

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Томский государственный университет систем
управления и радиоэлектроники»**

Кафедра экономики

Финансовая математика

Методические указания к практическим занятиям
и самостоятельной работе

Томск 2018

Содержание

Общие положения	3
Занятие 1. Простые ссудные ставки	4
Занятие 2. Простые учетные ставки 2	8
Занятие 3. Сложные ссудные ставки.....	13
Занятие 4. Сложные учетные ставки.....	19
Занятие 5. Эквивалентные и эффективные ставки	23
Занятие 6. Налоги и начисление процентов.....	27
Занятие 7. Финансовые ренты.....	31
Занятие 8. Определение параметров ренты	36
Методические указания по самостоятельной работе	40

Общие положения

Цель проведения практических занятий – закрепить знания, полученные студентами на лекциях; научить студентов навыкам использования компьютерных технологий для проведения финансово-экономических расчетов и навыкам принятия и обоснования финансово – экономических решений.

Цель самостоятельной работы – подготовка к практическим занятиям. Тематика практических занятий охватывает все разделы дисциплины, предусмотренные рабочей программой.

Практические занятия проводятся в компьютерном классе с использованием пакета MS EXCEL. Отчет по практическому занятию содержит: решение типовых задач; исходные данные и описание хода выполнения заданий; обоснование выбора формулы для решения задачи; определение параметров формулы; программирование формулы в среде MS EXCEL; формулировка вывода. Выводы и заключения должны подтверждаться приведением цифровых данных из расчетной части работы. Защита отчета проводится в часы аудиторных занятий и предусматривает также ответы на контрольные вопросы, которые приведены в заданиях.

Занятие 1. Простые ссудные ставки

Денежные ресурсы, участвующие в финансовой операции, имеют временную ценность, смысл которой может быть выражен следующим утверждением: одна денежная единица, имеющаяся в распоряжении инвестора в данный момент времени, более предпочтительна, чем та же самая денежная единица, но ожидаемая к получению в некотором будущем. Эффективность любой финансовой операции, предполагающей наращение исходной суммы P до ожидаемой в будущем к получению суммы F ($F > P$), может быть охарактеризована ставкой.

Простая ссудная ставка рассчитывается отношением наращения $(F - P)$ к исходной (базовой) величине P .

Схема простых процентов предполагает неизменность базы, с которой происходит начисление.

В финансовых вычислениях базовым периодом является год, поэтому обычно говорят о годовой ставке. Вместе с тем достаточно широко распространены краткосрочные операции продолжительностью до года. В этом случае за основу берется дневная ставка, причем в зависимости от алгоритмов расчета дневной ставки и продолжительности финансовой операции результаты наращения будут различными. Используются три варианта расчета: а) точный процент и точное число дней финансовой операции – обозначение $365/365$; б) обыкновенный процент и точное число дней финансовой операции – обозначение $365/360$; в) обыкновенный процент и приблизительное число дней финансовой операции – обозначение $360/360$.

Математическое дисконтирование является процессом, обратным к наращению первоначального капитала. При математическом дисконтировании решается задача нахождения такой величины капитала (так называемой «приведенной стоимости»), которая через заданное время при наращении по данной процентной ставке будет равна сумме, ожидаемой к получению (уплате) через заданное время.

Возможно финансовое соглашение, предусматривающее изменение во времени ссудной ставки.

Любая финансовая операция предусматривает участие, как минимум, двух сторон: кредитора (инвестора) и заемщика (получателя финансовых ресурсов); это обстоятельство является существенным для вынесения суждения об эффективности некоторой операции. Так, экономическая интерпретация ставки вообще и ее значения в частности зависит от того, с чьих позиций – кредитора или заемщика она дается. Для кредитора ставка характеризует его относительный доход; для заемщика – его относительные расходы. По-этому кредитор всегда заинтересован в высокой ставке или в повышении ставки; интересы заемщика – прямо противоположны.

Цель проведения занятия – научиться проводить расчеты по схеме простых ссудных процентов, используя формулы финансовых вычислений.

Основные формулы

$$F = P(1 + n \cdot r) \quad (1.1)$$

$$P = F / (1 + n \cdot r) \quad (1.2)$$

$$F = P \cdot (1 + r \cdot t / T) \quad (1.3)$$

$$F = P(1 + \sum_{i=1}^k n_i \cdot r_i) \quad (1.4)$$

$$r = \frac{F - P}{P \cdot n}, r = \frac{F - P}{P \cdot t} \cdot T \quad (1.5)$$

$$n = \frac{F - P}{P \cdot r} \quad (1.6)$$

где

P - вложенная сумма;

F – наращенная сумма;

n - количество периодов продолжительности финансовой операции;

r - простая ссудная ставка;

Типовые задачи с решениями

Задача 1. Вы поместили в банк вклад 100 тыс. руб. под простую процентную ставку 6% годовых. Какая сумма будет на счете через 3 года? Какова величина начисленных процентов?

Решение

По формуле (1.1.) при $P=100$ тыс. руб., $n=3$, $r=0,06$ получаем :

$$F=100(1+3 \cdot 0,06)=118 \text{ тыс. руб.}$$

Через три года на счете накопится 118 тыс. рублей.

Величина начисленных за три года процентов составит:

$$118 - 100 = 18 \text{ тыс. руб.}$$

Задача 2. На какой срок необходимо поместить денежную сумму под простую процентную ставку 8% годовых, чтобы она увеличилась в 2 раза?

Решение

Искомый срок определяем из равенства множителя наращения величине 2 :

$$1 + n \cdot 0,08 = 2, \text{ поэтому}$$

$$n = 1 / 0,08 = 12,5 \text{ лет.}$$

Сумма, размещенная в банке под 8% годовых, в два раза увеличится через 12,5 лет.

Задача 3. Ссуда в сумме 3000 долл. предоставлена 16 января с погашением через 9 месяцев под 25 % годовых (год не високосный). Рассчитайте сумму к погашению при различных способах начисления процентов : а) обыкновенный процент с точным числом дней; б) обыкновенный процент с приближенным числом дней; в) точный процент с точным числом дней .

Решение

а) По формуле (1.3), используя обыкновенный процент с точным числом дней, рассчитанным по финансовым таблицам ($t=289-16=273$ дня), получим:

$$F=3000 \cdot (1+0,25 \cdot 273/360)=3568,75 \text{ долл.}$$

Сумма к погашению равна 3568,75 долл.

б) По формуле (1.3), используя обыкновенный процент с приближенным числом дней, рассчитанным по финансовым таблицам ($t=9 \cdot 30=270$ дня), получим:

$$F=3000 \cdot (1+0,25 \cdot 270/360)=3562,5 \text{ долл.}$$

Сумма к погашению равна 3562,5 долл.

в) По формуле (1.3), используя точный процент с точным числом дней, рассчитанным по финансовым таблицам ($t=289-16=273$ дня), получим:

$$F=3000 \cdot (1+0,25 \cdot 273/365)=3560,96 \text{ долл.}$$

Сумма к погашению равна 3560,96 долл.

Задача 4. В финансовом договоре клиента с банком предусмотрено погашение долга в размере 8,9 тыс. руб. через 120 дней при взятом кредите в размере 8 тыс. руб. Определить доходность такой сделки для банка в виде годовой процентной ставки при использовании банком простых обыкновенных процентов.

Решение

По формуле (1.5) при $F=8,9$ тыс. руб., $P=8$ тыс. руб., $t=120$ дней, $T=360$ дней, получим:

$$r=360 \cdot (8,9-8)/(8 \cdot 120)=0,3375=33,75\%$$

Доходность банка составит 33,75 процентов годовых.

Задача 5. Господин X поместил 160 тыс. руб. в банк на следующих условиях: в первые полгода процентная ставка равна 8% годовых, каждый следующий квартал ставка повышается на 1%. Какая сумма будет на счете через полтора года, если проценты начисляются на первоначальную сумму вклада? Какую постоянную ставку должен использовать банк, чтобы сумма по вкладу не изменилась?

Решение

Применяя формулу (1.4), получим:

$$F=160 \cdot (1+0,5 \cdot 0,08+0,25 \cdot 0,09+0,25 \cdot 0,1+0,25 \cdot 0,11+0,25 \cdot 0,12)=183,2$$

Через полтора года на счете накопится 183 200 руб.

Постоянную ставку, которую должен использовать банк, для того чтобы сумма, накопленная на счете, не изменилась, находим из уравнения:

$$160 \cdot (1+1,5 \cdot r)=183,2$$

$$r=0,096667=9,67\%$$

Постоянная ставка, которую должен использовать банк, для того чтобы сумма, накопленная на счете, не изменилась, равна 9,67 % годовых.

Задача 6. Кредит выдается под простую ссудную ставку 24 % годовых на 250 дней. Рассчитать сумму, полученную заемщиком, и сумму процентных денег, если необходимо возратить 3500 тыс. руб.

Решение.

По формуле (1.2) при $F=3500$; $n=250/365$; $r=0,24$ получаем:

$$P = 3500 / (1 + 0,24 \cdot 250/365) = 3017,2$$

Сумма, получаемая заемщиком, составит 3 017 200 руб.

Сумма процентных денег равна $(3\,500\,000 - 3\,017\,200) = 482\,800$ тыс. руб.

Задачи для подготовки к занятию

Задача 1. Вкладчик внес в банк 20 тыс. руб. Через год он снял со счета половину набравших за год процентов. Оставшаяся сумма еще год оставалась в банке, на конец года на счете осталось 26,4 тыс. руб. Какую простую ссудную ставку использовал банк?

Задача 2. Предприниматель взял в банке ссуду на два года под процентную ставку 32% годовых. Определите, во сколько раз сумма долга к концу срока ссуды будет больше выданной банком суммы, если банк начисляет простые проценты.

