Министерство высшего образования и науки РФ
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
Кафедра экономической математики, информатики и статистики

«Управление техническими системами»

В.И.Смагин

Учебно-методическое пособие
к лабораторным и практическим работам для магистрантов

Предлагаемые задания выполняются магистрантами в компьютерном классе с использованием пакета прикладных программ Scilab. В приложении к описанию даны варианты исходных данных к заданиям.

Томск – 2018

Аннотация

В учебно-методическом пособии приводятся задания к лабораторным работам, в которых рассмотрены задачи управления техническими системами. Лабораторные работы выполняются в системе Scilab.

Пособие разработано для магистрантов ФВС, используется при изучении курса “Управление техническими системами”.

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1

ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ

ЗАДАНИЕ

1. Составить программу решения дифференциального уравнения

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}u(t), \quad x(0) = x_0,$$

где

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{b_1} & -\dfrac{\gamma b_2}{b_1} \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} -\dfrac{b_2}{b_1} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

по методу Эйлера, преобразовав модель к дискретной форме:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),$$

для шага интегрирования $\Delta t = 0{,}1$ (определить матрицы A и B). Построить графики переходных процессов для фондов и построить фазовый портрет, построить графики при критическом управлении u. Сравнить по точности два метода решения дифференциального уравнения при критическом u. Построить график абсолютной ошибки.

2. Выполнить моделирование объекта со случайными возмущениями:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k),$$

где $q(k)$ – гауссовская последовательность с характеристиками:

$$M\{q(k)\} = 0, \; M\{q(k)q^T(j)\} = Q\delta_{k,j}.$$

Отметим, что аддитивные возмущения $q(k)$ вводятся для учета возможных ошибок в модели (матрица Q приведена в таблице 1).

3. В отчете привести результаты моделирования в виде графиков переходных процессов, фазовые портреты. Сделать выводы.

Лабораторная работа № 2

ЛОКАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Для дискретной модели

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0 , \tag{2}$$

и модели:

$$w(k+1) = (1+r)w(k),\ w(0) = w_0,$$

r – заданный темп роста. Все исходные данные и варианты приведены в таблицах 1, 2. Матрица выхода системы равна

$$F = (0 \quad 1) .$$

Оптимизируемый локальный критерий имеет вид:

$$J(k) = M\{(Fx(k+1) - w(k+1))^{\mathrm{T}} C(Fx(k+1) - w(k+1)) + \\ + u^{\mathrm{T}}(k) Du(k)\} , \tag{3}$$

где $C,\ D$ – весовые коэффициенты критерия (заданы в таблице 2).

ЗАДАНИЕ

1. Выполнить моделирование системы (2), реализовав локально-оптимальное управление

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C[FAx(k) - w(k+1)] ,$$

обеспечивающее слежение за траекторией $w(k)$. Сначала задать матрицу $Q = 0$. Интервал времени: $k = 0,....,140$.

Повторить моделирование для $Q \neq 0$ (см. таблицу 1). Исследовать влияние весового коэффициента C на качество слежения (задать C=0,1; C=1; C=10).

2. Выполнить моделирование с учетом ограничений на управление:

$$\bar{u}(k) = \begin{cases} 10,5 & \text{если} \quad u(k) > 10,5; \\ u(k) & \text{если} \quad 2,1 \le u(k) \le 10,5; \\ 2,1 & \text{если} \quad u(k) < 2,1. \end{cases}$$

3. Выполнить моделирование для переменного коэффициента r (величина r равна величине, приведенной в таблице 1, если $k \le 105$ и увеличивается на 30%, если $k > 105$).

4. Для всех рассмотренных случаев построить графики переходных процессов и графики управлений. Сделать выводы.

Лабораторная работа № 3

ЛОКАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОЦЕНИВАТЕЛЕЙ

1. Для дискретной модели

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \tag{4}$$

и модели:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \; w(0) = w_0,$$

где r – заданный темп роста.

Выполнить моделирование системы (4), реализовав локально-оптимальное управление

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA\hat{x}(k) - w(k+1)),$$

обеспечивающее слежение за траекторией $w(k)$. Здесь $\hat{x}(k)$ – оценка фильтрации или экстраполяции. Диагональные элементы матрицы Q, весовые коэффициенты критерия $C, \; D$ взять из таблиц 1, 2. Интервал времени: $k = 0,....,140$.

