Министерство высшего образования и науки РФ

Томский государственный университет

систем управления и радиоэлектроники

Кафедра экономической математики, информатики и статистики

Оптимальное и адаптивное управление

Учебно-методическое пособие по курсу «Оптимальное и адаптивное управление» для выполнения лабораторных работ и проведения самостоятельной работы для студентов ВУЗа

Томск – 2018

Пособие составлено в соответствии с тематикой лабораторных работ и самостоятельной работы по курсу «Оптимальное и адаптивное управление». Пособие содержит темы и содержание лабораторных работ, методические указания к их проведению. Лабораторные работы выполняются в системе Scilab.

Пособие разработано для магистрантов ФВС, используется при изучении курса «Оптимальное и адаптивное управление».

СОСТАВИТЕЛЬ: Смагин В.И.

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. Предмет курса, определения и классификация оптимальных и адаптивных систем. Модели управляемых систем

Лабораторная работа № 1. Модель производства, сбыта и хранения *n* видов товаров

Рассмотрим модель производства n видов товаров в условиях рынка. Вектор состояния $x(k)$ представлен компонентами:

$$x(k)=\begin{bmatrix} z_1(k) \\ v_1(k) \\ z_2(k) \\ v_2(k) \\ \vdots \\ z_n(k) \\ v_n(k) \\ w(k) \end{bmatrix},$$

где $z_i(k)$ – количество товаров i-го вида на рынке; $v_i(k)$ – количество товаров i-го вида у потребителя, $i=\overline{1,n}$; $w(k)$ – прибыль.

Математическая модель динамики изменения количества товаров у потребителей и на рынке, а также прибыли может быть записана в следующем виде:

$$z_1(k+1)=(1-k_{11})z_1(k)-s_1(k)+u_1(k),$$

$$v_1(k+1)=(1-k_{21})v_1(k)+s_1(k),$$

$$z_2(k+1)=(1-k_{12})z_2(k)-s_2(k)+u_2(k),$$

$$v_2(k+1)=(1-k_{22})v_2(k)+s_2(k),$$

…………………….

…………………….

$$z_n(k+1) = (1-k_{1n})z_n(k) - s_n(k) + u_n(k),$$

$$v_n(k+1) = (1-k_{2n})v_n(k) + s_n(k),$$

$$w(k+1) = w(k) + c_1 s_1(k) + c_2 s_2(k) + \ldots + c_n s_n(k) - k_{31} z_1(k) - k_{32} z_2(k) - \ldots$$

$$\ldots - k_{3n} z_n(k) - c_{01} u_1(k) - c_{02} u_2(k) - \ldots - c_{0n} u_n(k),$$

где $u_i(k)$ – количество товаров, выпускаемых за один такт, $i = \overline{1,n}$, k_{1i} – коэффициенты потерь; k_{2i} – коэффициенты потребления; k_{3i} – стоимость хранения единицы товаров; c_{0i} – себестоимости; $s_i(k)$ – количество проданных товаров i-го вида в один такт, $i = \overline{1,n}$. Функции продаж определяются по формулам:

$$s_i(k) = n_i \exp(-c_i)(1 - v_i(k) Y_i^{-1}) z_i(k),$$

n_i – коэффициенты продаж; c_i – цены на товары, $i = \overline{1,n}$; Y_i – потенциальный спрос для i-го вида товара (объем рынка для i-го вида товара).

Модель может быть представлена в следующем векторно-матричном виде:

$$x(k+1) = A\varphi(x(k)) + Bu(k) + q(k), \qquad (1)$$

где вектор $\varphi(x(k))$ следующий:

$$\varphi(x(k)) = \begin{bmatrix} z_1(k) \\ v_1(k) \\ \vdots \\ z_n(k) \\ v_n(k) \\ w(k) \\ v_1(k)z_1(k) \\ v_2(k)z_2(k) \\ \vdots \\ v_n(k)z_n(k) \end{bmatrix}.$$

В (1) введены дополнительно аддитивные возмущения $q(k)$, которые учитывают возможные ошибки модели. Характеристики процесса $q(k)$ описаны ниже. Матрица динамики A для данного объекта имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & a_{1,2n+2} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & a_{2,2n+2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2n-1,2n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2n-1,3n+1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2n,2n-1} & a_{2n,2n} & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{2n,3n+1} \\ a_{2n+1,1} & 0 & a_{2n+1,3} & \cdots & a_{2n+1,2n-1} & 0 & 1 & a_{2n+1,2n+2} & a_{2n+1,2n+3} & \cdots & a_{2n+1,3n+1} \end{bmatrix},$$

где элементы матрицы определяются по формулам:

$$a_{11} = 1 - k_{11} - n_1 \exp(-c_1),$$

$$a_{1,2n+2} = \frac{n_1 \exp(-c_1)}{Y_1},$$

$$a_{21} = n_1 \exp(-c_1),$$

$$a_{22} = 1 - k_{21},$$

$$\vdots$$

$$a_{2,2n+2} = -\frac{n_1 \exp(-c_1)}{Y_1},$$

$$a_{2n-1,2n-1} = 1 - k_{1n} - n_n \exp(-c_n),$$

$$a_{2n-1,3n+1} = \frac{n_n \exp(-c_n)}{Y_n},$$

$$a_{2n,2n-1} = n_n \exp(-c_n)\,,$$

$$a_{2n,2n} = 1 - k_{2n}\,,$$

$$a_{2n,3n+1} = -\frac{n_n \exp(-c_n)}{Y_n},$$

$$a_{2n+1,1} = -k_{31} + c_1 n_1 \exp(-c_1),$$

$$a_{2n+1,3} = -k_{32} + c_2 n_2 \exp(-c_2),$$

$$\vdots$$

$$a_{2n+1,2n-1} = -k_{3n} + c_n n_n \exp(-c_n),\ ,$$

$$a_{2n+1,j} = -\frac{c_i n_i \exp(-c_i)}{Y_i},\,,\quad j = \overline{2n+2,3n+1}\,,\ i = \overline{1,n}\,.$$

Матрица B имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_{01} & -c_{02} & -c_{03} & -c_{04} & \cdots & -c_{0n} \end{bmatrix}.$$

Начальное значение $x(0)$ и вектор возмущений $q(k)$ по предположению являются гауссовскими случайными величинами, для которых выполняются условия:

$$M\left\{q(k)\right\} = 0,\quad M\left\{q(k)q^T(j)\right\} = Q(k)\delta_{kj}\,.$$

Здесь δ_{kj} символ Кронекера ($\delta_{kj}=1$ при $k=j$ и $\delta_{kj}=0$ при $k\neq j$).

