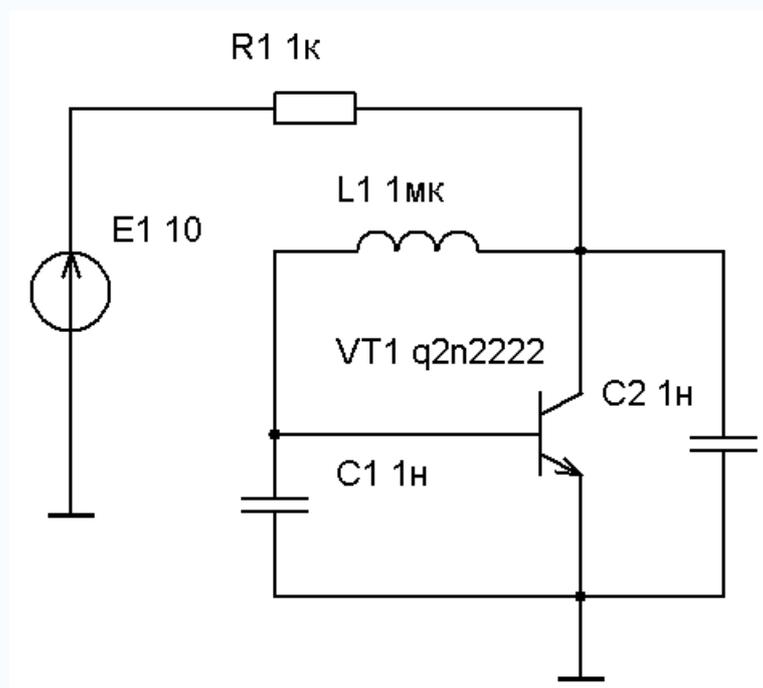


ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Ю.Н. Тановицкий

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Руководство к организации
самостоятельной работы



ТОМСК — 2007

Федеральное агентство по образованию
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра промышленной электроники

Ю.Н. Тановицкий

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

**Руководство к организации самостоятельной
работы для студентов специальности 210106
«Промышленная электроника»**

2007

Тановицкий Ю.Н.

Системы автоматизированного проектирования электронных схем: Руководство к организации самостоятельной работы. — Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники. — 49 с.

© Тановицкий Ю.Н., 2007

© ТУСУР, 2007

ОГЛАВЛЕНИЕ

Рабочая программа	4
Лабораторная работа № 1. Моделирование схем с использованием языка описания схем (net-list) в пакете PSpice	11
Лабораторная работа № 2. Основы технологии разреженных матриц	20
Лабораторная работа № 3. Исследование нормальности структуры стабилизатора с ШИМ-2	32
Лабораторная работа № 4. Свойства периодических состояний и причина возникновения хаотической динамики в отображении Фейгенбаума	37
Индивидуальное задание	40
Методические указания по написанию реферата	49

Федеральное агентство по образованию

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

_____ М.Т. Решетников

« ____ » _____ 2007 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине Системы автоматизированного
проектирования электронных схем

Для направления 210100 — Электроника и микроэлектроника

и специальности 210106 — Промышленная электроник

Факультет Электронной техники

Курс 4

Семестр 8

Учебный план набора 2002 г.
и последующих лет

Распределение учебного времени:

Лекции 32 час.

Практические занятия 16 час.

Лабораторные работы 16 час.

Аудиторных занятий 64 час.

Самостоятельная работа 44 час.

Экзамен 8 семестр

2007

1 Цели и задачи дисциплины

Основная цель курса — сформировать представление о процессе проектирования и связи проектирования с математическим моделированием, показать возможности автоматизации проектирования объектов электронной техники. Одновременно, на основе проводимых на кафедре исследований, в курсе делается акцент на проблемные моменты проектирования, разрешение которых связано с качеством проектируемых объектов.

Для изучения данной дисциплины необходимо знание курса высшей математики в объеме, запланированном для студентов ВУЗов и, в частности, частей курса связанных с изучением линейной алгебры, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, теории случайных процессов.

Постановка задач в данном курсе базируется, в основном, на дисциплинах «Основы теории электрических цепей», «Методы расчета и анализа электронных схем», «Теория автоматического управления», «Импульсно-модуляционные системы», «Преобразовательная техника».

2 Содержание лекционного курса

Введение. Математическое моделирование и проектирование (6 часов).

1. Начальные сведения о процессе проектирования. Формирование технического задания на основе требований заказчика, существующих стандартов и результатов исследований. Ошибки проектирования. Понятия: объект, модель, элемент, система, структура. Структуры формализованных знаний, общие принципы хранения моделей в памяти ЭВМ. Имитационное моделирование. Аналоговое, цифровое и смешанное моделирование. Краткий обзор пакетов ведущих производителей САПР. Представление о нисходящем проектировании, уровни детализации при проектировании и моделировании. Пример формирования математической модели простого объекта.

2. Этапы формирования математических моделей. Выбор характеризующих объект величин и параметров. Понятие — математическая модель. Классификация математических моделей.

Динамические системы. Классификация состояний (движений) динамической системы. Стационарные и нестационарные состояния. Понятие хаотической и стохастической динамики.

3. Реализация сформированной модели. Показатели качества. Выбор целевой функции и задание на параметрическую оптимизацию. Пример оптимизации для простого объекта. Классификация способов управления: регулирование, адаптация, инкапсуляция, управление на основе абстрактных моделей.

Автоматизация формирования математических моделей электронных схем (6 часов).

4. Топологические уравнения. Структурная матрица, матрица главных сечений и их автоматическое формирование. Простые и составные элементы схем. Компонентные уравнения. Преобразования уравнений. Метод узловых потенциалов его достоинства и недостатки. Понятие базисов моделирования. Метод переменных состояния и обобщенная математическая модель, применяемая в ASIMES.

5. Решение систем уравнений. Метод Ньютона—Рафсона. Технологии разреженных вычислений. LU-факторизация при решении СЛАУ с разреженными матрицами.

6. Знакомство с моделями полупроводниковых компонентов схем. Организация смешанного моделирования. Принципы хранения результатов моделирования.

Основы теории устойчивости (4 часа).

7. Постановка проблемы. Понятие области притяжения и радиуса области притяжения стационарного движения.

8. Теория локальной устойчивости. Линейные системы. Автономные системы. Примеры исследования устойчивости.

Численные методы реализации математических моделей (4 часа).

9. Экспоненциальная матрица и ее применение в численно-аналитических расчетах. Проблема собственных чисел. Различные подходы к решению этой проблемы. Алгоритмы поиска стационарных решений.

10. Схемы численного интегрирования систем обыкновенных дифференциальных уравнений, применяемые в САПР ЭС. Понятие аппроксимации и устойчивости. Сходимость решения дискретной задачи к решению континуальной. Свойства неявной схемы трапеций и схемы Гира на примерах решения жестких и консервативных систем уравнений.

Динамика стабилизатора с ШИМ и хаос в динамических системах (6 часов).

11. Структура импульсного стабилизатора напряжения компенсационного типа. Особенности системы уравнений. Формирование математической модели стабилизатора. Понятие m -цикла. Результаты решения задачи Коши при различных коэффициентах усиления.

12. Преобразования модели. Переход от системы дифференциальных уравнений к двумерному отображению. Проблема поиска периодических движений. Результаты расчетов устойчивых m -циклов при различных коэффициентах усиления. Понятие мягкого и жесткого возникновения m -циклов. Представление результатов расчетов в виде картины ветвлений. Анализ картины ветвлений.

13. Динамика стабилизатора в условиях помех при неединственности стационарных состояний. Возможные причины возникновения хаотической динамики. Анализ одномерного квадратичного отображения Фейгенбаума. Бифуркационная диаграмма. Картина ветвлений. Понятие внутренней области притяжения и ее радиуса Бифуркационная диаграмма для двумерного отображения стабилизатора. Численные эксперименты, объясняющие возникновение хаотической динамики. Понятие катастрофы в динамической системе.

Нормальные и аномальные структуры динамических объектов, проблема качественного проектирования (6 часов)

14. Понятия, характеризующие качество динамических объектов: чувствительность, грубость, робастность, структурная устойчивость, конвергентность. Примеры анализа объектов с позиции приведенных понятий.

15. Понятие нормальных и аномальных структур. Смысл введения этого понятия. Пример нормализации структуры импульсного стабилизатора.

16. Нормальные структуры и проблема качественного проектирования. Проблемы автоматизации проектирования.

2 Контрольные работы (2 по 2 часа)

Первая контрольная работа выполняется по окончании второй части лекционного курса, и содержит 3 задачи по теме «Автоматизация формирования математических моделей электронных схем»: в первой задаче по схеме заданной цепи предлагается построить структурную матрицу; во второй — матрицу главных сечений и уравнения по первому и второму законам Кирхгофа или получить уравнения относительно узловых потенциалов; в третьей — преобразовать полученные уравнения к виду удобному для их реализации.

Вторая контрольная работа выполняется по темам: «Теория устойчивости», «Нормальные и аномальные структуры динамических объектов». Решаются 3 задачи следующих типов: первая — определить бифуркационные параметры и классифицировать точки бифуркаций для одномерного нелинейного дифференциального уравнения; вторая — определить устойчивость либо разностной системы уравнений; либо линейной системы уравнений с разрывами в правой части; третья — качественная задача по теме: «Нормальные и аномальные структуры динамических объектов».

3 Практические аудиторные занятия (16 часов)

3.1 Моделирование схем в пакете ASIMEC (6 часов).

3.2 Подготовка к контрольным работам (4 часа).

3.3 Семинар, на котором представляются и обсуждаются рефераты (2 часа).

3.5 Контрольные работы (2 по 2 часа каждая).

4 Лабораторные работы (16 часов)

4.1 Моделирование схем с использованием языка описания схем (net-list) в пакете PSpice (4 часов).

4.2 Основы технологии разреженных матриц (4 часов).

4.3 Лабораторная работа № 3 — Исследование нормальности структуры стабилизатора с ШИМ-2

4.4 Свойства периодических состояний и причина возникновения хаотической динамики в отображении Фейгенбаума

5 Организация самостоятельной работы (44 часа)

Самостоятельная работа предполагает практическое знакомство с численными методами анализа электронных схем, а также работу с дополнительной литературой. В течение 7-го семестра предполагается выполнить одно индивидуальное задание и написать реферат на заданную тему.

1. Индивидуальное задание: Метод Ньютона—Рафсона для решения систем нелинейных трансцендентных уравнений.

2. Реферат, выдается на заданную тему по пройденному материалу и предполагает работу с периодической литературой. Готовые рефераты обсуждаются на семинаре.