Предполагается, что модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j},$$

Матрица системы контроля равна

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Реализовать уравнения фильтра Калмана:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + K_f(k)[y(k+1) - H(A\hat{x}(k) + Bu(k))],$$

$$\hat{x}(0) = \bar{x}(0), \quad (5)$$

$$P_f(k+1/k) = AP_f(k)A^T + Q, \quad (6)$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T[HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1}, \quad (7)$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f0}. \quad (8)$$

2. Повторить моделирование с использованием экстраполятора Калмана (этот случай позволяет учитывать возможные задержки поступления информации в системе контроля на 1 такт, результат можно обобщить на случай задержек на несколько тактов):

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + K_e(k)[y(k) - H\hat{x}(k)], \ \hat{x}(0) = \bar{x}(0), \quad (9)$$

$$K_e(k) = AP_e(k)H^T(HP_e(k)H^T + V)^{-1}, \quad (10)$$

$$P_e(k+1) = (A - K_e(k)H)P_e(k)(A - K_e(k)H)^T +$$
$$+ Q + K_e(k)VK_e^T(k), \ P_e(0) = P_{e0}. \quad (11)$$

Начальные условия следующие $\hat{x}(0)$, диагональные элементы матриц $P_e(0) = P_f(0)$ приведены в таблице 3.

ЗАДАНИЕ

1. Исследовать качество оценивания в зависимости от матрицы $P_e(0)$, уменьшая и увеличивая диагональные элементы.

2. Для всех рассмотренных случаев построить графики переходных процессов их оценок и графики управлений. Сделать выводы.

Лабораторная работа № 4

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В СЛУЧАЕ ТРЕХ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ (b_1 , b_2 и γ)

Для дискретной модели

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k), \quad x(0) = x_0\,, \tag{12}$$

и модели:

$$w(k+1) = (1+r)w(k),\, w(0) = w_0,$$

В (12) трехмерный вектор неизвестных параметров задается в виде:

$$\theta = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{b_1} \\ \dfrac{b_2}{b_1} \\ \gamma \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что вектор θ является неизвестной константой. Это означает, что динамическая модель для вектора θ следующая:

$$\theta(k+1) = \theta(k)\,, \quad \theta(0) = \theta_0\,, \tag{13}$$

где θ_0 – случайный вектор с характеристиками:

$$M\{\theta_0\} = \bar{\theta}_0, \quad M\{(\theta_0 - \bar{\theta}_0)(\theta_0 - \bar{\theta}_0)^{\mathrm{T}}\} = P_{\theta_0}\,.$$

Выполнить моделирование системы (12), реализовав адаптивное управление в предположении, что вектор $x(k)$ контролируется точно без ошибок. Тогда адаптивное управление будет иметь вид:

$$\begin{aligned} u(k) = -[B^T(\hat{\theta}(k))F^T CFB(\hat{\theta}(k)) + D]^{-1} B^T(\hat{\theta}(k)) \times \\ \times F^T C[FA(\hat{\theta}(k))x(k) - w(k+1)], \end{aligned} \tag{14}$$

Определить матрицу $G(k) = G(x(k), u(k))$ и вектор $g(k) = = g(x(k), u(k))$ из соотношения

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k) = G(k)\theta + g(k) + q(k) . \quad (15)$$

В качестве алгоритма идентификации используется дискретный фильтр Калмана, построенный с использованием модели (13) и представлении объекта (12) в виде (15):

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_\theta(k)[x(k+1) - G(k)\hat{\theta}(k) - g(k)], \ \hat{\theta}(0) = \overline{\theta}_0 , \quad (16)$$

$$K_\theta(k) = P_\theta(k)G(k)^T [G(k)P_\theta(k)G(k)^T + Q]^{-1}, \quad (17)$$

$$P_\theta(k+1) = (E_3 - K_\theta(k)G(k))P_\theta(k), \ P_\theta(0) = P_{\theta_0} . \quad (18)$$

Начальные условия для уравнения (16) следующие:

$$\hat{\theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица $P_\theta(0)$ диагональная (элементы матрицы приведены в таблице 3).

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управления и оценок неизвестных параметров. Исследовать влияние на качество идентификации диагональных элементов матрицы P_{θ_0} (увеличивая их в 10 и 100 раз), диагональных элементов матрицы Q (уменьшая из в 10 и 100 раз, при этом P_{θ_0} принимает исходное значение). Также исследовать влияние на качество оценок параметров ограничений на управление. Сделать выводы.