Предполагается, что начальное состояние и вектор возмущений взаимно некоррелированы:

$$M\left\{x(0)q^T(k)\right\}=0,$$

$$M\left\{x(0)\right\}=\bar{x}_0,\ M\left\{(x(0)-\bar{x}_0)(x(0)-\bar{x}_0)^T\right\}=P_{x_0}.$$

Описание модели производства, сбыта и хранения двух видов товаров

Рассмотрим модель производства двух видов товаров в условиях рынка. Вектор состояния $x(k)$ состоит из пяти компонент:

$$x(k)=\begin{bmatrix} z_1(k) \\ v_1(k) \\ z_2(k) \\ v_2(k) \\ w(k) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \end{bmatrix},$$

где $z_1(k)$, $z_2(k)$ – количество товаров 1-го и 2-го вида на рынке; $v_1(k)$, $v_2(k)$ – количество товаров 1-го и 2-го вида у потребителя, $w(k)$ – прибыль.

Математическая модель динамики изменения количества товаров у потребителей и на рынке, а также прибыли может быть записана в следующем виде:

$$z_1(k+1)=(1-k_{11})z_1(k)-s_1(k)+u_1(k),$$

$$v_1(k+1)=(1-k_{21})v_1(k)+s_1(k),$$

$$z_2(k+1)=(1-k_{12})z_2(k)-s_2(k)+u_2(k),$$

$$v_2(k+1)=(1-k_{22})v_2(k)+s_2(k),$$

$$w(k+1)=w(k)+c_1s_1(k)+c_2s_2(k)-k_{31}z_1(k)-k_{32}z_2(k)-$$

$$-c_{01}u_1(k)-c_{02}u_2(k),$$

где $u_1(k)$, $u_2(k)$ – количество товаров, выпускаемых за один такт; k_{11}, k_{12} – коэффициенты потерь; k_{21}, k_{22} – коэффициенты потребления; k_{31}, k_{32} – стоимость хранения единицы товаров; c_{01}, c_{02} – себестоимости; $s_1(k)$, $s_2(k)$ – количество проданных товаров 1-го и 2-го вида в один такт (функции продаж). Формулы для $s_1(k)$, $s_2(k)$ имеют вид:

$$s_1(k)=n_1\exp(-c_1)(1-v_1(k)Y_1^{-1})z_1(k),$$

$$s_2(k)=n_2\exp(-c_2)(1-v_2(k)Y_2^{-1})z_2(k),$$

n_1, n_2 – коэффициенты продаж; c_1, c_2 – цены на товары; Y_1, Y_2 – потенциальный спрос на товар 1-го вида и 2-го вида.

В векторно-матричном виде модель следующая:

$$x(k+1)=A\varphi(x(k))+Bu(k),\ x(0)=x_0,$$

где вектор $\varphi(x(k))$ представляется в виде:

$$
\varphi(x(k)) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_1(k)x_2(k) \\ x_3(k)x_4(k) \end{bmatrix}.
$$

Матрица динамики A для данного объекта имеет вид:

$$
A = \begin{bmatrix}
1-k_{11}-n_1\exp(-c_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{n_1\exp(-c_1)}{Y_1} & 0 \\
n_1\exp(-c_1) & 1-k_{21} & 0 & 0 & 0 & -\dfrac{n_1\exp(-c_1)}{Y_1} & 0 \\
0 & 0 & 1-k_{12}-n_2\exp(-c_2) & 0 & 0 & 0 & \dfrac{n_2\exp(-c_2)}{Y_2} \\
0 & 0 & n_2\exp(-c_2) & 1-k_{22} & 0 & 0 & -\dfrac{n_2\exp(-c_2)}{Y_2} \\
-k_{31}+c_1n_1\exp(-c_1) & 0 & -k_{32}+c_2n_2\exp(-c_2) & 0 & 1 & -\dfrac{c_1n_1\exp(-c_1)}{Y_1} & -\dfrac{c_2n_2\exp(-c_2)}{Y_2}
\end{bmatrix},
$$

Матрица B и вектор управления следующие:

$$
B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -c_{01} & -c_{02} \end{bmatrix}, \; u(k) = \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix}.
$$

ЗАДАНИЕ

1. Для модели фирмы, производящей два вида товаров выполнить моделирование для следующих значений параметров:
$u_1 = 60,\ u_2 = 65$ – количество товаров, выпускаемых фирмой за один такт; $n_1 = 1{,}95,\quad n_2 = 1{,}8$ – коэффициенты продаж; $c_1 = 2{,}5$ у.е., $c_2 = 1{,}5$ у.е. – цены на товары; $c_{0,1} = 1{,}0$ у.е., $c_{0,2} = 0{,}9$ у.е. – себестоимости; $Y_1 = Y_2 = 1000$ – потенциальный спрос (объем рынка); $k_{1,1} = 0{,}15,\ k_{1,2} = 0{,}13$ – коэффициенты потерь; $k_{2,1} = 0{,}1,$ $k_{2,2} = 0{,}055$ – коэффициенты потребления; $k_{3,1} = 0{,}002$ у.е., $k_{3,2} = 0{,}001$ у.е. – стоимости хранения единицы товара за один день.

Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140 (один такт соответствует 1 дню) для следующих начальных условий:

$$z_1(0) = 150,\quad z_2(0) = 300,\quad v_1(0) = 250,\quad v_2(0) = 170,\quad w(0) = w_0 \text{ у.е.}$$

Полученные графики переходных процессов привести в отчет (величина w_0 приведена в таблице 4). Определить прибыль в последний день. Сделать выводы.

2. Исследовать влияние различных стратегий управления фирмой на полученную прибыль.

Стратегия 1. Увеличить цену 2-го вида товара c_2 до величины 2,3у.е. Привести в отчет графики изменения прибыли. Определить прибыль в последний день исследуемого периода (w_{140}). Оценить возможность реальной реализации этой стратегии. Сделать выводы.

Стратегия 2. Увеличить коэффициент продаж n_2 до величины 3,2 (увеличение этого коэффициента можно осуществить, реализовав рекламную компанию). В модели учесть затраты на рекламу в 2у.е. в течении первых 10 дней. Затем этот коэффициент должен уменьшаться по линейному закону в течение 60 дней до первоначальной величины $n_2 = 1,8$. Затем опять провести рекламную компанию в течение 10 дней.

Привести в отчет графики изменения прибыли. Определить прибыль в последний день исследуемого периода (w_{140}). Сделать выводы.

Стратегия 3. Увеличить потенциальный спрос (объем рынков для 1-го и 2-го вида товаров). В модели учесть затраты на расширение рынка в 8у.е. в течении первых 60 дней. По окончании этого периода значения Y_1 и Y_2 принять равными 2000 (увеличение этих параметров осуществляется посредством расширения рынка в течении первых 60 дней, например, создав новые торговые точки в новом регионе). Если потребуется заимствование (банковское кредитование), определить объем и время заимствования, а также объем и время возврата кредита (расчеты выполнить для 20% годовой ставки).

Привести в отчет графики изменения прибыли. Определить прибыль в последний рабочий день исследуемого периода (w_{140}). Сделать выводы.

Раздел 2. Оптимальное управление

Лабораторная работа № 2.
Численное оптимальное управление. Терминальное управление

ЗАДАНИЕ

1. Применить метод покоординатного спуска для максимизации терминального критерия $J(u_1, u_2) = w_{140}$ (прибыли фирмы в последний день), применив метод деления шага пополам. Начальное значение шага принять равным 10. оптимизацию осуществить сначала по переменной u_2, затем по переменной u_1.

Модель объекта описана в предыдущем разделе. Промежуточные результаты оформить в виде таблицы. Привести в отчете оптимальные значения объемов производства и оптимальное значение прибыли.

2. Построить график поверхности, определяемой критерием $J(u_1, u_2)$. Построить графики сечений поверхности при u_1=40 и u_2=22. Сделать выводы о чувствительности критерия к изменениям объемов производства. Сделать выводы, дать рекомендации.

Раздел 3. Алгоритмы локально-оптимального управления

Лабораторная работа № 3.
Модель фонда производственного накопления и потребления

Рассмотрим модель фонда производственного накопления и потребления предприятия (фирмы, отрасли). Пусть x_1 – фонд производственного накопления, x_2 – фонд потребления (включая непроизводственное накопление), b_1 и b_2 – приростные капиталоемкости (балансные коэффициенты). Тогда справедливо следующее балансное соотношение:

$$x_1(t) = b_1\dot{x}_1(t) + b_2\dot{x}_2(t).$$

Пусть $L(t) = Le^{\gamma t}$ – количество работников на предприятии (фирме, отрасли), γ – темп роста количества работников (считается постоянным). Тогда $\frac{x_2(t)}{L(t)} = \frac{x_2(t)}{L}e^{-\gamma t}$ – объем фонда потребления на одного работника (душевое потребление). Определим величину скорости роста душевого потребления v:

$$v = \frac{d}{dt}\left(\frac{x_2}{L}e^{-\gamma t}\right) = (\dot{x}_2 - \gamma x_2)\frac{e^{-\gamma t}}{L}.$$

Введем переменную (управление) $u = \dot{x}_2 - \gamma x_2$ – скорость роста фонда потребления. Тогда получим следующую систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{b_1}x_1 - \frac{\gamma b_2}{b_1}x_2 - \frac{b_2}{b_1}u, \quad x_1(0) = x_{1,0},$$

$$\dot{x}_2 = \gamma x_2 + u, \quad x_2(0) = x_{2,0}. \qquad (2)$$

Введем обозначения:

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad x(0) = x_0 = \begin{pmatrix} x_{1,0} \\ x_{2,0} \end{pmatrix}.$$

Тогда система (2) в векторно-матричной форме будет иметь вид:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}u(t), \quad x(0) = x_0,$$

где

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{b_1} & -\dfrac{\gamma b_2}{b_1} \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} -\dfrac{b_2}{b_1} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

ЗАДАНИЕ

1. Для постоянного значения $u = 10{,}5$, выполнив моделирование, построить графики переходных процессов для фондов и построить фазовый портрет (интервал времени задать от 0 до 14, число разбиений – 140). Исходные данные и варианты приведены в таблице 1.

2. Подобрать критическое значение управления u (такое значение, при котором $x_1(t)$ с некоторого момента начинает снижаться).

3. Исследовать поведение чувствительностей значений фондов при вариациях b_1 и b_2 (начальные значения чувствительностей принять нулевыми). Построить графики чувствительностей.

4. В отчете привести результаты моделирования в виде графиков переходных процессов, фазовые портреты и графики изменения чувствительностей. Осуществить анализ чувствительностей. Сделать выводы.

Лабораторная работа № 4.

