

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра экономики

**Методические указания
к практическим занятиям и самостоятельной работе
по дисциплине «СТАТИСТИКА»**

для студентов специальности 38.03.01 – Экономика
(направление «Финансы и кредит», «Бухгалтерский учет, анализ и
аудит»),
38.03.02 - Менеджмент

Составитель: Подопригора И.В.

Томск 2018

Статистика: методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе / Сост. И.В. Подопригора. – Томск: Изд-во ТУСУР, 2018 – 65 с.

Рецензент к.э.н., доцент кафедры экономики Васильковская Н.Б.

Методические указания к практическим занятиям и самостоятельной работе по дисциплине «СТАТИСТИКА» для направления подготовки 38.03.01 – Экономика (профили «Финансы и кредит», «Бухгалтерский учет, анализ и аудит»), 38.03.02 - Менеджмент

Печатаются по решению методического семинара кафедры экономики.

Протокол № от

Утверждены и введены в действие проректором по учебной работе.

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ.....	5
1. Статистические методы наблюдения, классификации и группировки.....	5
2. Статистические таблицы и графики	16
3. Классификация и правила построения статистических показателей	22
4. Средние величины и показатели вариации.....	30
5. Экономические индексы	42
6. Выборочное наблюдение	52
7. Статистические методы анализа динамики социально-экономических явлений.....	58
ЛИТЕРАТУРА	65

ВВЕДЕНИЕ

При переходе к рыночным отношениям большую роль в управлении экономикой играет статистика. С ее помощью осуществляются сбор, научная обработка и анализ статистических данных, характеризующих развитие экономики и социально-культурный уровень населения. Статистика дает возможность изучать взаимосвязи общественных явлений, принимать эффективные управленческие решения на региональных и государственном уровнях, проводить международные сопоставления.

В системе экономического образования статистика занимает важное место как базовая дисциплина, формирующая профессиональный уровень современного экономиста. Эта дисциплина обеспечивает теоретическую и методологическую подготовку экономистов, финансистов, менеджеров, бухгалтеров и др.

Студенты, изучающие данную дисциплину, должны уметь обрабатывать статистические данные, группировать их, строить статистические таблицы и графики, исчислять и анализировать статистические показатели, делать выводы.

ТЕОРИЯ СТАТИСТИКИ

1. Статистические методы наблюдения, классификации и группировки

Статистическое наблюдение – это начальная стадия статистического исследования, представляющая собой научно-организованный по единой программе учет фактов, характеризующих явления и процессы общественной жизни. Организационные формы, виды и способы статистического наблюдения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Формы, виды и способы статистического наблюдения

Формы статистического наблюдения	Виды статистического наблюдения		Способы статистического наблюдения
	По времени регистрации фактов	По охвату единиц совокупности	
Статистическая отчетность	Текущее или непрерывное	Сплошное	Непосредственное
Специально организованное наблюдение	Прерывное: а) периодическое б) единовременное	Несплошное: а) выборочное б) основного массива в) монографическое	Документальное
Регистры			Опрос: а) устный б) саморегистрации в) корреспондентский г) анкетный д) явочный

Объект наблюдения – совокупность социально-экономических явлений и процессов, которые подлежат исследованию.

Единица наблюдения – составная часть объекта наблюдения, которая обладает признаками, подлежащими регистрации.

Программа наблюдения – перечень признаков или вопросов, подлежащих регистрации в процессе наблюдения, оформленных в виде анкеты или формуляра.

Основные требования к программе наблюдения:

1. Программа должна содержать только такие вопросы, которые безусловно необходимы для данного исследования.

2. В программу включают только те вопросы, на которые можно получить только точные ответы.

3. При разработке программы необходимо определить не только состав вопросов, но и их последовательность.

4. В программу целесообразно включать вопросы контрольного характера для проверки и уточнения собираемых данных.

Важнейшим этапом исследования социально-экономических явлений и процессов является систематизация первичных данных и получение на этой основе сводной характеристики всего объекта при помощи обобщающих показателей, что достигается путем сводки и группировки первичного статистического материала.

Сводка – это комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом. По глубине и точности обработки материала различают сводку простую и сложную.

Простая сводка – это операция подсчета общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

Сложная сводка – это комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и всему объекту и представление результатов в виде статистических таблиц.

Проведение сводки включает следующие этапы:

- выбор группировочного признака;
- определение порядка формирования групп;
- разработка системы статистических показателей для характеристики групп и объекта в целом;
- разработка макетов статистических таблиц для представления результатов сводки.

По форме обработки материала сводка бывает: *централизованная*, когда весь первичный материал поступает в одну организацию, подвергается в ней обработке от начала до конца; *децентрализованная*, когда отчеты предприятий сводятся статистическими органами субъектов РФ, а полученные итоги поступают в Росстат, и там определяются итоговые показатели в целом по национальному хозяйству страны.

По технике выполнения статистическая сводка бывает *механизованная* (с использованием электронно-вычислительной техники) и *ручная*.

Группировкой называется разделение единиц исследуемой совокупности на однородные группы по определенным существенным для них признакам. Группировки являются важнейшим статистическим методом обобщения статистических данных, основой для исчисления статистических показателей. С помощью метода группировок решаются следующие задачи:

- выделение социально-экономических типов явлений;
- изучение структуры явления и структуры сдвигов, происходящих в нем;
- выявление связи и зависимости между явлениями.

В соответствии с этими задачами выделяют три вида группировок: типологические, структурные, аналитические.

Типологическая группировка – это разделение разнородной совокупности на качественно однородные группы и выявление на этой основе типов явлений. При построении группировки этого вида основное внимание должно быть уделено идентификации типов и выбору группировочного признака. Решение вопроса об основании группировки должно осуществляться на основе анализа сущности изучаемого явления.

Структурной называется группировка, которая предназначена для изучения состава однородной совокупности по какому-либо варьирующему признаку.

Группировка, выявляющая взаимосвязи между изучаемыми явлениями и их признаками, называется *аналитической группировкой*.

В статистике признаки делятся на факторные и результативные.

Факторными называются признаки, под воздействием которых изменяются другие *результативные* признаки. Взаимосвязь проявляется в том, что с возрастанием значения факторного признака систематически возрастает или убывает значение результативного признака.

Особенностью аналитической группировки является то, что, во-первых, единицы группируются по факторному признаку и, во-вторых, каждая группа характеризуется средними величинами результативного признака.

Группировка, в которой группы образованы по одному признаку, называется *простой*.

Комбинационной называется группировка, в которой разделение совокупности на группы производится по двум и более признакам, взятым в сочетании (комбинации). Сначала группы формируются по одному признаку, затем они делятся на подгруппы по другому признаку, а эти в свою очередь делятся по третьему и т. д. Таким образом, комбинационные группировки дают возможность изучить единицы совокупно-

сти одновременно по нескольким признакам. При построении комбинационной группировки возникает вопрос о последовательности разбиения единиц объекта по признакам. Как правило, рекомендуется сначала проводить группировку по атрибутивным признакам, значения которых имеют ярко выраженные качественные различия.

Построение группировки начинается с определения состава группировочных признаков.

Группировочным признаком называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы. От правильного выбора группировочного признака зависят выводы статистического исследования. В качестве основания группировки необходимо использовать существенные, теоретически обоснованные признаки.

В основание группировки могут быть положены как количественные, так и качественные признаки. Первые имеют числовое выражение (объем торгов, возраст человека, доход семьи и т. д.).

После того как определено основание группировки, необходимо решить вопрос о количестве групп, на которые следует разбить исследуемую совокупность.

Число групп зависит от задач исследования и вида показателя, положенного в основание группировки, объема совокупности, степени вариации признака. Например, группировка предприятий по формам собственности учитывает муниципальную, федеральную и собственность субъектов Федерации.

Если группировка производится по количественному признаку, то необходимо обратить особое внимание на число единиц исследуемого объекта и степень колеблемости группировочного признака.

При небольшом объеме совокупности не следует образовывать большого количества групп, так как группы будут включать недостаточное число единиц объекта. Поэтому показатели, рассчитанные для таких групп, не будут представительными и не позволят получить адекватную характеристику исследуемого явления.

Часто группировка по количественному признаку имеет задачу отразить распределение единиц совокупности по этому признаку. В этом случае количество групп зависит, в первую очередь, от степени колеблемости группировочного признака: чем больше его колеблемость, тем больше можно образовать групп. Чем больше групп, тем точнее будет воспроизведен характер исследуемого объекта. Однако слишком большое число групп затрудняет выявление закономерностей при исследовании социально-экономических явлений и процессов. Поэтому в каждом конкретном случае при определении числа групп следует исходить не только из степени колеблемости признака, но и из особенностей объ-

екта и цели исследования.

На практике распространены простейшие группировки по одному количественному признаку – *ряды распределения*, подразделяющиеся на *дискретные* и *интервальные*.

Интервал – это значения варьирующего признака, лежащие в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них. Нижней границей интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а верхней границей – наибольшее. Величина интервала представляет собой разность между верхней и нижней границами. Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми.

Закрытые интервалы – это обычные интервалы, имеющие как нижние (т. е. «от»), так и верхние (т. е. «до») границы.

Открытые интервалы – это интервалы, имеющие какую-либо одну границу – верхнюю или нижнюю. Они применяются тогда, когда признак изменяется неравномерно в широких пределах, причем большие (или малые) значения признака встречаются нечасто.

Закрытые интервалы группировки в зависимости от их величины могут быть равными или неравными. Последние делятся на прогрессивно возрастающие, прогрессивно убывающие, произвольные и специализированные.

Если вариация признака проявляется в сравнительно узких границах и распределение носит равномерный характер, то строят *группировку с равными интервалами*. Величина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}, \quad (1)$$

где x_{\max} , x_{\min} – максимальное и минимальное значения признака в совокупности; n – число групп.

Определение числа групп можно осуществить с использованием формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N, \quad (2)$$

где N – число единиц в исследуемой совокупности.

Полученную по формуле величину округляют, и она будет являться шагом интервала. Существуют следующие правила определения шага интервала.

Если величина интервала, рассчитанная по формуле, представляет собой величину, которая имеет один знак до запятой (например, 0,88; 1,585; 4,8), то в этом случае полученные значения следует округлить до десятых и использовать их в качестве шага интервала. Если рассчитан-

ная величина интервала имеет две значащие цифры до запятой и несколько после запятой (например, 15,985), то это значение необходимо округлить до целого числа (до 16).

В случае когда рассчитанная величина интервала представляет собой трехзначное, четырехзначное и т. д. число, эту величину следует округлить до ближайшего числа, кратного 100 или 50. Например, 557 следует округлить до 550 или до 600.

В случае когда размах вариации признака в совокупности велик и значения признака варьируют неравномерно, следует использовать *группировку с неравными интервалами*. Применение неравных интервалов обусловлено тем, что в первых группах небольшая разница в показателях имеет большое значение, а в последних группах эта разница не существенна.

Например, при построении группировки предприятий отрасли по показателю численности работников, который варьирует от 200 до 2000 человек, нецелесообразно рассматривать равные интервалы, т. к. учитываются как малые, так и крупнейшие предприятия отрасли. Поэтому следует образовывать неравные интервалы: 200–500, 500–1100, 1100–2000, т. е. величина каждого последующего интервала больше предыдущего на 300 человек и увеличивается в арифметической прогрессии.

По исходной информации различают первичную и вторичную группировки, *первичная* осуществляется на основе исходных данных наблюдения, *вторичная* использует данные первичной группировки. Иногда имеющуюся группировку необходимо изменить: объединить ранее выделенные относительно мелкие группы в небольшое число более крупных, типичных групп или изменить границы прежних групп с тем, чтобы сделать группировку сопоставимой с другими. Такая переработка результатов первичной группировки называется *вторичной группировкой*.

При построении вторичной группировки применяются два способа образования новых групп:

- первый способ состоит в укрупнении первоначальных интервалов; это наиболее простой и распространенный способ вторичной группировки;
- второй способ называется методом долевого перегруппировки и состоит в том, что за каждой группой закрепляется определенная доля единиц совокупности.

Пример 1.

Необходимо провести анализ 30 предприятий одного из регионов, применяя метод группировок (выбрав в качестве группировочного при-

знака уставный капитал), по данным табл. 2.

Определяем число групп предприятий по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N = 1 + 3,322 \cdot \lg 30 \approx 6.$$

Далее определяем величину интервала:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{26100 - 2100}{6} = 4000.$$

После того как определен группировочный признак – уставный капитал, задано число групп и образованы сами группы, необходимо выбрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их величины по каждой группе. Результаты группировки заносятся в таблицу и определяются общие итоги по совокупности единиц наблюдения по каждому показателю (табл. 3).

Таблица 2

№ п/п	Имущество, тыс. руб.	Активы, тыс. руб.	Уставный капитал, тыс. руб.
1	20710	11706	7351
2	19942	19850	17469
3	9273	2556	2626
4	59256	43587	2100
5	24654	29007	26100
6	47719	98468	18684
7	24236	25595	5265
8	7782	6154	2227
9	38290	79794	6799
10	10276	10099	3484
11	35662	30005	13594
12	20702	21165	8973
13	8153	16663	2245
14	10215	9115	9063
15	23459	31717	3572
16	55848	54435	7401
17	10344	21430	8266
18	16651	41119	5121
19	15762	29771	9998
20	6753	10857	2973
21	22421	53445	10415
22	13614	22625	4778
23	9870	11744	5029
24	24019	27333	6110

Продолжение таблицы 2

№ п/п	Имущество, тыс. руб.	Активы, тыс. руб.	Уставный капитал, тыс. руб.
25	22969	70229	5961
26	75076	124204	17218
27	56200	90367	20454
28	60653	101714	19700
29	14813	18245	12950
30	41514	127732	12092

Таблица 3

№ гр.	Группы предп. по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число предп., ед.	Активы, тыс. руб.	Имущество, тыс. руб.	Уставный капитал, тыс. руб.
1	2100–6100	12	292945	212292	45381
2	6100–10100	8	254749	195890	63961
3	10100–14100	4	229427	114410	49051
4	14100–18100	2	144054	95018	34687
5	18100–22100	3	290549	164572	58838
6	22100–26100	1	29007	24654	26100
Итого		30	1240731	806836	278018

Структурная группировка предприятий на основе данных табл. 3 приведена в табл. 4.

