

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Кафедра физики

Л.В. Орловская, Е.В. Иванова, А.В. Орловская

ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Учебно-методическое пособие
по аудиторным практическим занятиям и самостоятельной работе
для студентов всех направлений подготовки

Томск 2018

Рецензент

Андреев Ю.А., канд физ.-мат наук, доцент кафедры физики
Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники

Орловская, Любовь Васильевна

Волновая и квантовая оптика : учеб.-метод. пособие по аудиторным практ. занятиям и самостоятельной работе для студентов всех направлений подготовки / Л.В. Орловская, Е.В. Иванова, А.В. Орловская. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроника, 2018. – 127 с.

Содержит краткую теорию, примеры решения задач, тестовые задания, задачи для аудиторных практических занятий и самостоятельного решения, список рекомендуемой литературы, а также вопросы для самоконтроля по разделу «Волновая и квантовая оптика» дисциплины «Физика» («Физика для информатики», «Физика и естествознание» и т.п.).

Для студентов очной, очно-заочной и заочной форм образования всех направлений подготовки.

© Орловская Л.В., Иванова Е.В.,
Орловская А.В., 2018

© Томск. гос. ун-т систем упр.
и радиоэлектроники, 2018

Оглавление

Введение	5
1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА	
1.1. Краткая теория	6
1.1.1. Общие сведения об интерференции	6
1.1.2. Интерференция от двух источников	7
1.1.3. Интерференция от тонких пластинок постоянной толщины	9
1.1.4. Интерференция от тонких пластинок переменной толщины	11
1.2. Примеры решения задач	12
1.3. Задачи для решения на практических занятиях	17
1.4. Задачи для самостоятельного решения	20
1.5. Вопросы для самоконтроля	22
2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА	
2.1. Краткая теория	23
2.1.1. Общие сведения о дифракции	23
2.1.2. Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля)	25
2.1.3. Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)	26
2.1.4. Дифракционная решетка	29
2.1.5. Спектральное разложение. Разрешающая способность решетки	31
2.2. Примеры решения задач	32
2.3. Задачи для решения на практических занятиях	36
2.4. Задачи для самостоятельного решения	39
2.5. Вопросы для самоконтроля	43
3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА	
3.1. Краткая теория	44
3.1.1. Общие сведения о поляризации	44
3.1.2. Поляризаторы. Степень поляризации	44
3.1.3. Закон Малюса	45
3.1.4. Поляризация при отражении и преломлении. Закон Брюстера	45
3.1.5. Поляризация при двойном лучепреломлении	46
3.1.6. Интерференция поляризованных волн	48
3.2. Примеры решения задач	49
3.3. Задачи для решения на практических занятиях	54
3.4. Задачи для самостоятельного решения	57
3.5. Вопросы для самоконтроля	60
4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ (ДИСПЕРСИЯ, ПОГЛОЩЕНИЕ, РАССЕЯНИЕ)	
4.1. Краткая теория	61
4.1.1. Дисперсия света	61
4.1.2. Элементарная (классическая) теория дисперсии	63
4.1.3. Поглощение света	65
4.1.4. Рассеяние света	67
4.1.5. Излучение Вавилова – Черенкова	69

4.2. Примеры решения задач	71
4.3. Задачи для решения на практических занятиях	73
4.4. Задачи для самостоятельного решения	76
4.5. Вопросы для самоконтроля	78
5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ	
5.1. Краткая теория	79
5.1.1. Характеристики теплового излучения	79
5.1.2. Законы теплового излучения	81
5.2. Примеры решения задач	83
5.3. Задачи для решения на практических занятиях	86
5.4. Задачи для самостоятельного решения	89
5.5. Вопросы для самоконтроля	92
6. ВНЕШНИЙ ФОТОЭФФЕКТ	
6.1. Краткая теория	93
6.2. Примеры решения задач	96
6.3. Задачи для решения на практических занятиях	99
6.4. Задачи для самостоятельного решения	102
6.5. Вопросы для самоконтроля	105
7. ЭФФЕКТ КОМПТОНА. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА	
7.1. Краткая теория	106
7.1.1. Давление света	106
7.1.2. Эффект Комптона	107
7.2. Примеры решения задач	111
7.3. Задачи для решения на практических занятиях	117
7.4. Задачи для самостоятельного решения	119
7.5. Вопросы для самоконтроля	121
Таблица ответов к заданиям для самостоятельной работы	122
Рекомендуемая литература	125

Введение

Учебно-методическое пособие по аудиторным практическим занятиям и самостоятельной работе для студентов всех направлений подготовки является продолжением учебно-методических материалов по механике, молекулярной физике, электричеству и магнетизму, колебаниям и волнам и включает в себя раздел «Волновая и квантовая оптика». Пособие состоит из семи тем, содержит краткую теорию, примеры решения задач по каждой теме, набор задач для практических занятий, набор задач (с ответами) для самостоятельной работы, вопросы для самоконтроля.

1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

1.1. Краткая теория

1.1.1. Общие сведения об интерференции

Интерференционной картиной является устойчивый результат наложения двух систем волн, при котором в одних точках волнового поля амплитуда результирующего колебания резко уменьшается (почти до 0), а в других – возрастает.

Для осуществления интерференции накладываемые волны должны удовлетворять условиям когерентности: частоты ω каждой волны одинаковы; колебания происходят в одном и том же направлении; в каждой точке наблюдения разность фаз складываемых колебаний постоянна во времени:

$$\Delta\varphi = \text{const.} \quad (1.1)$$

Пусть в точке наблюдения складываются две волны, распространяющиеся в одной и той же среде:

$$E_1 = E_{1m} \sin(\omega t - kr_1 + \varphi_{01}), \quad E_2 = E_{2m} \sin(\omega t - kr_2 + \varphi_{02}),$$

где: E_{1m} и E_{2m} – амплитуды волн; φ_{01} и φ_{02} – начальные фазы колебаний источников света S_1 и S_2 ; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; r_1 и r_2 – расстояния от S_1 и S_2 до точки наблюдения соответственно.

По теории сложения колебаний амплитуда E_m результирующего колебания в точке наблюдения определяется из выражения

$$E_m^2 = E_{1m}^2 + E_{2m}^2 + 2E_{1m}E_{2m} \cos \Delta\varphi. \quad (1.2)$$

В точке наблюдения

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t - kr_2 + \varphi_{02}) - (\omega t - kr_1 + \varphi_{01}) = k(r_1 - r_2) + (\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (1.3)$$

Выражение (1.3) упрощается, если

$$\varphi_{02} - \varphi_{01} = 0. \quad (1.4)$$

С учетом соотношения (1.4) условия интерференционных максимумов и минимумов интенсивности (которая определяется квадратом амплитуды) в самом общем виде можно сформулировать следующим образом:

$$\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = 2m\pi \quad (\text{max}), \quad (1.5)$$

$$\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) = (2m + 1)\pi \quad (\text{min}), \quad (1.6)$$

где: $m = 0, 1, 2, \dots$; $(r_1 - r_2)$ – геометрическая разность хода двух лучей.

Условие (1.4) не обязательно, так как если оно не будет соблюдено, то максимумы и минимумы только сместятся в другие точки волнового поля.

Если до встречи в точке наблюдения световая волна E_1 с частотой ω распространяется в среде 1 $\left(k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}\right)$, а волна E_2 с той же частотой ω в среде 2 $\left(k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}\right)$, то при выполнении условия (1.4)

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= k_1 r_1 - k_2 r_2 = \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 - \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 = \frac{2\pi r_1}{v_1 T} - \frac{2\pi r_2}{v_2 T} = \\ &= \frac{2\pi n_1 r_1}{cT} - \frac{2\pi n_2 r_2}{cT} = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 r_1 - n_2 r_2), \end{aligned} \quad (1.7)$$

где: $\lambda_0 = cT$ – длина световой волны в вакууме; $\delta = (n_1 r_1 - n_2 r_2)$ – оптическая разность хода; n_1, n_2 – показатели преломления среды 1 и среды 2 соответственно. Тогда из выражения (1.7)

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta. \quad (1.8)$$

Сравнивая выражения (1.5), (1.6) и (1.8) получим условия максимумов и минимумов интенсивности в следующем виде:

$$\delta = 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (\text{max}), \quad (1.9)$$

$$\delta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (\text{min}), \quad (1.10)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$ – порядок максимума или минимума.

1.1.2. Интерференция от двух источников

На рисунке 1.1 изображена принципиальная схема осуществления интерференции света по методу Юнга.

Свет падает на преграду с двумя узкими одинаковыми щелями, являющимися когерентными источниками света S_1 и S_2 . За преградой рас-

пространяются две системы цилиндрических волн. Область, в которой эти волны перекрываются, называется полем интерференции. Если в это поле внести экран, то на нем будет видна интерференционная картина, имеющая вид чередующихся светлых и темных прямолинейных полос. Положение точки наблюдения P на экране характеризуется координатой x . С учетом рисунка 1.1 получается, что

$$r_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2, \quad r_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2,$$

отсюда $r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = 2xd$.