Распределение времени на самостоятельную работу следующее:

Подготовка к контрольным работам	8
Выполнение индивидуального задания	14
Написание реферата	14
Подготовка к лабораторным работам	8

6 Оценка работы студентов

Работа студентов оценивается в соответствии со следующей рейтинговой раскладкой:

Контрольные работы (две по 10 баллов)	20
Индивидуальное задание (20)	20
Реферат	20
Экзамен (20 баллов)	20
Лабораторные работы (четыре по 10)	40
Всего	120

7 Учебно-методические материалы по дисциплине

Основная литература

1. Автоматизация проектирования радиоэлектронных средств / Под ред. О.В. Алексеева. — М.: Высшая школа, 2000 (33 экз. в библиотеке).
2. Баушев В.С. Математическое моделирование и автоматизация проектирования электронных схем: Учебное пособие. — Томск: ТУСУР, 2007. — 91 с.

Дополнительная литература

3. Влах И., Сингал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. — М.: Радио и связь, 1988. — 560 с.
4. Чуа Леон О., Пен-Мин Лин. Машинный анализ электронных схем: (Алгоритмы и вычисл. методы). — М.: Энергия, 1980. — 638 с.: ил.
5. Разевиг В.Д. Система P-CAD 8.5—8.7: Руководство пользователя. — М.: Солон-Р, 1999.
6. Разевиг В.Д. Применение программ P-CAD и PSpice для схемотехнического моделирования на ПЭВМ. Вып.1, 4. — М.: Радио и связь, 1992.

Методические указания, и учебные программы

Программное обеспечение «Система моделирования электронных схем ASIMES» версия 2 (2007 г выпуска).

Программное обеспечение для моделирования электронных схем PSPICE из пакета Orcad (бесплатная версия).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Моделирование схем с использованием языка описания схем (net-list) в пакете PSpice

1 ВВЕДЕНИЕ

Целью лабораторной работы является знакомство с пакетом программ для моделирования схем PSPICE. Пакет программ PSPICE создавался как улучшенный переработанный вариант программы SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) созданной в 1973 г. в Калифорнийском университете. В последствие на базе открытых кодов SPICE было создано целое семейство моделирующих пакетов как бесплатных, так и коммерческих.

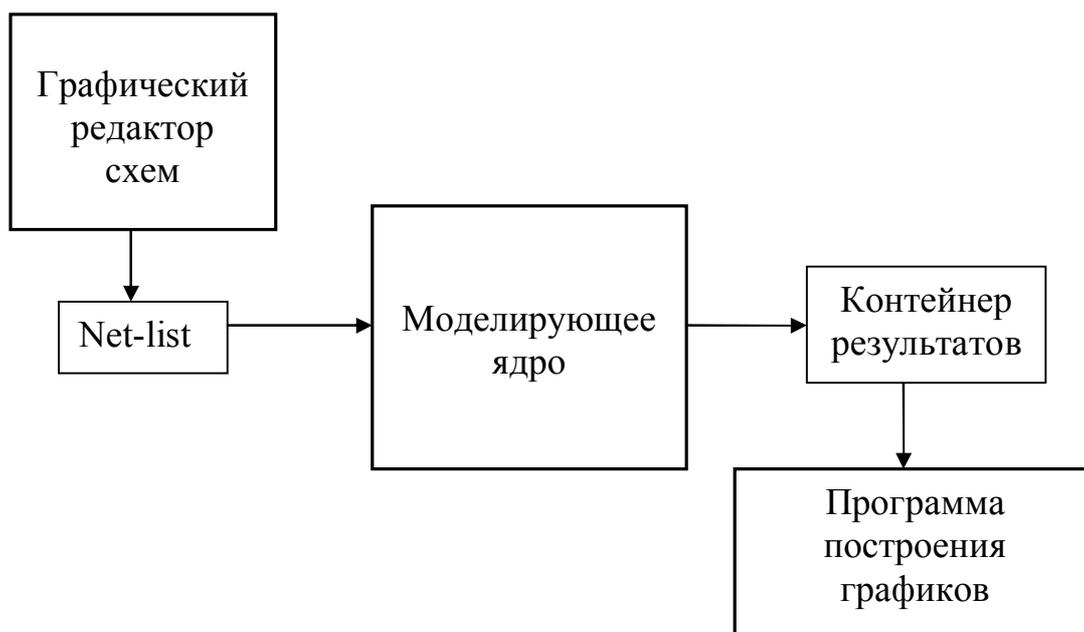


Рисунок 1 — Структура моделирующих пакетов

На рисунке 1 показана общая структура моделирующих пакетов. Собственно моделированием занимается ядро. На вход ядру передается задание на моделирование, записанное на формальном языке (обычно в тексте с ASCII кодировкой), а на выходе формирует поток с результатами моделирования, также имеющий определенную структуру. В случае SPICE-программ язык заданий называется net-list. Интересно, что язык заданий и мето-

ды моделирования дошли до наших дней, претерпев лишь незначительные изменения. Ядро, редактор схем и программа построения графиков являются самостоятельными компонентами пакета и, в принципе, могут использоваться отдельно друг от друга.

2 СОСТАВ ПАКЕТА

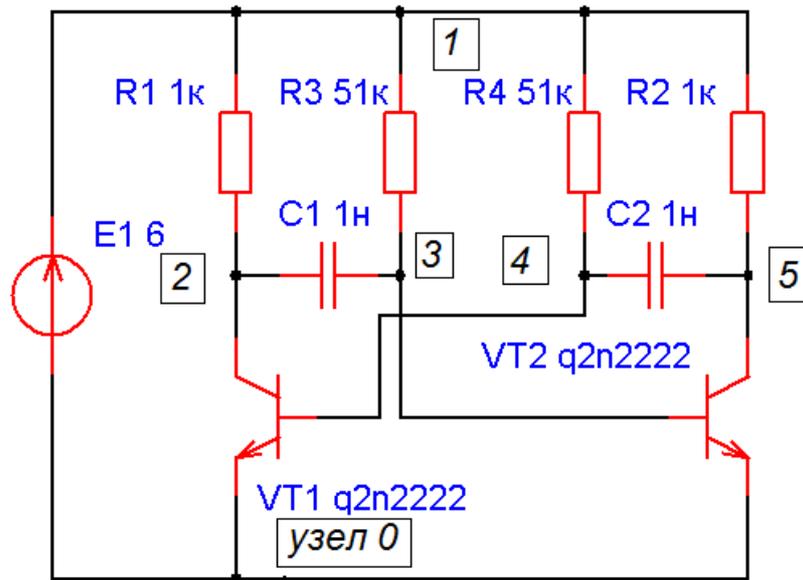
Мы рассмотрим PSPICE версии 9.1. Student Edition бесплатная версия свободно распространяемая в сети Интернет. Бесплатная версия имеет существенные ограничения на число моделируемых компонентов и количество узлов. Состав и назначение основных компонентов PSpice описаны в таблице 2.

Таблица 2 — Состав пакета PSPICE

Компонент пакета	Основное назначение
Pspice AD Student	Программа, выполняющая моделирование
Probe	Графический постпроцессор — отображает графики по данным моделирования и имеет простые встроенные средства их обработки (БПФ, маркеры и т.п.)
PSpice Model Editor Student	Служит для определения параметров математических моделей по некоторому набору данных получаемых экспериментально или из справочников
Capture Student	Управляющая оболочка, облегчающая менеджмент проектов
PSpice Stimul Editor Student	Редактор стимулов — входных воздействий — позволяют создавать источники напряжений и токов, с заданной зависимостью от времени

3 ОСНОВЫ ВХОДНОГО ЯЗЫКА ПРОГРАММЫ PSPICE

Чтобы понять основы языка описания заданий проще всего рассмотреть конкретный пример. С этой целью рассмотрим мультивибратор на биполярных транзисторах.



Содержимое файла с заданием на моделирование может быть следующим:

Multivibrator ! первая строка игнорируется при моделировании
 *Описание схемы (параметры в строках разделены пробелами)

```
R1 1 2 1000
R2 1 5 1k
R3 1 3 51k
R4 1 4 51000
C1 2 4 1n
C2 3 5 1000Pf
Q1 2 3 0 Q2N2222
Q2 5 4 0 Q2N2222
VI 1 0 6V
```

*команды

.LIB eval.lib

.TRAN 10nS 1mS 10nS 1mS UIC

.PROBE

Рассмотрим его содержимое подробно. Первая строка зарезервирована под комментарий и никак не воспринимается моделирующей программой. Обычно она используется для хранения названия. Строки с комментариями начинаются с символа *. Все,

что следует за этим символом, никак не будет восприниматься моделирующей программой.

Строки 3—12 содержат собственно описание схемы. Каждая строка несет информацию об одном компоненте схемы. Сначала следует название, причем первая буква обозначает тип компонента (R-резистор, C-конденсатор и т.д.). Далее в строке следуют номера узлов схемы, к которым подсоединен компонент, а затем значения параметров. Естественно, перед вводом описания схемы узлы следует пронумеровать. Нулевой узел должен присутствовать обязательно. В качестве разделителя между названиями, номерами узлов и параметрами используется пробел. Упростить ввод значений, представляющих собой мантиссу, умноженную на 10 можно применив один из символов F P N U M K MEG G T представляющих собою масштабные индексы (F — 1E-15, P — 1E-12 и т.д.). Например, 10 000 000 000 = 10 G. Регистр вводимых символов (G или g) значения не имеет.

В строках 10, 11 описаны биполярные транзисторы Q1 и Q2. Номера узлов должны вводиться в следующей последовательности: сначала коллектор, затем база, и на конец эмиттер. Для источника постоянного напряжения, описанного в 12-й строке, сначала необходимо указывать положительный вывод (к которому направлена стрелка), а затем отрицательный. Строки, начинающиеся с точки, носят названия директив (или также их называют картами). Первая директива (.LIB) подключает библиотеку, содержащуюся в файле eval.lib. Параметры транзисторов Q1 и Q2 будут взяты из этой библиотеки, а точнее из записи в библиотеке, соответствующей типу прибора (Q2N2222). Вторая директива (.TRAN от англ. transient — переходный) указывает, что необходимо выполнить анализ переходного процесса — решить задачу Коши. Она содержит пять параметров: первый — шаг вывода данных (в файл), второй — конечное время моделирования, четвертый позволяет указать максимальный шаг интегрирования, пятый параметр говорит, что следует использовать начальные условия (в нашем случае они нулевые), а не рассчитывать рабочую точку (стационарное состояние статического типа). Следует помнить, что шаг интегрирования выбирается в ходе расчета автоматически, согласно требованиям к точности расчетов, и постоянно

изменяется. Директива .PROBE указывает на то, что данные о переходном процессе следует сохранять в файле.