Таблица 4

№ гр.	Группы предп. по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число предп., %	Активы, %	Имущество, %	Уставный капитал, %
1	2100–6100	40	23,6	26,3	16,3
2	6100–10100	27	20,5	24,3	23,0
3	10100–14100	13	18,5	14,2	17,6
4	14100–18100	7	11,6	11,8	12,5
5	18100–22100	10	23,4	20,4	21,2
6	22100–26100	3	2,4	3,0	9,4
Итого		100	100,0	100,0	100,0

Из табл. 4 видно, что преобладают малые предприятия – 40 %, на

долю которых приходится 26,3 % всего имущества и 23,6 % работающих активов.

Анализ взаимосвязи показателей можно провести на основе аналитической группировки (табл. 5).

Таблица 5

№ гр.	Группы предп. по величине уставного капитала, тыс. руб.	Число предп., ед.	Работающие активы в среднем на одно предприятие, тыс. руб.	Капитал в среднем на одно предп., тыс. руб.
1	2100–6100	12	24412,1	17691,0
2	6100–10100	8	31843,6	24486,3
3	10100–14100	4	57356,8	28602,5
4	14100–18100	2	72027,0	47509,0
5	18100–22100	3	96849,7	54857,3
6	22100–26100	1	29007,0	24654,0
Итого		30	–	–

Как видно из табл. 5, с ростом величины капитала увеличивается величина работающих активов. Следовательно, величины имущества и работающие активы, за исключением шестой группы, прямо взаимосвязаны, и, чем крупнее предприятие, тем эффективнее управление активами.

Задачи для решения

Задача 1.1. По данным табл. 6 необходимо:

а) провести анализ 25 строительных компаний региона, применяя метод группировок (выбрав в качестве группировочного признака объем реализации и построив типологическую, структурную и аналитическую группировки), выделив 5 групп с равными интервалами. Результаты группировки представить в сводных групповых таблицах и проанализировать;

б) построить ряды распределения 25 строительных компаний: по размеру прибыли и по количеству работающих, определив число групп по формуле Стерджесса.

Таблица 6

№ п/п	Объем реализации в отчетном году, млрд руб.	Прибыль в отчетном году, млрд руб.	Количество работающих, тыс. чел.
1	1876,2	218,5	18,6
2	1827,8	290,7	9,1
3	1602,7	157,1	17,4
4	1563,8	91,7	6,4
5	1544,5	270,3	26,0
6	1470,5	142,1	6,4
7	1462,0	76,9	15,0
8	1392,7	138,7	15,7
9	1359,8	107,6	10,9
10	1350,9	262,2	7,6
11	1340,0	314,3	9,7
12	1290,7	190,0	20,6
13	1290,1	269,2	13,2
14	1285,4	131,2	6,3
15	1273,4	200,9	11,6
16	1270,7	300,9	5,6
17	1267,8	439,9	6,4
18	1266,4	243,7	11,5
19	1240,1	261,7	5,5
20	1228,9	136,1	17,5
21	1180,3	166,2	7,0
22	1164,5	133,3	10,7
23	1128,8	205,0	15,2
24	1098,0	136,2	11,3
25	1080,5	280,5	4,8

Задача 1.2. Имеются данные о производственном стаже работников бригады и их среднемесечной выработке изделий (табл. 7).

Таблица 7

Номер работника по списку	Производственный стаж, лет	Среднемесечная выработка изделий, шт.
1	8	10
2	2	6
3	6	7

Продолжение таблицы 7

Номер работника по списку	Производственный стаж, лет	Среднемесячная выработка изделий, шт.
4	1	6
5	4	9
6	2	8
7	10	12
8	5	10
9	4	8
10	3	7
11	6	9

Необходимо построить аналитическую группировку работников с целью выявления взаимосвязи между стажем работников и их выработкой.

Задача 1.3. По районам области за отчетный год известны данные о числе введенных в действие зданий жилого и нежилого назначения (ед.): 20, 57, 23, 24, 16, 20, 30, 54, 17, 16, 34, 32, 14, 18, 11, 29, 36, 32. Построить интервальный ряд распределения районов, образовав пять групп с равными интервалами; на основе ряда распределения построить структурную группировку.

Задача 1.4. Ввод в действие жилых домов и общежитий по субъектам федерального округа за год характеризуется данными (тыс. кв. метров общей площади): 68, 271, 50, 140, 660, 275, 988, 628, 1002, 1380, 707, 437. Построить интервальный ряд распределения, образовав три группы с равными интервалами; на основе ряда распределения построить структурную группировку.

Задача 1.5. По группе грузовых автотранспортных предприятий города информация за отчетный год представлена в табл. 8.

Таблица 8

№ предп.	Грузооборот, млн т · км	Затраты на перевозку, тыс. руб.	№ предп.	Грузооборот, млн т · км	Затраты на перевозку, тыс. руб.
1	62	2914	9	47	2679
2	40	2204	10	24	1416
3	38	2166	11	18	1170
4	25	1462	12	58	2775
5	15	2900	13	44	2200
6	30	1710	14	23	1332
7	52	2527	15	32	1728
8	27	3080	16	20	1200

Требуется сгруппировать предприятия по размеру грузооборота, выделив следующие группы: до 20 млн т · км, 20–40, 40 млн т · км и более. По каждой группе определить число предприятий, общий объем грузооборота, общую сумму затрат на перевозки, среднюю величину затрат на 10 т · км.

2. Статистические таблицы и графики

Результаты группировки и сводки материалов оформляются в виде *статистических таблиц*.

В статистической таблице выделяются два элемента:

– *подлежащее* (обычно помещается в первой вертикальной или в горизонтальной графе) – перечень единиц или групп, на которые подразделена вся масса единиц наблюдения;

– *сказуемое* – цифры, при помощи которых характеризуются выделенные в подлежащем единицы или группы.

Над таблицей помещается заголовок, отражающий в сжатой форме ее основное содержание, время и место, к которым относятся изложенные в таблице данные.

Данные статистических таблиц используются для целей оперативного руководства, научного анализа, позволяющего вскрыть взаимосвязи и имеющиеся резервы. Различие целей сказывается на характере подлежащего. В зависимости от характера подлежащего различают три вида таблиц: простые, групповые, комбинационные.

В подлежащем *простых таблиц* дается перечень единиц или групп, составляющих объект изучения (предприятия, районы и др.), однако части подлежащего не являются группами одинакового качества. В сказу-

емом этих таблиц основное значение имеют абсолютные величины, выражающие объемы изучаемых общественных явлений. Простые таблицы дают справочный материал; они, как правило, отражают наличие и распределение ресурсов в стране и регионах.

Для целей экономико-статистического анализа используются групповые и комбинационные таблицы.

Групповой таблицей называется таблица, подлежащее которой образовано в результате группировки единиц по одному какому-то признаку. Если в сказуемом групповой таблицы только одна графа, характеризующая численность группы (частота), то такая таблица называется *рядом распределения*.

В *комбинационной таблице* подлежащее образовано в результате группировки единиц совокупности по двум и более признакам. В этом случае все единицы распределяются на группы сначала по одному признаку, а затем внутри каждой из выделенных групп – на подгруппы по другому признаку.

В сказуемом групповых и комбинационных таблиц на основе абсолютных величин исчисляют средние и относительные величины, позволяющие раскрыть особенности и закономерности развития изучаемого явления. В зависимости от структуры сказуемого различают статистические таблицы с простой и сложной его разработкой.

Примером простой перечневой таблицы является табл. 2, примером групповой – табл. 5.

Статистические графики представляют собой условные изображения числовых величин и их соотношений посредством линий, геометрических фигур или географических картосхем. Основными элементами графика являются шкала и масштаб.

Шкала – линия, отдельные точки которой могут быть прочитаны как определенные числа. Расстояние называется *графическим интервалом*, а разность между числовыми значениями точек – *числовым интервалом*. Шкала может быть равномерной и неравномерной. На равномерной шкале графические интервалы пропорциональны числовым интервалам. На неравномерной шкале равным числовым интервалам соответствуют неравные графические интервалы, и наоборот (логарифмическая линейка).

Масштаб – отношение длины линии на чертеже, графике или карте к длине линии в натуре. Отношение 1:250 означает, что длина масштаба графика уменьшается в 250 раз. В каждом графике необходимо различать:

– *графический образ* – это геометрические знаки, совокупность точек, линий, фигур, с помощью которых изображаются статистические

данные;

– *поле графика* – это место, где расположены графические образы.

Поле графика характеризуется размерами и пропорциями. Размер зависит от назначения графика, а что касается пропорции, то наиболее часто графики представляют в виде прямоугольников, а также квадратов. В практике используется соотношение сторон графиков от 1:1,33 до 1:1,5, если вертикальную сторону принять за 1.

В каждом графике различают:

– пространственные ориентиры, определяющие размещение геометрических знаков на поле;

– масштабные ориентиры, дающие этим знакам количественную определенность;

– экспликацию графика, включающую название и пояснения его отдельных частей.

Экспликация графика – это пояснение его содержания; включает в себя заголовок графика, объяснения масштабных шкал, отдельных элементов графического образа. На графике даются пояснения.

Разновидностью графиков является диаграмма. По способу построения *диаграммы* делятся на линейные, столбиковые, ленточные, круговые, секторные, фигурные и др. Наибольшее применение имеют *линейные диаграммы*. Для их построения применяется система прямоугольных координат. На оси абсцисс откладываются показатели времени (варианты), а на оси ординат – величина изучаемого показателя (рис. 1).

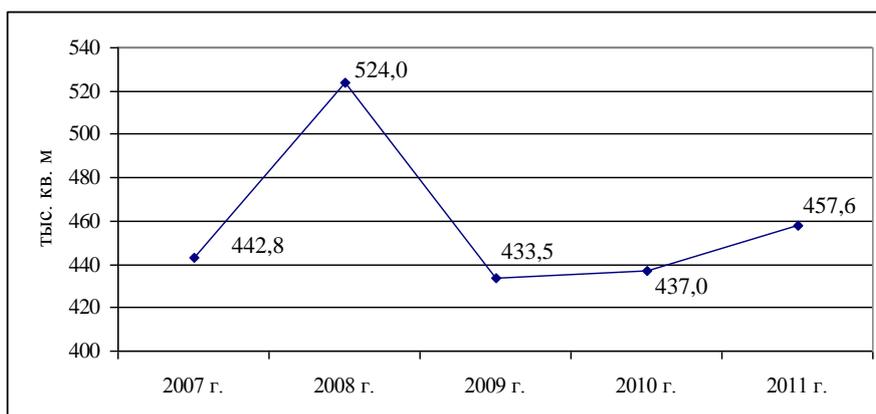


Рис. 1. Динамика ввода в действие жилой площади в Томской области за 2007–2011 гг.

Динамика социально-экономических показателей может быть представлена *столбиковыми диаграммами* (рис. 2) или комбинацией линейной и столбиковой диаграмм (рис. 3).

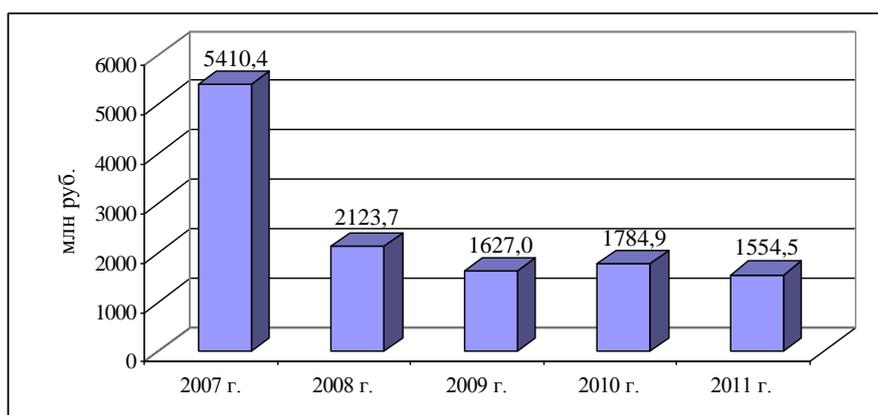


Рис. 2. Динамика инвестиций в основной капитал строительных организаций области за 2007–2011 гг.