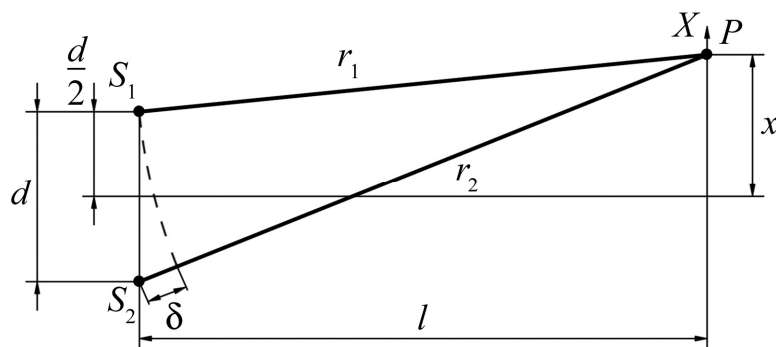


Рисунок 1.1

Для получения различимой интерференционной картины расстояние между источниками d должно быть значительно меньше расстояния до экрана l . Расстояние x , в пределах которого образуются интерференционные полосы, так же бывает значительно меньше l . Тогда можно считать, что $r_2 + r_1 \approx 2l$. В воздухе, для которого абсолютный показатель преломления $n = 1$, разность $r_2 - r_1$ равна оптической разности хода δ (см. рисунок 1.1). Следовательно,

$$\delta = \frac{xd}{l}. \quad (1.11)$$

Из выражений (1.9)–(1.11) можно определить координаты максимумов и минимумов интенсивности:

$$x_{\max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda_0, \quad (1.12)$$

$$x_{\min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{l}{d} \lambda_0, \quad (1.13)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$.

Шириной интерференционной полосы Δx называется расстояние между двумя соседними минимумами интенсивности. Из формулы (1.13) вытекает, что

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0. \quad (1.14)$$

Расстоянием между интерференционными полосами называется расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности. Из выражения (1.12) получается, что оно также рассчитывается по формуле (1.14).

В случае монохроматического света с длиной волны λ интерференционная картина имеет вид чередующихся темных и светлых полос, окрашенных в цвет, соответствующий этой длине волны. В случае белого света интерференционные полосы для различных длин волн смещены друг относительно друга, и интерференционная картина приобретает радужную окраску.

1.1.3. Интерференция от тонких пластинок постоянной толщины

Параллельные монохроматические лучи падают под углом α_1 на плоскопараллельную пластинку толщиной d с абсолютным показателем преломления n_2 (рисунок 1.2).

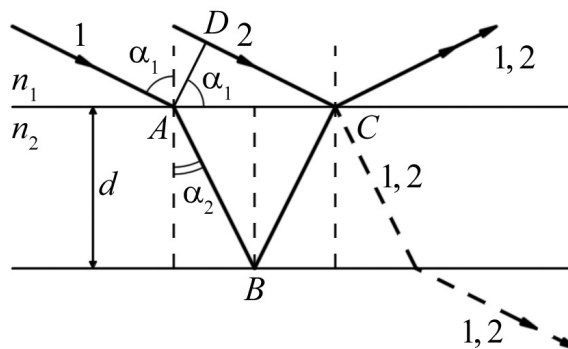


Рисунок 1.2

Луч 1 в точке A преломляется, идет в точку B , отражается и попадает в точку C . В ту же точку C попадает падающий луч 2. Эти лучи интерферируют, результат интерференции может наблюдаться в отраженных лучах (сплошная прямая 1,2) и проходящих лучах (пунктирная линия 1,2). В точке A есть отражение, а в точке B – преломление, но соответствующие лучи не изображены.

Проведем плоскость AD , перпендикулярную падающим лучам – поверхность равных фаз. Следовательно, оптическая разность хода лучей 1 и 2 до встречи в точке C

$$\delta = n_2 r_2 - n_1 r_1, \quad (1.15)$$

где $r_1 = CD$, $r_2 = AB + BC$.

Считаем, что показатель преломления окружающей среды (воздух) равен 1 ($n_1 = 1$). Обозначим показатель преломления пластинки $n_2 \equiv n$.

С учетом этого $\delta = nr_2 - r_1$. Из рисунка 1.2 следует, что

$$r_1 = 2d \operatorname{tg} \alpha_2 \sin \alpha_1, \quad r_2 = \frac{2d}{\cos \alpha_2}.$$

Тогда $\delta = \frac{2dn}{\cos \alpha_2} - 2d \operatorname{tg} \alpha_2 \sin \alpha_1$. Согласно закону преломления све-

та, $\sin \alpha_1 = n \sin \alpha_2$. Учитывая, что $\sin^2 \alpha_2 = 1 - \cos^2 \alpha_2$, для δ получим

$$\delta = 2dn \cos \alpha_2. \quad (1.16)$$

Принимая во внимание, что $n \cos \alpha_2 = \sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 \alpha_2} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}$, оптическую разность хода δ можно выразить через угол падения α_1 :

$$\delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}. \quad (1.17)$$

Выражение (1.17) справедливо при наблюдении интерференции в проходящих лучах.

При наблюдении интерференции в отраженных лучах необходимо иметь в виду, что при отражении света от границы с оптически более плотной средой (в точке C луч 2) фаза волны изменяется на π . Поэтому к оптической разности хода интерферирующих лучей необходимо добавить (или вычесть) половину длины волны в вакууме. Тогда

$$\delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (1.18)$$

Используя выражения (1.9), (1.10) и (1.18), получим условия интерференционных максимумов и минимумов интенсивности при отражении света от тонкой плоскопараллельной пластинки (пленки).

Так, условие максимума интенсивности имеет вид

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}. \quad (1.19)$$

Значение m в этом выражении называется порядком интерференционного максимума.

1.1.4. Интерференция от тонких пластинок переменной толщины

При нормальном падении света на соприкасающиеся толстую плоскопараллельную стеклянную пластинку и плоско-выпуклую линзу с большим радиусом кривизны R возникает интерференционная картина в виде светлых и темных колец с общим центром в точке соприкосновения. Их называют кольцами Ньютона.

Рассмотрим образование колец Ньютона в отраженном свете (рисунок 1.3).

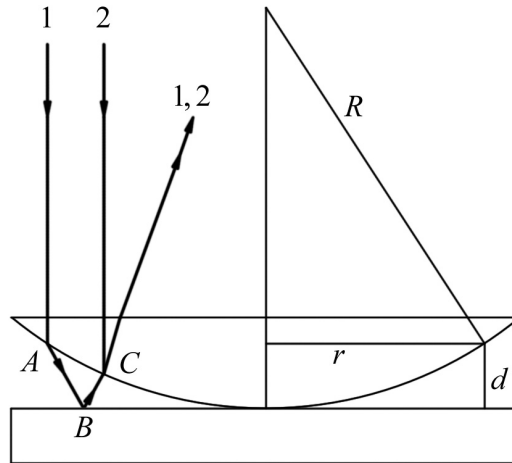


Рисунок 1.3

Роль тонкой пленки играет воздушный зазор между линзой и пластинкой. Луч света 1 от источника попадает в точку A , преломляется, идет в воздушном пространстве до точки B , отражается (с потерей $\lambda_0/2$), доходит до точки C , в которой интерферирует с другим лучом 2, попавшим в точку C от источника.

Определим радиусы колец Ньютона r в отраженном свете.

Оптическая разность хода $\delta = 2dn \cos \alpha_2$ (1.16). При нормальном падении света $\cos \alpha_2 \approx 1$, для воздушного зазора $n = 1$, следовательно, $\delta = 2d$. Из рисунка 1.3 следует, что

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 \approx R^2 - 2dR + r^2,$$

(пренебрегли слагаемым d^2 по сравнению с $2dR$). Отсюда $2d = \frac{r^2}{R}$. Так

как при отражении от пластинки (луч 1 в точке B) фаза изменилась на π , то при вычислении δ к $2d = \frac{r^2}{R}$ нужно прибавить $\frac{\lambda_0}{2}$. В результате получим:

$$\delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (1.20)$$

С учетом выражений (1.9), (1.10) и (1.20) радиусы светлых колец рассчитываются по формуле $r_c = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) R \lambda_0}$, темных – $r_T = \sqrt{m R \lambda_0}$.

Если показатель преломления среды между линзой и пластинкой не равен единице, а равен n , то формула для радиуса светлых колец в отражённом свете будет выглядеть так: $r_c = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right) R \frac{\lambda_0}{n}}$, для радиуса тёмных колец, соответственно: $r_T = \sqrt{m R \frac{\lambda_0}{n}}$.

В точке касания линзы и пластинки наблюдается минимум интенсивности.

Примечание. Для линз $D = \frac{1}{F}$, где D – оптическая сила линзы; F – фокусное расстояние. Для плоско-выпуклых стеклянных линз $F = \frac{R}{n-1}$, где n – абсолютный показатель преломления стекла.

1.2. Примеры решения задач

1.2.1. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между плоско-выпуклой стеклянной ($n_1 = 1,7$) линзой и пластиной заполнено водой ($n_2 = 1,33$). Свет длиной волны 665 нм падает нормально. Оптическая сила линзы в воздухе 0,7 дптр. Определить: радиус второго темного кольца Ньютона в отраженном свете; толщину клина в том месте, где наблюдается второе темное кольцо.

