Министерство образования и науки Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

ФАКУЛЬТЕТ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ (ФДО)

В. В. Кручинин, М. Ю. Перминова

ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПАКЕТЫ

Учебно-методическое пособие

Томск
2017

Кручинин В. В., Перминова М. Ю.

Профессиональные математические пакеты : учебно-методическое пособие / В. В. Кручинин, М. Ю. Перминова. – Томск : ФДО, ТУСУР, 2017. – 117 с.

Рассмотрены основные элементы программирования математических функций и выражений в системе компьютерной математики Maxima. Показаны возможности системы Maxima для символьных и численных вычислений: упрощение выражений, решение систем уравнений, матрицы и операции над ними, операции над рядами, дифференцирование и интегрирование, решение дифференциальных уравнений.

Для студентов факультета дистанционного обучения ТУСУР направления подготовки 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника» (уровень бакалавриата), профиль «Промышленная электроника».

Введение

Целью дисциплины «Профессиональные математические пакеты» является изучение пакетов прикладных математических программ для решения математических задач, получения навыков установки и манипулирования электронными документами в системе символьных вычислений Maxima.

Универсальные математические пакеты предоставляют новые широкие возможности для совершенствования процесса обучения на всех его этапах, включая комплексную подготовку обучаемого к профессиональной деятельности и самореализации. Велика роль пакетов прикладных программ при изучении математики: облегчая решение сложных задач, они снимают психологический барьер в изучении математики и делают этот процесс интересным и более простым.

Во время освоения дисциплины решаются следующие задачи:

1) изучение основ математических пакетов, структуры и их функций;

2) изучение графических редакторов для ввода и манипулирования математическими выражениями, вычислениями и расчетами;

3) изучение основ программирования математических задач;

4) овладение основными методами и функциями системы Maxima для решения задач линейной алгебры, векторной геометрии, тензорного анализа, математического анализа, решения систем дифференциальных уравнений и численного анализа, визуализация полученных решений;

5) получение навыков и умений использования математических пакетов в решении инженерных задач и моделирования.

Рассмотренная в пособии система Maxima имеет следующие основные функциональные возможности:

1) проведение разносторонних численных расчетов. В системе реализовано огромное число методов и алгоритмов вычислительной математики;

2) проведение символьных преобразований и вычислений, результатом этих вычислений являются формулы, функции, уравнения, интегралы;

3) программирование – написание некоторого алгоритма из функций, операторов: присваивания, цикла, условного оператора и объектов, таких как массивы, списки, выражения, константы, переменные;

4) построение графиков и прочих графических объектов;

5) развитая система сервисов, помощь, графический и символьные интерфейсы;

6) экспорт результатов и формул в форматы TeX, Eps, HTML.

Система Maxima обладает простым и «дружественным» кроссплатформенным графическим интерфейсом, который называется wxMaxima и используется при изучении данной дисциплины.

В пособии рассмотрены основные направления использования системы Maxima. Кроме теоретического материала в пособии представлены задания для самостоятельной работы студентов (гл. 6) и указания для выполнения контрольной работы (гл. 7).

Изучения данного пособия достаточно для освоения дисциплины «Профессиональные математические пакеты». В качестве дополнительного материала можно использовать источники, представленные в списке литературы.

В результате освоения дисциплины «Профессиональные математические пакеты» студент должен:

знать:

- методы решения математических задач с использованием профессиональных математических пакетов;

уметь:

- использовать различные методы решения задач, применяя структуры и функции профессиональных математических пакетов;

владеть:

- современными программными средствами моделирования, проектирования и математического расчета, заложенными в профессиональных математических пакетах.

1 Основы работы в системе Maxima

1.1 История разработки

Численные методы решения математических задач являются основой для применения и развития современных компьютеров. Однако решение задач в численном виде во многих случаях является недостаточным, а иногда и вовсе не приводит к решению, поэтому наряду с численными методами решения задач развиваются методы символьных вычислений.

Простейшей задачей символьных вычислений является упрощение математических выражений, например сложение с нулем, умножение на нуль, умножение на единицу, сокращение подобных членов и др.

Для реализации таких алгоритмов использовались механизмы представления математических выражений в виде абстрактных синтаксических деревьев и манипулирования ими. Дальнейшее развитие этого направления породило компьютерную алгебру – науку, объединившую алгебру и теорию вычислений. Одной из первых систем компьютерной алгебры принято считать систему Reduce, предназначенную для решения физических задач. В настоящее время широко используются системы Reduce [8], Mathematica [9], Maple [10], Maxima [11] и др. Остановимся подробнее на Maxima.

Система Maxima является развитием известной системы Macsyma (MAC Symbolic Manipulation), которая была разработана в Массачусетском технологическом институте, в рамках существовавшего в 60-е гг. XX в. большого проекта MAC. В качестве языка для разработки системы был выбран язык Lisp. Система Macsyma была закрытым коммерческим проектом, который просуществовал до 1999 г.

В 1998 г. профессор Техасского университета в Остине Уильям Шелтер получил права на публикацию кода Macsyma по лицензии GPL и стал развивать свой проект под названием Maxima. Сегодня Maxima – свободно распространяемый программный продукт (по лицензии GPL).

В настоящее время Maxima – это система компьютерной математики, которая предназначена для выполнения математических расчетов (как в символьном, так и в численном виде), таких как:

- упрощение выражений;
- графическая визуализация вычислений;
- решение уравнений и их систем;
- решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем;

- решение задач линейной алгебры;
- решение задач дифференциального и интегрального исчисления;
- решение задач теории чисел и комбинаторных уравнений и др.

В системе имеется большое количество встроенных команд и функций, а также возможность создавать новые пользовательские функции. Система имеет свой собственный язык. Она также имеет встроенный язык программирования высокого уровня, что говорит о возможности решения новых задач и создания отдельных модулей и подключения их к системе для решения определенного круга задач.

При проведении вычислений Maxima использует точные дроби, целые числа и числа с плавающей точкой, что позволяет проводить вычисления с очень высокой точностью.

Maxima является универсальным математическим пакетом, позволяющим решать большое количество сложных математических задач без использования программирования. Существуют версии пакета для ОС Windows, Linux и MacOS.

Сама по себе Maxima – консольная программа, и все математические формулы она «отрисовывает» обычными текстовыми символами. Maxima работает как в консольном режиме, так и в виде оконного приложения. При этом существует несколько графических русифицированных интерфейсов: xMaxima, wxMaxima, TexMacs. wxMaxima (основан на wxWidgets; включается в поставку для ОС Windows) так же, как и Maxima, распространяется по лицензии GPL. TeXmacs может использоваться для редактирования научных текстов в Maxima. Он позволяет экспортировать документы в ряд популярных форматов, включая TeX/LaTeX и HTML/MathML.

1.2 Установка программ

1.2.1 Установка Maxima

Свободно распространяемую версию дистрибутива Maxima, документацию на английском языке, типы и виды интерфейсов системы можно посмотреть и скачать с сайта программы http://maxima.sourceforge.net. Русская локализация сайта: http://maxima.sourceforge.net/ru/. На период написания пособия последняя версия дистрибутива для ОС Windows – 5.38.1.

Система является многоплатформенной, имеет небольшой размер дистрибутива, легко устанавливается. Кратко опишем процесс установки Maxima для ОС Windows:

1. Скачайте с официального сайта систему Maxima.
2. Запустите скачанный установщик программы, выберете язык

установки и нажмите кнопку «OK» (рис. 1.1).

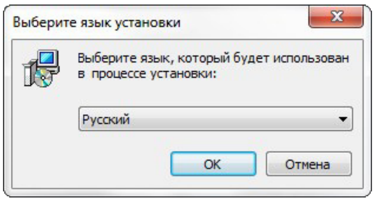


Рис. 1.1 – Выбор языка установки

3. В окне приветствия нажмите кнопку «Далее» (рис. 1.2).

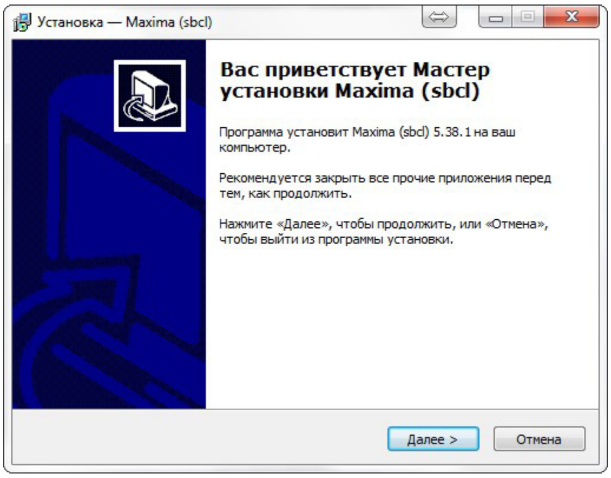


Рис. 1.2 – Окно установки Maxima

4. Ознакомьтесь с лицензионным соглашением, примите его условия и нажмите кнопку «Далее» (рис. 1.3).

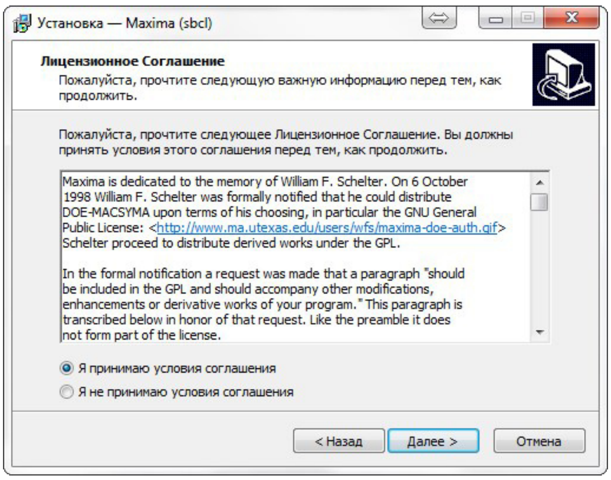


Рис. 1.3 – Ознакомление с лицензионным соглашением

5. Ознакомьтесь с важной информацией и нажмите кнопку «Далее» (рис. 1.4).

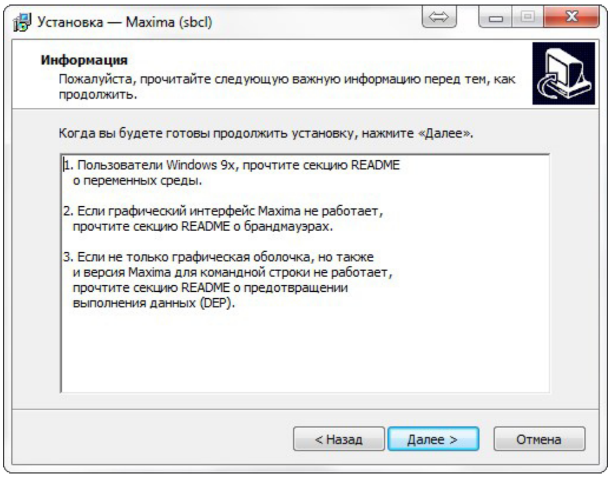


Рис. 1.4 – Информация, знакомство с которой необходимо перед установкой

6. Выберите папку, в которую будет установлена Maxima, и нажмите кнопку «Далее» (рис. 1.5).

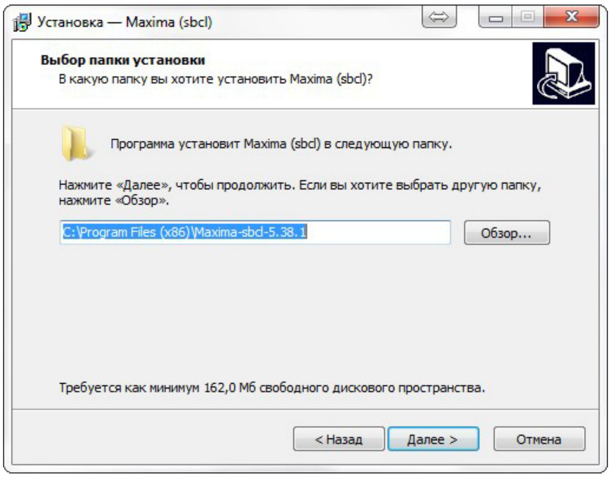


Рис. 1.5 – Выбор папки для установки

7. Выберите компоненты для установки и нажмите кнопку «Далее» (рис. 1.6). Рекомендуется установить графическую оболочку wxMaxima.

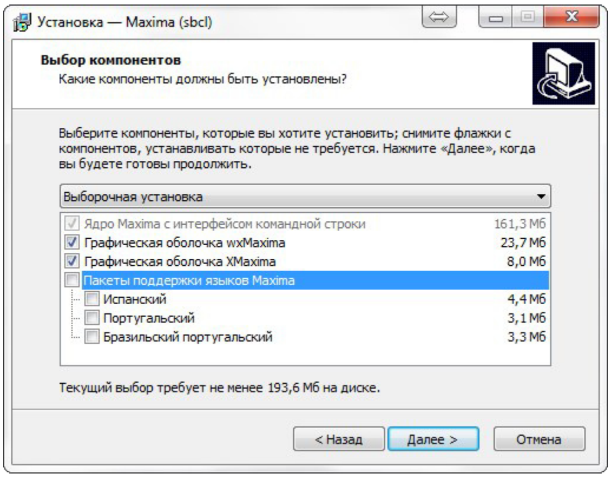


Рис. 1.6 – Выбор компонентов для установки

8. Выберите папку в меню «Пуск», в которой будут размещены ярлыки Maxima, и нажмите кнопку «Далее» (рис. 1.7).

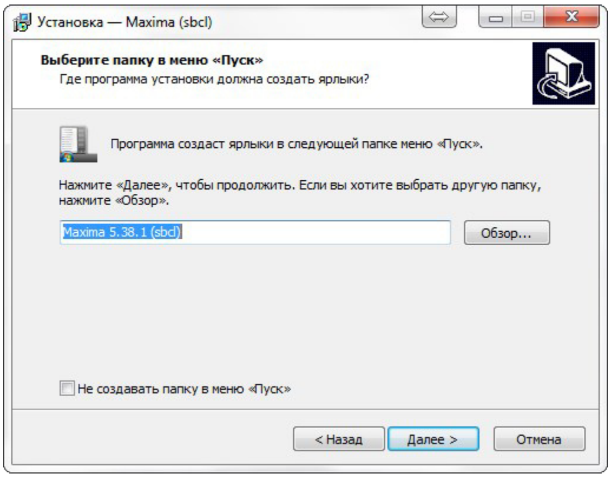


Рис. 1.7 – Выбор папки для размещения ярлыков

9. Выберите дополнительные задачи, которые будут выполнены при установке Maxima, и нажмите кнопку «Далее» (рис. 1.8).

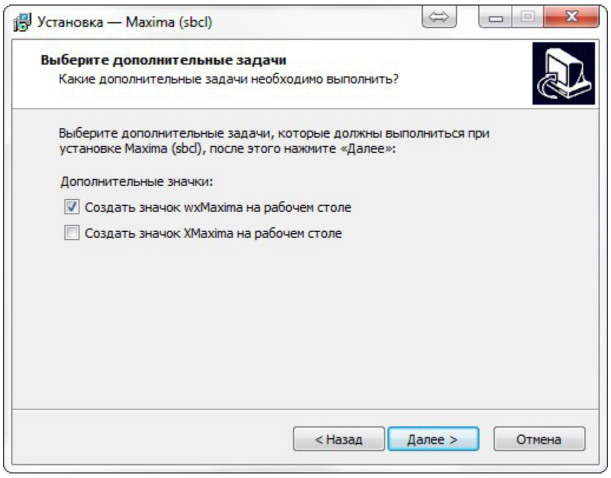


Рис. 1.8 – Выбор дополнительных задач при установке

10. Подтвердите выбранные параметры установки и нажмите кнопку «Установить» (рис. 1.9).

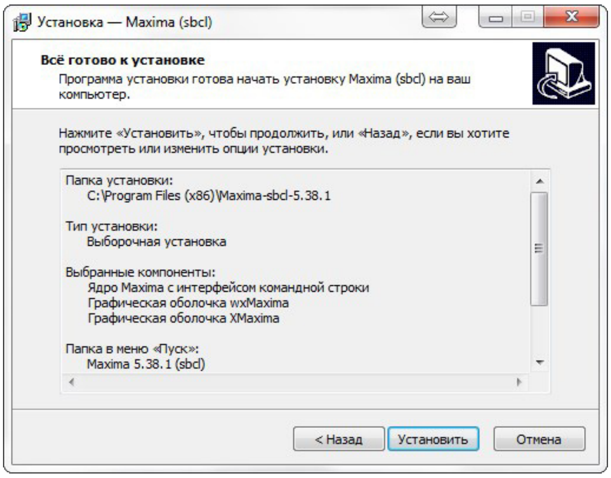


Рис. 1.9 – Выбор дополнительных задач при установке

11. Дождитесь окончания установки (рис. 1.10).

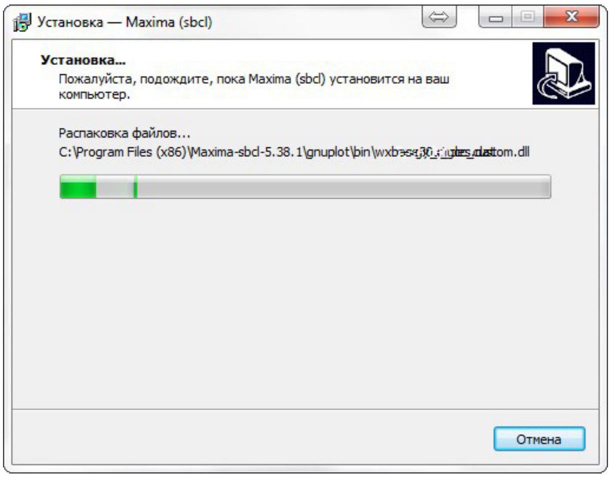


Рис. 1.10 – Выбор дополнительных задач при установке

12. Ознакомьтесь с важной информацией и нажмите кнопку «Далее» (рис. 1.11).

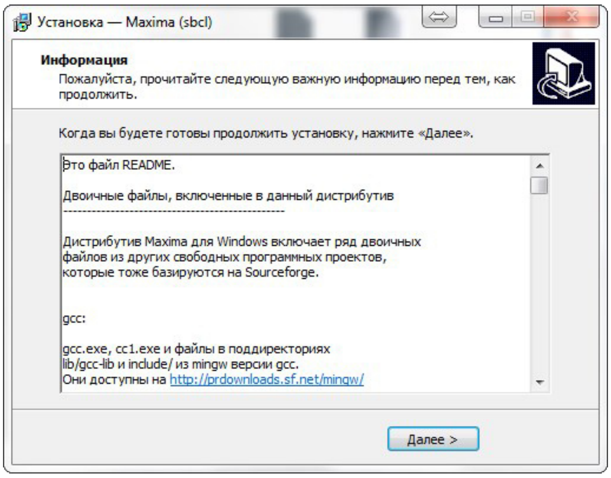


Рис. 1.11 – Информация, знакомство с которой необходимо после установки

13. Установка завершена, нажмите кнопку «Завершить» (рис. 1.12).

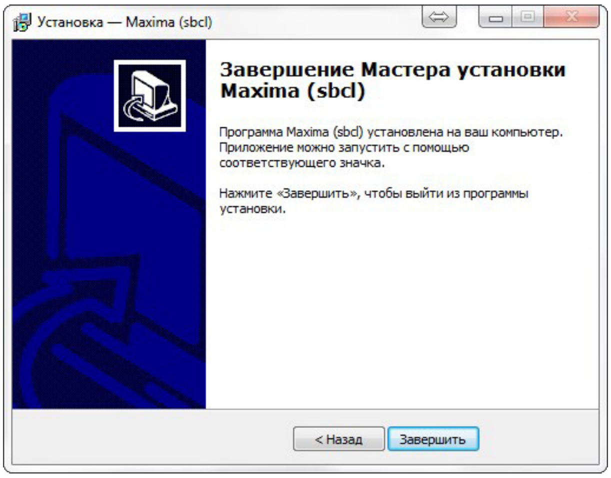


Рис. 1.12 – Выход из программы установки Maxima

1.2.2 Установка wxMaxima

Как говорилось ранее, Maxima имеет несколько интерфейсов. Наиболее дружественным, простым и удобным в работе графическим интерфейсом в настоящее время является отдельная самостоятельная графическая программа wxMaxima.

Достоинствами wxMaxima являются:

- возможность графического вывода формул;
- упрощенный ввод наиболее часто используемых функций (через диалоговые окна);
- разделение окна ввода данных и области вывода результатов.

В данном пособии описывается использование именно этого интерфейса.

Желательно установить этот графический интерфейс, поскольку он необходим при решении некоторых задач. Например, при выполнении графических построений.

wxMaxima включается в поставку для ОС Windows, то есть не требует отдельной установки. На период написания пособия последняя версия дистрибутива – 16.04.2.

1.3 Основные определения

Рассмотрим ряд определений, используемых в программе wxMaxima и необходимых для дальнейшего изложения материала.

Документ – содержимое редактора, находящееся во внутренней памяти редактора. Документ состоит из внутренней информации и последовательности ячеек.

Документ можно сохранить в *файл*. При этом необходимо дать имя файлу. Расширение файла может быть .wxm для ранних версий wxMaxima и .wxmx для версии 16.04.2.

Ячейка – это единица информации графического редактора, состоящая из входного выражения, которое может быть введено с помощью клавиатуры или скопировано.

Каждая ячейка имеет свою *метку* – заключенное в скобки имя ячейки. Ячейки, в которых размещаются входные данные (формулы, команды, выражения) называют *ячейками ввода*. Они обозначаются %in, где n – номер ячейки ввода (i – сокращенно от английского слова input – ввод).

Ячейки, в которых размещаются выходные данные (списки значений, выражения) называют *ячейками вывода*. Они обозначаются %on, где n – номер ячейки вывода (o – сокращенно от английского слова output – вывод).

Функция в системе Maxima может быть математической, например $\sin(x)$, или программой, которую написал пользователь, или программой, являющейся составной частью системы.

Команда (входное выражение) – это любая комбинация математических выражений и встроенных функций.

Задание команды в ячейке ввода и формирование ячейки вывода называют *отдельной сессией работы с программой wxMaxima*.

1.4 Элементы основного окна wxMaxima

После запуска wxMaxima загружается основное окно. Его структура имеет стандартный вид (рис. 1.13):

1) строка заголовка, в которой располагается название программы и информация о том, сохранен ли рабочий документ (если документ сохранен, то прописывается его имя);

2) строка меню программы – доступ к основным функциям и настройкам программы. В ней находятся функции для решения большого количества типовых математических задач, разделенные по группам: «Уравнения», «Алгебра», «Анализ», «Упростить», «Графики», «Численные расчеты». Заметим, что ввод команд через диалоговые окна упрощает работу с программой для начинающих пользователей;

3) панель инструментов – на ней находятся кнопки для создания нового документа, быстрого сохранения документа, вызова окна справки, прерывания вычислений, работы с буфером обмена и др.;

4) рабочая область – непосредственно сам документ, в котором

формируются ячейки ввода и выводятся результаты выполненных команд;

5) полосы прокрутки;

6) строка состояния.

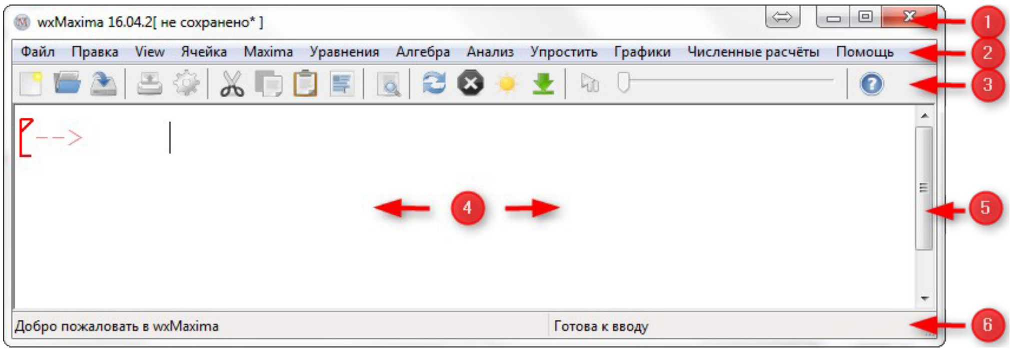


Рис. 1.13 – Основное окно wxMaxima

1.4.1 Панель инструментов

Перечислим основные элементы панели инструментов:

1. Новый документ .
2. Открыть документ .
3. Сохранить документ .
4. Напечатать документ .
5. Настроить wxMaxima .
6. Вырезать выделение .
7. Копировать выделение .
8. Вставить из буфера .
9. Выделить все .
10. Найти и/или заменить .
11. Остановить работу системы Maxima и перезапустить её .
12. Прервать текущее вычисление . Для перезапуска нажать кнопку, расположенную слева от данной.
13. Вернуться к ячейке, которая оценивается в данный момент .
14. Провести все вычисления с начала до ячейки над курсором .
15. Воспроизведение анимации .
16. Помощь по Maxima .

1.4.2 Основные пункты меню

Файл

Подменю меню «Файл» состоит из следующих пунктов:

- Новый (Ctrl+N) – создание нового документа.
- Открыть (Ctrl+O) – открытие уже созданного документа.
- Open Recent – открытие документа, который входит в список недавних документов.
- Сохранить (Ctrl+S) – сохранение текущего открытого документа.
- Сохранить как (Shift+Ctrl+S) – сохранение текущего открытого документа с новым именем.
- Загрузить пакет (Ctrl+L) – загрузить (подключить) пакет или библиотеку функций.
- Пакетный файл (Ctrl+B) – загрузить и выполнить все функции пакета или библиотеки функций.
- Экспортировать – экспорт документа wxMaxima в форматы tex, mac и html.
- Печать (Ctrl+P) – печать документа.
- Выход (Ctrl+Q) – завершение работы графического редактора wxMaxima.

Правка

Подменю меню «Правка» содержит следующие пункты:

- Отмена (Ctrl+Z) – отмена последнего действия.
- Redo (Ctrl+Y) – отмена отмены последнего действия.
- Вырезать (Ctrl+X) – вырезать выделенный текст или совокупность ячеек.
- Копировать (Ctrl+C) – копировать выделенные ячейки или текст.
- Скопировать текст (Ctrl+Shift+C) – копировать содержимое выделенной ячейки (вместе в номером ячейки ввода и вывода).
- Скопировать LaTeX – копировать содержимое выделенной ячейки в формате TeX/LaTeX. Выражения в формате TeX/LaTeX можно вывести в документ (пункт меню «Maxima» $\rightarrow$ Вывести в формате TeX/LaTeX). Например, задаем выражение и получаем его

представление на языке пакета TeX/LaTeX.