Лабораторная работа № 5

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ФОНДОМ ПОТРЕБЛЕНИЯ В СЛУЧАЕ ДВУХ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ (b_1 и b_2)

Для дискретной модели

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k),\ \ x(0) = x_0, \qquad (19)$$

и модели:

$$w(k+1) = (1+r)w(k),\ w(0) = w_0,$$

В (19) вектор неизвестных параметров определить следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{b_1} \\ \dfrac{b_2}{b_1} \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что вектор θ является неизвестной константой.

Выполнить моделирование системы (19), реализовав адаптивное управление в предположении, что вектор $x(k)$ контролируется точно без ошибок. Тогда адаптивное управление будет иметь вид:

$$u(k) = -(B^T(\hat{\theta}(k))F^T CFB(\hat{\theta}(k)) + D)^{-1} B^T(\hat{\theta}(k))F^T \times \\ \times C(FA(\hat{\theta}(k))x(k) - w(k+1)). \qquad (20)$$

Диагональные элементы матрицы Q, весовые коэффициенты критерия $C,\ D$ заданы в таблицах. Интервал времени: $k = 0,....,200$.

В качестве алгоритма идентификации используется дискретный фильтр Калмана:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_\theta(k)[x(k+1) - G(k)\hat{\theta} - g(k)],\ \hat{\theta}(0) = \overline{\theta}_0, \qquad (21)$$

$$K_\theta(k) = P_\theta(k)G(k)^T (G(k)P_\theta(k)G(k)^T + Q)^{-1}, \tag{22}$$

$$P_\theta(k+1) = (E_2 - K_\theta(k)G(k))P_\theta(k),\ P_\theta(0) = P_{\theta_0}. \tag{23}$$

Начальные условия для уравнения (4) следующие:

$$\hat{\theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица $P_\theta(0)$ диагональная и задана в таблице 3.

Определить матрицу $G(x(k),u(k))$ и вектор $g(x(k),u(k))$. Учитывая, что 2-ая строка матрицы $G(x(k),u(k))$ нулевая, модифицировать уравнения фильтрации (21–23). Эта модификация позволит вместо полного вектора $x(k+1)$ в (21) использовать только 1-ю компоненту этого вектора.

ЗАДАНИЕ

1. Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управлений и оценок неизвестных параметров. Результаты моделирования выполнить для 2-х случаев:

а) без учета на ограничения;

б) с учетом ограничений.

Сравнить качество оценок неизвестных параметров. Сделать выводы.

2. Выполнить моделирование в предположении, что контроль за состоянием объекта осуществляется с ошибками. Модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская последовательность независимая от $q(k)$ с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}.$$

Матрица V диагональная, ее элементы заданы в таблице 2. Матрица системы контроля следующая

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Лабораторная работа № 6

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ФОНДОМ ПОТРЕБЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА ДВУХЭТАПНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Для дискретной модели

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \tag{24}$$

и для модели:

$$w(k+1) = (1+r)w(k),\ w(0) = w_0.$$

Вектор неизвестных параметров определяется следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{b_1} \\ \dfrac{b_2}{b_1} \\ \gamma \end{pmatrix}.$$

Выполнить моделирование системы (24), реализовав адаптивное управление в предположении, что вектор $x(k)$ контролируется с помощью следующей модели:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}.$$

Матрица системы контроля равна

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для вычисления оценок вектора неизвестных параметров использовать алгоритм двухэтапной идентификации.

Адаптивное управление будет иметь вид:

$$\begin{aligned} u(k) = -[B^T(\hat{\theta}(k))F^T CFB(\hat{\theta}(k)) + D]^{-1} B^T(\hat{\theta}(k)) \times \\ \times F^T C[FA(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) - w(k+1)], \end{aligned} \quad (25)$$

Интервал времени: $k = 0,....,140$.