Дано: $n_1 = 1,7$; $n_2 = 1,33$; $\lambda = 665 \text{ нм} = 6,65 \cdot 10^{-7} \text{ м}$; $D = 0,7 \text{ дптр}$.

Найти: r, d .

Решение:

Ход лучей в установке для наблюдения колец Ньютона показан на рисунке.

Радиус темного кольца Ньютона в отраженном свете определяется по формуле

$$r = \sqrt{\frac{m R \lambda}{n_2}},$$

где m – номер кольца; R – радиус кривизны линзы; λ – длина волны падающего света в вакууме; n_2 – показатель преломления воды.

Радиус кривизны линзы R найдем из формулы для оптической силы D плоско-выпуклой линзы, выполненной из материала с показателем преломления n_1 и находящейся в воздухе

$$D = (n_1 - 1) / R,$$

откуда $R = (n_1 - 1) / D$.

Подставляя последнее выражение в формулу для радиуса темного кольца, получим

$$r = \sqrt{\frac{m(n_1 - 1)\lambda}{Dn_2}}.$$

$$\text{Расчет: } r = \sqrt{\frac{2(1,7 - 1) \cdot 6,65 \cdot 10^{-7}}{0,7 \cdot 1,33}} = 10^{-3} \text{ м.}$$

Темное кольцо наблюдается при выполнении условия минимума интерференции в отраженном свете

$$2dn_2 \cos \alpha + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где α – угол преломления лучей; d – толщина клина.

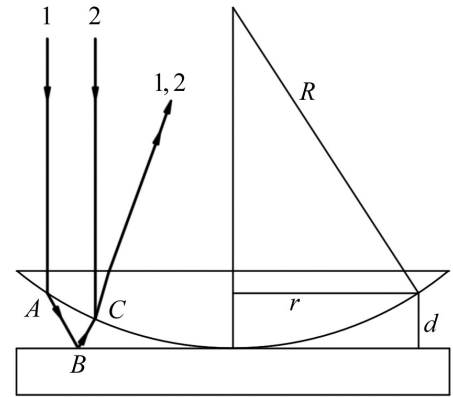
Так как лучи падают нормально, а угол клина мал, примем $\cos \alpha = 1$, поэтому

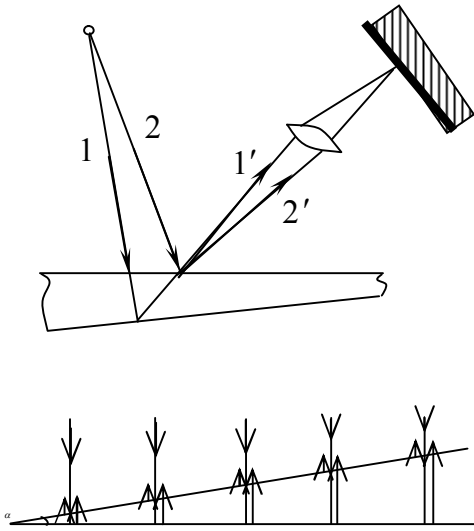
$$2dn_2 + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ и } d = \frac{m\lambda}{2n_2}.$$

Для второго темного кольца $m = 2$.

$$\text{Расчет: } d = \frac{2 \cdot 6,65 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1,33} = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

1.2.2. На стеклянный клин с малым углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Число m возникающих при этом интерференционных полос, приходящихся на отрезок клина длиной $l = 1$ см, равно 10. Определить угол α клина.





Решение: Параллельный пучок света, падая нормально на грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти отраженные пучки света когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки 1 и 2 света будут практически параллельны друг другу и перпендикулярны к поверхности клина.

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечетному числу половин длин волн:

$$\Delta = (2k + 1)\lambda / 2 \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots). \quad (1)$$

Разность хода двух волн ($2dn \cos \varepsilon'_2$) и половины длины волны ($\lambda / 2$). Величина $\lambda / 2$ представляет собой разность хода, возникающую при отражении световой волны 1 от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) разность хода Δ световых волн, получаем

$$2d_k n \cos \varepsilon'_2 + \lambda / 2 = (2k + 1)\lambda / 2,$$

где n – показатель преломления стекла ($n = 1,5$); d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k ; ε'_2 – угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю; следовательно, и угол преломления ε'_2 равен нулю, а $\cos \varepsilon'_2 = 1$. Раскрыв скобки в последнем равенстве, после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda.$$

Пусть произвольной темной полосе k -го номера соответствует толщина d_k клина, а темной полосе $(k + m)$ -го номера – толщина d_{k+m} клина. Тогда, учитывая, что m полос укладывается на расстоянии l найдем:

$$\sin \alpha = (d_{k+m} - d_k) / l. \quad (2)$$

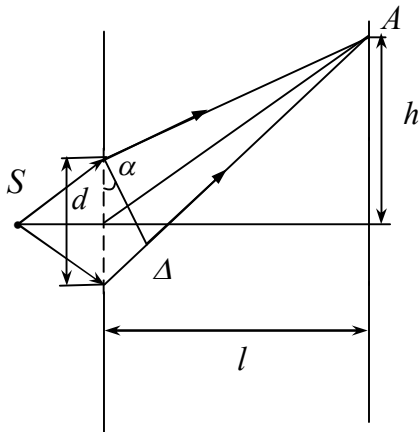
Выразим из (2) d_k и d_{k+m} и подставим их в формулу. Затем, учитывая, что $\sin \alpha = \alpha$ (из-за малости угла α), получим

$$\alpha = \frac{(k + m)\lambda - k\lambda}{2nl} = \frac{m\lambda}{2nl}.$$

Подставляя значения физических величин, найдем

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад} = 41,2'' .$$

1.2.3. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга $d = 1$ мм, расстояние от щелей до экрана $l = 2,5$ м. Щели освещаются монохроматическим источником света ($\lambda = 500$ нм). Чему равно расстояние между темными интерференционными полосами на экране?



Решение: Как видно из рисунка разность хода двух лучей, сходящихся в точке на экране, можно определить из следующих соотношений

$$\frac{h}{l} = \frac{\Delta}{d \cos \alpha}; \quad \Delta = \frac{hd}{l} \cos \alpha .$$

Так как угол мал, то $\cos \alpha = 1$. Тогда приближенно, для разности хода интерферирующих лучей можно записать $\Delta = (h/l)d$.

Темные интерференционные полосы возникнут на экране, если разность хода $\Delta = (2k + 1)\lambda / 2$. Тогда

$$(h/l) \cdot d = (2k + 1)\lambda / 2$$

или

$$h = \frac{l}{d} (2k + 1)\lambda / 2 .$$

Расстояние между двумя соседними интерференционными полосами на экране:

$$\Delta h = \frac{l}{d} \{ [2(k + 1) + 1 - (2k + 1)] \} \frac{\lambda}{2} = \frac{l}{d} \lambda .$$

Подставляя числовые данные, получим

$$\Delta h \approx \frac{2,5}{10^{-3}} 5000 \cdot 10^{-10} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 1,25 \text{ мм} .$$

1.2.4. На мыльную пленку ($n = 1,33$) под углом $\alpha = 35^\circ$ падает пучок лучей белого цвета. Толщина пленки $d = 0,104 \cdot 10^{-6}$ м. Какой цвет имеет пленка в отраженном свете?

Решение: Пленку можно представить как плоскопараллельную пластинку. Разность хода между лучами, отраженными от плоскопараллельной пластинки толщиной d , равна

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

С учётом потери полволны при отражении от более плотной среды разность хода равна:

$$\Delta_1 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}.$$

Цвет пленки будет определяться отраженными лучами. Максимальную интенсивность имеет луч, для которого $\Delta_1 = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$. Тогда условие усиления света примет вид

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = 2k \cdot \frac{\lambda}{2},$$

где $k = 0, 1, 2, 3 \dots$

При $k = 0$:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = \frac{\lambda}{2},$$

отсюда

$$\lambda = 4d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Подставим числовые значения в формулу

$$\lambda = 4 \cdot 0,104 \cdot 10^{-6} \sqrt{(1,33)^2 - (0,57)^2} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 500 \text{ нм}.$$

Полученная длина волны 500 нм соответствует зелёной области спектра, следовательно, плёнка в отражённом свете будет казаться зелёной.

1.2.5. Если в опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей поместить перпендикулярно этому лучу тонкую стеклянную пластинку ($n = 1,5$), то центральная светлая полоса смещается в положение, первоначально занимаемое пятой светлой полосой. Длина волны $\lambda = 0,5$ мкм. Определите толщину пластинки.

Дано: $n = 1,5$; $m = 5$; $\lambda = 0,6$ мкм = $5 \cdot 10^{-7}$ м.

Найти: d .

Решение: Разность оптического хода определим как:

$$\Delta = nd - d = d(n - 1); \quad \Delta = m\lambda \Rightarrow m\lambda = d(n - 1) \Rightarrow$$

Определим толщину пластинки

$$d = m\lambda / (n - 1) = 5 \cdot 5 \cdot 10^{-7} / (1,5 - 1) = 5 \text{ мкм.}$$

1.3. Задачи для решения на практических занятиях

1.3.1. На тонкую пленку ($n = 1,33$) падает параллельный пучок белого света. Угол падения $\varphi = 52^\circ$. При какой толщине пленки зеркально отраженный свет будет наиболее сильно окрашен в желтый цвет ($\lambda = 0,60$ мкм)?

