Министерство высшего образования и науки РФ

Томский государственный университет систем управления
и радиоэлектроники

Кафедра экономической математики, информатики и статистики

Оптимальное и адаптивное управление

В.И.Смагин

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к самостоятельной работе магистрантов

Томск – 2018

Аннотация

Методические указания по выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Оптимальное и адаптивное управление» разработаны для магистрантов, обучающихся на кафедре ЭМИС. Задания и рекомендации к лабораторным и практическим работам составлены по материалам, опубликованным в [1-2]. Лабораторные работы выполняются в системе Scilab.

Оглавление

1. ТЕМА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ: Адаптивное локально-оптимальное управление. Принцип разделения

Задание:

1. Изучить принципы адаптивного локально-оптимального управления.
2. Записать выражения для коэффициентов передачи, используемых фильтров.

Цель работы: Дать навыки самостоятельной работы изучения алгоритма адаптивного локально-оптимального управления.

Форма отчета:

Опрос, проверка расчетов.

Модели реальных объектов часто содержат неизвестные или медленно флуктурирующие параметры. Управление такими объектами с помощью обычных методов, учитывающих только номинальное значение параметров, может привести к неудовлетворительным результатам. Поэтому актуальной является проблема синтеза адаптивных систем слежения для объектов, функционирующих в условиях неопределенности.

Под адаптивными системами понимают такие, которые, используя текущую информацию о внешних воздействиях, условиях работы системы и выходных величинах, изменяют структуру или параметры регулятора с целью обеспечения оптимального или заданного функционирования управляемой системы при изменяющихся условиях ее работы. В основу процедур синтеза положен принцип разделения, который заключается в выполнении следующих этапов:

1. Выбора алгоритма управления в предположении, что параметры известны точно.

2. Оценивания неизвестных параметров (идентификация).

3. Формирование адаптивного управления путем замены точных значений параметров, входящих в алгоритм управления, на их оценки.

Рассмотрим фильтры для нелинейных по состоянию систем. Построим линеаризованный фильтр для объекта и канала наблюдений, которые описываются уравнениями:

$$x(t+1) = A\varphi(x(t)) + Bu(t) + q(t), \tag{1}$$

$$y(t) = Cx(t) + \eta(t), \tag{2}$$

где $x(t)$ – n-мерный вектор состояний, $y(t)$ – r-мерный вектор наблюдений, $q(t)$ и $\eta(t)$ − случайные гауссовские последовательности. Здесь A и B постоянные матрицы.

Оптимизируемый локальный критерий и аналитический вид локально-оптимального управления приведен в [1]

Так как модель объекта нелинейная, то необходимо провести его линеаризацию:

$$x(t+1) = A\frac{\partial\varphi(x(t))}{\partial x(t)}x(t) + Bu(t) + q(t), \tag{3}$$

тогда в линеаризованном объекте появится новая матрица

$$\overline{A} = A\frac{\partial\varphi(x(t))}{\partial x(t)}\Big|_{x(t)=\hat{x}(t)}\,.$$

Фильтр примет вид:

$$\hat{x}(t+1) = A\varphi(\hat{x}(t)) + Bu(t) + K_x(t)(y(t+1) - C(A\varphi(\hat{x}(t)) + Bu(t))),\ \hat{x}(0) = \overline{x}_0, \tag{4}$$

где

$$K_x(t) = P_x(t+1/t)C^T(CP_x(t+1/t)C^T + \overline{Q})^{-1}, \tag{5}$$

$$P_x(t+1/t) = (FP_x(t)F^T + Q), \tag{6}$$

$$P_x(0)=P_{x_0}\,.$$

$$P_x(t+1)=P_x(t+1/t)-K_x(t)CP_x(t+1/t)\,. \qquad (7)$$

Качество фильтра оценим критерием, характеризующим средние потери:

$$J(t)=tr\left[P_e(t)\right], \qquad (8)$$

где $P_e(t)=M\left\{e(t)e^T(t)\right\}$, $e(t)=\hat{x}(t)-x(t)$.

