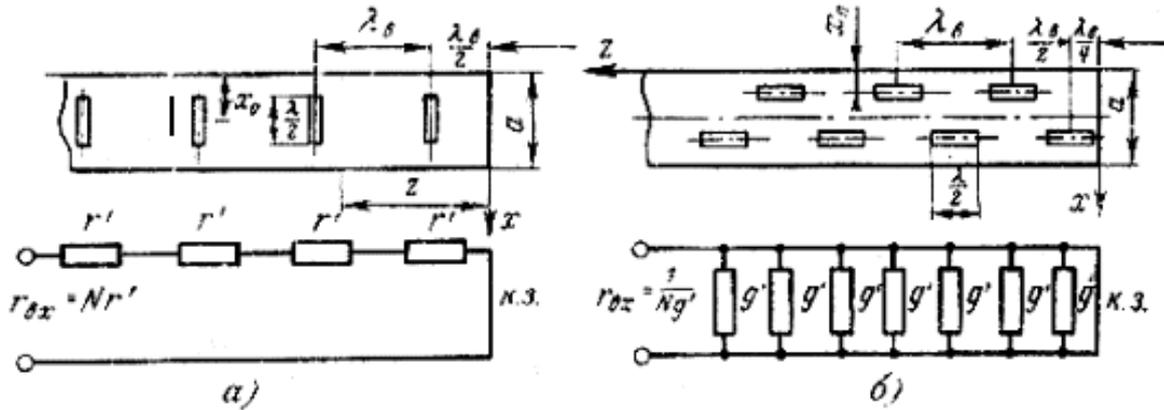


Рис. 8.2. Резонансные волноводные щелевые решетки на синфазно связанных (а), переменноразно связанных (б) щелях и их схемы замещения

Нормированная амплитудная ДН синфазной антенны с поперечными щелями (рис. 8.2, а) в продольной плоскости описывается выражением

$$\bar{F}(\theta) = \frac{\sin(0,5Nk\lambda_g \sin \theta)}{N \sin(0,5k\lambda_g \sin \theta)}, \quad (8.32)$$

где θ - угол между нормалью к широкой стенке волновода и направлением в точку наблюдения; N - число щелей; $k = 2\pi/\lambda$ - волновое число, λ - длина волны в свободном пространстве; λ_g - длина волны в волноводе, рассчитываемая по формуле

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - [\lambda/(2a)]^2}}; \quad (8.33)$$

a - размер широкой стенки волновода.

Нормированная амплитудная ДН синфазной антенны с продольными щелями (рис. 8.2,б) в продольной плоскости определяется произведением нормированной амплитудной ДН одиночной щели $\bar{F}_1(\theta)$ на нормированный множитель системы $\bar{f}_\Sigma(\theta)$, т.е.

$$\bar{F}(\theta) = \bar{F}_1(\theta) \bar{f}_\Sigma(\theta) = \frac{\cos(0,5\pi \sin \theta)}{\cos \theta} \cdot \frac{\sin(0,25Nk\lambda_g \sin \theta)}{N \sin(0,25k\lambda_g \sin \theta)}. \quad (8.34)$$

Щель нарушает режим бегущих волн в волноводе, поскольку приводит к отражению от нее электромагнитной энергии. На эквивалентной схеме

волновода щель можно представить в виде некоторого сопротивления, включенного в линию параллельно или последовательно (в зависимости от положения щели). Продольная щель эквивалентна параллельно включенному сопротивлению, поперечная – включенному последовательно. При расчете согласования щелевых антенн обычно пользуются понятиями последовательного сопротивления и параллельной проводимости.

Эквивалентное последовательно включенное сопротивление поперечной полуволновой щели (рис. 8.2, а), нормированное на волновое сопротивление волновода с волной H_{10} , определяется как

$$\bar{R} \cong 0,523 \left(\frac{\lambda_g}{\lambda} \right)^3 \frac{\lambda^2}{ab} \cos^2 \left(\frac{\pi \lambda}{4a} \right) \sin^2 \left(\frac{\pi x_0}{a} \right). \quad (8.35)$$

где x_0 - смещение центра щели относительно узкой стенки волновода.

Эквивалентная параллельно включенная проводимость продольной полуволновой щели (рис. 8.2, б), нормированная (умноженная) на волновое сопротивление волновода с волной H_{10} , рассчитывается по формуле

$$\bar{G} \cong 2,09 \frac{a \lambda_g}{b \lambda} \cos^2 \left(\frac{\pi \lambda}{2 \lambda_g} \right) \cos^2 \left(\frac{\pi x_0}{a} \right), \quad (8.36)$$

где x_0 - смещение центра щели относительно узкой стенки волновода.

Нормированные входные сопротивления решеток равны соответственно

$$\bar{R}_{ex} = N \bar{R}, \bar{R}_{ex} = 1 / N \bar{G}. \quad (8.37)$$

На рис. 8.2 они обозначены r' и g' . Для того чтобы в возбуждающем волноводе установился режим бегущих волн, должно выполняться условие

$$\bar{R}_{ex} = 1. \quad (8.38)$$

Его выполнения на резонансной частоте добиваются посредством подбора нужных \bar{R} и \bar{G} по формулам (8.35), (8.36).

• Полоса пропускания у синфазных резонансных ВЦАР, как и у всех резонансных систем, составляет несколько процентов. Чтобы увеличить диапазонность, применяют несинфазные (нерезонансные) ВЦАР бегущей волны. Нерезонансные ВЦАР от резонансных отличаются тем, что волновод нагружается на свободном конце на согласованную (поглощающую) нагрузку. В отсутствие щелей в волноводе устанавливается режим бегущей волны основного типа H_{10} . Щели располагаются на таком расстоянии d одна от другой, которое обеспечивает фазовый набег между двумя соседними щелями, соответствующий бегущей волне, т.е.

$$\Delta \Phi = 2 \pi d / \lambda_g \quad \text{для синфазно связанных щелей,}$$

$$\Delta \Phi = 2 \pi d / \lambda_g \pm \pi \quad \text{для переменноразно связанных щелей.}$$

При небольшом расфазировании щелей нормированные амплитудные ДН таких антенн рассчитываются по формулам (8.32) и (8.34), а смещение

главного максимума ДН относительно нормали к широкой стенке волновода (в радианах) определяется с использованием соотношения

$$\delta\theta = \arcsin(\lambda / \lambda_g - q\lambda / d), \quad (8.39)$$

где $q = 0$ - для синфазно связанных с волноводом щелей (рис. 8.2, а);

$q = 0,5$ - для переменноразно связанных с волноводом щелей (рис. 8.2, б).

КНД волноводно-щелевых антенн оценивается по формуле

$$D_0 \approx 3,2N. \quad (8.40)$$

8.2. Решение типовых задач

8.1. Найти соотношения между амплитудами и фазами токов в системе, состоящей из расположенных в одной плоскости параллельных полуволновых активного (1) и пассивного (2) вибраторов, если $R_{\Sigma\Pi 1} = R_{\Sigma\Pi 2} = 73 \text{ Ом}$; $X_{\Sigma\Pi 2} = 40 \text{ Ом}$; $X_{H2} = 0$; $d = 0,15\lambda$. Потери не учитывать. Определить также сопротивление излучения антенны.