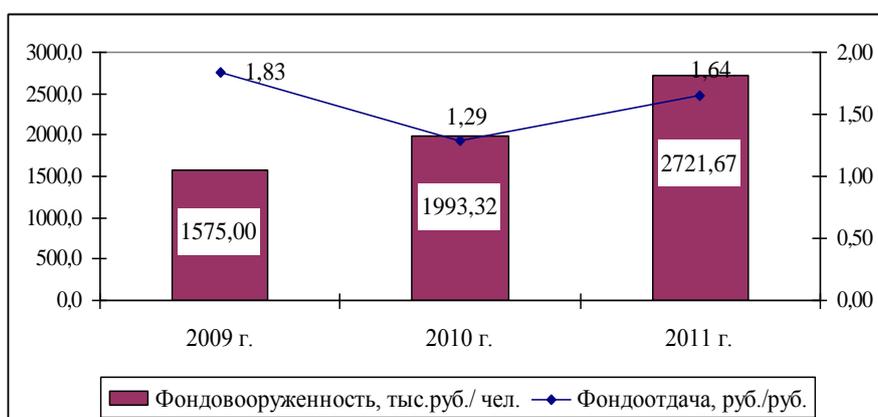


Рис. 3. Динамика фондовооруженности рабочих и фондоотдачи за 2009–2011 гг.

Для изображения структуры изучаемых явлений применяются *столбиковые* (изображаются в виде прямоугольников (столбиков), высота которых соответствует значению показателя) или *секторные диаграммы* (рис. 4, 5).

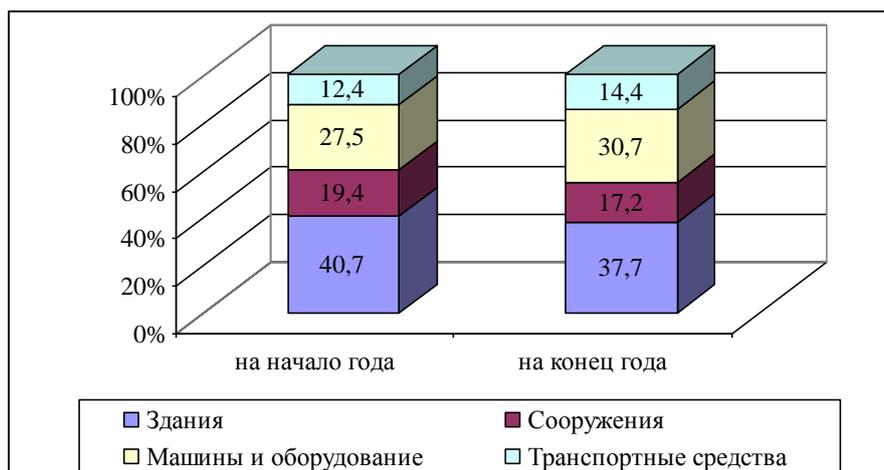


Рис. 4. Динамика структуры основных фондов предприятия

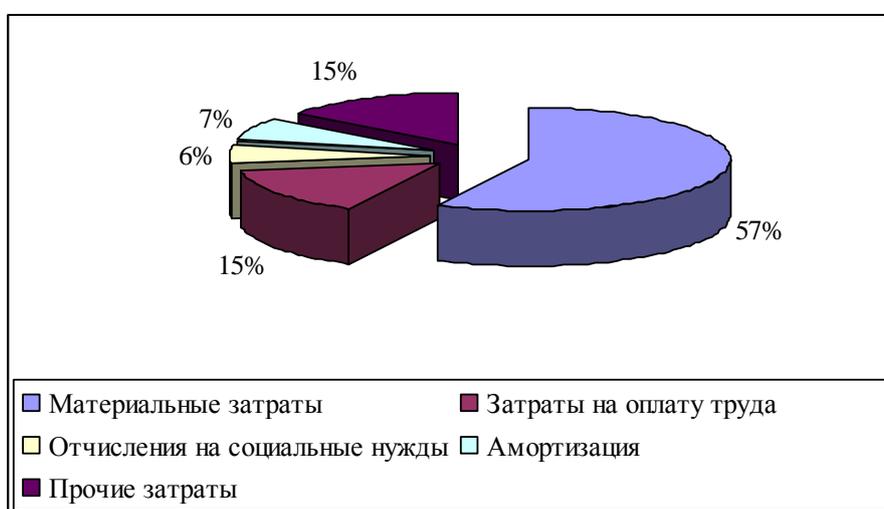


Рис. 5. Структура себестоимости продукции

Картограммы и картодиаграммы используются для наглядного изображения показателей, характеризующих отдельные территории (рис. 6). Картограммы и картодиаграммы применяются для изображения географической характеристики изучаемых явлений. Они показывают размещение изучаемого явления, его интенсивность на определенной территории – в республике, области, экономическом или административном районе и т. д. На картограмме распределение изучаемого признака по территории изображается условными знаками (точками, штриховкой, цветом и т. д.), соответствующими определенным интервалам значений величины этого признака.

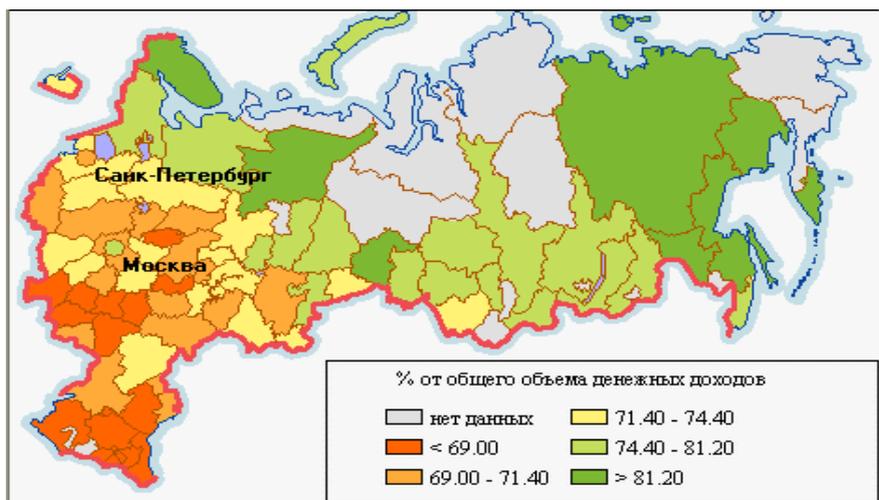


Рис. 6. Оплата труда по регионам РФ

Задачи для решения

Задача 2.1. Разработать макет статистической таблицы, характеризующей зависимость успеваемости студентов группы от посещаемости занятий и времени самостоятельной работы. Указать:

- 1) к какому виду таблицы относится макет;
- 2) название и вид разработки подлежащего и сказуемого;
- 3) группировочные признаки.

Задача 2.2. Разработать макеты таблиц для статистической характеристики населения Российской Федерации:

- 1) по полу и возрасту;
- 2) образованию.

Задача 2.3. Разработать макеты таблиц для статистической характеристики:

- 1) деятельности коммерческих банков;
- 2) деятельности страховых компаний.

Задача 2.4. Ввод в действие жилых домов в одной из областей в отчетном году характеризуется данными табл. 9.

Таблица 9

Ввод в действие жилых домов, млн м ²			
I кв.	II кв.	III кв.	IV кв.
50	52	55	51

Требуется построить линейную диаграмму, отражающую динамику.

Задача 2.5. Ввод в действие (в эксплуатацию) зданий в области по их видам в 2010 г. характеризуется данными табл. 10.

Таблица 10

Показатель	Количество зданий, ед.
Введено в действие зданий	1327
В том числе:	
жилого назначения	1266
нежилого назначения	61

Требуется построить секторную диаграмму, отражающую структуру введенной в действие площади.

3. Классификация и правила построения статистических показателей

Статистическое исследование, независимо от его масштаба и целей, всегда завершается расчетом и анализом различных по виду и форме выражения статистических показателей.

Статистический показатель представляет собой количественную характеристику социально-экономических явлений и процессов в условиях качественной определенности. Все используемые в статистической практике показатели по форме выражения классифицируются на абсолютные и относительные.

Абсолютные показатели отражают физические размеры изучаемых статистикой процессов и явлений, а именно: их массу, площадь, объем, протяженность, временные характеристики, а также могут представлять объем совокупности, т. е. число составляющих ее единиц. К абсолютным показателям, например, относятся площадь территории страны, объем промышленного производства, эксплуатационная длина железнодорожных путей сообщения, число предприятий отрасли и т. п.

Абсолютные статистические показатели всегда являются именованными числами. В зависимости от социально-экономической сущности исследуемых явлений, их физических свойств они выражаются в натуральных, стоимостных или трудовых единицах измерения.

В международной практике используются такие натуральные единицы измерения, как тонны, килограммы, квадратные, кубические и простые метры, километры, мили, литры, баррели, штуки и т. д.

В группу натуральных также входят условно-натуральные измерители, которые используются в тех случаях, когда какой-либо продукт имеет несколько разновидностей и общий объем можно определить только исходя из общего для всех разновидностей потребительского свойства. Перевод в условные единицы измерения осуществляется на основе специальных коэффициентов, рассчитываемых как отношение потребительских свойств отдельных разновидностей продукта к эталонному значению.

Пример 2.

В апреле отчетного года в РФ было добыто 23,8 млн т нефти. Зная теплоту сгорания нефти, равную 45,0 мДж/кг, рассчитаем коэффициент перевода в условное топливо, имеющее теплоту сгорания 29,3 мДж/кг: $45 : 29,3 = 1,536$. С учетом данного коэффициента добытый объем нефти эквивалентен $23,8 \cdot 1,536 = 36,6$ млн т условного топлива.

В условиях рыночной экономики особое значение имеют стоимостные единицы измерения, позволяющие дать денежную оценку социально-экономическим объектам.

К трудовым единицам измерения, позволяющим учитывать как общие затраты труда на предприятии, так и трудоемкость отдельных операций технологического процесса, относятся человеко-дни и человеко-часы.

В статистической практике для аналитических целей широко применяются относительные показатели. **Относительный показатель** представляет собой результат деления одного абсолютного показателя на другой и выражает соотношение между количественными характеристиками социально-экономических процессов и явлений. Поэтому по отношению к абсолютным показателям относительные показатели, или показатели в форме относительных величин, являются вторичными.

При расчете относительного показателя абсолютный показатель, находящийся в числителе получаемого отношения, называется текущим, или сравниваемым. Показатель, с которым производится сравнение и который находится в знаменателе, называется основанием, или базой сравнения. Таким образом, рассчитываемый относительный показатель указывает, во сколько раз сравниваемый абсолютный показатель больше базисного или какую долю он составляет от базисного показателя, или сколько единиц первого приходится на 1, 100, 1000 и т. д. единиц второго. Относительный показатель может выражаться в коэффициентах, процентах, промилле, продецимилле или быть именованным числом.

Все используемые на практике относительные статистические показатели можно подразделить на следующие виды: показатели динамики, плана, реализации плана, структуры, координации, интенсивности и уровня экономического развития, сравнения.

Относительный показатель *динамики* (ОПД) представляет собой отношение уровня исследуемого процесса или явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) и уровня этого же процесса или явления в прошлом:

$$\text{ОПД} = \frac{\text{Текущий уровень}}{\text{Базисный уровень}}. \quad (3)$$

Рассчитанная таким образом величина показывает, во сколько раз текущий уровень превышает предшествующий (базисный) или какую долю от последнего он составляет. Данный показатель может быть выражен кратным отношением или переведен в проценты.

Различают относительные показатели динамики с постоянной и переменной базой сравнения. Если сравнение осуществляется с одним и тем же базисным уровнем, например первым годом рассматриваемого периода, получают относительные показатели динамики с постоянной базой (базисные). При расчете относительных показателей динамики с переменной базой (цепных) сравнение осуществляется с предшествующим уровнем, т. е. основание относительной величины последовательно меняется. Относительные показатели динамики с переменной и постоянной базой сравнения взаимосвязаны между собой следующим образом: произведение всех относительных показателей с переменной базой равно относительному показателю с постоянной базой за исследуемый период.

Все субъекты финансово-хозяйственной деятельности (от небольших индивидуальных частных предприятий и до крупных корпораций) в той или иной степени осуществляют как текущее, так и стратегическое планирование, а также сравнивают реально достигнутые результаты с ранее намеченными. Для этой цели используются относительные показатели *планового задания* (ОППЗ) и *выполнения плана* (ОПВП):

$$\text{ОППЗ} = \frac{\text{Уровень, планируемый на отчетный период}}{\text{Уровень, достигнутый в базисном периоде}}; \quad (4)$$

$$\text{ОПВП} = \frac{\text{Уровень, достигнутый в отчетном периоде}}{\text{Уровень, планированный на отчетный период}}. \quad (5)$$

ОППЗ показывает, во сколько раз намечаемый объем производства превысит достигнутый уровень или сколько процентов от этого уровня составит. Второй показатель отражает фактический объем производства в процентах или коэффициентах по сравнению с плановым уровнем.

Между относительными показателями плана, реализации плана и динамики существует следующая взаимосвязь:

$$\text{ОПЗ} \cdot \text{ОПВП} = \text{ОПД}. \quad (6)$$

Пример 3.

Объем строительно-монтажных работ (СМР) компании в базисном году составил 2,0 млрд руб. Исходя из проведенного анализа складывающихся тенденций, руководство компании считало реальным в следующем году довести объем СМР до 2,8 млрд руб. Однако фактически объем СМР компании в отчетном году составил 2,6 млрд руб.

В этом случае

$$\text{ОПЗ} = \frac{2,8}{2,0} 100 \% = 140 \%$$

Таким образом, в отчетном году компания планировала увеличить объем СМР на 40 %.

$$\text{ОПВП} = \frac{2,6}{2,8} 100 \% = 92,9 \%$$

что свидетельствует о невыполнении плана по росту объема работ в отчетном году на 7,1 %.

$$\text{ОПД} = 1,4 \cdot 0,929 \cdot 100 \% = 130 \% \text{ или } \text{ОПД} = \frac{2,6}{2,0} 100 \% = 130 \%$$

т. е. фактически оборот фирмы в отчетном году увеличился по сравнению с объемом СМР базисного года на 30 %.