Пример:

```
(%i1) 'integrate(7*x^15+x^2+3*x,x,-5,5);
```

$$\int_{-5}^{5} 7x^{15} + x^2 + 3x dx \qquad (\%o1)$$

```
(%i2) tex(%);
```

$$\$\$\backslash int\_ - 5\hat{}57\backslash, x\hat{}15 + x\hat{}2 + 3\backslash, x\backslash; dx\$\$$$

$$false \qquad (\%o2)$$

- Copy as MathML – скопировать содержимое выделенной ячейки в формате MathML.
- Скопировать изображение – скопировать выделенное как изображение.
- Вставить (Ctrl+V).
- Найти (Ctrl+F).
- Выделить все (Ctrl+A).
- Save Selection to Image… – сохранить выделенное изображение в отдельный файл.
- Comment selection… – закомментировать выделенное.
- Настройка – настройка wxMaxima (рис. 1.14).

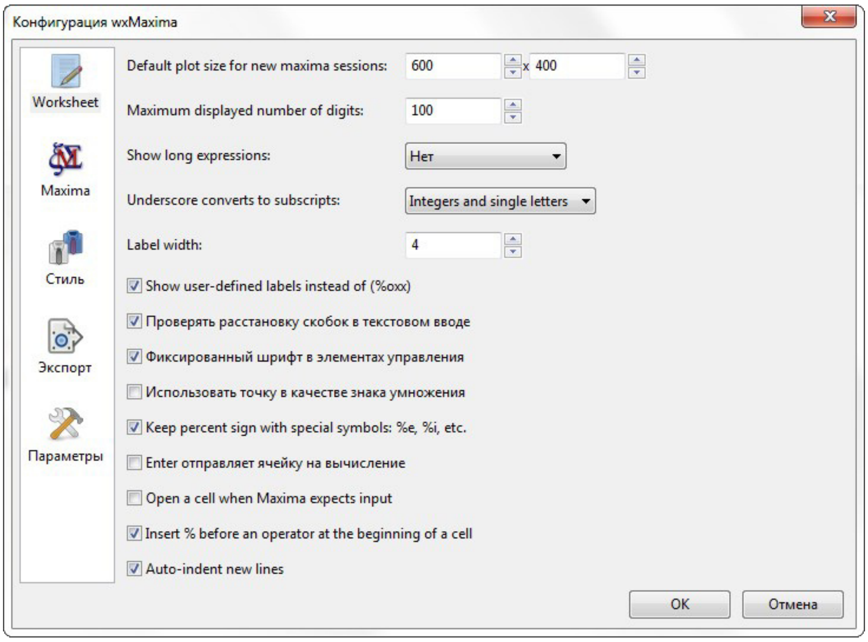


Рис. 1.14 – Окно настроек wxMaxima

View (вид)

Пункт меню «Вид» обеспечивает работу разнообразных вспомогательных окон и возможности графического редактора.

Рассмотрим последовательно соответствующие пункты подменю:

- Mail Toolbar (Alt+Shift+B) – главная панель инструментов. Если выбран этот пункт подменю, то панель активна.
- General Math (Alt+Shift+M) – математика. Если выбран этот пункт подменю, то появится окно с математическими операциями (рис. 1.15).

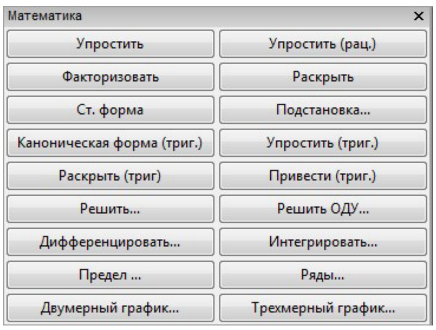


Рис. 1.15 – Окно «Математика»

- Статистика (Alt+Shift+S) – если выбран этот пункт подменю, то появится окно с основными статистическими операциями: вычисление среднего и дисперсии, среднеквадратическое отклонение, гистограмма и др. (рис. 1.16).

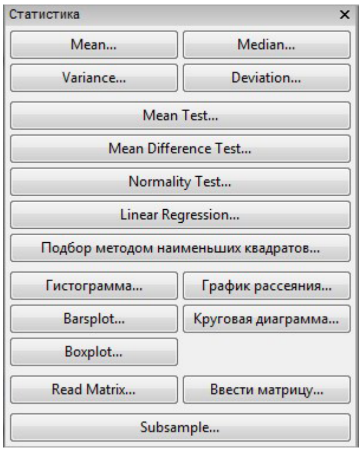


Рис. 1.16 – Окно «Статистика»

- Greek letters (Alt+Shift+G) – греческие символы. Если выбран этот пункт подменю, появится панель с греческими символами (рис. 1.17).

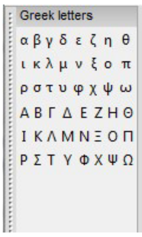


Рис. 1.17 – Окно «Греческие символы»

- Symbols (Alt+Shift+Y) – математические символы. Если выбран этот пункт подменю, появится панель с математическими символами (рис. 1.18).

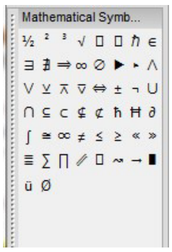


Рис. 1.18 – Окно «Математические символы»

- History (Alt+Shift+I) – история. Если выбран этот пункт подменю, то появится окно с отображением всех действий Maxima (рис. 1.19).

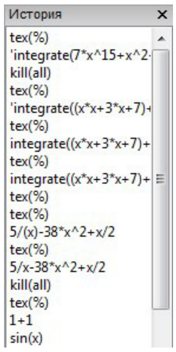


Рис. 1.19 – Окно «История»

- Table of Contents (Alt+Shift+T) – содержание. Окно, в котором отображается содержание, если в документе имеются разделы и подразделы.
- XML Inspector – окно в котором отображаются сетевые взаимодействия wxMaxima и системы Maxima.
- Добавить в ячейку (Alt+Shift+C) – если выбран этот пункт подменю, то появится панель с элементами, доступными для вставки (рис. 1.20).

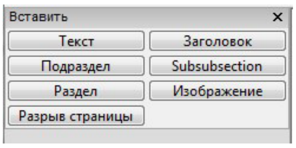


Рис. 1.20 – Окно «Вставить»

- Hide All Toolbars (Alt+Shift+«–») – скрыть панель инструментов (англ. toolbar).
- Zoom In (Ctrl+«+») – увеличить масштаб.
- Zoom Out (Ctrl+«–») – уменьшить масштаб.
- Задать увеличение – выбрать масштаб из указанных значений (в %).
- Полноэкранный режим (Alt+Enter).

Ячейка

Пункт меню «Ячейка» содержит подменю для проведения вычислений:

- Вычислить – будет вычислена текущая ячейка.
- Evaluate All Visible Cell (Ctrl+R) – вычислить все видимые ячейки.
- Evaluate Cells (Ctrl+Shift+R) – вычислить все ячейки.
- Evaluate Cell above this point (Ctrl+Shift+P) – вычислить все ячейки,

расположенные выше курсора.

- Удалить весь вывод.
- Скопировать предыдущий ввод (Ctrl+I).
- Copy Previous Output (Ctrl+U) – скопировать вывод предыдущей ячейки.
- Завершить слово (Ctrl+K) – автоматически позволяет завершить определенное слово, которое известно wxMaxima.
- Show Template (Ctrl+Shift+K) – показать подсказку при вводе команды (рис. 1.21).

Рис. 1.21 – Подсказка в wxMaxima

- Новая ячейка – создается новая ячейка, в которую можно записать или скопировать выражение.
- Новый комментарий (Ctrl+1) – создается ячейка, в которую надо записать текст комментария.
- Новый заголовок (Ctrl+2) – создается ячейка, в которую необходимо записать название раздела, которое автоматически подчеркивается.
- Новый раздел (Ctrl+3) – создается ячейка, в которую автоматически записывается номер (одно число) и необходимо записать заголовок первого уровня (глава, подраздел).
- Новый подраздел (Ctrl+4) – создается ячейка, в которую автоматически записывается номер (два числа, разделенные точкой) и необходимо записать название заголовка второго уровня (подглавы).
- Insert Subsubsections Cell (Ctrl+5) – создается ячейка, в которую автоматически записывается номер (три числа, разделенные точкой) и необходимо записать заголовок третьего уровня (параграфа).
- Вставить разрыв страницы в ячейку.
- Вставить изображение в ячейку.
- Fold All (Ctrl+Alt+[) – скрыть все.

- Unfold All (Ctrl+Alt+]) – открыть все.
- Предыдущая команда (Alt+вверх).
- Следующая команда (Alt+вниз).
- Merge Cells (Ctrl+M) – объединить ячейки.
- Divide Cell (Ctrl+D) – разделить ячейку.

Maxima

Графический редактор передает исполнение последовательности ячеек в систему Maxima, которая запускается как отдельный процесс в операционной системе. В тех случаях, когда надо остановить процесс исполнения последовательности ячеек (если происходит зацикливание, долго нет ответа либо очень большой объем вывода) соответствующий процесс можно прервать, выбрав пункт подменю «Прервать». В некоторых случаях необходимо перезапустить систему Maxima или очистить память. Кроме того есть несколько информационных подменю (Show…), в которых можно посмотреть значения переменных функций, определенных в данный момент (рис. 1.22).

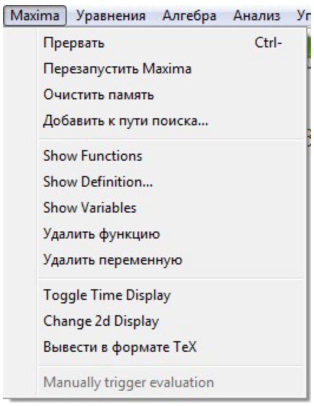


Рис. 1.22 – Подменю пункта Maxima

Помощь

Пункт меню «Помощь» предназначен для организации выдачи информации по системе Maxima справочного и учебного характера. Подменю этого пункта содержит следующие элементы:

- wxMaxima Help (F1) – справка по wxMaxima.
- Maxima help – справка по Maxima.
- Пример – при выборе этого элемента появляется окно для ввода имени команды или функции. Если будет введено имя, для которого есть информация в системе, то будет выдан файл с примером

использования данной команды или функции.

- Поиск.
- Show Tips – показать совет. Он может показываться при запуске wxMaxima.
- Обучающие материалы – переход на сайт с обучающими материалами.
- Информация о сборке.
- Сообщить об ошибке.
- Проверить наличие обновлений.
- О программе.

1.4.3 Математические пункты меню wxMaxima

К математическим относятся следующие пункты меню:

- Уравнения;
- Алгебра;
- Анализ;
- Упростить;
- Графики.

Каждая из групп меню содержит выполнение некоторой функции соответствующего раздела математики.

Алгебра

Пункт меню «Алгебра» обеспечивает диалоговый ввод матричных функций системы Maxima. Перечислим пункты подменю:

- Создать матрицу;
- Создать матрицу из выражения;
- Ввести матрицу;
- Обратить матрицу;
- Характеристический полином;
- Определитель;
- Собственные значения;
- Собственные векторы;
- Сопряженная матрица;
- Транспортировать матрицу;

- Make list – создать список;
- Apply to List – применить функцию к списку;
- Map to List(s) – применить функцию к каждому элементу списка(ов);
- Map to Matrix – применить функцию к матрице.

Уравнения

Пункт меню «Уравнения» (рис. 1.23) предназначен для выполнения операций с уравнениями (линейными, дифференциальными) и системами уравнений: решение и представление его в разных форматах, нахождение корней в пределах заданных границ и т. д.

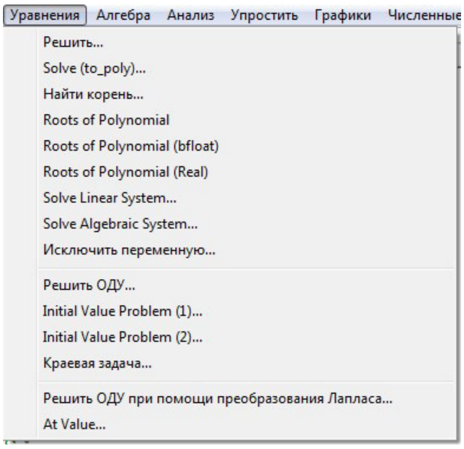


Рис. 1.23 – Подменю пункта Maxima

Анализ

Пункт меню «Анализ» содержит подменю со следующими элементами:

- Интегрировать…
- Risch Integration… – интегрирование по Ричу.
- Заменить переменную…
- Дифференцировать…
- Найти предел…
- Найти минимум…
- Get Series… – разложить в ряд.
- Pade Approximation… – аппроксимация Паде.
- Вычислить сумму…
- Вычислить произведение…
- Преобразование Лапласа…

- Inverse Laplace Transform… – обратное преобразование Лапласа.
- Наибольший общий делитель.
- Least Common Multiple – наименьшее общее кратное.
- Divide Polynomials – разделить полином на полином.
- Partial Fractions – разложить выражение на простые дроби.
- Continued Fraction – разложить в цепную дробь.

Пункт меню «Анализ» обеспечивает диалоговый ввод функций интегрирования, дифференцирования, разложения в ряд и прочие операции математического анализа системы Maxima. Например: необходимо найти производную выражения $\exp(\sin(x))$. Выбираем пункт меню «Дифференцировать», заполняем поля ввода, нажимаем клавишу «ОК» (рис. 1.24) и получаем результат, показанный далее в примере.

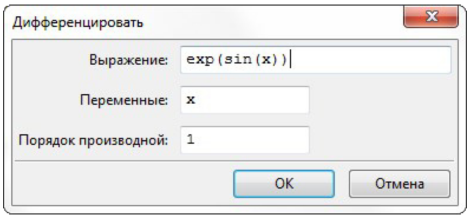


Рис. 1.24 – Диалоговый ввод функции дифференцирования

Пример:

```
(%i1) diff(exp(sin(x)),x,1);
```

$$\%e^{\sin(x)}\cos(x) \tag{\%o1}$$

Решение дифференциальных уравнений может быть получено в символьном (аналитическом) или численном виде.

Под аналитическим решением понимают такие решения, в которых неизвестная функция выражена через независимые переменные и параметры в виде формул, бесконечных рядов, интегралов.

Под численным решением понимают решения, полученные численно после приближенной замены исходного уравнения другим, более простым уравнением [11].

Главное преимущество численных решений состоит в том, что их можно получить даже в том случае, когда аналитические решения получить невозможно.

Упростить

Рассмотрим подменю пункта «Упростить»:

- Упростить выражение.
- Simplify Radicals – упростить радикалы.
- Factor Expession – разложить выражение на множители.
- Factor Complex – разложить комплексное число на множители.
- Expand Expession – раскрыть скобки в выражении.
- Expand Logarithms – раскрыть скобки в выражении, содержащем логарифмы.
- Factorial and Gamma – факториалы и гамма-функции. При выборе этого пункта открывается дополнительное меню, где можно выбрать преобразование факториала или гамма-функции, упрощение и объединение факториала.
- Trigonometric Simplification – упрощение тригонометрического выражения. При выборе этого пункта открывается подменю, где можно выбрать упрощение, приведение, раскрытие скобок или каноническую форму тригонометрического выражения.
- Complex Simplification – упрощение комплексных выражений. При выборе этого пункта открывается подменю, где можно выбрать приведение к стандартной или полярной форме, к тригонометрической форме или экспоненциальному представлению, получить вещественную или мнимую части.
- Подставить.
- Evaluate Noun Forms – вычислить невычисляемые формы.
- Toggle Algebraic Flag – переключить значение флага algebraic.
- Add Algebraic Eguality – добавить алгебраическое равенство.
- Modulus Computation – вычисление по модулю.

Графики

Пункт меню «Графики» (рис. 1.25) обеспечивает построение 2D- и 3D-графиков в wxMaxima.

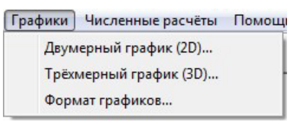


Рис. 1.25 – Подменю пункта «Графики»

Численные расчеты

Перечислим пункты подменю меню «Численные расчеты»:

- Toggle Numeric Output – переключить (включить/выключить) числовой вывод.
- В число с плавающей точкой.
- В число с плавающей точкой повышенной точности.
- To Numeric (Ctrl+Shift+N) – в числовой вывод.
- Set bigfloat Precision… – установить точность вычислений с плавающей точкой.

1.5 Работа в графическом редакторе

Работа в графическом редакторе осуществляется следующим образом:

1. Запускается графический редактор wxMaxima, загружается основное окно.

2. Загружается документ из файла или последовательно вводятся выражения, формулы, функции, которые записываются в ячейки.

После того, как система загрузилась, можно приступать к вычислениям. Для этого следует добавить ячейку ввода – задать само выражение. Входное выражение зависит от типа ячейки, обычно это некоторое выражение, оператор присваивания, математическая функция, уравнение или программная функция. Каждое входное выражение завершается символом «;», в случае его отсутствия система сама добавит этот символ. После ввода выражения требуется его обработать и вывести результат. Для этого необходимо нажать сочетание клавиш Shift+Enter (Ctrl+Enter или одну клавишу Enter на NumLock)[1], или на один из пунктов подменю «Ячейка», например «Вычислить». О каждом пункте меню подробно было рассказано ранее.
В результате образуется ячейка ввода и соответствующая ей ячейка вывода.

Систему можно использовать в качестве калькулятора для нахождения значений числовых выражений. Например, для того чтобы найти значение произведения 120 и 1243, надо:

---

[1]Далее в пособии под сочетанием клавиш Ctrl+Enter будет подразумеваться одно из следующих сочетаний: Shift+Enter, Ctrl+Enter или одна клавиша Enter на NumLock.

- в пункте меню «Ячейка» выбрать «Новая ячейка» или нажать клавишу Enter на NumLock. В результате в рабочей области будет сформирована ячейка ввода (рис. 1.26). Можно пропустить данный пункт, перейдя к выполнению следующего пункта, и ячейка ввода сформируется автоматически;
- с клавиатуры вводим команду: 120*1243 и нажимаем комбинацию клавиш Ctrl+Enter.

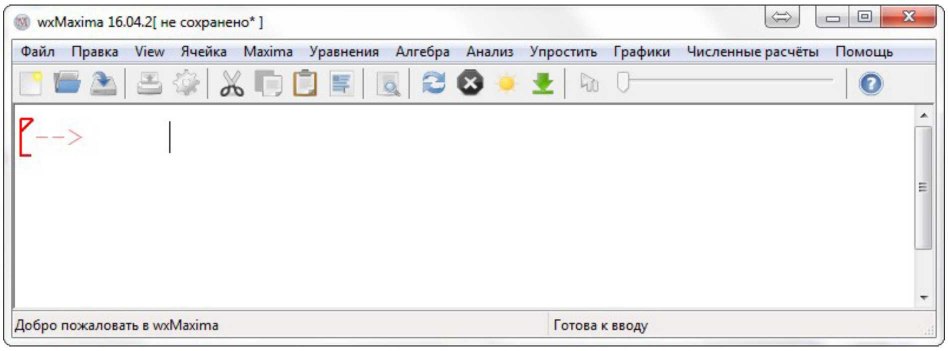


Рис. 1.26 – Новая ячейка ввода в wxMaxima

```
(%i1) 120*1243;
```

$$149160 \tag{\%o1}$$

Таким образом, в документе были сформированы две строки: (%i1) – ячейка ввода и для нее (%o1) – ячейка вывода.

После ввода каждой команде присваивается порядковый номер.

Пример:

```
(%i1) x:3;
```

$$3 \tag{x}$$

```
(%i2) y:10;
```

$$10 \tag{y}$$

```
(%i3) x/y;
```

$$\frac{3}{10} \tag{\%o3}$$

Указанные выше команды имеют номера 1–3 и обозначаются соответственно (%i1), (%i2), (%i3). Результат вычисления также имеет порядковый номер, например (%o1), (%o2) и т. д. Ячейки могут содержать многострочный ввод.

В системе Maxima предусмотрена возможность ввода сразу нескольких команд в одной строке. Для этого одна команда отделяется от другой символом «;». При этом формируется одна строка ввода и столько строк вывода, сколько команд было задано.

Пример:

```
(%i3) 4+7; 25/5; 3^6;
```

$$11 \qquad (\%o1)$$

$$5 \qquad (\%o2)$$

$$729 \qquad (\%o3)$$

Для обозначения конца ввода команды можно вместо точки с запятой использовать знак $. Это бывает удобно в том случае, если вывод результата вычисления на экран не нужен.

В случае, когда выражение надо отобразить, а не вычислить, перед ним необходимо поставить знак «’» (одинарная кавычка). Но этот метод не работает, когда выражение имеет явное значение. Например, выражение $\sin(\pi)$ Maxima рассматривает как нуль и при наличии апострофа.

Пример:

```
(%i1) 'integrate(x^2+x+3,x);
```

$$\int x^2 + x + 3dx \qquad (\%o1)$$

```
(%i2) integrate(x^2+x+3,x);
```

$$\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 3x \qquad (\%o2)$$

```
(%i3) 'sin(%pi);
```

$$0 \qquad (\%o3)$$

Имена функций и переменных в программе wxMaxima чувствительны к регистру, то есть прописные и строчные буквы в них различаются.

3. Производится исполнение всех введенных ячеек или некоторой их части; редактируются введенные выражения, формулы и функции.

Если после выполнения выражения требуется внести в него исправления, то для этого достаточно установить курсор в ячейке ввода, внести необходимые правки и нажать комбинацию клавиш Ctrl+Enter.

4. После завершения исполнения ячеек документ необходимо сохранить в файл.

Сохранение документа выполняется обычным способом с использованием пункта меню «Файл» или соответствующей кнопки на панели инструментов.

Особенностью графического интерфейса системы Maxima является то, что при открытии ранее сохраненного документа в рабочем окне выводятся только команды, все же ячейки с результатами не отображаются. Для их вывода можно воспользоваться командой «Evaluate all cells» (Вычислить все ячейки) пункта меню «Ячейка».

В программе wxMaxima можно добавлять в документ текстовые комментарии (рис. 1.27). Для этого выбираем пункт меню «Ячейка» → Новый комментарий (или сочетание клавиш Ctrl+1), после чего с клавиатуры набираем текст.

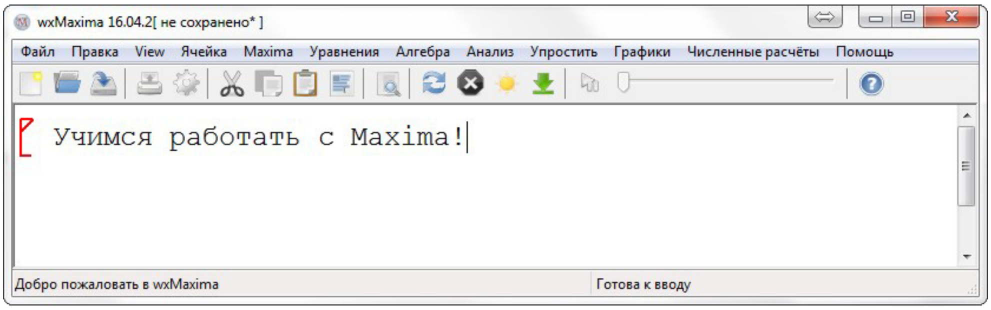


Рис. 1.27 – Текстовый комментарий в программе wxMaxima

В окне вывода результатов wxMaxima можно выделить необходимую формулу и, вызвав контекстное меню правой кнопкой мыши, скопировать любую формулу в текстовом виде, в формате TeX/LaTeX или в виде графического изображения, для последующей вставки в какой-либо документ (рис. 1.28).

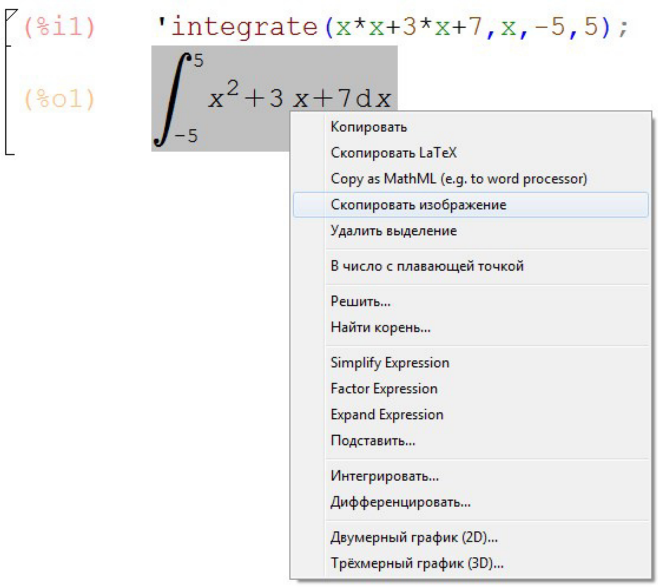


Рис. 1.28 – Контекстное меню

Контрольные вопросы по главе 1

1. Дайте понятие системы символьных вычислений.
2. Дайте понятие системы численных вычислений.
3. Перечислите наиболее известные системы символьных вычислений.
4. Что представляет собой система Maxima?
5. Перечислите основные укрупненные функции системы Maxima.
6. Перечислите основные функции графического редактора wxMaxima.
7. Что такое документ в системе Maxima?
8. Что такое ячейка и какими бывают ячейки?
9. Какие функции системы Maxima оперируют файлом документа?
10. Перечислите основные элементы меню «Ячейка».
11. Перечислите основные элементы меню «Maxima».
12. Перечислите основные меню, относящиеся к математическим операциям.
13. Как организован режим «Помощь» в системе Maxima?