1.3.2. Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхности стекла последние покрывают тонким слоем вещества с показателем преломления $n = \sqrt{n_c}$, где n_c – показатель преломления стекла ($n_c = 1,5$). В этом случае амплитуды световых колебаний, отраженных от обеих поверхностей такого слоя, будут одинаковыми. При какой толщине этого слоя отражательная способность стекла в направлении нормали будет равна нулю для света с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм?

1.3.3. На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете $b = 0,5$ мм. Определить угол φ между поверхностями клина. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин, $n = 1,6$.

1.3.4. Расстояние L от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1 м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной $l = 1$ см укладывается $N = 10$ темных интерференционных полос. Длина волны $\lambda = 0,7$ мкм.

1.3.5. Расстояние между двумя когерентными источниками света с длиной волны 600 нм составляет 0,12 мм. В средней части экрана расстояние между светлыми полосами равно 1 см. Определить расстояние от источника до экрана. Каким станет это расстояние, если расстояние между светлыми полосами уменьшится на 0,2 см.

1.3.6. Расстояние от источника света до бипризмы Френеля с показателем преломления $n = 1,5$ равно $a = 25$ см, а от бипризмы до экрана – 1 м. Преломляющий угол призмы $\alpha = 20'$, ширина интерференционной полосы $\Delta x = 0,4$ нм. Найти длину волны света.

1.3.7. На мыльную пленку с показателем преломления $n = 1,33$ падает по нормали монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. От-

раженный свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова наименьшая возможная толщина d_{\min} пленки?

1.3.8. На тонкую мыльную пленку ($n = 1,3$) толщиной $1,25$ мкм падает нормально монохроматический свет. В отраженном свете пленка кажется светлой. Какой минимальной толщины надо взять тонкую пленку скипидара ($n = 1,48$), чтобы она в этих же условиях казалась темной?

1.3.9. Два параллельных световых пучка падают на стеклянную призму с преломляющим углом $\theta = 30^\circ$ и после преломления выходят из неё. Расстояние между пучками равно $d = 2$ см. Найти оптическую разность хода Δ световых волн после преломления их призмой ($n = 1,5$).

1.3.10. Найти все длины волн видимого света (от 800 до 400 нм), которые будут: 1) максимально усилены; 2) максимально ослаблены, если разность хода интерферирующих лучей равна $2,0$ мкм.

Тестовые вопросы для практических занятий

1.3.11. В результате чего возникает интерференция света?

Ответы:

1) в результате распространения света в среде с резкими неоднородностями, размеры которых сравнимы с длиной волны;

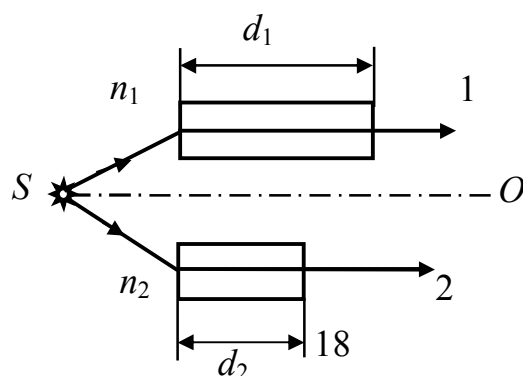
2) в результате сложения когерентных световых волн;

3) в результате того, что колебания светового вектора волны каким-то образом упорядочены;

4) в результате того, что показатель преломления среды зависит от частоты (или длины) световой волны;

5) в результате того, что заряженная частица движется в среде с групповой скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде.

1.3.12. Луч света, разделённый на два узких пучка, проходит через две среды с показателями преломления n_1 и n_2 расстояния d_1 и d_2 , соответственно. Что описывает следующее выражение $\Delta = d_1 \cdot n_1 - d_2 \cdot n_2$?



Ответы:

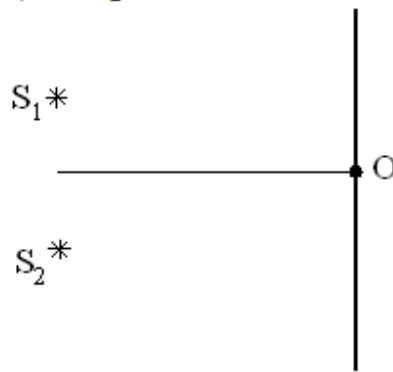
- 1) геометрическую разность хода лучей 1 и 2;
- 2) оптическую разность хода лучей 1 и 2;
- 3) ширину полосы интерференции при сложении оптических волн 1 и 2;
- 4) смещение полос интерференции относительно плоскости SO ;
- 5) это выражение не имеет физического смысла.

1.3.13. Какие из предложенных выражений представляют собой условия интерференционных максимумов и минимумов?

а) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{V_1}{V_2}$; б) $\Delta = \pm m \lambda_0$; в) $\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0$, где $m = 0, 1, 2, \dots$

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

1.3.14. Если S_1 и S_2 – источники когерентных волн, то чему равна разность фаз колебаний, возбуждаемых в точке O (центральный максимум)?



Ответы: 1) 2π ; 2) π ; 3) 0; 4) $\pi/2$.

1.3.15. В каком из перечисленных ниже случаев может наблюдаться устойчивая интерференционная картина в виде чередующихся полос большей и меньшей интенсивности?

- а) при интерференции на тонких пленках;
- б) в опыте Юнга;
- в) при интерференции на пленках переменной толщины.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

1.4. Задачи для самостоятельного решения

1.4.1. Расстояние между щелями в опыте Юнга 0,5 мм, длина волны 550 нм. Определить расстояние от щелей до экрана, если расстояние между соседними темными полосами 1 мм.

1.4.2. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между плоско-выпуклой стеклянной линзой и пластиной заполнено водой с показателем преломления 1,33. Свет с длиной волны 600 нм падает нормально. Радиус кривизны линзы 1 м. Определить: радиус четвертого темного кольца Ньютона.

1.4.3. Найти минимальную толщину пленки с показателем преломления 1,33, при которой свет с длиной волны 0,64 мкм испытывает максимальное отражение. Угол падения света равен 30° .

1.4.4 От двух когерентных источников ($\lambda = 0,8$ мкм) лучи попадают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку ($n = 1,33$), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине пленки это возможно?

1.4.5. Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности $R = 12,5$ см прижата к стеклянной пластинке. Диаметр десятого темного кольца Ньютона в отраженном свете равен $d_{10} = 1,5$ мм. Определить длину волны света.

1.4.6. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления $n = 1,3$. Пластинка освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны $\lambda = 640$ нм, падающим на пластинку нормально. Какую минимальную толщину d_{\min} должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость?

1.4.7. На тонкую пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину d_{\min} пленки, если показатель преломления материала пленки $n = 1,4$.

1.4.8. На стеклянную пластину положена выпуклой стороной плоско-выпуклая линза. Сверху линза освещена монохроматическим светом длиной волны $\lambda = 500$ нм. Найти радиус R линзы, если радиус четвертого кольца Ньютона в отраженном свете $r_4 = 2$ мм.

1.4.9. На тонкую глицериновую пленку толщиной $d = 1,5$ мкм нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн λ лучей видимого участка спектра ($0,4 \leq \lambda \leq 0,8$ мкм), которые будут ослаблены в результате интерференции в отраженном свете.

1.4.10. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плоско-выпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус r_3 третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм равен $0,82$ мм. Радиус кривизны линзы $R = 0,5$ м.

Тестовые вопросы для самостоятельной работы

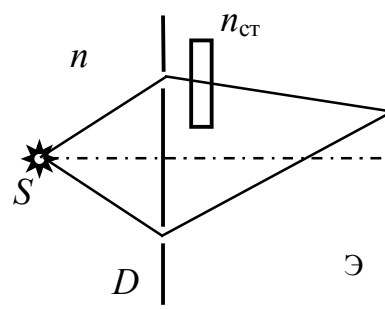
1.4.11. Найти интенсивность I волны, образованной наложением двух некогерентных волн. Значение амплитуды каждой из волн равно A .

Ответы: 1) $I = 0$; 2) $I = A$; 3) $I = A^2$; 4) $I = 2A^2$; 5) $I = 4A^2$.

1.4.12. Источник света S , диафрагма с двумя щелями D и экран \mathcal{E} находятся в прозрачной среде с показателем преломления n . Как изменится интерференционная картина на экране, если на пути верхнего луча параллельно экрану поместить тонкую прозрачную стеклянную плоско-параллельную пластинку с показателем преломления $n_{ст}$, если $n_{ст} > n$?

Ответы:

- 1) интерференционная картина не изменится;
- 2) интерференционные полосы сместятся вверх;
- 3) интерференционные полосы сместятся вниз;
- 4) будет равномерно освещенный экран;
- 5) будет темный экран.