Оценки векторов $\hat{x}(k)$ и $\hat{\theta}(k)$ определяются с помощью следующих формул:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) = A(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(\hat{\theta}(k))u(k) + K_f(k)[y(k+1) - \\ -H(A(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(\hat{\theta}(k))u(k))],\ \hat{x}(0) = \overline{x}(0), \end{aligned} \quad (26)$$

$$P_f(k+1/k) = A(\hat{\theta}(k))P_f(k)A(\hat{\theta}(k))^T + Q, \quad (27)$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T[HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1}, \quad (28)$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k),\ P_f(0) = P_{f_0}, \quad (29)$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_\theta(k)[y(k+1) - HG(k)\hat{\theta} - Hg(k)],\ \hat{\theta}(0) = \overline{\theta}_0, \quad (30)$$

$$K_\theta(k) = P_\theta(k)G(k)^T[G(k)P_\theta(k)G(k)^T + HQH^T + V]^{-1}, \quad (31)$$

$$P_\theta(k+1) = (E_3 - K_\theta(k)G(k))P_\theta(k),\ P_\theta(0) = P_{\theta_0}, \quad (32)$$

где

$$G(k) = G(\hat{x}(k), u(k)),\ g(k) = g(\hat{x}(k), u(k)).$$

Начальные условия для уравнения (30) следующие:

$$\hat{\theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица $P_\theta(0)$ диагональная (см. таблицу 3).

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управления и оценок неизвестных параметров. Исследовать влияние на качество идентификации диагональных элементов матрицы P_{θ_0} (увеличивая их в 10 и 100 раз), диагональных элементов матрицы Q и V (уменьшая из в 10 и 100 раз). Сделать выводы.

Лабораторная работа № 7

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

1. Для дискретной модели

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \tag{46}$$

и модели:

$$\bar{w}(k+1) = (1+r)\bar{w}(k), \bar{w}(0) = w_0. \tag{47}$$

Компоненты вектора состояния $x(k) = [z(k) \quad v(k) \quad w(k)]^{\mathrm{T}}$, где $z(k)$ – количество товаров на рынке; $v(k)$ – количество товаров у потребителя, $w(k)$ – прибыль. Функция продаж в этом случае примет вид:

$$s(k) = n_0 \exp(-c) z(k). \tag{48}$$

В (46) матрицы A и B следующие

$$A = \begin{bmatrix} 1 - n_0 \exp(-c) - k_1 & 0 & 0 \\ n_0 \exp(-c) & 1 - k_2 & 0 \\ cn_0 \exp(-c) - k_3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -c_0 \end{pmatrix}, \tag{49}$$

где c – цена единицы продукции, c_0 – себестоимость, k_1 – коэффициент потерь, n_0 – коэффициент продаж, k_2 – коэффициент потребления, k_3 – стоимость хранения единицы продукции в день.

Реализовать оптимальное управление фирмой:

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA\hat{x}(k) - \bar{w}(k+1)). \tag{50}$$

Рассмотреть два варианта вычисления оценки $\hat{x}(k)$:

- с использованием фильтра Калмана,

- с использованием экстраполятора Калмана (с задержками на 1 и 2 такта).

Предполагается, что модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k), \tag{51}$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}.$$

Исходные данные, необходимые для решения задачи адаптивного управления следующие:

$$F = (0\ \ 0\ \ 1),\ C = 1, \quad D = 0{,}01,\ r = 0{,}0062,\ c = 3{,}5,\ c_0 = 1,$$

$$n_0 = 0{,}8,\ k_1 = 0{,}0001,\ k_2 = 0{,}02,\ k_3 = 0{,}05,$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ Q = \begin{bmatrix} 0{,}11 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}08 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}095 \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{bmatrix} 2{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 3{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}05 \end{bmatrix},\ x(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 110 \\ w_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 190 \\ 100 \\ w_0 \end{pmatrix}.$$

Дополнительные данные, необходимые для выполнения работы, приведены в таблице 4.

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики оптимального управления и оценок вектора. Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140 (один такт соответствует 1 дню). Сравнить качество систем управления.

Сделать выводы.

Лабораторная работа № 8

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Для дискретной модели

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \qquad (52)$$

и модели:

$$\bar{w}(k+1) = (1+r)\bar{w}(k), \ \bar{w}(0) = w_0. \qquad (53)$$

Компоненты вектора состояния $x(k) = [z(k) \quad v(k) \quad w(k)]^{\mathrm{T}}$, Функция $s(k)$ в этом случае примет вид:

$$s(k) = n_0 \exp(-c) z(k). \qquad (54)$$

В (52) вектор неизвестных параметров определен следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} n_0 \\ k_2 \end{pmatrix},$$

Предполагается, что вектор θ является неизвестной константой. В (52) матрицы $A(\theta)$ и B следующие

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 1-\theta_1\exp(-c)-k_1 & 0 & 0 \\ \theta_1\exp(-c) & 1-\theta_2 & 0 \\ c\theta_1\exp(-c)-k_3 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -c_0 \end{pmatrix}, \qquad (55)$$