2 Программирование

2.1 Операции и математические выражения

Выражения в системе Maxima строятся из идентификаторов (последовательность букв, цифр или знака «_», начинающаяся с буквы), констант, знаков операций, функций и разделителей. Ниже представлены зарезервированные ключевые слова:

integrate	next	from	diff
in	at	limit	sum
for	and	elseif	then
else	do	or	if
unless	product	while	thru
step			

Все выражения должны заканчиваться точкой с запятой или знаком $. Ниже представлены примеры выражений.

```
(%i2) x: 3 $ /* Переменной x присвоить значение 3 */
      (if (x > 17) then 2 else 4);
```

$$4 \tag{\%o2}$$

```
(%i3) y: (x: 1, for i from 1 thru 10 do (x: x*i)) $ /*
      Вычислить значение x, используя цикл для i от 1 до
      10. Результат присвоить переменной y*/
      y;
```

$$done \tag{\%o3}$$

Для констант также имеются специальные обозначения (табл. 2.1).

Таблица 2.1 – Обозначения констант в Maxima

Название	**Обозначение**
Плюс бесконечность	**inf**
Минус бесконечность	**minf**
Комплексная бесконечность	**infinity**
Число Пи	**%pi**

Название	Обозначение
Экспонента	**%e**
Мнимая единица	**%i**
Истина	**true**
Ложь	**false**
Золотое сечение	**%phi**

Операции

Унарные операции: унарный минус $(-)$, унарный плюс $(+)$, факториал $(!)$, результат предыдущей операции $(\%)$.

Пример:

```
(%i1) -2;
```

$$-2 \qquad (\%o1)$$

```
(%i2) +5;
```

$$5 \qquad (\%o2)$$

```
(%i3) %+2;
```

$$7 \qquad (\%o3)$$

```
(%i4) 5!;
```

$$120 \qquad (\%o4)$$

Арифметические операции: сложение, вычитание, умножение, деление и возведение в степень.

Пример:

```
(%i1) a+b;
```

$$b+a \qquad (\%o1)$$

```
(%i2) a-b;
```

$$a-b \qquad (\%o2)$$

```
(%i3) a*b;
```

$$ab \qquad (\%o3)$$

```
(%i4) a/b;
```

$$\frac{a}{b} \quad (\%o4)$$

```
(%i5) a^b;
```

$$a^b \quad (\%o5)$$

Операции отношения: больше (>), больше или равно (>=), меньше (<), меньше или равно (<=), равно (=), неравно (#). Ниже приведены примеры использования операций отношения на основе функции is(arg), которая выполняет операцию отношения и выводит результат в виде *true* или *false*. Для выполнения операций отношений в условных операторах и операторах цикла функцию is можно не использовать.

```
(%i1) [a,b,c,d]:[2,5,9,5];
```

$$[2,5,9,5] \quad (\%o1)$$

```
(%i2) is(a>b);
```

$$false \quad (\%o2)$$

```
(%i3) is(d<c);
```

$$true \quad (\%o3)$$

```
(%i4) is(d=b);
```

$$true \quad (\%o4)$$

```
(%i5) is(a#b);
```

$$true \quad (\%o5)$$

```
(%i6) is(d>=b);
```

$$true \quad (\%o6)$$

Логические операции: логическое «и» (*and*), логическое «или» (*or*), логическое «не» (*not*).

Пример:

```
(%i1) [a,b]:[10,20];
```

$$[10,20] \quad (\%o1)$$

```
(%i2) is(a=10 and b=20);
```

$$true \quad (\%o2)$$

```
(%i3) is(a>10 or b<30);
```

$$true \qquad (\%o3)$$

```
(%i4) is(not a=b);
```

$$true \qquad (\%o4)$$

2.2 Типы данных. Ввод данных

В Maxima имеется большой набор разнообразных типов данных: числовые, строковые, списки, массивы.

Числовые данные в Maxima могут быть целыми, дробными, с плавающей запятой, большие с плавающей запятой.

Пример:

```
(%i1) s:1/100 + 1/101;
```

$$\frac{201}{10100} \qquad (s)$$

```
(%i2) %pi;
```

$$\pi \qquad (\%o2)$$

```
(%i3) float(s);
```

$$0.0199009900990099 \qquad (\%o3)$$

```
(%i4) bfloat(s);
```

$$1.990099009900099b-2 \qquad (\%o4)$$

```
(%i5) (100!);
```

$$\begin{array}{c} 93326215443944152681699238856 2[98 digits] \\ 916864000000000000000000000000 \end{array} \qquad (\%o5)$$

Строковые данные в Maxima записываются в виде последовательности символов, заключенных в кавычки.

Пример:

```
(%i1) s:"Hello world!";
```

$$Hello\,world! \qquad (s)$$

Основными функциями для работы со строками являются sconcat – объединение строк, string – преобразование в строку.

Пример:

```
(%i1) s1:sconcat("Hello ", "world", "!");
```

$$Hello\,world! \qquad (s1)$$

```
(%i2) s2:string(%e^(y+y^2));
```

$$\%e\hat{}(y\hat{}2+y) \tag{s2}$$

Списки в Maxima являются одними из базовых структур. Списки записываются следующим образом:

```
(%i1) List:[1,2,3,x+y];
```

$$[1,2,3,y+x] \tag{List}$$

Доступ к элементам списка осуществляется через указание номера элемента списка, заключенного в квадратные скобки. Нумерация элементов списка начинается с 1. Например,

```
(%i2) List[1];
```

$$1 \tag{\%o2}$$

```
(%i3) List[4];
```

$$y+x \tag{\%o3}$$

Можно создавать вложенные списки, например:

```
(%i1) List:[1,5,[7,9],11];
```

$$[1,5,[7,9],11] \tag{List}$$

тогда List[3] будет представлять список

```
(%i2) List[3];
```

$$[7,9] \tag{\%o2}$$

и для доступа к элементам этого списка необходимо указывать второй индекс. Например,

```
(%i3) List[3][1];
```

$$7 \tag{\%o3}$$

```
(%i4) List[3][2];
```

$$9 \tag{\%o4}$$

Перечислим основные функции для работы со списками: функция создания списков, стековые операции, операции доступа.

Функция создания списков имеет следующие форматы:

- makelist() – создание пустого списка;
- makelist(expr) – создание списка с одним элементом, равным expr;
- makelist(expr, n) – создание списка из n элементов, равных expr;
- makelist(expr_i, i, i_max) – создание списка, j-й элемент которого равен

ev(expr, i=j), при этом индекс j меняется от 1 до i_max;

- makelist(expr_i, i, i_0, i_max) – создание списка, j-й элемент которого равен ev(expr, i=j), при этом индекс j меняется от i0 до i_max;
- makelist(expr, i, i_0, i_max, step) – создание списка, j-й элемент которого равен ev(expr, i=j), при этом индекс j меняется от i0 до i_max с шагом, равным step;
- makelist(expr, x, list) – создание списка, j-й элемент которого равен ev(expr, x=list[j]), при этом индекс j меняется от 1 до length(list).

Функция ev принудительно вычисляет выражение и имеет следующий синтаксис:

ev (expr, arg_1, …, arg_n),

где expr – выражение, значение которого надо оценить; arg_1, …, arg_n – аргументы, в качестве которых могут быть использованы уравнения, функции, переключатели (двоичные флаги) и назначения. Кроме того arg_1 может иметь специальные значения для различных манипуляций над выражением, например, выполнить упрощение или дифференцирование и т. д. Рассмотрим примеры работы функции ev.

```
(%i1) ev(x+y,x=1,y=a);
```

$$a+1 \tag{\%o1}$$

```
(%i2) sin(x)+cos(y)+(w+1)^2+'diff(sin(w),w);
```

$$\cos(y)+\sin(x)+\frac{d}{dw}\sin(w)+(w+1)^2 \tag{\%o2}$$

```
(%i3) ev(%, numer, expand, diff, x=2, y=1);
```

$$\cos(w)+w^2+2w+2.449599732693821 \tag{\%o3}$$

Рассмотрим примеры создания списков функцией makelist.

```
(%i1) makelist(2*n+1,n,0,10); /* из 11 нечетных чисел */
```

$$[1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21] \tag{\%o1}$$

```
(%i2) makelist(concat(x,i),i,6) /* из 6 переменных */
```

$$x1,\ x2,\ x3,\ x4,\ x5,\ x6 \tag{\%o2}$$

```
(%i3) makelist(x=y, y, [a,b,c]) /* из 3 выражений из x = y
      , где y последовательно заменено на a, b, c */
```

$$[x=a,\ x=b,\ x=c] \tag{\%o3}$$

```
(%i4) makelist(random(6),4) /* из 4 случайных чисел */
```

$$[0,1,1,5] \quad (\%o4)$$

Стековые операции реализованы с помощью функций push() и pop():

- push(item,list) помещает элемент item в список list и этот элемент становится первым;
- pop(list) удаляет первый элемент списка list.

Для того чтобы эти функции можно было использовать в программе, необходимо загрузить библиотеку basic. Например,

```
(%i1) load("basic")$
(%i2) list:[];
```

$$[] \quad (\mathrm{list})$$

```
(%i3) push(x,list);
```

$$[x] \quad (\%o3)$$

```
(%i4) push(x^2+y, list);
```

$$[y+x^2,\ x] \quad (\%o4)$$

```
(%i5) pop(list);
```

$$y+x^2 \quad (\%o5)$$

```
(%i6) list;
```

$$[x] \quad (\%o6)$$

```
(%i7) pop(list);
```

$$x \quad (\%o7)$$

```
(%i8) list;
```

$$[] \quad (\%o8)$$

В системе Maxima можно создавать и использовать различные *массивы*, которые создаются как контейнеры. Обращение к элементам массива производится посредством указания индексов. Например, для двухмерного массива – указание номеров стоки и столбца. Массив можно создать с помощью функции array:

- array (name, dim_1, ..., dim_n) – создание обычного массива name размерностью dim_1, ..., dim_n (не более 5), элементами которого могут быть любые объекты и выражения;
- array (name, type, dim_1, ..., dim_n) – создание специального массива,

элементами которого могут быть только целые (type= fixnum) или вещественные (type= flonum) числа;

- array ([name_1, ..., name_m], dim_1, ..., dim_n) – создание m обычных массивов, одинаковой размерностью (не более 5).

Необходимо отметить, что перечисленные выше типы данных являются базовыми. Имеется огромный набор других типов, например, матрицы, полиномы, ряды и т. д.

2.3 Операторы и функции

Операторы

Оператор присваивания записывается следующим образом:

x:10,

что означает – переменной x присвоить значение 10. В wxMaxima это выглядит следующим образом:

```
(%i1) x:10;
```

$$10 \tag{x}$$

Ниже представлен оператор присваивания L списка.

```
(%i1) L:[10,2,5,7];
```

$$[10,2,5,7] \tag{L}$$

Необходимо отметить, что имя переменной явно не указывает на тип данных, тип данных переменной определяется в момент присваивания значения. Для каждого типа данных имеется предикат, который возвращает *true*, если проверка положительна, иначе – *false*.

Пример:

```
(%i1) floatnump(x); /* содержит ли x число с плавающей
      запятой? */
```

$$false \tag{\%o1}$$

```
(%i2) listp(L); /* содержит ли переменная L список? */
```

$$\mathrm{listp}(L) \tag{\%o2}$$

В тех случаях, когда необходимо очистить переменную от присвоенного ей выражения и освободить занимаемую этим выражением память, используют функцию kill. Например,

```
(%i1) kill(x);
```

$$done \qquad (\%o1)$$

Если надо очистить все переменные, то используют функцию kill(all).

Составной оператор – это оператор, предназначенный для группировки нескольких команд (операторов). Составной оператор в Maxima создается с помощью круглых скобок:

(exp_1, exp_2, ..., exp_n).

Операторы, заключенные в круглые скобки и разделенные запятой, воспринимаются системой как один оператор. Это может быть ветвление в условном операторе или тело некоторого цикла. Ниже записан составной оператор, состоящий из двух операторов: присваивания и цикла.

```
(%i1) (x:2, for i:1 thru 10 do x:x+i^2);
```

$$done \qquad (\%o1)$$

Условный оператор осуществляет ветвление в теле программы. Правила записи следующие:

if cond_1 then expr_1 else expr_0.

При выполнении этого оператора вычисляется условие cond_1. Если это условие примет значение *true*, то выполнится оператор expr_1, а оператор expr_0 будет пропущен. Если условие примет значение *false*, то оператор expr_1 будет пропущен и выполнится оператор expm_0. Условие, как правило, задается некоторым логическим выражением, состоящим из логических операций (табл. 2.2).

Таблица 2.2 – Таблица логических операций

Меньше, чем	<
Меньше или равно	<=
Равно (синтаксически)	=
Не равно	≠
Равенство значений	equal
Неравенство значений	notequal
Больше равно	>=
Больше	>
Логическое И	and
Логическое ИЛИ	or
Логическое НЕ	not

Пример:

```
(%i1) x:1;
```

$$1 \qquad (x)$$

```
(%i2) /* Печатать x, если он лежит внутри интервала
      [0,10] */
      if x>=0 and x<=10 then print(x);
```

$$1 \qquad (\%o2)$$

```
(%i3) x:12;
```

$$12 \qquad (x)$$

```
(%i4) if x>=0 and x<=10 then print(x);
```

$$false \qquad (\%o4)$$

Для проверки числа n на четность используется функция-предикат oddp(n).

Пример:

```
(%i1) n:2;
```

$$2 \qquad (n)$$

```
(%i2) if oddp(n) then print("нечетное") else
      print("четное");
```

четное (%o2)

```
(%i3) n:1;
```

$$1 \qquad (n)$$

```
(%i4) if oddp(n) then print("нечетное") else
      print("четное");
```

нечетное (%o4)

Оператор последовательности применения map имеет следующий синтаксис:

map (f, expr_1, …, expr_n).

Эта запись означает – применить функцию (оператор, символ операции) f ко всем выражениям expr_1, …, expr_n, причем будет выполнена последовательность f(expr_1), …, f(expr_n). Рассмотрим примеры.

```
(%i1) map(S,[x,y,z]);
```

$$[\mathrm{S}(x),\ \mathrm{S}(y),\ \mathrm{S}(z)] \tag{\%o1}$$

```
(%i2) map(func,x+a*y+b*z);
```

$$\mathrm{func}(bz)+\mathrm{func}(ay)+\mathrm{func}(x) \tag{\%o2}$$

Для списков map работает немного по-другому, например:

```
(%i1) map("=",[a,b],[-0.5,3]);
```

$$[a=-0.5,\ b=3] \tag{\%o1}$$

Оператор цикла является стандартным структурным средством языков программирования и предназначен для повторного выполнения последовательности операторов, записанных в теле цикла. Выходом из цикла является некоторое условие, которое проверяется каждый раз или в начале, или в конце последовательности операторов. Для выполнения итераций используется оператор do. В Maxima имеются следующие варианты его вызова:

for var: init step increment thru limit do body
for var: init step increment while condition do body
for var: init step increment unless condition do body

Здесь for – ключевое слово начала цикла, var – переменная цикла, init – начальное значение, step – ключевое слово задания инкремента, increment – задает шаг изменения переменной цикла, thru – ключевое слово задания limit, limit – предел значения переменной цикла, do – ключевое слово, задающее тело цикла body.

Ключевые слова thru, while, unless указывают на способ завершения цикла:

- thru – по достижении переменной цикла значения limit;
- while – пока выполняется условие condition;
- unless – пока не будет достигнуто условие condition.

Если шаг изменения переменной равен 1, то step и increment могут отсутствовать.

Пример:

```
(%i1) /* Вывод последовательности значений переменной a
      */
      for a:-3 step 7 thru 26 do display(a)$
```

$a=-3$

$a=4$

$a=11$

$$a = 18$$
$$a = 25$$

```
(%i4) /* Подсчет суммы 10 целых чисел */
s: 0$
for i: 1 while i <= 10 do s: s+i;
s;
```

$$done \quad (\%o3)$$

$$55 \quad (\%o4)$$

```
(%i8) /* Получение выражение 8 первых значений для
разложения в ряд Тейлора функции exp(sin(x)) */
series:1 $
term:exp(sin(x))$
for p:1 unless p>7 do (term:diff(term,x)/p,
series:series+subst(x=0,term)*x^p)$
series;
```

$$\frac{x^7}{90} - \frac{x^6}{240} - \frac{x^5}{15} - \frac{x^4}{8} + \frac{x^2}{2} + x + 1 \quad (\%o8)$$

Для перечислительных задач, предназначенных для просмотра множеств и списков, имеется следующая конструкция оператора цикла:

for var in list end_tests do body,

где var – имя переменной, in – ключевое слово, list – список значений, end_tests – дополнительное условие завершения, do – оператор выполнения итераций, body – тело цикла.

Функции

Имеется несколько типов функций в Maxima:

1) простые функции.

2) функции-алгоритмы.

3) рекурсивные функции.

Все функции задаются операцией **:=**. Например:

```
(%i1) f(x):=sin(2*x);
```

$$\mathrm{f}(x) := \sin(2x) \quad (\%o1)$$

Теперь данная функция может участвовать как в численных, так и в символьных вычислениях.

В общем виде простая функция может быть задана в следующем виде:

f(x,y,...,z):= (expr1, expr2, ..., exprn).

Значением функции будет значение, которое принимает выражение exprn. Например:

```
(%i1) f(x,y):=(x1:x+x^2,y1:y/(1+y),x1+y1);
```

$$\mathrm{f}(x,y) := \left(x1 : x + x^2,\ y1 : \frac{y}{1+y},\ x1 + y1\right) \tag{\%o1}$$

```
(%i2) f(x,y);
```

$$\frac{y}{y+1} + x^2 + x \tag{\%o2}$$

Для записи функций-алгоритмов необходимо использовать специальную функцию block. Поясним синтаксис этой функции на примере:

block ([], expr1, expr2, ..., exprn).

Первым параметром в функции block должен быть список локальных переменных. Он может быть пустым. Далее через запятую следуют операторы expr1,...,expn.

Для завершения выполнения последовательности операторов можно использовать функцию return(r), где r – некий локальный параметр или константа. Например:

```
(%i1) Count(x,n):=
        block( [i,m:length(x)],
          for i:1 thru m do if x[i]<n then return(i),
       return(m)
        );
```

$$\begin{gathered}\mathrm{Count}(x,n) := \mathrm{block}([i, m : \mathrm{length}(x)],\\ \mathrm{for}\ i\ \mathrm{thru}\ m\ \mathrm{do}\ \mathrm{if}\ x_i < n\ \mathrm{then}\ \mathrm{return}(i),\ \mathrm{return}(m))\end{gathered} \tag{\%o1}$$

Функция Count(x,n) имеет два входных параметра: x – список значений, n – число для сравнения. В теле функции-алгоритма имеются две локальные переменные i и m (m присваивается начальное значение длины списка x).

Контрольные вопросы по главе 2

1. Из чего строятся выражения в системе Maxima?
2. Какими знаками могут заканчиваться выражения в системе Maxima?
3. Перечислите специальные обозначения для констант.

4. Перечислите основные функции для работы со строками.
5. Перечислите основные функции для работы со списками.
6. Какая функция принудительно вычисляет выражения?
7. С помощью каких функций реализуют стековые операции?
8. Какой оператор используется для выполнения итераций?
9. Какой операцией задаются все функции Maxima?
10. Дайте описание выражений в системе Maxima
11. Какие числа может обрабатывать система Maxima?
12. Как записать число с плавающей запятой?
13. Укажите правила записи обращения к элементам списка.

3 Символьные вычисления

3.1 Упрощение выражений, нахождение сумм и произведений, генерация случайных чисел

3.1.1 Упрощение и преобразование выражений

Функция expand осуществляет раскрытие скобок в произведениях сумм, выполняет преобразование рациональных дробей. Формат этой функции:

expand(expr),

где expr – некоторое математическое выражение. Например,

```
(%i1) expand((x+1)^5);
```

$$x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1 \quad (\%o1)$$

```
(%i2) expand((a+b)^-3);
```

$$\frac{1}{b^3} + 3ab^2 + 3a^2b + a^3 \quad (\%o2)$$

Функция radcan производит упрощение выражений, содержащих логарифмы, экспоненты и радикалы. Формат функции следующий:

radcan (expr),

где expr – некоторое математическое выражение. Например,

```
(%i1) radcan((log(x+x^2)-log(x))^a/log(1+x)^(a/2));
```

$$\log(x+1)^{\frac{a}{2}} \quad (\%o1)$$

```
(%i2) radcan((log(1+2*a^x+a^(2*x))/log(1+a^x)));
```

$$2 \quad (\%o2)$$

```
(%i3) radcan((%e^x-1)/(1+%e^(x/2)));
```

$$\%e^{\frac{x}{2}} - 1 \quad (\%o3)$$

Функция ratsimp производит упрощение рациональных выражений. Формат функции следующий:

ratsimp (expr),

где expr – некоторое математическое выражение. Например,

```
(%i1) sin(x/(x^2+x))=exp((log(x)+1)^2-log(x)^2);
```

$$\sin\left(\frac{x}{x^2+x}\right) = \%e^{(\log(x)+1)^2 - \log(x)^2} \quad (\%o1)$$

```
(%i2) ratsimp(%);
```

$$\sin\left(\frac{1}{x+1}\right) = \%e x^2 \tag{\%o2}$$

```
(%i3) ((x-1)^(3/2)-(x+1)*sqrt(x-1))/sqrt((x-1)*(x+1));
```

$$\frac{(x-1)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{x-1}\,(x+1)}{\sqrt{(x-1)\,(x+1)}} \tag{\%o3}$$

```
(%i4) ratsimp (%);
```

$$-\frac{2\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}} \tag{\%o4}$$

Функция trigexpand производит раскрытие тригонометрических и гиперболических функций, аргументы которых содержат суммы и произведения переменных и констант. Формат функции следующий:

trigexpand(expr),

где expr – некоторое математическое выражение. Например,

```
(%i1) trigexpand(sin(3*x));
```

$$3\cos(x)^2\sin(x) - \sin(x)^3 \tag{\%o1}$$

```
(%i2) trigexpand(sin(3*x)*cos(2*t));
```

$$\left(\cos(t)^2 - \sin(t)^2\right)\left(3\cos(x)^2\sin(x) - \sin(x)^3\right) \tag{\%o2}$$

Функция trigsimp производит упрощение выражений, содержащих тригонометрические и гиперболические функции. Формат функции следующий:

trigsimp(expr),

где expr – некоторое выражение. Например,

```
(%i1) expand((sin(x)^2+cos(x)^2)^3);
```

$$\sin(x)^6 + 3\cos(x)^2\sin(x)^4 + 3\cos(x)^4\sin(x)^2 + \cos(x)^6 \tag{\%o1}$$

```
(%i2) trigsimp(%);
```

$$1 \tag{\%o2}$$

```
(%i3) sin(3*a)/sin(a+%pi/3);
```

$$\frac{\sin(3a)}{\sin\left(a+\frac{\pi}{3}\right)} \tag{\%o3}$$

Функция trigrat производит упрощение выражений, содержащих тригонометрические функции, и представление выражения в каноническом виде. Формат функции следующий:

trigrat(expr),

где expr – некоторое выражение. Например,

```
(%i1) trigrat(sin(3*a)/sin(a+%pi/3));
```

$$\sqrt{3}\sin(2a)+\cos(2a)-1 \tag{\%o1}$$

3.1.2 Нахождение сумм и произведений

Нахождение суммы осуществляет функция sum, которая имеет следующий формат:

sum (expr, i, i_0, i_1),

где expr – некоторое выражение, i – индекс суммирования, i_0 – нижняя граница суммирования, i_1 – верхняя граница суммирования. Эта функция записывается в виде математического выражения: $\sum_{i=i_0}^{i_1} expr(i)$.

Пример:

```
(%i1) sum (i^2, i, 1, 7);
```

$$140 \tag{\%o1}$$

```
(%i2) sum (a[i], i, 1, 7);
```

$$a_7+a_6+a_5+a_4+a_3+a_2+a_1 \tag{\%o2}$$

```
(%i3) sum (a(i), i, 1, n);
```

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{a}(i) \tag{\%o3}$$

```
(%i4) /* Сумма 50 первых нечетных чисел */
      sum (2*n+1, n, 0, 50);
```

$$2601 \tag{\%o4}$$

```
(%i5) /* Бесконечная сумма */
      sum(1/3^n, n, 1, inf);
```

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \tag{\%o5}$$

```
(%i6) /* Вычисление бесконечной суммы (значение
      переменной simpsum=true) */
      sum(1/3^n, n, 1, inf), simpsum;
```

$$\frac{1}{2} \tag{\%o6}$$

Нахождение произведения осуществляет функция product (сокращенно prod), которая имеет следующий формат:

prod (expr, i, i_0, i_1),

где expr – некоторое выражение, i – индекс произведения, i_0 – нижняя граница произведения, i_1 – верхняя граница произведения. Эта функция записывается в виде математического выражения: $\prod_{i=i_0}^{i_1} expr(i)$.

Пример:

```
(%i1) prod(x + i*(i+1)/2, i, 1, 4);
```

$$(x+1)(x+3)(x+6)(x+10) \qquad (\%o1)$$

```
(%i2) /* Произведение квадратов 1^2 * 2^2 * 3^2 * 4^2 * 5^2 * 6^2 * 7^2 */
      product (i^2, i, 1, 7);
```

$$25401600 \qquad (\%o2)$$

```
(%i3) /* Произведение нечетных чисел от 1 до 41 */
      product (2*n+1, n, 0, 20);
```

$$13113070457687988603440625 \qquad (\%o3)$$

3.1.3 Генерация случайных чисел

Генерация случайных чисел является необходимым элементом в системах моделирования, генерации различных конфигураций, например, тестовых примеров и пр. Генерация случайных чисел осуществляется с помощью датчика случайных чисел. Для работы с датчиком случайных чисел в Maxima имеется набор специальных функций. Случайное число генерируется с помощью функции random. Формат записи функции:

random(x),

где x – параметр генерации. Если этот параметр является целым типом, то генерируется случайное целое число в диапазоне [0, x – 1]. Если это число с плавающей точкой, то возвращаемое значение больше 0 и меньше x. При иных типах параметра x генерируется ошибка.

Для задания внутренних параметров генерации случайных чисел имеется функция установки. Создание нового состояния датчика случайных чисел осуществляется с помощью функции make_random_state, которая имеет следующие форматы:

- make_random_state (n) – создать новое состояние датчика, задав целое число n;

- make_random_state (s) – получить копию состояния датчика, записанную в параметре s;
- make_random_state (true) – вернуть копию состояния датчика случайных чисел, полученного на основе внутренних часов процессора;
- make_random_state (false) – вернуть копию внутреннего текущего состояния датчика случайных чисел.