Решение. Из графиков рис. 8.1 находим величину активной и реактивной составляющих взаимного сопротивления вибраторов:

$R_{12} \approx 60 \text{ Ом}$, $X_{12} \approx -6 \text{ Ом}$. Отношение амплитуд и сдвиг фаз токов в вибраторах определяем по формулам (8.9), (8.10)

$$m \approx \sqrt{\frac{60^2 + 6^2}{73^2 + 40^2}} \approx 0,73; \quad \Delta\Phi \approx \left(\pi + \arctg \frac{-6}{60} - \arctg \frac{40}{73} \right) \approx 2,5(\text{рад}).$$

По формуле (8.11) получаем

$$R_{\Sigma C} \approx [73 + 0,73(60 \cos 2,5 + 6 \sin 2,5)] \approx 40 \text{ (Ом)}.$$

8.2. Определить сопротивление излучения системы, состоящей из активного полуволнового вибратора 1 и пассивного полуволнового рефлектора 2. Рефлектор настроен с помощью реактивного сопротивления X_{H2} так, что его ток опережает по фазе ток активного вибратора на угол $\pi/2$.

Решение. Оптимальное расстояние между активным вибратором и пассивным рефлектором $0,2\lambda \leq d \leq 0,25\lambda$. Принимаем $d = 0,225\lambda$. Определяем с помощью графика рис.8.1 активную и реактивную составляющие взаимного сопротивления вибратора и рефлектора:

$$R_{12} = 45 \text{ Ом}, \quad X_{12} = -24 \text{ Ом}.$$

В соответствии с условием задачи производим настройку рефлектора таким образом, чтобы его ток опережал по фазе ток активного вибратора на угол $\Delta\Phi = \pi/2$. Величина фазового сдвига определяется формулой (8.10). Подставив в формулу $\Delta\Phi = \pi/2$, $R_{22} = 73,1 \text{ Ом}$ и $X_{22} = 42,5 \text{ Ом}$, получаем уравнение

$$\frac{\pi}{2} = \pi + \arctg \left(-\frac{24}{45} \right) - \arctg \frac{42,5 + X_{H2}}{73,1}.$$

Решив его, находим $X_{H2} = 95 \text{ Ом}$.

Отношение амплитуд токов рефлектора и активного вибратора определяем по формуле (8.9):

$$m = \sqrt{\frac{45^2 + 24^2}{73,1^2 + (42,5 + 95)^2}} \cong 0,33.$$

Затем по формуле (8.11) определяем сопротивление излучения активного вибратора с учетом влияния пассивного рефлектора:

$$R_{\Sigma C} = R_{\Sigma 1} + m(R_{12} \cos \Delta\Phi - X_{12} \sin \Delta\Phi) |_{\Delta\Phi=\pi/2} = 73,1 + 0,33 \cdot 24 \cong 81 \text{ Ом}.$$

8.3. Определить сопротивление излучения линейной антенной решетки, состоящей из $N = 3$ синфазных полуволновых вибраторов, ориентированных вдоль прямой линии и расположенных на расстоянии $d = \lambda/4$ от плоского рефлектора. Принять, что расстояние между вибраторами ничтожно мало, а рефлектор является идеально проводящим и имеет бесконечную протяженность.

Решение. Действие рефлектора можно рассматривать как действие фиктивных вибраторов $1' - 3'$, представляющих собой зеркальное изображение реальных вибраторов $1 - 3$. Тогда для вибратора 1 согласно формуле (8.22) можно записать $R_{\Sigma 1} = R_{\Sigma 11} + R_{\Sigma 12} + R_{\Sigma 13} + R_{\Sigma 11'} + R_{\Sigma 12'} + R_{\Sigma 13'}$.

Из табл. 8.1 находим величины вносимых сопротивлений излучения:

$$R_{\Sigma 12} = 26,4 \text{ Ом} \quad \text{при } d/\lambda = 0 \text{ и } h/\lambda = 0,5;$$

$$R_{\Sigma 13} = -4,1 \text{ Ом} \quad \text{при } d/\lambda = 0 \text{ и } h/\lambda = 1;$$

$$R_{\Sigma 11'} = 12,5 \text{ Ом} \quad \text{при } d/\lambda = 0,5 \text{ и } h/\lambda = 0;$$

$$R_{\Sigma 12'} = 11,9 \text{ Ом} \quad \text{при } d/\lambda = 0,5 \text{ и } h/\lambda = 0,5;$$

$$R_{\Sigma 13'} = 0,8 \text{ Ом} \quad \text{при } d/\lambda = 0,5 \text{ и } h/\lambda = 1;$$

Знаки изменены на противоположные.

Считая собственное сопротивление излучения вибратора 1 равным $R_{\Sigma 11} = 73 \text{ Ом}$, находим $R_{\Sigma 1} = 120,6 \text{ Ом}$. Точно такое же сопротивление излучения имеют вибраторы $1', 3, 3'$, так как в решетке они расположены симметрично. Сопротивления излучения вибраторов 2 и $2'$ также одинаковы:

$$\begin{aligned} R_{\Sigma 2} &= R_{\Sigma 2'} = R_{\Sigma 22} + 2R_{\Sigma 21} + 2R_{\Sigma 21'} + 2R_{\Sigma 22'} = \\ &= (73 + 2 \cdot 26,4 + 2 \cdot 11,9 + 2 \cdot 6,25) \text{ Ом} = 162,1 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Сопротивление излучения всей антенной решетки составит

$$R_{\Sigma C} = 4R_{\Sigma 1} + 2R_{\Sigma 2} = (4 \cdot 120,6 + 2 \cdot 162,1) \text{ Ом} = 806,6 \text{ Ом}.$$

8.4. Директорная антенна, имеющая $N = 15$ вибраторов, настроена в резонанс на частоту $f = 218 \text{ МГц}$. Среднее расстояние между соседними вибраторами антенны $d_{\text{cp}} = 14 \text{ см}$. Определить параметры антенны.

Решение. Частоте $f = 218 \text{ МГц}$ соответствует длина волны

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{218 \cdot 10^6} = 1,38 \text{ (м)}. \text{ Полная длина антенны равна}$$

$$L_a = (N - 1)d_{cp} = 14 \cdot 14 = 1,96 \text{ (м)}, \text{ а волновая } \frac{L_a}{\lambda} = \frac{1,96}{1,38} \approx 1,4.$$

Параметры антенны определяем по формулам (8.28) – (8.31):

$$2\theta_{0,5}^E \approx \frac{3,5}{N-1} = \frac{3,5}{14} = 0,25(\text{рад}); \quad 2\theta_{0,5}^H \approx \frac{3,8}{N-1} = \frac{3,8}{14} \approx 0,27(\text{рад});$$

$$D_0 \approx 5 \left(1 + \frac{L_a}{\lambda} \right) = 5(1 + 1,4) = 12; \quad S_{\text{эф}} = \frac{D_0 \lambda^2}{4\pi} = \frac{12 \cdot 1,38^2}{4\pi} \approx 1,82(\text{м}^2).$$

8.5. Синфазная волноводно-щелевая антенна с продольными щелями, прорезанными в широкой стенке волновода сечением $a \times b = 7,2 \times 3,4 \text{ см}$, состоит из $N = 10$ щелей и работает на волне $\lambda = 10 \text{ см}$. На какое расстояние должны быть смещены щели относительно узкой стенки волновода, чтобы в нем установился режим бегущих волн?