Построение дискретной модели

ЗАДАНИЕ

1. Составить программу решения дифференциального уравнения по методу Эйлера, преобразовав модель к дискретной форме:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),$$

для шага интегрирования $\Delta t = 0{,}1$ (определить матрицы *A* и *B*). Построить графики переходных процессов для фондов и построить фазовый портрет, построить графики при критическом управлении *u*. Сравнить по точности два метода решения дифференциального уравнения при критическом *u*. Построить график абсолютной ошибки.

2. Выполнить моделирование объекта со случайными возмущениями:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k),$$

где $q(k)$ – гауссовская последовательность с характеристиками:

$$M\{q(k)\} = 0, \ M\{q(k)q^T(j)\} = Q\delta_{k,j}.$$

Отметим, что аддитивные возмущения $q(k)$ вводятся для учета возможных ошибок в модели (матрица *Q* приведена в таблице 1).

3. В отчете привести результаты моделирования в виде графиков переходных процессов, фазовые портреты. Сделать выводы.

Лабораторная работа № 5.

Дискретное локально-оптимальное управление

Для дискретной модели фонда производственного накопления и потребления

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \qquad (3)$$

и модели желаемого изменения фонда потребления:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \, w(0) = w_0,$$

r – заданный темп роста фонда потребления. Все исходные данные и варианты приведены в таблицах 1, 2. Матрица выхода системы равна

$$F = (0 \quad 1).$$

Оптимизируемый локальный критерий имеет вид:

$$J(k) = M\{(Fx(k+1) - w(k+1))^{\mathrm{T}} C(Fx(k+1) - w(k+1)) + \\ + u^{\mathrm{T}}(k) Du(k)\},$$

где $C, \ D$ – весовые коэффициенты критерия (заданы в таблице 2).

ЗАДАНИЕ

1. Выполнить моделирование системы (3), реализовав локально-оптимальное управление

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C[FAx(k) - w(k+1)],$$

обеспечивающее слежение за траекторией $w(k)$. Сначала задать матрицу $Q = 0$. Интервал времени: $k = 0,...,140$.

Повторить моделирование для $Q \neq 0$ (см. таблицу 1). Исследовать влияние весового коэффициента C на качество слежения (задать C=0,1; C=1; C=10).

2. Выполнить моделирование с учетом ограничений на управление:

$$\bar{u}(k) = \begin{cases} 10,5 & \text{если} \quad u(k) > 10,5; \\ u(k) & \text{если} \quad 2,1 \leq u(k) \leq 10,5; \\ 2,1 & \text{если} \quad u(k) < 2,1. \end{cases}$$

3. Выполнить моделирование для переменного коэффициента r (величина r равна величине, приведенной в таблице 1, если $k \leq 105$ и увеличивается на 30%, если $k > 105$).

4. Для всех рассмотренных случаев построить графики переходных процессов и графики управлений. Сделать выводы.

Лабораторная работа № 6.

Локально-оптимальное управление с использованием оценивателей

1. Для дискретной модели фонда производственного накопления и потребления

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \tag{4}$$

и модели желаемого изменения фонда потребления:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \; w(0) = w_0,$$

где r – заданный темп роста фонда потребления.

Выполнить моделирование системы (4), реализовав локально-оптимальное управление

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA\hat{x}(k) - w(k+1)),$$

обеспечивающее слежение за траекторией $w(k)$. Здесь $\hat{x}(k)$ – оценка фильтрации или экстраполяции. Диагональные элементы матрицы Q, весовые коэффициенты критерия $C, \; D$ взять из таблиц 1, 2. Интервал времени: $k = 0,....,140$.

Предполагается, что модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j},$$

Матрица системы контроля равна

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Реализовать уравнения фильтра Калмана:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + K_f(k)[y(k+1) - H(A\hat{x}(k) + Bu(k))],$$

$$\hat{x}(0) = \bar{x}(0), \qquad (5)$$

$$P_f(k+1/k) = AP_f(k)A^T + Q, \qquad (6)$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T[HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1}, \qquad (7)$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f0}. \qquad (8)$$

2. Повторить моделирование с использованием экстраполятора Калмана (этот случай позволяет учитывать возможные задержки поступления информации в системе контроля на 1 такт, результат можно обобщить на случай задержек на несколько тактов):

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + K_e(k)[y(k) - H\hat{x}(k)], \ \hat{x}(0) = \bar{x}(0), \qquad (9)$$

$$K_e(k) = AP_e(k)H^T(HP_e(k)H^T + V)^{-1}, \qquad (10)$$

$$P_e(k+1) = (A - K_e(k)H)P_e(k)(A - K_e(k)H)^T +$$
$$+ Q + K_e(k)VK_e^T(k), \ P_e(0) = P_{e0}. \qquad (11)$$

Начальные условия следующие $\hat{x}(0)$, диагональные элементы матриц $P_e(0) = P_f(0)$ приведены в таблице 3.

ЗАДАНИЕ

1. Исследовать качество оценивания в зависимости от матрицы $P_e(0)$, уменьшая и увеличивая диагональные элементы.

2. Для всех рассмотренных случаев построить графики переходных процессов их оценок и графики управлений. Сделать выводы.

Раздел 4. Алгоритмы идентификации

Лабораторная работа № 7.