Для установки нового состояния датчика случайных чисел используется функция set_random_state(s), где s – состояние полученное с помощью функции make_random_state. Необходимо отметить, что при установке состояний s датчик случайных чисел формирует одну и ту же случайную последовательность чисел. Рассмотрим примеры.

```
(%i1) s1: make_random_state (654321)$
(%i2) set_random_state (s1);
```

$$done \tag{%o2}$$

```
(%i3) random (1000);
```

$$768 \tag{%o3}$$

```
(%i4) random (9573684);
```

$$7657880 \tag{%o4}$$

```
(%i5) random (2^75);
```

$$11804491615036831636390 \tag{%o5}$$

```
(%i6) s2: make_random_state (false)$
(%i7) makelist(random(10),n,1,7);
```

$$[7,8,8,2,7,0,4] \tag{%o7}$$

```
(%i8) set_random_state (s2);
```

$$done \tag{%o8}$$

```
(%i9) makelist(random(10),n,1,7);
```

$$[7,8,8,2,7,0,4] \tag{%o9}$$

3.2 Матрицы и операции над ними

Матрица – это прямоугольная таблица, элементами которой являются числа или выражения. Матрицы широко применяются в различных отраслях знаний. В Maxima имеется огромный набор функций и операций для работы с матрицами.

3.2.1 Способы задания матриц

Матрица в Maxima должна быть явно задана как объект с помощью специальных функций или операций. Рассмотрим основные способы задания матриц.

Явный способ задания матрицы осуществляется с помощью функции matrix, в которой последовательно перечисляются строки, представленные списками. Например,

```
(%i1) x:matrix([1,3],[7,5]);
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \qquad (x)$$

Задана матрица x, имеющая две строки и два столбца. К элементам матрицы можно обращаться, записав в квадратных скобках номер строки и номер столбца. Нумерация начинается с [1,1]. Например,

```
(%i2) x[1,1];
```

$$1 \qquad (\%o2)$$

```
(%i3) x[1,2];
```

$$3 \qquad (\%o3)$$

```
(%i4) x[2,1];
```

$$7 \qquad (\%o4)$$

```
(%i5) x[2,2];
```

$$5 \qquad (\%o5)$$

Еще один пример задания матрицы u с тремя строками и двумя столбцами.

```
(%i1) u:matrix([%pi,a+1],[b^2,%e], [sin(t), t]);
```

$$\begin{pmatrix} \pi & a+1 \\ b^2 & \%e \\ \sin(t) & t \end{pmatrix} \qquad (u)$$

Следующим способом задания матрицы является *генерация матрицы*. Генерация осуществляется с помощью функции genmatrix, рассмотрим примеры.

Пусть задана функция g:

```
(%i1) g[i,j]:=i+j;
```

$$g_{i,j} := i + j \tag{\%o1}$$

Генерируем матрицу z размерностью 3×3:

```
(%i2) z:genmatrix(g,3,3);
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \tag{z}$$

Получаем матрицу s размерностью 2×2 с помощью задания правого нижнего элемента g[3,2] и левого верхнего элемента g[2,1]:

```
(%i3) s:genmatrix(g,3,2,2,1);
```

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \tag{s}$$

3.2.2 Операции над матрицами

Сложение. Пусть заданы матрицы x и s:

```
(%i1) x:matrix([2,-3],[1,4]);
```

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \tag{x}$$

```
(%i2) s:matrix([3,11],[-1,-2]);
```

$$\begin{pmatrix} 3 & 11 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \tag{s}$$

Получим матрицу r, равную сумме матриц x и s:

```
(%i3) r:x+s;
```

$$\begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \tag{r}$$

Вычитание. Пусть заданы матрицы x и s (см. пример сложения матриц). Получим матрицу w, равную разности матриц x и s:

```
(%i4) w:x-s;
```

$$\begin{pmatrix} -1 & -14 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \tag{w}$$

Умножение. Умножение матриц x и s осуществляется с помощью операции . (точка):

```
(%i5) m:x.s;
```

$$\begin{pmatrix} 9 & 28 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{(m)}$$

Обращение. Для обращения матриц используется функция invert:

```
(%i6) a:invert(x);
```

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{11} & \frac{3}{11} \\ -\frac{1}{11} & \frac{2}{11} \end{pmatrix} \quad \text{(a)}$$

Полученную матрицу a можно проверить. Для этого необходимо a умножить на x. Результатом произведения должна быть единичная матрица:

```
(%i7) a.x;
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{(\%o7)}$$

Вычисление определителя. Для вычисления определителя матрицы используется функция determinant:

```
(%i8) determinant(x);
```

$$11 \quad \text{(\%o8)}$$

3.3 Решение уравнений и систем уравнений

Одной из функций для решения алгебраических уравнений и систем уравнений является функция solve. Имеются три формата использования этой функции:

- solve (expr) – решение уравнения expr;
- solve (expr, x) – решение уравнения expr относительно переменной x;
- solve ([eqn_1, …, eqn_n], [x_1, …, x_n]) – решение системы уравнений, состоящей из уравнений eqn_1, …, eqn_n, относительно переменных x_1, …, x_n.

Таким образом, если надо решить одно уравнение, то используются первые два формата. При этом подразумевается, если expr – выражение без правой части $= 0$, то Maxima автоматически приравнивает его к нулю. Например,

```
(%i1) solve(x-7);
```

$$[x = 7] \quad \text{(\%o1)}$$

Решение квадратного уравнения. Пусть дано уравнение: $2x^2 + x - 2$. Найдем его решение:

```
(%i1) r:solve(2*x^2+x-2);
```

$$\left[x=-\frac{\sqrt{17}+1}{4},x=\frac{\sqrt{17}-1}{4}\right] \quad \text{(r)}$$

Как видно, решение выдается в виде списка r. Теперь $r[1]$ – это первое решение, $r[2]$ – второе решение.

```
(%i2) r[1];
```

$$x=-\frac{\sqrt{17}+1}{4} \quad \text{(\%o2)}$$

Выделить правую часть решения можно с помощью функции rhs, например

```
(%i3) rhs(r[1]);
```

$$-\frac{\sqrt{17}+1}{4} \quad \text{(\%o3)}$$

Решение функционального уравнения. Решим функциональное уравнение $A(x)=x/(1-A(x))$:

```
(%i1) rf:solve(A(x)=x/(1-A(x)),A(x));
```

$$\left[\mathrm{A}(x)=-\frac{\sqrt{1-4x}-1}{2},\mathrm{A}(x)=\frac{\sqrt{1-4x}+1}{2}\right] \quad \text{(rf)}$$

Запишем первое решение с помощью функций lhs – выделить левую часть, rhs – выделить правую часть, ev – оценить, define – определить функцию:

```
(%i2) define(ev(lhs(rf[1])),rhs(rf[1]));
```

$$\mathrm{A}(x):=-\frac{\sqrt{1-4x}-1}{2} \quad \text{(\%o2)}$$

Решение тригонометрических уравнений. Пусть дано уравнение: $\sin(x)^2-2\sin(x)-3=0$. Найдем его решение:

```
(%i1) solve(sin(x)^2 -2*sin(x) -3);
```

solve: using arc-trig functions to get a solution.
Some solutions will be lost.

$$\left[x=a\sin(3),\ x=-\frac{\pi}{2}\right] \quad \text{(\%o1)}$$

Решение системы линейных уравнений. Пусть дана система уравнений:

$$\begin{cases} x+y+z=a \\ 2x+3y+5z=b \\ 3x+5y+7z=c \end{cases}$$

Для решения этой системы записываем список уравнений и список искомых переменных. Последний список передаем в качестве второго аргумента в solve и получаем решение:

```
(%i1) solve([x+y+z=a,2*x+3*y+5*z=b,3*x+5*y+7*z=c],
      [x,y,z]);
```

$$\left[\left[x=-c+b+2a,\ y=-\frac{-3c+4b+a}{2},\ z=-\frac{c-2b+a}{2}\right]\right] \quad (\%o1)$$

Решение системы нелинейных уравнений. Пусть дана система уравнений:

$$\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ x+3y=0 \end{cases}$$

Найдем ее решение:

```
(%i1) solve( [x^2 + y^2 = 1, x + 3*y = 0],[x,y]);
```

$$\left[\left[x=-\frac{3}{\sqrt{10}},\ y=\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{5}}\right],\ \left[x=\frac{3}{\sqrt{10}},\ y=-\frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{5}}\right]\right] \quad (\%o1)$$

Если количество неизвестных равно количеству уравнений, то список неизвестных можно опустить.

3.4 Нахождение производных и интегралов

3.4.1 Нахождение производных

Взятие производных в Maxima осуществляется с помощью функции diff:

diff(expr, xname, n),

где expr – выражение, которое необходимо продифференцировать; xname – имя переменной; n – порядок производной. Если опустить третий параметр, то по умолчанию будет взята первая производная.

Пример:

```
(%i1) diff(x^3,x);
```

$$3x^2 \quad (\%o1)$$

Рассмотрим следующий пример. Запишем $g(x)$ как вторую производную тангенса:

```
(%i1) g(x):=diff(tan(x),x,2);
```

$$\mathrm{g}(x):=\frac{d^2}{dx^2}\tan(x) \quad (\%o1)$$

```
(%i2) g(t);
```

$$2\sec(t)^2\tan(t) \qquad (\%o2)$$

Теперь, для того чтобы посмотреть значение функции при $x = 3$, необходимо использовать функцию ev:

```
(%i3) ev(g,diff,x=3);
```

$$g \qquad (\%o3)$$

И еще один пример с взятием производной функции x^{ax}:

```
(%i1) diff(x^(a*x),x);
```

$$x^{ax}\left(a\log(x)+a\right) \qquad (\%o1)$$

Рассмотрим нахождение *частных производных*. Для нахождения частных производных используется функция

diff (expr, x_1, n_1, …, x_m, n_m),

где expr – выражение, которое необходимо продифференцировать; x_1 – первая переменная дифференцирования, n_1 порядок производной по x_1; x_2 – вторая переменная дифференцирования, n_2 порядок производной по x_2; x_m – m-я переменная дифференцирования, n_m порядок производной по x_m.

Пример:

```
(%i1) diff(3*x^2*y^3-3*x^4+5*y-9,x,1,y,1);
```

$$18xy^2 \qquad (\%o1)$$

```
(%i2) u(x,y):=x^2+y^2;
```

$$\mathrm{u}(x,y) := x^2+y^2 \qquad (\%o2)$$

```
(%i3) v(x,y):=2*x*y;
```

$$\mathrm{v}(x,y) := 2xy \qquad (\%o3)$$

```
(%i4) diff(u(x,y)/v(x,y),x,1,y,1);
```

$$\frac{y^2+x^2}{2x^2y^2}-\frac{1}{y^2}-\frac{1}{x^2} \qquad (\%o4)$$

3.4.2 Нахождение интегралов

Maxima может брать интегралы: неопределенные, определенные, несобственные, интегралы от неограниченных функций, двойные интегралы и др. Для неопределенных и определенных интегралов используется функция integrate.

Неопределенные интегралы имеют вид $\int g(x)dx$. Для нахождения неопределенного интеграла необходимо записать функцию:

integrate(expr,xname),

где expr – выражение, которое необходимо проинтегрировать; xname – имя переменной.

Пример:

```
(%i1) g(x):=1+sin(x);
```

$$\mathrm{g}(x) := 1 + \sin(x) \tag{\%o1}$$

```
(%i2) integrate(g(x),x);
```

$$x - \cos(x) \tag{\%o2}$$

```
(%i3) integrate(1/(1-x),x);
```

$$-\log(1-x) \tag{\%o3}$$

В следующем примере Maxima задаст вопрос и перейдет в режим ожидания, пока не будет введен ответ (p или n) и нажата комбинация клавиш Ctrl+Enter:

```
(%i1) sg:1/(a+x^2);
```

$$\frac{1}{x^2 + a} \tag{sg}$$

```
(%i2) integrate(sg,x);
```

Is a positive or negative? n

$$\frac{\log\left(\frac{2x - 2\sqrt{-a}}{2x + 2\sqrt{-a}}\right)}{2\sqrt{-a}} \tag{\%o2}$$

```
(%i3) integrate(sg,x);
```

Is a positive or negative? p

$$\frac{a\tan\left(\frac{x}{\sqrt{a}}\right)}{\sqrt{a}} \tag{\%o3}$$

Для того чтобы Maxima не задавала вопрос, необходимо записать функцию

assume(pred_1, …, pred_n),

где pred_1, …, pred_n – равенства и неравенства, заданные в логической форме. Функция assume добавляет факты в «базу данных» фактов. Узнать текущее состояние этой базы можно с помощью функции facts().

```
(%i4) facts();
```

$$[] \quad (\%o4)$$

```
(%i5) assume(a>0);
```

$$[a > 0] \quad (\%o5)$$

```
(%i6) facts();
```

$$[a > 0] \quad (\%o6)$$

Тогда наш интеграл будет иметь вид:

```
(%i7) integrate(sg,x);
```

$$\frac{a\tan\left(\frac{x}{\sqrt{a}}\right)}{\sqrt{a}} \quad (\%o7)$$

В тех случаях, когда функция integrate не может выполнить операцию интегрирования, она выдаст результат *false*.

Определенные интегралы имеют вид $\int\limits_a^b gg\,(x)\,dx$. Для нахождения определенного интеграла необходимо записать функцию

integrate(g(x),x,a,b),

где g(x) – подынтегральное выражение, x – переменная, a – нижний предел интегрирования, b – верхний предел интегрирования.

Пример:

```
(%i1) os(x):=exp(x)*sin(x);
```

$$\mathrm{os}(x) := \exp(x)\sin(x) \quad (\%o1)$$

```
(%i2) integrate(os(x),x,0,%pi/2);
```

$$\frac{\%e^{\frac{\pi}{2}}}{2} + \frac{1}{2} \quad (\%o2)$$

Рассмотрим еще один пример с нахождением интеграла

$\int\limits_{-1}^{2} (ax^2 + bx + c)dx$:

```
(%i1) integrate(a*x^2+b*x+c,x,-1,2);
```

$$\frac{6c + 6b + 8a}{3} + \frac{6c - 3b + 2a}{6} \quad (\%o1)$$

```
(%i2) ratsimp(%);
```

$$\frac{6c+3b+6a}{2} \tag{\%o2}$$

Пределы в функции integrate также могут быть параметрами. Например (с учетом факта $a > 0$):

```
(%i1) integrate(exp(-x^2),x,0,a);
```

$$\frac{\sqrt{\pi}\,\mathrm{erf}(a)}{2}, \tag{\%o1}$$

где erf(x) – специальная функция, известная как функция ошибок (функция Лапласа) [13].

Несобственные интегралы – это интегралы, в котором один или оба предела стремятся к бесконечности (для верхнего) или минус бесконечности (для нижнего). Для этого в Maxima имеется два ключевых слова inf – бесконечность, minf – минус бесконечность.

Рассмотрим примеры:

(%i1) /* Интеграл $\int\limits_0^{\infty} 1/(1+x^2)dx$ */

```
integrate(1/(1+x^2),x,0,inf);
```

$$\frac{\pi}{2} \tag{\%o1}$$

(%i2) /* Интеграл $\int\limits_{-\infty}^{0} \exp(-x^2)dx$ */

```
integrate(exp(-x^2),x,minf,0);
```

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} \tag{\%o2}$$

(%i3) /* Интеграл $\int\limits_{-\infty}^{\infty} 1/(1+x+x^2)dx$ */

```
integrate(1/(1+x+x^2),x,minf,inf);
```

$$\frac{2\pi}{\sqrt{3}} \tag{\%o3}$$

В тех случаях, когда интеграл не может быть вычислен на основе функции integrate, используются *численные методы*:

- quad_qags вычисляет интеграл по конечному отрезку (функция пакета для численного интегрирования quadpack). quad_qags (expr, x, a, b) возвращает оценку интеграла выражения expr по переменной x в пределах от a до b;

- romberg вычисляет определённые интегралы методом Ромберга. romberg (expr, x, a, b) возвращает оценку полного интеграла выражения expr по переменной x в пределах от a до b.

Рассмотрим пример вычисления интеграла $\int\limits_0^1 e^{\sin x} dx$ с использованием численных методов:

```
(%i1) quad_qags(exp(sin(x)), x, 0, 1);
```

$$[1.631869608418051, 1.8117392124517610^{-14}, 21, 0] \qquad (\%o1)$$

```
(%i2) romberg(exp(sin(x)), x, 0, 1);
```

$$1.631869882817002 \qquad (\%o2)$$

Более подробно про интегрирование и дифференцирование можно почитать в пособии [12].

3.5 Степенные ряды

Степенные ряды являются важным объектом математического анализа. В Maxima имеется набор функций для работы со степенными рядами.

Разложение в ряд Тейлора или Лорана осуществляется функцией taylor. Рассмотрим использование этой функции на примерах:

```
(%i1) taylor(exp(x)+1,x,0,10);
```

$$2 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^6}{720} + \\ + \frac{x^7}{5040} + \frac{x^8}{40320} + \frac{x^9}{362880} + \frac{x^{10}}{3628800} + \ldots \qquad ((\%o1)/T/)$$

Аргументами функции taylor являются: выражение $(exp(x) + 1)$, переменная, по которой производится разложение (x), точка разложения (0), число первых членов ряда (10). Другой пример:

```
(%i1) taylor((1-x)/(1-x-x*y)-1,x,0,5,y,0,5);
```

$$(y+\ldots)\,x + \left(y + y^2+\ldots\right)x^2 + \left(y + 2y^2 + y^3 + \ldots\right)x^3 + \\ + \left(y + 3y^2 + 3y^3 + y^4 + \ldots\right)x^4 + \\ + \left(y + 4y^2 + 6y^3 + 4y^4 + y^5 + \ldots\right)x^3 + \ldots \qquad ((\%o1)/T/)$$

В этом примере в ряд была разложена функция двух переменных $(1 - x)/(1 - x - xy) - 1$, по переменным x и y в точке 0. Если записать полученные коэффициенты в виде треугольника, то получим треугольник Паскаля.

Разложить функцию в ряд с записью выражения общего вида для всех членов ряда можно функцией powerseries. Формат записи:

powerseries (expr, x, a),

где expr – функция, x – переменная, a – точка разложения.

Пример:

```
(%i1) powerseries(tan(x), x, 0);
```

$$\sum_{i1=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i1-1}\left(2^{2i1}-1\right)2^{2i1}\operatorname{bern}(2i1)x^{2i1-1}}{(2i1)!} \qquad (\%o1)$$

Функция powerseries реализована для очень узкого класса функций. Поэтому есть функции, для которых Maxima не может записать выражение общего вида всех членов ряда. Например:

```
(%i1) powerseries(exp(sin(x)), x, 0);
```

$$\operatorname{powerseries}\left(\%e^{\sin(x)}, x, 0\right) \qquad (\%o1)$$

Для решения этой задачи необходимо воспользоваться работой [1].

3.6 Решение дифференциальных уравнений

С помощью системы Maxima решаются следующие виды дифференциальных уравнений:

1. Первого порядка: с разделяющимися переменными, линейные, нелинейные уравнения, однородные, неоднородные.
2. Второго порядка: с постоянными коэффициентами, линейные однородные с непостоянными коэффициентами, которые могут быть преобразованы к уравнению с постоянными коэффициентами.
3. Уравнение Эйлера, уравнения, разрешимые методом вариации постоянных, и уравнения, которые допускают понижение порядка.

Для решения дифференциальных уравнений система Maxima имеются следующие функции: desolve, ode2, plotdf. Рассмотрим эти функции подробнее.

Имеются следующие форматы использования функции desolve:

- desolve (eqn, x) – ищет частные решения линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков, записанных в eqn;
- desolve ([eqn_1, ..., eqn_n], [x_1, ..., x_n]) – ищет частные решения

систем линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Эта функция принимает два аргумента, первый из которых – уравнение либо список уравнений, а второй – соответственно одна переменная или список переменных.

Если не заданы значения функций и/или их производных в нуле, то в найденном решении они отображаются в виде $f(0)=0$ или $\frac{df}{dx}=0$. Задать эти значения позволяет функция

atvalue(выражение, переменная=точка, значение),

то есть, в данном случае atvalue(f(x), x=0, значение) или atvalue('diff(f(x),x)=0, значение).

Производные в уравнениях и системах, решаемых с помощью этой функции, должны быть записаны в виде 'diff(f(x),x). Если функция desolve не может найти решения, то она возвращает значение *false*.

Функция ode2 предназначена для решения обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядка. Формат записи:

ode2(eqn, dvar, ivar),

где eqn – само дифференциальное уравнение, dvar – зависимая переменная, ivar – независимая переменная. Данная функция может возвращать решение в явном и неявном виде.

Здесь уже зависимая переменная указывается в списке параметров функции явно, поэтому обозначения вида y(x) не нужны. Функция и переменная обозначаются одиночными буквами. Как и для обычных уравнений и систем, мы можем проверить решение с помощью подстановки, но при этом нужно еще задать принудительные вычисления производных, так как в уравнениях они фигурируют в несовершенной форме.

Произвольная константа для уравнений первого порядка обозначается через %c. В уравнениях второго порядка константы обозначаются как %k1 и %k2. Если функция ode2 не может получить решение по какой-либо причине, то она возвращает значение *false*, при этом возможен вывод сообщения об ошибке.

Подстановка начальных условий выполняется с помощью функций ic1 (для уравнений первого порядка), ic2 (для уравнений второго порядка).

Функция plotdf позволяет строить траектории и поле направлений дифференциального уравнения первого порядка или автономной системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Рассмотрим примеры.

Задаем систему уравнений: записываем выражения и запоминаем в переменные eqn_1, eqn_2.

```
(%i1) eqn_1: 'diff(f(x),x,2)=sin(x)+'diff(g(x),x);
```

$$\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{f}(x) = \frac{d}{dx}\mathrm{g}(x) + \sin(x) \qquad \text{(eqn\_1)}$$

```
(%i2) eqn_2: 'diff(f(x),x)+x^2-f(x)=2*'diff(g(x),x,2);
```

$$\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x) - \mathrm{f}(x) + x^2 = 2\left(\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{g}(x)\right) \qquad \text{(eqn\_2)}$$

Решаем с помощью desolve и получаем громоздкое решение.

```
(%i3) desolve([eqn_1,eqn_2], [f(x),g(x)]);
```

$$\left[\mathrm{f}(x) = \left(\%e^{x/2}\right.\right.$$

$$\left(\left(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\left(\frac{4\left(8\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)\right|_{x=0}\right)+2\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}\right)-6\,\mathrm{f}(0)-4\right)}{5}-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{2\left(4\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)\right|_{x=0}\right)-4\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}\right)-8\,\mathrm{f}(0)+16\right)}{5}\right)\right)/2-$$

$$\left.\left.-\frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)\left(4\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)\right|_{x=0}\right)-4\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}\right)-8\,\mathrm{f}(0)+16\right)}{5}\right)\right)/2+$$

$$+\frac{\%e^{-x}\left(2\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)\right|_{x=0}\right)-2\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}\right)+\mathrm{f}(0)-3\right)}{5}-$$

$$-\frac{3\sin(x)}{5}+\frac{\cos(x)}{5}+x^2+2x+2,$$

$$\mathrm{g}(x)=\Bigg(\%e^{x/2}$$

$$\Bigg(\Bigg(\sin\left(\frac{x}{2}\right)\Bigg(\frac{2\left(4\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)\right|_{x=0}\right)+6\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}\right)+2\,\mathrm{f}(0)-20\right)}{5}+$$

$$+\frac{4\left(2\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)\right|_{x=0}\right)-2\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}\right)-4\,\mathrm{f}(0)+8\right)}{5}\Bigg)\Bigg)/2+$$

$$+\frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)\left(4\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)\right|_{x=0}\right)+6\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}\right)+2\,\mathrm{f}(0)-20\right)}{5}\Bigg)\Bigg)/2-$$

$$-\frac{\%e^{-x}\left(2\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)\right|_{x=0}\right)-2\left(\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}\right)+\mathrm{f}(0)-3\right)}{5}-$$

$$\left.\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)\right|_{x=0}-\frac{\sin(x)}{5}+\frac{2\cos(x)}{5}+2x+\mathrm{g}(0)+1\Bigg] \tag{\%o3}$$

Начальное состояние нам известно ($x = 0$), тогда система уравнений примет вид:

```
(%i4) eqn_3:'diff(f(x),x)='diff(g(x),x)+sin(x);
```

$$\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)=\frac{d}{dx}\mathrm{g}(x)+\sin(x) \tag{eqn\_3}$$

```
(%i5) eqn_4:'diff(g(x),x,2)='diff(f(x),x)-cos(x);
```

$$\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{g}(x)=\frac{d}{dx}\mathrm{f}(x)-\cos(x) \tag{eqn\_4}$$

Устанавливаем значения интервалов для функций $f(x)$ и $g(x)$ с помощью функции atvalue.

```
(%i6) atvalue('diff(g(x),x),x=0,a);
```

$$a \tag{\%o6}$$

```
(%i7) atvalue(f(x),x=0,1);
```

$$1 \tag{\%o7}$$

Теперь решаем уравнение:

```
(%i8) rez:desolve([eqn_3, eqn_4], [f(x),g(x)]);
```

$$[\mathrm{f}(x)=a\%e^{x}-a+1,\mathrm{g}(x)=\cos(x)+a\%e^{x}-a+\mathrm{g}(0)-1] \tag{rez}$$

Получаем компактное решение. Далее проверим полученное решение. Для этого подставляем найденные функции в уравнения и выполняем дифференцирование.

```
(%i9) [eqn_3,eqn_4],rez,diff;
```

$$[a\%e^x = a\%e^x, a\%e^x - \cos(x) = a\%e^x - \cos(x)] \tag{\%o9}$$

Рассмотрим примеры решения *обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков*. Начнем с дифференциального уравнения первого порядка. Пусть дано уравнение первого порядка, где x – независимая переменная, y – зависимая.

```
(%i1) x^2*'diff(y,x) + 3*y*x = sin(x)/x;
```

$$x^2 \left(\frac{d}{dx} y\right) + 3xy = \frac{\sin(x)}{x} \tag{\%o1}$$

Решаем уравнение.

```
(%i2) rez:ode2(%,y,x);
```

$$y = \frac{\%c - \cos(x)}{x^3} \tag{rez}$$

Устанавливаем начальные значения с помощью функции ic1.

```
(%i3) ic1(rez,x=%pi,y=0);
```

$$y = -\frac{\cos(x) + 1}{x^3} \tag{\%o3}$$

Теперь рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка.