Рассмотрим применение линеаризованного фильтра к задаче оценивания состояний системы и параметров, входящих в объект. Пусть поведение объекта описывается разностным уравнением вида:

$$x(t+1)=A(\theta)\varphi(x(t))+B(\theta)u(t)+q(t)\,,\ x(0)=x_0\,, \qquad (9)$$

где θ − p-мерный постоянный вектор неизвестных параметров, $M\{\theta\}=\bar{\theta}_0$, $M\left\{(\theta-\bar{\theta}_0)(\theta-\bar{\theta}_0)^T\right\}=P_{\theta_0}$. В силу того, что вектор θ − константа, его моделью будет разностное уравнение:

$$\theta(t+1)=\theta(t)\,. \qquad (10)$$

Пусть матрицы A и B линейно зависят от компонент вектора θ.

Алгоритм будет представлять собой два последовательно работающих линеаризованных фильтра, вычисляющих оценки $\hat{x}(t)$ и $\hat{\theta}(t)$.

Первый фильтр примет вид:

$$\hat{x}(t+1)=A(\theta(t))\varphi(\hat{x}(t))+B(\theta(t))u(t)+K_x(t)(y(t+1)-$$

$$-C(A(\theta(t))\varphi(\hat{x}(t))+B(\theta(t))u(t)))\,. \qquad (11)$$

Канал наблюдений

$$y(t)=Cx(t)+\eta(t)\ , \qquad (12)$$

представим в виде:

$$y(t+1)=G(x(t),u(t))\theta+g(x(t),u(t))+q(t)+\eta(t)\,, \qquad (13)$$

где $G(\cdot,\cdot) - n \times p$ − матрица, $g(\cdot,\cdot) - n$ мерный вектор.

Для задачи идентификации неизвестных параметров модели производства, сбыта и хранения товаров в случае неполного измерения вектора состояния матрица интенсивностей ошибок канала наблюдения $\overline{Q}$ будет меньшей размерности, чем рассматриваемый вектор состояний.

Второй фильтр, оценивающий неизвестные параметры $\hat{\theta}(t)$, строим на основании имеющихся оценок вектора состояний. Так как для идентификации параметров информации, содержащейся в косвенных наблюдениях $y(t)$ за объектом, может быть недостаточно. Оценки $\hat{\theta}(t)$ принимают вид на следующем шаге:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K_{\theta}(t)(\hat{x}(t+1) - G(\hat{x}(t),u(t))\hat{\theta}(t) - g(\hat{x}(t),u(t))), \qquad (14)$$

$$\hat{\theta}(0) = \overline{\theta}_0,$$

где $K_{\theta}(t)$ - матрица коэффициентов передачи.

$$P_{\theta}(0) = P_{\theta_0}.$$

2.ТЕМА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ: «Алгоритм последовательной идентификации для модели производства, сбыта и хранения n видов товаров в случае измерения вектора состояния с ошибками»

Задание:

1. Изучить модель фирмы, описанной в [1].
2. Построить алгоритм последовательной идентификации.
3. Записать выражения для коэффициентов передачи, используемых фильтров.

4. Построить матрицу динамики $A(\theta(t))$.

Цель работы: Дать навыки самостоятельной работы изучения алгоритма последовательной идентификации для конкретной модели.

Форма отчета:

Опрос, проверка расчетов.

Рассмотрим применение линеаризованного фильтра к задаче одновременного оценивания состояний и параметров. Моделирование проведем для экономического объекта, описывающего производство n видов товаров в условиях рынка.

Для поставленной задачи идентификации параметров и оценивания компонент вектора состояния определим вид модели объекта и канала наблюдений:

$$x(t+1) = A(\theta(t))\varphi(x(t)) + B(\theta(t))u(t) + q(t),\ x(0) = x_0, \tag{15}$$

$$y(t) = Cx(t) + \eta(t), \tag{16}$$

где компонентами вектора неизвестных параметров $\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \vdots \\ \theta_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_n \end{bmatrix}$ являются коэффициенты продаж. Для вектора $\theta(t)$ известны начальные значения параметров $M\{\theta\} = \bar{\theta}_0$ и дисперсионная матрица $M\{(\theta - \bar{\theta}_0)(\theta - \bar{\theta}_0)^T\} = P_{\theta_0}$.