Решение. Согласно условию (8.38) и формулам (8.37), (8.36) имеем

$$10 \cdot 2,09 \frac{a\lambda_g}{b\lambda} \cos^2\left(\frac{\pi\lambda}{2\lambda_g}\right) \cos^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) = 1.$$

Подставив в это выражение из формулы (8.33) отношение

$$\frac{\lambda_g}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{10}{2 \cdot 7,2}\right)^2}} = 1,4,$$

получаем

$$10 \cdot 2,09 \cdot \frac{7,2}{3,4} \cdot 1,4 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{2 \cdot 1,4}\right) \cos^2\left(\frac{\pi x_0}{a}\right) = 1,$$

откуда

$$\cos \frac{\pi x_0}{a} = 0,295; \quad \frac{\pi x_0}{a} = \arccos 0,295 \approx 1,27; \quad x_0 = \frac{1,27a}{\pi} = \frac{1,27 \cdot 7,2}{\pi} \approx 2,91(\text{см}).$$

8.3. Задачи для самостоятельного решения

8.6. Рассчитать и построить в плоскостях E и H нормированные амплитудные ДН антенны, состоящей из двух активных полуволновых вибраторов, питаемых токами с одинаковыми амплитудами и сдвигом фаз $\Delta\Phi = \pi/2$. Расстояние между вибраторами $d = \lambda/2$. Определить сопротивление излучения и КНД антенны.

Ответ: $R_{\Sigma C} = 146,2 \text{ Ом}; \quad D_C = 3,28.$

8.7. Определить сопротивление излучения антенны, состоящей из полуволновых активного и пассивного вибраторов при расстоянии между ними $d = 0,225\lambda$. Считать, что пассивный вибратор настроен с помощью

реактивного сопротивления X_{H2} так, что его ток опережает по фазе ток активного вибратора на угол $\Delta\Phi = \pi/2$. Реактивная составляющая сопротивления пассивного вибратора равна $X_{\Sigma\Pi2} = 42,5 \text{ Ом}$.

Ответ: $R_{\Sigma C} \approx 81 \text{ Ом}$.

8.8. Два одинаковых симметричных вибратора длиной $2l = 0,8\lambda$ расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 0,25\lambda$. Вибраторы возбуждаются синфазными токами, амплитуды которых на входных зажимах вибраторов одинаковы и равны 1 А . Определить амплитуды напряженности электрического поля: 1) в точке 1, находящейся в плоскости расположения вибраторов на оси системы и на расстоянии $r = 1000 \text{ м}$ от ее центра; 2) в точке 2, находящейся в плоскости, ортогональной плоскости расположения вибраторов, на второй оси системы и на расстоянии $r = 1000 \text{ м}$ от ее центра.

Ответ: $E_1 = 0,26 \text{ В/м}$; $E_2 = 0,368 \text{ В/м}$.

8.9. Два симметричных полуволновых вибратора расположены на расстоянии $r = 1000 \text{ м}$ друг от друга так, что их оси параллельны друг другу и перпендикулярны прямой, проходящей через центры вибраторов. Один из вибраторов работает в режиме передачи, другой – в режиме приема. Длина волны $\lambda = 1 \text{ м}$. Определить мощность, выделяемую в согласованной нагрузке приемного вибратора, если известно, что амплитуда тока на входных зажимах передающего вибратора равна 1 А . Определить также действующую длину приемного вибратора и амплитуду ЭДС, наведенной в этом вибраторе электромагнитной волной, излучаемой передающим вибратором.

Ответ: $P_{\text{ПР}} = 1,28 \cdot 10^{-6} \text{ Вт}$; $l_{\text{эф}} = 0,32 \text{ м}$; $\mathcal{E} = 0,02 \text{ В}$.

8.10. Определить длину волны, на которой работает линейная равноамплитудная эквидистантная ($d = 1 \text{ м}$) синфазная решетка изотропных излучателей, имеющая длину $L = 5 \text{ м}$, если максимумы двух первых боковых лепестков нормированной амплитудной ДН находятся под углами $\theta_1 = \pm(\pi/6) \text{ рад}$ относительно нормали к линии расположения излучателей. Определить также ширину ДН (в радианах) и КНД антенны.

Ответ: $\lambda = 2 \text{ м}$; $2\theta_{0,5} \approx 0,3 \text{ рад}$; $D_0 \approx 338$.

8.11. Определить сопротивление излучения линейной эквидистантной ($d = 0,4\lambda$) системы, состоящей из $N = 6$ синфазных полуволновых вибраторов.

Ответ: $R_{\Sigma C} = 413,6 \text{ Ом}$.

8.12. Определить в плоскости E ширину ДН на уровне 0,5 по мощности директорной антенны, имеющей соответственно 2, 3, 4, 5, 6, и 10 директоров. По полученным данным построить графическую зависимость $2\theta_{0,5}^E = f(N)$, где N – полное число вибраторов в антенне.

Ответ: $2\theta_{0,5}^E \approx 1,17$; $0,875$; $0,7$; $0,584$; $0,5$; $0,318 \text{ (рад)}$.

8.13. Директорная антенна, имеющая $N = 7$ вибраторов, настроена в резонанс на среднюю частоту третьего телевизионного канала $f = 80 \text{ МГц}$.

Полная длина антенны $L = 2,4$ м. Определить в плоскостях H и E ширину ДН на уровне 0,5 по мощности, КНД и эффективную площадь антенны.

Ответ: $2\theta_{0,5}^H \approx 0,634$ рад; $2\theta_{0,5}^E \approx 0,584$ рад; $D_0 \approx 8,2$; $S_{эф} = 9,2$ м².

8.14. Синфазная волноводно-щелевая антенна, имеющая $N = 20$ продольных полуволновых щелей, работает на волне $\lambda = 8$ см. На какое расстояние следует сместить щели относительно узкой стенки волновода, чтобы в нем установился режим бегущих волн? Сечение волновода $a \times b = 6,1 \times 1$ см.

Ответ: $x_0 \approx 2,78$ см.

8.15. Несинфазная волноводно-щелевая антенна, выполненная на волноводе сечением $a \times b = 2,85 \times 1,26$ см, работает на волне $\lambda = 3,8$ см. Определить, на какой угол смещается главный максимум нормированной амплитудной ДН антенны относительно нормали к широкой стенки волновода при:

а) синфазно связанных с полем волновода щелях; б) переменноразно связанных щелях со сдвигом фаз $\Delta\Phi = 3,4$ рад между соседними щелями.

Ответ: а) $\delta\theta = 0,84$ рад; б) $\delta\theta \approx 57$ мрад.

9. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Вариант № 1

1. Эффективная длина приемной антенны $l_{эф} = 10$ м. Определить ЭДС, наводимую в антенне приходящим сигналом с напряженностью электрического поля $E = 15$ мкВ/м, если прием осуществляется с направления максимума ДН, а угол между плоскостями поляризации антенн составляет $\chi = 60^\circ$.