```
(%i1) eqn:'diff(y,x,2) + y*'diff(y,x)^3 = 0;
```

$$\frac{d^2}{dx^2} y + y \left(\frac{d}{dx} y\right)^3 = 0 \tag{eqn}$$

```
(%i2) rez:ode2(eqn,y,x);
```

$$\frac{y^3 + 6\,\%k1 y}{6} = x + \%k2 \tag{rez}$$

Получаем общее решение. Теперь подставляем начальные значения для переменных $x = 0$, $y = 0$ и производной 'diff(y,x)=2, используя функцию ic2.

```
(%i3) ratsimp(ic2(rez,x=0,y=0,'diff(y,x)=2));
```

$$\frac{y^3 + 3y}{6} = x \tag{\%o3}$$

Более подробное описание применения системы Maxima для выполнения символьных вычислений можно найти в пособии [5].

Контрольные вопросы по главе 3

1. Какая функция в системе Maxima выполняет преобразование рациональных дробей и осуществляет раскрытие скобок в произведениях сумм?
2. Укажите назначение функции trigsimp.
3. С помощью какой функции возможно произвести упрощение рациональных выражений?
4. Какая функция в системе Maxima осуществляет нахождение произведения?
5. Укажите назначение датчика случайных чисел. Как получить и сохранить внутренние параметры датчика?
6. Как повторить некоторую случайную последовательность с помощью датчика?
7. Укажите способы задания матриц в системе Maxima.
8. Какая функция используется для вычисления определителя матрицы?
9. Перечислите основные функции и операции для работы с матрицами в системе Maxima.
10. Какая функция используется для решения уравнений и систем уравнений в Maxima? Какие форматы записи имеются для данной функции?
11. Какие функции в системе Maxima помогают выделить части уравнения, оценить и определить функцию при решении функциональных уравнений?
12. Какая функция используется для нахождения определенных и неопределенных интегралов?
13. Укажите назначение функции assume при нахождении интегралов.
14. Укажите численные методы, которые используют в тех случаях, когда интеграл не может быть вычислен на основе функции integrate.
15. С помощью какой функции осуществляется разложение в ряд Тейлора или Лорана?
16. Какие виды дифференциальных уравнений решаются с помощью

системы Maxima?

17. Для решения каких дифференциальных уравнений предназначена функция ode2?

4 Вывод графиков

Система Maxima имеет богатый арсенал функций для вывода графиков. Рассмотрим основные функции plot2d для плоских графиков и plot3d для трехмерных графиков. Начнем с функции plot2d. Она имеет следующие форматы:

plot2d (plot, x_range, …, options, …),
plot2d ([plot_1, …, plot_n], …, options, …),
plot2d ([plot_1, …, plot_n], x_range, …, options, …).

Здесь plot, plot_1, …, plot_n могут быть выражениями, именами функций или некоторой списочной структурой: [discrete, [x1, ..., xn], [y1, ..., yn]], [discrete, [[x1, y1], ..., [xn, ..., yn]] или [parametric, x_expr, y_expr, t_range].

Рассмотрим примеры.

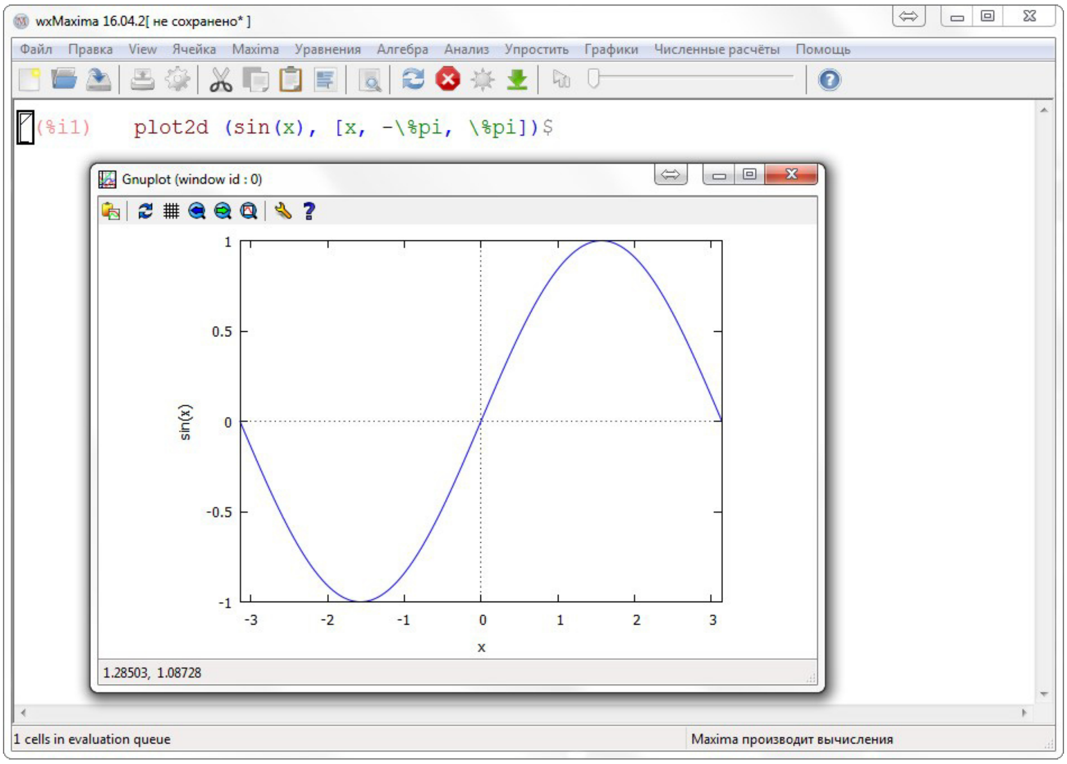
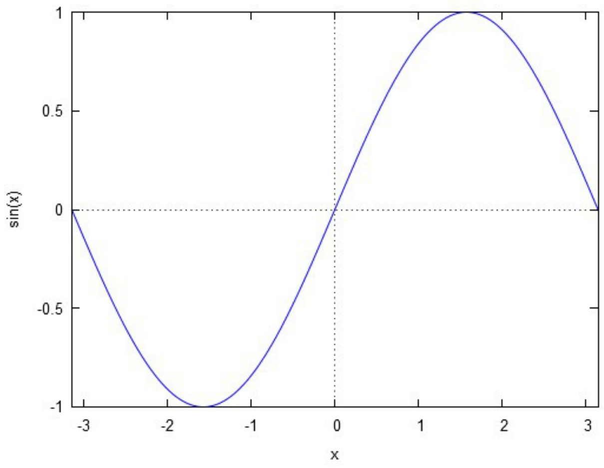


Рис. 4.1 – Вывод графика функции $\sin(x)$ на интервале $-\pi, \pi$

Из рисунка 4.1 видно, что при использовании функции plot2d график отображается в новом окне. При этом можно выделить некоторую область графика, зажав левую кнопку мыши, затем отпустить зажатую кнопку и нажать правую кнопку мыши. После этого в окне будет показана увеличенная выделенная область графика. Для отображения графика в текущем файле wxMaxima используйте префикс «wx», то есть команду wxplot2d.

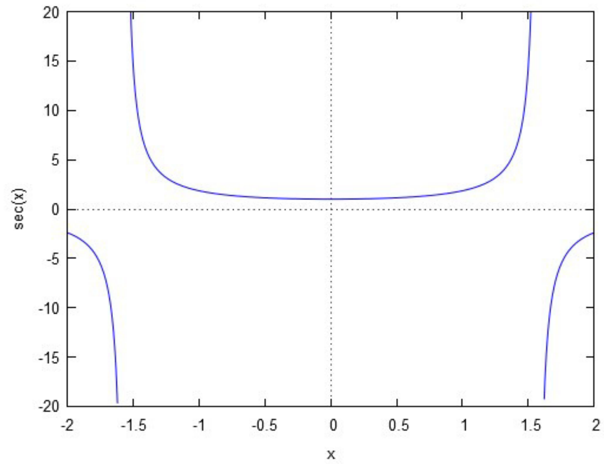
```
(%i1) wxplot2d (sin(x), [x, -%pi, %pi])$
```



(%t1)

Если функция растет очень быстро, то можно ограничить ее по оси y. Например.

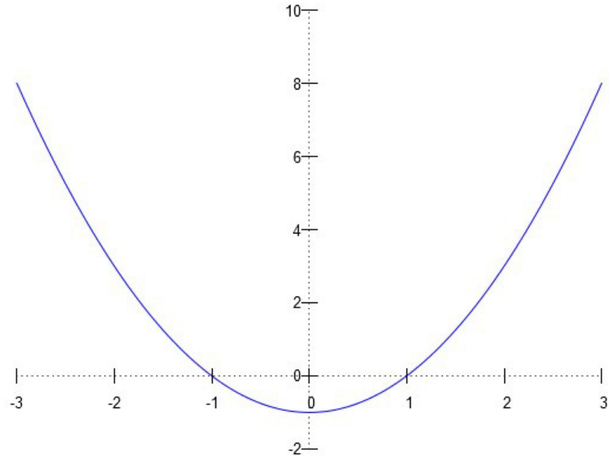
```
(%i1) wxplot2d (sec(x), [x, -2, 2], [y, -20, 20])$
```



(%t1)

Можно поменять формат вывода и вместо прямоугольника нарисовать оси x и y. Для этого нужно поменять значение параметра box.

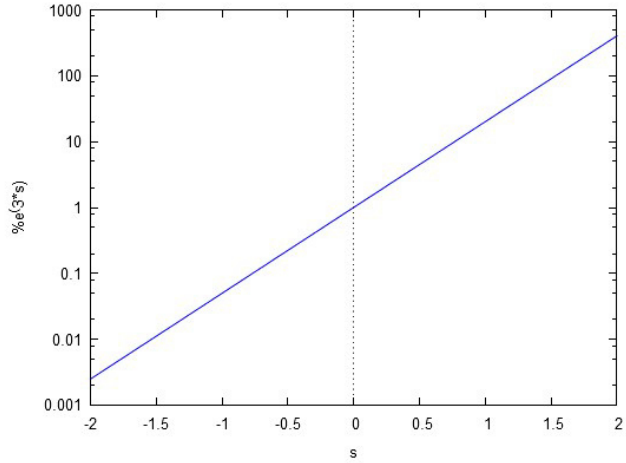
```
(%i1) wxplot2d (x^2-1, [x, -3, 3], [y, -2, 10], b[box,
      false], [plot_format, geomview])$
```



(%t1)

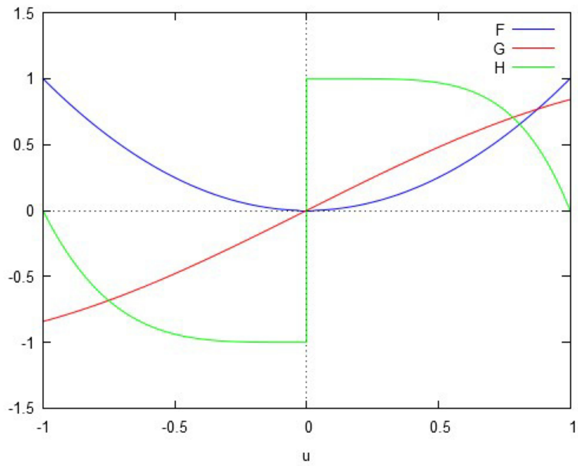
Пример:

```
(%i1) /* Вывод экспоненты с использованием
      логарифмической шкалы */
      wxplot2d (exp(3*s), [s, -2, 2], [logy])$
```



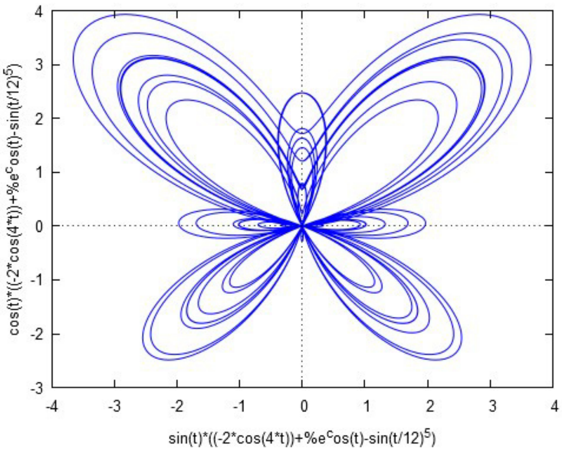
(%t1)

```
(%i2) /* Вывод нескольких графиков функций вместе */
      F(x) := x^2$
      G(x) := sin(x)$
      H(x) := if x < 0 then x^4- 1 else 1 - x^5 $
      wxplot2d ([F, G, H], [u, -1, 1], [y, -1.5, 1.5])$
```



(%t2)

```
(%i3) /* Вывод сложной кривой, заданной параметрически */
      r: (exp(cos(t))-2*cos(4*t)-sin(t/12)^5)$
      wxplot2d([parametric, r*sin(t), r*cos(t), [t,
      -8*%pi, 8*%pi], [nticks, 2000]])$
```



(%t3)

Трехмерные поверхности выводятся с помощью функции plot3d. Форматы этой функции:

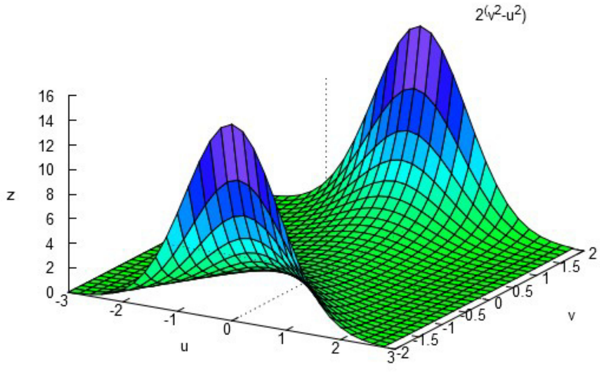
- plot3d (expr, x_range, y_range, …, options, …);
- plot3d ([expr_1, …, expr_n], x_range, y_range, …, options, …).

Аргументы аналогичны plot2d, с той разницей, что здесь независимых переменных две.

Для отображения графика в текущем файле wxMaxima используйте префикс «wx», то есть команду wxplot3d.

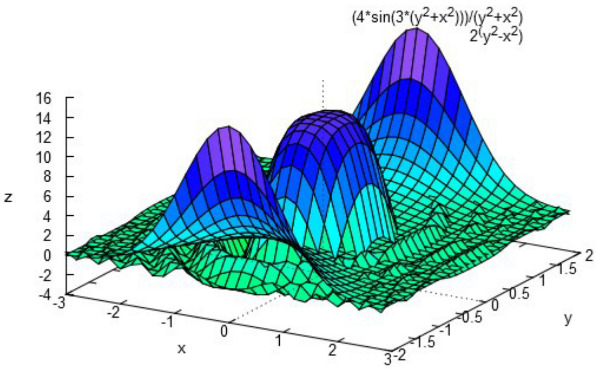
Рассмотрим примеры.

```
(%i1) wxplot3d (2^(-u^2 + v^2), [u, -3, 3], [v, -2, 2])$
```



(%t1)

```
(%i2) wxplot3d ([2^(-x^2 + y^2), 4*sin(3*
      (x^2+y^2))/(x^2+y^2), [x, -3, 3], [y, -2, 2]])$
```



(%t2)

Контрольные вопросы по главе 4

1. Какие функции имеются в системе Maxima для построения графиков?
2. Опишите основные параметры функций plot2d и plot3d.
3. Как отображать график в текущем файле wxMaxima?
4. Как создать график с некоторым числом кривых?
5. Как отображать график в прямоугольнике?

5 Использование системы Maxima в инженерных расчетах

5.1 Расчет электрической цепи

Рассмотрим использование Maxima при расчете электрической цепи. Пусть дана следующая электрическая цепь (см. рис. 5.1).

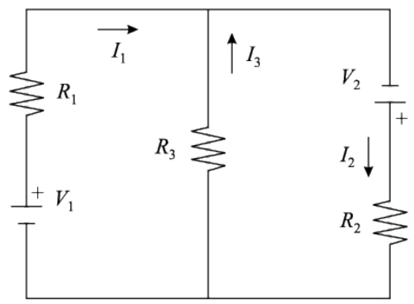


Рис. 5.1 – Схема электрической цепи

Составим уравнения Кирхгофа:

$$(1) - I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3 = -V_1$$
$$(2) - I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 = -V_2$$
$$(3) - I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Решаем это уравнение средствами Maxima, используя функцию solve:

```
(%i1) S:solve([-i_1*r_1+i_3*r_3=-v_1,-i_2*r_2-i_3*r_3=-
      v_2,-i_1+i_2-i_3=0], [i_1,i_2,i_3]);
```

$$\left[\left[i_1 = \frac{r_3 v_2 + (r_3 + r_2)\, v_1}{(r_2 + r_1)\, r_3 + r_1 r_2}, i_2 = \frac{r_3 v_2 + r_1 v_2 + r_3 v_1}{(r_2 + r_1)\, r_3 + r_1 r_2}, i_3 = -\frac{r_2 v_1 - r_1 v_2}{(r_2 + r_1)\, r_3 + r_1 r_2}\right]\right] \quad \text{(S)}$$

Получаем общее решение, записанное в двойном списке:

$$[[i_1 = \ldots, i_2 = \ldots, i_3 = \ldots]]$$

Тогда, для доступа к формуле для тока i_1 необходимо записать:

```
(%i2) S[1][1];
```

$$i_1 = \frac{r_3 v_2 + (r_3 + r_2)\, v_1}{(r_2 + r_1)\, r_3 + r_1 r_2} \quad (\%o2)$$

Для тока i_2:

```
(%i3) S[1][2];
```

$$i_2 = \frac{r_3 v_2 + r_1 v_2 + r_3 v_1}{(r_2 + r_1)\, r_3 + r_1 r_2} \qquad (\%o3)$$

Тогда можно записать расчетную формулу для напряжения на резисторе R_1:

```
(%i4) v_1:r1*S[1][1];
```

$$i_1\, r1 = \frac{r1\, (r_3 v_2 + (r_3 + r_2)\, v_1)}{(r_2 + r_1)\, r_3 + r_1 r_2} \qquad (v\_1)$$

Для того чтобы найти численные значения для токов, необходимо задать конкретные значения для напряжений и резисторов. Например:

```
(%i5) S,v_1=5,v_2=12,r_1=1000,r_2=2700,r_3=4300;
```

$$\left[\left[i_1 = \frac{433}{93050}, i_2 = \frac{851}{186100}, i_3 = -\frac{3}{37220}\right]\right] \qquad (\%o5)$$

Можно рассчитать токи и при других значениях напряжений и резисторов:

```
(%i6) S,v_1=6,v_2=10,r_1=1000,r_2=1200,r_3=5300;
```

$$\left[\left[i_1 = \frac{23}{3215}, i_2 = \frac{237}{32150}, i_3 = \frac{7}{32150}\right]\right] \qquad (\%o6)$$

5.2 Задачи теории автоматического управления

Для решения задач теории автоматического управления в системе Maxima необходимо использовать пакет bode. Загружаем этот пакет с помощью функции load:

```
(%i1) load(bode)$
```

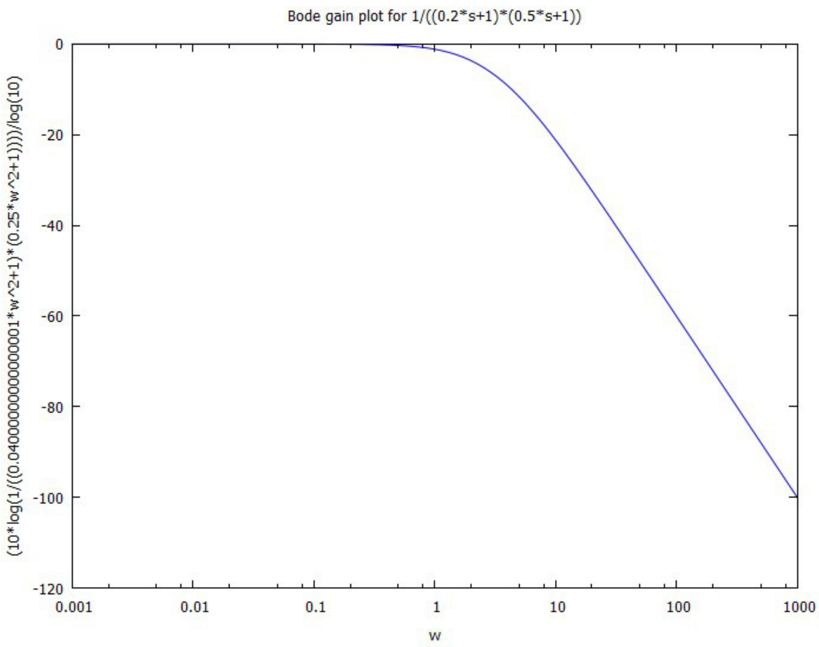
Записываем передаточную функцию.

```
(%i2) W(s):=1/(0.2*s+1)/(0.5*s+1);
```

$$\mathrm{W}(s) := \frac{\frac{1}{0.2s + 1}}{0.5s + 1} \qquad (\%o2)$$

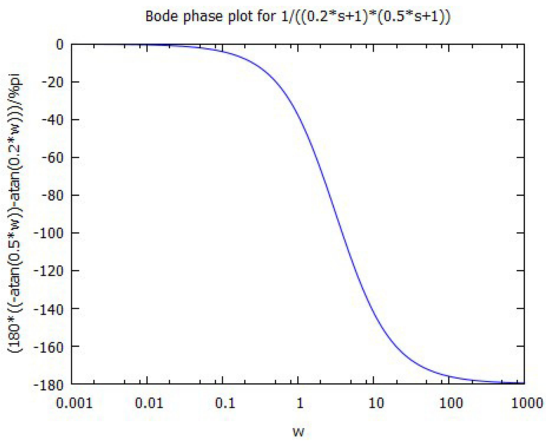
Рисуем амплитудную характеристику.

```
(%i3) bode_gain(W(s), [w, 1/1000, 1000]);
```



Рисуем фазовую характеристику.

```
(%i4) bode_phase(W(s), [w, 1/1000, 1000]);
```

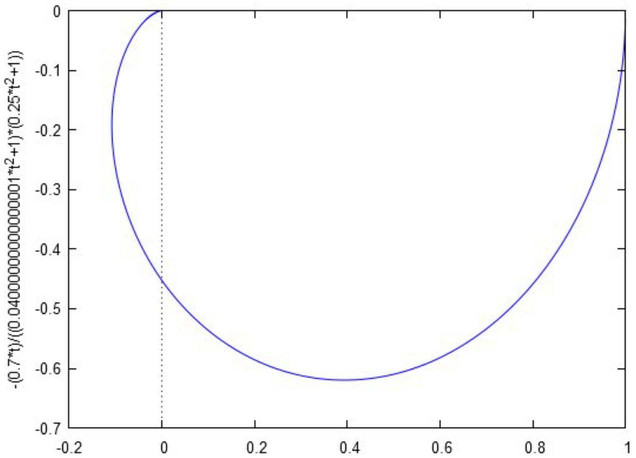


Запоминаем рисунок амплитудной характеристики в файл graph321.png.

```
(%i5) bode_gain(W(s), [w, 1/1000, 1000], [gnuplot_term,
      png], [gnuplot_out_file, "graph321.png"] )$
```

Рисуем фазовый портрет.

```
(%i6) wxplot2d([parametric, realpart(W(%i*t)),
      imagpart(W(%i*t))], [t,0,100], [nticks,1000])$
```



(%t6)

5.3 Применение метода наименьших квадратов для определения параметрической идентификации апериодического объекта второго порядка

Пусть задана передаточная функция для апериодического объекта второго порядка:

```
(%i1) d(p):=-(14*p-4)/(2*p^2+5*p+2);
```

$$\mathrm{d}(p) := \frac{-(14p-4)}{2p^2+5p+2} \tag{\%o1}$$

Раскладываем эту функцию на множители.

```
(%i2) factor(d(p));
```

$$-\frac{2(7p-2)}{(p+2)(2p+1)} \tag{\%o2}$$

Решаем уравнение.

```
(%i3) solve([a+2*b=-14,2*a+b=4],[a,b]);
```

$$\left[\left[a = \frac{22}{3}, b = -\frac{32}{3}\right]\right] \tag{\%o3}$$

Записываем простые дроби.

```
(%i4) d(p):=22/(6*p+3)-32/(3*p+6);
```

$$\mathrm{d}(p) := \frac{22}{6p+3} - \frac{32}{3p+6} \tag{\%o4}$$

Переходная функция апериодического звена первого порядка имеет вид:

```
(%i5) h1(t):=k1*(1-exp(-1/T1*t));
```

$$\mathrm{h1}(t) := \mathit{k1}\left(1-\exp\left(\frac{-1}{\mathit{T1}}t\right)\right) \tag{\%o5}$$

Переходная функция второго апериодического звена первого имеет вид:

```
(%i6) h2(t):=k2*(1-exp(-1/T2*t));
```

$$h2(t) := k2\left(1 - \exp\left(\frac{-1}{T2}t\right)\right) \qquad (\%o6)$$

Тогда переходная функция апериодического звена второго имеет вид:

```
(%i7) h(t):=h1(t)-h2(t);
```

$$h(t) := h1(t) - h2(t) \qquad (\%o7)$$

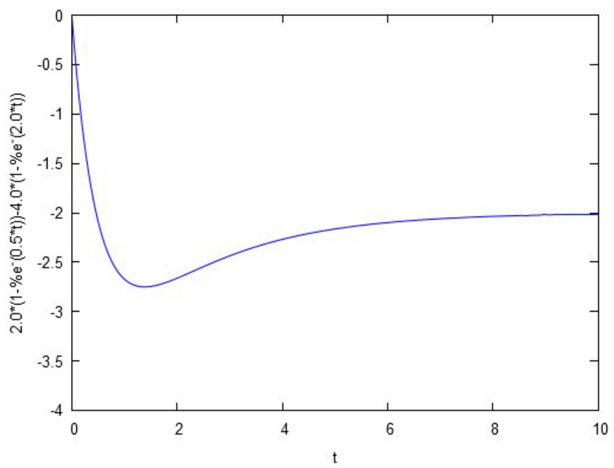
Предположим, что имеются измерения t входного воздействия и выходного $h(t)$. Для этого подставим конкретные значения параметров в h(t): k1=2, T1=2, k2=4, T2=0.5. И получим измерения $[t_i, h(t_i)]$.