4 МОДЕЛИРОВАНИЕ МУЛЬТИВИБРАТОРА

Чтобы промоделировать мультивибратор запустите программу PSpice AD Student. В меню File выберите раздел **New->Text File**. Наберите задание на моделирование для мультивибратора. Сохраните текстовый файл с расширением *.cir. Теперь все готово для моделирования.

После запуска моделирования PSpice производит формальную проверку на наличие/отсутствие ошибок в задании <имя_файла>.cir и формирует файл отчета с именем <имя_файла>.out. Если же ошибок нет, то запускается процесс моделирования, и программа отображает основные его параметры, в нашем примере это: текущее и конечное время моделирования, а также текущий шаг. Данные, получаемые в результате моделирования записываются в файл с расширением dat (<имя_файла>.dat)

Если моделирование прошло удачно, то запустится программа построения графиков probe.exe. Постройте график напряжения на втором узле. Для этого можно выбрать в меню **Trace->Add Trace...** или нажать кнопку . После чего в списке доступных для вывода на график токов ветвей и напряжений узлов выбрать V(2).

Если текст задания строго соответствует приведенному выше, то генерации автоколебаний не будет. Причин этому 2. Во-первых, из курса микросхемотехники должно быть известно, что генерация колебаний в модели мультивибратора будет, тогда когда в плечах мультивибратора присутствует асимметрия, хотя бы сколь угодно малая. В нашем случае этого нет, потому что модели элементов в обоих плечах абсолютно одинаковые, как и начальные условия в них. Ввести асимметрию можно, например, изменив значение сопротивления R2 с 1k на 1.01k. Повторим наш эксперимент. Опять нет генерации автоколебаний? Вторая проблема связана с особенностью работы численных методов. Теоретически, если отбросить ошибки усечения чисел (порядка

1E-16 по относительной величине), можно считать, что численные методы интегрирования дают сколь угодно близкое приближение к точному решению при шаге, *стремящемся к нулю*. Однако на практике шаг всегда имеет конечное значение и выбирается автоматически согласно требованиям к точности. Известно, что мультивибратор генерирует импульсы похожие на прямоугольные. В фазах его работы можно выделить относительно быстрые процессы на фронтах и гораздо более медленные процессы, связанные с перезарядом емкостей C1 и C2. Поэтому при эффективном выборе шага — он должен быть относительно *малым* на фронтах и, относительно *большим* на пологих участках, которые легче аппроксимируются численной схемой. Проблема состоит в том, что когда шаг большой, то алгоритм, реализованный в PSPICE, не может «почувствовать» момент, когда шаг пора уменьшать. Решить проблему можно, если принудительно ограничить шаг интегрирования, уменьшив 4-й параметр в директиве TRAN.

5 ПРОГРАММА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Ознакомится с материалом, приведенным в методических указаниях на лабораторную работу.
2. Кратко ознакомится с «Руководством пользователя».
3. Промоделировать схему мультивибратора изображенную на рисунке 1. В последовательности указанной в п. 4. методических указаний. Добиться генерации прямоугольных импульсов с длительностью определяемой согласно варианту.
4. Промоделировать устройство согласно варианту. Подобрать параметры так, чтобы частота (период) автоколебаний соответствовал заданному значению.
5. Написать краткий отчет и защитить лабораторную работу.

6 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Отчет должен содержать: постановку задачи, электронную схему, и текст задания на моделирование (содержимое файла *.cir), описание хода работы с описанием проблемных ситуаций, ВЫВОДЫ.

7 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Есть ли различие между описаниями элементов в net-list-e?

а)

C1 1 2 10n

C1 2 1 10n

б)

V1 1 0 6V

V1 0 1 6V

2. Какие из приведенные ниже описаний резистора эквивалентны R1 1 2 10k?

R1 2 1 10000

R1 2 1 1E4

R1 1 2 10E3

3. Когда необходимо ограничивать шаг расчетов при временном анализе?

4. Что представляет собою SPice модель транзистора (см. руководство)?

8 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Разевиг В.Д. Применение программ P-CAD и PSpice для схемотехнического моделирования на ПЭВМ. Вып.1, 4. — М.: Радио и связь, 1992.

2. Разевиг В.Д. Система P-CAD 8.5—8.7: Руководство пользователя — М.: Солон-Р, 1999.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица 1 — Варианты задания

	Значение частоты п. 3 программы лабораторной работы	Схема п. 4 программы лабораторной работы	Значение частоты п. 3 программы лабораторной работы
1	1 кГц	1	10 кГц
2	10 кГц	2	10 МГц
3	1 Гц	3	10 МГц
4	200 Гц	4	1 Гц
5	1 МГц	5	10 МГц
6	10 МГц	1	20 кГц
7	100 МГц	2	100 МГц
8	20 МГц	3	100 МГц
9	3 кГц	4	10 Гц
10	15 кГц	5	20 МГц
11	35 кГц	1	200 кГц
12	100 кГц	2	150 МГц
13	15 МГц	3	150 МГц
14	15 Гц	4	100 Гц
15	150 кГц	5	40 МГц
16	200 кГц	1	5 кГц
17	250 кГц	2	1 МГц
18	150 Гц	3	2 МГц
19	1,5 кГц	4	100 кГц

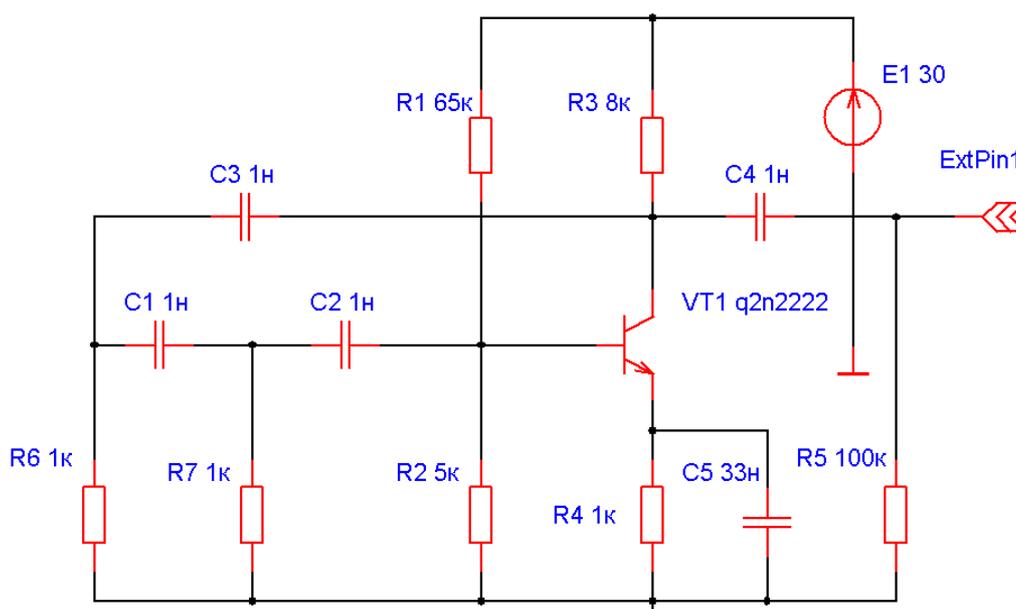


Рис. 1

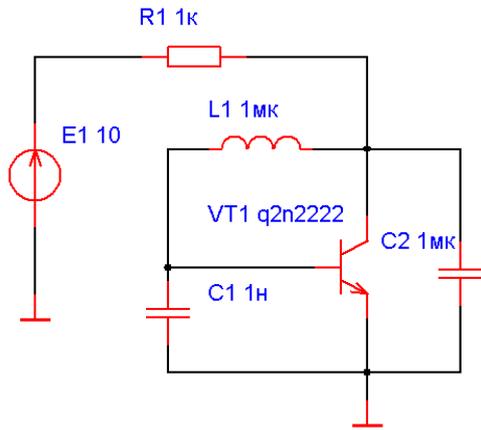


Рис. 2.

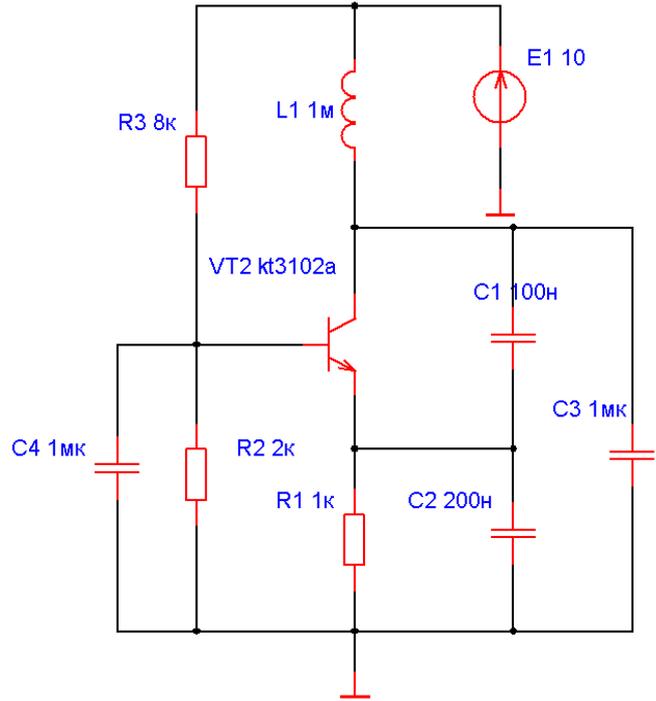


Рис. 3

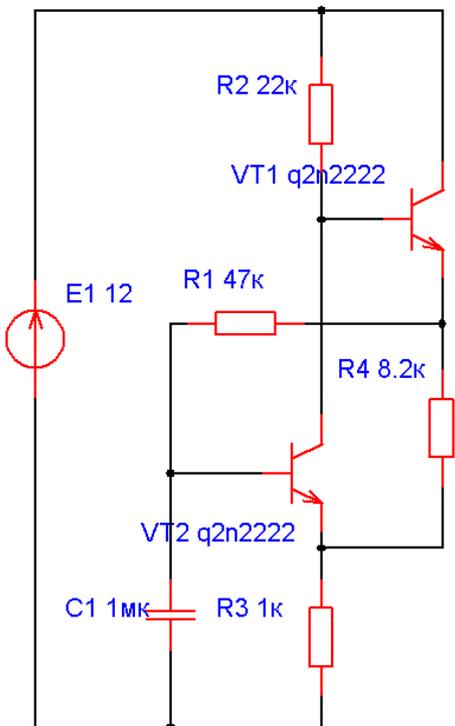


Рис. 4

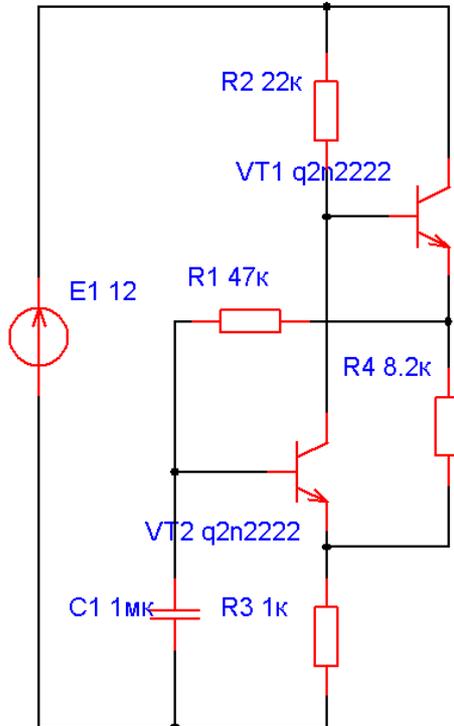


Рис. 5.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Основы технологии разреженных матриц

1 ВВЕДЕНИЕ

Электронные схемы описываются системами уравнений, которые удобно представлять в матричном виде. Имея процедуры для выполнения элементарных операций с матрицами (умножение, сложение, решение линейного уравнения и т.д.), можно легко реализовывать универсальные (независимо от конкретной схемы) алгоритмы анализа.