Задача 3. Предприятию необходим кредит в 10 млн. руб. на полгода. В банке А предлагают следующие условия: процентная ставка за первый месяц -10%, на следующие 3 месяца- 11% и на последние 2 месяца – 14%. В банке В предлагают следующие условия: первые два месяца- 11%, в третий месяц – 12% и последние три месяца- 13%. В каком банке более выгодные условия кредита? Чему равна разница в сумме процентов по кредиту?

Задача 4. Сравните величину процентов, начисленных при выдаче кредита размеров 500 тыс. руб., выданного на срок с 5 июня по 18 сентября текущего года по ставке 18% годовых. Используйте при расчетах три схемы начисления процентов.

Задача 5. При открытии депозита при ставке 8% годовых 20 апреля на счет была положена сумма 100 тыс. руб. Затем 5 ноября того же года на счет было добавлено 200 тыс. руб. 10 сентября со счета сняли 75 тыс. руб., а 20 ноября счет был закрыт. Какую сумму получил вкладчик при закрытии счета?

Задача 6. Через 120 дней с момента подписания кредитного договора заемщик должен вернуть банку 750 тыс. руб. Процентная ставка по кредиту равна 18% годовых. Чему равна первоначальная сумма долга?

Задание на практическое занятие 1. Простые ссудные ставки.

Контрольные вопросы

1. Что показывает множитель наращенной в формуле наращенной простыми процентами?
2. Как связаны между собой наращенная простыми процентами и арифметическая прогрессия?
3. В чем заключается различие между точным и приближенным процентом?
4. Что показывает множитель дисконтирования в формуле наращенной простыми процентами?
5. Если простую процентную ставку увеличить в два раза, как изменится наращенная сумма?

Расчетные задачи

Задача 1. На какой срок клиент банка может взять кредит в размере 200 тыс.руб. под простые проценты с условием, чтобы величина возврата долга не превышала 220 тыс. руб., если процентная ставка равна 14% годовых, в расчет принимаются точные проценты с точным числом дней и год високосный?

Задача 2. Найдите величину дохода кредитора, если за предоставление в долг на полгода некоторой суммы денег он получил 555 тыс. руб. При этом применялась простая процентная ставка в 22%.

Задача 3. Банк выдал ссуду на 45 дней в размере 100 тыс. руб. под простую процентную ставку 12% годовых. Рассчитайте доход банка, если при начислении простых процентов считается, что в году: а) 360 дней; б) 365 дней.

Задача 4. На какой срок необходимо поместить имеющуюся денежную сумму под простую процентную ставку 10% годовых, чтобы начисленные проценты были в 1,5 раза больше первоначальной суммы?

Ситуационные задачи

Задача 1. Два друга, Саша и Вася, участвовали в олимпиаде по информатике, выиграли призы- 150 тыс. руб. и 110 тыс. руб.. Саше пришлось уехать и он получил свой выигрыш на 2 года позже. Принимая в расчет простую банковскую ставку 20% годовых, ответьте на вопрос - кто больше заработал, Саша или Вася?

Задача 2. Студент, решая удвоить наличные деньги, открыл депозит с начислением простых ссудных процентов по ставке 10% годовых. Определить:

1) через сколько лет будет достигнут желаемый результат? 2) насколько сократится срок ожидания при увеличении процентной ставки на 50%?

Задача 3. Администрация региона планирует получение кредита на сумму 600 млн. руб. сроком на 5 лет. Процентная ставка по кредиту в банке А в первый год составляет 10,5% годовых; во второй год ставка увеличивается на 1,5%; для оставшихся лет ставка увеличится еще на 0,75%. В банке В процентная ставка составит 12% годовых. В каком банке администрации следует получить кредит? Ответ обосновать расчетами. Как будут различаться суммы процентов к уплате?

Занятие 2. Простые учетные ставки 2

Учетная ставка рассчитывается отношением наращения $(F-P)$ к ожидаемой в будущем к получению, или наращенной, величине F .

Схема простых процентов предполагает неизменность базы, с которой происходит начисление.

Банковское (коммерческое) дисконтирование применяется в ситуации предварительного начисления простого процента, например, при операции

по учету векселя, заключающейся в покупке банком векселя у владельца до наступления срока оплаты по цене, меньшей той суммы, которая должна быть выплачена по векселю на дату его погашения. Сумма, которую получает векселедержатель при досрочном учете векселя, называется дисконтированной величиной векселя.

Банковское дисконтирование нельзя осуществить во всех ситуациях, например, по достаточно большой учетной ставке и задолго до срока платежа.

Возможно финансовое соглашение, предусматривающее изменение во времени учетной ставки.

При применении наращения по простой учетной ставке величина начисляемых процентов с каждым годом увеличивается. Простая учетная ставка обеспечивает более быстрый рост капитала, чем такая же по величине процентная ставка.

Цель проведения занятия - научиться проводить расчеты по схеме простых учетных процентов, используя формулы финансовых вычислений.

Основные формулы

$$P = F (1 - n \cdot d) \quad (2.1)$$

$$F = P / (1 - n \cdot d) \quad (2.2)$$

$$P = F \cdot (1 - d \cdot t / T) \quad (2.3)$$

$$F = P / (1 - d \cdot t / T) \quad (2.4)$$

$$D = F - P = F \cdot n \cdot d \quad (2.5)$$

$$d = \frac{F - P}{F \cdot n}, d = \frac{F - P}{F \cdot t} T \quad (2.6)$$

$$n = \frac{F - P}{F \cdot d} \quad (2.7.)$$

$$F = P / (1 - \sum_{i=1}^n n_i \cdot d_i) \quad (2.8)$$

где

P - вложенная сумма (сумма, которую получает владелец векселя при его учете);
 F – наращенная сумма (номинальная стоимость векселя);
 n - количество периодов продолжительности финансовой операции;
 d -простая учетная ставка;
 t -продолжительность финансовой операции в днях;
 T - количество дней в году;
 D - дисконт.

Типовые задачи с решениями

Задача 1. В банк 6 мая предъявлен для учета вексель, на сумму 140 тыс. руб. со сроком погашения 10 июля того же года. Банк учитывает вексель по учетной ставке 40% годовых, считая, что в году 365 дней. Определить сумму, получаемую векселедержателем от банка, и комиссионные, удерживаемые банком за свою услугу. За какое время до срока платежа операция учета векселя имеет смысл?

Решение

По формуле (2.1) при $F = 140$; $n = 65/365$, $d = 0,4$ получим:

$$P = 140 \cdot (1 - 0,4 \cdot 65/365) = 129,89$$

Векселедержатель получит от банка 129,89 тыс. руб.

Комиссионные банка (или дисконт) определяются по формуле $D = F - P$

$$D = F - P = 140 - 129,89 = 10,11 \text{ тыс. руб.}$$

Комиссионные, удерживаемые банком за свою услугу, равны 10,11 тыс. руб.

Учет векселя по учетной ставке имеет смысл при $n < 1/d$, для этой задачи при $n < 2,5$ года. При $n > 2,5$ года сумма P , которую должен получить владелец векселя при его учете, становится отрицательной.

Задача 2. Кредит в размере 400 тыс. руб. выдан по простой учетной ставке 25% годовых. Определить срок кредита, если заемщик планирует получить на руки 350 тыс. руб.

Решение

По формуле (2.7.) при $F = 400$; $P = 350$; $d = 0,25$ получаем:

$$n = (400 - 350) / (400 \cdot 0,25) = 0,5$$

Срок кредита равен 0,5 года.

Задача 3. Вексель на сумму 900 тыс. руб. учитывается по простой учетной ставке за 120 дней до погашения с дисконтом 60 тыс. руб. в пользу банка. Определить величину годовой учетной ставки при временной базе 360 дней в году.

Решение.

По формуле (2.6) при $F = 900$; $F - P = 60$; $t = 120$; $T = 360$ дней, получим :

$$d = 60 \cdot 360 / (900 \cdot 120) = 0,20 = 20\%$$

Годовая учетная ставка при временной базе 360 дней в году равна 20% годовых.

Задача 4. В банк предъявлен вексель на сумму 500 тыс. руб. за полтора года до его погашения. Банк согласен учесть вексель по переменной простой учетной ставке, установленной следующим образом: первые полгода – 30%

годовых, следующие полгода- 36% годовых, затем каждый квартал ставка повышается на 2%. Определите дисконт банка и сумму, которую получит векселедержатель.

Решение.

По формуле (2.8) вычислим множитель наращения:

$$1 - (0,5 \cdot 0,30 + 0,5 \cdot 0,36 + 0,25 \cdot 0,38 + 0,25 \cdot 0,4) = 0,475$$
$$P = 500 \cdot 0,475 = 237,50$$

Сумма, полученная владельцем векселя равна 237 500 руб.

По формуле 1.11 дисконт равен $D = 500 - 237,5 = 262,5$

Дисконт банка равен 262 500 руб.

Задача 5. Банк 1 января учел два векселя со сроками погашения 6 февраля и 14 марта того же года. Применяя учетную ставку 10% годовых, банк удержал комиссионные в размере 1000 руб. Определить номинальную стоимость векселей, если номинальная стоимость второго векселя в 2 раза больше, чем номинальная стоимость первого векселя.

Решение

Обозначим номинальную стоимость первого векселя через F , тогда номинальная стоимость второго векселя составит $2 \cdot F$.

По таблице порядковых дней в году определим, что первый вексель учтен за 36 дней до срока погашения, а второй вексель учтен за 72 дней до срока погашения.

По формуле (2.5) величина дисконта для первого векселя равна

$$D_1 = F \cdot n \cdot d = F \cdot \frac{36}{360} \cdot 0,1 = 0,01 \cdot F$$

По формуле (2.5) величина дисконта для второго векселя равна

$$D_2 = 2F \cdot n \cdot d = 2F \cdot \frac{72}{360} \cdot 0,1 = 0,04 \cdot F$$

Задачи для подготовки к занятию

Задача 1. 10 апреля предприниматель получил ссуду в банке под простую учетную ставку 20 % годовых и должен возвратить 18 ноября того же года 750 тыс. руб. Определить точным и приближенным способами сумму, полученную клиентом.