```
(%i8) h(t):=2.0*(1-exp(-0.5*t))-4.0*(1-exp(-2.0*t));
```

$$h(t) := 2.0\,(1 - \exp((-0.5)\,t)) - 4.0\,(1 - \exp((-2.0)\,t)) \qquad (\%o8)$$

На интервалах $t = [0, 10]$ и $y = [-4, 0]$ $h(t)$ примет вид:

```
(%i9) wxplot2d(h(t),[t,0,10],[y,-4,0]);
```



(%t9)

График показывает, что $h(\infty) = -2$. Откуда $k1 + k2 = -2$. Тогда наше уравнение примет вид

$$k1\left(1 - e^{-1/T1\cdot t}\right) - (k1+2)\left(1 - e^{-1/T2\cdot t}\right).$$

Получаем список измерений.

```
(%i10) S:makelist([i*0.4,h(i*0.4)],i,0,10);
```

$$[[0,0],\ [0.4,-1.840145649687077],\ [0.8,-2.533054020092657],\ [1.2,-2.734751459030403],\ [1.6,-2.735609112320978],\ [2.0,-2.662496326787948],\ [2.4,-2.569469435628324],\ [2.8,-2.478402473017281],\ [3.2,-2.397146806896615],\ [3.6,-2.327611433209666],\ [4.0,-2.269328715961615]] \qquad (S)$$

Получаем матрицу измерений.

```
(%i11) M:matrix([0,0], [0.4,-1.840145649687077],
       [0.8,-2.533054020092657],
       [1.2,-2.734751459030403],
       [1.6,-2.735609112320979],
       [2.0,-2.662496326787948],
       [2.4,-2.569469435628324],
       [2.8,-2.478402473017281],
       [3.2,-2.397146806896615],
       [3.6,-2.327611433209667],
       [4.0,-2.269328715961615]);
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.4 & -1.840145649687077 \\ 0.8 & -2.533054020092657 \\ 1.2 & -2.734751459030403 \\ 1.6 & -2.735609112320979 \\ 2.0 & -2.662496326787948 \\ 2.4 & -2.569469435628324 \\ 2.8 & -2.478402473017281 \\ 3.2 & -2.397146806896615 \\ 3.6 & -2.327611433209667 \\ 4.0 & -2.269328715961615 \end{pmatrix} \qquad (M)$$

Находим оценки параметров апериодического звена второго порядка методом наименьших квадратов.

```
(%i12) lsquares_estimates (M, [t,y], y=k1*(1-exp(-A*t))-
       -(k1+2)*(1-exp(-B*t)), [k1,A,B]);
```

****

N= 3 NUMBER OF CORRECTIONS=25

INITIAL VALUES

F= 7.994345722246263D-01 GNORM= 1.335798408138610D+00

****

I	NFN	FUNC	GNORM	STEPLENGTH
1	2	1.694076453649324D-01	4.151055811070038D-01	7.486159542542548D-01
2	3	7.136880450047720D-03	6.703766031759634D-02	1.000000000000000D+00
3	5	5.920866979510155D-03	5.024280358692668D-02	3.514112521787678D-01
4	6	4.758138334540857D-03	4.426970390930440D-02	1.000000000000000D+00

5	7	1.072776040785802D-03	5.324368805264676D-03	1.000000000000000D+00
6	8	1.007545940129325D-03	3.399367003964240D-03	1.000000000000000D+00
7	9	9.646741494227257D-04	4.003456022429293D-03	1.000000000000000D+00
8	10	8.373296599740941D-04	7.628786228847678D-03	1.000000000000000D+00
9	11	6.079303697546267D-04	1.526545823666326D-02	1.000000000000000D+00
10	12	3.462695550819587D-04	3.134754195374904D-02	1.000000000000000D+00
11	13	1.468912220454425D-04	1.694129611612651D-02	1.000000000000000D+00
12	14	4.198720146698459D-05	4.660973272870397D-03	1.000000000000000D+00
13	15	3.086027860369156D-05	2.321037300868586D-03	1.000000000000000D+00

THE MINIMIZATION TERMINATED WITHOUT DETECTING ERRORS.
IFLAG = 0

$$[[k1 = 1.863791753329846,\ A = 0.4740884111761064,\ B = 2.057591814939932]] \quad (\%o12)$$

Получаем решение [k1=1.863,A=0.474,B=2.057]. Теперь производим зашумление измерений с помощью датчика случайных чисел.

```
(%i13) S:makelist([i*0.4,h(i*0.4)+random(0.2)],i,0,10);
```

$$[[0, 0.1827619199225792], [0.4, -1.80110872612752], [0.8, -2.436575915122333], [1.2, -2.663663447598546], [1.6, -2.685161336983902], [2.0, -2.579383782243651], [2.4, -2.446954657777559], [2.8, -2.310039941950097], [3.2, -2.296028917967852], [3.6, -2.191919034205964], [4.0, -2.262050052781631]] \quad (S)$$

```
(%i14) M1:matrix([0,0.0084130953081714],
       [0.4,-1.670411661117199],
       [0.8,-2.48645850794377], [1.2,-2.596528620105971],
       [1.6,-2.613297950682247],
       [2.0,-2.488267965233417],
       [2.4,-2.539120532834841],
       [2.8,-2.351168935116988],
       [3.2,-2.265440243701179],
       [3.6,-2.209487037489596],
       [4.0,-2.175639316829272]);
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.008413095308171 4 \\ 0.4 & -1.670411661117199 \\ 0.8 & -2.48645850794377 \\ 1.2 & -2.596528620105971 \\ 1.6 & -2.613297950682247 \\ 2.0 & -2.488267965233417 \\ 2.4 & -2.539120532834841 \\ 2.8 & -2.351168935116988 \\ 3.2 & -2.265440243701179 \\ 3.6 & -2.209487037489596 \\ 4.0 & -2.175639316829272 \end{pmatrix} \quad \text{(M1)}$$

```
(%i15) lsquares_estimates (M, [x,y], y=A*(1-exp(-B*x))-
       -(A+2)*(1-exp(-D*x)), [A,B,D]);
```

****

N= 3 NUMBER OF CORRECTIONS=25
INITIAL VALUES
F= 7.994345722246263D-01 GNORM= 1.335798408138610D+00

****

I	NFN	FUNC	GNORM	STEPLENGTH
1	2	1.694076453649324D-01	4.151055811070038D-01	7.486159542542548D-01
2	3	7.136880450047721D-03	6.703766031759626D-02	1.000000000000000D+00
3	5	5.920866979510155D-03	5.024280358692669D-02	3.514112521787681D-01
4	6	4.758138334540862D-03	4.426970390930465D-02	1.000000000000000D+00
5	7	1.072776040785797D-03	5.324368805263481D-03	1.000000000000000D+00
6	8	1.007545940129325D-03	3.399367003964238D-03	1.000000000000000D+00
7	9	9.646741494227213D-04	4.003456022429255D-03	1.000000000000000D+00
8	10	8.373296599740174D-04	7.628786228849072D-03	1.000000000000000D+00
9	11	6.079303697544768D-04	1.526545823666541D-02	1.000000000000000D+00
10	12	3.462695550818542D-04	3.134754195375536D-02	1.000000000000000D+00
11	13	1.468912220453635D-04	1.694129611611405D-02	1.000000000000000D+00
12	14	4.198720146700505D-05	4.660973272892488D-03	1.000000000000000D+00
13	15	3.086027860374230D-05	2.321037300905208D-03	1.000000000000000D+00

THE MINIMIZATION TERMINATED WITHOUT DETECTING ERRORS.
IFLAG = 0

$$[[A = 1.863791753329753,\ B = 0.4740884111760785,\ D = 2.057591814940007]] \qquad (\%o15)$$

5.4 Исследование демпфирования частоты генератора

Важным отличием системы Maxima является возможность получать решение задачи в виде некоторой формулы. Например, пусть имеется некоторое уравнение

```
(%i1) x=1/10*y+5*y^2-3;
```

$$x = 5y^2 + \frac{y}{10} - 3 \qquad (\%o1)$$

Решаем это уравнение с помощью функции solve (см. описание в п. 3.3).

```
(%i2) solve(%,y);
```

$$\left[y = -\frac{\sqrt{2000x + 6001} + 1}{100}, y = \frac{\sqrt{2000x + 6001} - 1}{100}\right] \qquad (\%o2)$$

Подставляя значения x в данную формулу, можно получить значения y.

Необходимо отметить, что Maxima позволяет гибко оперировать числовыми данными:

- целые числа и дроби;
- числа с плавающей арифметикой, такие как 1.25e-7 или 0.3. Для большей точности предлагается использовать расширенный формат плавающей арифметики, используя функцию bigfloats. Например, 1.25b-7.

Также Maxima производит различные преобразования форматов.

```
(%i1) x=.1*y;
```

$$x = 0.1y \qquad (\%o1)$$

```
(%i2) solve(%,y);
```

rat: replaced -0.1 by $-1/10 = -0.1$

$$[y = 10x] \qquad (\%o2)$$

Обратите внимание, что компьютеры используют двоичные числа и поэтому не могут точно представить 0,1 как число с плавающей запятой. Ошибка, которую выдаст компьютер при приближении 1/10 к формату числа с плавающей точкой, чрезвычайно мала:

```
(%i1) rationalize(.1);
```

$$\frac{3602879701896397}{36028797018963968} \qquad (\%o1)$$

Но бывает, что простые задачи требуют довольно высокой точности вычислений. Например, где один из шагов в решении уравнения включает в себя подобное следующему:

```
(%i1) (expr[большое]+expr[очень_маленькое])/
      /expr[большое]-1;
```

$$\frac{expr_{\text{очень\_ маленькое}} + expr_{\text{большое}}}{expr_{\text{большое}}} - 1 \qquad (\%o1)$$

Никогда не доверяйте результату программы, которая автоматически решает следующее:

```
(%i1) (expr[большое]+expr[очень_маленькое])/
      /expr[большое]-1=0;
```

$$\frac{expr_{\text{очень\_ маленькое}} + expr_{\text{большое}}}{expr_{\text{большое}}} - 1 = 0 \qquad (\%o1)$$

Существует множество таких программ.

5.4.1 Составление уравнения для заданной цепи

Рассмотрим пример расчета электрической цепи.

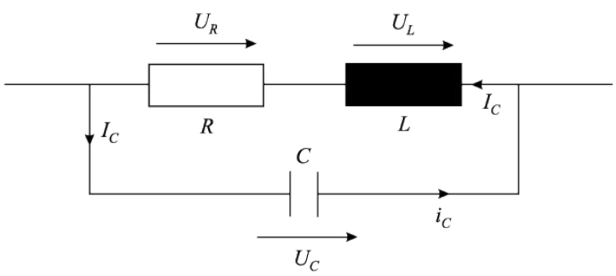


Рис. 5.2 – Схема электрической цепи: U_R – напряжение на резисторе; U_L – напряжение на катушке; U_C – напряжение на конденсаторе; I_C – ток цепи; L – индуктивность; C – емкость

Запишем уравнения электрической цепи:

```
(%i4) g1:U_R(t)=-R*I_C(t);
      g2:U_L(t)=-L*diff(I_C(t),t);
      g3:I_C(t)=C*diff(U_C(t),t);
      g4:U_L(t)+U_R(t)=U_C(t);
```

$$U_R(t) = -RI_C(t) \qquad (g1)$$

$$U_L(t) = -L\left(\frac{d}{dt} I_C(t)\right) \quad \text{(g2)}$$

$$I_C(t) = C\left(\frac{d}{dt} U_C(t)\right) \quad \text{(g3)}$$

$$U_R(t) + U_L(t) = U_C(t) \quad \text{(g4)}$$

Maxima может решать системы уравнений автоматически, например:

```
(%i2) [x+y=5, y+z=3]; solve(%,[x,y,z]);
```

$$[y + x = 5, z + y = 3] \quad \text{(\%o1)}$$

$$[[x = \%r1 + 2, y = 3 - \%r1, z = \%r1]] \quad \text{(\%o2)}$$

В решении присутствует новая переменная r1. Это означает, что решений может быть много и r1 является свободной переменной.

Для систем уравнений расчета цепи можно применять последовательное решение. Например, сначала решить уравнение g4. Затем полученное решение подставляем в уравнение g1. Для этого используем функцию g5:ev(g1,%) и получаем уравнение g5:

```
(%i7) g4;
      solve(g4,U_R(t));
      g5:ev(g1,%);
```

$$U_R(t) + U_L(t) = U_C(t) \quad \text{(\%o5)}$$

$$[U_R(t) = U_C(t) - U_L(t)] \quad \text{(\%o6)}$$

$$U_C(t) - U_L(t) = -R I_C(t) \quad \text{(g5)}$$

Далее решаем уравнение g5 и получаем выражения g6 и g7 с помощью подстановки, используя функцию ev:

```
(%i10) solve(g5,U_L(t));
       g6:ev(g2,%);
       g7:ev(g3,%);
```

$$[U_L(t) = U_C(t) + R I_C(t)] \quad \text{(\%o8)}$$

$$U_C(t) + R I_C(t) = -L\left(\frac{d}{dt} I_C(t)\right) \quad \text{(g6)}$$

$$I_C(t) = C\left(\frac{d}{dt} U_C(t)\right) \quad \text{(g7)}$$

Теперь можно получить искомое дифференциальное уравнение для расчета нашей электрической цепи.

```
(%i11) dgl:ev(g6,g7);
```

$$CR\left(\frac{d}{dt}U_C(t)\right)+U_C(t)=-L\left(\frac{d}{dt}\left(C\left(\frac{d}{dt}U_C(t)\right)\right)\right) \qquad \text{(dgl)}$$

Полученное уравнение выглядит неудачно. Для привычной записи уравнения воспользуемся функциями lhs и rhs, выделяющими левую и правую части уравнения соответственно. В итоге получим следующее дифференциальное уравнение:

```
(%i12) lhs(dgl)-rhs(dgl)=0;
```

$$L\left(\frac{d}{dt}\left(C\left(\frac{d}{dt}U_C(t)\right)\right)\right)+CR\left(\frac{d}{dt}U_C(t)\right)+U_C(t)=0 \qquad \text{(\%o12)}$$

5.4.2 Решение дифференциального уравнения

Решение дифференциального уравнения осуществляется с помощью функции desolve, при этом указываем уравнение записанное в dgl и искомую функцию U_C(t). Решение получаем в самом общем виде. При этом система спрашивает значение выражения $C(CR^2-4L)$ – положительное, отрицательное или равно нулю. Для ввода ответа необходимо набрать p, n или z соответственно и нажать Ctrl+Enter. В нашем случае введем ответ n.

```
(%i13) solution1:desolve(dgl,U_C(t));
```

Is $C\left(CR^2-4L\right)$ positive, negative or zero? n;

$$U_C(t)=\left(\%e^{-\frac{Rt}{2L}}\left(\frac{\sin\left(\frac{\sqrt{-C(CR^2-4L)}\,t}{2CL}\right)}{\sqrt{-C\left(CR^2-4L\right)}}\times\right.\right.$$
$$\left.\times\left(2CL\left(CL\left(\left.\frac{d}{dt}U_C(t)\right|_{t=0}\right)+U_C(0)CR\right)-U_C(0)C^2LR\right)+\right.$$
$$\left.\left.+U_C(0)CL\cos\left(\frac{\sqrt{-C\left(CR^2-4L\right)}\,t}{2CL}\right)\right)\right)/(CL) \qquad \text{(solution1)}$$

Теперь изменим ответ на вопрос и введем p.

```
(%i14) solution2:desolve(dgl,U_C(t));
```

Is $C\left(CR^2-4L\right)$ positive, negative or zero? p;

$$U_C(t)=\left(\%e^{-\frac{Rt}{2L}}\left(\frac{\sinh\left(\frac{\sqrt{C(CR^2-4L)}t}{2CL}\right)}{\sqrt{C(CR^2-4L)}}\times\right.\right.$$
$$\times\left(2CL\left(CL\left(\left.\frac{d}{dt}U_C(t)\right|_{t=0}\right)+U_C(0)CR\right)-U_C(0)C^2LR\right)+ \qquad \text{(solution2)}$$
$$\left.\left.+U_C(0)CL\cosh\left(\frac{\sqrt{C(CR^2-4L)}t}{2CL}\right)\right)\right)/(CL)$$

Видно, что решения практически не отличаются. Это некоторая комбинация экспоненты и синусов.

Задание начальных значений

Общее решение дифференциального уравнения получено, теперь надо получить решение при заданных начальных условиях. Например, емкость конденсатора в нулевой момент времени равна нулю. Ниже показано, как это сделать в Maxima:

```
(%i15) atvalue(U_C(t),t=0,U_0)$
```

Второе начальное условие определяется из рассмотрения состояния катушки. Можно задать условие для минимизации влияния синусоидальных колебаний. Для этого зададим и решим следующее уравнение:

```
(%i17) (2*C*L*(U_C(0)*C*R+
       +(at('diff(U_C(t),t,1),t=0))*C*L)-
       -U_C(0)*C^2*L*R)=0;
       InitialCondition1:solve(%,'diff(U_C(t),t));
```

$$2CL\left(CL\left(\left.\frac{d}{dt}U_C(t)\right|_{t=0}\right)+CRU_0\right)-C^2LRU_0=0 \qquad (\%o16)$$

$$\left[\frac{d}{dt}U_C(t)=-\frac{RU_0}{2L}\right] \qquad \text{(InitialCondition1)}$$

```
(%i18) InitialCondition1[1];
```

$$\frac{d}{dt}U_C(t)=-\frac{RU_0}{2L} \qquad (\%o18)$$

Теперь присвоим первой производной 'diff(U_C(t),t) в точке 0 значение правой части решенного уравнения (функция solve возвращает список решений, поэтому надо взять первый элемент этого списка):

```
(%i19) atvalue('diff(U_C(t),t),t=0,
       rhs(InitialCondition1[1]))$
```

Для того чтобы Maxima не задавала вопрос «Is $C\left(CR^2-4L\right)$ positive, negative or zero?» запишем следующее утверждение:

```
(%i20) assume(C>0,R>0,L>0,C*R^2<4*L);
```

$$[C>0,\ R>0,\ L>0,\ 4L>CR^2] \tag{\%o20}$$

Теперь получим новое решение, более ясное с точки зрения физики процессов в электрической цепи

```
(%i21) solution2:desolve(dgl,U_C(t));
```

$$U_C(t)=U_0\%e^{-\frac{Rt}{2L}}\cos\left(\frac{\sqrt{4L-CR^2}t}{2\sqrt{C}L}\right) \tag{solution2}$$

5.4.3 Интерпретация результата

Последнее уравнение дает возможность увидеть, что резонансная частота зависит от демпфирования:

```
(%i22) Frequency:
       f=(sqrt(4*L-C*R^2))/(2*sqrt(C)*L)/(2*%pi);
```

$$f=\frac{\sqrt{4L-CR^2}}{4\pi\sqrt{C}L} \tag{Frequency}$$

Пусть нам необходимо получить реальные значения U_C(t) от значений элементов цепи (R,L,C,U_0). Для этого необходимо задать значения для некоторых из перечисленных элементов. Например

```
(%i23) ElementValues: [L=1, C=1, U_0=1];
```

$$[L=1,\ C=1,\ U_0=1] \tag{ElementValues}$$

Подставляем в формулу для частоты известные значения:

```
(%i24) Frequency;
```

$$f=\frac{\sqrt{4L-CR^2}}{4\pi\sqrt{C}L} \tag{\%o24}$$

```
(%i25) at(Frequency,ElementValues);
```

$$f=\frac{\sqrt{4-R^2}}{4\pi} \tag{\%o25}$$

Записываем функцию Voltage(R,t), подставив значения L=1, C=1, U_0=1 в решение второго дифференциального уравнения solution2:

```
(%i26) Voltage(R,t):=ev(rhs(solution2),ElementValues);
```

$$\mathrm{Voltage}(R,t):=\mathrm{ev}(\mathrm{rhs}(solution2),ElementValues) \tag{\%o26}$$

Maxima выполнит подстановку и запишет конкретный вид функции:

```
(%i27) Voltage(R,t);
```

$$\%e^{-\frac{Rt}{2}}\cos\left(\frac{\sqrt{4-R^2}t}{2}\right) \tag{\%o27}$$

Рассчитаем несколько значений (21) для R и запишем его в список Resistors:

```
(%i28) Resistors:makelist(i/20,i,0,20);
```

$$\left[0,\frac{1}{20},\frac{1}{10},\frac{3}{20},\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{3}{10},\frac{7}{20},\frac{2}{5},\frac{9}{20},\frac{1}{2},\frac{11}{20},\frac{3}{5},\frac{13}{20},\frac{7}{10},\frac{3}{4},\frac{4}{5},\frac{17}{20},\frac{9}{10},\frac{19}{20},1\right] \tag{Resistors}$$

Преобразуем список значений из дробного в плавающий формат:

```
(%i29) float(Resistors);
```

$$[0.0,0.05,0.1,0.15,0.2,0.25,0.3,0.35,0.4,0.45,0.5,0.55,0.6,0.65,0.7,0.75,0.8,0.85,0.9,0.95,1.0] \tag{\%o29}$$

Теперь покажем эффект демпфирования частоты в виде графической анимации. Для этого сначала загрузим пакет draw:

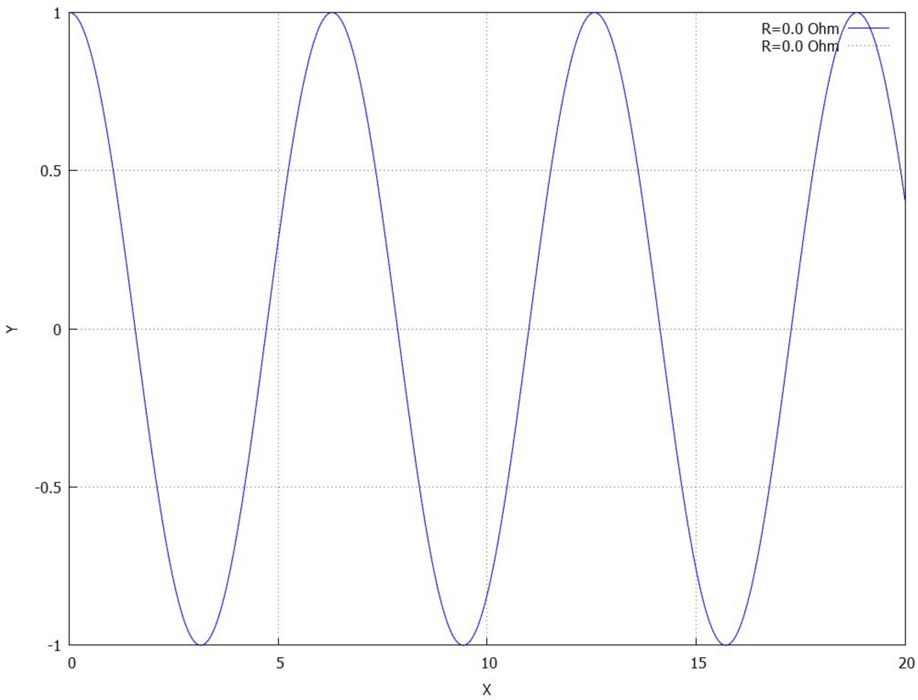
```
(%i30) load("draw")$
```

Loading C:/Users/kru/maxima/binary/binary-gcl/share/draw/grcommon.oFinished loading
C:/Users/kru/maxima/binary/binary-gcl/share/draw/grcommon.oLoading
C:/Users/kru/maxima/binary/binary-gcl/share/draw/gnuplot.oFinished loading
C:/Users/kru/maxima/binary/binary-gcl/share/draw/gnuplot.oLoading
C:/Users/kru/maxima/binary/binary-gcl/share/draw/vtk.oFinished loading
C:/Users/kru/maxima/binary/binary-gcl/share/draw/vtk.oLoading
C:/Users/kru/maxima/binary/binary-gcl/share/draw/picture.oFinished loading
C:/Users/kru/maxima/binary/binary-gcl/share/draw/picture.o

Для рисования используем функцию with_slider_draw пакета draw.