Матрица $B(\theta(t))$ в данном случае не зависит от $\theta(t)$ и имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_{01} & -c_{02} & -c_{03} & -c_{04} & \cdots & -c_{0n} \end{bmatrix}. \qquad (17)$$

Управление – это объемы выпуска соответствующих видов продукции:

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_n(t) \end{bmatrix}. \qquad (18)$$

Алгоритм будет представлять собой два последовательно работающих фильтра, вычисляющих оценки $\hat{x}(t)$ и $\hat{\theta}(t)$.

Первый фильтр примет вид:

$$\hat{x}(t+1) = A(\theta(t))\varphi(\hat{x}(t)) + Bu(t) + K_x(t)(y(t+1) -$$

$$-C(A(\theta(t))\varphi(\hat{x}(t)) + Bu(t)), \qquad (19)$$

Канал наблюдений

$$y(t) = Cx(t) + \eta(t) \ , \qquad (20)$$

представим в виде:

$$y(t+1) = G(x(t))\theta + g(x(t), u(t)) + Cq(t) + \eta(t), \qquad (21)$$

где

$$G(x(t))=\begin{bmatrix} -e^{-c_1}(1-\frac{x_2(t)}{P})x_1(t) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ e^{-c_1}(1-\frac{x_2(t)}{P})x_1(t) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -e^{-c_2}(1-\frac{x_4(t)}{P})x_3(t) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-c_2}(1-\frac{x_4(t)}{P})x_3(t) & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -e^{-c_n}(1-\frac{x_n(t)}{P})x_{n-1}(t) \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & e^{-c_n}(1-\frac{x_n(t)}{P})x_{n-1}(t) \\ c_1e^{-c_1}(1-\frac{x_2(t)}{P})x_1(t) & c_2e^{-c_1}(1-\frac{x_4(t)}{P})x_3(t) & c_3e^{-c_2}(1-\frac{x_6(t)}{P})x_5(t) & \cdots & c_ne^{-c_n}(1-\frac{x_n(t)}{P})x_{n-1}(t) \end{bmatrix},$$

(8)

$$g(x(t),u(t))=\begin{bmatrix} (1-k_{11})x_1(t)+u_1(t) \\ (1-k_{21})x_2(t) \\ (1-k_{12})x_3(t)+u_2(t) \\ (1-k_{22})x_4(t) \\ \vdots \\ (1-k_{1n})x_{n-1}(t)+u_n(t) \\ (1-k_{2n})x_n(t) \\ x_{n+1}(t)-k_{31}x_1(t)-...-k_{3n}x_n(t)-c_{01}u_1(t)-...-c_{0n}u_n(t) \end{bmatrix}_{(n+1)\times 1}. \qquad (22)$$

Второй фильтр для вычисления оценки $\hat{\theta}(t)$ строится следующим образом:

$$\hat{\theta}(t+1)=\hat{\theta}(t)+K_\theta(t)(\hat{x}(t+1)-G(\hat{x}(t))\hat{\theta}(t)-g(\hat{x}(t),u(t))), \qquad (23)$$

$$\hat{\theta}(0)=\bar{\theta}_0. \qquad (24)$$

10. ТЕМА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ: «Идентификация с использованием расширенного фильтра Калмана»

Задание:

1. Изучить процедуру идентификации с использованием расширенного фильтра Калмана.
2. Записать выражения для коэффициентов передачи линеаризованного фильтра.

Цель работы: Дать навыки самостоятельной работы изучения алгоритма идентификации, построенного на основе линеаризованного фильтра.

Форма отчета:

Опрос, проверка расчетов.

В предыдущем разделе был представлен алгоритм последовательной идентификации, т.е. оценки состояний и параметров модели вычислялись с использованием двух фильтров Калмана. Теперь рассмотрим применение расширенного фильтра Калмана для задачи идентификации в случае измерения компонент вектора состояния с ошибками и при неполной информации для модели фирмы, производящей 2 вида товаров.

