Федеральное агентство по образованию
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники
(ТУСУР)

Кафедра механики и графики

ЛЮКШИН Б.А.

НАХОЖДЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
по механике и прикладной механике

Томск
2012

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Данные методические указания позволят закрепить теоретические знания по теме «Центр тяжести тела». Работа формирует представление о методах нахождения центра тяжести однородной плоской фигуры.

Для студентов любых специальностей изучающих учебные дисциплины «Механика» и «Прикладная механика».

Студенты могут использовать полученные представления, знания и опыт для решения задач при выполнении расчетно-практических работ в реальных условиях.

Цель работы

Определить координаты центра тяжести однородной плоской пластины и оценить погрешность полученных значений координат.

Сведения из теории

Центром тяжести твердого тела называется связанная с этим телом точка, через которую проходит линия действия равнодействующей сил тяжести, действующих на частицы данного тела, при любом положении тела в пространстве. Координаты центра тяжести x_c, y_c, z_c как центра параллельных сил F_k определяются формулами

$$x_c = \Sigma F_k x_k/R, \quad y_c = \Sigma F_k y_k/R, \quad z_c = \Sigma F_k z_k/R. \tag{1}$$

где x_k, y_k, z_k - координаты точек приложения сил F_k, действующих на частицы тела. Центр тяжести может не принадлежать телу в буквальном смысле – например, для кольца центры тяжести и симметрии совпадают, так что центр тяжести находится вне кольца, «в пустом месте».

Основные положения:

1. Если тело обладает симметрией относительно центра, оси или плоскости, то центр тяжести соответственно совпадает с центром, лежит на оси или в плоскости.

2. Если центры тяжести отдельных частей тела лежат на одной прямой (плоскости), то и центр тяжести лежит на этой прямой (плоскости).

3. Если тело имеет полости (пустоты), то его можно рассматривать как систему, состоящую из сплошного тела и тел в форме пустот, имеющих отрицательную массу (метод отрицательных масс).

4. Если тело можно разбить на конечное число частей, для каждой из которых положение центра тяжести известно, то координаты центра тяжести всего тела можно вычислить по формулам (1). Число слагаемых в каждой из сумм будет равно числу частей, на которые разбито тело.

Центр тяжести параллелограмма (ромба, прямоугольника) находится в точке пересечения диагоналей.

Центр тяжести треугольника находится в точке пересечения медиан.

Центр тяжести C сектора находится по формуле

$$x_c = 2R\sin\alpha/3\alpha,$$

где x_c отсчитывается от центра сектора, R – радиус сектора, α – половина центрального угла в вершине сектора (рис. 2). Так, при определении центра тяжести полукруга нужно принять $\alpha = \pi / 2$.

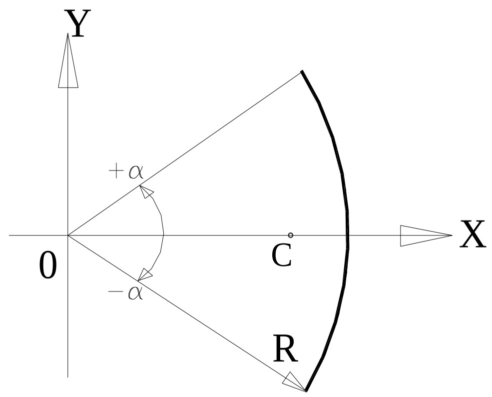

Рис. 1. К определению центра тяжести сектора

Расчетные формулы

Если тело представляет собой однородную плоскую и тонкую пластину, из (1) можно получить следующие формулы:

$$x_c = \Sigma s_k x_k/S, \quad y_c = \Sigma s_k y_k/S. \tag{2}$$

где S – площадь всей пластины; s_k – площади ее частей.

Расчет погрешностей

Различают два вида погрешностей - абсолютную и относительную.
Абсолютная погрешность некоторого числа равна разности между его истинным значением и приближенным значением, полученным в результате вычисления или измерения.

Относительная погрешность - это отношение абсолютной погрешности к приближенному значению числа.
Таким образом, если a - приближенное значение числа x, то выражения для абсолютной и относительной погрешностей запишутся соответственно в виде

$$\Delta x = x - a, \quad \delta x = \frac{\Delta x}{a}$$

При сложении или вычитании чисел их абсолютные погрешности складываются. Относительная погрешность суммы заключена между наибольшим и наименьшим значениями относительных погрешностей слагаемых; на практике принимается наибольшее значение. При умножении или делении чисел друг на друга их относительные погрешности складываются. При возведении в степень приближенного числа его относительная погрешность умножается на показатель степени. Для случая двух приближенных чисел a и b эти правила можно записать в виде формул:

$$\Delta\,(a \pm b) = \Delta\, a + \Delta\, b$$

$$\Delta\,(a \times b) = \Delta\, a \times b + \Delta\, b \times a,$$

и.т.д.