```
(%i33) wxplot_size:[1024,768]$
       wxanimate_framerate:2$
       with_slider_draw(
       /* The parameter we want to assign to the slider
       and all values it can assume */
       R,Resistors,
```

```
/* The thing we actually want to draw */
key=concat("R=",float(R)," Ohm"),
explicit(
ev(Voltage(R,t)),
t,0,20
),line_type=dots,color=black,
key=concat("R=0.0 Ohm"),
explicit(
ev(Voltage(0,t)),
t,0,20
),
yrange=[-1,1],
grid=true
)$
```



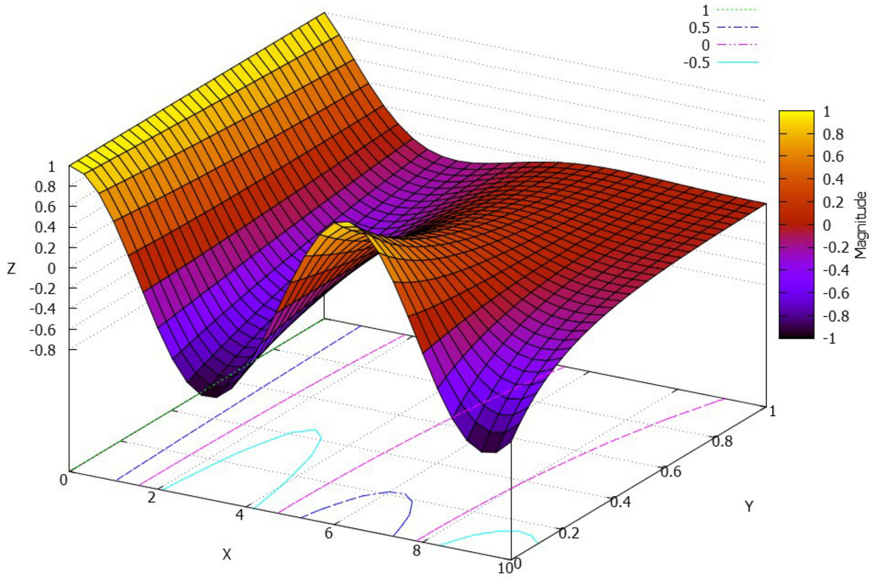
(%t33)

Можно нажать на полученный рисунок правой кнопкой мыши и выбрать пункт «Запустить анимацию» либо выделить рисунок и воспользоваться соответствующей кнопкой на панели инструментов (см. пп. 1.4.1).

Теперь воспользуемся возможностями 3D-графики:

```
(%i34) wxdraw3d(
       grid=true,enhanced3d=true,
       wired_surface=true,
       nticks=200,contour=base,
```

```
explicit(
ev(Voltage(R,t)),
t,0,10,
R,0,1
),colorbox="Magnitude"
)$
```



(%t34)

Контрольные вопросы по главе 5

1. Перечислите этапы решения задачи расчета электрической цепи.
2. Какую функцию необходимо использовать для решения системы уравнений Кирхгофа?
3. Какой пакет функций необходимо использовать для решения задач теории автоматического управления в системе Maxima?
4. Как записывается передаточная функция в системе Maxima?
5. С помощью каких функций можно получить амплитудную и фазовые характеристики электрической цепи в системе Maxima?
6. Какой метод используется в системе Maxima для определения параметрической идентификации апериодического объекта второго порядка?
7. Как получить график переходной функции?

6 Организация самостоятельной работы

6.1 Общие сведения о самостоятельной работе

В дистанционной технологии обучения самостоятельная работа является одним из главных видов учебной деятельности. Для того чтобы освоить математический пакет Maxima, необходимо:

1) уметь пользоваться поисковыми системами в Интернетом;

2) скачивать и устанавливать программное обеспечение;

3) владеть навыками формирования запросов в различных информационных системах и сетях.

Самостоятельная работа состоит из 5 заданий:

1. Установка системы Maxima.
2. Изучение функций графического редактора wxMaxima.
3. Основы программирования в системе Maxima.
4. Упрощение математических выражений.
5. Решение уравнений и систем уравнений.

6.2 Задания для самостоятельной работы

6.2.1 Установка системы Maxima

Данное задание предполагает установку системы Maxima на персональный компьютер студента. Для этого необходимо последовательно выполнить шаги, описанные в пп. 1.2.1.

6.2.2 Изучение функций графического редактора wxMaxima

Данное задание предполагает изучение основных функций графического редактора wxMaxima. Для этого необходимо изучить разделы главы 1, посвященные wxMaxima, и выполнить следующие шаги.

1. Запустите wxMaxima.

Запуск можно организовать двумя способами:

1) из системного меню (см. рис. 6.1);

2) щелкнув мышкой на ярлыке программы, находящемся на рабочем столе (см. рис. 6.2).

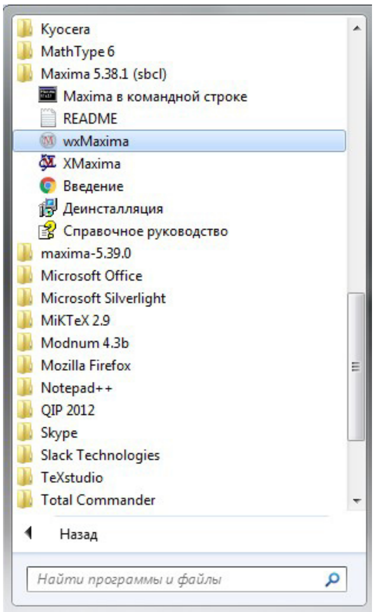


Рис. 6.1 – Системное меню для запуска системы wxMaxima

Рис. 6.2 – Ярлык системы wxMaxima

После запуска появится следующее окно (см. рис. 6.3).

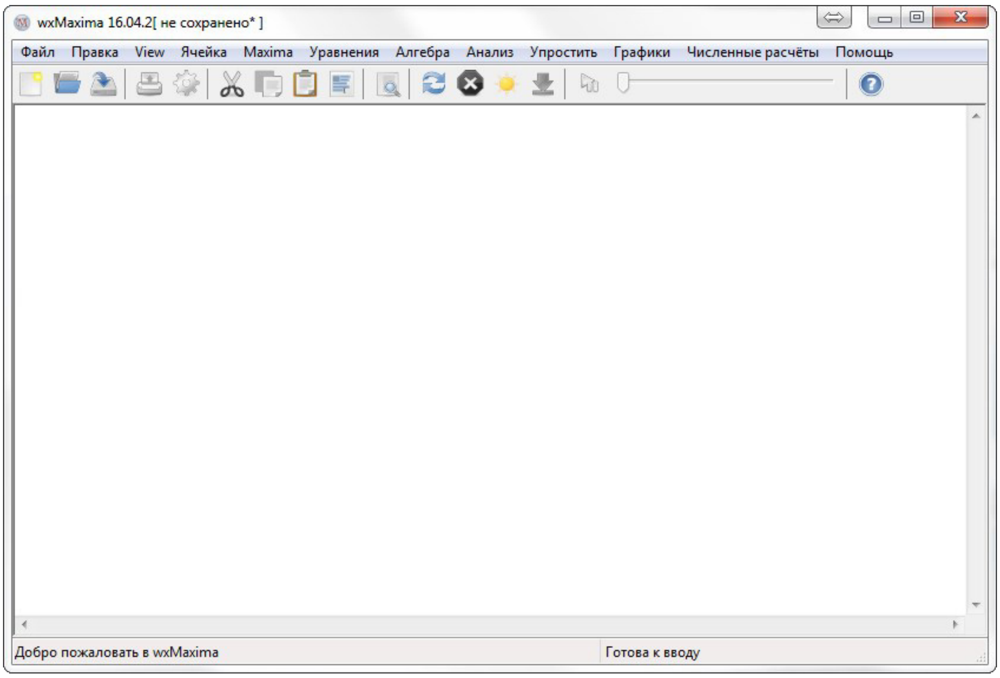


Рис. 6.3 – Окно wxMaxima после запуска

2. Выполните задания:

- Создать несколько ячеек, например a:7, b:10, a+b, используя пункт меню «Ячейка».
- Выполнить последовательность ячеек, используя пункт меню «Ячейка».
- Сохранить эту последовательность в файл, используя пункт меню «Файл».
- Выйти из графического редактора.
- Запустить графический редактор с именем сохранённого файла.
- Выполнить все ячейки загруженного файла.
- Изучить пункт меню «Помощь».
- Вставить рубрикацию и комментарии в документ, используя пункт меню «Ячейка».
- Изучить пункт меню «View», устанавливая соответствующие опции.
- Изучить функции sum, prod.
- Найти сумму нечетных чисел от 1 до 100.
- Найти произведение четных чисел от 1 до 50.

6.2.3 Основы программирования в системе Maxima

Данное задание предполагает изучение основ программирования в системе Maxima. Для этого необходимо выполнить следующие задания.

1. Изучить разделы пособия, посвященные программированию: представление объектов, числа, списки, строки, массивы; освоить операторы присваивания, цикла, условные операторы.
2. Создать именованный список z:

   z: makelist(n*(n+1)/2,n,1,10).

3. Создать именованный список случайных чисел:

   z: makelist(random(30),n,1,10).

4. Написать функцию вывода списка:

   PrintZ(L):=for i:1 thru 10 do print(L[i]).

5. Написать функцию для вывода матрицы.

6. На основе использования случайного списка написать 3 функции из следующего списка:
    - функция подсчета ненулевых элементов, находящихся в списке;
    - функция подсчета четных чисел в списке;
    - функция подсчета нечетных чисел в списке;
    - функция подсчета чисел в списке, которые делятся на 5 или 7;
    - функция нахождения максимального числа в списке;
    - функция подсчета минимального числа в списке;
    - функция сортировки списка по возрастанию;
    - функция сортировки списка по убыванию;
    - функция нахождения максимального числа повторений в списке;
    - функция нахождения максимального произведения двух чисел списка;
    - функция нахождения минимального частного в списке;
    - функция нахождения максимальной длины последовательного неубывания элементов списка;
    - функция нахождения максимальной разности между двумя любыми элементами списка;
    - функция нахождения минимальной суммы любых двух элементов списка;
    - пусть заданы два числа: a и b, отпечатать все числа списка, удовлетворяющие условию $a < z[i] < b$;
    - пусть заданы два числа: a и b, отпечатать все числа списка, удовлетворяющие условию $ab < z[i]$;
    - пусть заданы два числа: a и b, отпечатать все числа списка, удовлетворяющие условию $b - a < z[i]^2$;
    - найти пару чисел в списке, корень из суммы квадратов которых является целым числом;
    - подсчитать все числа списка, которые являются квадратами;
    - подсчитать все числа списка, которые являются числами Фибоначчи (1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,…).

Общий алгоритм решения задач п. 6 следующий:

1) получить именованный случайный список;

2) в соответствии с условием задачи организовать цикл для просмотра чисел, находящихся в случайном списке;

3) получить результат;

4) вывести результат.

6.2.4 Упрощение математических выражений

Упрощение рациональных выражений

Для упрощения рациональных выражений необходимо воспользоваться функцией ratsimp (см. п. 3.1). Выражения, которые необходимо упростить:

1	$\dfrac{36x^5+30x^4+60x^3+38x^2+20x+6}{48x^5+66x^4+131x^3+100x^2+84x+27}$
2	$\dfrac{49x^5+77x^4+112x^3+122x^2+68x+48}{56x^5+70x^4+76x^3+90x^2+28x+16}$
3	$\dfrac{16x^5+84x^4+108x^3+165x^2+89x+63}{12x^5+70x^4+110x^3+130x^2+92x+36}$
4	$\dfrac{30x^5+37x^4+51x^3+39x^2+15x+4}{6x^5+53x^4+83x^3+90x^2+74x+24}$
5	$\dfrac{16x^5+40x^4+61x^3+62x^2+52x+24}{24x^5+26x^4+38x^3+38x^2+16x+8}$
6	$\dfrac{8x^5+34x^4+76x^3+91x^2+50x+14}{12x^5+47x^4+99x^3+117x^2+64x+18}$
7	$\dfrac{40x^5+21x^4+93x^3+61x^2+54x+35}{35x^5+19x^4+71x^3+50x^2+33x+20}$
8	$\dfrac{6x^5+30x^4+74x^3+118x^2+110x+42}{16x^5+48x^4+114x^3+148x^2+120x+54}$
9	$\dfrac{64x^5+96x^4+160x^3+124x^2+75x+27}{56x^5+64x^4+105x^3+76x^2+45x+18}$
10	$\dfrac{5x^5+12x^4+20x^3+23x^2+9x+3}{x^5+4x^4+16x^3+27x^2+33x+27}$

Упрощение тригонометрических выражений

Для упрощение рациональных выражений необходимо воспользоваться функцией trigsimp (см. п. 3.1). Выражения, которые необходимо упростить:

1	$9\tan^6 x + 29\tan^4 x + 39\tan^2 x + 8\sin^6 x + \left(24\cos^2 x + 7\right)\sin^4 x + \left(24\cos^4 x + 14\cos^2 x + 6\right)\sin^2 x + 8\cos^6 x + 7\cos^4 x + 6\cos^2 x + 23$
2	$9\tan^6 x + 36\tan^4 x + 51\tan^2 x + 8\sin^6 x + \left(24\cos^2 x + 5\right) + \sin^4 x + \left(24\cos^4 x + 10\cos^2 x + 2\right)\sin^2 x + 8\cos^6 x + 5\cos^4 x + 2\cos^2 x + 34$
3	$8\tan^6 x + 33\tan^4 x + 51\tan^2 x + \sin^6 x + \left(3\cos^2 x + 6\right) + \sin^4 x + \left(3\cos^4 x + 12\cos^2 x + 8\right)\sin^2 x + \cos^6 x + 6\cos^4 x + 8\cos^2 x + 40$
4	$5\tan^6 x + 22\tan^4 x + 31\tan^2 x + \sin^6 x + \left(3\cos^2 x + 9\right) + \sin^4 x + \left(3\cos^4 x + 18\cos^2 x + 2\right)\sin^2 x + \cos^6 x + 9\cos^4 x + 2\cos^2 x + 23$
5	$7\tan^6 x + 30\tan^4 x + 45\tan^2 x + 3\sin^6 x + \left(9\cos^2 x + 1\right) + \sin^4 x + \left(9\cos^4 x + 2\cos^2 x + 6\right)\sin^2 x + 3\cos^6 x + \cos^4 x + 6\cos^2 x + 40$
6	$3\tan^6 x + 12\tan^4 x + 17\tan^2 x + 2\sin^6 x + \left(6\cos^2 x + 9\right) + \sin^4 x + \left(6\cos^4 x + 18\cos^2 x + 1\right)\sin^2 x + 2\cos^6 x + 9\cos^4 x + \cos^2 x + 18$
7	$4\tan^6 x + 17\tan^4 x + 27\tan^2 x + \sin^6 x + \left(3\cos^2 x + 6\right) + \sin^4 x + \left(3\cos^4 x + 12\cos^2 x + 8\right)\sin^2 x + \cos^6 x + 6\cos^4 x + 8\cos^2 x + 25$
8	$6\tan^6 x + 24\tan^4 x + 37\tan^2 x + 9\sin^6 x + \left(27\cos^2 x + 1\right) + \sin^4 x + \left(27\cos^4 x + 2\cos^2 x + 6\right)\sin^2 x + 9\cos^6 x + \cos^4 x + 6\cos^2 x + 28$
9	$9\tan^6 x + 30\tan^4 x + 34\tan^2 x + 9\sin^6 x + \left(27\cos^2 x + 4\right) + \sin^4 x + \left(27\cos^4 x + 8\cos^2 x + 1\right)\sin^2 x + 9\cos^6 x + 4\cos^4 x + \cos^2 x + 25$
10	$7\tan^6 x + 24\tan^4 x + 29\tan^2 x + \sin^6 x + \left(3\cos^2 x + 7\right) + \sin^4 x + \left(3\cos^4 x + 14\cos^2 x + 8\right)\sin^2 x + \cos^6 x + 7\cos^4 x + 8\cos^2 x + 27$

Упрощение экспоненциальных и логарифмических выражений

Для упрощения рациональных выражений необходимо воспользоваться функцией radcan (см. п. 3.1). Выражения, которые необходимо упростить:

1	$\log\left(\dfrac{e^{x\left(3x^3+6x^2+x+3\right)}}{x^5}\right) - \log\left(\dfrac{e^{x\left(2x^2+4x+5\right)}}{x^5}\right)$
2	$\log\left(\dfrac{e^{x\left(8x^3+7x^2+8x+4\right)}}{x^4}\right) - \log\left(\dfrac{e^{x\left(4x^2+4x+1\right)}}{x}\right)$
3	$\log\left(\dfrac{e^{x\left(9x^3+7x^2+5x+3\right)}}{x}\right) - \log\left(\dfrac{e^{x\left(x^2+4x+8\right)}}{x}\right)$

4	$\log\left(\frac{e^{x\left(8x^3+7x^2+5x+6\right)}}{x}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(4x^2+7x+7\right)}}{x^3}\right)$
5	$\log\left(\frac{e^{x\left(3x^3+x^2+8x+4\right)}}{x^3}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(7x^2+x+8\right)}}{x^2}\right)$
6	$\log\left(\frac{e^{x\left(7x^3+2x^2+x+4\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(8x^2+6x+4\right)}}{x}\right)$
7	$\log\left(e^{x\left(5x^3+3x^2+x+1\right)}x^4\right)-\log\left(e^{x\left(4x^2+7x+1\right)}x^3\right)$
8	$\log\left(\frac{e^{x\left(3x^3+3x^2+8x+3\right)}}{x^2}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(x^2+9x+3\right)}}{x^2}\right)$
9	$\log\left(\frac{e^{x\left(5x^3+3x^2+9x+1\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(9x^2+6x+9\right)}}{x}\right)$
10	$\log\left(\frac{e^{x\left(x^3+8x^2+9x+3\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(7x^2+3x+7\right)}}{x^4}\right)$

6.2.5 Решение уравнений и систем уравнений

Решение систем уравнений

Для решения системы уравнений необходимо воспользоваться функцией solve (см. 3.2). Список заданий:

1	$\begin{cases} 9z+9y+x+2=0 \\ 6z+5y+9x+6=0 \\ 5z+8y+2x+8=0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3z+2y+7x+9=0 \\ 2z+7y+2x+5=0 \\ 9z+7y+2x+1=0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 8z+8y+2x+7=0 \\ 8z+6y+7x+7=0 \\ 8z+4y+7x+6=0 \end{cases}$

4	$\begin{cases} 2z+y+6x+5=0 \\ 9z+2y+9x+2=0 \\ 4z+2y+2x+5=0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 7z+2y+3x+8=0 \\ 6z+5y+5x+8=0 \\ 8z+3y+7x+9=0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} z+5y+9x+2=0 \\ 7z+8y+4x+3=0 \\ 6z+2y+x+9=0 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 6z+4y+9x+6=0 \\ 8z+9y+5x+5=0 \\ 6z+3y+7x+4=0 \end{cases}$
8	$\begin{cases} 5z+2y+3x+9=0 \\ 2z+6y+8x+8=0 \\ z+3y+7x+9=0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} 8z+3y+9x+6=0 \\ 5z+4y+2x+5=0 \\ 2z+2y+4x+7=0 \end{cases}$
10	$\begin{cases} z+9y+4x+4=0 \\ 2z+6y+7x+3=0 \\ z+y+4x+9=0 \end{cases}$

Решение дифференциальных уравнений

Рекомендуется выполнить два задания.

1. Найти решение дифференциального уравнения:

$$\frac{d^2}{dx^2}y(x)+p\frac{d}{dx}y(x)-qy(x)=0.$$

Значения p и q приведены в таблице.

p	9	9	1	10	7	2	10	10	3
q	1	9	10	3	5	7	9	8	9

2. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям. Построить график решения.

$$\frac{d^2}{dx^2}y + \frac{d}{dx}y + 2y = xe^{-x},$$

$$\frac{d}{dx}y = y_1,\ y = y_2.$$

7 Методические указания по выполнению контрольной работы

Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Данная контрольная работа предназначена для проверки знаний по использованию системы Maxima и состоит из решения некоторого набора задач.

При выполнении контрольной работы предполагается, что студентом были выполнены все задания самостоятельной работы (см. п. 6.2). Задания контрольной работы выполняются по вариантам. Выбор варианта заданий осуществляется по общим правилам с использованием следующей формулы:

$$V = (N \cdot K) \operatorname{div} 100,$$

где V – искомый номер варианта, n – общее количество вариантов, div – целочисленное деление (при $V = 0$ выбирается максимальный вариант), K – код варианта.

7.1 Порядок выполнения работы

1. Рассчитать индивидуальный вариант.
2. Выполнить задание на контрольную работу в соответствии с номером варианта.
3. Написать отчет о проделанной работе.

7.2 Требования к оформлению отчета

Отчет должен содержать:

1. Титульный лист (см. приложение А).
2. Расчет индивидуального варианта заданий по формуле
3. Решение заданий, которое должно включать:
    - вариант задания;
    - описание функции системы Maxima, которая решает данное задание;
    - листинг вывода решения, которое формирует система Maxima.

При оформлении отчетов по текстовой контрольной работе следует руководствоваться требованиями образовательного стандарта вуза ОС ТУСУР 01-2013 «Работы студенческие по направлениям подготовки и специальностям технического профиля. Общие требования и правила оформления».

7.3 Пример выполнения варианта контрольной работы

1. Упростить рациональное выражение

$$\frac{42x^5+105x^4+131x^3+109x^2+32x+18}{30x^5+75x^4+85x^3+65x^2+20x+10}.$$

Решение в Maxima.

```
(%i1) a:(42*x^5+105*x^4+131*x^3+109*x^2+32*x+18);
```

$$42x^5+105x^4+131x^3+109x^2+32x+18 \qquad \text{(a)}$$

```
(%i2) b:(30*x^5+75*x^4+85*x^3+65*x^2+20*x+10);
```

$$30x^5+75x^4+85x^3+65x^2+20x+10 \qquad \text{(b)}$$

```
(%i3) ratsimp(a/b);
```

$$\frac{7x^2+7x+9}{5x^2+5x+5} \qquad (\%o3)$$

2. Упростить тригонометрическое выражение

$$5\tan(x)^6+24\tan(x)^4+37\tan(x)^2+9\sin(x)^6+(27\cos(x)^2+6)\sin(x)^4+$$
$$+(27\cos(x)^4+12\cos(x)^2+8)\sin(x)^2+9\cos(x)^6+6\cos(x)^4+8\cos(x)^2+25.$$

```
(%i1) a:5*tan(x)^6+24*tan(x)^4+37*tan(x)^2+
      +9*sin(x)^6+(27*cos(x)^2+6)*sin(x)^4;
```

$$\begin{gathered}5\tan(x)^6+24\tan(x)^4+37\tan(x)^2+\\+9\sin(x)^6+\left(27\cos(x)^2+6\right)\sin(x)^4\end{gathered} \qquad \text{(a)}$$

```
(%i2) b:(27*cos(x)^4+12*cos(x)^2+8)*sin(x)^2+
      +9*cos(x)^6+6*cos(x)^4+8*cos(x)^2+25;
```

$$\begin{gathered}\left(27\cos(x)^4+12\cos(x)^2+8\right)\sin(x)^2+\\+9\cos(x)^6+6\cos(x)^4+8\cos(x)^2+25\end{gathered} \qquad \text{(b)}$$

```
(%i3) trigsimp(a+b);
```

$$\frac{30\cos(x)^6+4\cos(x)^4+9\cos(x)^2+5}{\cos(x)^6} \qquad (\%o3)$$

3. Упростить экспоненциальное выражение

$$\log\left(\frac{e^{x(7x^3+6x^2+9x+4)}}{x^3}\right)-\log\left(\frac{e^{x(9x^2+9x+8)}}{x}\right).$$

Решение в Maxima.

```
(%i1) radcan(log(%e^(x*(7*x^3+6*x^2+9*x+4))/x^3)-
      -log(\%e^(x*(9*x^2+9*x+8))/x));
```

$$-2\log(x)+7x^4-3x^3-4x \qquad (\%o1)$$

4. Написать функцию: в матрице подсчитать сумму элементов, стоящих в нечетных строках и четных столбцах.

Задаем матрицу T размером 5×5.

```
(%i1) array(T,5,5);
```

$$T \qquad (\%o1)$$

Присваиваем элементам матрицы случайные целые числа.

```
(%i2) for i:1 thru 5 do
      for j:1 thru 5 do (T[i,j]:random(99)+1);
```

$$done \qquad (\%o2)$$

Печатаем матрицу.

```
(%i3) for i:1 thru 5 do
      (s:makelist(T[i,j],j,1,5),print(s));
```

$$[84,70,66,87,38]$$

$$[74,78,18,61,71]$$

$$[80,15,70,97,78]$$

$$[94,25,92,47,8]$$

$$[18,50,63,20,7]$$

$$done \qquad (\%o3)$$

Записываем искомую функцию.

```
(%i4) TeskA(T,n):=block([s:0,i,j],
      for i:1 thru n do
      for j:1 thru n do
      (
```

```
if oddp(i)=true and evenp(j)=true then
(print(T[i,j]),s:s+T[i,j])
),
return(s)
);
```

Печатаем искомую сумму.

```
(%i5) print(TeskA(T,5));
```

$$70$$

$$87$$

$$15$$

$$97$$

$$50$$

$$20$$

$$339$$

$$339 \qquad (\%o5)$$

5. Решить систему линейных уравнений.