Задача 2. Предприниматель получил ссуду в 600 тыс. руб. на полгода. Банк предоставляет ссуду на условиях начисления простых учетных процентов по ставке 16% годовых. Какую сумму предприниматель будет должен банку?

Задача 3. Векселедержатель 1 октября предъявил для учета вексель на сумму 600 тыс. руб. со сроком погашения 25 октября текущего года. Банк учел вексель по простой учетной ставке 20% годовых. Какую сумму получит векселедержатель от банка?

Задание на практическое занятие 2. Простые учетные ставки.

Контрольные вопросы

1. В каких случаях применяется операция банковского дисконтирования?
2. Верно ли, что по простой учетной ставке вексель можно учесть за любое время до срока погашения?
3. В чем различие между антисипативным и декурсивным способом начисления процентов?

Расчетные задачи

Задача 1. Банк учел вексель по простой учетной ставке 20% годовых за полгода до срока погашения. Какова доходность этой операции для банка, выраженная в виде простой ставки ссудного процента?

Задача 2. Векселедержатель 20 февраля предъявил для учета вексель со сроком погашения 28 марта того же года. Банк учел вексель по учетной ставке 35% годовых и выплатил клиенту 19,3 тыс. руб. Какой величины комиссионные удержаны банком в свою пользу, если год невисокосный?

Задача 3. Банк за 20 дней до срока погашения учел вексель на сумму 40 тыс. руб. Доход банка составил 800 руб. Какую простую учетную ставку использовал банк, если считать в году 360 дней?

Задача 4. Банк 7 июня учел 3 векселя со сроками погашения в этом же году соответственно 8 августа, 30 августа и 21 сентября. Применяя учетную ставку 25% годовых, банк удержал комиссионные в размере 3750 руб. Определите номинальную стоимость первых двух векселей, если номинальная стоимость второго векселя в два раза больше первого и третий вексель предъявлен на сумму 20 тыс. руб.

Ситуационные задачи

Задача 1. Предприниматель получил 12 марта ссуду в банке по простой учетной ставке 22% годовых и должен вернуть 15 августа того же года 300 тыс. руб. Определить всеми возможными способами сумму, полученную предпринимателем и величину дисконта, если проценты удерживаются бан-

ком при выдаче ссуды. Выбрать способ расчета 1) наиболее выгодный для предпринимателя; 2) наиболее выгодный для банка.

Задача 2. Господин Иванов занял у господина Петрова 98 тыс. руб. и выдал ему вексель, по которому обязуется выплатить через 3 месяца 100 тыс. руб. Найти годовой процент r и годовую учетную ставку d оказанной услуги.

Занятие 3. Сложные ссудные ставки

Схема сложных процентов предполагает их капитализацию, т.е. база, с которой происходит начисление, постоянно возрастает на величину начисленных ранее процентов. Более частое начисление сложных процентов обеспечивает более быстрый рост наращиваемой суммы.

Для кредитора более выгодна схема простых процентов, если срок ссуды менее одного года (проценты начисляются однократно в конце периода). Для кредитора более выгодна схема сложных процентов, если срок ссуды превышает один год (проценты начисляются ежегодно). Обе схемы дают одинаковый результат при продолжительности периода один год и однократном начислении процентов.

При начислении процентов за дробное число лет может использоваться схема сложных процентов, либо смешанная схема, предусматривающая начисление сложных процентов за целое число лет и простых процентов за дробную часть года.

Математическим дисконтированием (дисконтированием по сложной процентной ставке) называется задача нахождения такой величины первоначального капитала, которая через заданное количество времени при наращении по сложной процентной ставке обеспечит получение планируемой суммы.

Начисления сложных процентов могут быть дискретными и непрерывными. Уменьшая период начисления и увеличивая частоту начисления процентов переходят к так называемому непрерывному проценту, при котором наращенная сумма (при схеме сложных процентов) увеличивается максимально. Формулы для вычисления наращенной суммы при начислении ссудных и учетных процентов совпадают, т.к. при уменьшении периода начисления разница между начислением процентов в начале и в конце периода исчезает. Непрерывную ставку начисления процента обозначают δ и называют *силой роста*.

Цель проведения занятия - научиться проводить расчеты по схеме сложных ссудных процентов, используя формулы финансовых вычислений; провести сравнение финансовых операций при использовании простых и сложных ставок.

Основные формулы

$$F = P \cdot (1 + r)^n \quad (3.1)$$

$$P = F / (1 + r)^n \quad (3.2)$$

$$F = P (1 + r/m)^{nm} \quad (3.3)$$

$$F = P (1 + r)^{w+f} \quad (3.4)$$

$$F = P(1+r)^w \cdot (1+f \cdot r) \quad (3.5)$$

$$F_n = P \cdot \prod_{i=1}^k (1 + r_i)^{n_i} \quad (3.6)$$

$$r = m \cdot \left[\left(\frac{F}{P} \right)^{\frac{1}{nm}} - 1 \right] \quad (3.7)$$

$$n = \frac{\ln \frac{F}{P}}{m \ln(1 + \frac{r}{m})} \quad (3.8)$$

$$F = P e^{\delta n} \quad (3.9)$$

$$P = F e^{-\delta n} \quad (3.10)$$

где

F – наращенная сумма;
 P - вложенная сумма;
 n - количество лет;
 r - сложная процентная ставка;
 m - количество начислений процентов в году;
 w - целая часть периода финансовой операции;
 f - дробная часть периода финансовой операции.

Типовые задачи с решениями

Задача 1. На вашем счёте в банке 15 млн. руб. Банковская ставка по депозитам равна 12% годовых. Вам предлагают войти всем капиталом в организацию совместного предприятия, обещая удвоение капитала через 5 лет. Принимать ли это предложение?

Решение.

Для решения задачи используем формулу (3.1.).

Если мы вложим деньги в банк, то через 5 лет получим следующую сумму:

$$F = 15 \cdot (1 + 0,12)^5 = 26,43 \text{ млн.руб.}$$

Если мы войдем всем капиталом в организацию совместного предприятия, то наш капитал удвоится:

$$F = 15 \cdot 2 = 30 \text{ млн. руб.}$$

Следует принять данное предложение и не вкладывать деньги в банк.

Задача 2. Через 2 года ваш сын будет поступать в университет на коммерческой основе. Плата за весь срок обучения составит 5600 долл., если внести её в момент поступления в университет. Вы располагаете в данный момент суммой в 4000 долл. Под какую минимальную ссудную ставку нужно положить деньги, а банк, чтобы накопить требуемую сумму?

Решение.

Для решения задачи используем формулу (3.7) при $m=1$:

$$r = (5600 / 4000)^{1/2} - 1 = 0,1832 = 18,32\%$$

Для того чтобы накопить нужную сумму, минимальная ссудная сложная ставка должна составлять 18,32 % годовых.

Задача 3. За выполненную работу предприниматель должен получить 600 тыс. руб. Заказчик не имеет возможности рассчитаться в данный момент и предлагает отложить срок уплаты на 2 года, по истечении которых он обязуется выплатить 730 тыс. руб. Выгодно ли это предпринимателю, если приемлемая норма прибыли составляет 10%? Какова минимальная ставка, которая делает подобные условия невыгодными для предпринимателя?

Решение.

Для решения задачи используем формулу (3.1).

Будущая стоимость 600 тыс.руб. через 2 года при норме прибыли 10% составит:

$$F = 600 \text{ тыс.руб.} \cdot (1 + 0,1)^2 = 720,6 \text{ тыс.руб.}$$

Это меньше, чем 730 тыс. руб., поэтому предпринимателю выгодно ждать расчета 2 года.

Для расчета минимальной ставки, которая делает условия невыгодными, вос-

пользуемся формулой (2.6) при $m=1$:

$$r = (730/600)^{1/2} - 1 = 0,1030 = 10,3 \%$$

Минимальная ставка, которая делает условия невыгодными для предпринимателя, равна 10,3 % годовых.

Задача 4. Банк предоставил ссуду в размере 5000 долл. на 39 месяцев под 10% годовых на условиях полугодового начисления процентов. Рассчитайте возвращаемую сумму при различных схемах процентов: 1) схема сложных процентов; 2) смешанная схема.

Решение

Для решения воспользуемся формулами для вычисления наращенной суммы, если продолжительность финансовой операции не равна целому числу лет.

1) Схема сложных процентов - формула (3.4), считая полугодие базовым периодом;

$$w=6; f = 3,25 \cdot 2 - 6 = 0,5; r=5\%:$$

$$F = 5000 (1+0,05)^{6+0,5} = 6865,9$$

По схеме сложных процентов возвращаемая сумма равна 6865,9 долл.

2) Смешанная схема – формула (3.5), считая полугодие базовым периодом;

$$w=6; f = 3,25 \cdot 2 - 6 = 0,5; r=5\%:$$

$$F = 5000 \cdot (1+0,05)^6 \cdot (1+0,5 \cdot 0,05) = 6867,99$$

По смешанной схеме возвращаемая сумма равна 6867,99 долл.

Задача 5. 1 августа 2010 г. должник обязан уплатить кредитору 400 тыс. руб. Какую сумму необходимо иметь должнику, если он вернет деньги : 1) января 2010 г.; 2) 1 января 2011 г.; 3) 1 августа 2010 г.? Деньги взяты в долг под сложную ссудную ставку 34% годовых.

Решение.

1) используем формулу (3.2) при $r=0,34$; $n=7/12$:

$$P = 400 / (1 + 0,34)^{7/12} = 337,22$$

1 января 2010 г. должник должен иметь 337 220 руб.

2) используем формулу (2.1) при $r=0,34$; $n=5/12$:

$$F = 400 \cdot (1 + 0,34)^{5/12} = 451,87$$

1 января 2011 г. должник должен иметь 451 870 руб.

3) 1 августа 2010 г. должник должен иметь 400 000 руб.