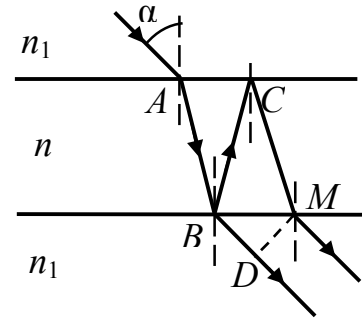


1.4.13. Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхностей стеклянных линз (показатель преломления стекла $n_{ст}$) поверхности линз покрывают тонким слоем прозрачного вещества (показатель преломления n). Вся оптическая система находится в среде с показателем преломления n_0 . Как должны соотноситься между собой показатели преломления, чтобы наблюдался эффект просветления оптики?

Ответы:

- 1) Величины показателей преломления значения не имеют.
- 2) $n_{ст} = n > n_0$; 3) $n_{ст} = \sqrt{n} > n_0$; 4) $n = \sqrt{n_{ст}} > n_0$. 5) $n = \sqrt{n_{ст}} < n_0$.

1.4.14. Укажите правильное выражение для оптической разности хода лучей при интерференции от тонкой прозрачной плоскопараллельной пластинки с показателем преломления n , находящейся в среде с абсолютным показателем преломления n_1 ($n > n_1$), в проходящем свете.



Ответы:

- 1) $\Delta = AB + BC + CM - BD$.
- 2) $\Delta = (AB + BC + CM) \cdot n - BD \cdot n_1 \pm \frac{\lambda}{2}$.
- 3) $\Delta = (AB + BC + CM) \cdot n - BD \cdot n_1$.
- 4) $\Delta = (BC + CM) \cdot n - BD \cdot n_1$.
- 5) $\Delta = AB + BC + CM + BD$.

1.4.15. Полосы равной толщины возникают при ...

- а) наблюдении интерференции от прозрачной плоско-параллельной пластинки в отражённом свете;
- б) наблюдении интерференции от прозрачной плоско-параллельной пластинки в проходящем свете;
- в) наблюдении интерференции от прозрачного клина в отражённом свете;
- г) наблюдении интерференции от прозрачного клина в проходящем свете;
- д) наблюдении колец Ньютона в отражённом свете;
- е) наблюдении колец Ньютона в проходящем свете.

Ответы:

- 1) а, б; 2) б, в; 3) а, в, е; 4) б, г, д; 5) а, б, в, г; 6) в, г, д, е; 7) б, в, г, е.

1.5. Вопросы для самоконтроля

1.5.1. Какие условия необходимы для наблюдения интерференции?

1.5.2. Какие волны называются когерентными? Как их можно получить?

1.5.3. Что такое оптическая длина пути? Оптическая разность хода?

1.5.4. Условия максимума и минимума при интерференции.

1.5.5. Что понимается под интенсивностью света?

1.5.6. Можно ли наблюдать интерференционную картину от двух отдельных источников света?

2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

2.1. Краткая теория

2.1.1. Общие сведения о дифракции

Дифракция света – это совокупность явлений, наблюдающихся при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

Явление дифракции может быть объяснено с помощью принципа Гюйгенса: каждая точка фронта волны является источником вторичных сферических волн, а огибающая этих вторичных волн дает новое положение фронта.

Однако при этом ничего не известно об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Поэтому Френель дополнил принцип Гюйгенса, предложив учитывать интерференцию вторичных волн.

Различают два случая дифракции. Если источник света и точка наблюдения P расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку P , образуют практически параллельные лучи, говорят о дифракции Фраунгофера, или о дифракции в параллельных лучах. В противном случае говорят о дифракции Френеля.

Точечный монохроматический источник света S испускает сферические волны (рисунок 2.1).

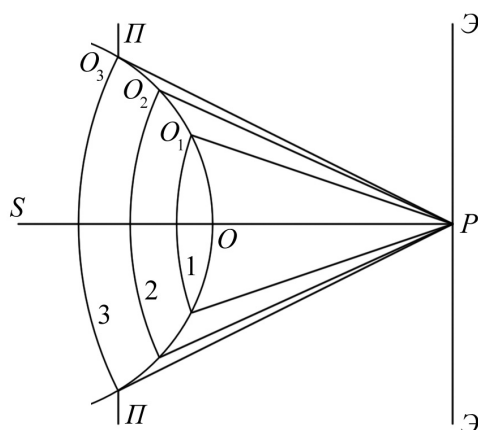


Рисунок 2.1

Френель разбил фронт волны (часть сферы радиусом SO) на кольцевые зоны (зоны Френеля) таким образом, чтобы расстояния от краев

каждой зоны до точки P отличались на $\lambda/2$. Обозначим $SO = a$, $OP = b$, тогда $O_1P = b + \lambda/2$, $O_2P = b + 2\lambda/2$, $O_3P = b + 3\lambda/2$ и т.д. Амплитуда A_m колебания, возбуждаемого в точке P зоной с номером m , монотонно убывает с ростом m : $A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} \dots$.

При этом можно считать, что $A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$. Фазы колебаний, возбуждаемых в точке P соседними зонами, отличаются на π . Следовательно, амплитуда A результирующего светового колебания может быть найдена алгебраическим суммированием:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = \\ = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + () + \dots = \frac{A_1}{2},$$

так как все скобки равны нулю.

Этот результат означает, что действие в какой-то точке сферической волны эквивалентно половине действия центральной зоны. Для видимого света размеры центральной зоны составляют доли мм. Следовательно, свет от источника S к точке P распространяется в пределах очень узкого прямого канала, то есть практически прямолинейно.

Колебания от нечетных и четных зон Френеля в точке P совершаются в противофазе и взаимно ослабляют друг друга. Если на пути световой волны поставить пластинку, которая перекрывала бы все четные (или нечетные) зоны, то амплитуда колебаний в точке P резко возрастет. Такая пластинка называется зонной.

Поставим на пути сферической волны с длиной λ непрозрачную преграду Π (см. рисунок 2.1) с круглым отверстием радиуса r_0 . Прямая линия SP проходит через центр отверстия. Если $r_0 \ll a, b$, то можно считать, что a – расстояние от источника до преграды, b – расстояние от преграды до экрана \mathcal{E} (до точки P , рисунок 2.1).

При выполнении условия $r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda$ отверстие оставит открытыми ровно m первых зон Френеля (m – целое число, $m \neq 0$), построенных для точки P . Для рисунок 2.1 $m = 3$. Тогда дифракционная картина на экране представляет собой систему чередующихся светлых и темных колец. В центре экрана (точка P) будет светлое пятно, если m – нечетное, и темное, если m – четное.

Если на пути света поставить круглый непрозрачный диск радиусом $r_0 = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}$, то он закроет ровно m первых зон Френеля. Дифракционная картина также представляет при этом систему чередующихся светлых и темных колец, но в центре экрана всегда будет светлое пятно.

2.1.2. Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля)

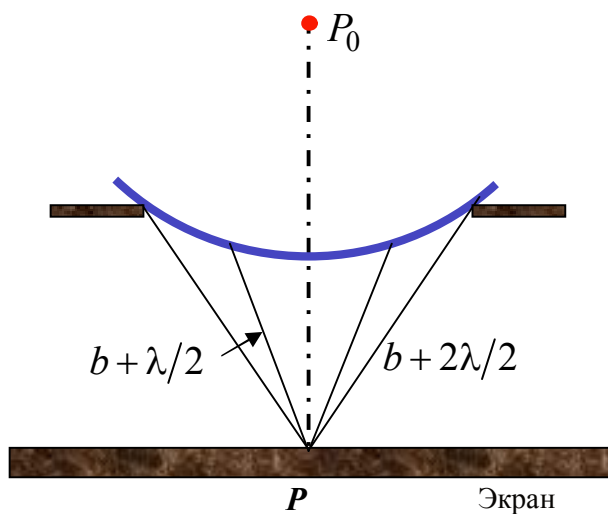


Рисунок 2.2

Дифракция Френеля наблюдается в том случае, когда на препятствие падает сферическая или плоская волна, а экран, на котором наблюдается дифракционная картина, находится за препятствием на конечном от него расстоянии.

Дифракция на круглом отверстии. Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием (рисунок 2.2). Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, которые укладываются на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия. Это число может быть четным или нечетным в зависимости от размера отверстия и длины волны. Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке P всеми зонами, равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \pm A_m.$$

С учетом принятого ранее допущения

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2},$$

это выражение примет вид $A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$.

Знак «+» в этом выражении соответствует нечетным, «-» – четным m . Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке P наблюдается максимум, если четное – то минимум. Если отверстие открывает только первую зону Френеля, то в точке P будет максимальная

интенсивность. Наименьшая интенсивность соответствует двум открытым зонам Френеля.

Дифракция на диске. Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный круглый диск (рисунок 2.3). Если диск закрывает m первых зон Френеля, амплитуда в точке P будет равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots$$

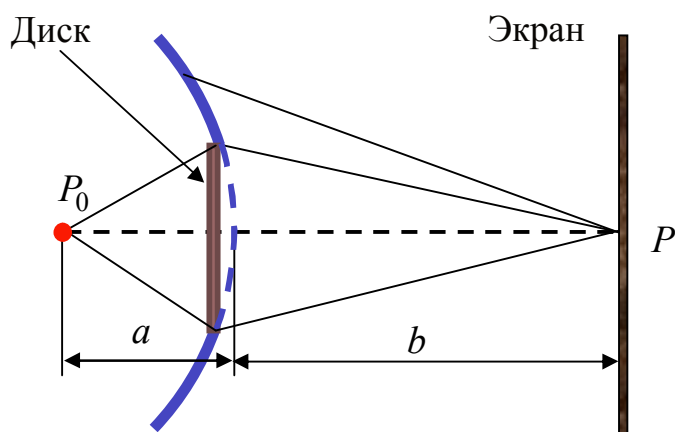


Рисунок 2.3

Преобразовав это выражение, получим в итоге $A = \frac{A_{m+1}}{2}$. Следовательно, в точке P всегда наблюдается максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с ростом расстояния от центра картины. В результате интенсивность центрального максимума уменьшается с увеличением размеров диска.