Рекуррентная идентификация трех неизвестных параметров (b_1, b_2 и γ)

Для дискретной модели фонда производственного накопления и потребления

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \qquad (12)$$

и модели желаемого изменения фонда потребления:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \; w(0) = w_0,$$

В (12) трехмерный вектор неизвестных параметров задается в виде:

$$\theta = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{b_1} \\ \dfrac{b_2}{b_1} \\ \gamma \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что вектор θ является неизвестной константой. Это означает, что динамическая модель для вектора θ следующая:

$$\theta(k+1) = \theta(k), \quad \theta(0) = \theta_0, \qquad (13)$$

где θ_0 – случайный вектор с характеристиками:

$$M\{\theta_0\} = \bar{\theta}_0, \quad M\{(\theta_0 - \bar{\theta}_0)(\theta_0 - \bar{\theta}_0)^{\mathrm{T}}\} = P_{\theta_0}. \qquad (14)$$

Определить матрицу $G(k) = G(x(k), u(k))$ и вектор $g(k) = g(x(k), u(k))$ из соотношения

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k) = G(k)\theta + g(k) + q(k)\,. \quad (15)$$

В качестве алгоритма идентификации используется дискретный фильтр Калмана, построенный с использованием модели (13) и представлении объекта (12) в виде (15):

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_\theta(k)[x(k+1) - G(k)\hat{\theta}(k) - g(k)]\,,\ \hat{\theta}(0) = \overline{\theta}_0\,, \quad (16)$$

$$K_\theta(k) = P_\theta(k)G(k)^T[G(k)P_\theta(k)G(k)^T + Q]^{-1}, \quad (17)$$

$$P_\theta(k+1) = (E_3 - K_\theta(k)G(k))P_\theta(k)\,,\ P_\theta(0) = P_{\theta_0}\,. \quad (18)$$

Начальные условия для уравнения (16) следующие:

$$\hat{\theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица $P_\theta(0)$ диагональная (элементы матрицы приведены в таблице 3).

ЗАДАНИЕ

Построить графики оценок неизвестных параметров при постоянных значениях управлений. Исследовать влияние на качество идентификации диагональных элементов матрицы P_{θ_0} (увеличивая их в 10 и 100 раз), диагональных элементов матрицы Q (уменьшая из в 10 и 100 раз, при этом P_{θ_0} принимает исходное значение). Сделать выводы.

Лабораторная работа № 8.

Рекуррентная идентификация двух неизвестных параметров (b_1 и b_2)

Для дискретной модели фонда производственного накопления и потребления

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k), \;\; x(0) = x_0, \qquad (19)$$

и модели желаемого изменения фонда потребления:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \; w(0) = w_0, \qquad (20)$$

В (19) вектор неизвестных параметров определить следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{b_1} \\ \dfrac{b_2}{b_1} \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что вектор θ является неизвестной константой.

Диагональные элементы матрицы Q, весовые коэффициенты критерия $C, \; D$ заданы в таблицах. Интервал времени: $k = 0,....,200$.

В качестве алгоритма идентификации используется дискретный фильтр Калмана:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_\theta(k)[x(k+1) - G(k)\hat{\theta} - g(k)], \; \hat{\theta}(0) = \overline{\theta}_0, \qquad (21)$$

$$K_\theta(k) = P_\theta(k)G(k)^T(G(k)P_\theta(k)G(k)^T + Q)^{-1}, \qquad (22)$$

$$P_\theta(k+1) = (E_2 - K_\theta(k)G(k))P_\theta(k), \; P_\theta(0) = P_{\theta_0}. \qquad (23)$$

Начальные условия для уравнения (4) следующие:

$$\hat{\theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица $P_\theta(0)$ диагональная и задана в таблице 3.

Определить матрицу $G(x(k),u(k))$ и вектор $g(x(k),u(k))$. Учитывая, что 2-ая строка матрицы $G(x(k),u(k))$ нулевая, модифицировать уравнения фильтрации (21–23). Эта модификация позволит вместо полного вектора $x(k+1)$ в (21) использовать только 1-ю компоненту этого вектора.

ЗАДАНИЕ

1. Построить графики оценок неизвестных параметров.

2. Выполнить моделирование в предположении, что контроль за состоянием объекта осуществляется с ошибками. Модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская последовательность независимая от $q(k)$ с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}.$$

Матрица V диагональная, ее элементы заданы в таблице 2. Матрица системы контроля следующая

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Раздел 5. Адаптивное управление по локальному критерию.

Лабораторная работа № 9.
Адаптивное управление с использованием двухэтапного алгоритма идентификации

Для дискретной модели фонда производственного накопления и потребления

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k), \quad x(0) = x_0\,, \qquad (24)$$

и модели желаемого изменения фонда потребления:

$$w(k+1) = (1+r)w(k),\; w(0) = w_0.$$

Вектор неизвестных параметров определяется следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{b_1} \\ \dfrac{b_2}{b_1} \\ \gamma \end{pmatrix}.$$

Выполнить моделирование системы (24), реализовав адаптивное управление в предположении, что вектор $x(k)$ контролируется с помощью следующей модели:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k)\,,$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}\,.$$

Матрица системы контроля равна

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для вычисления оценок вектора неизвестных параметров использовать алгоритм двухэтапной идентификации.

Адаптивное управление будет иметь вид:

$$u(k) = -[B^T(\hat{\theta}(k))F^T CFB(\hat{\theta}(k)) + D]^{-1} B^T(\hat{\theta}(k)) \times \\ \times F^T C[FA(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) - w(k+1)], \tag{25}$$

Интервал времени: $k = 0,....,140$.

Оценки векторов $\hat{x}(k)$ и $\hat{\theta}(k)$ определяются с помощью следующих формул:

$$\hat{x}(k+1) = A(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(\hat{\theta}(k))u(k) + K_f(k)[y(k+1) - \\ - H(A(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(\hat{\theta}(k))u(k))],\ \hat{x}(0) = \overline{x}(0), \tag{26}$$

$$P_f(k+1/k) = A(\hat{\theta}(k))P_f(k)A(\hat{\theta}(k))^T + Q, \tag{27}$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T[HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1}, \tag{28}$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k),\ P_f(0) = P_{f_0}, \tag{29}$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_\theta(k)[y(k+1) - HG(k)\hat{\theta} - Hg(k)],\ \hat{\theta}(0) = \overline{\theta}_0, \tag{30}$$

$$K_\theta(k) = P_\theta(k)G(k)^T[G(k)P_\theta(k)G(k)^T + HQH^T + V]^{-1}, \tag{31}$$

$$P_\theta(k+1) = (E_3 - K_\theta(k)G(k))P_\theta(k),\ P_\theta(0) = P_{\theta_0}, \tag{32}$$

где

$$G(k) = G(\hat{x}(k), u(k)),\ g(k) = g(\hat{x}(k), u(k)).$$

Начальные условия для уравнения (30) следующие:

$$\hat{\theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица $P_\theta(0)$ диагональная (см. таблицу 3).