Справедлива следующая теорема.

Теорема. Предельная абсолютная погрешность вычисления функции равна произведению абсолютной величины ее производной на предельную абсолютную погрешность аргумента.

Абсолютная погрешность прямых измерений задана в условиях задач.
Абсолютные погрешности более сложных выражений определяются по правилам, приведенным выше.

Порядок выполнения работы

1. Разбиваем плоскую фигуру на простые отдельные части, положение центра тяжести которых известны.
2. Выбираем систему координат. Вычисляем площади и координаты x_k, y_k центров тяжести отдельных частей. Площади вырезанных частей берем со знаком минус.
3. Находим общую площадь фигуры по формуле
4. Определяем координаты центра тяжести фигуры.
5. Рассчитываем погрешность определения координат центра тяжести.

Большинство задач на определение центра тяжести допускает несколько способов разбиения фигуры. Этим можно воспользоваться для проверки результата.

Далее принять, что все линейные размеры даны с погрешностью не более 0.5 мм, а углы с погрешностью не более 1^{o} .

Определить максимальную абсолютную погрешность определения координат центра тяжести.

Результаты:

$S =$ $\pm$ $x_c =$ $\pm$ $y_c =$ $\pm$

Вариант 1

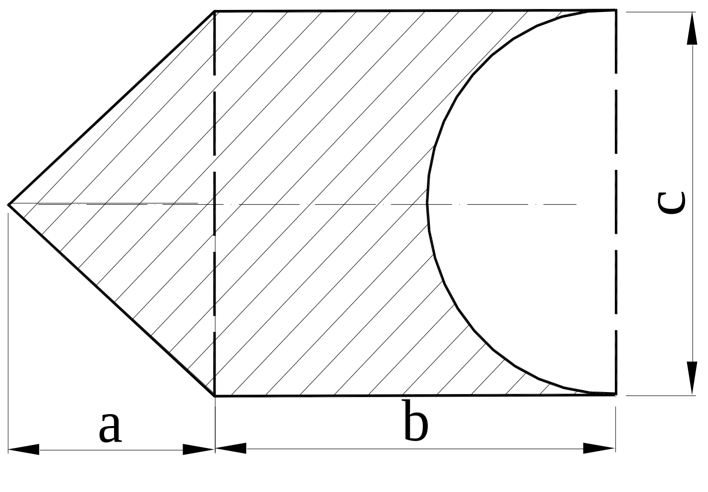

Рис. 2. Чертеж плоской фигуры (заштрихованная область) и пример разбиения ее на части штриховыми линиями

Схема на рис. 2. Здесь и далее размеры в см. Начало отсчета в левой вершине треугольника.

№ варианта	*a*	*b*	*c*
1	8	12	10
2	6	12	12
3	8	10	10
4	5	8	8
5	12	12	12

Вариант 2

Схема на рис. 3. Начало отсчета в точке А.