Задачи для подготовки к занятию

Задача 1. Предприниматель получил ссуду в банке в размере 20 млн. руб. сроком на 5 лет на следующих условиях: для первых двух лет процентная ставка равна 25 % процента годовых, на оставшиеся 3 года ставка равна 23% годовых. Найдите доход банка за 5 лет, если сложные ссудные проценты начисляются ежеквартально.

Задача 2. В банк вложены деньги в сумме 800 тыс. руб. на полтора года под 10% годовых с ежеквартальным начислением сложных процентов. Определите доход клиента в этой финансовой операции.

Задача 3. Банк предоставил ссуду в размере 500 тыс. руб. на 33 месяца под процентную ставку 28% годовых на условиях ежегодного начисления процентов. Какую сумму нужно будет вернуть банку по окончании срока при использовании следующих условий: а) при расчетах используется схема сложных процентов; б) при расчетах используется смешанная схема?

Задание на практическое занятие 3. Сложные ссудные ставки.

Контрольные вопросы

- 1) Чему равен множитель наращения при начислении процентов по сложной ссудной ставке?
- 2) Как соотносятся между собой наращенные суммы при начислении простых и сложных ссудных процентов?
- 3) Верно ли, что начисление сложных процентов по ставке 12% годовых эквивалентно начислению сложных процентов по ставке 1% в месяц?
- 4) Как пользоваться финансовыми таблицами при вычислении наращенной и приведенной стоимости?

Расчетные задачи

Задача 1. Рассчитайте будущую стоимость 1000 долл. для следующих ситуаций:

- 1) 5 лет, 8% годовых, ежегодное начисление процентов;
- 2) 5 лет, 8 % годовых, полугодовое начисление процентов;
- 3) 5 лет , 8 % годовых, ежеквартальное начисление процентов.

Задача 2. За какой срок первоначальный капитал в 500 тыс. руб. увеличится до 2 млн. руб., если на него будут начисляться сложные проценты по ставке 10 % годовых?

Задача 3. Рассчитать накопленную сумму, если на вклад в 2 млн. руб. в течение 5 лет начисляются непрерывные проценты с силой роста 10%.

Задача 4. Вы положили в банк на депозит 1000 долл.. Банк начисляет сложные проценты по схеме – за первый год 4% годовых, а затем ставка увеличивается на 1 % каждый год. Определить сумму, которая будет на Вашем счете через 4 года.

Задача 5. Банк предоставил ссуду в размере 10 000 долл. на 16 месяцев под 12 % годовых на условиях ежеквартального начисления процентов. Рассчитайте возвращаемую сумму при различных схемах процентов: 1) схема сложных процентов; 2) смешанная схема.

Ситуационные задачи

Задача 1. Два друга, Саша и Вася, участвовали в олимпиаде по информатике, выиграли призы- 150 тыс. руб. и 110 тыс. руб.. Саше пришлось уехать и он получил свой выигрыш на 2 года позже. Принимая в расчет сложную банковскую ставку 20% годовых, ответьте на вопрос - кто больше заработал, Саша или Вася?

Задача 2. Студент, решая удвоить наличные деньги, открыл депозит с начислением сложных ссудных процентов по ставке 10% годовых. Определить:

1) через сколько лет будет достигнут желаемый результат?

Задача 3. Администрация региона планирует получение кредита на сумму 600 млн. руб. сроком на 5 лет. Процентная ставка по кредиту в банке А в первый год составляет 10,5% годовых; во второй год ставка увеличивается на 1,5%; для оставшихся лет ставка увеличится еще на 0,75%. В банке В процентная ставка составит 12% годовых. В каком банке администрации следует получить кредит? Ответ обосновать расчетами. Как будут различаться суммы процентов к уплате при выборе банка А и В?

Занятие 4. Сложные учетные ставки

Дисконтирование по сложной учетной ставке осуществляется в ситуации предварительного начисления сложного процента, т.е. когда сложный процент (например, за кредит) начисляется в момент заключения финансового соглашения. В этом случае в начале каждого периода начисления проценты начисляются не на одну и ту же величину (как при дисконтировании по простой учетной ставке), а каждый раз на новую, полученную в результате дисконтирования, осуществленного в предыдущем периоде.

Для лица, осуществляющего предварительное начисление процентов более выгодна сложная учетная ставка, если срок учета менее одного года; более выгодна простая учетная ставка, если срок учета превышает один год.

Если продолжительность финансовой операции не равна целому числу лет, то при определении стоимости учетного капитала используют либо сложную учетную ставку, либо смешанную схему (сложная учетная ставка для целого числа лет и простая учетная ставка для дробной части года). Стоимость учетного капитала больше при использовании смешанной схемы.

Начисления сложных процентов могут быть дискретными и непрерывными. Уменьшая период начисления и увеличивая частоту начисления процентов переходят к так называемому непрерывному проценту, при котором наращенная сумма (при схеме сложных процентов) увеличивается максимально. Формулы для вычисления наращенной суммы при начислении ссудных и учетных процентов совпадают, т.к. при уменьшении периода начисления разница между начислением процентов в начале и в конце периода исчезает. Непрерывную ставку начисления

процента обозначают δ и называют *силой роста*.

Цель проведения занятия - научиться проводить расчеты по схеме сложных ссудных процентов, используя формулы финансовых вычислений; провести сравнение финансовых операций при использовании простых и сложных ставок.

Основные формулы

$$P = F(1 - d)^n \quad (4.1)$$

$$F = P/(1 - d)^n \quad (4.2)$$

$$P = F\left(1 - \frac{d}{m}\right)^{m \cdot n} \quad (4.3)$$

$$P = F \cdot (1 - d)^{w \cdot f} \quad (4.4)$$

$$P = F \cdot (1 - d)^w (1 - f \cdot d) \quad (4.5)$$

$$P = F \cdot \prod_{i=1}^k (1 - d_i)^{n_i} \quad (4.6)$$

$$d = m \left[1 - \left(\frac{P}{F} \right)^{\frac{1}{m \cdot n}} \right] \quad (4.7)$$

$$n = \frac{\ln \frac{P}{F}}{m \ln \left(1 - \frac{d}{m} \right)} \quad (4.8)$$

$$F = P \cdot e^{\delta n} \quad (4.9)$$

$$P = F e^{-\delta n} \quad (4.10)$$

где

F – наращенная сумма;

P – вложенная сумма;

n – количество лет;

d – сложная учетная ставка;

δ – непрерывная ставка

m – количество начислений процентов в году;

w – целая часть периода финансовой операции;

f – дробная часть периода финансовой операции.

Типовые задачи с решениями

Задача 1. Вексель на сумму 70 тыс. руб. со сроком погашения через 4 года учтен за 32 месяца по сложной учетной ставке 24% годовых. Определить суммы, которые получит предъявитель векселя при различных способах учета.

Решение

1) При применении схемы сложных процентов воспользуемся формулой (4.4) при $n = 32/12 = 8/3$, $F = 70$ тыс. руб., $d = 0,24$, поэтому

$$P = 70(1 - 0,24)^{\frac{8}{3}} = 33,672$$

Владелец векселя получит 33 672 руб.

2) При применении смешанной схемы воспользуемся формулой (4.4) при $w = 2$, $f = 2/3$:

$$P = 70(1 - 0,24)^2 \left(1 - \frac{2}{3} 0,24\right) = 33,963$$

Владелец векселя получит 33 672 руб.

Задача 2. Долговое обязательство на выплату 46 тыс. руб. учтено за 4 года до срока погашения. Определите сумму, полученную при учете этого обязательства, если производилось 1) полугодовое; 2) поквартальное; 1) ежемесячное дисконтирование по сложной учетной ставке 24% годовых.

Решение

1) Используем формулу (4.3) при $F = 46$; $d = 0,24$; $n = 4$; $m = 2$

$$P = 46\left(1 - \frac{0,24}{2}\right)^{2 \cdot 4} = 16,543$$

Сумма, полученная при учете обязательства, равна 16 543 руб.

2) Используем формулу (4.3) при $F = 46$; $d = 0,24$; $n = 4$; $m = 4$:

$$P = 46\left(1 - \frac{0,24}{4}\right)^{4 \cdot 4} = 17,092$$

Сумма, полученная при учете обязательства, равна 17092 руб.

3) Используем формулу (4.3) при $F = 46$; $d = 0,24$; $n = 4$; $m = 12$:

$$P = 46\left(1 - \frac{0,24}{12}\right)^{12 \cdot 4} = 17,443$$

Сумма, полученная при учете обязательства, равна 17443 руб.

Сравнивая полученные результаты, делаем вывод, что с ростом числа осуществлений операций дисконтирования в году сумма, полученная при учете обязательства, возрастает.

Задача 3. Вексель был учтен за 2,5 года до срока его погашения, при этом владелец векселя получил четверть от написанной на векселе суммы. По какой годовой учетной ставке был учтен этот вексель, если производилось 1) поквартальное дисконтирование; 2) ежемесячное дисконтирование.

Решение

1) по формуле (4.7) при $P=0,25F$; $n=2,5$; $m=4$, получим :

$$d = 4 \cdot [1 - 0,25^{\frac{1}{4 \cdot 2,5}}] = 0,5178$$

Вексель был учтен по сложной учетной ставке 51,78% годовых.

2) по формуле (4.7) при $P=0,25F$; $n=2,5$; $m=12$, получим :

$$d = 4[1 - 0,25^{\frac{1}{12 \cdot 2,5}}] = 0,5419$$

Вексель был учтен по сложной учетной ставке 54,19 % годовых.

Задача 4. Клиент имеет вексель на 100 тыс. руб., который он хочет учесть 01.03.2010 в банке по сложной учетной ставке равной 7% годовых. Какую сумму он получит, если срок погашения векселя 01.08.2010 г.?