Эффективность работы с обычными матрицами — представленными в памяти ЭВМ в виде двумерного массива — быстро падает, с ростом размерности схем. При анализе эффективности использования того или иного способа хранения матриц мы ограничимся схемами, уравнения которых можно представить в виде

$$dX/dt = AX + B, \quad (1)$$

где $X=[x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ — одностолбцовая матрица или вектор, A — квадратная матрица размерностью $N \times N$, $B=[b_1, b_2, \dots, b_N]$ — вектор, внешних воздействий. Для нахождения решения во временной области из начальных условий

$$X(t_0) = X_0, \quad t_0 = 0 \quad (2)$$

явным методом Эйлера. Численная схема при этом будет выглядеть следующим образом:

$$X(t_k) = X(t_{k-1}) + h \cdot (A \cdot X(t_{k-1}) + B(t_{k-1})), \quad (3)$$

где $t_k = k \cdot h$, $t_{k-1} = (k-1) \cdot h$, $k = 1, 2, 3, \dots$;
 h — шаг интегрирования.

Очевидно, что самая трудоемкая операция при реализации (3) — умножение матрицы A на вектор X . Легко подсчитать, чтобы умножить «обычную» матрицу на вектор потребуется $N \times N$ операций умножения и, примерно, столько же операций сумми-

рования. Заметим, что в ЭВМ операция умножения требует гораздо больше времени, чем сложения.

Предположим, что моделируется усилитель, состоящий из нескольких одинаковых усилительных каскадов. Пусть усилительные каскады описываются системой уравнений, размерность которой равна M . Пусть сначала моделируется один каскад. Число элементарных операций умножения для однократного интегрирования по (3) составит примерно $M \cdot M$. Затем моделируется усилитель, состоящий из 6-ти каскадов идентичных первому. В этом случае требуется уже $(6 \cdot M) \cdot (6 \cdot M)$ операций умножения, т.е. в 36 раз больше. В то же время количество элементов увеличилось только в 6 раз. Еще хуже будет в том случае, если мы воспользуемся неявной схемой Эйлера,

$$[E - A \cdot h] \cdot X(t_k) = X(t_{k-1}) + h \cdot B(t_{k-1}), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

где E — единичная матрица. Неявная схема Эйлера требует решения системы линейных уравнений на каждом шаге. При использовании метода Гаусса число операций умножения только на прямом ходе метода будет пропорционально кубу от размерности, деленному на три. Тогда при увеличении в размерности в 6 раз число операций умножения увеличится уже в 72 раза.

Часто удается существенно сократить машинное время, воспользовавшись технологией разреженных матриц. Во многих случаях **заполнение матрицы** или **профиль матрицы** — число равное числу *ненулевых элементов* — увеличивается примерно пропорционально *числу элементов схемы*. Пропорционально последнему растет и размерность. Это приводит к тому что, матрицы относительно больших схем — содержащих от нескольких десятков элементов — имеют огромное количество нулей, т.е. оказываются **разреженными**. В таких случаях становятся эффективными такие технологии выполнения алгебраических операций над матрицами, при которых ни какие манипуляции с нулевыми элементами (загрузка в регистры процессора, умножения, сложения) вообще не выполняются.

2 СПОСОБЫ ХРАНЕНИЯ РАЗРЕЖЕННЫХ МАТРИЦ В ПАМЯТИ ЭВМ

Проиллюстрируем на примере следующей матрицы A , строки и столбцы которой нумеруются начиная с нуля. Это упрощает переход к программированию на языке C и $Pascal$, если используются динамически выделяемая память.

↖	0	1	2	3	4
0	1	0	0	2	0
1	3	4	0	0	5
2	0	6	7	0	0
3	0	0	8	0	9
4	10	0	0	0	0

Координатный формат (Coordinate Storage Format)

Требует наличия трех одномерных массивов Row — хранит индексы строк, Col — индексы столбцов и $Data$ — собственно ненулевые значения. Размер всех массивов равен числу ненулевых элементов, в нашем примере 10.

Row	0	0	1	1	1	2	2	3	3	4
Col	0	3	0	1	4	1	2	2	4	0
Data	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Комментарии	$A(0,0)=1$	$A(0,3)=2$	$A(1,0)=3$	$A(1,1)=4$	$A(1,4)=5$	$A(2,1)=6$	$A(2,2)=7$	$A(3,2)=8$	$A(3,4)=9$	$A(4,0)=10$

В нашем примере данные упорядочены (слева направо и сверху вниз), хотя формат допускает также и неупорядоченное хранение данных.

Несколько более сложными для понимания являются форматы **сжатый по строкам** (Compressed Row Storage Format) и **сжатый по столбцам** (Compressed Col Storage Format). Оба они также хранят информацию о матрице в трех одномерных массивах.

Сначала рассмотрим формат «сжатый по строкам». Так же как и в координатном формате, массивы $Data$ и Col хранят, соответственно данные и столбцовые индексы ячеек матрицы. Массив $RowPtr$ хранит индексы, с которых начинаются элементы соответствующей строки. Например, элементы второй строки (не

забываем, что нумерация у нас принята с нуля) начинаются с $\text{RowPtr}[2] = 5$, следовательно первый элемент 2-й строки $A(2,1) = 6$. Здесь первый индекс 2 — номер строки, а второй $\text{Col}[5] = 1$ — номер столбца.

Заметим, что данные при использовании данного формата должны быть упорядочены по строкам.

RowPtr	0	2	5	7	9	10				
Col	0	3	0	1	4	1	2	2	4	0
Data	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Комментарий	$A(0,0)=1$	$A(0,3)=2$	$A(1,0)=3$	$A(1,1)=4$	$A(1,4)=5$	$A(2,1)=6$	$A(2,2)=7$	$A(3,2)=8$	$A(3,4)=9$	$A(4,0)=10$

Формат «сжатый по столбцам» отличается тем, что данные упорядочиваются по столбцам. Вместо столбцовых индексов хранятся строчные. Вместо массива, хранящего индексы начала строк, используется массив ColPtr , хранящий индексы начала столбцов.

ColPtr	0	3	5	7	8	10				
Row	0	1	4	1	2	2	3	0	1	3
Data	1	3	10	4	6	7	8	2	5	9
Комментарий	$A(0,0)=1$	$A(1,0)=3$	$A(4,0)=10$	$A(1,1)=4$	$A(2,1)=6$	$A(2,2)=7$	$A(2,3)=8$	$A(3,0)=2$	$A(4,1)=5$	$A(4,3)=9$

Выделенные клетки указывают на 10-й «несуществующий» элемент. Эта информация полезна при организации циклов, чтобы знать, где заканчивается последний столбец (строка). Впрочем, это можно определить, зная размер массива Data .

Не смотря на то, что рассмотренные форматы хранения матриц, позволяют современным ЭВМ хранить и эффективно использовать матрицы с размерностью до 1 000 000 000 и более, они имеют и свои недостатки. Низко эффективны такие алгоритмы как: перестановка строк, при использовании формата сжатого по столбцам; перестановка столбцов при использовании формата сжатого по строкам; оба вида перестановок при использовании координатного формата; добавление ненулевых элементов в произвольную позицию матрицы, доступ к произвольному элементу, требующий сканирования массивов, и т.п.

Однако эти форматы весьма удобны в алгоритмах, где требуется простое сканирование всех ненулевых элементов. Примером такого алгоритма является алгоритм умножения разреженной матрицы на вектор.

3 УМНОЖЕНИЕ РАЗРЕЖЕННОЙ МАТРИЦЫ НА ВЕКТОР

Рассмотрим операцию умножения матрицы на вектор — результат вектор

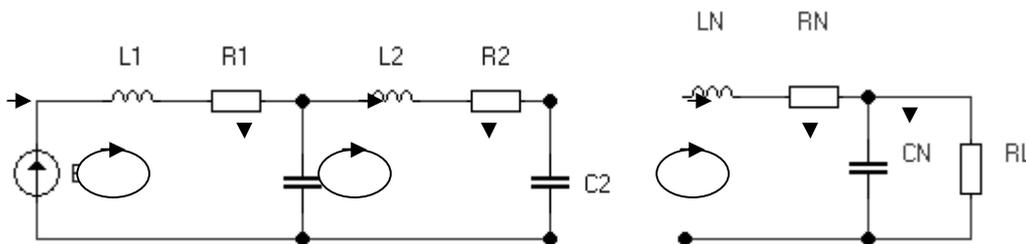
$$Y=A*X.$$

1. Обнуляем результат Y .
2. Организуем цикл по всем элементам матрицы (для разных форматов — этот цикл будет отличаться)
3. Внутри цикла для каждого элемента матрицы определяем его строчный и столбцовый индексы, соответственно i, j , и выполняем операцию

$$Y[i] = Y[i] + A(i,j)*X[j].$$

4 ЛИНИЯ ЗАДЕРЖКИ МОДЕЛЬ 1

В ходе работы будем использовать две модели линий задержки, имеющие разреженные матрицы A .