Предполагается, что модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j},$$

Определить матрицу G и вектор g, необходимые для реализации алгоритма двухэтапной идентификации (см. лабораторную работу № 6). Реализовать адаптивное управление фирмой:

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) - \overline{w}(k+1)) \,. \quad (56)$$

Исходные данные, необходимые для решения задачи адаптивного управления следующие:

$$F = (0 \;\; 0 \;\; 1), \;\; C = 1, \quad D = 0{,}01, \; r = 0{,}0062, \; c = 3{,}5, \; c_0 = 1,$$
$$k_1 = 0{,}0001, \;\; k_3 = 0{,}05,$$
$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; Q = \begin{bmatrix} 0{,}11 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}08 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}095 \end{bmatrix}, \; V = \begin{bmatrix} 2{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 3{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}05 \end{bmatrix}.$$
$$\hat{\Theta} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 110 \\ w_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 190 \\ 100 \\ w_0 \end{pmatrix}.$$

При моделировании истинные значения n_0 и k_2 принять следующие:

$$n_0 = 0{,}8, \; k_2 = 0{,}02.$$

Дополнительные данные, необходимые для выполнения работы, приведены в таблице 4.

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управления и оценок неизвестных параметров. Использовать двухэтапный алгоритм идентификации. Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140 (один такт соответствует 1 дню). Исследовать влияние диагональных элементов матрицы V на качество оценивания параметров модели, увеличивая их сначала в 5 и затем в 10, затем в 100 раз.

Сделать выводы.

Лабораторная работа № 9

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ (нелинейная модель)

1. Для дискретной модели

$$x(k+1) = A\varphi(x(k)) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0\,, \qquad (57)$$

и модели:

$$\bar{w}(k+1) = (1+r)\bar{w}(k),\ \bar{w}(0) = w_0. \qquad (58)$$

Вектор $\varphi(x(k))$ определяется в лабораторной работе № 7.
Компоненты вектора состояния. Функция $S(k)$ в этом случае примет вид:

$$s(k) = n_0 \exp(-c)(1 - v(k)/Y)z(k)\,. \qquad (59)$$

Вектор $\varphi(x(k))$ в (57) определяется в лабораторной работе № 7. В (57) матрицы A и B следующие

$$A = \begin{bmatrix} 1 - n_0 \exp(-c) - k_1 & 0 & 0 & n_0 \exp(-c)/Y \\ n_0 \exp(-c) & 1 - k_2 & 0 & -n_0 \exp(-c)/Y \\ cn_0 \exp(-c) - k_3 & 0 & 1 & -cn_0 \exp(-c)/Y \end{bmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -c_0 \end{pmatrix},\ (60)$$

Реализовать оптимальное управление фирмой:

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA\varphi(\hat{x}(k)) - \bar{w}(k+1))\,. \ (61)$$

где $\hat{x}(k)$ вычисляется с помощью линеаризованного фильтра Калмана:

$$\hat{x}(k+1) = A\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k) + K_f(k)[y(k+1) - H(A\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k))],$$

$$\hat{x}(0) = \bar{x}(0)\,, \qquad (62)$$

$$P_f(k+1/k) = \bar{A}P_f(k)\bar{A}^T + Q\,, \qquad (63)$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T[HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1}, \qquad (64)$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f0}\,, \qquad (65)$$

где матрица $\bar{A}$ определяется по формуле

$$\bar{A}(k) = A\frac{\partial\varphi(x(k))}{\partial x(k)}\Big|_{\hat{x}(k)}. \tag{66}$$

Предполагается, что модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k), \tag{67}$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}.$$

Исходные данные, необходимые для решения задачи адаптивного управления следующие:

$$F = (0 \;\; 0 \;\; 1), \; C = 1, \quad D = 0{,}01, \; r = 0{,}0062, \; c = 3{,}5, \; c_0 = 1,$$

$$n_0 = 0{,}8, k_1 = 0{,}0001, k_2 = 0{,}02, k_3 = 0{,}05,$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; Q = \begin{bmatrix} 0{,}11 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}08 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}095 \end{bmatrix}, \; V = \begin{bmatrix} 2{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 3{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}05 \end{bmatrix},$$

$$x(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 110 \\ w_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 190 \\ 100 \\ w_0 \end{pmatrix}.$$

Дополнительные данные, необходимые для выполнения работы, приведены в таблице 4.