Решение

Срок даты учета до даты погашения векселя равен 153 дня, число дней в году 365. По формуле (4.1) при $F=100$; $d=0,07$; $n=153/365$

$$P = 100 \cdot (1 - 0,07)^{153 / 365} = 97,038$$

Владелец векселя получит 97 038 руб.

Задача 5. Вклад в размере 20 тыс. руб. помещен в банк на 5 лет, причем предусмотрен следующий порядок начисления сложных процентов по плаваю- щей годовой учетной ставке : в первые 2 года –16%, в следующие 2 года - 19%, в оставшийся год- 23%. Определить наращенную сумму. При использовании какой постоянной сложной учетной ставки можно получить такую же сумму?

Решение

По формуле (4.6) при $d1 = 16\%$, $d2 = 19\%$, $d3 = 23\%$ получаем:

$$F = \frac{20}{(1 - 0,16)^2 (1 - 0,19)^2 (1 - 0,23)} = 56,106$$

Наращенная сумма равна 56106 руб.

Постоянную годовую учетную ставку d , дающую тот же результат, находим из равенства:

$$(1 - d)^5 = (1 - 0,16)^2 (1 - 0,19)^2 (1 - 0,23)$$

$$d = 0,1864$$

Постоянная ставка, которая дает тот же результат, равна 18,64% годовых.

Задачи для подготовки к занятию

Задача 1. Вексель на сумму 800 тыс. руб. учитывается за 2 года до срока погашения. Какую сумму получит предъявитель векселя при учете по сложной учетной ставке 20% годовых?

Задача 2. Определите дисконтированную сумму при учете 100 тыс. руб. по простой и сложной учетной ставкам, если годовая ставка равна 18% годовых и учет происходит за 30 дней, 180 дней, 1 год, 3 года, 5 лет. Полагать год равным 360 дней.

Задание на практическое занятие 4. Сложные учетные ставки.

Контрольные вопросы

1. Чему равен множитель дисконтирования при дисконтировании по сложной учетной ставке?
2. Может ли учет по сложной учетной ставке привести к отрицательным значениям?
3. Что происходит с величиной учтенного капитала, если растет число осуществлений операций дисконтирования по сложной учетной ставке?

Расчетные задачи

Задача 1. За долговое обязательство в 80 тыс. руб. банком было выплачено 62 тыс. руб. За какое время до срока погашения было учтено это обязательство, если банком использовалась годовая сложная учетная ставка 28% годовых ?

Задача 2. Найдите величину дисконта, если долговое обязательство на выплату 4 млн. руб. учтено за 3 года до срока погашения по сложной учетной ставке 1) 20% годовых; 2) 25% годовых.

Задача 3. Долговое обязательство было учтено по номинальной учетной ставке 32% годовых при полугодовом дисконтировании. За какое время до срока погашения было учтено обязательство, если его дисконтированная сумма составила треть от суммы, которую нужно выплатить по этому обязательству?

Задача 4. Согласно финансовому соглашению банк начисляет по полугодиям проценты на вклады по сложной учетной ставке 28% годовых. Определить в виде простой учетной ставки стоимость привлеченных средств для банка при их размещении 1) на 3 месяца; 2) на год.

Занятие 5. Эквивалентные и эффективные ставки

Один и тот же финансовый результат можно получить различными способами, используя различные ставки.

Две ставки называются эквивалентными, если при замене одной ставки на другую финансовые отношения сторон не меняются.

Эффективная процентная ставка позволяет сравнивать финансовые операции с различной частотой начисления и неодинаковыми процентными ставками. Именно эта ставка характеризует реальную эффективность операции, однако во многих финансовых контрактах речь чаще всего идет о номинальной ставке, которая в большинстве случаев отличается от эффективной.

Меняя частоту начисления процентов или вид ставки, можно существенно влиять на эффективность операции. В частности, оговоренная в контракте ставка может при определенных условиях вовсе не отражать истинный относительный доход (относительные расходы). Например, 6%

Годовых

при условии ежедневного начисления процентов соответствуют на самом деле 8,21%, начисляемых ежегодно. Отмеченная особенность исключительно значима в условиях высоких номинальных ставок. При составлении финансовых договоров данный прием нередко используется для сокрытия истинных расходов. Поэтому, заключая контракт, целесообразно уточнить, о какой ставке (процентной, учетной, эффективной и др.) идет речь или, по крайней мере, отдавать себе отчет в этом.

Цель проведения занятия - научиться проводить расчеты по замене ставок и условий финансовых контрактов, используя формулы финансовых вычислений; сравнивать эффективность различных финансовых операций.

Основные формулы

$$r_e = (1 + r/m)^m - 1 \quad (5.1)$$

$$r_e = e^\delta - 1 \quad (5.2)$$

$$\delta = m \cdot \ln(1 + r/m) \quad (5.3)$$

$$r = m \cdot [(1 + r_e)^{1/m} - 1] \quad (5.4)$$

$$d_e = 1 - (1 - d/m)^m \quad (5.5)$$

$$d = m \cdot [1 - (1 - d_e)^{1/m}] \quad (5.6)$$

$$r = \frac{d}{1 - nd} \quad (5.7)$$

$$d = \frac{r}{1 + nr} \quad (5.8)$$

$$r_c = \frac{d_c}{1 - d_c} \quad (5.9)$$

$$d_c = \frac{r_c}{1 + r_c} \quad (5.10)$$

$$r = \frac{(1 + \frac{r(m)}{m})^{m \cdot n} - 1}{n} \quad (5.11)$$

$$d = \frac{1 - (1 - \frac{d(m)}{m})^{m \cdot n}}{n} \quad (5.12)$$

r_e — эффективная ставка,

e^δ — сила роста,

r - простая процентная ставка,

d - простая учетная ставка,

r_c - сложная ссудная ставка,

d_c — сложная учетная ставка,

$r(m)$ -сложная процентная ставка с начислением процентов m раз за период,

$d(m)$ -сложная учетная ставка с начислением процентов m раз за период,

n - продолжительность финансовой операции в годах

Типовые задачи с решениями

Задача 1. Какие условия предоставления кредита и почему более выгодны банку: 1) 28% годовых с ежеквартальным начислением процентов; 2) 30% годовых с полугодовым начислением процентов?

Решение

Рассчитаем эффективную годовую процентную ставку для каждого варианта.

1) По формуле (5.1) при $r=0,28$; $m=4$

$$r_e = (1 + 0.28/4)^4 - 1 = 0,3107 = 31,1\%$$

2) По формуле (5.1) при $r=0,32$; $m=2$

$$r_e = (1 + 0.32/2)^2 - 1 = 0,3225 = 32,25\%$$

Для банка выгоднее предоставлять кредит по варианту 2), так как в этом случае эффективная годовая ставка выше (предоставлять кредит под 32,25% годовых выгоднее, чем под 31,1%).

Задача 2. Срок уплаты по долговому обязательству – полгода, простая учетная ставка – 18% годовых. Какова доходность этой операции, измеренная в виде простой ставки ссудного процента?

Решение

По формуле (5.7) при $d=0,18$; $n=0,5$

$$r = 0,18 / (1 - 0,5 \cdot 0,18) = 0,198.$$

Доходность операции, выраженная в виде простой ставки ссудного процента, равна 19,8% годовых.

Задача 3. Определить, под какую ставку ссудных процентов выгоднее поместить капитал в 10 млн. руб. на пять лет – под простую ставку 14% годовых или под сложную ставку 12% при ежеквартальном начислении процентов?

Решение.

В данном случае можно не считать наращенную сумму, поэтому не важна величина первоначального капитала. Достаточно, например, найти простую процентную ставку, эквивалентную данной сложной ставке, воспользовавшись формулой эквивалентности по формуле (5.11) при $r(m)=0,12$; $n=5$; $m=4$:

$$r = \frac{(1 + \frac{0,12}{4})^{4 \cdot 5} - 1}{5} = 0,1612$$

Так как простая процентная ставка 16,12% , которая дала бы одинаковый результат с данной сложной процентной ставкой больше предложенной ставки в 14%, ясно, что предпочтительнее использовать сложную процентную ставку. Чтобы убедиться, насколько сложная ставка выгоднее, определим наращенные суммы:

$$F(14\%) = 17$$

$$F(16,12\%) = 22,04$$

Владелец капитала в 10 млн. руб. за 5 лет может накопить 17 млн. руб. с использованием простой ставки 14% годовых; с использованием сложной ставки 12% годовых при ежеквартальном начислении процентов можно накопить 22,04 млн. руб.

Задача 4. На капитал в сумме 500 тыс. руб. ежегодно начисляются сложный проценты по ставке 8% годовых в течение 5 лет. Определить эквивалентную ставку непрерывного начисления процентов (силу роста).

Решение.

По формуле (5.2) при $r=0,08$; $m=1$

$$\delta = Ln(1+0,08) = 0,077$$

Таким образом, ежегодное начисление процентов по ставке 8% эквивалентно непрерывному начислению процентов по ставке 7,7 %.

Задача 5. Определить номинальную ставку, если эффективная ставка равна 9 % и сложные проценты начисляются ежемесячно.

Решение.

По формуле (5.4) при $r(e) = 0,09$; $m=12$

$$r = 12 \cdot [(1 + 0,09)^{1/12} - 1] = 0,086$$

Таким образом, ежегодное начисление сложных процентов по ставке 9% годовых дает тот же результат, что и ежемесячное начисление сложных процентов по ставке 8,6 %.

Задачи для подготовки к занятию

Задача 1. Определить номинальную учетную ставку, если годовая эффективная учетная ставка равна 20% годовых и учет осуществляется 1) каждые полгода; 2) ежеквартально; 3) ежемесячно.

Задача 2. Ссуда выдана при условии начисления сложных процентов по ставке 8 % годовых. Определить эквивалентную простую ставку при сроке ссуды 5 лет, 180 дней, 365 дней.

Задача 3. Банком выдан кредит на 9 месяцев под 24% годовых с ежеквартальным начислением сложных процентов. Определите величину простой учетной ставки, обеспечивающей такую же величину начисленных процентов.