Формирование математической модели начнем с составления уравнения по 2 закону Кирхгофа для контура $E1L1R1C1$

$$E1 = R1*i_{L1} + (U_{L1}=L1*di_{L1}/dt) + U_{C1};$$

для второго контура имеем

$$U_{C1} = R_2 * i_{L2} + L_2 * di_{L2}/dt + U_{C2};$$

для k-го контура

$$U_{Ck-1} = R_k * i_{Lk} + L_k * di_{Lk}/dt + U_{Ck},$$

где $k = 2, N$;

для последнего контура содержащего C_N и R_L имеем

$$U_{CN} = U_{RL}.$$

Уравнения по первому закону Кирхгофа: для тока узла соединяющего R_1, C_1, L_2

$$i_{L1} = (i_{C1} = C_1 * dU_{C1}/dt) + i_{L2};$$

для k-го узла

$$i_{Lk} = C_k * dU_{Ck}/dt + i_{Lk+1},$$

где $k=1, N-1$

для узла соединяющего R_N, C_N, R_L

$$i_{LN} = C_N * dU_{CN}/dt + U_{CN}/R_N.$$

Пусть $X = [i_{L1}, U_{C1}, i_{L2}, U_{C2}, \dots, i_{LN}, U_{CN}]^T$ — вектор переменных состояния.

Представим полученные уравнения в виде, разрешенном относительно производных

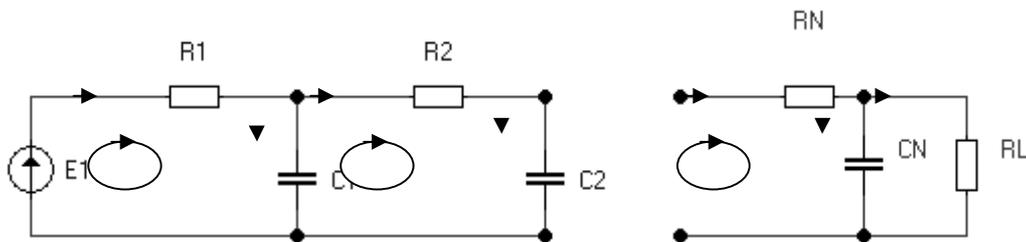
$$dX/dt = A * X + B.$$

Ниже приведен вид векторов и матрицы A

dX/dt				A							B
di_{L1}/dt		$-R1/L1$	$-1/L1$								$\frac{E1}{L1}$
dU_{C1}/dt		$1/C1$		$-1/C1$							
di_{L2}/dt	=		$1/L2$	$-R2/L2$	$-1/L2$						*X +
dU_{C2}/dt				$1/C2$		$-1/C2$					
dU_{CN}/dt								$1/CN$	$-1/(RN*CN)$		

Отметим, что такая модель при подборе соответствующих параметров, в том числе N, используется при моделировании процессов в длинных линиях, в качестве модели линии задержки, с ее помощью можно также исследовать механические колебания струны и т.д.

5 ЛИНИЯ ЗАДЕРЖКИ МОДЕЛЬ 2



Для узла соединяющего R1,R2,C1 уравнение по первому закону Кирхгофа имеет вид

$$i_{R1} = (i_{C1} = C1 * dU_{C1}/dt) + i_{R2}.$$

Поскольку

$$i_{R1} = (E - U_{C1})/R1, \quad i_{R2} = (U_{C1} - U_{C2})/R2,$$

то находим

$$dU_{C1}/dt = [(-1/R1 - 1/R2) * U_{C1} + U_{C2}/R2 + E/R1]/C1.$$

Аналогично для k-й емкости получим

$$dU_{Ck}/dt = [(-1/R_k - 1/R_{k+1}) * U_{Ck} + U_{C_{k+1}}/R_{k+1} + U_{C_{k-1}}/R_k]/C_k, k=2, N-1.$$

И для последней емкости

$$dU_{CN}/dt = [(-1/R_N - 1/R_L) * U_{CN} + U_{C_{N-1}}/R_N]/C_N.$$

Пусть $X = [U_{C1}, U_{C2}, \dots, U_{CN}]^T$ — вектор переменных состояния.

Представим полученные уравнения в виде, разрешенном относительно производных

$$dX/dt = A * X + B.$$

Ниже приведен вид векторов и матрицы A

dX/dt	A						B
dU _{C1} /dt	(-1/R1 - 1/R2)/C1	1/R2/C1					$\frac{E1}{R1C1}$
dU _{C2} /dt	1/R2/C2	(-1/R2 - 1/R3)/C2	1/R3/C2				
.	=						* X +
dU _{CN} /dt				1/CN	-(1/RN + 1/RL)/CN		

6 ПРОГРАММА ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1. Ознакомится с теоретическим материалом, приведенном в методических указаниях на лабораторную работу.

2. Написать алгоритм умножения матрицы в разреженном формате, который определяется вариантом.

3. Написать процедуру заполнения матрицы A коэффициентами уравнений модели, которая определяется вариантом.

4. Написать алгоритм решения задачи Коши по (3).

5. Путем решения задачи Коши вычислить определяемый вариантом показатель.

6. Прodelать пункты 1—4 для матрицы в виде двумерного массива.

7. Изменить число звеньев в линии задержки, сначала уменьшив их в два раза, а за тем увеличив в два раза относительно заданных согласно варианту.

8. Сравнить производительность для обычного и разреженного методов.

9. Написать отчет и защитить лабораторную работу.

7 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

Отчет должен содержать: титульный лист, постановку задачи, краткое описание хода работы, с перечнем использованных методов и алгоритмов, блок-схемы основных программных процедур (функций). Результаты численных экспериментов в виде таблицы и выводы.

8 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Запишите матрицу изображенную ниже в формате «сжатый по столбцам».

	1	2	3	4
0		1	7	
1			4	
2	2			3
3			4	
4		9		

2. То же но в формате «сжатый по строкам».

3. Сравните возможную эффективность алгоритмов использующих форматы:

а) «сжатый по строкам» и «сжатый по столбцам»;

б) «координатный формат» и «сжатый по строкам».

4. Оцените приближенно насколько увеличится время расчета, если использовать вместо явной схемы Эйлера неявную.

9 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Писсанецки. Технология разреженных матриц. — М.: Мир, 1988.

2. R. Barret and others. Templates for the Solutions of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods. SIAM, 1994, Philadelphia PA, pp 63—68. доступно в Интернет по адресу <http://www.netlib.org/templates/Templates.html>

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Варианты заданий

Вариант	Модель	Параметры			Рассчитываемый показатель
1	1	$E_1 = 100 \text{ В};$ $R_i = 0.01 \text{ Ом}$	$C_i = 100 \text{ пФ};$ $L_i = 0.1 \text{ мкГн}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	I) [*] $U_{RL} = E_1/2$
2	2	$E_1 = 100 \text{ В};$ $R_i = 0.01 \text{ Ом}$	$C_i = 100 \text{ пФ}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = E_1/2$
3	1	$E_1 = 10 \text{ В};$ $R_i = 0.01 \text{ Ом}$	$C_i = 10 \text{ пФ};$ $L_i = 0.1 \text{ мкГн}$	$R_L = 1000 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = E_1/2$
4	2	$E_1 = 10 \text{ В};$ $R_i = 0.01 \text{ Ом}$	$C_i = 50 \text{ пФ}$	$R_L = 1000 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = E_1/2$
5	1	$E_1 = 100 \text{ В};$ $R_i = 0.02 \text{ Ом}$	$C_i = 100 \text{ пФ};$ $L_i = 0.1 \text{ мкГн}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = E_1/2$
6	2	$E_1 = 100 \text{ В};$ $R_i = 0.02 \text{ Ом}$	$C_i = 100 \text{ пФ}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = E_1/2$
7	1	$E_1 = 1000 \text{ В};$ $R_1 = 1000 \text{ Ом};$ $R_i = 0.02 \text{ Ом}$	$C_i = 100 \text{ пФ};$ $L_i = 10 \text{ нГн}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	II) ^{**} $U_{RL} = E_1/2$
8	2	$E_1 = 100 \text{ В};$ $R_i = 0.02 \text{ Ом}$	$C_i = 100 \text{ пФ}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = 0.9 * E_1$
9	1	$E_1 = 1000 \text{ В};$ $R_1 = 1000 \text{ Ом};$ $R_i = 0.02 \text{ Ом}$	$C_i = 100 \text{ пФ};$ $L_i = 25 \text{ нГн}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	II) $U_{RL} = E_1/2$
10	2	$E_1 = 10 \text{ В};$ $R_i = 0.02 \text{ Ом}$	$C_i = 10 \text{ пФ}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = 0.8 * E_1$
11	1	$E_1 = 1000 \text{ В};$ $R_1 = 800 \text{ Ом};$ $R_i = 0.02 \text{ Ом};$	$C_i = 100 \text{ пФ};$ $L_i = 25 \text{ нГн}$	$R_L = 10 \text{ Ом}$	II) $U_{RL} = E_1/2$
12	2	$E_1 = 10 \text{ В};$ $R_i = 0.2 \text{ Ом}$	$C_i = 25 \text{ пФ};$	$R_L = 1000 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = 0.7 * E_1$
13	1	$E_1 = 1000 \text{ В};$ $R_1 = 1000 \text{ Ом};$ $R_i = 0.2 \text{ Ом}$	$C_i = 10 \text{ пФ};$ $L_i = 30 \text{ нГн}$	$R_L = 1000 \text{ Ом}$	II) $U_{RL} = E_1/2$
14	2	$E_1 = 10 \text{ В};$ $R_i = 0.1 \text{ Ом}$	$C_i = 500 \text{ пФ}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	I) $U_{RL} = 0.6 * E_1$
15	1	$E_1 = 1000 \text{ В};$ $R_1 = 1000 \text{ Ом};$ $R_i = 0.02 \text{ Ом}$	$C_i = 10 \text{ пФ};$ $L_i = 60 \text{ нГн}$	$R_L = 100 \text{ Ом}$	II) $U_{RL} = E_1/2$

Рассчитываемые показатели:

I)^{*} — Время задержки до достижения напряжением заданного в строке таблицы значения

II)^{**} — Время появления отраженной волны на входе с достижением напряжения заданного в строке таблицы значения

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Исследование нормальности структуры стабилизатора с ШИМ-2

1 ВВЕДЕНИЕ

Все технические объекты функционируют в условиях изменяющихся внешних параметров (температура, влажность, входное напряжение питания, механические нагрузки, нагрузки на выходе, и т.п.). В изменениях внешних параметров обычно не сложно выделить медленную и быструю составляющие, соотнося время изменений с продолжительностью переходных процессов рассматриваемого объекта. Если спроектированный объект обладает нормальной структурой, то при изменении внешних параметров показатели качества будут изменяться непрерывно. Если же структура аномальна, то возможно появление скачков показателей качества (обычно в сторону ухудшения), которые также иногда называют динамическими катастрофами [1].