2.1.3. Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера)

Дифракцию Фраунгофера можно осуществить, если точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

Дифракция от щели. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на непрозрачное препятствие с узкой щелью AB (рисунок 2.4) шириной a и длиной $l \gg a$ (бесконечно длинная щель). Дифракционная картина наблюдается на экране, который находится в фокальной плоскости собирающей линзы. Линза установлена за препятствием. Плоскость щели и экран параллельны друг другу.

Как и в случае дифракции Френеля, задачей анализа системы, изображенной на рисунке 2.4, является исследование распределения интенсивности света на экране. Проведем этот анализ на качественном уровне, воспользовавшись принципом Гюйгенса – Френеля. Это приближенный

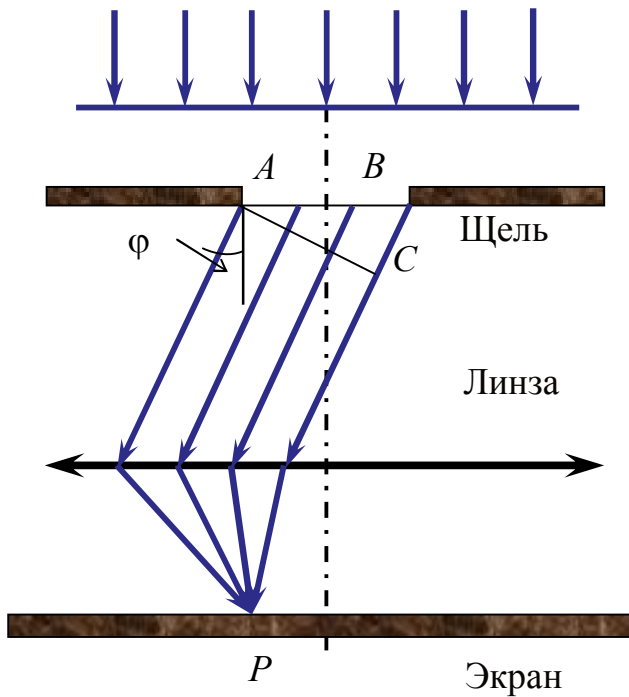


Рисунок 2.4

метод анализа, однако он позволяет сделать верные выводы о распределении интенсивности свечения по экрану и определить некоторые характерные параметры дифракционной картины. В соответствии с принципом Гюйгенса – Френеля каждая точка щели является источником вторичных волн, колеблющихся в одинаковой фазе, поскольку плоскость щели совпадает с фронтом падающей плоской волны.

Параллельные пучки лучей, выходящие из щели в произвольном направлении φ (угол дифракции), собираются линзой в точке P . Открытую часть волновой поверхности

сти AB в плоскости щели разобьем на зоны Френеля, которые будут иметь вид полос, параллельных боковому ребру щели. Зоны проведены таким образом, чтобы разность хода от их соответствующих точек была равна $\lambda/2$. Определим число зон N , уместяющихся на щели. Ширина

одной зоны Δx определяется как $\Delta x = \frac{\lambda/2}{\sin\varphi}$. Отсюда $N = \frac{a}{\Delta x} = \frac{a \sin\varphi}{\lambda/2}$.

Вторичные волны имеют одинаковые фазы и одинаковые амплитуды в плоскости щели (зоны Френеля примерно одинаковы по площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения). Следовательно, колебания, возбуждаемые в точке P двумя соседними зонами, *равны по амплитуде и противоположны по фазе*. Поэтому легко записать условия для минимумов и максимумов дифракционной картины на экране (для точки P):

а) *Дифракционный минимум* (полная темнота) наблюдается тогда, когда число зон Френеля в плоскости щели *четное*, т.е.

$$a \sin\varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

б) *Дифракционный максимум* наблюдается тогда, когда число зон Френеля в плоскости щели *нечетное*, имеется одна некомпенсированная зона Френеля, т.е.

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

В направлении $\varphi = 0$ наблюдается *центральный дифракционный максимум*, поскольку колебания, вызываемые в центральной части экрана на всеми участками щели, происходят в одинаковой фазе.

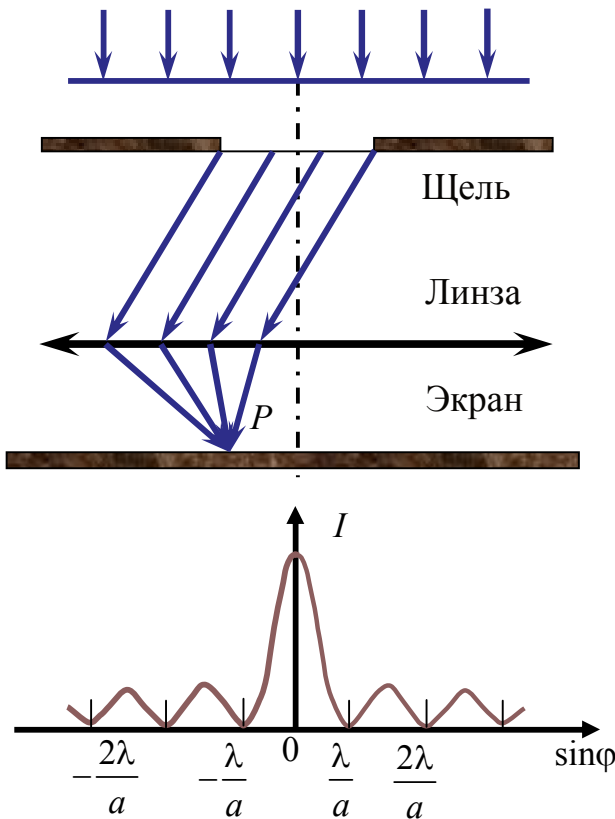


Рисунок 2.5

Дифракционный спектр (зависимость распределения интенсивности на экране от угла дифракции) приведен на рисунке 2.5 как $I = f(\sin \varphi)$. Видно, что основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме. С увеличением угла дифракции интенсивность побочных максимумов резко уменьшается.

Интенсивность и ширина составляющих дифракционного спектра зависит от размера щели. С уменьшением ширины щели центральный максимум расширяется. Это следует, в частности, из приведенных выше условий для дифракционных минимумов и максимумов. Действительно, центральный максимум ограничен справа и слева

минимумами первого порядка, которые соответствуют углам

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1,$$

тогда $\varphi = \pm \arcsin \frac{\lambda}{a}$. Чем меньше a , тем больше φ , следовательно, шире центральный максимум.

С увеличением ширины щели ($a > \lambda$) дифракционные полосы становятся уже и ярче, а число полос больше. При $a \gg \lambda$ в центре получается резкое изображение источника света (прямолинейное распространение света).

2.1.4. Дифракционная решетка

В случае дифракции Фраунгофера на одной щели распределение интенсивности на экране определялось направлением лучей, дающих дифракционную картину. Поэтому перемещение щели параллельно самой себе не изменит дифракционной картины. Следовательно, если рассмотреть две расположенные рядом одинаковые по размерам щели, то результирующая картина определится как результат интерференции волн, идущих от обеих щелей. *Дифракционной решеткой* называется совокупность большого числа одинаковых, отстоящих друг от друга на одно и то же расстояние щелей. На практике обычно роль щелей выполняют прозрачные участки стеклянных пластинок, разделенные непрозрачными штрихами, наносимыми с помощью алмазных резцов. Современные технологии позволяют изготавливать решетки, имеющие свыше 1000 штрихов на длине в 1 мм. Расстояние d между серединами соседних щелей называется *периодом* решетки.

Допустим, что на дифракционную решетку с N щелями нормально к ней падает плоская монохроматическая волна. За решеткой расположена линза, в фокальной плоскости которой находится экран. Чтобы получить представление о дифракционной картине на экране, нужно учитывать, что при прохождении через решетку имеют место два различных вида интерференции световых лучей:

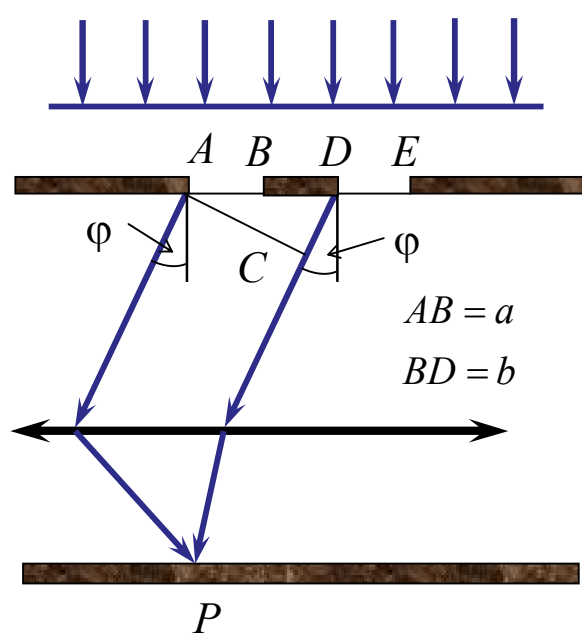


Рисунок 2.6

а) интерференция лучей, дифрагировавших на каждой щели в отдельности;

б) интерференция лучей, дифрагировавших от разных щелей.