Задание на практическое занятие 5. Эффективные и эквивалентные ставки.

Контрольные вопросы

1. Какая ставка называется эффективной? От каких параметров она зависит?
2. Как изменяется эффективная ставка с ростом количества начислений сложных процентов в году?
3. В каком случае эффективная ссудная ставка совпадает с номинальной?
4. Какие ставки называются эквивалентными?

Расчетные задачи

Задача 1. Вексель учитывается за 180 дней до срока погашения по простой учетной ставке 10 % годовых. Какова доходность этой операции для банка, выраженная по сложной учетной ставке?

Задача 2. Банк учитывает вексель за 300 дней до срока погашения по сложной учетной ставке 10% годовых при временной базе 360 дней. Какая простая годовая процентная ставка должна быть применена при выдаче кредита, если используется временная база 365 дней и банк хочет получить такой же доход?

Задача 3. Банк выдает ссуду под сложную процентную ставку 20% годовых. Какую простую годовую процентную ставку должен установить банк, чтобы его доход не изменился, если начисление процентов происходит а) по полугодиям; б) каждые 2 месяца; в) каждую неделю.

Задача 4. Определить номинальную годовую учетную ставку с дисконтированием 4 раза в год, эквивалентную номинальной годовой учетной ставке 12% с дисконтированием 12 раз в год.

Занятие 6. Налоги и начисление процентов

Налогообложение играет большую роль в экономике любой страны. Во многих странах налогом облагают проценты, полученные при помещении некоторой суммы на депозит, что уменьшает реальную наращенную сумму и реальную доходность финансовой операции.

Налоги, начисляемые на полученные проценты, уменьшают реальную доходность финансовой операции. Учет налога при определении наращенной суммы приводит к уменьшению ставки.

Введем обозначения:

t - ставка налога на проценты

T – общая сумма налога

F - наращенная сумма до выплаты налога на проценты

F_t - наращенная сумма после выплаты налога на проценты

P – вложенная сумма

n – продолжительность финансовой операции

Пусть r - простые ссудные проценты, тогда величина процентов, на-

численных за период n , равна Pnr .

$$\text{Сумма налога на начисленные проценты равна } T = Pnr t \quad (6.1)$$

Наращенная сумма после выплаты налога на проценты равна

$$F_t = P[(1+r(1-t)n)] \quad (6.2)$$

Таким образом, налог на проценты уменьшает процентную ставку и вместо ставки r применяется ставка $(1-t)r$.

Пусть на сумму P за период времени n начислялись простые учетные проценты по учетной ставке d . Величина начисленных процентов равна $Pnd/(1-nd)$.

Сумма налога на начисленные проценты составит

$$T = Pndt/(1-nd) \quad (6.3)$$

Наращенная сумма после выплаты налога на проценты равна

$$F_t = F - T = P(1-ndt)/(1-nd) \quad (6.4)$$

Пусть r - сложные ссудные проценты, тогда величина процентов, начисленных за период n , равна $P[(1+r)^n - 1]$

Сумма налога на начисленные проценты равна

$$T = P[(1+r)^n - 1]t \quad (6.5)$$

Наращенная сумма после выплаты налога на проценты равна

$$F_t = P[(1+r)^n (1-t) + t] \quad (6.6)$$

В случае сложных процентов налог на начисленные проценты можно выплачивать как в конце финансовой операции, так и каждый год. При этом общая сумма исчисленного налога не изменяется.

Пусть на сумму P за период времени n начислялись сложные учетные проценты по учетной ставке d . Величина начисленных процентов равна

$$\frac{P[1-(1-d)^n]}{(1-d)^n}$$

$$\text{Сумма налога на начисленные проценты равна } T = \frac{P[1-(1-d)^n]}{(1-d)^n} t \quad (6.7)$$

Наращенная сумма после выплаты налога на проценты равна

$$F_t = P[(1-d)^{-n}(1-t) + t] \quad (6.8)$$

Пусть на сумму P за период времени n начислялись непрерывные проценты по ставке δ .

$$\text{Сумма налога на начисленные проценты равна } T = P(e^\delta - 1)t \quad (6.9)$$

$$F_t = P[e^\delta (1-t) + t] \quad (6.10)$$

Цель проведения занятия - научиться рассчитывать влияние налогов на доходность финансовых операции, используя формулы финансовых вычислений.

Типовые задачи с решениями

Задача 1. На депозит поместили 300 тыс. руб. на полтора года. Банк начисляет простые учетные проценты по ставке под 14% годовых. Определить наращенную сумму с учетом уплаты налога на проценты, если ставка налога на проценты составляет 12% годовых.

Решение

Используем формулу (8.4) при $P=300$; $n=1,5$; $t=0,12$; $d=0,14$

$$F_t = 300(1 - 1,5 \cdot 0,14 \cdot 0,12) / (1 - 1,5 \cdot 0,14) = 370,018$$

Наращенная сумма с учетом налога на проценты составит 370018 руб.

Задача 2. На депозит поместили 300 тыс. руб. на полтора года. Банк начисляет простые проценты по ставке под 16% годовых. Определить наращенную сумму с учетом уплаты налога на проценты, если ставка налога на проценты составляет 12% годовых.

Решение

Используем формулу (8.2) при $P=300$; $n=1,5$; $t=0,12$; $r=0,16$

$$F_t = 300[1 + 0,16(1 - 0,12)1,5] = 360,336$$

Наращенная сумма с учетом налога на проценты составит 360336 руб.

Задача 3. На вклад в 2 млн. руб. в течение 4 лет каждые полгода начислялись сложные проценты по годовой номинальной ставке 12% годовых. Определить наращенную сумму после уплаты налога на проценты, если ставка налога на проценты составляет 8% годовых.

Решение

Запишем формулу (8.6) с учетом полугодового начисления процентов:

$$F_t = P[(1 + r/m)^{nm} (1-t) + t]$$

при $P=2$; $r=0,12$; $n=4$; $m=2$; $t=0,08$

$$F_t = 3,09268$$

Наращенная сумма с учетом налога на проценты составит 3 092 680 руб.

Задачи для подготовки к занятию

Задача 1. Предприниматель положил в банк 500 тыс. руб. под простую процентную ставку 9% годовых и через 9 месяцев получил 540 тыс. руб. Определить ставку налога на проценты.

Задача 2. Какую сумму необходимо положить в банк под простую процентную ставку 10% годовых, чтобы с учетом налога на проценты можно было бы ежегодно снимать со счета 60 тыс. руб. с учетом налога на

проценты, и сумма на счете не изменялась? Ставка налога на проценты равна 4%.

Задача 3. В банк на депозит внесено 7000 долл., срок депозита - квартал, простая ссудная ставка равна 8% годовых. Ставка налога на начисленные проценты равна 2%. Определить наращенную сумму с учетом налога на проценты и реальную доходность финансовой операции.

Задание на практическое занятие 6. Налоги и начисление процентов

Контрольные вопросы

1. Как налог на проценты при наращении простыми процентами влияет на процентную ставку?
2. Как налог на проценты при наращении сложными процентами влияет на процентную ставку?
3. Верно ли следующее утверждение: при наращении сложными процентами величина налога на проценты не зависит от времени уплаты налога- ежегодно или в конце финансовой операции?

Расчетные задачи

Задача 1 В банк на депозит внесено 5000 долл. , срок депозита - полгода, простая ссудная ставка равна 5% годовых. Ставка налога на начисленные проценты равна 3%. Определить наращенную сумму с учетом налога на проценты и реальную доходность финансовой операции.

Задача 2. Какую сумму необходимо положить в банк под сложную процентную ставку 12% годовых с ежемесячным начислением процентов, чтобы на- копить 300 тыс. руб. с учетом уплаты налога на проценты 1) за 2 года; 2) за три года? Ставка налога на начисленные проценты равна 6%.

Задача 3. В банк на депозит внесено 100 тыс. руб., срок депозита – три года, сложная ссудная ставка равна 8% годовых. Определить ставку налога на начисленные проценты, если после его уплаты у вкладчика осталось 120 тыс. руб.

Задача 4. Вкладчик имеет 180 тыс. рублей и планирует увеличить эту сумму до 200 тыс. руб. через полгода. Определить требуемую простую годовую ставку, на основании которой вкладчик должен выбрать банк, если ставка налога на начисленные проценты равна 2%.

Ситуационные задачи

Задача 1. Для открытия новой линии по производству соков предпринимателю Петрову А.А. необходимо 280 тыс. руб. Между тем он располагает суммой 250 тыс. руб. С целью накопления необходимой суммы предприниматель собирается положить 250 тыс. руб. в банк. Предлагаемая банком ставка по вкладам равна 14% годовых. Какое количество дней необходимо для накопления требуемой суммы с учетом уплаты налога на проценты, если банк начисляет простые проценты, использует точный процент с точным числом дней, а ставка налога на проценты равна 1%?

Занятие 7. Финансовые ренты

Одним из ключевых понятий в финансовом менеджменте является понятие денежного потока как совокупности притоков и/или оттоков денежных средств, имеющих место через некоторые временные интервалы.

Денежный поток, срок действия которого ограничен, называется срочным; если притоки (оттоки) осуществляются неопределенно долго, денежный поток называется бессрочным. Если притоки (оттоки) осуществляются в начале периодов, денежный поток носит название пренумерандо, если в конце периодов - постнумерандо.

Известны две задачи оценки денежного потока с учетом фактора времени: прямая и обратная. Первая задача позволяет оценить будущую стоимость денежного потока; для понимания экономической сущности этой задачи ее легче всего увязывать с процессом накопления денег в банке и оценкой величины наращенной суммы. Вторая задача позволяет оценить приведенную стоимость денежного потока; наиболее наглядная ситуация в этом случае - оценка текущей стоимости ценной бумаги, владение которой дает возможность в будущем получать некоторые платежи.