Относительный показатель *структуры* (d) представляет отношение структурных частей изучаемого объекта и их целого:

$$d = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель по всей совокупности в целом}}. \quad (7)$$

Выражается относительный показатель структуры в долях единицы или в процентах. Рассчитанные величины, соответственно называемые долями или удельными весами, показывают, какой долей обладает или какой удельный вес имеет та или иная часть в общем итоге.

Относительный показатель *координации* (ОПК) представляет собой отношение одной части совокупности к другой части этой же совокупности:

$$\text{ОПК} = \frac{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий часть совокупности, выбранную в качестве базы сравнения}}. \quad (8)$$

При этом в качестве базы сравнения выбирается та часть, которая имеет наибольший удельный вес или является приоритетной с экономической, социальной или какой-либо другой точки зрения. В результате

получают, во сколько раз данная часть больше базисной или сколько процентов от нее составляет, или сколько единиц данной структурной части приходится на 1 единицу (иногда – на 100, 1000 и т. д. единиц) базисной структурной части.

Относительный показатель *интенсивности* (ОПИ) характеризует степень распространения изучаемого процесса или явления и представляет собой отношение исследуемого показателя к размеру присущей ему среды:

$$\text{ОПИ} = \frac{\text{Показатель, характеризующий явление А}}{\text{Показатель, характеризующий среду распространения явления А}}. \quad (9)$$

Данный показатель получают сопоставлением разноименных, но взаимосвязанных величин. Поэтому наиболее часто он представляет собой именованную величину, но может быть выражен и в процентах, промилле, продецимилле.

Пример 4.

Ввод в действие жилых домов и среднегодовая численность населения в отчетном году в области характеризуются данными, представленными в табл. 11.

Таблица 11

Показатель	Значение
Введено в действие жилых домов, тыс. м ² общей площади	
Всего	374,5
В том числе:	
в городах и поселках городского типа	338,5
в сельской местности	36,0
Численность населения, тыс. чел.	1033,6

На основе данных, приведенных в табл. 11, определяем показатели структуры:

$$d_r = \frac{338,5}{374,5} 100 \% = 90,39 \% \text{ – доля жилых домов, введенных в действие}$$

в городах и поселках городского типа;

$$d_c = \frac{36,0}{374,5} 100 \% = 100 - 90,39 = 9,61 \% \text{ – доля жилых домов, введенных в}$$

действие в сельской местности.

Сравнивая площадь, введенную в действие в сельской местности и

в городской, получим относительный показатель координации

$$\text{ОПК} = \frac{36,0}{338,5} 100 \% = 10,64 \%,$$

свидетельствующий о том, что в сельской местности было введено в действие жилой площади на 89,36 % меньше, чем в городах и поселках городского типа.

Сопоставляя объем введенной в эксплуатацию жилой площади со среднегодовой численностью населения области, получаем, что на 1000 человек приходится

$$\text{ОПИ} = \frac{374,5}{1033,6} 1000 = 362,33 \text{ м}^2$$

общей жилой площади.

Относительный показатель *сравнения* (ОПС) представляет собой соотношение одного и того же абсолютного показателя, характеризующего разные объекты (предприятия, фирмы, районы, области, страны и т. п.):

$$\text{ОПС} = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект А}}{\text{Показатель, характеризующий объект Б}}. \quad (10)$$

Пример 5.

На начало текущего года операции с ГКО проводили в Москве 108, в Новосибирске 16 и в Санкт-Петербурге 13 официальных дилеров. Таким образом, в Москве дилеров было в 6,8 раза больше, чем в Новосибирске $\left(\text{ОПС} = \frac{108}{16} \right)$,

и в 8,3 раза больше, чем в Санкт-Петербурге $\left(\text{ОПС} = \frac{108}{13} \right)$.

Задачи для решения

Задача 3.1. По региону имеются данные о вводе в эксплуатацию жилой площади (табл. 12).

Таблица 12

Вид жилых домов	Введено в эксплуатацию, тыс. м ²	
	Прошлый год	Отчетный год
Кирпичные	5000	5100
Панельные	2800	2500
Коттеджи	200	800

Определить динамику ввода в эксплуатацию жилой площади по

каждому виду жилых домов и в целом по региону.

Определить структуру введенной в эксплуатацию жилой площади в прошлом и отчетном годах (расчет с точностью до 0,1 %).

Задача 3.2. По предприятию за отчетный год данные о выпуске продукции представлены в табл. 13.

Таблица 13

Вид продукции	План на I кв., тыс. т	Фактический выпуск, тыс. т		
		Январь	Февраль	Март
Сталь	335	110	115	108
Прокат	255	75	90	100

Определить процент выполнения квартального плана по выпуску каждого вида продукции и средний по двум видам продукции процент выполнения плана при условии, что цены на продукцию равны 25 д. е. и 34 д. е. за тонну соответственно.

Задача 3.3. По предприятию имеются данные о выпуске продукции за год (табл. 14).

Таблица 14

№ предп.	Фактический выпуск продукции, млн руб.	Выполнение плана, %
1	29,4	105,0
2	42,6	100,0
3	24,0	96,0

Определить процент выполнения плана выпуска продукции в целом по фирме.

Задача 3.4. По плану предприятия объем производства продукции в отчетном году должен возрасти по сравнению с прошлым годом на 2,5 %. План по объему производства продукции перевыполнен в отчетном году на 3,0 %. Определить фактический объем производства продукции в отчетном году, если известно, что объем продукции в прошлом году составил 25 300 тыс. руб.

Задача 3.5. Выручка строительной организации за два года по основным видам деятельности представлена в табл. 15. Рассчитать и проанализировать структуру выручки строительной организации за каждый год, изменение в структуре, определить абсолютное и относительное

изменения выручки (в т. ч. по видам деятельности).

Таблица 15

Виды деятельности	Выручка, тыс. руб.	
	2010 г.	2011 г.
Сдача имущества в аренду	280 836	271 120
Реализация энергоресурсов	62 666	66 858
Реализация объектов недвижимости	608 326	1 034 969
Другие	90 687	1600

Задача 3.6. Предприятие перевыполнило план по объему реализации продукции в отчетном году на 3,8 %. Фактическое увеличение реализации продукции в отчетном году по сравнению с предыдущим годом составило 5,6 %. Определить, каково было плановое задание по росту объема реализации продукции.

Задача 3.7. На основании данных табл. 16 об объеме строительно-монтажных работ, выполненных объединением в отчетном году по двум отраслям, рассчитать систему следующих относительных показателей:

- а) планового задания, выполнения плана и динамики;
- б) структуры и координации, считая целым объемом работ, выполненных фактически в отчетном году, а частями – работы, выполненные по отраслям;
- в) интенсивности, определив размер затрат на 1 руб. выполненных работ;
- г) сравнения объема работ, выполненных объединениями в отчетном году.

Таблица 16

Объем работ, млн руб.					Затраты на выполнение работ в отчетном году, тыс. руб.
По плану на отчетный год	Фактически в базовом году	Фактически в отчетном году		Фактически в отчетном году другим объединением	
		Промышленное строительство	Жилищное строительство		
68,2	65,5	28,0	40,6	67,6	46,5

Сделать выводы по результатам расчетов показателей.

4. Средние величины и показатели вариации

4.1. Средние величины

Наиболее распространенной формой статистических показателей, используемой в социально-экономических исследованиях, является *средняя величина*, представляющая собой обобщенную количественную характеристику признака в статистической совокупности в конкретных условиях места и времени. Средняя величина всегда именованная, она имеет ту же размерность, что и признак у отдельных единиц совокупности. В экономических исследованиях и плановых расчетах применяются две категории средних:

- степенные средние;
- структурные средние.

К категории *степенных средних* относятся: средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя квадратическая, средняя геометрическая, средняя квадратическая и т. д. Перечисленные средние объединяются общей формулой при различных значениях m :

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^m}{n}}, \quad (11)$$

где \bar{x} – среднее значение; m – показатель степени средней; x – текущее значение усредняемого признака; n – количество значений признака.

В зависимости от значения показателя степени m различают следующие виды степенных средних:

- при $m = -1$ – средняя гармоническая $\bar{x}_{\text{гар}}$;
- при $m = 0$ – средняя геометрическая \bar{x}_g ;
- при $m = 1$ – средняя арифметическая $\bar{x}_{\text{ар}}$;
- при $m = 2$ – средняя квадратическая $\bar{x}_{\text{кв}}$;
- при $m = 3$ – средняя кубическая $\bar{x}_{\text{куб}}$.

При использовании одних и тех же исходных данных чем больше степень, тем больше значение средней величины:

$$\bar{x}_{\text{гар}} \leq \bar{x}_g \leq \bar{x}_{\text{ар}} \leq \bar{x}_{\text{кв}} \leq \bar{x}_{\text{куб}}. \quad (12)$$

Средняя арифметическая применяется в форме простой средней и взвешенной средней. Средняя арифметическая простая равна простой сумме отдельных значений признака, деленной на общее число этих значений (она применяется в тех случаях, когда имеются несгруппированные индивидуальные значения признака):

$$\bar{x}_{\text{ар}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (13)$$

Пример 6.

Требуется найти среднюю выработку одного рабочего, если известно, сколько деталей изготовил за смену каждый из 15 рабочих, шт.: 21; 20; 20; 19; 21; 19; 18; 22; 19; 20; 21; 20; 18; 19; 20.

Тогда средняя арифметическая простая

$$\begin{aligned} \bar{x}_{\text{ар}} &= \frac{21 + 20 + 20 + 19 + 21 + 19 + 18 + 22 + 19 + 20 + 21 + 20 + 18 + 19 + 20}{15} = \\ &= \frac{297}{15} = 19,8 \approx 20 \text{ шт.} \end{aligned}$$

Средняя из вариантов, которые повторяются различное число раз, т. е. имеют различный вес, называется взвешенной. В качестве весов выступают численности единиц в разных группах совокупности или их удельный вес. Средняя арифметическая взвешенная вычисляется по формуле

$$\bar{x}_{\text{ар}} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{n}, \quad (14)$$

где f_1, f_2, \dots, f_n – веса (частоты повторения одинаковых значений признака).

Пример 7.

По данным табл. 17 рассчитать среднюю по трем предприятиям АО заработную плату.

Определим исходное соотношение средней для показателя «Средняя заработная плата»:

$$\text{ЗП} = \frac{\text{Совокупный фонд заработной платы}}{\text{Общая численность ППП}}. \quad (15)$$

В данном случае средняя заработная плата может быть рассчитана по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x}_{\text{ар}} = \frac{9046 \cdot 540 + 9210 \cdot 275 + 9130 \cdot 458}{540 + 275 + 458} = 9111,65 \text{ руб.}$$

Таблица 17

Предприятие	Численность промышленно-производственного персонала (ППП), чел.	Средняя заработная плата, руб.
1	540	9046
2	275	9210
3	458	9130

Когда статистическая информация не содержит частот f по отдельным вариантам x совокупности, а представлена как их произведение $x \cdot f$, применяется формула *средней гармонической взвешенной*. Обозначим $x \cdot f = w$, откуда $f = w/x$. Подставляя данное выражение в формулу средней арифметической взвешенной, получим

$$\bar{x}_{\text{гар}} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{\frac{w_1}{x_1} + \frac{w_2}{x_2} + \dots + \frac{w_n}{x_n}} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i}{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{x_i}}. \quad (16)$$

Пример 8.

Качество продукции предприятия характеризуется следующими данными за месяц (табл. 18). Определить средний процент брака в целом по предприятию.

Таблица 18

Вид продукции	Доля брака, %	Стоимость бракованной продукции, руб.
А	1,3	2135
В	0,9	3560
С	2,4	980

Расчет средней доли брака выражается соотношением

$$\text{Доля брака} = \frac{\text{Стоимость всей бракованной продукции, руб.}}{\text{Стоимость всей произведенной продукции, руб.}}. \quad (17)$$

Применяя формулу средней гармонической взвешенной, получаем

$$\bar{x}_{\text{гар}} = \frac{2135 + 3560 + 980}{\frac{2135}{0,013} + \frac{3560}{0,009} + \frac{980}{0,024}} 100 \% = \frac{6675}{600619,66} 100 \% = 1,1 \%$$

Структурные средние – мода и медиана – в отличие от степенных средних, которые в значительной степени являются абстрактной характеристикой совокупности, выступают как конкретные величины, совпадающие с вполне определенными вариантами совокупности.

Модой называется значение признака, которое наиболее часто встречается в совокупности (в статистическом ряду). В интервальных рядах распределения с равными интервалами мода вычисляется по формуле (модальный интервал определяется по наибольшей частоте)

$$M_o = x_{m_o} + h \frac{f_{m_o} - f_{m_{o-1}}}{(f_{m_o} - f_{m_{o-1}}) + (f_{m_o} - f_{m_{o+1}})}, \quad (18)$$

где x_{m_o} – нижняя граница модального интервала; h – длина модального интервала; $f_{m_o}, f_{m_{o-1}}, f_{m_{o+1}}$ – частоты в модальном, предыдущем и следующем за модальным интервалах (соответственно).

Медианой называется значение признака, которое расположено в середине упорядоченного (по возрастанию или убыванию) ряда и разделяет этот ряд на две равные по численности части. Если ряд состоит из четного числа членов, то за медиану условно принимают среднюю арифметическую из двух срединных значений.