Рассмотрим для простоты дифракцию Фраунгофера на двух щелях, затем обобщим полученные результаты на случай множества подобных щелей. Пусть щели имеют ширину a и отстоят друг от друга на расстояние b (рисунок 2.6). Тогда $a + b = d$. Поскольку параллельное перемещение щели при наличии линзы не изменит дифракционной картины, то *минимумы, соответствующие*

дифракции на одной щели, останутся минимумами и при дифракции на двух и более щелях. Это обусловлено тем, что если в каком-то направлении каждая щель не посылает света, то в этом направлении не будет света и от всей совокупности щелей. Следовательно, так называемые *главные* минимумы интенсивности наблюдаются в направлениях, определяемых записанным ранее условием для одной щели:

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых разными щелями (условие б), в некоторых направлениях они будут гасить друг друга. Возникнут *дополнительные* минимумы. Определим условия образования дополнительных минимумов. Очевидно, что это будут направления, которым соответствует разность хода лучей $\frac{\lambda}{2}$, $3\frac{\lambda}{2}$, и т.д., посылаемых от соответствующих точек обеих щелей. Например, из точек AD на рисунке 2.6. такие направления определяются условием

$$DC = AD \sin \varphi = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}, \dots$$

Таким образом, условие дополнительных минимумов будет выглядеть так:

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Соответственно, направления, задающие главные максимумы, определяются условиями:

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

В этих направлениях действие одной щели усиливает действие другой. Таким образом, для двух щелей дифракционная картина определяется условиями:

главные минимумы: $a \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$

дополнительные минимумы: $d \sin \varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \dots$

главные максимумы: $d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$

т.е. между двумя главными максимумами располагается дополнительный минимум, а максимумы становятся более узкими, чем в случае одной щели.

Проводя аналогичные рассуждения, легко показать, что для системы из N щелей число дополнительных минимумов, которые наблюдаются между соседними главными максимумами, составит $N-1$.

2.1.5. Спектральное разложение. Разрешающая способность решетки

Условие главных максимумов дифракционной решетки ($d \sin \varphi = \pm m \lambda$) содержит длину волны λ . Поэтому если на решетку падает не монохроматический, а, например, белый свет, то при каждом отличном от нуля значении m разным длинам волн будут соответствовать сдвинутые друг относительно друга максимумы, которые на экране выглядят как последовательность цветных полос. Иначе, теперь каждому значению $m \neq 0$ соответствует спектр, который начинается с фиолетовой полосы, и заканчивается красной. При большом числе щелей в решетке эти полосы не перекрываются и четко отделены друг от друга. С помощью элементарной тригонометрии можно по этим полосам найти длину волны. Таким образом, *дифракционная решетка позволяет установить спектральный состав направленного на нее излучения и потому представляет собой спектральный прибор*. В центральном максимуме спектральное разложение отсутствует, в центре экрана располагается белая полоса.

Применительно к дифракционной решетке используются три характеристики спектральных приборов: *угловую дисперсию D , линейную дисперсию $D_{\text{лин}}$ и разрешающую способность R* .

Угловой дисперсией называется величина $D = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda}$, где $\delta \varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, различающимися по длине волны на $\delta \lambda$.

Если продифференцировать условие главных максимумов по переменным φ и λ , можно получить выражение для угловой дисперсии в виде

$$D = \frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}.$$

Поскольку $D \sim \frac{1}{d}$, для прецизионных исследований период решетки должен быть очень мал. Современные решетки имеют $d \approx 1$ мкм.

Линейной дисперсией называется величина $D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta \lambda}$, где δl -- линейное расстояние на экране или на фотопластинке между спектральными линиями, различающимися по длине волны на $\delta \lambda$.

Если разность длин волн мала, то различить эти волны на экране становится трудно. Следовательно, существует минимальная разность $\delta \lambda$, начиная с которой волны становятся различимыми.

Отношение длины волны к этой разности называется **разрешающей способностью** или **разрешающей силой** спектрального прибора:

$$\frac{\lambda}{\delta \lambda} = R.$$

Для разрешающей способности нетрудно получить следующую формулу: $R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = mN$. Следовательно, разрешающая способность решетки пропорциональна числу щелей. Лучшие решетки имеют до 200000 щелей.

2.2. Примеры решения задач

2.2.1. На прозрачную диафрагму с круглым отверстием диаметром 1 мм падает нормально плоская световая волна ($\lambda = 500$ нм). На каком расстоянии от диафрагмы (расстояние измеряется по оси отверстия) следует выбрать точку наблюдения, чтобы в отверстие помещались только две зоны Френеля?

Дано: $d = 1$ мм = 10^{-3} м, $m = 2$, $\lambda = 500$ нм.

Найти: b .

Решение:

Запишем выражение для радиуса m -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda},$$

где m – номер зоны Френеля; a – расстояние от источника света до диафрагмы; b – расстояние от диафрагмы до точки наблюдения. Для пло-

ской волны полагаем, что расстояние a бесконечно. При $a \rightarrow \infty$ дробь под радикалом стремится к b . Тогда

$$r_m = \sqrt{bm\lambda}.$$

С учетом $r = d/2$

$$b = \frac{d^2}{4m\lambda}.$$

$$\text{Расчет: } b = \frac{10^{-6}}{4 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 0,25 \text{ м.}$$

2.2.2 Можно ли при помощи дифракционной решетки длиной 1,5 см, имеющей 100 штрихов на 1 мм, различить в максимальном порядке спектра две линии длиной волны 500 нм и 500,5 нм?

Дано: $l_1 = 1,5 \text{ см} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $n = 100 \text{ мм}^{-1} = 10^5 \text{ м}^{-1}$,
 $\lambda_1 = 500 \text{ нм} = 5,0 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $\lambda_2 = 500,5 \text{ нм} = 5,005 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Найти: $\lambda/\Delta\lambda$

Решение:

Максимальный порядок спектра определяется из условия главных дифракционных максимумов решетки:

$$d \sin \varphi = m\lambda,$$

где d – период решетки; m – порядок спектра; φ – угол, под которым наблюдается линия спектра, соответствующая длине волны λ .

Так как $\sin \varphi \leq 1$, $m \leq d/\lambda$, порядок спектра m_{\max} есть целая часть отношения d/λ_2 , где $d = 1/n$, а λ_2 – максимальная из двух рассматриваемых длин волн.

Согласно условию Релея, две спектральные линии λ и $\lambda + \Delta\lambda$ различимы, если выполняется условие $mN \geq \lambda/\Delta\lambda$, где $N = nl$ – число щелей в решетке.

По условию задачи $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$, $\lambda = \lambda_1$, $m = m_{\max}$.

Расчет:

$$\frac{m}{\lambda_2} = \frac{1}{n\lambda_2} = \frac{1}{10^5 \cdot 5,005 \cdot 10^{-7}} = 19,98,$$

следовательно, $m_{\max} = 19$.

$$m_{\max} N = m_{\max} \cdot n \cdot l = 19 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} = 28500,$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{5000}{5} = 1000 .$$

Так как $m_{\max} N > \lambda / \Delta\lambda$, то решетка дает возможность в максимальном порядке спектра различить две линии $\lambda_1 = 500$ нм и $\lambda_2 = 500,5$ нм.

2.2.3. На дифракционную решетку падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,58$ мкм. Период решетки $d = 2$ мкм. Найти общее число дифракционных максимумов, которое позволяет наблюдать данная дифракционная решетка.

Дано: $\lambda = 0,58$ мкм, $d = 2$ мкм.

Найти: M .

Решение:

Условие наблюдения главных дифракционных максимумов при нормальном падении света на решетку имеет вид:

$$d \sin\varphi = m\lambda.$$

Выразим отсюда m – порядок максимума

$$m = d \sin\varphi / \lambda.$$

Максимальное значение m будет

$$m_{\max} \leq d/\lambda.$$

Подставив численные значения получим

$$m_{\max} \leq 3,45.$$

Таким образом, на экране можно увидеть только три первых максимума. Так как при нормальном падении света на решетку картина симметричная, то таких максимумов будет 6. Кроме того, необходимо учесть еще центральный максимум нулевого порядка. Значит полное число дифракционных максимумов равно 7.

2.2.4. Какой наименьшей разрешающей силой R должна обладать дифракционная решетка, чтобы с ее помощью можно было разрешить две спектральные линии калия ($\lambda_1 = 578$ нм и $\lambda_2 = 580$ нм)? Какое наименьшее число N штрихов должна иметь эта решетка, чтобы разрешение было возможно в спектре второго порядка?

Дано: $\lambda_1 = 578$ нм, $\lambda_2 = 580$ нм, $m = 2$.

Найти: R, N .