Аннуитет представляет собой частный случай денежного потока. Аннуитет - однонаправленный денежный поток, элементы которого имеют место через равные временные интервалы. Постоянный аннуитет имеет дополнительное ограничение, его элементы одинаковы по величине.

Ускоренные методы оценки денежных потоков основаны на применении мультиплицирующих и дисконтирующих множителей, которые табулированы в специальных финансовых таблицах. Таблицы инвариантны по отношению к виду потока - постнумерандо или пренумерандо; оценки для потока пренумерандо отличаются от соответствующих оценок для потока постнумерандо на величину множителя $(1+r)$, где r - ставка в долях единицы.

В финансовой математике разработаны универсальные формулы, позволяющие делать расчеты в несовпадениях моментов поступления аннуитетных платежей и начисления процентов.

Цель проведения занятия - научиться решать прямую и обратную задачи оценки аннуитета, используя формулы финансовых вычислений.

Основные формулы

$$FV_{pst} = A \sum_{k=1}^n (1+r)^{n-k} = A \cdot FM3(r, n) \quad (7.1)$$

$$PV_{pst} = A \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{(1+r)^k} \right) = A \cdot FM4(r, n) \quad (7.2)$$

$$FV_{pre} = (1+r) \cdot FV_{pst} \quad (7.3)$$

$$PV_{pre} = (1+r) PV_{pst} \quad (7.4)$$

$$FM3 = \frac{(1+r)^n - 1}{r} \quad (7.5)$$

$$FM4 = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \quad (7.6)$$

Типовые задачи с решениями

Задача 1. Анализируются 2 варианта накопления средств по схеме аннуитета пренумерандо, т.е. поступление денежных средств осуществляется в начале соответствующего временного интервала:

План 1: Вносить на депозит 5000 долл. каждые полгода при условии, что банк начисляет 10% годовых с полугодовым начислением процентов:

План 2: делать ежегодный вклад в размере 10000 долл. на условиях 9% годовых при ежегодном начислении процентов.

Ответьте на следующие вопросы:

1. Какая сумма будет на счете через 10 лет при реализации каждого плана? Какой план более предпочтителен?
2. Изменится ли ваш выбор, если процентная ставка в плане 2 будет повышена до 10%?

Решение

План 1:

Принимая за базовый период полгода, воспользуемся формулой (7.1) при $A=5000$; $r=5\%$; $n=20$:

$$FV_1 = 0,5 \cdot FM3(5\%, 20) = 5000 \cdot 33,066 = 165330$$

План 2:

Принимая за базовый период год, воспользуемся формулой (7.1) при $A=10000$; $r=9\%$; $n=10$:

$$FV_2 = 10000 \cdot FM3(9\%, 10) = 10000 \cdot 15,193 = 151930$$

В данной задаче более предпочтительным является план 1, так как в этом случае будущая стоимость денежного потока выше. Если процентная ставка

в плане 2 будет снижена до 8%, то будущая стоимость денежного потока будет равна:

$$FV_2 = 10000 \cdot FM3(10\%, 10) = 10000 \cdot 15,937 = 159370$$

то и в этом случае решение не изменится, то есть выгоднее план 1.

Задача 2. Предприниматель в результате инвестирования в некоторый проект будет получать в конце каждого квартала 8 тыс. долл. Определить возможные суммы, которые через три года получит предприниматель, если можно поместить деньги в банк под сложную процентную ставку 24% годовых с ежеквартальным начислением процентов.

Решение

Используем формулу (7.2), считая базовым периодом квартал, тогда $A=8$;
 $n=12$; $r=6\%$:

$$FV = 8 \cdot FM3(6\%, 12) = 8 \cdot 16,8699 = 134959$$

Через три года в банке на счете предпринимателя будет 134 959 000 долл.

Задача 3. Какую сумму необходимо поместить в банк под сложную процентную ставку 6% годовых, чтобы в течение 6 лет иметь возможность в конце каждого года снимать со счета 100 тыс. руб., исчерпав счет полностью, если банком ежегодно начисляются сложные проценты?

Решение

Для ответа на поставленный вопрос необходимо определить приведенную стоимость аннуитета постнумерандо. По формуле (7.2) при $A = 100$; $r=6\%$;
 $n=6$:

$$PV = 100 \cdot FM4(6\%, 6) = 100 \cdot 4,917 = 491,7$$

В банк на счет необходимо положить 491 700 руб.

Задача 4. Клиент в конце каждого года вкладывает 300 тыс. руб. в банк, ежегодно начисляющий сложные проценты по ставке 10% годовых. Определить сумму, которая будет на счете через 7 лет. Если эта сумма получается в результате однократного помещения денег в банк, то какой величины должен быть взнос?

Решение

По формуле (7.1) при $A=300$; $r=10\%$; $n=7$:

$$FV = 300 \cdot FM3(10\%, 7) = 300 \cdot 9,487 = 2846,1.$$

Через 7 лет на счете накопится 2846100 руб.

Величину однократного взноса в начале первого года находим по формуле (3.2, Занятие Сложные ссудные ставки) при $F=2846,1$; $r=10\%$; $n=7$:

$$P = 2846,1 \cdot FM2(10\%, 7) = 2846,1 \cdot 0,51 = 1450,44$$

Взнос равен 1450440 руб.

Задача 5. Фирме предложено инвестировать 200 млн. руб. на срок 4 года при условии возврата этой суммы частями (ежегодно по 50 млн. руб.); по истечении четырех лет будет выплачено дополнительное вознаграждение в размере 25 млн. руб. Примет ли она это предложение, если можно депонировать деньги в банк из расчета 8% годовых?

Решение

По формуле (3.1) (Занятие Сложные ссудные ставки) при $P=200000$; $r=0,08$; $n=4$ определим сумму, которая накопится на счете, если положить деньги в банк:

$$F1=200 \cdot (1+0,08)^4= 272,098$$

По формуле (7.1) при $A=50000$; $r=8\%$; $n=4$ определим будущую стоимость аннуитета постнумерандо:

$$FV = 50 \cdot FM3(8\%,4)=50 \cdot 4,5061= 225,305$$

С учетом дополнительного вознаграждения в 25 млн. руб., при условии инвестирования 200 млн., на конец четвертого года на счете фирмы будет сумма, равная

$$F2=225,305+25=250,305$$

$F1 > F2$, поэтому фирме выгодно положить деньги в банк и не принимать данное предложение.

Задачи для подготовки к занятию

Задача 1. Предприниматель планирует после выхода на пенсию обеспечить себе ежегодный годовой доход в размере 60 тыс. руб. в течение 8 лет. Какую сумму ему необходимо для этого поместить на депозит в момент выхода на пенсию, если банковская ставка по депозитам будет 10% годовых? Предприниматель планирует снимать денежные средства с депозита в начале каждого года и за 8 лет исчерпать депозит полностью.

Задача 2. В начале каждого года в течение 13 лет на счет вносится 130 тыс. рублей, процентная ставка составляет 13% годовых. Определить наращенную сумму через 13 лет.

Задача 3. Сумма 75 тыс. рублей вносится в конце каждого года на протяжении 18 лет под 13% годовых. Определить величину накопленного вклада через 18 лет.

Задача 4. Найти дисконтированную величину 16 вкладов постнумерандо по 100 тыс. рублей при ставке 14% годовых на текущий момент времени и через 3 года.

Задача 5. Найти текущую стоимость суммы 15 вкладов пренумерандо по 75 тыс. рублей при ставке 20% годовых.

Задача 6. Какую сумму необходимо поместить в банк под сложную процентную ставку 10% годовых, чтобы в течение 12 лет иметь возможность в конце каждого года снимать со счета 120 тыс. руб., исчерпав счет полностью, если банком ежегодно начисляются сложные проценты?

Задание на практическое занятие 7. Финансовые ренты

Контрольные вопросы

1. Какой денежный поток называется потоком пренумерандо? Приведите пример.
2. Какой денежный поток называется потоком постнумерандо? Приведите пример.

3. Как используются финансовые таблицы для оценки постоянных аннуитетов?
4. Чему равен коэффициент наращивания аннуитета?
5. Чему равен коэффициент дисконтирования аннуитета?
6. Какая связь существует между будущей и приведенной стоимостями аннуитета?

Расчетные задачи

Задача 1. Анализируются два плана накопления денежных средств по схеме аннуитета пренумерандо: 1) класть на депозит 100 тыс. руб. каждый квартал при условии, что банк начисляет сложные проценты по ставке 8% с ежеквартальным начислением процентов; 2) делать ежегодный вклад в размере 420 тыс. руб. при условии, что банк ежегодно начисляет сложные проценты по ставке 7%. Какая сумма будет на счете через 5 лет при реализации каждого плана?

Задача 2. Банк предлагает ренту постнумерандо на 15 лет с полугодовой выплатой 100 тыс. руб. Годовая процентная ставка 9% в течение всего периода остается постоянной, сложные проценты начисляются по полугодиям. По какой цене имеет смысл приобретать эту ренту?

Задача 3. В начале каждого года вы вкладываете 500 тыс. руб. в банк, ежегодно начисляющий сложные проценты по ставке 9 % годовых. Определить сумму, которая накопится на счете через 5 лет. Если эта сумма получается в результате однократного помещения денег в банк, то какой величины должен быть взнос?

Ситуационные задачи

Задача 1. От сдачи в аренду здания предприниматель получает в конце каждого квартала доход в размере 5 тыс. долл., которые он переводит на депозит в банк. Какая сумма будет получена арендодателем в банке в конце года, если банковская ставка по депозитам равна 8% годовых, начисляемых ежеквартально?

Задача 2. Преуспевающий предприниматель в знак уважения к своей школе намерен заключить договор со страховой компанией, согласно которому компания ежегодно будет выплачивать школе сумму в 500 тыс. руб. от имени предпринимателя в течение 20 лет. Какой единовременный взнос должен сделать предприниматель, если банковская ставка по вкладам равна 5% годовых?