В интервальных рядах распределения медианное значение оказывается в каком-то из интервалов признака x . Этот интервал характерен тем, что его накопленная сумма частот равна или превышает полусумму всех частот ряда. Значение медианы вычисляется по формуле

$$M_e = x_{m_e} + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{m_{e-1}}}{f_{m_e}}, \quad (19)$$

где x_{m_e} – нижняя граница медианного интервала; h – длина медианного интервала; $\frac{\sum f}{2}$ – половина от общего числа наблюдений; $S_{m_{e-1}}$ – сумма частот, накопленная до начала медианного интервала; f_{m_e} – частота медианного интервала.

Пример 9.

Распределение строительных организаций области по стоимости основных фондов (ОФ) представлено в табл. 19.

Таблица 19

Группы предприятий по стоимости ОФ, млн руб.	Число предприятий (f)	Накопленная частота (S_m)
14–16	2	2
16–18	6	8
18–20	10	18
20–22	4	–
22–24	3	–

Модальным является третий интервал, так как ему соответствует наибольшая частота, равная 10.

Рассчитываем моду:

$$M_o = 18 + 2 \frac{10 - 6}{(10 - 6) + (10 - 4)} = 18,8 \text{ млн руб.}$$

Итак, модальным значением стоимости основных фондов предприятий региона является стоимость, равная 18,8 млн руб. Это означает, что структурное большинство организаций имеют стоимость ОФ в среднем равную 18,8 млн руб.

Медианным также является третий интервал, поскольку соответствующая ему накопленная частота, равная 18, впервые превысила половину суммы всех частот $25 : 2 = 12,5$. Нижняя граница интервала 18 млн руб., его частота 10, частота, накопленная до него, равна 8. Рассчитываем медиану:

$$M_e = 18 + 2 \frac{12,5 - 8}{10} = 18,9 \text{ млн руб.}$$

Полученный результат говорит о том, что из 25 строительных организаций 50 % имеют стоимость основных фондов менее 18,9 млн руб., а 50 % предприятий – более.

4.2. Показатели вариации

Вариация – это различие в значениях какого-либо признака у разных единиц совокупности в один и тот же период или момент времени.

Например, работники фирмы различаются по доходам, затратам времени на работу, росту, весу, любимому занятию в свободное время и т. д.

Вариация возникает в результате того, что индивидуальные значения признака складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов (условий), которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае.

К показателям вариации относятся: *размах вариации, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации.*

Размах вариации R, представляющий собой разность между максимальным и минимальным значениями признака:

$$R = x_{\max} - x_{\min}. \quad (20)$$

Среднее линейное отклонение представляет собой среднюю арифметическую абсолютных значений отклонений отдельных вариантов от

их средней арифметической:

– для несгруппированных данных $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$;

где n – число членов ряда;

– для сгруппированных данных $\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$.

Дисперсия признака представляет собой средний квадрат отклонений вариантов от их средней величины, она вычисляется по формулам простой и взвешенной дисперсий:

– простая дисперсия для несгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}; \quad (21)$$

– взвешенная дисперсия для вариационного ряда

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}. \quad (22)$$

Среднеквадратическое отклонение равно корню квадратному из дисперсии:

– для несгруппированных данных $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$;

– для вариационного ряда $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$.

Среднеквадратическое отклонение – это обобщающая характеристика размеров вариации признака в совокупности; оно показывает, на сколько абсолютных единиц в среднем отклоняются конкретные варианты от их среднего значения.

Коэффициент вариации – показатель изменчивости относительно средней величины, представляющий выраженное в процентах отношение среднеквадратического отклонения к средней арифметической величине:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 \%. \quad (23)$$

Коэффициент вариации используют не только для сравнительной оценки вариации единиц совокупности, но и как характеристику однородности совокупности. Совокупность считается *количественно однородной*, если коэффициент вариации не превышает 33 %.

Пример 10.

Известны данные о сменной выработке рабочих бригады, представленные интервальным рядом распределения (табл. 20).

Таблица 20

Группы рабочих по величине выработки, шт.	Число рабочих (f)	Середина интервала (x)	Расчетные значения	
			$(x \cdot f)$	$(x - \bar{x})^2 f$
170–190	10	180	1800	12960
190–210	20	200	4000	5120
210–230	50	220	11000	800
230–250	20	240	4800	11520
Итого	100	–	21600	30400

Определяем среднесменную выработку:

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{21600}{100} = 216 \text{ шт.}$$

Рассчитываем дисперсию выработки:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{30400}{100} = 304.$$

Находим среднеквадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{304} = 17,44 \text{ шт.}$$

Определяем коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100 = \frac{17,44}{216} 100 = 8 \%$$

Таким образом, данная бригада рабочих достаточно однородна по выработке, поскольку вариация признака составляет лишь 8 %.

4.3. Правило сложения дисперсий

Вариация признака обусловлена различными факторами, некоторые из которых можно выделить, если статистическую совокупность разбить на группы по какому-либо признаку. Тогда, наряду с изучением вариации признака по всей совокупности в целом, становится возможным изучить вариацию для каждой из составляющих ее группы, а также

и между этими группами. В простейшем случае, когда совокупность расчленена на группы по одному фактору, изучение вариации достигается посредством исчисления и анализа трех видов дисперсий: общей, межгрупповой и внутригрупповой.

Общая дисперсия σ^2 измеряет вариацию признака по всей совокупности под влиянием всех факторов, обусловивших эту вариацию. Она равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака x от общей средней \bar{x} и может быть вычислена как *простая* или *взвешенная дисперсия*:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad \text{или} \quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}. \quad (24)$$

Межгрупповая дисперсия δ^2 характеризует систематическую вариацию результативного признака, обусловленную влиянием признака-фактора, положенного в основание группировки. Она равна среднему квадрату отклонений групповых средних \bar{x}_i от общей средней \bar{x} :

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}, \quad (25)$$

где f – численность единиц в группе.

Внутригрупповая (частная) дисперсия σ_i^2 отражает часть вариации, обусловленную влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основание группировки. Она равна среднему квадрату отклонений отдельных значений признака внутри группы x от средней арифметической этой группы \bar{x}_i и может быть вычислена как *простая* или как *взвешенная дисперсия* соответственно:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2}{n} \quad \text{или} \quad \sigma_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_i)^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}. \quad (26)$$

На основании внутригрупповой дисперсии по каждой группе, т. е. на основании σ_i^2 , можно определить общую *среднюю из внутригрупповых дисперсий*:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}. \quad (27)$$

Согласно *правилу сложения дисперсий* общая дисперсия равна

сумме средней из внутригрупповых и межгрупповой дисперсий:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \delta^2. \quad (28)$$

Пользуясь правилом сложения дисперсий, можно всегда по двум известным дисперсиям определить третью – неизвестную, а также судить о силе влияния группировочного признака.

Пример 11.

При изучении влияния квалификации рабочих на уровень производительности труда в цехе были получены данные, представленные в табл. 21.

В примере данные группируются по тарифному разряду рабочих, являющемуся факторным признаком x .

1. Для расчета групповых дисперсий исчисляем средние выработки по каждой группе и общую среднюю выработку:

– по I группе $\bar{y}_1 = \frac{60}{6} = 10$ шт.;

– по II группе $\bar{y}_2 = \frac{60}{4} = 15$ шт.;

– по двум группам $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{y}_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{10 \cdot 6 + 15 \cdot 4}{10} = 12$ шт.

Таблица 21

№ п/п	Рабочие IV разряда			№ п/п	Рабочие V разряда		
	Выработка рабочего, шт., y	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$		Выработка рабочего, шт., y	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$
1	7	-3	9	1	14	-1	1
2	9	-1	1	2	14	-1	1
3	9	-1	1	3	15	0	0
4	10	0	0	4	17	-2	4
5	12	2	4				
6	13	3	9				
Σ	60	–	24	Σ	60	–	6

Данные для расчета дисперсий по группам приведены в табл. 21. По данным определяем:

– по первой группе: $\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}{n} = \frac{24}{6} = 4;$

– по второй группе: $\sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}{n} = \frac{6}{4} = 1,5$.

Внутригрупповые дисперсии показывают вариации выработки в каждой группе, вызванные всеми возможными факторами, кроме различий в квалификационном разряде.

2. Рассчитываем среднюю из внутригрупповых дисперсий:

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{4 \cdot 6 + 1,5 \cdot 4}{10} = 3.$$

Средняя из внутригрупповых дисперсий отражает вариацию выработки, обусловленную всеми факторами, кроме квалификации рабочих.

3. Исчисляем межгрупповую дисперсию:

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{(10-12)^2 \cdot 6 + (15-12)^2 \cdot 4}{6+4} = 6.$$

Межгрупповая дисперсия характеризует вариацию групповых средних, обусловленную различиями групп рабочих по квалификационному разряду.

4. Исчисляем общую дисперсию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n} = \frac{(7-12)^2 + (9-12)^2 + \dots + (17-12)^2}{10} = 9.$$

Общая дисперсия отражает суммарное влияние всех возможных факторов на общую вариацию среднечасовой выработки изделий всеми рабочими цеха.

Суммирование средней величины из внутригрупповых дисперсий и межгрупповой дисперсии дает, согласно правилу, общую дисперсию:

$$\sigma^2 = \bar{\sigma}_i^2 + \delta^2 = 6 + 3 = 9.$$

Задачи для решения

Задача 4.1. По двум цехам имеются данные о распределении рабочих по уровню месячной заработной платы за апрель (табл. 21):

Таблица 21

Месячная заработная плата, руб.	Число рабочих	
	Цех № 1	Цех № 2
8000–8200	32	17
8200–8400	36	40
8400–8600	150	220
8600–8800	70	110
8800–8000	32	83

Определить, в каком цехе и на сколько процентов была выше средняя заработная плата рабочих.

Задача 4.2. Имеются данные об экспорте продукции (табл. 22):

Таблица 22

Вид продукции	Удельный вес продукции на экспорт, %	Стоимость продукции на экспорт, тыс. руб.
Железобетон	60,0	32100
Раствор	32,0	62500

Определить средний удельный вес продукции на экспорт.

Задача 4.3. Цехом произведены бракованные детали в трех партиях: в первой – 90 шт., что оставило 3 % от общего числа деталей; во второй – 140 шт., или 2,8 %; в третьей – 160 шт., или 2,0 %. Определить средний процент бракованных деталей.

Задача 4.4. Имеются данные о распределении рабочих трех бригад по дневной выработке продукции (табл. 23). Вычислить: среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую и общую дисперсии. Проверить правильность расчетов с помощью правила сложения дисперсий.

Таблица 23

Группы рабочих по дневной выработке продукции, тыс. шт.	Число рабочих по бригадам, чел.		
	Первая	Вторая	Третья
40–50	2	4	5
50–60	4	1	2
60–70	1	6	4
70–80	5	3	2

Задача 4.5. По данным табл. 24 необходимо построить ряды распределения 20 строительных компаний:

а) по размеру балансовой прибыли,
 б) по количеству работающих, определив число групп по формуле Стерджесса.

По полученным рядам распределения определить:

- а) прибыль в среднем на одну компанию;
 б) количество работающих в среднем на одну компанию;
 в) модальное и медианное значение прибыли;
 г) модальное и медианное значение количества работающих на предприятиях;
 д) дисперсию и среднеквадратическое отклонение прибыли и количества работающих;
 е) среднее линейное отклонение прибыли и количества работающих;
 ж) коэффициент вариации балансовой прибыли и количества работающих.

Таблица 24

№ п/п	Балансовая прибыль в отчетном году, млрд руб.	Количество работающих, тыс. чел.
1	218,5	18,6
2	290,7	9,1
3	157,1	17,4
4	91,7	6,4
5	270,3	26,0
6	142,1	6,4
7	76,9	15,0
8	138,7	15,7
9	107,6	10,9
10	262,2	7,6
11	314,3	9,7
12	190,0	20,6
13	269,2	13,2
14	131,2	6,3
15	200,9	11,6
16	300,9	5,6
17	439,9	6,4
18	243,7	11,5
19	261,7	5,5
20	136,1	17,5

5. Экономические индексы

Индексы относятся к важнейшим обобщающим показателям. Слово «индекс» (index) в переводе с латинского буквально означает указатель, показатель. Обычно этот термин используется для обобщающей характеристики изменений.

Индексом в статистике называют относительный показатель, характеризующий изменение величины какого-либо явления (простого или сложного, состоящего из соизмеримых или несоизмеримых элементов) во времени, пространстве или по сравнению с любым эталоном (нормативом, планом, прогнозом и т. д.).

Когда рассматривается сопоставление уровней изучаемого явления во времени, то говорят *об индексах динамики*, в пространстве – *о территориальных индексах*, при сопоставлении с уровнем, например, договорных обязательств – *об индексах выполнения обязательств* и т. д.

Основным элементом индексного отношения является индексируемая величина.

Индексируемая величина – значение признака статистической совокупности, изменение которой является *объектом* изучения.

С помощью индексов решаются следующие основные задачи:

- определяются средние изменения сложных, непосредственно несоизмеримых совокупностей во времени;
- оценивается средняя степень выполнения плана по совокупности в целом или ее части;
- устанавливаются средние соотношения сложных явлений в пространстве;
- определяется роль отдельных факторов в общем изменении сложных явлений во времени или в пространстве и, в частности, изучается влияние структурных сдвигов.

Индексы классифицируют по трем признакам:

- по содержанию изучаемых объектов;
- степени охвата элементов совокупности;
- методам расчета общих индексов.

По содержанию изучаемых величин индексы разделяют на индексы количественных (объемных) и индексы качественных показателей.