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управления и оценок неизвестных параметров. Исследовать влияние на качество идентификации диагональных элементов матрицы P_{θ_0} (увеличивая их в 10 и 100 раз), диагональных элементов матрицы Q и V (уменьшая из в 10 и 100 раз). Сделать выводы.

Лабораторная работа № 10.

Адаптивное управление по нелинейной модели

А) *Оптимальное управление*

1. Для дискретной модели фирмы, производящей 1 вид товара

$$x(k+1) = A\varphi(x(k)) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \tag{33}$$

и модели желаемого изменения прибыли фирмы:

$$\bar{w}(k+1) = (1+r)\bar{w}(k), \, \bar{w}(0) = w_0. \tag{34}$$

Вектор $\varphi(x(k))$ определяется в лабораторной работе № 7.

Компоненты вектора состояния $x(k) = [z(k) \quad v(k) \quad w(k)]^{\mathrm{T}}$, где $z(k)$ – количество товаров на рынке; $v(k)$ – количество товаров у потребителя, $w(k)$ – прибыль. Функция продаж в этом случае примет вид:

$$s(k) = n_0 \exp(-c)(1 - v(k)/Y)z(k). \qquad (35)$$

Вектор $\varphi(x(k))$ в (33) определяется в лабораторной работе № 7. В (33) матрицы A и B следующие

$$A = \begin{bmatrix} 1 - n_0 \exp(-c) - k_1 & 0 & 0 & n_0 \exp(-c)/Y \\ n_0 \exp(-c) & 1 - k_2 & 0 & -n_0 \exp(-c)/Y \\ cn_0 \exp(-c) - k_3 & 0 & 1 & -cn_0 \exp(-c)/Y \end{bmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -c_0 \end{pmatrix}, \qquad (36)$$

где c – цена единицы продукции, c_0 – себестоимость, k_1 – коэффициент потерь, n_0 – коэффициент продаж, k_2 – коэффициент потребления, k_3 – стоимость хранения единицы продукции в день, Y –потенциальный спрос.

Реализовать оптимальное управление фирмой:

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA\varphi(\hat{x}(k)) - \bar{w}(k+1)). \qquad (37)$$

где $\hat{x}(k)$ вычисляется с помощью линеаризованного фильтра Калмана:

$$\hat{x}(k+1) = A\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k) + K_f(k)[y(k+1) - H(A\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k))],$$

$$\hat{x}(0) = \bar{x}(0), \qquad (38)$$

$$P_f(k+1/k) = \bar{A} P_f(k) \bar{A}^T + Q, \qquad (39)$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k) H^T [H P_f(k+1/k) H^T + V]^{-1}, \qquad (40)$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k) H) P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f0}, \qquad (41)$$

где матрица $\bar{A}$ определяется по формуле

$$\bar{A}(k) = A \frac{\partial \varphi(x(k))}{\partial x(k)} \Big|_{\hat{x}(k)}. \qquad (42)$$

Предполагается, что модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k), \tag{43}$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}.$$

Исходные данные, необходимые для решения задачи адаптивного управления следующие:

$$F = (0\ \ 0\ \ 1),\ C = 1, \quad D = 0{,}01,\ r = 0{,}0062,\ c = 3{,}5,\ c_0 = 1,$$

$$n_0 = 0{,}8,\ k_1 = 0{,}0001,\ k_2 = 0{,}02,\ k_3 = 0{,}05,$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ Q = \begin{bmatrix} 0{,}11 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}08 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}095 \end{bmatrix},\ V = \begin{bmatrix} 2{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 3{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}05 \end{bmatrix},$$

$$x(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 110 \\ w_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 190 \\ 100 \\ w_0 \end{pmatrix}.$$

Дополнительные данные, необходимые для выполнения работы, приведены в таблице 4.

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики оптимального управления и оценок вектора. Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140. Выполнить моделирование с использованием линеаризованного экстраполятора Калмана.

Сделать выводы.

Б) ***Адаптивное управление***

Для дискретной модели фирмы, производящей 1 вид товара

$$x(k+1) = A(\theta)\varphi(x(k)) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \tag{44}$$

и модели желаемого изменения прибыли фирмы:

$$\bar{w}(k+1) = (1+r)\bar{w}(k), \; \bar{w}(0) = w_0. \tag{45}$$

Компоненты вектора состояния $x(k) = [z(k) \quad v(k) \quad w(k)]^{\mathrm{T}}$, где $z(k)$ – количество товаров на рынке; $v(k)$ – количество товаров у потребителя, $w(k)$ – прибыль. Функция продаж в этом случае примет вид:

$$s(k) = n_0 \exp(-c)(1 - v(k)/Y)z(k). \tag{46}$$

где Y – потенциальный спрос. В (44) вектор неизвестных параметров определен следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} n_0 \\ k_2 \end{pmatrix},$$

где n_0 – коэффициент продаж, k_2 – коэффициент потребления. Предполагается, что вектор θ является неизвестной константой. Матрицы $A(\theta)$ и B следующие

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 1-\theta_1 \exp(-c) - k_1 & 0 & 0 & \theta_1 \exp(-c)/Y \\ \theta_1 \exp(-c) & 1-\theta_2 & 0 & -\theta_1 \exp(-c)/Y \\ c\theta_1 \exp(-c) - k_3 & 0 & 1 & -c\theta_1 \exp(-c)/Y \end{bmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -c_0 \end{pmatrix}, \tag{47}$$

где c – цена единицы продукции, c_0 – себестоимость, k_1 – коэффициент потерь, k_3 – стоимость хранения единицы продукции в день.