Основной задачей является оценивание количества товаров 1- го и 2-го видов товаров у потребителей $v_1(t)$, $v_2(t)$. Предполагая, как и раньше, что неизвестными параметрами являются коэффициенты продаж 1-го и 2-го вида товаров $\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$, будем рассматривать данные параметры как дополнительные компоненты вектора состояния, которые также необходимо оценить с помощью линеаризованного фильтра Калмана. Таким образом, расширенный вектор состояния запишется в виде:

$$X(t)=\begin{bmatrix} z_1(t)\\ v_1(t)\\ z_2(t)\\ v_2(t)\\ w(t)\\ \theta_1(t)\\ \theta_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} X_1(t)\\ X_2(t)\\ X_3(t)\\ X_4(t)\\ X_5(t)\\ X_6(t)\\ X_7(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x(t)\\ \theta(t)\end{bmatrix}. \qquad (25)$$

Модель объекта и канала наблюдений

$$X(t+1)=f(X(t))+\begin{bmatrix} q(t)\\ 0\end{bmatrix}, \qquad (26)$$

$$Y(t)=DX(t)+\eta(t), \qquad (27)$$

где $D=\lfloor C\vdots 0_{l\times p}\rfloor$, $0_{l\times p}$ – нулевая матрица размерности $l\times p$, где l совпадает с числом строк в матрице C, где C – канал контроля, а p – число параметров, которые необходимо оценить. Можно применить к оценке значений параметров линеаризованный фильтр Калмана, в результате чего получим оценки состояний и параметров для расширенной модели.

Процедура применения линеаризованного фильтра Калмана

Уравнение оценки состояния:

$$\hat{X}(t+1)=\begin{bmatrix} \hat{x}(t)\\ \hat{\theta}(t)\end{bmatrix}= f(\hat{X}(t))+K(t)(Y(t)-D\hat{X}(t)). \qquad (28)$$

где $\hat{X}(0)=\begin{bmatrix} \hat{x}(0)\\ \hat{\theta}(0)\end{bmatrix}$. Здесь $\hat{x}(0)$ – начальная оценка вектора состояний, $\hat{\theta}(0)$ – начальная оценка вектора параметров.

Матрица коэффициентов передачи фильтра Калмана $K(t)$ определяется по формуле:

$$K(t) = P(t+1/t)D^T(\overline{Q} + DP(t+1/t)D^T)^{-1}, \qquad (29)$$

где

$$F(t) = \frac{\partial f}{\partial X}\Big|_{X=\hat{X}(t)} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & 0 & 0 & 0 & f_{16} & 0 \\ f_{21} & f_{22} & 0 & 0 & 0 & f_{26} & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} & f_{34} & 0 & 0 & f_{37} \\ 0 & 0 & f_{43} & f_{44} & 0 & 0 & f_{47} \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} & f_{54} & 1 & f_{56} & f_{57} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (30)$$

элементы данной матрицы имеют вид:

$$f_{11} = 1 - k_{11} - \hat{X}_6(t)\exp(-c_1)(1 - \frac{\hat{X}_2(t)}{P}),$$

$$f_{12} = \hat{X}_6(t)\exp(-c_1)\frac{\hat{X}_1(t)}{P}),$$

$$f_{16} = -\exp(-c_1)(1 - \frac{\hat{X}_2(t)}{P})\hat{X}_1(t)$$

$$f_{21} = \hat{X}_6(t)\exp(-c_1)(1 - \frac{\hat{X}_2(t)}{P}),$$

$$f_{22} = 1 - k_{21} - \hat{X}_6(t)\exp(-c_1)\frac{\hat{X}_1(t)}{P},$$

$$f_{26} = \exp(-c_1)(1 - \frac{\hat{X}_2(t)}{P})\hat{X}_1(t)$$

$$f_{33} = 1 - k_{12} - \hat{X}_7(t)\exp(-c_2)(1 - \frac{\hat{X}_4(t)}{P}),$$

$$f_{34} = \hat{X}_7(t)\exp(-c_2)\frac{\hat{X}_3(t)}{P},$$

$$f_{37} = -\exp(-c_2)(1 - \frac{\hat{X}_4(t)}{P})\hat{X}_3(t)$$

$$f_{43} = \hat{X}_7(t)\exp(-c_2)(1-\frac{\hat{X}_4(t)}{P}),$$

$$f_{44} = 1-k_{22}-\hat{X}_7(t)\exp(-c_2)\frac{\hat{X}_3(t)}{P},$$

$$f_{47} = \exp(-c_2)(1-\frac{\hat{X}_4(t)}{P})\hat{X}_3(t),$$

$$f_{51} = -k_{31}+c_1\hat{X}_6(t)\exp(-c_1)(1-\frac{\hat{X}_2(t)}{P}),$$

$$f_{52} = -c_1\hat{X}_6(t)\exp(-c_1)\frac{\hat{X}_1(t)}{P},$$

$$f_{53} = -k_{32}+c_2\hat{X}_7(t)\exp(-c_2)(1-\frac{\hat{X}_4(t)}{P}),$$

$$f_{54} = -c_2\hat{X}_7(t)\exp(-c_2)\frac{\hat{X}_3(t)}{P},$$

$$f_{56} = c_1\exp(-c_1)(1-\frac{\hat{X}_2(t)}{P})\hat{X}_1(t),$$

$$f_{57} = c_2\exp(-c_2)(1-\frac{\hat{X}_4(t)}{P})\hat{X}_3(t). \quad (31)$$

Расширенный фильтр примет вид:

$$\hat{X}(t+1) = A(\theta(t))\varphi(\hat{X}(t)) + Bu(t) + K(t)(Y(t+1) -$$
$$- D(A(\theta(t))\varphi(\hat{X}(t)) + Bu(t)), \quad (32)$$

4. ТЕМА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ: «Применение сглаживающих процедур в алгоритмах идентификации»

Задание:

1. Изучить процедуры сглаживания, используемые в задачах идентификации.

2. Записать выражения для коэффициентов передачи линеаризованного фильтра.

Цель работы: Дать навыки самостоятельной работы изучения алгоритмов сглаживания.

Форма отчета:

Опрос, проверка расчетов.

3.1 Методы сглаживания

Метод скользящего среднего и экспоненциального сглаживания

Очень часто возникает потребность улучшения качества идентификации соответствующих параметров модели. Решить возникшую проблему можно с использованием метода скользящего среднего или экспоненциального сглаживания.

Значения оценок компонент вектора состояния, получившихся с помощью калмановской фильтрации, представленных уравнениями можно сгладить путем вычисления среднего по скользящему окну заданной ширины.

Определяем ширину скользящего окна w − целое положительное число, $0 < w < N$, где N − количество наблюдений.

Сглаженный ряд вычисляется по формуле:

$$\hat{x}_s(t) = \begin{cases} \dfrac{\sum\limits_{j=0}^{t} \hat{x}(j)}{t+1}, \text{если } t < w \\ \dfrac{\sum\limits_{j=t-w+1}^{t} \hat{x}(j)}{w}, \text{если } t \geq w \end{cases}, \qquad (33)$$

где $t=\overline{0,N-1}$.

Рассмотрим метод экспоненциального сглаживания. В этом случае необходимо задать значение весового множителя α, $0<\alpha<1$.
Начальное значение $\hat{x}_s(0)=\hat{x}(0)$. Тогда сглаженная оценка примет вид:

$$\hat{x}_s(t)=\alpha\hat{x}(t)+(1-\alpha)\hat{x}_s(t-1), \qquad (34)$$

где $t=\overline{1,N-1}$.

Сглаживание по 3 и 7 значениям

Для сглаживания по 3 значениям сглаживаемого ряда необходимо задать первые 2 начальные значения, как для сглаженного ряда, так и для ряда, подлежащего сглаживанию. Сглаженный ряд вычисляется по формуле:

$$\hat{x}_s(t)=\frac{5\hat{x}(t)+2\hat{x}(t-1)-\hat{x}(t-2)}{6}, \qquad (35)$$

где $t=\overline{2,N}$.