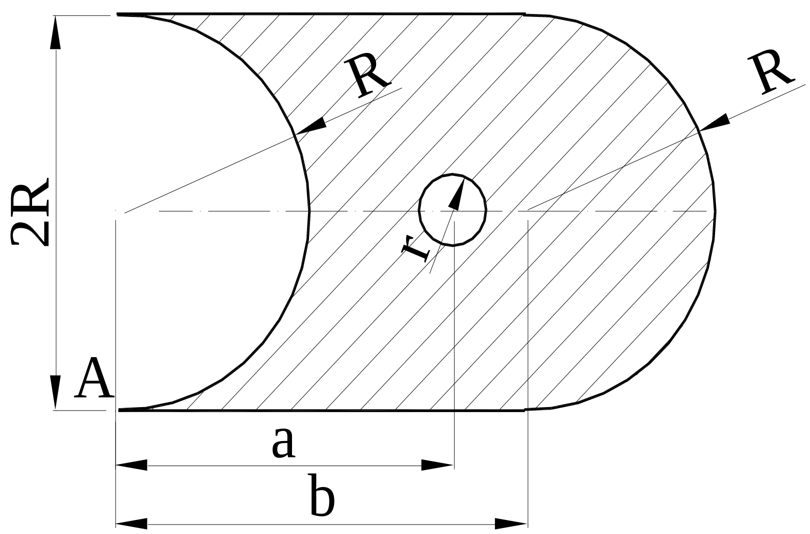

Рис. 3

№ варианта	a	b	r	R
1	14	16	4	8
2	10	12	3	6
3	12	14	3	6
4	14	18	4	8
5	16	18	4	8

Вариант 3

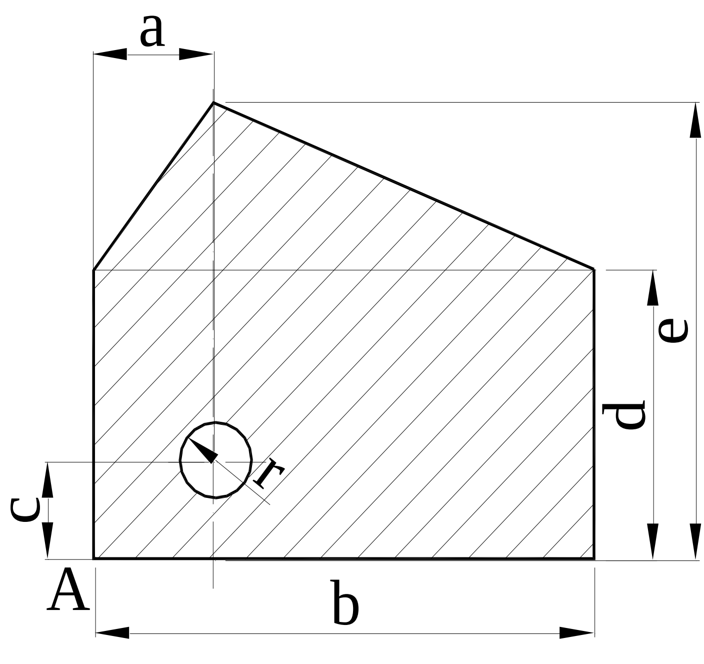

Рис. 4

№ варианта	a	b	c	d	e	r
1	15	35	15	23	33	6
2	14	34	14	25	32	6
3	13	33	13	25	31	5
4	12	32	12	25	32	5
5	9	33	12	33	38	7

Вариант 4

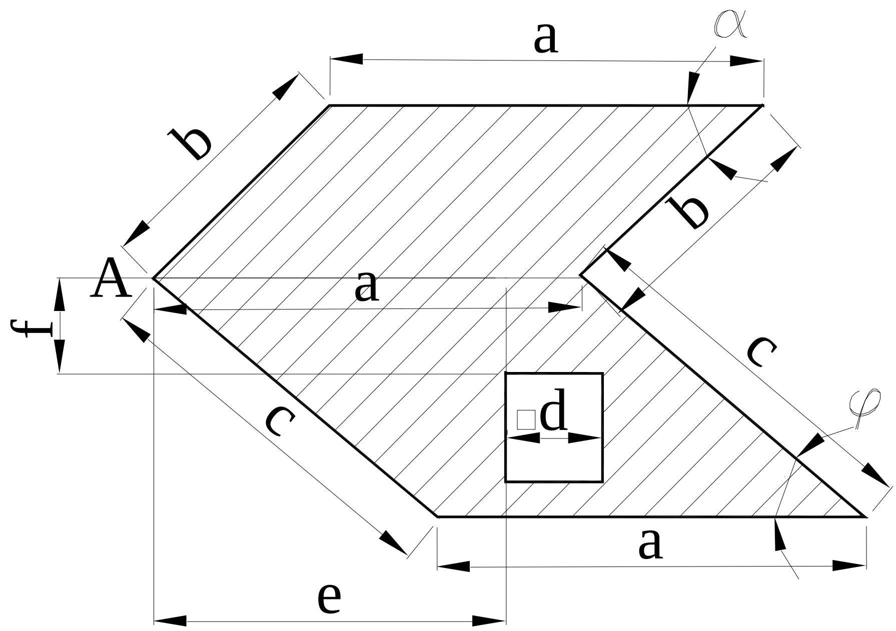

Рис. 5

№	a	b	c	d	e	f	α^o	φ^o
1	10	10	10	2	6	2	30	45
2	12	10	12	3	6	1	45	45
3	12	10	12	3	7	4	30	30
4	10	12	10	3	7	2	45	45
5	12	12	12	4	6	1	30	30

Контрольные вопросы:

1. Что называется центром тяжести?
2. Где находится центр тяжести симметричной фигуры?
3. Как находится центр тяжести сложной плоской фигуры?
4. Может ли находиться центр тяжести вне тела?
5. По каким формулам рассчитывается центр тяжести однородной плоской фигуры?