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики оптимального управления и оценок вектора. Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140. Выполнить моделирование с использованием линеаризованного экстраполятора Калмана.

Сделать выводы.

Лабораторная работа № 10

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ (нелинейная модель)

Для дискретной модели

$$x(k+1) = A(\theta)\varphi(x(k)) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \tag{68}$$

и модели:

$$\bar{w}(k+1) = (1+r)\bar{w}(k), \; \bar{w}(0) = w_0. \tag{69}$$

Компоненты вектора состояния $x(k) = [z(k) \quad v(k) \quad w(k)]^{\mathrm{T}}$. Функция продаж в этом случае примет вид:

$$s(k) = n_0 \exp(-c)(1 - v(k)/Y)z(k). \tag{70}$$

В (68) вектор неизвестных параметров определен следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} n_0 \\ k_2 \end{pmatrix},$$

Предполагается, что вектор θ является неизвестной константой. В (63) матрицы $A(\theta)$ и B следующие

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 1-\theta_1\exp(-c)-k_1 & 0 & 0 & \theta_1\exp(-c)/Y \\ \theta_1\exp(-c) & 1-\theta_2 & 0 & -\theta_1\exp(-c)/Y \\ c\theta_1\exp(-c)-k_3 & 0 & 1 & -c\theta_1\exp(-c)/Y \end{bmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -c_0 \end{pmatrix}, \tag{71}$$

Определить матрицу $G(\hat{x}(k), u(k))$ и вектор $g(\hat{x}(k), u(k))$ необходимые для реализации алгоритма двухэтапной идентификации. Реализовать адаптивное управление фирмой:

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA(\hat{\theta}(k))\varphi(\hat{x}(k)) - \bar{w}(k+1)), \tag{72}$$

где $\hat{x}(k)$ вычисляется с помощью линеаризованного фильтра Калмана (см. лабораторную работу № 12):

$$\hat{x}(k+1)=\hat{A}\varphi(\hat{x}(k))+Bu(k)+K_f(k)[y(k+1)-H(\hat{A}\varphi(\hat{x}(k))+Bu(k))],$$

$$\hat{x}(0)=\bar{x}(0)\,, \qquad (73)$$

$$P_f(k+1/k)=\bar{A}P_f(k)\bar{A}^T+Q\,, \qquad (74)$$

$$K_f(k)=P_f(k+1/k)H^T[HP_f(k+1/k)H^T+V]^{-1}, \qquad (75)$$

$$P_f(k+1)=(E_2-K_f(k)H)P_f(k+1/k),\quad P_f(0)=P_{f0}\,, \qquad (76)$$

где матрица $\bar{A}$ определяется по формуле

$$\bar{A}(k)=\hat{A}\frac{\partial\varphi(x(k))}{\partial x(k)}\Big|_{\hat{x}(k)}\,. \qquad (77)$$

В (77) $\hat{A}=A(\hat{\theta}(k))$.

Исходные данные, необходимые для решения задачи адаптивного управления следующие:

$$F=(0\ \ 0\ \ 1),\ C=1,\quad D=0{,}01\,,\ r=0{,}0062\,,\ c=3{,}5\,,\ c_0=1\,,$$

$$k_1=0{,}0001,\ k_3=0{,}05\,,$$

$$H=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},\ Q=\begin{bmatrix}0{,}11&0&0\\0&0{,}08&0\\0&0&0{,}095\end{bmatrix},\ V=\begin{bmatrix}2{,}1&0&0\\0&3{,}2&0\\0&0&0{,}05\end{bmatrix}.$$

$$\hat{\Theta}(0)=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\quad x(0)=\begin{pmatrix}200\\110\\w_0\end{pmatrix},\quad \hat{x}(0)=\begin{pmatrix}190\\100\\w_0\end{pmatrix}. \qquad (73)$$

При моделировании истинные значения n_0 и k_2 принять следующие:

$$n_0=0{,}8\,,\ k_2=0{,}02\,.$$

Дополнительные данные, необходимые для выполнения работы, приведены в таблице 4.