2. Определить входное сопротивление симметричного вибратора длиной $2l = 24$ см, выполненного из провода диаметром $2a = 16$ мм, если длина волны генератора $\lambda = 25$ см.

3. Определить эффективную высоту и сопротивление излучения, отнесенное к максимуму тока и к току у основания несимметричного вертикального заземленного вибратора высотой $h = 150$ м, работающего на волне длиной $\lambda = 250$ м.

4. Определить КНД и ширину ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E оптимального H – плоскостного секториального рупора, возбуждаемого прямоугольным волноводом на волне $\lambda = 3,2$ см. Длина рупора $L_{отм}^H = 25$ см. Размеры горловины рупора: $a = 2,3$ см, $b = 1$ см.

5. Определить длину волны, на которой работает линейная равноамплитудная эквидистантная ($d = 1$ м) синфазная решетка изотропных излучателей, имеющая длину $L_a = 5$ м, если максимумы двух первых боковых

лепестков нормированной амплитудной ДН находятся под углами $\theta_1 = \pm(\pi/6)$ относительно нормали к линии расположения излучателей. Определить также ширину ДН антенны (в радианах) и ее КНД.

Вариант № 2

1. Определить напряжение U_n на входе приемника, подключенного к симметричному полуволновому вибратору длиной $2l = 10$ м, если напряженность электрического поля в точке приема $E = 50$ мкВ/м. Входное сопротивление приемника $R_n = 160$ Ом, сопротивление потерь в антенне $R_{\Pi} = 10$ Ом.

2. Определить частоту передатчика, на которой будет настроен в резонанс подключенный к нему симметричный волновой вибратор, имеющий длину $2l = 20$ см и диаметр провода $2a = 10$ мм.

3. Определить активную и реактивную составляющие входного сопротивления, а также КПД несимметричного вертикального заземленного вибратора высотой $h = 135$ м, работающего на волне длиной $\lambda = 700$ м. Радиус вибратора $a = 5$ мм, сопротивление активных потерь $R_{\Pi} = 4,6$ Ом.

4. Оптимальный H – плоскостной секториальный рупор длиной $L_{opt}^H = 90$ см имеет КНД $D_0 = 25$. Определить длину волны, на которой работает антенна, и ширину ее ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E , если один из размеров раскрытия рупора равен $b_p = 3,4$ см.

5. Определить сопротивление излучения линейной эквидистантной ($d = 0,4\lambda$) системы, состоящей из $N = 6$ синфазных полуволновых вибраторов.

Вариант № 3

1. Определить напряжение U_n на входе приемника, подключенного к симметричному полуволновому вибратору, если напряженность электрического поля в точке приема $E = 100$ мкВ/м, а длина волны $\lambda = 30$ м. Входное сопротивление приемника $R_n = 200$ Ом. Потерями в антенне пренебречь.

2. Резонансная щелевая полуволновая антенна имеет длину $2l = 14$ см и принимает сигналы частотой $f = 1$ ГГц. Определить ширину щели.

3. Определить входное сопротивление несимметричного вертикального заземленного вибратора, установленного над идеально проводящей землей, при относительной высоте вибратора h/λ , равной: а) 0,125; б) 0,25; в) 0,3; г) 0,5; д) 0,8. Волновое сопротивление вибратора $w_e = 500$ Ом.

4. Оптимальный E – плоскостной секториальный рупор имеет КНД $D_0 = 40$ при длине $L_{opt}^E = 80$ см. Определить длину волны, на которой работает антенна, и ширину ее ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E , если один из размеров раскрытия рупора равен $a_p = 2,3$ см.

5. Определить в плоскости E ширину ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности директорной антенны, имеющей соответственно 2, 3, 4, 5, 6, и 10 директоров. По полученным данным построить графическую зависимость $2\theta_{0,5}^E = f(N)$, где N – полное число вибраторов в антенне.

Вариант № 4

1. Определить максимальную мощность, которую может отдать в согласованную нагрузку приемный полуволновой вибратор длиной $2l = 10$ м при напряженности электрического поля в точке приема $E = 100$ мкВ/м. Найти эффективную площадь этого вибратора, пренебрегая потерями в нем.

2. Определить амплитуду тока у основания несимметричного вертикального заземленного вибратора, если мощность, подводимая к нему $P = 40$ кВт, а входное сопротивление вибратора $R_{вх} = 80$ Ом.

3. Несимметричный вертикальный заземленный вибратор имеет высоту $h = 100$ м и волновое сопротивление $w_в = 300$ Ом. Активная составляющая входного сопротивления вибратора $R_{вх} = 4,8$ Ом. Рассчитать элемент настройки вибратора, сопротивление излучения, отнесенное к максимуму тока и к току у основания вибратора, а также КПД при работе на волне длиной $\lambda = 800$ м.

4. Эффективная поверхность оптимальной E – плоскостной секториальной рупорной антенны $S_{эф} = 0,64S = 180$ см². Определить КНД и ширину ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E при работе на волне длиной $\lambda = 6$ см, если один из размеров раскрыва рупора равен $a_p = 5,8$ см.

5. Директорная антенна, имеющая $N = 7$ вибраторов, настроена в резонанс на среднюю частоту третьего телевизионного канала $f = 80$ МГц. Полная длина антенны $L = 2,4$ м. Определить КНД, эффективную площадь и ширину ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E .

Вариант № 5

1. Мощность, отдаваемая приемной антенной в несогласованную нагрузку, $P = 1$ мВт. Сопротивление излучения антенны $R_{из} = 300$ Ом, а возбуждаемая в ней ЭДС $\mathcal{E} = 400$ мВ. Определить коэффициент согласования антенны с нагрузкой. Потери пренебречь.

2. Определить максимальные напряженности электрического и магнитного полей, создаваемые несимметричной вертикальной заземленной четвертьволновой антенной в точке приема на расстоянии $r = 120$ км от антенны, если подводимая к ней мощность $P = 10$ кВт, а активная составляющая входного сопротивления $R_{вх} = 40$ Ом.

3. Определить параметры (резонансную длину волны, эффективную высоту, входное сопротивление, КПД) несимметричного вертикального

заземленного четвертьволнового вибратора высотой $h = 140$ м, радиус которого $a = 3$ мм, а сопротивление потерь $R_{\Pi} = 6,5$ Ом.

4. Определить размеры раскрыва оптимального пирамидального рупора, КНД которого $D_0 = 30$, если ширина ДН рупора на уровне 0,5 по мощности в главных плоскостях одинакова ($2\theta_{0,5}^H = 2\theta_{0,5}^E$), а длина волны $\lambda = 3$ см.

5. Синфазная волноводно-щелевая антенна, имеющая $N = 20$ продольных полуволновых щелей, работает на волне $\lambda = 8$ см. На какое расстояние следует сместить щели относительно узкой стенки волновода, чтобы в нем установился режим бегущих волн? Сечение волновода $a \times b = 6,1 \times 1$ см.

Вариант № 6

1. Определить мощность, отдаваемую приемной антенной в нагрузку, несогласованную с фидером, при условии, что входное сопротивление антенны равно волновому сопротивлению фидера, а коэффициент бегущей волны в фидере КБВ = 0,8. Антенна работает на волне длиной $\lambda = 10$ см и имеет КУ $G_0 = 500$. Напряженность электрического поля в точке приема $E = 1$ мВ/м, КПД антенно-фидерного устройства $\eta_{АФУ} = 1$.