Задача 3. Страховая компания заключила договор с предприятием на 5 лет, установив ежемесячный страховой взнос в сумме 500 тыс. руб.. Страховые взносы помещаются в банк под сложную процентную ставку 10 % годовых, начисляемую ежемесячно. Определите сумму, которую получит по данному контракту страховая компания по истечении срока договора.

Задача 4. Чтобы обеспечить себе дополнительный пенсионный доход, 50-летний Петров планирует воспользоваться услугами накопительной пенсионной системы. Какую сумму денег он должен внести на индивидуальный лицевой счет пенсионного фонда, чтобы после выхода на пенсию в 60 лет

иметь дополнительный годовой доход в 50 тыс. руб. в течении 10 лет? Ставка начисления процентов – 12% годовых.

Занятие 8. Определение параметров ренты

Постоянный аннуитет (финансовая рента) описывается набором основных параметров – платеж аннуитета, процентная ставка, срок действия аннуитета. Зная эти параметры, можно решать прямую и обратную задачи оценки аннуитета - определить его будущую и приведенную стоимость. При разработке финансовых контрактов и условий финансовых операций могут возникнуть случаи, когда задаются будущая или приведенная стоимость ренты, и необходимо рассчитать значения ее параметров.

Цель проведения занятия – научиться определять параметры аннуитетов, используя формулы финансовых вычислений.

Основные формулы

$$A = \frac{FV_{pst}}{FM3(r, n)} \quad (8.1)$$

$$A = \frac{PV_{pst}}{FM4(r, n)} \quad (8.2)$$

$$n = \frac{\frac{FV_{pst}}{A} r + 1}{Ln(1+r)} \quad (8.3)$$

$$n = -\frac{Ln(1 - \frac{PV_{pst}}{A} r)}{Ln(1+r)} \quad (8.4)$$

$$FM3 = \frac{(1+r)^n - 1}{r} \quad (8.5)$$

$$FM4 = \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r} \quad (8.6)$$

Типовые задачи с решениями

Задача 1. Работник заключает с фирмой контракт, согласно которому в случае его постоянной работы на фирме до выхода на пенсию (в 60 лет) фирма обязуется в начале каждого года перечислять на счет работника в банке одинаковые суммы, которые обеспечат работнику после выхода на пенсию в конце каждого года дополнительные выплаты в размере 30 000 руб. в течение 10 лет. Какую сумму ежегодно должна перечислять фирма, если работнику

40 лет и предполагается, что банк гарантирует годовую процентную ставку 10% ?

Решение

Выплаты работнику после выхода на пенсию представляют собой аннуитет постнумерандо.

По формуле (10.2) при $A=30\ 000$; $r=10\%$; $n=10$ найдем приведенную стоимость этого аннуитета :

$$PV=30000 \cdot FM4(10\%, 10) = 30\ 000 \cdot 6,145 = 184350$$

Таким образом, если иметь на счете в момент выхода на пенсию 184 350 руб. можно ежегодно снимать с него 30 000 руб. и через 10 лет исчерпать счет полностью.

Теперь необходимо выяснить, какую сумму фирма должна в начале года перечислять на счет работника, чтобы за 20 лет ($60 - 40 = 20$) накопить 184350 руб.

Размер вклада можно найти из формулы (11.1), полагая $FV_{pre}=184350$:

$$A=184350 / [FM3(10\%, 20) (1+r)] = 184350 / (57,274 \cdot 1,1) = 2926,125$$

Таким образом, фирме достаточно перечислять на счет работника 2916 руб.13 коп.

Задача 2. Иванов должен Петрову 200 тыс. руб. Он предлагает вернуть долг равными ежегодными платежами в 50 тыс. руб. Через какое время долг будет погашен, если на него ежегодно начисляются сложные проценты по ставке 12% годовых?

Решение

По формуле (11.4) при $A=50$; $r=0,12$; $PV_{pst}=200$

$$n = - \frac{\ln\left(1 - \frac{200}{50} \cdot 0,12\right)}{\ln(1+0,12)}$$

$$n=5,77$$

Долг будет погашен через 5,77 года

Задача 3. Господин X выплатил жене при разводе 1 млн. руб. Жена после развода планирует получать ежегодно одинаковые суммы в течение 20 лет. Какую сумму она будет получать, при условии, что процентная ставка по вкладам в банк равна 10% годовых?

Решение

1 млн. руб. – это приведенная стоимость срочной ренты постнумерандо, срок ренты- 20 лет, выплаты по ренте – ежемесячные. Величину неизвестного платежа находим из формулы (11.2) при $PV = 1\ 000\ 000$; $n=20$; $r=0,1$

$$A=1\ 000\ 000 / FM4(10\%, 20)$$

$$A=1\ 000\ 000 / 8,5136 = 117\ 459,1$$

Ежегодно жена будет получать 117 459 руб.10 коп.

Задача 4. Некоторая фирма хочет создать фонд в размере 3500 тыс. руб. С этой целью в конце каждого года фирма предполагает вносить по 600 тыс.

руб. в банк под 8% годовых. Найти срок, необходимый для создания фонда, если банк начисляет сложные проценты ежегодно.

Решение

По формуле (10.3) при $FV=3500$; $A=600$; $r=0,08$:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{3500}{600} \cdot 0,08 + 1\right)}{\ln(1 + 0,08)}$$

$$n=4,976443$$

Для создания фонда потребуется 5 лет.

Задачи для подготовки к занятию

Задача 1. Индивидуальный предприниматель погашает кредит равными ежемесячными платежами в 100 тыс. руб. в течение 3 лет. Банк согласился уменьшить платежи до 80 тыс. руб. Насколько увеличится срок погашения кредита, если банк использует сложную ставку 12% годовых с ежемесячным начислением процентов?

Задача 2. Задолженность в сумме 500 тыс. руб. погашается в течение 3 лет равными ежемесячными платежами. Определить размер платежа, в расчетах использовать ставку 8% годовых с ежеквартальным начислением процентов.

Задача 3. Предприятие намеревается за 2 года создать фонд развития в сумме 5 млн. руб. Какую сумму предприятие должно ежемесячно ассигновать на эти цели при условии помещения этих денег в банк под сложную процентную ставку 8% годовых с ежемесячным начислением процентов? Какой единовременный вклад в начале первого года нужно было бы сделать для создания фонда?

Задание на практическое занятие 8. Определение параметров финансовых рент.

Контрольные вопросы

1. Как изменяется коэффициент наращивания аннуитета при изменении срока действия аннуитета и изменении процентной ставки?
2. Как изменяется коэффициент дисконтирования аннуитета при изменении срока действия аннуитета и изменении процентной ставки?
3. Какая связь существует между оценками аннуитета пренумерандо и постнумерандо?

Расчетные задачи

Задача 1. Какой срок необходим для того, чтобы на депозите накопилось 10 млн. руб., при условии, что на ежегодные взносы в сумме 1 млн. руб. начисляются сложные проценты по ставке 9% годовых? Взносы на депозит делаются в начале каждого года. Как изменится срок, если взносы на депозит будут в конце каждого года.

Задача 2. Необходимо найти размер равных взносов в конце года для следующих двух ситуаций, каждая из которых предусматривает начисление сложных процентов по ставке 8% годовых:

- 1) создать за 5 лет резервный фонд в сумме 1 млн. руб.
- 2) погасить через 5 лет текущую задолженность в сумме 1 млн. руб.

Ситуационные задачи

Задача 1. Работник заключает с фирмой контракт, согласно которому фирма обеспечит работнику после выхода на пенсию в конце каждого года дополнительные выплаты в размере 8000 руб. в течение 18 лет. Какую сумму ежегодно фирма должна перечислять на банковский счет работника, если работнику 30 лет, выход на пенсию – в 60 лет и предполагается, что банк гарантирует годовую процентную ставку 10% годовых?

Задача 2. Владелец малого предприятия планирует за три года создать фонд развития в сумме 1,5 млн. руб. Он рассматривает следующие возможности для создания фонда с помощью банковского депозита, на который начисляются сложные проценты по ставке 12% годовых: 1) делать ежегодные равные взносы на депозит; 2) сделать разовый платеж. Определить размеры денежных сумм, которые должен потратить владелец предприятия в каждом варианте.

Задача 3. Предприниматель Иванов инвестировал 700 000 руб. в пенсионный контракт. Пенсионный фонд предложил условия, согласно которым определенная сумма будет выплачиваться Иванову ежегодно в течение 20 лет исходя из ставки 15% годовых. Какую сумму ежегодно будет получать предприниматель?

Задача 4. К моменту выхода на пенсию через 10 лет предприниматель Иванов хочет иметь на счете 300 000 руб. Для этого намерен делать ежегодный взнос в банк в начале каждого года. Определите размер взноса, если банковская ставка по депозитам составляет 7% годовых.

Задача 5. Семья Ивановых планирует накопить на летний отпуск 200 тыс. руб.. Для этого в начале каждого месяца в банк на депозит вносится одинаковая сумма. Определить размер ежемесячного взноса, если банковская ставка по депозитам равна 8% годовых с ежемесячным начислением процентов.

Задача 6. На новый год глава семьи Ивановых подарил жене и дочери по 500 долл. Дочь следует моде и поэтому приобретает каждый год новую сумку. Мама предпочитает классику и покупает новую дорогую сумку за 500 долл. каждые 5 лет. Определить: 1) на сколько лет хватит дочери этих денег, если она каждый год будет покупать новую сумку за 100 долл., а остаток денег хранить на банковском счете с годовой процентной ставкой 12% годовых? 2) по какой максимальной цене может приобретать сумки дочь, чтобы они с мамой изнашивали свои сумки в одно и то же время?

Методические указания по самостоятельной работе

Организация и выполнение самостоятельной работы предполагает ориентирование студентов на поиск и работу с учебной литературой, подбор необходимого материала для выполнения заданий.

Подготовка к практическим занятиям подразумевает повторение лекционного материала; анализ типовых задач и самостоятельное решение задач для подготовки к занятию.