Цель настоящей работы: численное исследование динамического объекта, обладающего, в определенных условиях, либо нормальной либо аномальной структурой. В качестве объекта используется широко распространенный стабилизатор с ШИМ-2. Работа предполагает, что выполняющие ее студенты: знают определение «нормальных структур» и знакомы с материалом учебного пособия [2], где описаны принцип действия стабилизатора, его математическая модель, проанализированы численные эксперименты и приведена картина ветвлений. Поэтому в настоящем руководстве мы опускаем эти разделы, и переходим к программе работы.

2 ПРОГРАММА РАБОТЫ

План:

1. Написать и протестировать процедуру (на языках C, C++, или Pascal) определения кратности периода периодических движений (величина m). На входе: массивы переменных состояния, на выходе отношение периода к периоду квантования ШИМ. Для получения массивов переменных состояния использовать проце-

дуру Iter из приложения. Рекомендуемое время установления 1000—5000 периодов квантования ШИМ.

2. Написать алгоритм тестирующий неединственность периодических движений сериями численных экспериментов, в которых начальные условия задаются случайно в диапазонах ($0 < \omega_1 < 1$, $0 < \omega_2 < 1$). Рекомендуемое количество численных экспериментов 20—40.

3. Построить картину ветвления стабилизатора с ШИМ в заданной области изменения внешних параметров.

4. Исследовать изменения, происходящие в картине ветвлений с ростом коэффициента передачи тока емкости (параметр b2 в программе)

3. Построить графики выходного напряжения в характерных точках с помощью ASIMES

(Схема стабилизатора c9_buck_converter.cir в каталоге DEMO)

3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать: титульный лист, постановку задачи, краткое описание хода работы, с перечнем использованных методов и алгоритмов, блок-схемы основных программных процедур (функций). Результаты численных экспериментов в виде картин ветвлений, графики выходного напряжения, полученные с помощью ASIMES, и выводы.

4 РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Постон, Иэн Стюарт. Теория катастроф и ее приложения. — М.: Мир, 1980. — 607 с.

2. Баушев В.С. Математическое моделирование и автоматизация проектирования электронных схем. — Томск: ТУСУР, 2002. — 99 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

№	Наименование параметра	Диапазон измерения	Дополнительно
1	E_0	[85,145]	$R_H=140$, $\alpha=76$
2	R_H	[50,150]	$E_0=100$, $\alpha=76$
3	E_0	[85,145]	$R_H=130$, $\alpha=76$
4	R_H	[50,150]	$E_0=110$, $\alpha=76$
5	E_0	[85,145]	$R_H=120$, $\alpha=76$
6	R_H	[50,150]	$E_0=115$, $\alpha=76$
7	E_0	[85,145]	$R_H=110$, $\alpha=76$
8	R_H	[50,150]	$E_0=118$, $\alpha=76$
9	E_0	[85,145]	$R_H=100$, $\alpha=76$
10	R_H	[50,150]	$E_0=122$, $\alpha=76$
11	E_0	[85,145]	$R_H=90$, $\alpha=76$
12	R_H	[50,150]	$E_0=125$, $\alpha=76$
13	E_0	[85,145]	$R_H=80$, $\alpha=76$
14	R_H	[50,150]	$E_0=130$, $\alpha=76$
15	E_0	[85,145]	$R_H=70$, $\alpha=76$
16	R_H	[50,150]	$E_0=135$, $\alpha=76$
17	E_0	[85,145]	$R_H=95$, $\alpha=76$
18	R_H	[50,150]	$E_0=140$, $\alpha=76$
19	E_0	[85,145]	$R_H=75$, $\alpha=76$
20	R_H	[50,150]	$E_0=145$, $\alpha=76$
21	E_0	[85,145]	$R_H=115$, $\alpha=76$
22	R_H	[50,150]	$E_0=150$, $\alpha=76$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Листинг программы решения задачи Коши с помощью отображения на языке Паскаль

```

{$N+}
program sh22; {Версия для ТурбоПаскаль 6.0/7.0}

{описание глобальных переменных}
Var R,Rn,L,C,a,E0,alfa,Uy,Uop,w1,w2,y1,y2,e1,e2,
    v3,V,Bt,Bt2,l1,l2,epsz,a1,a2,q,z: extended;
    i,j,k :integer;

{процедура задает значения глобальных переменных, в том числе
параметров модели, по умолчанию}
procedure init0;
begin
    R:=10.6;Rn:=100;L:=0.1;C:=1e-6;E0:=104;Uop:=10;a:=1e-4;
    bt:=0.1;bt2:=0;Uy:=5;alfa:=76; {параметры}
    epsz:=1e-13; {точность расчета коэффициента заполнения}
end;

{процедура расчета вспомогательных переменных ДОЛЖНА всегда
вызываться после изменения параметров}
Procedure init;
Var P :extended;
begin
    l1:=- (R/L+1/C/Rn) /2;l2:=l1*l1- (1+R/Rn) /L/C;
    if l2<0 then begin writeln(' комплексные корни !!!');
Halt(1); end;
    l2:=sqrt(l2);P:=(l1-l2)*a;l2:=(l1+l2)*a;l1:=P;
    P:=Uop*(l1-l2)*(R+Rn)/(bt*E0*Rn*l2);a1:=exp(l1);a2:=exp(l2);
{только для bt2}
    q:=Uy/Uop*P;y1:=1-bt2/bt*(C*(l2/a+R/L)+1/Rn);
    V:=l1/l2;y2:=V*(1-bt2/bt*(C*(l1/a+R/L)+1/Rn));
    {
        b2opt:=bt*(1-exp(l2-l1))/(C*(l1/a+R/L)+1/Rn-exp(l2-
l1)*(C*(l2/a+R/L)+1/Rn));
writeln(' bt2_opt=',b2opt)}
    v3:=P/alfa;e2:=y2*l2;e1:=y1*l1;
    q:=q-(y2-y1);
end;

{процедуру решения задачи Коши на одном интервале интегрирова-
ния
Входные параметры: w1,w2 - переменные состояния в начале так-
тового интервала
Входные параметры: w1,w2,z - переменные состояния и коэффици-
ент заполнения в конце тактового интервала}
Procedure Iter;

```

```

Var zz,ff,i1,i2,v1,v2,z1,zp :extended;

begin
  z1:=0;zp:=1;
  w1:=1-w1; w2:=1-w2; z:=0; v1:=y2*w2-y1*w1+q;
  if v1>0 then begin {спадаящая функция}
    z:=1;v2:=y2*w2*a2-y1*w1*a1-v3+q;
    if v2<0 then begin z:=-v1/(v2-v1);v1:=e1*w1;v2:=e2*w2;
      repeat zz:=z;i1:=exp(l1*z);i2:=exp(l2*z);
        ff:=y2*w2*i2-y1*w1*i1-v3*z+q;
        z:=z-ff/(v2*i2-v1*i1-v3);
        if (z<z1) or (z>zp) then z:=(z1+zp)/2;
        if ff>0 then z1:=zz else zp:=zz;
      until abs(z-zz)<epsz;
    end;
  end;
  zz:=1-z;
  w1:=exp(l1*zz)-w1*a1;
  w2:=exp(l2*zz)-w2*a2;
end;

{тестовый пример}
BEGIN
  init0; {задаем параметры по умолчанию}
  init; {рассчитываем вспомогательные переменные}
  w1:=0;w2:=0;
  writeln(' ',z,' ',w1,' ',w2); {выводим исходные переменные
состояния}
  for i:=0 to 100 do
    begin
      Iter; {выполняем шаг решения задачи Коши}
      writeln(' ',z,' ',w1,' ',w2); {выводим изменившиеся
переменные состояния}
    end;
END.

```

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Свойства периодических состояний и причина возникновения хаотической динамики в отображении Фейгенбаума

Цель работы: исследование динамики отображения Фейгенбаума, анализ причин возникновения хаотической динамики.

1 ВВЕДЕНИЕ

Отображение Фейгенбаума является, по-видимому, простейшим математическим объектом, который, тем не менее, обладает сложным поведением.

$$w_k = w_{k-1} * \lambda * (w_{k-1} - 1), \quad 1 < \lambda < 4, \quad k=1,2,3\dots \quad (1)$$

Отображение Фейгенбаума — рекуррентное уравнение. Если задаться некоторым значением $0 < w_0 < 1$, что соответствует $k = 1$, то можно рассчитать w_1 . Легко доказать, что $0 < w_1 < 1$, т.е. окажется в том же диапазоне значений, что и w_0 . Подставив w_1 в рекуррентное уравнение можно получить w_2 и так далее.

Фейгенбаум начал исследование этого уравнения в начале 80-х будучи студентом колледжа. Он купил программируемый калькулятор и отправился на каникулы. Его внимание привлекли последовательности порождаемые (1), возникающие при различных значениях параметра λ . При одних значениях параметра последовательность w_k сходилась в точку. При других возникали различные периодические последовательности. При третьих — последовательность не повторялась вообще — т.е. возникла хаотическая динамика. При плавных изменениях параметра поведение стационарных режимов либо изменялось непрерывно, либо обнаруживались бифуркации, происходящие по мягкому или жесткому сценариям.

Позже с развитием средств вычислительной техники появилась возможность представить динамику отображения в виде так называемых бифуркационных диаграмм и картины ветвлений (см. пособие В.С. Баушева «Математическое моделирование и

автоматизация проектирования электронных схем»). Оригинальное исследование причин возникновения хаотической динамики в отображении Фейгенбаума было проведено В.С. Баушевым в 1993—1995 гг., когда он работал преподавателем кафедры Промышленная Электроника ТУСУРа. Часть результатов доступны из учебного пособия «Математическое моделирование и автоматизация проектирования». При исследовании стационарных (периодических движений) он ввел понятие *внутренней области притяжения* и *радиуса внутренней области притяжения*, соответствующих движению (см. пособие).

Поиск стационарных движений в отображении Фейгенбаума

Идея поиска базируется на том свойстве известных для этого отображения периодических движений, что при изменении параметра от λ_1 до λ_k мультипликатор измеряется от 1 до -1 и при этом проходит через точку равную нулю. Анализ выражения для мультипликатора (см. стр. 78) пособия позволяет сделать вывод, что мультипликатор тогда и только тогда равен нулю, когда одна из координат стационарного движения $w_{c1}, w_{c2}, w_{c2}, \dots, w_{cM}$ равна 0,5, поскольку произведение может быть равным нулю только, когда один из сомножителей равен нулю.