2. Тонкий симметричный вибратор длиной $2l = 0,08$ м на частоте $f = 3$ ГГц возбуждается переменной ЭДС. Амплитуда тока в точках возбуждения вибратора равна 1А. Найти амплитуду напряженности электрического поля в точке, расположенной в его экваториальной плоскости на расстоянии $r = 1000$ м от центра вибратора.

3. Симметричный вибратор длиной $2l = 3\lambda/4$ выполнен из круглого проводника с относительным диаметром $2a/\lambda = 0,02$. Рассчитать активную и реактивную составляющие входного сопротивления вибратора, пренебрегая потерями.

4. Определить КНД и ширину ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E оптимального конического рупора, возбуждаемого на волне длиной $\lambda = 3,2$ см. Длина рупора $L_{omn} = 6$ см.

5. Несинфазная волноводно-щелевая антенна, выполненная на волноводе сечением $a \times b = 2,85 \times 1,26$ см, работает на волне $\lambda = 3,8$ см. Определить, на какой угол (в радианах) смещается главный максимум нормированной амплитудной ДН антенны относительно нормали к широкой стенки волновода при: а) синфазно связанных с полем волновода щелях; б) переменноразно связанных щелях со сдвигом фаз $\Delta\Phi = 3,4$ рад между соседними щелями.

Вариант № 7

1. Антенна, принимающая сигнал на частоте $f = 3000$ МГц, имеет параметры: $S_{эф} = 1,4$ м²; $D = 2000$. Определить собственную шумовую температуру антенны, если температура окружающей среды $T_0 = 300^\circ$ К.

2. Симметричный вибратор длиной $2l = 0,4$ м работает на волне длиной $\lambda = 0,5$ м. Определить КНД в направлении максимума ДН.

3. Симметричный вибратор имеет волновое сопротивление $w_e = 800 \text{ Ом}$ и диаметр $2a = 10 \text{ мм}$. Определить рабочую частоту, пренебрегая эффектом укорочения вибратора.

4. Оптимальная коническая рупорная антенна имеет КНД $D_0 = 50$. Длина рупора $L_{\text{онт}} = 40 \text{ см}$. Определить длину волны, на которой работает антенна, и ширину ее ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E .

5. Определить сопротивление излучения и КНД антенны, состоящей из двух синфазных активных полуволновых вибраторов, питаемых токами с одинаковыми амплитудами. Расстояние между вибраторами $d = \lambda/2$.

Вариант № 8

1. Сопротивление излучения элементарного электрического вибратора $R_{\Sigma} = 0,2 \text{ Ом}$. Напряженность магнитного поля на расстоянии $r = 500 \text{ м}$ от вибратора в направлении его максимального излучения $H_{\phi} = 10 \text{ мкА/м}$. Определить амплитуду тока в вибраторе.

2. Определить эффективную длину симметричного полуволнового вибратора, работающего на частоте $f = 30 \text{ МГц}$.

3. Открытый конец прямоугольного волновода характеризуется параметрами: $2\theta_{0,5}^H = 2 \text{ рад}$, $D_0 = 1,5$. Определить относительные (волновые) размеры сечения волновода.

4. Определить КБВ в фидере рупорного облучателя параболической антенны с осесимметричным зеркалом, относительный диаметр раскрыва которого $d_p/\lambda = 12$, а половина угла раскрыва зеркала $\psi_p = 0,78 \text{ рад}$. КНД облучателя равен $D_{\text{обл}} = 5,6$.

5. Антенна, состоящая из двух активных полуволновых вибраторов, расположенных на расстоянии $d = 0,8\lambda$ друг от друга, питается так, что отношение амплитуд токов в вибраторах $m = 0,5$, а сдвиг фаз $\Delta\Phi = \pi$. Определить сопротивление излучения и КНД антенны.

Вариант № 9

1. Напряженность магнитного поля на расстоянии $r = 5 \text{ км}$ от элементарной излучающей щели в направлении ее максимального излучения $H_{\theta} = 25 \text{ мкА/м}$. Щель имеет размеры $l = 2 \text{ см}$, $b = 1 \text{ мм}$ и возбуждается на частоте $f = 300 \text{ МГц}$. Определить напряженность электрического поля в щели.

2. Приемный полуволновой вибратор без потерь работает на частоте $f = 300 \text{ МГц}$ и максимумом ДН ориентирован на передатчик. Определить мощность, которая выделяется в согласованной нагрузке вибратора, если известно, что амплитуда напряженности электрического поля в месте приема равна 1 мВ/м .

3. Определить ширину ДН (в радианах) в главных плоскостях и КНД излучателя в виде открытого конца круглого волновода, возбуждаемого на волне длиной $\lambda = 3,2 \text{ см}$. Внутренний диаметр волновода $2a = 2,4 \text{ см}$.

4. КБВ в фидере рупорного облучателя параболической антенны с осесимметричным зеркалом равен 0,75. Во сколько раз нужно увеличить фокусное расстояние антенны, чтобы получить КБВ = 0,9?

5. Определить сопротивление излучения антенны, состоящей из полуволновых активного и пассивного вибраторов, если $R_{\Sigma 1} = R_{\Sigma 2} = 73 \text{ Ом}$; $X_{\Sigma 2} = 30 \text{ Ом}$; $X_{H2} = 0$; $d = 0,1\lambda$.

Вариант № 10

1. Определить параметры поляризации эллипса передающей антенны, если отношение амплитуд ортогональных компонент излучаемого поля $m = 0,7$; разность их фаз $\psi = \pi/4$ радиан.

2. Два симметричных полуволновых вибратора без потерь расположены на расстоянии $r = 1000 \text{ м}$ так, что их оси параллельны друг другу и перпендикулярны прямой, проходящей через центры вибраторов. Один из вибраторов работает в режиме передачи, другой – в режиме приема. Длина волны генератора $\lambda = 1 \text{ м}$. Определить мощность, выделяемую в согласованной нагрузке приемного вибратора, если известно, что амплитуда тока на входе передающего вибратора равна 1А. Найти также эффективную высоту приемного вибратора и амплитуду ЭДС, наведенной в этом вибраторе электромагнитной волной, излучаемой передающим вибратором.

3. Определить ширину ДН (в радианах) в главных плоскостях и КНД оптимального E – плоскостного секториального рупора, возбуждаемого прямоугольным волноводом на волне длиной $\lambda = 9 \text{ см}$. Длина рупора $L_{\text{опт}}^E = 80 \text{ см}$. Размеры волновода: $a = 7,2 \text{ см}$, $b = 3,4 \text{ см}$.

4. Определить диаметр раскрыва и фокусное расстояние параболической антенны с осесимметричным зеркалом, работающей на волне длиной $\lambda = 2 \text{ см}$ и имеющей КНД $D_0 = 10000$. Угол раскрыва зеркала $2\psi_p = 1,6 \text{ рад}$.