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управления и оценок неизвестных параметров. Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140. Исследовать влияние диагональных элементов матрицы V на качество оценивания параметров модели, увеличивая их сначала в 5 и затем в 10, затем в 100 раз. Сделать выводы.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

Таблица 1

N	γ	$x_1(0)$	$x_2(0)$	b_1	b_2	Q_{11}	Q_{22}
1	0,0003	300	200	15	22	2,0	0,25
2	0,0004	310	210	14	20	1,0	0,3
3	0,0002	305	195	15	19	1,0	0,2
4	0,0005	310	205	17	22	1,2	0,05
5	0,0004	320	216	19	23	2,0	0,2
6	0,0003	325	198	17	18	1,0	0,12
7	0,0004	300	200	15	22	2,0	0,14
8	0,0004	330	210	14	20	3,0	0,12
9	0,0002	315	195	15	19	2,1	0,22
10	0,0003	310	215	18	24	2,0	0,02
11	0,0004	310	216	19	23	1,1	0,04
12	0,0005	325	198	17	18	1,0	0,1
13	0,0004	300	200	15	22	2,0	0,1
14	0,0004	310	210	14	20	1,5	0,03
15	0,0003	305	195	15	19	1,0	0,16
16	0,0005	315	205	17	22	2,0	0,07
17	0,0004	320	216	19	23	1,3	0,08
18	0,0005	325	198	17	19	1,2	0,04
19	0,0004	300	205	15	22	2,0	0,06
20	0,0004	320	210	14	20	1,5	0,07
21	0,0003	315	195	17	18	1,7	0,05
22	0,0005	330	215	18	24	1,9	0,09
23	0,0003	320	216	19	23	1,3	0,07
24	0,0005	325	198	17	18	1,0	0,04
25	0,0003	315	195	15	19	2,0	0,03
26	0,0005	310	215	18	24	2,2	0,08
27	0,0004	310	216	20	23	1,7	0,05
28	0,0005	325	210	17	18	1,7	0,04
29	0,0003	310	200	15	22	1,2	0,03
30	0,0004	315	210	16	20	1,2	0,03

Таблица 2

N	r	$w(0)$	C	D	V_{11}	V_{22}
1	0,0027	215	1	0,06	3,5	3,4
2	0,0025	220	1,2	0,08	5,5	4,5
3	0,002	225	1,1	0,07	3,9	3,0
4	0,0023	217	1,3	0,05	3,5	3,4
5	0,0024	222	1,2	0,09	4,2	3,5
6	0,0026	220	1,6	0,08	4,9	3,0
7	0,0027	215	1	0,05	3,5	1,4
8	0,0025	220	1,2	0,08	5,5	4,5
9	0,0022	235	1,1	0,07	2,9	3,0
10	0,0025	227	1,4	0,05	4,5	3,8
11	0,0024	228	1,2	0,08	7,5	2,5
12	0,0027	210	1,5	0,07	4,9	3,8
13	0,0028	215	1	0,06	7,5	2,4
14	0,0026	220	1,2	0,08	5,5	4,5
15	0,0022	225	1,1	0,07	5,9	3,6
16	0,0024	217	1,3	0,05	3,5	3,2
17	0,0023	222	1,2	0,09	3,5	3,5
18	0,0026	220	1,6	0,08	4,9	3,0
19	0,0027	218	1,1	0,05	7,5	2,4
20	0,0025	226	1,2	0,09	6,5	4,5
21	0,0021	235	1,1	0,07	6,9	3,0
22	0,0025	207	1,0	0,05	3,5	3,8
23	0,0024	238	1,2	0,08	4,5	4,5
24	0,0026	220	1,5	0,07	4,9	3,8
25	0,0025	222	1,2	0,08	3,3	2,3
26	0,0022	225	1,6	0,09	4,9	3,9
27	0,0028	215	1,5	0,05	6,5	2,1
28	0,0022	225	1,2	0,08	3,5	4,5
29	0,0023	235	1,3	0,09	6,2	3,0
30	0,0025	230	1,4	0,04	2,5	2,9