Сглаживание, использующее 7 точек сглаживаемого ряда, требует для построения первого сглаженного значения задать 6 начальных значений исследуемого ряда. Соответствующая формула имеет вид:

$$\hat{x}_s(t)=\frac{-2\hat{x}(t-6)+4\hat{x}(t-5)+\hat{x}(t-4)-4\hat{x}(t-3)-4\hat{x}(t-2)+8\hat{x}(t-1)+39\hat{x}(t)}{42}, \qquad (36)$$

где $t=\overline{6,N}$.

3.2 Построение фильтров, использующих алгоритмы сглаживания Применение сглаживающих процедур для последовательного алгоритма идентификации

Ранее была поставлена задача последовательного оценивания состояний и параметров рассматриваемой нами экономической модели. Для задачи идентификации параметров и оценивания компонент вектора состояния определим вид модели объекта и канал наблюдений в случае неполной информации о векторе состояния и измерения его компонент с ошибками:

$$x(t+1) = A(\theta(t))\varphi(x(t)) + B(\theta(t))u(t) + q(t)\,,\ \ x(0) = x_0\,, \tag{37}$$

$$y(t) = Cx(t) + \eta(t)\,, \tag{38}$$

где за вектор неизвестных параметров $\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix}$ обозначим коэффициенты продаж 1-го и 2-го вида товаров соответственно. Для $\theta(t)$ известно начальное значение параметров $M\{\theta\} = \overline{\theta}_0$, дисперсионная матрица $M\left\{(\theta - \overline{\theta}_0)(\theta - \overline{\theta}_0)^T\right\} = P_{\theta_0}$.

Рассмотрим применение процедур сглаживания для задачи идентификации с использованием двух последовательно работающих линеаризованных фильтров, вычисляющих оценки $\hat{x}(t)$ и $\hat{\theta}(t)$.

Первый фильтр примет вид:

$$\hat{x}(t+1) = A(\theta(t))\varphi(\hat{x}(t)) + Bu(t) + K_x(t)(y(t+1) -$$
$$- C(A(\theta(t))\varphi(\hat{x}(t)) + Bu(t))\,. \tag{26}$$

Второй фильтр для вычисления оценки $\hat{\theta}(t)$ использует найденные на данном шаге оценки состояний. В нашем случае эти оценки справедливо заменить на их сглаженные значения, которые можно найти по одному из методов, описанных выше. Таким образом, оценка параметров примет вид:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + K_\theta(t)(\hat{x}_s(t+1) - G(\hat{x}_s(t))\hat{\theta}(t) - g(\hat{x}_s(t), u(t))), \qquad (39)$$

$$\hat{\theta}(0) = \bar{\theta}_0. \qquad (40)$$

Матрицы $G(x(t))$, $g(x(t), u(t))$ определены в разделе 1.

Подставляя в матрицы $G(x(t))$, $g(x(t), u(t))$ компоненты сглаженного вектора оценок состояний, получим второй фильтр для нахождения искомых параметров модели: коэффициентов продаж первого и второго вида товаров.

Применение сглаживающих процедур для двухэтапного алгоритма идентификации

Для вектора $\theta(t)$ известно начальное значение параметров $M\{\theta\} = \bar{\theta}_0$, дисперсионная матрица $M\left\{(\theta - \bar{\theta}_0)(\theta - \bar{\theta}_0)^T\right\} = P_{\theta_0}$.

Алгоритм представляет собой два параллельно работающих линеаризованных фильтра, вычисляющих оценки $\hat{x}(t)$ и $\hat{\theta}(t)$.

На этапе оценивания вектора состояний необходимо применить сглаживание к найденному вектору оценок по одному из методов. Сглаженные значения вектора состояния обозначим $\hat{x}_s(t)$.