Определить матрицу $G(\hat{x}(k), u(k))$ и вектор $g(\hat{x}(k), u(k))$ необходимые для реализации алгоритма двухэтапной идентификации. Реализовать адаптивное управление фирмой:

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA(\hat{\theta}(k))\varphi(\hat{x}(k)) - \bar{w}(k+1)), \quad (48)$$

где $\hat{x}(k)$ вычисляется с помощью линеаризованного фильтра Калмана (см. лабораторную работу № 12):

$$\hat{x}(k+1) = \hat{A}\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k) + K_f(k)[y(k+1) - H(\hat{A}\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k))],$$

$$\hat{x}(0) = \bar{x}(0), \quad (49)$$

$$P_f(k+1/k) = \bar{A}P_f(k)\bar{A}^T + Q, \quad (50)$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T[HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1}, \quad (51)$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f0}, \quad (52)$$

где матрица $\bar{A}$ определяется по формуле

$$\bar{A}(k) = \hat{A}\frac{\partial\varphi(x(k))}{\partial x(k)}\Big|_{\hat{x}(k)}. \quad (53)$$

В (53) $\hat{A} = A(\hat{\theta}(k))$.

Исходные данные, необходимые для решения задачи адаптивного управления следующие:

$$F = (0 \;\; 0 \;\; 1), \; C = 1, \quad D = 0{,}01, \; r = 0{,}0062, \; c = 3{,}5, \; c_0 = 1,$$

$$k_1 = 0{,}0001, \; k_3 = 0{,}05,$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; Q = \begin{bmatrix} 0{,}11 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}08 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}095 \end{bmatrix}, \; V = \begin{bmatrix} 2{,}1 & 0 & 0 \\ 0 & 3{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}05 \end{bmatrix}.$$

$$\hat{\Theta}(0)=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\quad x(0)=\begin{pmatrix}200\\110\\w_0\end{pmatrix},\quad \hat{x}(0)=\begin{pmatrix}190\\100\\w_0\end{pmatrix}. \tag{54}$$

При моделировании истинные значения n_0 и k_2 принять следующие:

$$n_0 = 0{,}8,\ k_2 = 0{,}02.$$

Дополнительные данные, необходимые для выполнения работы, приведены в таблице 4.

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управления и оценок неизвестных параметров. Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140. Исследовать влияние диагональных элементов матрицы V на качество оценивания параметров модели, увеличивая их сначала в 5 и затем в 10, затем в 100 раз. Сделать выводы.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Задание:

1. Проработка лекционного материала по темам лекций (в соответствии с разделами 1-5) и используя настоящее пособие и интернет ресурсы:

- Образовательный математический сайт (www.exponenta.ru).
- Консультационный центр Matlab (www.matlab.ru).
- Поисковая система google.ru

2. Подготовка к практическим работам по темам из разделов 1-5.

3. Оформление отчетов по результатам выполнения лабораторных заданий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

Таблица 1

N	γ	$x_1(0)$	$x_2(0)$	b_1	b_2	Q_{11}	Q_{22}
1	0,0003	300	200	15	22	2,0	0,25
2	0,0004	310	210	14	20	1,0	0,3
3	0,0002	305	195	15	19	1,0	0,2
4	0,0005	310	205	17	22	1,2	0,05
5	0,0004	320	216	19	23	2,0	0,2
6	0,0003	325	198	17	18	1,0	0,12
7	0,0004	300	200	15	22	2,0	0,14
8	0,0004	330	210	14	20	3,0	0,12
9	0,0002	315	195	15	19	2,1	0,22
10	0,0003	310	215	18	24	2,0	0,02
11	0,0004	310	216	19	23	1,1	0,04
12	0,0005	325	198	17	18	1,0	0,1
13	0,0004	300	200	15	22	2,0	0,1
14	0,0004	310	210	14	20	1,5	0,03
15	0,0003	305	195	15	19	1,0	0,16
16	0,0005	315	205	17	22	2,0	0,07
17	0,0004	320	216	19	23	1,3	0,08
18	0,0005	325	198	17	19	1,2	0,04
19	0,0004	300	205	15	22	2,0	0,06
20	0,0004	320	210	14	20	1,5	0,07
21	0,0003	315	195	17	18	1,7	0,05
22	0,0005	330	215	18	24	1,9	0,09
23	0,0003	320	216	19	23	1,3	0,07
24	0,0005	325	198	17	18	1,0	0,04
25	0,0003	315	195	15	19	2,0	0,03
26	0,0005	310	215	18	24	2,2	0,08
27	0,0004	310	216	20	23	1,7	0,05
28	0,0005	325	210	17	18	1,7	0,04
29	0,0003	310	200	15	22	1,2	0,03
30	0,0004	315	210	16	20	1,2	0,03

Таблица 2

N	r	$w(0)$	C	D	V_{11}	V_{22}
1	0,0027	215	1	0,06	3,5	3,4
2	0,0025	220	1,2	0,08	5,5	4,5
3	0,002	225	1,1	0,07	3,9	3,0
4	0,0023	217	1,3	0,05	3,5	3,4
5	0,0024	222	1,2	0,09	4,2	3,5
6	0,0026	220	1,6	0,08	4,9	3,0
7	0,0027	215	1	0,05	3,5	1,4
8	0,0025	220	1,2	0,08	5,5	4,5
9	0,0022	235	1,1	0,07	2,9	3,0
10	0,0025	227	1,4	0,05	4,5	3,8
11	0,0024	228	1,2	0,08	7,5	2,5
12	0,0027	210	1,5	0,07	4,9	3,8
13	0,0028	215	1	0,06	7,5	2,4
14	0,0026	220	1,2	0,08	5,5	4,5
15	0,0022	225	1,1	0,07	5,9	3,6
16	0,0024	217	1,3	0,05	3,5	3,2
17	0,0023	222	1,2	0,09	3,5	3,5
18	0,0026	220	1,6	0,08	4,9	3,0
19	0,0027	218	1,1	0,05	7,5	2,4
20	0,0025	226	1,2	0,09	6,5	4,5
21	0,0021	235	1,1	0,07	6,9	3,0
22	0,0025	207	1,0	0,05	3,5	3,8
23	0,0024	238	1,2	0,08	4,5	4,5
24	0,0026	220	1,5	0,07	4,9	3,8
25	0,0025	222	1,2	0,08	3,3	2,3
26	0,0022	225	1,6	0,09	4,9	3,9
27	0,0028	215	1,5	0,05	6,5	2,1
28	0,0022	225	1,2	0,08	3,5	4,5
29	0,0023	235	1,3	0,09	6,2	3,0
30	0,0025	230	1,4	0,04	2,5	2,9