5. Сопротивление излучения антенны, состоящей из полуволнового активного и полуволнового пассивного вибраторов, равно $R_{\Sigma C} = 50 \text{ Ом}$. Известно, что ток в пассивном вибраторе опережает по фазе ток в активном вибраторе на угол $\Delta\Phi = 2 \text{ рад}$. Во сколько раз амплитуда тока в пассивном вибраторе меньше амплитуды тока в активном вибраторе, если расстояние между вибраторами $d = 0,15\lambda$?

Вариант № 11

1. Нормированные амплитудные ДН передающей антенны в главных плоскостях описываются выражениями $\bar{F}(\theta^E) = \cos \theta^E$, $\bar{F}(\theta^H) = \cos^2 \theta^H$. Определить КНД антенны.

2. Определить эффективную длину и сопротивление излучения в точке питания и в максимуме тока симметричного вибратора при его относительной длине $2l/\lambda$, равной: а) $3/20$; б) $1/4$; в) $1/2$.

3. Оптимальная пирамидальная рупорная антенна имеет КНД $D_0 = 1000$ при длине $L_{opt} = 1,21$ м. Определить длину волны, на которой работает антенна, и ширину ее ДН (в радианах) в плоскостях H и E .

4. Рассчитать, на какое расстояние необходимо вынести из фокуса параболоида вращения ($d_p = 3,5$ м; $f = 2,1$ м) фазовый центр облучателя для того, чтобы направление главного максимума амплитудной ДН антенны составляло с фокальной осью угол $\delta\theta = 2\theta_{0,5}^E$, где $2\theta_{0,5}^E$ – ширина луча антенны на уровне 0,5 по мощности в плоскости E . Длина волны $\lambda = 10$ см.

5. Определить коэффициент направленного действия двух синфазных полуволновых вибраторов, расположенных параллельно друг другу на расстоянии $d = 0,5\lambda$ и имеющих общую экваториальную плоскость.

Вариант № 12

1. Максимальная частота рабочего диапазона антенны $f_{max} = 10$ МГц, а минимальная $f_{min} = 6$ МГц. Чему равны относительная ширина полосы рабочих частот и коэффициент перекрытия диапазона антенны?

2. Определить входное сопротивление симметричного вибратора длиной $2l = 2$ м, работающего на волне длиной $\lambda = 5$ м, если его волновое сопротивление $w_g = 360$ Ом.

3. Эффективная поверхность оптимальной пирамидальной рупорной антенны $S_{эф} = 1$ м². Определить ширину ДН (в радианах) в главных плоскостях и КНД антенны при работе на частоте $f = 3$ ГГц.

4. Определить толщину и половину угла раскрыва (в радианах) гладкой диэлектрической линзы, изготовленной из полистирола ($n = 1,6$) и рассчитанной для работы на волне длиной $\lambda = 3,2$ см, если диаметр раскрыва и фокусное расстояние линзы одинаковы: $d_p = f = 15 \lambda$.

5. Определить сопротивление излучения симметричного волнового вибратора, отнесенное к его току в максимуме, рассматривая этот вибратор как систему, состоящую из двух связанных полуволновых вибраторов.

Вариант № 13

1. Определить ЭДС, возбуждаемую в круглой рамочной антенне. Антенна расположена под углом $\theta = (\pi/9)$ радиан к направлению на

передатчик, работающий на волне $\lambda = 100 \text{ м}$ и создающий напряженность электрического поля в точке приема $E = 480 \text{ мкВ/м}$. Параметры антенны: $G_0 = 1,5$; $R_{ex} = 5 \text{ Ом}$; $\bar{F}(\theta) = \sin \theta$. Плоскости поляризации приемной и передающей антенн совпадают.

2. Определить величину и характер реактивной составляющей входного сопротивления симметричного вибратора, имеющего длину $2l = 3 \text{ м}$ и волновое сопротивление $w_g = 400 \text{ Ом}$. Частота генератора $f = 75 \text{ МГц}$.

3. Оптимальный конический рупор, работающий на частоте $f = 6 \text{ ГГц}$, имеет диаметр раскрыва $2a_p = 20 \text{ см}$. Какого диаметра нужно взять раскрыв рупора и на сколько сантиметров при этом следует удлинить рупор, чтобы увеличить его КНД в два раза?

4. Определить толщину и половину угла раскрыва (в радианах) гладкой металлопластинчатой линзы при расстоянии между пластинами $a = 6 \text{ см}$, длине волны $\lambda = 10 \text{ см}$ и размерах линзы $d_p = f = 1,5 \text{ м}$.

5. Определить угол (в радианах), на который смещается главный максимум излучения линейной равноамплитудной эквидистантной решетки, состоящей из $N = 17$ изотропных излучателей, при разности фаз между токами соседних излучателей $\Delta\Phi = \pi/4$ и ширине ДН антенны $2\theta_{0,5} = 0,21 \text{ рад}$.

Вариант № 14

1. Определить максимальную ЭДС, возбуждаемую в приемной антенне электромагнитной волной длиной $\lambda = 49 \text{ м}$ и с напряженностью электрического поля $E = 10 \text{ мкВ/м}$, при условии, что антенна имеет КНД $D_0 = 50$, а ее сопротивление излучения $R_\Sigma = 1200 \text{ Ом}$.

2. Симметричный вибратор имеет размеры: длина $2l = 18 \text{ см}$, диаметр $2a = 12 \text{ мм}$. Определить величину и характер реактивной составляющей входного сопротивления вибратора на частоте $f = 750 \text{ МГц}$.

3. Определить диаметр раскрыва и фокусное расстояние параболической антенны с осесимметричным зеркалом, ширина ДН которой в плоскости H равна $2\theta_{0,5}^H = 17,5 \text{ мрад}$. Длина рабочей волны $\lambda = 3,2 \text{ см}$, а половина угла раскрыва зеркала $\psi_p = 0,86 \text{ рад}$.

4. Определить толщину, половину угла раскрыва (в радианах) и КУ гладкой диэлектрической линзы ($n = 1,5$; $\text{tg} \delta = 4 \cdot 10^{-4}$), работающей на волне длиной $\lambda = 5 \text{ см}$, если раскрыв линзы имеет форму круга диаметром $d_p = 20 \lambda$, а фокусное расстояние линзы $f = d_p$. Рассчитать технические допуски на точность изготовления такой антенны.

5. Определить сопротивление излучения линейной эквидистантной ($d = \lambda/2$) антенной решетки, состоящей из $N = 4$ синфазных полуволновых вибраторов и настроенного рефлектора. Расстояние между вибраторами, а также рефлектором равно $\lambda/2$.

Вариант № 15

1. Приемная антенна имеет параметры: $l_{эф} = 1,4 \text{ м}$; $R_{ex} = 75 \text{ Ом}$. Определить максимальную мощность, отдаваемую антенной в согласованную нагрузку, если напряженность электрического поля в точке приема $E = 200 \text{ мкВ/м}$.

2. Входное сопротивление симметричного волнового вибратора $R_{ex} = 3,2 \text{ кОм}$. Определить диаметр вибратора, если частота генератора $f = 75 \text{ МГц}$.

3. Облучатель параболической антенны с осесимметричным зеркалом, фокусное расстояние которого равно радиусу зеркала и составляет 50 см , смещен в направлении, перпендикулярном фокальной оси, на расстояние $\Delta x = 6 \text{ см}$. Облучатель вращается вокруг оси зеркала. Определить угловое смещение (в радианах) максимума ДН антенны.