Второй фильтр для вычисления оценки $\hat{\theta}(t)$ имеет вид:

$$\hat{\theta}(t+1)=\hat{\theta}(t)+K_{\theta}(t)(y(t+1)-CG(\hat{x}_s(t))\hat{\theta}(t)-Cg(\hat{x}_s(t),u(t))), \qquad (41)$$

$$\hat{\theta}(0)=\overline{\theta}_0, \qquad (42)$$

причем в матрицах $G(x(t)), g(x(t),u(t))$ вектор оценок состояний заменяется их сглаженными значениями, и матрицы записываются следующим образом:

$$G(x_s(t))=\begin{bmatrix} -\exp(-c_1)(1-\dfrac{x_{s,2}(t)}{P})x_{s,1}(t) & 0 \\ \exp(-c_1)(1-\dfrac{x_{s,2}(t)}{P})x_{s,1}(t) & 0 \\ 0 & -\exp(-c_2)(1-\dfrac{x_{s,4}(t)}{P})x_{s,3}(t) \\ 0 & \exp(-c_2)(1-\dfrac{x_{s,4}(t)}{P})x_{s,3}(t) \\ c_1\exp(-c_1)(1-\dfrac{x_{s,2}(t)}{P})x_{s,1}(t) & c_2\exp(-c_2)(1-\dfrac{x_{s,4}(t)}{P})x_{s,3}(t) \end{bmatrix}, \qquad (43)$$

$$g(x_s(t),u(t))=\begin{bmatrix} (1-k_{11})x_{s,1}(t)+u_1(t) \\ (1-k_{21})x_{s,2}(t) \\ (1-k_{12})x_{s,3}(t)+u_2(t) \\ (1-k_{22})x_{s,4}(t) \\ x_{s,5}(t)-k_{31}x_{s,1}(t)-k_{32}x_{s,3}(t)-c_{01}u_1(t)-c_{02}u_2(t) \end{bmatrix}. \qquad (44)$$

Матрица коэффициентов передачи и дисперсионная матрица ошибки оценки вычисляются по формулам:

$$K_{\theta}(t)=P_{\theta}(t)G^T(\hat{x}_s(t),u(t))C^T\times$$

$$\times\left[\overline{Q}+CQC^T+CG(\hat{x}_s(t))P_{\theta}(t)G^T(\hat{x}_s(t))C^T\right]^{-1}, \qquad (45)$$

$$P_{\theta}(t+1)=P_{\theta}(t)-K_{\theta}(t)CG(\hat{x}_s(t))P_{\theta}(t), \qquad (46)$$

$$P_{\theta}(0)=P_{\theta_0}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Смагин В.И. Оптимальное и адаптивное управление: Учебно-методическое пособие для магистрантов. –2016. 43 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://edu.tusur.ru/publications/6179, дата обращения: 27.03.2018.

2. Смагин В.И., Параев Ю.И. Синтез следящих систем управления по квадратичным критериям. − Томск: изд-во ТГУ.−1996.− 171 с.

3. Фрадков А.Л. Адаптивное управление в сложных системах: беспоисковые методы. − М.: Наука. Гл. ред. физ.− мат. лит. 1990. − 296с.

4. Браммер К. Фильтр Калмана − Бьюси/ Браммер К., Зиффлинг Г. − М: Наука, 1978. − 200 с.

6. Смагин В.И. Пакет прикладных программ Matlab 5.3 (описание и применение). Учебное пособие. − Томск: изд-во ТГУ. − 2006. − 123 с.

7. Срагович В.Г. Адаптивное управление. – Москва: Наука, 1981. − 200 с.

8. Фомин В.Н. Адаптивное управление динамическими объектами / Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. − Москва: Наука, 1981.

9. Абдрахманов В.Г., Рабчук А.В. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. 2-е изд., испр.Издание. Изд-во: – Лань, 2014, 112 с. [Электронный ресурс]. – http://e.lanbook.com/view/book/45675/

10. Охорзин В.А., Сафонов К.В. Теория управления. – Лань, 2014. 224 с. [Электронный ресурс]. - http://e.lanbook.com/view/book/49470/

11. Веремей Е.И. Линейные системы с обратной связью. – Лань, 2013. 448 с. [Электронный ресурс]. http://e.lanbook.com/view/book/68465/

12. Карпов А.Г. Теория автоматического управления: Учебное методическое пособие по проведению практических, лабораторных и самостоятельных занятий для студентов направления подготовки "Управление в технических системах" – 2016. 105 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://edu.tusur.ru/publications/6250, дата обращения: 27.03.2018.