Таблица 3

N	$\hat{x}_1(0)$	$\hat{x}_2(0)$	$P_{f11}(0)$	$P_{f22}(0)$	$P_{\theta 11}(0)$	$P_{\theta 22}(0)$	$P_{\theta 33}(0)$
1	270	190	15	15	1,5	2,0	1,0
2	280	180	20	20	1,2	2,5	1,5
3	290	185	21	19	1,4	2,7	2,5
4	275	192	15	16	2,5	2,8	2,3
5	285	184	16	24	1,5	4,9	2,5
6	280	180	22	29	1,7	2,7	2,5
7	275	190	15	15	1,6	2,0	1,0
8	280	180	20	20	1,3	2,5	1,5
9	295	170	21	18	1,5	3,7	3,5
10	275	192	15	16	2,5	2,8	2,5
11	295	185	16	25	1,5	2,3	3,5
12	270	180	22	30	1,6	2,7	2,5
13	270	190	15	15	1,5	2,0	1,0
14	280	180	20	20	1,2	2,5	3,5
15	290	185	21	19	1,4	2,7	2,7
16	265	192	15	16	2,5	2,8	2,3
17	285	184	16	24	1,5	4,9	5,1
18	270	180	22	29	1,7	2,7	2,5
19	275	195	15	15	1,6	3,0	2,0
20	280	180	22	20	1,4	2,5	2,5
21	285	170	21	18	1,5	3,7	3,5
22	275	190	15	16	2,7	4,8	5,5
23	285	195	16	25	1,5	2,3	3,3
24	270	180	25	31	1,6	2,7	2,5
25	280	192	15	16	2,5	2,8	2,3
26	285	180	16	24	1,9	5,9	4,5
27	270	185	22	29	1,7	2,7	2,8
28	265	180	16	16	1,8	2,0	3,0
29	285	180	20	20	1,3	2,5	5,5
30	275	170	22	19	1,5	3,7	3,2

Таблица 4

N	w_0	$P_{f11}(0)$	$P_{f22}(0)$	$P_{f33}(0)$	$P_{\theta 11}(0)$	$P_{\theta 22}(0)$
1	100	1,0	1,0	2,0	1,0	1,0
2	110	2,0	2,0	1,2	2,5	1,5
3	105	21	1,0	1,4	2,1	2,2
4	102	1,5	1,5	2,5	2,8	2,3
5	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
6	88	2,2	2,9	1,7	2,7	2,5
7	125	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
8	180	2,0	2,0	1,3	2,5	1,5
9	130	2,6	1,5	1,5	1,6	3,5
10	104	1,0	1,0	2,0	1,0	1,0
11	110	2,0	2,0	1,2	2,5	1,5
12	105	2,7	1,0	1,4	2,1	2,2
13	100	1,5	1,8	2,5	2,8	2,3
14	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
15	68	2,2	2,6	1,7	2,7	2,5
16	105	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
17	140	2,2	2,0	1,3	2,5	1,5
18	150	2,6	1,7	1,5	3,5	3,2
19	105	21	1,0	1,4	2,1	2,2
20	102	1,5	1,5	2,5	2,8	2,3
21	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
22	88	2,6	2,9	1,7	2,7	2,5
23	125	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
24	123	2,0	2,0	1,3	2,5	1,5
25	110	2,2	1,5	1,5	2,7	3,5
26	104	1,5	1,2	1,0	1,3	1,4
27	115	1,0	2,0	1,2	2,5	1,5
28	135	2,1	1,0	1,4	2,1	2,2
29	102	1,5	1,5	2,5	2,3	2,3
30	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдрахманов В.Г., Рабчук А.В. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. 2-е изд., испр.Издание. Изд-во: Лань, 2014, 112 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://e.lanbook.com/view/book/45675/

2. Охорзин В.А., Сафонов К.В. Теория управления. Лань, 2014. 224 с. [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://e.lanbook.com/view/book/49470/

3. Веремей Е.И. Линейные системы с обратной связью. Издательство: Лань, 2013. 448 С. [Электронный ресурс] - Режим доступа: http://e.lanbook.com/view/book/68465/

4. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973. 446 с.

5. Горский А.А., Колпакова Н.Г., Локшин Б.Я. Динамическая модель производства, хранения и сбыта товара повседневного спроса // Изв. РАН Теория и системы управления. 1998. № 1. С. 144–149.

6. Смагин В.И. Локально-оптимальные следящие системы управления при косвенных измерениях с ошибками // Изв. вузов Авиационная техника. 1995. № 1. С. 26–30.

7. Смагин В.И., Параев Ю.И. Синтез следящих систем управления по квадратичным критериям. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1996. 171 с.

8. Смагин В.И. Локально-оптимальные следящие системы управления для дискретных объектов со случайными параметрами // Автоматика и вычислительная техника. 1997. № 2. С. 32–40.

9. Смагин В.И. Адаптивные локально-оптимальные следящие системы управления // Изв. вузов Авиационная техника. 1997. № 2. С. 41–46.

10. Алексеев Е. Р., Чеснокова О.В., Рудченко Е.А. Scilab: Решение инженерных и математических задач. М.: ALT Linux; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. 260 с.