На основании чего можно предложить следующий алгоритм простой алгоритм для нахождения любого стационарного движения с периодом M . Необходимо просто построить график одномерной функции

$$f_M'(w_0 = 0,5, \lambda)$$

в тех точках, где функция будет пересекать абсцисс и будет существовать абсолютно устойчивое периодическое движение.

При больших M число таких пересечений велико. При выполнении работы предстоит выбрать N -е (отсчет ведется слева направо).

Задание на лабораторную работу

1. Ознакомится с разделами 7.5 и 7.6 пособия В.С. Баушева «Математическое моделирование и автоматизация проектирования электронных схем»

2. Найти движение, с М и N, согласно варианту.

3. Экспериментально с помощью алгоритма изображенного на стр. 77 пособия рис. 7.13, б измерить радиус внутренней области притяжения.

4. Построить бифуркационную диаграмму, так чтобы было видно искомое движение и несколько первых бифуркаций удвоения периода.

Вариант	М	N	Вариант	М	N
1	10	10	23	32	1
2	11	11	24	33	3
3	12	12	25	34	4
4	13	13	26	64	1
5	14	14	27	128	1
6	15	15	28	27	6
7	16	16	29	15	5
8	17	17	30	16	4
9	18	18	31	17	3
10	19	19	32	18	5
11	20	20	33	19	7
12	21	21	34	21	8
13	22	22	35	22	6
14	23	23	36	22	9
15	24	24	37	24	10
16	25	25	38	25	11
17	26	5	39	26	2
18	27	4	40	15	3
19	28	3	41	16	7
20	29	2	42	17	9
21	30	1	43	18	9
22	31	2	44	19	9

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Метод Ньютона—Рафсона для решения систем нелинейных уравнений электронных схем

1 ВВЕДЕНИЕ

Метод Ньютона—Рафсона является обобщением метода Ньютона, позволяющего решать одномерные нелинейные уравнения, на многомерный случай. Сначала рассмотрим метод Ньютона. Пусть имеется одномерное уравнение:

$$f(x) = 0.$$

И требуется найти его корень. Итерационная численная схема, реализующая метод Ньютона:

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) / f'(x_k), \text{ где } k = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (1)$$

Очевидно, что на каждом шаге метода необходимо вычислять значение функции $f(x)$ и ее производную $f'(x_k)$.

Пример. Найти методом Ньютона $\sqrt{2}$. Для нахождения значения составим уравнение, корень которого и будет искомым значением. Пусть

$$f(x) = x^2 - 2$$

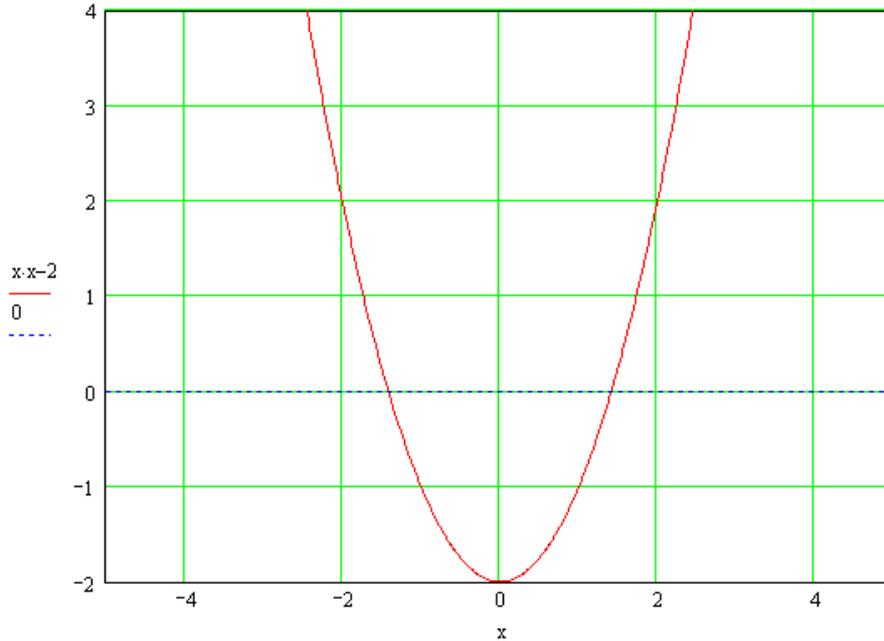
действительно, при $x = \sqrt{2}$ $f(x) = 0$.

Выражение для производной

$$f'(x) = 2x$$

Метод Ньютона требует выбора начального приближения, от которого зависит сходимость и вычислительные затраты на поиск корня. Для примера выберем $x_0 = 1$.

Итерация, k	Значение x_k	Значение $f(x)$	Значение $f'(x)$	Значение x_{k+1}
0	1	-1	2	1.5
1	1.5	0.25	3	1.416(6)
2	1.416(6)	0.0069(4)	2.8(3)	1,414215686274509
3	1,414215686274509	6e-6	2,82843137	1,414213562374689
4	1,414213562374689	4.51e-12		

Рисунок 1. График $f(x)$

Обратим внимание на то, что $f(x)$ фактически является *абсолютной* погрешностью решения уравнения (1). Как видно из эксперимента, модуль погрешности, третья колонка таблицы, убывает с ускорением. Говорят, что метод Ньютона имеет квадратичную скорость сходимости. Однако, только вблизи искомого решения. Из рисунка 1 видно, что наша тестовая функция имеет два корня, и неудачный выбор начального приближения может дать другой результат, в более сложных случаях возможно метод Ньютона вообще не будет сходиться или даже вызовет исключительную ситуацию, связанную с превышением допустимого размера числа или делением на ноль (см. начальные условия $x_0 = 0$).

Итерационную формулу метода Ньютона—Рафсона можно записать по аналогии с (1)

$$X_{k+1} = X_k - J^{-1}(X_k)F(X_k), \text{ где } k=0,1,2,3\dots; \quad (2)$$

но более практична оказывается другая запись —

$$\begin{aligned} J(X_k) \cdot Y_k &= -F(X_k), \\ X_{k+1} &= Y_k + X_k \end{aligned} \quad \text{где } k=0,1,2,3\dots \quad (3)$$

поскольку вычислительные затраты на обращение матрицы J больше чем на решение линейного уравнения (см. первую формула в (3)).

Здесь X — вектор (одностолбцовая матрица) искомых переменных

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}; \quad F(X) = \begin{bmatrix} f_1(X) \\ f_2(X) \\ \dots \\ f_n(X) \end{bmatrix}; \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}.$$

Собственно уравнение

$$F(X^*)=0, \quad (4)$$

где X^* — искомое решение.

В случае, если $X \neq X^*$ (4) значение $F(X)$ — вектор невязок.

J — матрица частных производных, называемая также матрицей Якоби.

Метод Ньютона—Рафсона и его модификации лежат в основе всех эффективных алгоритмов решения систем нелинейных уравнений при анализе электронных схем.

В исходном виде — (2) или (3) — метод Ньютона—Рафсона используется редко. Поскольку эффективная сходимость гарантируется лишь в случае хорошего начального приближения X_0 . Проблемы со сходимостью возникают даже, когда решение является единственным и функционал $|F(X)|$ — унимодальным. «Унимодальность», иначе говоря, означает, что $|F(X)|$ описывает поверхность воронкообразной формы. И капля жидкости, попавшая на такую поверхность, может стекать на ее донышко, где и находится единственный корень. Вектор Y_k , при такой аналогии, указывает направление, куда будет двигаться капелька, находящаяся в точке $[X_k, |F(X_k)|]$ поверхности.

Следующая идея улучшения сходимости и достижения существенно меньшей зависимости результата от начальных условий состоит в том, что движение вдоль вектора Y_k производят лишь на величину, при которой глубина погружения капельки уменьшается.

$$\begin{aligned} J(X_k) \cdot Y_k &= -F(X_k), \\ X_{k+1} &= \alpha_k \cdot Y_k + X_k, \quad 0 < \alpha_k \leq 1. \end{aligned} \tag{5}$$

Коэффициент α_k определяется внутри вспомогательного цикла, сначала он приравнивается единице — это предполагает наивысшую дальность продвижения вдоль направления Y_k , но если оказывается, что $|F(X_k)| < |F(X_{k+1})|$, т.е. на $k+1$ -м шаге капелька поднялась выше уровня, на котором она была на k -м шаге, то происходит уменьшение $\alpha_k \rightarrow \alpha_k * \gamma$, где $\gamma \approx 0.3 \div 0.5$ — постоянный коэффициент. Если же и это не помогает (например, вырожденном случае, или в случае, когда поверхность содержит локальные минимумы), то пробуют изменить начальные условия, например, случайно. В ходе работы SPICE-образных программ не редко выдается сообщение, что о том, что решение не найдено и дальнейший расчет останавливается. Такие проблемы возникают именно в случае не срабатывания метода Ньютона—Рафсона, из-за невозможности найти решение, обеспечивающее пороговую величину погрешности. Простой полезный совет в этом случае — попробуйте не значительно изменить схему, возможно упростив ее, возможно добавив резистивно-емкостных цепочек, так чтобы уравнения стали более простыми, но в тоже время не влияли существенно на качество результатов.

2 ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Для схемы, согласно выбранному варианту, сформировать математическую модель в виде (4).
2. Реализовать в программе рекуррентную формулу (3).
3. Для данных, согласно варианту, провести численные эксперименты с целью: построить таблицу зависимостей (10 строк) от параметров указанных в соответствующем варианте; найти решение (значение токов и напряжений на всех элементах схемы); написать процедуру, обеспечивающую монотонную сходимость; исследовать зависимость скорости сходимости от начальных условий.
4. Написать краткий отчет, содержащий задание согласно варианту, результаты численных экспериментов и выводы.

3 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен состоять из: титульного листа, описания задания, математической модели с формулами поясняющими ее вывод. Листинг с реализованными процедурами вычислений на языке программы. Отчет о проведенных численных экспериментах. Выводы.