Таблица 3

N	$\hat{x}_1(0)$	$\hat{x}_2(0)$	$P_{f11}(0)$	$P_{f22}(0)$	$P_{\theta 11}(0)$	$P_{\theta 22}(0)$	$P_{\theta 33}(0)$
1	270	190	15	15	1,5	2,0	1,0
2	280	180	20	20	1,2	2,5	1,5
3	290	185	21	19	1,4	2,7	2,5
4	275	192	15	16	2,5	2,8	2,3
5	285	184	16	24	1,5	4,9	2,5
6	280	180	22	29	1,7	2,7	2,5
7	275	190	15	15	1,6	2,0	1,0
8	280	180	20	20	1,3	2,5	1,5
9	295	170	21	18	1,5	3,7	3,5
10	275	192	15	16	2,5	2,8	2,5
11	295	185	16	25	1,5	2,3	3,5
12	270	180	22	30	1,6	2,7	2,5
13	270	190	15	15	1,5	2,0	1,0
14	280	180	20	20	1,2	2,5	3,5
15	290	185	21	19	1,4	2,7	2,7
16	265	192	15	16	2,5	2,8	2,3
17	285	184	16	24	1,5	4,9	5,1
18	270	180	22	29	1,7	2,7	2,5
19	275	195	15	15	1,6	3,0	2,0
20	280	180	22	20	1,4	2,5	2,5
21	285	170	21	18	1,5	3,7	3,5
22	275	190	15	16	2,7	4,8	5,5
23	285	195	16	25	1,5	2,3	3,3
24	270	180	25	31	1,6	2,7	2,5
25	280	192	15	16	2,5	2,8	2,3
26	285	180	16	24	1,9	5,9	4,5
27	270	185	22	29	1,7	2,7	2,8
28	265	180	16	16	1,8	2,0	3,0
29	285	180	20	20	1,3	2,5	5,5
30	275	170	22	19	1,5	3,7	3,2

Таблица 4

N	w_0	$P_{f11}(0)$	$P_{f22}(0)$	$P_{f33}(0)$	$P_{\theta 11}(0)$	$P_{\theta 22}(0)$
1	100	1,0	1,0	2,0	1,0	1,0
2	110	2,0	2,0	1,2	2,5	1,5
3	105	21	1,0	1,4	2,1	2,2
4	102	1,5	1,5	2,5	2,8	2,3
5	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
6	88	2,2	2,9	1,7	2,7	2,5
7	125	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
8	180	2,0	2,0	1,3	2,5	1,5
9	130	2,6	1,5	1,5	1,6	3,5
10	104	1,0	1,0	2,0	1,0	1,0
11	110	2,0	2,0	1,2	2,5	1,5
12	105	2,7	1,0	1,4	2,1	2,2
13	100	1,5	1,8	2,5	2,8	2,3
14	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
15	68	2,2	2,6	1,7	2,7	2,5
16	105	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
17	140	2,2	2,0	1,3	2,5	1,5
18	150	2,6	1,7	1,5	3,5	3,2
19	105	21	1,0	1,4	2,1	2,2
20	102	1,5	1,5	2,5	2,8	2,3
21	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
22	88	2,6	2,9	1,7	2,7	2,5
23	125	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
24	123	2,0	2,0	1,3	2,5	1,5
25	110	2,2	1,5	1,5	2,7	3,5
26	104	1,5	1,2	1,0	1,3	1,4
27	115	1,0	2,0	1,2	2,5	1,5
28	135	2,1	1,0	1,4	2,1	2,2
29	102	1,5	1,5	2,5	2,3	2,3
30	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления.** М.: Наука, 1973. 446 с.

2. **Горский А.А., Колпакова Н.Г., Локшин Б.Я. Динамическая модель производства, хранения и сбыта товара повседневного спроса** // Изв. РАН Теория и системы управления. 1998. № 1. С. 144–149.

3. **Браммер К., Зиффлинг Г. Фильтр Калмана-Бьюси.** М.: Наука, 1972. 200 с.

4. **Смагин В.И. Локально-оптимальные следящие системы управления при косвенных измерениях с ошибками** // Изв. вузов Авиационная техника. 1995. № 1. С. 26–30.

5. **Смагин В.И., Параев Ю.И. Синтез следящих систем управления по квадратичным критериям.** Томск: Изд-во Том. ун-та, 1996. 171 с.

6. **Смагин В.И. Локально-оптимальные следящие системы управления для дискретных объектов со случайными параметрами** // Автоматика и вычислительная техника. 1997. № 2. С. 32–40.

7. **Смагин В.И. Адаптивные локально-оптимальные следящие системы управления** // Изв. вузов Авиационная техника. 1997. № 2. С. 41–46.

8. **Смагин В.И. Оптимальное и адаптивное управление экономическими системами.** Учебно-методическое пособие. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2010. 32 с.

9. **Алексеев Е. Р., Чеснокова О.В., Рудченко Е.А. Scilab: Решение инженерных и математических задач**. М.: ALT Linux; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. 260 с.