Индексы количественных показателей – индексы физического объема промышленной и сельскохозяйственной продукции, физического объема розничного товарооборота, национального дохода, потребления продаж иностранной валюты и др. Все индексируемые показатели этих

индексов являются *объемными*, поскольку они характеризуют *общий, суммарный размер (объем)* того или иного явления и выражаются абсолютными величинами. При расчете таких индексов количества оцениваются в *одинаковых, сопоставимых ценах*.

Индексы качественных показателей – индексы курса валют, цен, себестоимости, производительности труда, заработной платы, урожайности и др. Индексируемые показатели этих индексов характеризуют *уровень явления в расчете на ту или иную единицу совокупности*: цена за единицу продукции, себестоимость единицы продукции, выработка в единицу времени (или на одного работника), заработная плата одного работника, урожайность с одного гектара и т. д. Такие показатели называются *качественными*. Они носят расчетный, вторичный характер. Качественные показатели измеряют не общий объем, а *интенсивность, эффективность* явления или процесса. Как правило, они являются либо *средними*, либо *относительными* величинами. Расчет таких индексов производится на базе *одинакового, неизменного количества продукции*.

По степени охвата единиц совокупности индексы делятся на два класса: *индивидуальные* и *общие*.

Индивидуальные индексы служат для характеристики изменения отдельных элементов сложного явления (например, изменение объема выпуска телевизоров определенной марки, рост или падение цен на акции в каком-либо акционерном обществе и т. д.).

Общий индекс отражает изменение всех элементов сложного явления. При этом под *сложным явлением* понимают такую статистическую совокупность, отдельные элементы которой непосредственно не подлежат суммированию (физический объем продукции, включающий разноименные товары, цены на разные группы продуктов).

По методам расчета (общих и групповых индексов) различают индексы агрегатные и средние, исчисление которых и составляет особый прием исследования, именуемый *индексным методом*.

Индексный метод имеет свою терминологию и символику. Каждая индексируемая величина имеет обозначение:

q – количество (объем) какого-либо продукта в натуральном выражении;

p – цена единицы товара (от латинского слова pretium);

z – себестоимость единицы продукции;

t – затраты времени на производство единицы продукции (трудоемкость);

w – выработка продукции в стоимостном выражении на одного работника или в единицу времени;

T – общие затраты времени ($T = tq$);

pq – общая стоимость произведенной продукции данного вида или проданных товаров данного вида (товарооборот, выручка);

zq – затраты на производство всей продукции.

Чтобы различать, к какому периоду относятся индексируемые величины, принято возле символа индекса внизу справа ставить подстрочные знаки: 1 – для сравниваемых (текущих, отчетных) периодов и 0 – для периодов, с которыми производится сравнение (базисных периодов). Если изменение явлений изучается за ряд периодов, то каждый из периодов обозначается соответственно подстрочными знаками 0, 1, 2, 3 и т. д.

Индивидуальные индексы обозначаются буквой i и снабжаются подстрочным знаком индексируемого показателя: так, i_q – индивидуальный индекс объема произведенной продукции отдельного вида или количества (объема) проданного товара данного вида, i_p – индивидуальный индекс цены и т. д.

Общий индекс обозначается буквой I и также сопровождается подстрочным знаком индексируемого показателя: I_p – общий индекс цен; I_z – общий индекс себестоимости и т. д.

Индивидуальные индексы относятся к одному элементу (явлению) и не требуют суммирования данных. Они представляют собой *относительные величины динамики, выполнения обязательств, сравнения*. Выбор базы сравнения определяется целью исследования.

Индивидуальные индексы определяют вычислением отношения двух индексируемых величин, например:

1. *Индивидуальный индекс физического объема* $i_q = \frac{q_1}{q_0}$,

где q_1 , q_0 – количество (объем) произведенного одноименного товара в текущем (отчетном) и базисном периодах соответственно.

2. *Индивидуальный индекс цен* $i_p = \frac{p_1}{p_0}$,

где p_1 , p_0 – цена единицы одноименной продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

3. *Индивидуальный индекс стоимости* $i_{pq} = \frac{p_1q_1}{p_0q_0}$,

где p_1q_1 , p_0q_0 – стоимость продукции в отчетном и базисном периодах соответственно.

Между индексами существует взаимосвязь вида

$$i_{pq} = i_p \cdot i_q. \quad (30)$$

Индивидуальные индексы других показателей строятся аналогично.

Общие индексы могут быть построены двумя способами: как *агрегатные* и как *средние из индивидуальных*. Последние в свою очередь делятся на *средние арифметические* и *средние гармонические*. Агрегатные индексы *качественных* показателей могут быть рассчитаны как *индексы переменного состава* и *индексы постоянного (фиксированного) состава*. В индексах переменного состава сопоставляются показатели, рассчитанные на базе изменяющихся структур явлений, в индексах постоянного состава – на базе неизменной структуры явлений.

Общие индексы в *агрегатной форме* рассчитываются по товарной группе:

1. *Общий индекс физического объема* показывает, во сколько раз (на сколько процентов) изменился физический объем продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (31)$$

Абсолютное изменение стоимости продукции в результате изменения физического объема продукции вычисляется как разность между числителем и знаменателем индекса:

$$\Delta_{pq}^q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0. \quad (32)$$

2. *Общий индекс цен* показывает, во сколько раз (на сколько процентов) изменился уровень цен в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \text{ (форма Пааше)}. \quad (33)$$

Абсолютное изменение стоимости продукции в результате изменения уровня цен вычисляется как разность между числителем и знаменателем индекса:

$$\Delta_{pq}^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1. \quad (34)$$

3. *Общий индекс стоимости продукции* показывает, во сколько раз (на сколько процентов) изменилась стоимость продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}. \quad (35)$$

Общее абсолютное изменение стоимости продукции вычисляется как разность между числителем и знаменателем индекса:

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0. \quad (36)$$

Между индексами и соответствующими абсолютными изменения-

ми существует взаимосвязь вида:

– $I_{pq} = I_p \cdot I_q$ – мультипликативная модель;

– $\Delta_{pq} = \Delta_{pq}^p + \Delta_{pq}^q$ – аддитивная модель.

Общие индексы других показателей строятся аналогично.

Пример 12.

Имеются данные о выпуске продукции на предприятии и ценах на нее (табл. 25).

Таблица 25

Продукция	Выпуск, тыс. ед.		Цена за единицу, тыс. руб.	
	I кв.	II кв.	I кв.	II кв.
	q_0	q_1	p_0	p_1
БП-1	18	15	12	12
БП-2	22	27	11	10
БП-3	20	24	9	7

Общий индекс цен

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{12 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 7 \cdot 24}{12 \cdot 15 + 11 \cdot 27 + 9 \cdot 24} = \frac{618}{693} = 0,892 \text{ или } 89,2 \%$$

Следовательно, по данной товарной группе цены во II кв. по сравнению с I кв. снизились в среднем на 10,8 %.

Абсолютная изменение стоимости продукции (экономия) в результате снижения цен

$$\Delta_{pq}^p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 618 - 693 = -75 \text{ тыс. руб.}$$

Индекс физического объема реализации

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{12 \cdot 15 + 11 \cdot 27 + 9 \cdot 24}{12 \cdot 18 + 11 \cdot 22 + 9 \cdot 20} = \frac{693}{638} = 1,086 \text{ или } 108,6 \%$$

т. е. физический объем реализации увеличился в среднем на 8,6 %.

Абсолютное изменение стоимости продукции в результате роста объема

$$\Delta_{pq}^q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 693 - 638 = 55 \text{ тыс. руб.}$$

Индекс стоимости продукции

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{12 \cdot 15 + 10 \cdot 27 + 7 \cdot 24}{12 \cdot 18 + 11 \cdot 22 + 9 \cdot 20} = \frac{618}{638} = 0,969 \text{ или } 96,9 \%$$

т. е. стоимость продукции в целом по товарной группе в текущем периоде по сравнению с базисным уменьшилась в среднем на 3,1 %.

Общее абсолютное изменение стоимости продукции

$$\Delta_{pq} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 618 - 638 = -20 \text{ тыс. руб.}$$

Взаимосвязь показателей:

$$- I_{pq} = I_p \cdot I_q = 0,892 \cdot 1,086 = 0,969 ;$$

$$- \Delta_{pq} = \Delta_{pq}^p + \Delta_{pq}^q = -75 + 55 = -20 \text{ тыс. руб.}$$

Агрегатный способ исчисления общих индексов в статистике является основным, однако применяется и другой способ расчета общих индексов как средних из соответствующих индивидуальных индексов. К исчислению таких **средневзвешенных индексов** прибегают тогда, когда имеющаяся в распоряжении информация не позволяет рассчитать общий агрегатный индекс. Так, если неизвестны количества произведенных отдельных видов продукции в натуральных измерителях, но известны индивидуальные индексы i_q и стоимость продукции базисного периода $p_0 q_0$, можно определить *средний арифметический индекс физического объема продукции*:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}. \quad (37)$$

В тех случаях, когда неизвестны отдельные значения p_1 и q_1 , но даны их произведение $p_1 q_1$ и индивидуальные индексы цен i_p , применяется *средний гармонический индекс цен*

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}. \quad (38)$$

Пример 13.

По данным табл. 26 получить сводную оценку среднего изменения цен.

Таблица 26

Вид продукции	Реализация в 2011 г., тыс. руб.	Изменение цен в 2011 г. по сравнению с 2010 г., %
	$p_1 q_1$	$(i_p - 1) 100\%$
Сборный железобетон	23000	4,0
Плита пустотного настила	21000	2,3
Товарный бетон	29000	-0,8
Итого	73000	—

Вычисляем средний гармонический индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} = \frac{73000}{\frac{23000}{1,040} + \frac{21000}{1,023} + \frac{29000}{0,992}} = 1,016 \text{ или } 101,6 \%$$

Цены по данной товарной группе выросли в среднем на 1,6 % в 2011 г. по сравнению с 2010 г.

Пример 14.

По данным табл. 27 охарактеризовать среднее изменение физического объема реализации по товарной группе керамзитобетона.

Таблица 27

Вид продукции	Реализация в базисном периоде, тыс. руб.	Изменение физического объема реализации в текущем периоде по сравнению с базисным, %
	$p_0 q_0$	$(i_q - 1)100\%$
М-75	46000	-6,4
М-100	27000	-8,2
М-150	51000	1,3
Итого	124000	—

Вычисляем средний арифметический индекс объема:

$$I_q = \frac{\sum i_q q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{0,936 \cdot 46000 + 0,918 \cdot 27000 + 1,013 \cdot 51000}{124000} = 0,964 \text{ или } 96,4 \%$$

Физический объем реализации продукции снизился в среднем на 3,6 %.

На динамику качественных показателей, уровни которых выражены **средними величинами**, оказывает влияние изменение структуры изучаемого явления. Под *изменением структуры явления* здесь понимают изменение доли отдельных единиц совокупности, из которых формируются средние, в общей их численности. Следовательно, на изменение среднего значения показателя могут оказывать воздействие одновременно два фактора: *изменение значений усредняемого показателя* и *изменение структуры явления*. Задача определения степени влияния этих факторов решается путем построения системы взаимосвязанных индексов, в которую включаются три индекса: *переменного состава*, *постоянного состава* и *структурных сдвигов*.

1. *Индекс переменного состава* характеризует изменение индексируемой средней величины:

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}, \quad (39)$$

где x_1 и x_0 – уровни усредняемого показателя в отчетном и базисном периодах соответственно; f_1 и f_0 – веса (частоты) усредняемого показателя.

2. *Индекс постоянного (фиксированного) состава* показывает, как в отчетном периоде по сравнению с базисным изменилась средняя величина показателя за счет изменения только самой индексируемой величины, т. е. когда влияние структурного фактора устранено:

$$I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}. \quad (40)$$

3. *Индекс структурных сдвигов* рассчитывается для измерения влияния только структурных изменений на исследуемый средний показатель:

$$I_{str} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \cdot \frac{\sum x_0 f_0}{\sum x_0 f_0}. \quad (41)$$

Между индексами существует взаимосвязь вида

$$I_{\bar{x}} = I_x \cdot I_{str}.$$

По этой схеме строятся все индексы качественных показателей, например индекс себестоимости, индекс цен, индекс трудоемкости.

Пример 15.

Имеются следующие данные о заработной плате работников организаций по трем отраслям экономики района (табл. 28).

Таблица 28

Отрасль экономики	Зарплата, руб.		Число работников, чел.	
	Январь	Сентябрь	Январь	Сентябрь
Здравоохранение	6000	7000	2400	1600
Образование	5500	6200	2100	2000
Культура	5100	5900	1500	1400

Для исчисления индекса заработной платы переменного состава вначале определим среднюю заработную плату в январе и сентябре. Обозначим заработную плату через x , а число работников – T .

Январь:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{6000 \cdot 2400 + 5500 \cdot 2100 + 5100 \cdot 1500}{2400 + 2100 + 1500} = 5600 \text{ руб.}$$

Сентябрь:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum T_1} = \frac{7000 \cdot 1600 + 6200 \cdot 2000 + 5900 \cdot 1400}{1600 + 2000 + 1400} = 6372 \text{ руб.}$$

Определяем индекс средней заработной платы переменного состава:

$$I_{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum x_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{6372}{5600} = 1,138 \text{ или } 113,8 \%$$

Следовательно, средняя заработная плата работников по данным трем отраслям экономики в сентябре по сравнению с январем выросла на 13,8 %.

Изменение средней заработной платы происходило под влиянием двух факторов: изменения уровня заработной платы в каждой отрасли экономики и изменения структуры численности работников.