4. Определить КБВ в фидере и КНД металлопластинчатой линзы, расстоянии между пластинами которой $a = 1,5 \text{ см}$, длина волны $\lambda = 2 \text{ см}$, а размеры линзы $d_p = f = 40 \text{ см}$.

5. Определить сопротивление излучения линейной эквидистантной ($d = \lambda/2$) антенной решетки, состоящей из $N = 3$ синфазных полуволновых элементов: двух вибраторов и настроенного рефлектора. Расстояние между вибраторами, а также рефлектором равно $\lambda/2$.

Вариант № 16

1. Определить мощность, отдаваемую приемной антенной в несогласованную по поляризации нагрузку ($\chi = 0,6 \text{ рад}$) при напряженности электрического поля в точке приема $E = 400 \text{ мкВ/м}$. Антенна работает на волне длиной $\lambda = 3 \text{ м}$ и имеет КУ $G_0 = 25$.

2. Определить резонансную длину симметричного полуволнового вибратора, имеющего диаметр $2a = 10 \text{ мм}$ и работающего на частоте $f = 150 \text{ МГц}$.

3. Определить КУ и КПД гладкой диэлектрической линзы, изготовленной из полистирола ($n = 1,6$; $\text{tg } \delta = 7 \cdot 10^{-4}$) и работающей на частоте $f = 15 \text{ ГГц}$, если диаметр раскрыва и фокусное расстояние линзы одинаковы и равны $d_p = f = 26 \text{ см}$.

4. Определить толщину и фокусное расстояние гладкой полистироловой ($n = 1,6$) линзы, с помощью которой может быть сформирован плоский фазовый фронт в раскрыве оптимального конического рупора диаметром $d_p = 72 \text{ см}$, работающего на волне длиной $\lambda = 8 \text{ см}$. Определить также КНД рупора с линзой и без нее, считая, что характер изменения амплитуды поля в раскрыве линзы такой же, как и в раскрыве рупора без линзы.

5. Определить ширину ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскости H директорной антенны, эффективная площадь которой $S_{эф} = 9 \text{ м}^2$. Длина волны $\lambda = 3 \text{ м}$.

Вариант № 17

1. Эффективная площадь приемной антенны $S_{эф} = 3,6 \text{ м}^2$. Определить максимальную мощность, отдаваемую антенной в согласованную нагрузку, если напряженность электрического поля в точке приема $E = 150 \text{ мкВ/м}$.

2. Волновое сопротивление симметричного полуволнового вибратора $w_с = 600 \text{ Ом}$. Определить резонансную длину вибратора, если его диаметр $2a = 16 \text{ мм}$.

3. Определить толщину, фокусное расстояние и число пластин гладкой металлопластинчатой линзы, с помощью которой может быть сформирован плоский фазовый фронт в раскрыве оптимального H – плоскостного секториального рупора, имеющего размеры $a_p \times b = 73 \times 3,4 \text{ см}$. Длина рабочей волны $\lambda = 10 \text{ см}$, показатель преломления линзы $n = 0,55$. Определить также КНД рупора с линзой и без нее, считая, что характер изменения амплитуды поля в раскрыве линзы такой же, как и в раскрыве рупора без линзы.

4. На какой угол (в радианах) относительно фокальной оси отклоняется главный максимум ДН гладкой полиэтиленовой ($n = 1,5$) линзовой антенны при выносе облучателя из фокуса на расстояние $\Delta x = 4 \text{ см}$ в направлении, перпендикулярном ее фокальной оси? Линза имеет $f = d_p$.

5. Ширина ДН на уровне 0,5 по мощности в плоскости H директорной антенны $2\theta_{0,5}^H = 0,35 \text{ рад}$. На какой частоте работает антенна, если ее эффективная площадь $S_{эф} = 5,5 \text{ м}^2$?

Вариант № 18

1. Определить эффективную площадь симметричного приемного вибратора без потерь длиной $2l = 3\lambda/4$. Во сколько раз эта площадь больше действующей площади приемного полуволнового вибратора?

2. Волновое сопротивление симметричного волнового вибратора $w_с = 360 \text{ Ом}$. Определить диаметр вибратора, если его длина $2l = 30 \text{ см}$. Эффектом укорочения вибратора пренебречь.

3. Определить ширину ДН (в радианах) в главных плоскостях и КНД излучателя в виде открытого конца прямоугольного волновода с волной основного типа и сечением $a \times b = 6,1 \times 1 \text{ см}$, работающего на частоте $f = 5 \text{ ГГц}$.

4. Главный максимум амплитудной ДН гладкой полиэтиленовой ($n = 1,5$) линзовой антенны при выносе облучателя из фокуса в направлении, перпендикулярном ее фокальной оси, на расстояние $\Delta x = 6 \text{ см}$ отклоняется относительно фокальной оси антенны на угол $\delta\theta = 175 \text{ мрад}$. Определить

толщину линзы, если диаметр ее раскрыва и фокусное расстояние одинаковы $d_p = f$.

5. Записать выражение для нормированной амплитудной ДН в продольной плоскости синфазной волноводно-щелевой антенной решетки, состоящей из $N = 16$ поперечных щелей, прорезанных в широкой стенке прямоугольного волновода, размер которой $a = 1,7$ см. Длина волны в волноводе $\lambda_g = 3,7$ см.

Вариант № 19

1. Во сколько раз максимальная мощность полезного сигнала на выходе приемной антенны будет меньше мощности сигнала, излучаемого передающей антенной, если расстояние между антеннами $r = 10$ км, длина рабочей волны $\lambda = 30$ см, а КУ антенн одинаковы $G_{nep} = G_{np} = 1000$?

2. Определить резонансную длину плоской щелевой полуволновой антенны, работающей на волне длиной $\lambda = 80$ см. Ширина щели b равна: а) 4 см; б) 2 см.

3. Во сколько раз ширина ДН открытого конца прямоугольного волновода на уровне 0,5 по мощности в плоскости E больше ширины ДН на том же уровне в плоскости H , если размеры сечения волновода связаны соотношением $a = 2b$?

4. Рассчитать и построить в плоскостях E и H нормированные амплитудные ДН антенны, состоящей из двух активных полуволновых вибраторов, питаемых токами с одинаковыми амплитудами и сдвигом фаз $\Delta\Phi = \pi/2$. Расстояние между вибраторами $d = \lambda/2$. Определить сопротивление излучения и КНД антенны.

5. Синфазная волноводно-щелевая антенная решетка, имеющая $N = 10$ продольных полуволновых щелей, работает на волне длиной $\lambda = 8$ см. На какое расстояние следует сместить щели относительно узкой стенки волновода, чтобы в нем установился режим бегущих волн? Сечение волновода $a \times b = 6,1 \times 1$ см.

Вариант № 20

1. Мощность сигнала, излучаемого передающей антенной на частоте $f = 30$ МГц, составляет $P_{nep} = 15$ Вт. Какой КУ должна иметь приемная антенна, установленная на расстоянии $r = 1$ км от передающей, чтобы максимальная мощность принимаемого сигнала была $P_{np} = 1$ мВт? КУ передающей антенны $G_{nep} = 10$.