4 РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

1. Удобно в качестве искомых переменных выбирать напряжения на всех диодах
2. Не рекомендуется исключать переменные и уравнения схемы, если такие упрощения ведут к увеличению количества слагаемых в остающихся уравнениях, либо ухудшают возможности их физической интерпретации.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Варианты заданий

Вариант	Схема	I_0 (А)	φ_T (В)	Зависимость
1	1	1e-10	26e-3	Тока ч-з источник от напряжения на нем
2	2	2e-10	36e-3	Тока ч-з источник от напряжения на нем
3	3	1e-10	46e-3	Тока ч-з источник от напряжения на нем
4	4	2e-10	26e-3	Напр. На источн. тока от силы его тока
5	5	1e-10	36e-3	Напр. На источн. тока от силы его тока
6	6	2e-10	46e-3	Напр. На источн. тока от силы его тока
7	7	1e-10	26e-3	Напр. На источн. тока от силы его тока
8	8	2e-10	36e-3	Ток правого по схеме диода от напр. на ист. напряжения
9	9	1e-10	46e-3	.-.
10	10	2e-10	26e-3	.-.
11	11	2e-10	26e-3	Ток коллектора от R1
12	12	2e-10	26e-3	Ток коллектора VT4 от R7
13	13	2e-10	26e-3	Напряжение $U_{КЭ}$ от напр. источника напряжения
14	14	2e-10	26e-3	Напряжение $U_{КЭ}$ от напр. источника напряжения
15	15	2e-10	26e-3	Напряжение $U_{КЭ}$ от напр. источника напряжения
16	16	2e-10	26e-3	Напряжение $U_{КЭ}$ от напр. источника напряжения

Диод представить источником тока, значение тока которого зависит от напряжение на нем по формуле

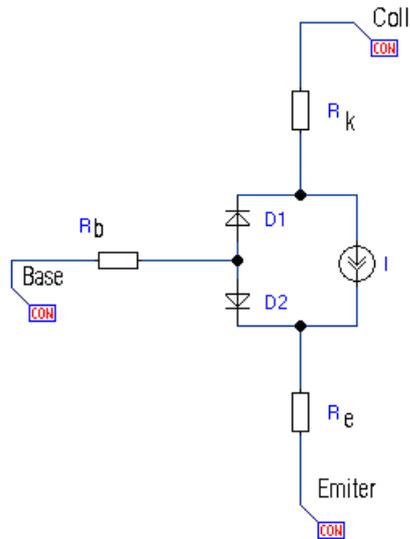
$$I_d = I_0 \cdot \left(\exp\left(\frac{U_d}{\varphi_T}\right) - 1 \right).$$

Модель транзистора (упрощенный вариант модели Эберса—Молла на постоянном токе)

$$I_{D1} = I_0 \cdot \left(\exp\left(\frac{U_{D1}}{\varphi_T}\right) - 1 \right) / BR,$$

$$I_{D2} = I_0 \cdot \left(\exp\left(\frac{U_{D2}}{\varphi_T}\right) - 1 \right) / BF,$$

$$I = I_{D2} \cdot BF - I_{D1} \cdot BR.$$

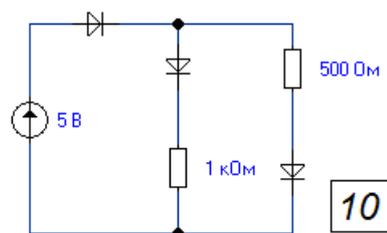
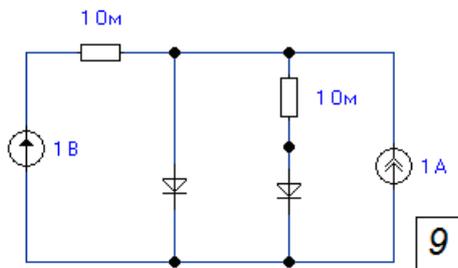
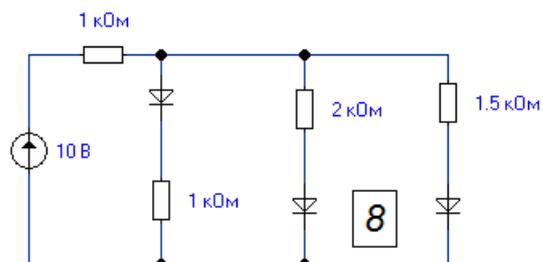
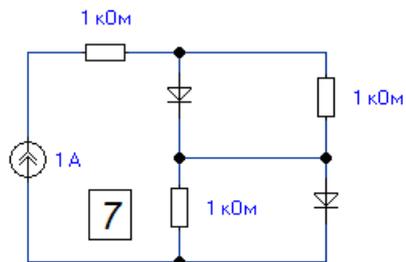
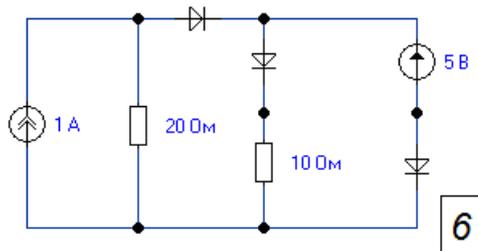
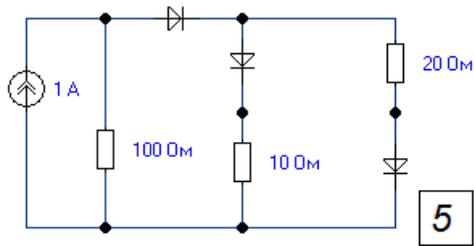
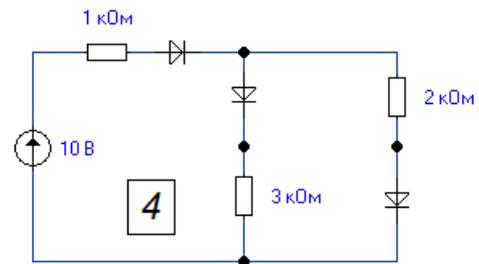
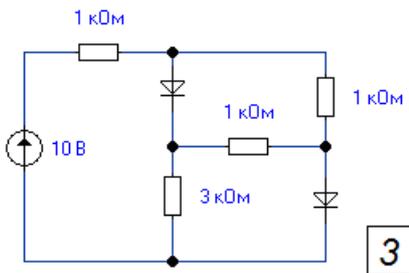
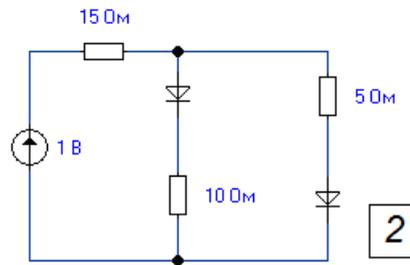
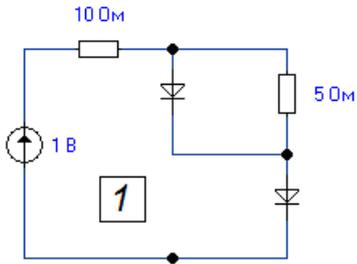


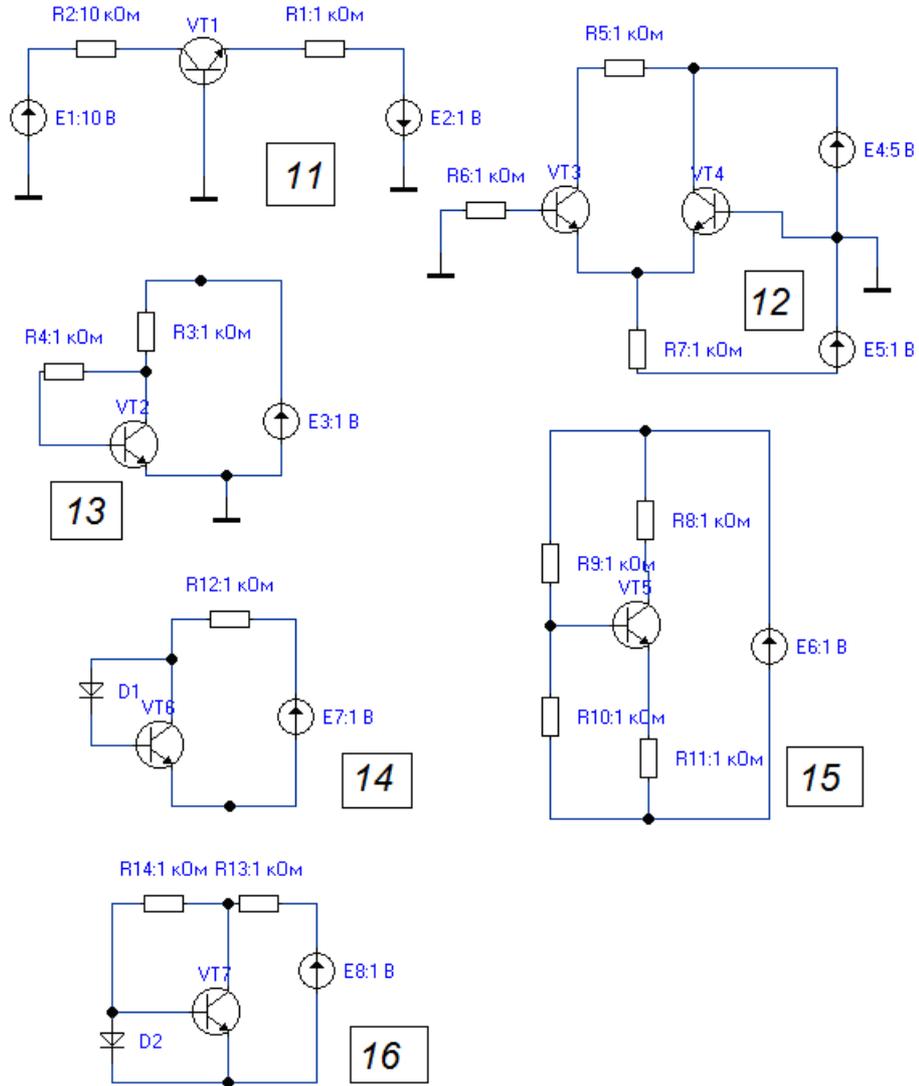
$BR = 2$, $BF = 100$ — реверсивный и прямой коэффициенты передачи тока базы соответственно.

$R_b = 100$; $R_e = 5$; $R_k = 1$ — сопротивления базы эмиттера и коллектора соответственно.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Варианты схем





МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО НАПИСАНИЮ РЕФЕРАТА

Темы рефератов выдаются в одном из следующих направлений:

1. Изучение возможностей конкретной САПР (помимо реферата также присутствует конкретный пример проектирования студентом устройства, функциональность которого согласовывается с преподавателем).

2. Разработка в средах САПР конкретного устройства.

3. Стандарты и структуры данных, используемые в САПР.

4. Методы моделирования, используемые в САПР.

Темы рефератов согласовываются и утверждаются преподавателем обычно не позднее первого месяца обучения в семестре.

Реферат должен состоять из:

1. Титульного листа.

2. Задания .

3. Целей и назначения (исследования, проектируемого устройства и т.д.).

4. Содержательной части.

5. Выводов.

6. Перечня использованных источников.

Типичный объем реферата 20 листов печатного текста.

О проделанной в ходе написания реферата работе студент публично докладывает на семинаре (продолжительность доклада 5—10 минут) и отвечает на возникающие у слушателей вопросы. Оценка по реферату выставляется по итогам этого доклада.