Определяем индекс средней заработной платы постоянного состава:

$$I_x = \frac{\sum x_1 T_1}{\sum x_0 T_1} = \frac{31860000}{6000 \cdot 1600 + 5500 \cdot 2000 + 5100 \cdot 1400} = 1,149$$

или 114,9 %.

Следовательно, средняя заработная плата работников по данным отраслям экономики в сентябре по сравнению с январем выросла на 14,9 % в результате изменения только одного фактора – самой заработной платы по каждой отрасли экономики.

Определяем влияние изменения структуры численности работников на динамику средней заработной платы на основе индекса структурных сдвигов:

$$I_{str} = \frac{\sum x_0 T_1}{\sum T_1} \cdot \frac{\sum x_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{27740000}{5000} \cdot \frac{33600000}{6000} = 0,991$$

или 99,1 %.

Следовательно, увеличение доли работников с меньшей заработной платой в общей их численности привело к снижению средней заработной платы по трем отраслям вместе на 0,9 %, хотя в каждой отрасли в отдельности она возросла. Отрицательный эффект структурных сдвигов объясняется тем, что в сентябре по сравнению с январем в большей мере сократилась доля работников с наиболее высоким уровнем заработной платы, т. е. в здравоохранении (с 40 до 32 %).

Задачи для решения

Задача 5.1. Известны данные по строительным материалам

(табл. 29).

Таблица 29

Вид материала	Единицы измерения	Количество, ед.		Цена за ед., руб.	
		Май	Июнь	Май	Июнь
Бетон	м ³	300	310	3330	3330
Раствор	м ³	200	220	2925	3130
Кирпич	тыс. шт.	260	240	6870	6890

По данным табл. 29 необходимо:

- рассчитать индивидуальные индексы цен, физического объема и общей стоимости цемента;
- рассчитать общие индексы цен, физического объема и общей стоимости по группе строительных материалов. Показать взаимосвязь рассчитанных индексов;
- охарактеризовать абсолютные изменения стоимости строительных материалов: общее, в результате изменения цен, в результате изменения физического объема. Показать взаимосвязь рассчитанных абсолютных изменений.

Задача 5.2. По данным табл. 30 провести сводную оценку изменения объема производства продукции в натуральном выражении.

Таблица 30

Вид продукции	Затраты на производство в предыдущем году, млн руб.	Изменение физического объема производства, %
Линолеум	2427	6,5
Пеноплен	1365	-2,0
Пленка	771	-11,0

Задача 5.3. По данным по строительной организации (табл. 31) определить среднее изменение себестоимости продукции.

Таблица 31

Вид жилых домов	Общие затраты на производство в 2011 г., млн руб.	Изменение себестоимости изделия в 2011 г. по сравнению с 2010 г., %
Панельный	1534	6,0
Кирпичный	1489	3,2
Монолитный	1280	-0,4

Задача 5.3. Имеются данные по заводу железобетонных изделий

(табл. 32).

Таблица 32

Вид продукции	Затраты на производство продукции в отчетном году, тыс. руб.	Изменения себестоимости единицы продукции в отчетном году по сравнению с базисным., %
Плита дорожная	680	-12,5
Мостовая балка	625	Без изменения

По данным табл. 32 определить средний индекс себестоимости. Сделать вывод.

Задача 5.4. Имеются данные о нормах расхода материалов на 1 м³ кладки наружных стен из камней керамических и ценах на материалы. По данным табл. 33 необходимо:

а) определить, на сколько процентов в среднем фактические цены на материалы, удельный расход материалов, стоимость материалов отличаются от плановых цен;

б) проанализировать абсолютное отклонение фактической стоимости ремонтных материалов от плановой (экономия или перерасход) в результате отклонения цен, удельного расхода материалов и под влиянием двух факторов.

Таблица 33

Материалы	Удельный расход, ед.		Цена за ед., руб.	
	план (норма)	факт	план	факт
Камень керамический, шт.	195	198	45,1	45,6
Пиломатериалы хвойных пород, м ³	0,0011	0,0011	2500	2450
Раствор кладочный, м ³	0,22	0,24	4100	4200

6. Выборочное наблюдение

Главными вопросами теории выборочного наблюдения, требующими практического закрепления на основе решения задач и выполнения упражнений, являются:

– определение **предела случайной ошибки репрезентативности** для различных типов выборочных характеристик с учётом особенностей отбора;

– определение **объема выборки**, обеспечивающего необходимую репрезентативность выборочной характеристики, с учетом особенно-

стей отбора.

Ошибка репрезентативности, или разность между выборочной генеральной характеристикой (средней, долей), возникающая в силу несплошного наблюдения, в основе которого лежит случайный отбор, рассчитывается как предел наиболее вероятной ошибки. В качестве уровня гарантийной вероятности обычно берётся 0,954 или 0,997. Тогда предел ошибки определяется величиной удвоенной или утроенной средней ошибки выборки: $\Delta = 2\mu$ при $P = 0,954$; $\Delta = 3\mu$ при $P = 0,997$ или в общем виде $\Delta = t\mu$ (t – коэффициент, связанный с вероятностью, гарантирующей результат).

Величина средней ошибки выборки различна для отдельных разновидностей случайного отбора. При наиболее простой системе – собственно-случайном повторном отборе – средняя ошибка определяется следующими формулами:

– *индивидуальный отбор*

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (42)$$

где σ^2 – общая дисперсия признака; n – число отобранных единиц наблюдения;

– *групповой (гнездовой, серийный) отбор*

$$\mu = \sqrt{\frac{\delta^2}{r}} = \frac{\delta}{\sqrt{r}}, \quad (43)$$

где δ^2 – межгрупповая дисперсия; r – число отобранных групп (гнезд, серий) единиц наблюдения.

При практических расчетах ошибок репрезентативности необходимо учитывать следующее.

1. Вместо генеральной дисперсии используется соответствующая выборочная дисперсия. Так, вместо общей дисперсии доли в генеральной совокупности берется общая дисперсия частности

$$\sigma_{\omega}^2 = \omega(1-\omega) \text{ вместо } \sigma_p^2 = pq. \quad (44)$$

2. В случае бесповторного способа отбора (а также механического) следует иметь в виду поправку (K) к ошибке повторной выборки на бесповторность отбора

$$K = \sqrt{1 - \frac{n}{N}} < 1 \text{ или } K = \sqrt{1 - \frac{r}{R}} < 1. \quad (45)$$

Очевидно, что пользоваться этой поправкой целесообразно лишь тогда, когда относительный объем выборки составляет заметную часть генеральной совокупности (не менее 10 %, тогда $K \leq 0,95$).

3. При районированном отборе из типических групп единиц гене-

ральной совокупности используется средняя из частных (групповых) дисперсий. Так, при индивидуальном отборе, пропорциональном размерам типических групп, имеем

$$\Delta = 2\mu = 2\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \frac{2}{n}\sqrt{\sum \sigma_i^2 n_i} \text{ при } P = 0,954, \quad (46)$$

где σ_i^2 – частная дисперсия i -й гр.; n_i – объем выборки в i -й гр.

Определение ошибок выборочных характеристик позволяет установить наиболее вероятные границы нахождения соответствующих генеральных показателей:

– для средней $\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta_{\tilde{x}}$,

где \bar{x} – генеральная средняя; \tilde{x} – выборочная средняя; $\Delta_{\tilde{x}}$ – ошибка выборочной средней;

– для доли $p = \omega \pm \Delta_{\omega}$,

где p – генеральная доля; ω – выборочная доля (частность); Δ_{ω} – ошибка выборочной доли.

Пример 16.

С вероятностью 0,954 нужно определить границы среднего веса пачки чая для всей партии, поступившей в торговую сеть, если контрольная выборочная проверка дала результаты, отраженные в первых двух графах табл. 34.

Таблица 34

Вес, г (x)	Количество пачек (f)	Расчётные графы			
		x'	f'	$x'f'$	$(x')^2 f'$
48–49	20	–1	2	–2	2
49–50	50	0	5	0	0
50–51	20	+1	2	2	2
51–52	10	+2	1	2	4
Итого	100	–	10	2	8

1. Средний вес пачки чая по выборке

$$\tilde{x} = \frac{\sum x'f'}{\sum f'} K + x_0 = \frac{2}{10}1 + 49,5 = 49,7 \text{ г.}$$

2. Выборочная дисперсия веса пачки чая

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x')^2 f'}{\sum f'} - \left(\frac{\sum x'f'}{\sum f'} \right)^2 = \frac{8}{10} - \left(\frac{2}{10} \right)^2 = 0,76.$$

3. Средняя ошибка выборочной средней

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,76}{100}} = \pm 0,087 \text{ г.}$$

4. Предел для ошибки с вероятностью 0,954

$$\Delta = 2\mu = \pm 0,174 \text{ г.} \approx 0,2 \text{ г.}$$

5. Границы генеральной средней

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta = 49,7 \pm 0,2 \text{ г.}$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что вес пачки чая в среднем для всей партии не более 49,9 и не менее 49,5 г.

Пример 17.

Нужно решить предыдущую задачу при условии, что выборка составляет 25 % генеральной совокупности.

Поскольку ошибка выборки уже определена, нам необходимо рассчитать величину поправки на неповторность отбора:

$$K_{25\%} = \sqrt{1 - \frac{25}{100}} = 0,86,$$

$$\bar{x} = 49,7 \pm 0,17 \cdot 0,86 \approx 49,7 \pm 0,1 \text{ г.}$$

Пример 18.

С вероятностью 0,997 нужно определить ошибку частоты при 5 %-й гнездовой выборке 100 гнезд при следующих условиях: общая дисперсия близка к максимальной, а эмпирическое корреляционное отношение составляет 0,8.

$$\Delta = 3\mu = 3\sqrt{\frac{\delta^2}{100}} \text{ при } P = 0,997.$$

Необходимую для расчета межгрупповую дисперсию вычислим на основе формулы эмпирического корреляционного отношения $\eta = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}}$,

приняв по условию задачи $\sigma^2 = 0,25$, имеем $0,8 = \sqrt{\frac{\delta^2}{0,25}}$, откуда $\delta^2 = 0,16$.

Следовательно, ошибка частоты составляет

$$\Delta_{\omega} = 3\sqrt{\frac{0,16}{100}} = \pm 0,12.$$

Пример 19.

Необходимо определить пределы генеральной средней по результатам типической выборки (табл. 35):

Таблица 35

Номер района	Отобрано единиц	Средняя величина признака	Дисперсия
1	600	32	400
2	300	36	900

Определим пределы средней с вероятностью 0,954:

$$\bar{x} = \tilde{x} \pm 2\mu = \tilde{x} \pm 2\sqrt{\frac{\bar{\sigma}^2}{900}}.$$

Рассчитаем необходимые характеристики:

$$1) \quad \tilde{x} = \frac{\sum \tilde{x}_i n_i}{\sum n_i} = \frac{32 \cdot 600 + 36 \cdot 300}{900} = 33,3;$$

$$2) \quad \bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{400 \cdot 600 + 900 \cdot 300}{900} = 566;$$

$$3) \quad \mu = \sqrt{\frac{566}{900}} = \pm 0,79.$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что генеральная средняя лежит в пределах $33,3 \pm 1,6$ или $31,7 \leq \bar{x} \leq 34,9$.

Определение объема выборки при заданной точности является проблемой, обратной рассмотренной, – определению ошибки выборки при данном ее объеме. Формула объема выборки получается из соответствующей формулы предельной ошибки. Так, получаем для:

– индивидуального бесповторного отбора

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{t^2 \sigma^2 + N \Delta^2};$$

– группового бесповторного отбора

$$r = \frac{t^2 \delta^2 R}{t^2 \delta^2 + R \Delta^2}.$$

При решении задач на определение необходимого объема выборки следует иметь в виду, что вместо генеральной дисперсии определенного вида берется ее оценка – примерное значение, полученное из того или иного источника. Рассмотрим следующий общий пример.

Пример 20.

Необходимо определить абсолютный и относительный объемы индивидуального отбора для исследования генеральной доли, чтобы ошибка частоты с вероятностью 0,954 не превышала 0,02, если выборка производится из генеральной совокупности объемов: а) 1000, б) 100000 единиц.

Используя формулу $n = \frac{t^2 pqN}{t^2 pq + N\Delta^2}$, в которой полагаем $t = 2$ (гарантийная вероятность равна 0,954), а $pq = 0,25$, имеем:

$$1) \quad n = \frac{4 \cdot 0,25 \cdot 1000}{4 \cdot 0,25 + 1000 \cdot 0,0004} = 714 \text{ или } 71,4 \%;$$

$$2) \quad n = \frac{4 \cdot 0,25 \cdot 100000}{4 \cdot 0,25 + 100000 \cdot 0,0004} = 2439 \text{ или } 2,44 \%.$$

Задачи для решения

Задача 6.1. Определить тип ошибки репрезентативности при следующих условиях отбора: а) для установления среднего размера вклада от населения в сберегательных кассах производится отбор счетов в соответствии с их номерами. Будет ли ошибка выборки случайной? б) отбор семей рабочих и служащих для обследования ведется на предприятиях, учреждениях и т. п. на основе списка работающих. Какие семьи получат преимущества при таком отборе?

Задача 6.2. Применительно к условию задачи 1 рассчитать:

- а) средние ошибки выборки по всем имеющимся там показателям;
- б) предельные ошибки с вероятностью 0,954 (сравните их с фактическими ошибками вашей выборки);
- в) границы, в которых могут находиться соответствующие генеральные характеристики (с той же вероятностью), установите, попадают ли генеральные характеристики в рассчитанные интервалы.