2. Несимметричная вертикальная заземленная антенна имеет высоту $h = 200$ м и работает на волне длиной $\lambda = 1400$ м. Амперметр у основания антенны показывает силу тока $I = 45$ А. Определить мощность, излучаемую антенной. Потери не учитывать.

3. КНД открытого конца круглого волновода, возбуждаемого на волне $\lambda = 10$ см, равен $D_0 = 3$. Определить внутренний диаметр волновода.

4. Определить сопротивление излучения антенны, состоящей из полуволновых активного и пассивного вибраторов при расстоянии между

ними $d = 0,225\lambda$. Считать, что пассивный вибратор настроен с помощью реактивного сопротивления X_{H2} так, что его ток опережает по фазе ток активного вибратора на угол $\Delta\Phi = \pi/2$. Реактивная составляющая сопротивления пассивного вибратора равна $X_{\Sigma\Pi2} = 42,5 \text{ Ом}$.

5. Синфазная волноводно-щелевая антенна, имеющая $N = 10$ поперечных полуволновых щелей, работает на волне длиной $\lambda = 10 \text{ см}$. На какое расстояние следует сместить щели относительно узкой стенки волновода, чтобы в нем установился режим бегущих волн? Сечение волновода $a \times b = 7,2 \times 3,4 \text{ см}$.

Вариант № 21

1. Элементарный электрический вибратор длиной $l = 20 \text{ см}$ возбуждается током, амплитуда которого $I = 5 \text{ А}$, а частота $f = 30 \text{ МГц}$. Определить напряженности электрического и магнитного полей в точке наблюдения, находящейся на расстоянии $r = 1 \text{ км}$ от вибратора под углом $\theta = \pi/4$ к его оси. Чему равно сопротивление излучения вибратора?

2. Определить волновое сопротивление несимметричного вертикального заземленного вибратора высотой $h = 120 \text{ м}$ при его диаметре $2a = 8 \text{ мм}$.

3. Во сколько раз ширина ДН открытого конца круглого волновода на уровне 0,5 по мощности в плоскости H больше ширины ДН на том же уровне в плоскости E ?

4. Два одинаковых симметричных вибратора длиной $2l = 0,8\lambda$ расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 0,25\lambda$. Вибраторы возбуждаются синфазными токами, амплитуды которых на входных зажимах вибраторов одинаковы и равны 1 А . Определить амплитуды напряженности электрического поля: а) в точке, находящейся в плоскости расположения вибраторов на оси системы и на расстоянии $r = 1000 \text{ м}$ от ее центра; б) в точке, находящейся в плоскости, ортогональной плоскости расположения вибраторов, на второй оси системы и на расстоянии $r = 1000 \text{ м}$ от ее центра.

5. Синфазная волноводно-щелевая антенная решетка, имеющая $N = 10$ поперечных полуволновых щелей, работает на волне длиной $\lambda = 13 \text{ см}$. На какое расстояние следует сместить щели относительно узкой стенки волновода, чтобы в нем установился режим бегущих волн? Сечение волновода $a \times b = 7,2 \times 3,4 \text{ см}$.

Вариант № 22

1. Элементарная рамка диаметром $d_p = 6 \text{ см}$ возбуждается током, амплитуда которого $I = 1 \text{ А}$, а частота $f = 300 \text{ МГц}$. Определить напряженности электрического и магнитного полей в точке наблюдения, находящейся на расстоянии $r = 30 \text{ м}$ от рамки под углом $\theta = 2\pi/5$ к ее оси.

2. Несимметричная вертикальная заземленная антенна имеет высоту $h = 50 \text{ м}$. Сопротивление излучения антенны, отнесенное к максимуму тока, $R_{\Sigma\Pi} = 100 \text{ Ом}$. Определить эффективную высоту антенны.

3. КНД открытого конца круглого волновода $D_0 = 5$. Определить ширину ДН (в радианах) на уровне 0,5 по мощности в плоскостях H и E .

4. Два симметричных полуволновых вибратора расположены на расстоянии $r = 1000$ м друг от друга так, что их оси параллельны друг другу и перпендикулярны прямой, проходящей через центры вибраторов. Один из вибраторов работает в режиме передачи, другой – в режиме приема. Длина волны $\lambda = 1$ м. Определить мощность, выделяемую в согласованной нагрузке приемного вибратора, если известно, что амплитуда тока на входных зажимах передающего вибратора равна 1 А. Определить также действующую длину приемного вибратора и амплитуду ЭДС, наведенной в этом вибраторе электромагнитной волной, излучаемой передающим вибратором.

5. Главный максимум несинфазной волноводно-щелевой антенной решетки, выполненной на волноводе сечением $a \times b = 5,8 \times 2,5$ см, смещен относительно нормали к широкой стенке волновода на угол $\delta\theta = 0,1$ рад. На какой частоте работает антенна, если сдвиг фаз между соседними щелями, переменнoфазно связанными с полем волновода, равен $\Delta\Phi = 3,9$ рад?

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Фролов В.Г. Антенны и фидерные тракты для радиорелейных линий связи.- М., Радио и связь, 2001.
2. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн: Учебник для вузов/-2-е изд.-М., Горячая линия-Телеком, 2003.

Дополнительная

3. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муровцов А.Д. Техническая электродинамика/ Ред. Ю.В. Пименов, Учебное пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 2000.-531с.
4. Гошин Г.Г. Антенны и фидеры. Сб. задач. – Томск, ТУСУР, 2003.
5. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ.- М.: Высшая школа, 1988. .-432с.
6. Микроэлектронные устройства СВЧ./ Под ред. Г.И. Веселова.- М: Высшая школа. 1988-280 с.
7. Лебедев И.В. Техника и приборы СВЧ ч.1.-М.: Высшая школа. 1970
8. Веселов Г.И., Егоров Е.Н., Алехин Ю.Н. и др. Микроэлектронные устройства СВЧ.- М.: Высшая школа, 1988.-
9. Смит Ф. Круговые диаграммы в радиоэлектронике. – М.: Связь, 1976.
10. Маттей Д.Л., Янг Л., Джонс Е.М.Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи.-М.: Связь, 1971-1972.-Т. 1.-440 с.- Т.2.-496С.
11. Замотринский В.А., Шангина Л.И. Устройства СВЧ и антенны. Устройства СВЧ. Томск: ТМЦДО, 2001. - 158с.
12. Гошин Г.Г. Устройства СВЧ и антенны. Антенны. омск: ТМЦДО, 2001. - 122с.
13. Сборник задач по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн». Под редакцией С.И. Баскакова.- М.: Высшая школа, 1981.
14. Хмель В.Ф., Чаплин А.Ф., Шумлянский И.И. Антенны и устройства СВЧ (Сборник задач). Киев: Выща школа, 1990. - 232 с.

Учебное издание

Г.Г.Гошин, В.А.Замотринский, Л.И. Шангина

УСТРОЙСТВА СВЧ И АНТЕННЫ

Учебное методическое пособие

по практическим занятиям по дисциплине «Устройства СВЧ и антенны»
предназначено для студентов направлений подготовки «Радиотехника»-
210300; «Телекоммуникации»- 210400

Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л..

Тираж экз. Заказ

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники.
634050, Томск, пр. Ленина, 40.
Тел. (3822) 533018.