```
(%i1) v:[4*z+3*y+6*x+8=0, 2*z+8*y+7*x+2=0,
6*z+9*y+2*x+3=0];
```

$$[4z+3y+6x+8=0,\ 2z+8y+7x+2=0,\ 6z+9y+2x+3=0] \qquad (v)$$

```
(%i2) solve(v,[x,y,z]);
```

$$\left[\left[x=-\frac{99}{127},y=\frac{100}{127},z=-\frac{361}{254}\right]\right] \qquad (\%o2)$$

6. Найти решение дифференциального уравнения

$$y''+py'-q=0.$$

```
(%i1) p:1;
```

$$1 \qquad (p)$$

```
(%i2) q:5;
```

$$5 \qquad (q)$$

```
(%i3) task1: 'diff(y,x,2)+p*'diff(y,x,1)-q=0;
```

$$\frac{d^2}{dx^2}y+\frac{d}{dx}y-5=0 \tag{task1}$$

```
(%i4) ode2(task1,y,x);
```

$$y=\%k2\%e^{-x}+5x+\%k1-5 \tag{\%o4}$$

7. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям. Построить график решения.

$$y''+y'+2y=xe^{-x},$$

$$y'(0)=y1,\ y(0)=y2$$

```
(%i1) y1:1.1;
```

$$1.1 \tag{y1}$$

```
(%i2) y2:1.5;
```

$$1.5 \tag{y2}$$

```
(%i7) task2:
      'diff(y(x),x,2)+'diff(y(x),x,1)+2*y(x)=x*exp(-x);
      atvalue('diff(y(x),x,2),x=0,1.1);
      atvalue('diff(y(x),x,1),x=0,1.5);
      atvalue(y(x),x=0,0);
      desolve(task2,y(x));
```

$$\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{y}(x)+\frac{d}{dx}\mathrm{y}(x)+2\,\mathrm{y}(x)=x\%e^{-x} \tag{task2}$$

$$1.1 \tag{\%o4}$$

$$1.5 \tag{\%o5}$$

$$0 \tag{\%o6}$$

rat: replaced –1.5 by –3/2 = –1.5

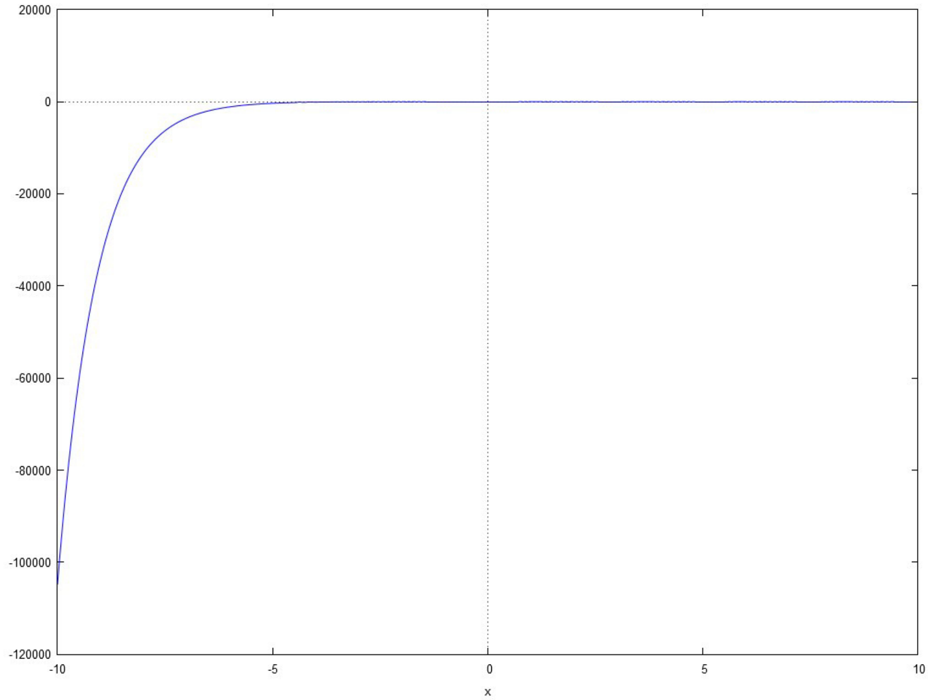
$$\mathrm{y}(x)=\%e^{-\frac{x}{2}}\left(\frac{9\sin\left(\frac{\sqrt{7}x}{2}\right)}{4\sqrt{7}}-\frac{\cos\left(\frac{\sqrt{7}x}{2}\right)}{4}\right)+\frac{x\%e^{-x}}{2}+\frac{\%e^{-x}}{4} \tag{\%o7}$$

```
(%i8) y(x):=%e^(-x/2)*
      *((9*sin((sqrt(7)*x)/2))/(4*sqrt(7))-
```

```
-cos((sqrt(7)*x)/2)/4)+ (x*%e^(-x))/2+%e^(-x)/4;
```

$$y(x) := \%e^{\frac{-x}{2}} \left(\frac{9 \sin\left(\frac{\sqrt{7}x}{2}\right)}{4\sqrt{7}} - \frac{\cos\left(\frac{\sqrt{7}x}{2}\right)}{4} \right) + \frac{x\%e^{-x}}{2} + \frac{\%e^{-x}}{4} \quad (\%o8)$$

```
(%i9) wxplot2d(y(x),[x,-10,10]);
```



(%t9)

7.4 Задание на контрольную работу

Контрольная работа состоит из 4 заданий:

1. Упрощение выражений.
2. Написание функции.
3. Решение системы уравнений.
4. Решение дифференциальных уравнений.

Задания выполняются по вариантам. Выбор варианта заданий осуществляется по общим правилам (см. формулу выше).

7.4.1 Упрощение выражений

Необходимо выполнить следующее:

1. Из каждой группы выражений (рациональные, тригонометрические, экспоненциальные и логарифмические) необходимо выбрать по одному выражению в соответствии с номером варианта.
2. Определить функцию, которая будет производить упрощение

и произвести упрощение.

Рациональные выражения

Номер варианта	Выражение для упрощения
1	$\frac{6x^5+23x^4+36x^3+53x^2+44x+18}{14x^5+45x^4+63x^3+108x^2+65x+45}$
2	$\frac{9x^5+21x^4+51x^3+57x^2+45x+27}{3x^5+25x^4+44x^3+47x^2+37x+12}$
3	$\frac{28x^5+43x^4+44x^3+64x^2+20x+25}{16x^5+44x^4+58x^3+57x^2+40x+25}$
4	$\frac{30x^5+52x^4+115x^3+126x^2+129x+54}{20x^5+38x^4+58x^3+82x^2+54x+12}$
5	$\frac{15x^5+44x^4+69x^3+87x^2+74x+63}{9x^5+33x^4+58x^3+67x^2+65x+56}$
6	$\frac{18x^5+85x^4+82x^3+75x^2+111x+54}{81x^5+27x^4+119x^3+102x^2+49x+72}$
7	$\frac{8x^5+31x^4+68x^3+64x^2+42x+7}{x^5+12x^4+40x^3+70x^2+49x+8}$
8	$\frac{16x^5+58x^4+93x^3+89x^2+47x+12}{8x^5+22x^4+27x^3+22x^2+8x+3}$
9	$\frac{16x^5+32x^4+32x^3+18x^2+6x+1}{36x^5+70x^4+76x^3+49x^2+20x+4}$
10	$\frac{9x^5+39x^4+78x^3+108x^2+126x+81}{12x^5+19x^4+27x^3+45x^2+14x+9}$
11	$\frac{7x^5+31x^4+69x^3+37x^2+44x+72}{49x^5+63x^4+81x^3+93x^2+62x+72}$
12	$\frac{4x^5+22x^4+42x^3+47x^2+29x+3}{4x^5+26x^4+56x^3+47x^2+13x+1}$
13	$\frac{3x^5+20x^4+44x^3+44x^2+21x+3}{9x^5+53x^4+101x^3+110x^2+66x+21}$
14	$\frac{42x^5+72x^4+92x^3+94x^2+56x+64}{21x^5+71x^4+64x^3+47x^2+67x+24}$
15	$\frac{63x^5+61x^4+78x^3+62x^2+15x+1}{54x^5+33x^4+111x^3+39x^2+57x+6}$

Номер варианта	Выражение для упрощения
16	$\dfrac{28x^5+36x^4+99x^3+74x^2+91x+63}{21x^5+55x^4+49x^3+74x^2+63x+14}$
17	$\dfrac{4x^5+19x^4+51x^3+41x^2+35x+18}{36x^5+43x^4+63x^3+48x^2+26x+12}$
18	$\dfrac{6x^5+27x^4+54x^3+62x^2+76x+63}{15x^5+30x^4+54x^3+74x^2+59x+56}$
19	$\dfrac{21x^5+24x^4+27x^3+55x^2+10x+7}{12x^5+18x^4+36x^3+52x^2+32x+42}$
20	$\dfrac{54x^5+48x^4+91x^3+50x^2+26x+3}{6x^5+8x^4+63x^3+26x^2+64x+9}$

Тригонометрические выражения

Номер варианта	Выражение для упрощения
1	$4\tan^6 x+15\tan^4 x+25\tan^2 x+5\sin^6 x+$ $+\left(15\cos^2 x+3\right)\sin^4 x+\left(15\cos^4 x+6\cos^2 x+4\right)\sin^2 x+$ $+5\cos^6 x+3\cos^4 x+4\cos^2 x+21$
2	$4\tan^6 x+17\tan^4 x+24\tan^2 x+\sin^6 x+$ $+\left(3\cos^2 x+7\right)\sin^4 x+\left(3\cos^4 x+14\cos^2 x+4\right)\sin^2 x+$ $+\cos^6 x+7\cos^4 x+4\cos^2 x+19$
3	$8\tan^6 x+33\tan^4 x+47\tan^2 x+9\sin^6 x+$ $+\left(27\cos^2 x+6\right)\sin^4 x+\left(27\cos^4 x+12\cos^2 x+4\right)\sin^2 x+$ $+9\cos^6 x+6\cos^4 x+4\cos^2 x+30$
4	$8\tan^6 x+29\tan^4 x+42\tan^2 x+3\sin^6 x+$ $+\left(9\cos^2 x+4\right)\sin^4 x+\left(9\cos^4 x+8\cos^2 x+2\right)\sin^2 x+$ $+3\cos^6 x+4\cos^4 x+2\cos^2 x+37$
5	$9\tan^6 x+28\tan^4 x+37\tan^2 x+9\sin^6 x+$ $+\left(27\cos^2 x+6\right)\sin^4 x+\left(27\cos^4 x+12\cos^2 x+9\right)\sin^2 x+$ $+9\cos^6 x+6\cos^4 x+9\cos^2 x+22$
6	$5\tan^6 x+18\tan^4 x+22\tan^2 x+8\sin^6 x+$ $+\left(24\cos^2 x+8\right)\sin^4 x+\left(24\cos^4 x+16\cos^2 x+7\right)\sin^2 x+$ $+8\cos^6 x+8\cos^4 x+7\cos^2 x+25$
7	$4\tan^6 x+18\tan^4 x+28\tan^2 x+4\sin^6 x+$ $+\left(12\cos^2 x+1\right)\sin^4 x+\left(12\cos^4 x+2\cos^2 x+1\right)\sin^2 x+$

Номер варианта	Выражение для упрощения
	$+4\cos^6 x+\cos^4 x+\cos^2 x+23$
8	$9\tan^6 x+36\tan^4 x+48\tan^2 x+5\sin^6 x+$ $+\left(15\cos^2 x+9\right)\sin^4 x+\left(15\cos^4 x+18\cos^2 x+9\right)\sin^2 x+$ $+5\cos^6 x+9\cos^4 x+9\cos^2 x+29$
9	$8\tan^6 x+25\tan^4 x+30\tan^2 x+7\sin^6 x+$ $+\left(21\cos^2 x+3\right)\sin^4 x+\left(21\cos^4 x+6\cos^2 x+1\right)\sin^2 x+$ $+7\cos^6 x+3\cos^4 x+\cos^2 x+30$
10	$2\tan^6 x+10\tan^4 x+15\tan^2 x+2\sin^6 x+$ $+\left(6\cos^2 x+3\right)\sin^4 x+\left(6\cos^4 x+6\cos^2 x+2\right)\sin^2 x+$ $+2\cos^6 x+3\cos^4 x+2\cos^2 x+18$
11	$\tan^6 x+11\tan^4 x+28\tan^2 x+7\sin^6 x+$ $+\left(21\cos^2 x+3\right)\sin^4 x+\left(21\cos^4 x+6\cos^2 x+5\right)\sin^2 x+$ $+7\cos^6 x+3\cos^4 x+5\cos^2 x+27$
12	$9\tan^6 x+28\tan^4 x+38\tan^2 x+3\sin^6 x+$ $+\left(9\cos^2 x+8\right)\sin^4 x+\left(9\cos^4 x+16\cos^2 x+3\right)\sin^2 x+$ $+3\cos^6 x+8\cos^4 x+3\cos^2 x+26$
13	$4\tan^6 x+21\tan^4 x+37\tan^2 x+7\sin^6 x+$ $+\left(21\cos^2 x+7\right)\sin^4 x+\left(21\cos^4 x+14\cos^2 x+6\right)\sin^2 x+$ $+7\cos^6 x+7\cos^4 x+6\cos^2 x+25$
14	$6\tan^6 x+19\tan^4 x+24\tan^2 x+4\sin^6 x+$ $+\left(12\cos^2 x+3\right)\sin^4 x+\left(12\cos^4 x+6\cos^2 x+3\right)\sin^2 x+$ $+4\cos^6 x+3\cos^4 x+3\cos^2 x+22$
15	$5\tan^6 x+20\tan^4 x+33\tan^2 x+7\sin^6 x+$ $+\left(21\cos^2 x+9\right)\sin^4 x+\left(21\cos^4 x+18\cos^2 x+3\right)\sin^2 x+$ $+7\cos^6 x+9\cos^4 x+3\cos^2 x+23$
16	$7\tan^6 x+22\tan^4 x+27\tan^2 x+6\sin^6 x+$ $+\left(18\cos^2 x+7\right)\sin^4 x+\left(18\cos^4 x+14\cos^2 x+1\right)\sin^2 x+$ $+6\cos^6 x+7\cos^4 x+\cos^2 x+15$
17	$3\tan^6 x+10\tan^4 x+12\tan^2 x+\sin^6 x+$ $+\left(3\cos^2 x+1\right)\sin^4 x+\left(3\cos^4 x+2\cos^2 x+9\right)\sin^2 x+$ $+\cos^6 x+\cos^4 x+9\cos^2 x+15$
18	$4\tan^6 x+18\tan^4 x+27\tan^2 x+9\sin^6 x+$ $+\left(27\cos^2 x+9\right)\sin^4 x+\left(27\cos^4 x+18\cos^2 x+1\right)\sin^2 x+$

Номер варианта	Выражение для упрощения
	$+9\cos^6 x+9\cos^4 x+\cos^2 x+23$
19	$3\tan^6 x+10\tan^4 x+12\tan^2 x+\sin^6 x+$ $+\left(3\cos^2 x+3\right)\sin^4 x+\left(3\cos^4 x+6\cos^2 x+5\right)\sin^2 x+$ $+\cos^6 x+3\cos^4 x+5\cos^2 x+13$
20	$7\tan^6 x+30\tan^4 x+48\tan^2 x+3\sin^6 x+$ $+\left(9\cos^2 x+1\right)\sin^4 x+\left(9\cos^4 x+2\cos^2 x+2\right)\sin^2 x+$ $+3\cos^6 x+\cos^4 x+2\cos^2 x+41$

Экспоненциальные и логарифмические выражения

Номер варианта	Выражение для упрощения
1	$\log\left(\frac{e^{x\left(2x^3+5x^2+4x+9\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(5x^2+3x+4\right)}}{x^5}\right)$
2	$\log\left(\frac{e^{x\left(4x^3+4x^2+3x+7\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(3x^2+3x+9\right)}}{x^4}\right)$
3	$\log\left(\frac{e^{x\left(2x^3+5x^2+x+7\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(2x^2+5x+4\right)}}{x^4}\right)$
4	$\log\left(\frac{e^{x\left(6x^3+4x^2+6x+5\right)}}{x^3}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(9x^2+5x+2\right)}}{x^3}\right)$
5	$\log\left(\frac{e^{x\left(4x^3+6x^2+2x+6\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(3x^2+4x+2\right)}}{x^3}\right)$
6	$\log\left(\frac{e^{x\left(7x^3+8x^2+5x+8\right)}}{x}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(2x^2+5x+9\right)}}{x^2}\right)$
7	$\log\left(\frac{e^{x\left(8x^3+2x^2+9x+6\right)}}{x}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(5x^2+x+9\right)}}{x^2}\right)$
8	$\log\left(\frac{e^{x\left(8x^3+7x^2+7x+1\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(3x^2+x+9\right)}}{x^2}\right)$
9	$\log\left(\frac{e^{x\left(9x^3+4x^2+2x+5\right)}}{x}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(4x^2+x+1\right)}}{x^2}\right)$

Номер варианта	Выражение для упрощения
10	$\log\left(\frac{e^{x\left(x^3+4x^2+6x+4\right)}}{x}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(4x^2+4x+4\right)}}{x^3}\right)$
11	$\log\left(\frac{e^{x\left(3x^3+4x^2+5x+9\right)}}{x^2}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(x^2+3x+9\right)}}{x^3}\right)$
12	$\log\left(\frac{e^{x\left(3x^3+x^2+9x+4\right)}}{x^2}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(x^2+4x+8\right)}}{x^2}\right)$
13	$\log\left(\frac{e^{x\left(9x^3+x^2+7x+6\right)}}{x}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(2x^2+3x+2\right)}}{x^3}\right)$
14	$\log\left(\frac{e^{x\left(3x^3+2x^2+4x+1\right)}}{x^2}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(x^2+x+5\right)}}{x^5}\right)$
15	$\log\left(\frac{e^{x\left(9x^3+8x^2+7x+3\right)}}{x}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(7x^2+5x+1\right)}}{x^5}\right)$
16	$\log\left(\frac{e^{x\left(8x^3+3x^2+6x+6\right)}}{x^3}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(x^2+9x+1\right)}}{x^4}\right)$
17	$\log\left(\frac{e^{x\left(6x^3+7x^2+6x+1\right)}}{x^2}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(7x^2+7x+6\right)}}{x^4}\right)$
18	$\log\left(\frac{e^{x\left(4x^3+4x^2+9x+7\right)}}{x}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(2x^2+3x+7\right)}}{x^4}\right)$
19	$\log\left(\frac{e^{x\left(4x^3+9x^2+4x+3\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(9x^2+4x+6\right)}}{x^5}\right)$
20	$\log\left(\frac{e^{x\left(9x^3+3x^2+3x+3\right)}}{x^5}\right)-\log\left(\frac{e^{x\left(5x^2+8x+2\right)}}{x}\right)$

7.4.2 Написание функции

Пусть дана квадратная матрица $x[n][n]$, содержащая целые положительные числа $(x[i,j]>0)$.

Указания: нечетные столбцы матрицы записываются $x[j][2i+1]$, нечетные строки матрицы записываются $x[2i+1][j]$, i меняется от 0 до $(n-1)/2$, j – от 1 до n.

Необходимо написать функцию (в соответствии с номером варианта):

1. Найти максимальное значение элемента матрицы.
2. Найти минимальное значение элемента матрицы.
3. Найти максимальное значение элемента среди нечетных строк матрицы.
4. Найти максимальное значение элемента среди нечетных столбцов матрицы.
5. Найти максимальное значение элемента среди четных строк матрицы.
6. Найти максимальное значение элемента среди четных столбцов матрицы.
7. Найти минимальное значение элемента среди нечетных строк матрицы.
8. Найти минимальное значение элемента среди четных строк матрицы.
9. Найти максимальное значение произведения двух элементов среди нечетных строк матрицы.
10. Найти максимальное значение произведения двух элементов среди четных строк матрицы.
11. Найти максимальное значение произведения двух элементов среди четных столбцов матрицы.
12. Найти минимальное значение произведения двух элементов среди нечетных строк матрицы.
13. Найти минимальное значение произведения двух элементов среди нечетных столбцов матрицы.
14. Найти минимальное значение произведения двух элементов среди четных столбцов матрицы.
15. Найти максимальное значение произведения двух элементов среди нечетных строк матрицы.
16. Найти максимальное значение суммы двух элементов среди нечетных столбцов матрицы.
17. Найти максимальное значение суммы двух элементов среди четных столбцов матрицы.
18. Найти минимальное значение суммы двух элементов среди нечетных строк матрицы.

19. Найти минимальное значение суммы двух элементов среди четных строк матрицы.
20. Найти минимальное значение суммы двух элементов среди четных столбцов матрицы.

7.4.3 Решение системы уравнений

Необходимо решить систему уравнений в соответствии с номером варианта.

Номер варианта	**Система уравнений**
1	$\begin{cases} 5z+4y+9x+2=0 \\ 3z+4y+2x+5=0 \\ 3z+7y+5x+4=0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 9z+3y+4x+3=0 \\ 7z+4y+3x+1=0 \\ 5z+2y+5x+4=0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 7z+2y+5x+5=0 \\ 6z+4y+6x+9=0 \\ 9z+5y+2x+8=0 \end{cases}$
4	$\begin{cases} 6z+2y+6x+4=0 \\ 4z+2y+7x+3=0 \\ 5z+8y+9x+8=0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 9z+3y+7x+5=0 \\ 6z+9y+2x+9=0 \\ z+8y+2x+9=0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} 3z+5y+x+1=0 \\ 8z+7y+7x+8=0 \\ 3z+y+9x+5=0 \end{cases}$

Номер варианта	**Система уравнений**
7	$\begin{cases} 4z+2y+5x+9=0 \\ z+y+8x+4=0 \\ 6z+4y+x+4=0 \end{cases}$
8	$\begin{cases} 4z+2y+x+4=0 \\ 9z+9y+4x+5=0 \\ 9z+3y+4x+9=0 \end{cases}$
9	$\begin{cases} z+y+3x+4=0 \\ 3z+y+9x+7=0 \\ z+4y+8x+8=0 \end{cases}$
10	$\begin{cases} z+7y+6x+9=0 \\ 3z+2y+9x+2=0 \\ 4z+y+2x+2=0 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 5z+6y+3x+1=0 \\ 3z+5y+x+7=0 \\ 8z+9y+8x+1=0 \end{cases}$
12	$\begin{cases} 8z+7y+5x+6=0 \\ 8z+3y+6x+3=0 \\ z+9y+x+9=0 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 7z+6y+x+6=0 \\ 7z+6y+3x+7=0 \\ 9z+7y+2x+4=0 \end{cases}$
14	$\begin{cases} 7z+2y+4x+3=0 \\ 3z+3y+2x+4=0 \\ z+4y+9x+6=0 \end{cases}$

Номер варианта	Система уравнений
15	$\begin{cases} 7z+9y+4x+3=0 \\ 9z+3y+3x+7=0 \\ 5z+8y+2x+5=0 \end{cases}$
16	$\begin{cases} 3z+3y+7x+3=0 \\ 7z+y+x+6=0 \\ z+4y+2x+7=0 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 3z+6y+2x+5=0 \\ z+9y+9x+1=0 \\ z+y+x+3=0 \end{cases}$
18	$\begin{cases} 9z+9y+3x+6=0 \\ 9z+y+7x+9=0 \\ 6z+3y+3x+4=0 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 5z+6y+4x+3=0 \\ 3z+5y+7x+1=0 \\ z+y+x+3=0 \end{cases}$
20	$\begin{cases} 7z+5y+5x+1=0 \\ z+2y+8x+3=0 \\ 9z+9y+8x+7=0 \end{cases}$

7.4.4 Решение дифференциальных уравнений

Необходимо выполнить два задания.

1. Найти решение дифференциального уравнения (значения p и q заданы в таблице):

$$\frac{d^2}{dx^2} y\left(x\right) + p \frac{d}{dx} y\left(x\right) - q y\left(x\right) = 0.$$

	Номер варианта																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
p	9	1	10	7	2	10	10	3	6	4	2	3	3	1	3	9	7	2	10	7
q	1	9	10	3	5	7	9	8	9	7	8	2	9	2	1	3	6	9	10	2

2. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям. Построить график решения (значения y_1 и y_2 заданы в таблице)

$$\frac{d^2}{dx^2}y + \frac{d}{dx}y = 4e^x,$$

$$y(0) = y_1,\ y'(0) = y_2.$$

	Номер варианта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_1	9	1	10	7	2	10	10	3	6	4
y_2	-1	-9	-10	-3	-5	-7	-9	-8	-9	-7
	Номер варианта									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_1	2	3	3	1	3	9	7	2	10	7
y_2	-8	-2	-9	-2	-1	-3	-6	-9	-10	-2

Заключение

Дисциплина «Профессиональные математические пакеты» является вводной с точки зрения исследования возможностей систем компьютерной алгебры. Навыки, полученные студентом при изучении данной дисциплины, позволят ему выполнять математические расчеты для дисциплин «Теоретические основы электротехники», «Теория автоматического управления», «Методы анализа и расчета электронных схем» и др.

Во время изучения дисциплины у обучающегося развиваются общепрофессиональные и профессиональные компетенции, позволяющие студенту делать осознанный выбор инструментария для решаемой математической задачи, основывающийся на понимании и ясном представлении цели исследований и абстрагировании от шаблонов и алгоритмов поиска решений. Поиск конкретного числового решения студент делегирует системе Maxima.

Выполнение контрольной и самостоятельной работ по данной дисциплине дает необходимый объем знаний, умений, навыков и компетенций, которые могут потребоваться студенту, обучающемуся по специальности «Электроника и наноэлектроника», в его учебной деятельности и научной работе.

Повысить свои навыки в части профессиональных математических пакетов студент сможет в курсах «Математическое моделирование и программирование» и «Прикладная информатика».

Литература

1. Кручинин Д. В. Степени производящих функций и их применение / Д. В. Кручинин, В. В. Кручинин. – Томск : Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2013. – 234 с.
2. Компьютерная математика с Maxima : руководство для школьников и студентов / Е. А. Чичкарёв. – М. : ALT Linux, 2012. – 384 с.
3. Стахин Н. А. Основы работы с системой аналитических (символьных) вычислений Maxima (ПО для решения задач аналитических (символьных) вычислений) : учеб. пособие / Н. А. Стахин. – М., 2008. – 86 с.
4. Практические задания по высшей математике с применением программы Maxima для студентов, обучающихся по специальности социология. – Казань : КФУ, 2012. – 87 с.
5. Губина Т. Н. Решение дифференциальных уравнений в системе компьютерной математики Maxima : учеб. пособие / Т. Н. Губина, Е. В. Андропова. – Елец : ЕГУ им. И. А. Бунина, 2009. – 99 с.
6. Компьютерные технологии в науке, образовании и производстве электронной техники [Электронный ресурс] / В. В. Кручинин, Ю. Н. Тановицкий, С. Л. Хомич. – Томск, 2012. – 154 с. – Режим доступа: http://edu.tusur.ru/training/publications/967 (дата обращения: 06.07.2017).
7. Компьютерные технологии в научных исследованиях : учеб.-метод. пособие к самостоятельной работе, практическим занятиям и лабораторным работам [Электронный ресурс] / В. В. Кручинин. – 2012. – 56 с. – Режим доступа: http://edu.tusur.ru/training/publications/1211 (дата обращения: 06.07.2017).
8. Еднерал В. Ф. Язык аналитических вычислений REDUCE / В. Ф. Еднерал, А. П. Крюков, А. Я. Родионов. – М. : МГУ, 1989. – 176 с.
9. Дьяконов В. П. Mathematica 5/6/7. Полное руководство / В. П. Дьяконов. – М. : ДМК Пресс, 2009. – 624 с.
10. Говорухин В. Н. Введение в Maple. Математический пакет для всех /

В. Н. Говорухин, В. Г. Цибулин. – М. : Мир, 1997. – 208 с.

11. Чичкарев Е. А. Компьютерная математика с Maxima: руководство для школьников и студентов / Е. А. Чичкарев. – М. : ALT Linux, 2012. – 384 с.
12. Основы работы с системой компьютерной алгебры Maxima : учеб.-метод. пособие / М. С. Малакаев, Л. Р. Секаева, О. Н. Тюленева. – Казань : Казанский университет, 2013. – 61 с.
13. Maxima 5.39.0 Manual [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/maxima_15.html (дата обращения: 25.05.2017).

Глоссарий

Алгоритм – последовательность действий, выполнение которой приводит к конкретному результату за конечное число шагов.

Графический редактор – компьютерная программа, предназначенная для ввода, редактирования и вывода задач и математических выражений в графическом виде.

Документ – содержимое графического редактора, находящееся во внутренней памяти редактора.

Идентификация – процесс присвоения имен информационным объектам.

Математический пакет – компьютерная программа для решения некоторых математических задач.

Панель инструментов – специальное меню, в котором записаны функции для преобразования информации.

Программа – реализация алгоритма на языке программирования.

Программирование – процесс написания и отладки программы.

Символьное решение – решение математической задачи, представленной в некотором обобщенном виде (формула или некоторый алгоритм).

Система компьютерной алгебры – программная система, предназначенная для решения математических задач.

Файл – именованная область данных на носителе информации, распознаваемая компьютером как единое целое.

Функция – в системе Maxima функция может быть математической, например $\sin(x)$, или программой, которую написал пользователь, или программой, являющейся составной частью системы.

Численное решение – решение математической задачи в численном виде.

Ячейка – единица информации графического редактора, состоящая из входного выражения, которое может быть скопировано или введено с помощью клавиатуры.