Задача 6.3. Что произойдет с ошибкой выборки, если вероятность, гарантирующую результат, увеличить с 0,683 до 0,954; с 0,683 до 0,997; с 0,954 до 0,997?

Задача 6.4. Контрольная выборочная проверка показала, что средняя продолжительность горения электролампочки составляет 1150 ч, а дисперсия равна 900. Определить предельную ошибку выборочной средней с вероятностью 0,997 при условии, что на продолжительность горения было испытано 400 лампочек.

Задача 6.5. Из 500 отобранных изделий 95 % соответствовали первому сорту. Определить с вероятностью 0,954 среднюю ошибку выборки и границы, в которых находится доля продукции первого сорта во всей партии.

Задача 6.6. Партия готовых изделий должна иметь не менее 90 % изделий первого сорта. Определить, удовлетворяет ли она этому требованию с вероятностью, близкой к достоверности, если при обследовании 900 единиц изделия первого сорта составили 92 %.

Задача 6.7. Определить: 1) как изменится средняя ошибка повторной выборки, если объем наблюдения: а) увеличить в 4 раза, в 2,5 раза, на 50 %; б) уменьшить в 2 раза, на 20 %? 2) каким образом надо изменить объем выборки, чтобы ошибка уменьшилась в 3 раза, на 50 %, на 20 %?

Задача 6.8. Определить: а) как изменится ошибка повторной выборки, если среднее квадратическое отклонение признака будет больше в 2 раза, на 10 %? б) как изменится при тех же условиях объем выборки? в) как изменится объем выборки, если вероятность, гарантирующую результат, увеличить с 0,954 до 0,997?

7. Статистические методы анализа динамики социально-экономических явлений

Одной из важнейших задач статистики является изучение изменений показателей во времени, т. е. их динамика. Эта задача решается при помощи анализа *рядов динамики*.

Ряд динамики (или динамический ряд) представляет собой совокупность расположенных в хронологической последовательности числовых значений статистического показателя, характеризующих изменение общественных явлений во времени.

Каждый ряд динамики имеет два основных элемента: время t и конкретное значение показателя (уровень ряда) y .

Уровни ряда – это показатели, числовые значения которых составляют динамический ряд. *Время* – это моменты или периоды, к которым относятся уровни.

По времени, отраженному в динамических рядах, ряды разделяются на моментные и интервальные.

Моментным рядом динамики называется такой ряд, уровни которого характеризуют состояние явления на определенные даты (моменты времени).

Интервальным (периодическим) рядом динамики называется такой ряд, уровни которого характеризуют размер явления за конкретный период времени (год, квартал, месяц).

Уровни динамического ряда могут быть представлены *абсолют-*

ными, средними или относительными величинами.

Для выражения абсолютной скорости роста (снижения) уровня ряда динамики исчисляют статистический показатель – *абсолютный прирост*. Его величина определяется как разность двух сравниваемых уровней. Она вычисляется по формуле

$$\Delta_{ц} = y_i - y_{i-1} \text{ или } \Delta_{б} = y_i - y_0, \quad (47)$$

где y_i – уровень i -го периода; y_0 – уровень базисного периода.

Определение *среднего абсолютного прироста* производится по цепным абсолютным приростам по формуле

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{ц}}{n-1} = \frac{y_n - y_0}{n-1}. \quad (48)$$

Интенсивность изменения уровней ряда динамики оценивается отношением текущего уровня к предыдущему или базисному, которое всегда представляет собой положительное число. Этот показатель принято называть *темпом роста*. Он выражается в процентах, т. е.

$$T_p^ц = \frac{y_i}{y_{i-1}} 100 \% \text{ или } T_p^б = \frac{y_i}{y_0} 100 \%. \quad (49)$$

Средний темп роста вычисляется по формуле средней геометрической

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{T_1^ц \cdot T_2^ц \cdot \dots \cdot T_{n-1}^ц} \text{ или } \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} 100 \%. \quad (50)$$

Темп роста может быть выражен и в виде коэффициента (K_p). В этом случае он показывает, во сколько раз данный уровень ряда отличается от базисного или предыдущего.

Для выражения изменения уровней ряда динамики в относительных величинах определяется *темп прироста*, который рассчитывается как отношение абсолютного прироста к предыдущему или базисному уровню, т. е.

$$T_{пр}^ц = \frac{\Delta_{ц}}{y_{i-1}} 100 \% \text{ или } T_{пр}^б = \frac{\Delta_{б}}{y_0} 100 \%. \quad (51)$$

Темп прироста может быть вычислен также путем вычитания из темпов роста 100 %, т. е. $T_{пр} = T_p - 100\%$.

Средний темп прироста получают, вычитая из среднего темпа роста 100 %.

Показатель абсолютного значения одного процента прироста определяется как результат деления абсолютного прироста на соответствующий темп прироста, выраженный в процентах, т. е.

$$|\%| = \frac{\Delta}{T_{пр}} \text{ или } |\%| = 0,01 \cdot y_{i-1}. \quad (52)$$

Расчет этого показателя имеет экономический смысл только на цепной основе.

Методы расчета *среднего уровня* ряда динамики зависят от его вида и способов получения статистических данных.

Для интервального ряда динамики с *равноотстоящими* уровнями во времени расчет среднего уровня производится по формуле средней арифметической простой

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}. \quad (53)$$

Если интервальный ряд динамики имеет *неравноотстоящие* уровни, то средний уровень ряда вычисляется по средней арифметической взвешенной

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n t_i}, \quad (54)$$

где t – число периодов времени, в течение которых уровень не изменяется.

Для моментного ряда с *равноотстоящими* уровнями средняя хронологическая рассчитывается по формуле

$$\bar{y} = \frac{1/2 \cdot y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + 1/2 \cdot y_n}{n-1}, \quad (55)$$

где n – число уровней ряда.

Средняя хронологическая для *неравноотстоящих уровней* моментного ряда динамики вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \bar{y}_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n t_i}, \quad (56)$$

где $\bar{y}_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}$.

Пример 21.

Требуется провести анализ динамики экспорта области со странами СНГ за 2007–2011 гг. Представим исходные и рассчитанные показатели в табличной форме (табл. 36).

Таблица 36

Годы	Экспорт, млн долл.	Абсолютный прирост, млн долл.		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное значение 1 % прироста, млн долл.
		$\Delta_{ц}$	$\Delta_{б}$	$T_p^ц$	$T_p^б$	$T_{пр}^ц$	$T_{пр}^б$	
2007	38,6	–	–	–	100	–	0,00	–
2008	47,1	8,5	8,5	122,02	122,02	22,02	22,02	0,386
2009	325,3	278,2	286,7	690,66	842,75	590,66	742,75	0,471
2010	107,7	–217,6	69,1	33,11	279,02	–66,89	179,02	3,253
2011	153,0	45,3	114,4	142,06	396,37	42,06	296,37	1,077

Так как заданный ряд интервальный с равноотстоящими уровнями, средний уровень рассчитываем по формуле средней арифметической простой

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} = \frac{671,7}{5} = 134,34 \text{ млн долл.}$$

Среднегодовой абсолютный прирост экспорта равен

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{ц}}{n-1} = \frac{y_n - y_0}{n-1} = \frac{114,4}{4} = \frac{153,0 - 38,6}{4} = 28,6 \text{ млн долл.}$$

Среднегодовой темп роста экспорта за 2007–2011 гг. составил

$$\bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} 100 \% = \sqrt[4]{\frac{153,0}{38,6}} 100 \% = 141,10 \% .$$

Среднегодовой темп прироста получим, вычитая из среднего темпа роста 100 %:

$$\bar{T}_{пр} = \bar{T}_p - 100 \% = 141,10 - 100 = 41,10 \% .$$

Это означает, что в среднем ежегодно экспорт увеличивался в рассматриваемый период на 134,34 млн долл. или 41,10 %.

С течением времени уровни ряда динамики могут испытывать случайные колебания, которые скрывают основное направление развития – **тренд**. Для того чтобы нивелировать (устранить) влияние случайных обстоятельств, уровни ряда динамики обрабатывают соответствующим образом. Способы обработки следующие:

- 1) простое укрупнение временных интервалов, например месяцы, объединяют в кварталы и т. п.;
- 2) метод скользящих средних;
- 3) аналитическое выравнивание – нахождение количественной (сглаженной) модели зависимости уровня ряда (y) от аргумента – времени (t).

Аналитическое выравнивание позволяет представить тренд какого-либо вида функцией, например прямой линией $y_t = a + b \cdot t$, как наиболее простой случай. Задача состоит в определении параметров уравнения a и b методом наименьших квадратов отклонений выровненных (трендовых) уровней ряда от фактических.

Параметры тренда исчисляются по формулам

$$b = \frac{\sum y \cdot t - n \cdot \bar{t} \cdot \bar{y}}{\sum t^2 - n \cdot \bar{t}^2}, \quad a = \bar{y} - b \cdot \bar{t}.$$

Пример 22.

Имеются данные об объеме работ, выполненных по виду экономической деятельности «Строительство» области за семь лет в фактически действовавших ценах (табл. 37):

Таблица 37

Год	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Объем работ, млрд руб.	3,39	5,97	7,04	8,53	10,71	16,46	21,01

Результат расчета скользящих средних оформим в табл. 38.

Скользящие средние, освобожденные от случайных колебаний, возрастают, характеризуя явную тенденцию к росту.

Таблица 38

Год	Объем работ, млрд руб.	Расчет трехзвенной скользящей средней	Скользящие средние по объему работ, млрд руб.
2005	3,39	—	—
2006	5,97	$\frac{3,39 + 5,97 + 7,04}{3}$	5,47
2007	7,04	$\frac{5,97 + 7,04 + 8,53}{3}$	7,18
2008	8,53	$\frac{7,04 + 8,53 + 10,71}{3}$	8,76
2009	10,71	$\frac{8,53 + 10,71 + 16,46}{3}$	11,90
2010	16,46	$\frac{10,71 + 16,46 + 21,01}{3}$	16,06
2011	21,01	—	—

На основании данных проведем аналитическое выравнивание ряда по прямой, результаты представим в табл. 39.

$$\text{Параметры: } b = \frac{369,95 - 7 \cdot 4 \cdot 10,44}{140 - 7 \cdot 4^2} = \frac{77,63}{28} = 2,77,$$

$$a = 10,44 - 2,77 \cdot 4 = -0,64.$$

Тренд примет вид $y_t = -0,64 + 2,77 \cdot t$.

Придавая конкретные значения t , получим выровненные значения выпуска продукции. При этом $b = 2,77$ означает, что год от года объем работ в среднем возрастает на 2,77 млрд руб. Это выровненная, устойчивая, неуклонно возрастающая год от года тенденция.

Таблица 39

Год	t	y	$t \cdot y$	t^2	y_t
2005	1	3,39	3,39	1	2,13
2006	2	5,97	11,94	4	4,90
2007	3	7,04	21,12	9	7,67
2008	4	8,53	34,12	16	10,44
2009	5	10,71	53,55	25	13,21
2010	6	16,46	98,76	36	15,98
2011	7	21,01	147,07	49	18,75
Σ	28	73,11	369,95	140	73,08

Задачи для решения

Задача 7.1. На основании данных о числе введенных в действие зданий в области за период 2006–2011 гг., провести аналитическое выравнивание ряда по прямой, построить график, определить основную тенденцию, рассчитать прогноз числа построенных зданий в 2012 г. (табл. 40).

Таблица 40

Год	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Число зданий, ед.	908	989	1007	1141	1327	1432

Задача 7.2. Имеются данные о числе вкладов населения в учреждения коммерческого банка на конец года, млн. (табл. 41).

Таблица 41

Год	2006	2007	2008	2009	2010
Число вкладов	505	486	631	784	784

Рассчитать средний уровень ряда и средние показатели динамики. Сделать выводы.

Задача 7.3. Динамика производства газа характеризуется данными табл. 42.

Таблица 42

Год	2006	2007	2008	2009	2010
Объем производства, млн. куб. м	289	321	346	372	407

Рассчитать средний уровень ряда и показатели динамики: цепные, базисные, средние. Сделать выводы.

Задача 7.4. Численность работников строительных организаций региона увеличилась в 2008 г. по сравнению с 2003 г. на 2 тыс. чел. или 4 %; в 2010 г. по сравнению с 2008 г. возросла на 30 %, а в 2011 г. по сравнению с 2010 г. – на 2 %. Определить численность работников в 2003, 2008, 2010 и 2011 гг.

Задача 7.5. Динамика объема услуг предприятий ЖКХ города в процентах к 2008 г. составила: 2009 г. – 108, 2010 г. – 110, 2011 г. – 125, 2012 г. – 153. Определить среднегодовой темп прироста услуг за период 2008–2012 гг.

ЛИТЕРАТУРА

1. Общая теория статистики: Учебное пособие / Подопригора И. В. - 2015. 110 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/5764>, дата обращения: 23.05.2018.
2. Социально-экономическая статистика: Учебное пособие / Подопригора И. В. - 2015. 118 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/5769>, дата обращения: 23.05.2018.
3. Статистика: Курс лекций / Гендрина И. Ю., Сидоренко М. Г. - 2017. 124 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/6843>, дата обращения: 23.05.2018.
4. Статистика: Учебное пособие / Грибанова Е. Б. - 2016. 101 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/6410>, дата обращения: 23.05.2018.
5. Прикладная математическая статистика: Учебное пособие / Мицель А. А. - 2016. 113 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/6252>, дата обращения: 23.05.2018.