Решение:

Разрешающей силой спектрального прибора называется величина $R = \lambda/\Delta\lambda$, где λ – длина волны, $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух спектральных линий, при которой они могут быть разрешены (видны раздельно в спектре) с помощью этого прибора.

Для дифракционной решетки

$$R = mN,$$

где m – номер дифракционного максимума, N – полное число штрихов решетки.

Тогда можно записать:

$$N = R/m.$$

Подставляя сюда численные значения, получим:

$$R = 580 \cdot 10^{-9} / 2 \cdot 10^{-9} = 290, \quad N = 290/2 = 145.$$

2.2.5. Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решетку с периодом $d = 2,20$ мкм, если угол между максимумами первого и второго порядков спектра $\Delta\varphi = 15^\circ$.

Дано: $d = 2,20$ мкм, $\Delta\varphi = 15^\circ$.

Найти: λ .

Решение:

Пусть φ_1 , φ_2 – углы дифракции, соответствующие максимумам первого $m = 1$ и второго $m = 2$ порядков.

По условию

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1. \quad (1)$$

Из формулы, определяющей условие максимумов для дифракционной решетки, следует, что

$$d \sin \varphi_2 = 2\lambda, \quad (2)$$

$$d \sin \varphi_1 = \lambda. \quad (3)$$

Система уравнений содержит три неизвестных: φ_1 , φ_2 , λ . Разделив почленно (2) на (3), получим

$$\sin \varphi_2 = 2 \sin \varphi_1$$

или, учитывая (1), найдем

$$\sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = 2 \sin \varphi_1. \quad (4)$$

Решив это тригонометрическое уравнение относительно $\sin \varphi_1$, найдем

$$\sin \varphi_1 = \frac{\sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}}. \quad (5)$$

Теперь из (3) с учетом (5) определим искомую величину:

$$\lambda = d \frac{\sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}}.$$

Подставив в формулу числовые значения величин $\sin \Delta\varphi = 0,259$, $\cos \Delta\varphi = 0,966$, получим $\lambda = 0,54$ мкм.

2.3. Задачи для решения на практических занятиях

2.3.1. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если для того, чтобы увидеть зеленую линию ($\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$ м) в спектре второго порядка, зрительную трубу пришлось установить под углом 27° к оси коллиматора? Какое число штрихов нанесено на 1 см длины этой решетки? Свет падает на решетку нормально.

2.3.2. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. При повороте гониометра на некоторый угол φ в поле зрения видна красная линия ($\lambda = 6,6 \cdot 10^{-7}$ м) в спектре второго порядка. Будут ли видны под этим же углом какие-либо другие спектральные линии, соответствующие длинам волн, лежащим в пределах видимого спектра (от $4 \cdot 10^{-4}$ до $7 \cdot 10^{-4}$ мм)?

2.3.3. Постоянная дифракционной решетки в 4 раза больше длины световой волны монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол α между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами.

2.3.4. На дифракционную решетку, содержащую $n = 600$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину l спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L = 1,2$ м. Границы видимого спектра: $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.

2.3.5. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок белого света. Спектры третьего и четвертого порядка частично на-

кладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается граница ($\lambda = 780$ нм) спектра третьего порядка?

2.3.6. На дифракционную решетку шириной 1 см нормально падает пучок белого света ($\lambda_{\text{ф}} = 400$ нм и $\lambda_{\text{кр}} = 760$ нм). Начало спектра первого порядка наблюдается под углом 2° к нормали решетки. Определить угол между концом спектра первого порядка и началом третьего порядка; может ли решетка разрешить во втором порядке линии 588 нм и 588,6 нм?

2.3.7. Дифракционная решетка длиной 15 мм имеет 100 щелей на 1 мм. Определить угловую дисперсию в третьем порядке для света с длиной волны 500 нм; может ли эта решетка разрешить линии 500 нм и 500,3 нм в спектре второго порядка?

2.3.8. Точечный источник монохроматического света длиной волны 480 нм находится на расстоянии 6 м от приемника. На расстоянии 2 м от источника, между приемником и источником, помещен экран с круглым отверстием. Экран расположен на прямой, соединяющей источник и приемник, центр отверстия лежит на этой прямой. Каким должен быть радиус этого отверстия, чтобы в нем поместились три зоны Френеля?

2.3.9. Постоянная дифракционной решетки 4 мкм, ширина 1,2 см. Белый свет ($\lambda_{\text{ф}} = 400$ нм и $\lambda_{\text{кр}} = 750$ нм) падает на решетку нормально. Определить наибольший порядок спектра, который можно наблюдать при помощи этой решетки; можно ли при помощи этой решетки наблюдать линии 600 нм и 600,6 нм в спектре первого порядка?

2.3.10. Параллельный поток электронов, ускоренных разностью потенциалов 25 В, падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми 50 мкм. Определить расстояние между соседними максимумами дифракционной картины на экране, расположенным на расстоянии 100 см от щелей.

Тестовые вопросы для практических занятий

2.3.11. В результате чего возникает дифракция света?

Ответы:

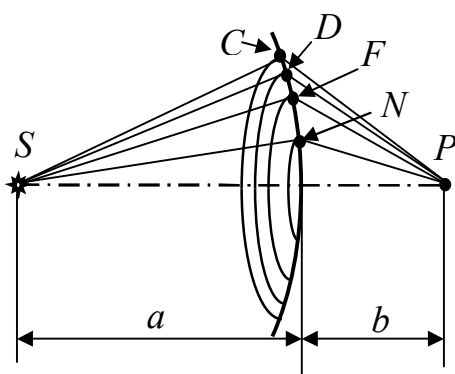
- 1) В результате сложения когерентных световых волн.
- 2) В результате распространения света в среде с резкими неоднородностями, размеры которых сравнимы с длиной волны.

3) В результате того, что колебания светового вектора волны каким-то образом упорядочены.

4) В результате того, что показатель преломления среды зависит от частоты (или длины) световой волны.

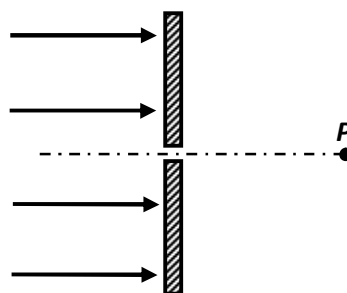
5) В результате того, что заряженная частица движется в среде с групповой скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде.

2.3.12. На рисунке представлена схема разбиения волновой поверхности на зоны Френеля. Чему равна разность хода между лучами CP и NP ?



Ответы: 1) $\frac{\lambda}{2}$; 2) λ ; 3) $\frac{3}{2}\lambda$; 4) 2λ ; 5) $\frac{5}{2}\lambda$.

2.3.13. На круглое отверстие малого диаметра в непрозрачном экране падает плоская световая волна. Как по мере удаления точки наблюдения P от экрана с отверстием, будет изменяться интенсивность света в этой точке P ?



Ответы:

- 1) Интенсивность будет непрерывно убывать.
- 2) Интенсивность будет непрерывно возрастать.
- 3) Интенсивность будет поочередно возрастать и убывать.
- 4) Интенсивность не будет изменяться.

2.3.14. Какие из приведённых ниже выражений составляют принцип Гюйгенса-Френеля?

а) каждую точку фронта волны можно рассматривать как источник вторичных волн;

б) при распространении света в прозрачной среде показатель преломления среды зависит от частоты (или длины волны) света;

в) все вторичные источники фронта волны, исходящие из одного источника, когерентны между собой;

г) равные по площади участки волновой поверхности излучают равные интенсивности;

д) при наложении когерентных волн происходит перераспределение их интенсивности в пространстве;

е) каждый вторичный источник излучает свет преимущественно в направлении внешней нормали к волновой поверхности в этой точке;

ж) при сложении волн от непрерывно распределённых источников возникает явление дифракции;

з) для вторичных источников справедлив принцип суперпозиции волн.

Ответы:

1) а, б, в, г, д. 2) а, в, г, д, е. 3) б, в, г, д, е. 4) г, д, е, ж, з.

5) а, в, г, е, з. 6) б, г, д, ж, з. 7) а, б, д, ж, з. 8) а, г, д, е, ж.

2.3.15 Какое из приведённых ниже выражений описывает условие максимума при дифракции от щели?

Ответы:

1) $b \cdot \sin \varphi = \pm m \lambda$. 2) $b \cdot \sin \varphi = \pm (2m + 1) \lambda$ 3) $b \cdot \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{2}$.

4) $b \cdot \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$. 5) $b \cdot \sin \varphi = \pm (2m - 1) \lambda$.

2.4. Задачи для самостоятельного решения

2.4.1. На щель шириной 2,2 мкм падает нормально пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 6550 \text{ \AA}$. Найти углы, в направлении которых будут наблюдаться минимумы света.

2.4.2. При нормальном падении света на дифракционную решетку угол дифракции для линии $\lambda = 0,65 \text{ мкм}$ во втором порядке равен 45° . Найти угол дифракции для линии $\lambda = 0,50 \text{ мкм}$ в третьем порядке.

2.4.3. На щель шириной 3 мкм падает нормально параллельный пучок красного света с длиной волны $6,4 \cdot 10^{-5} \text{ см}$. Найти ширину изобра-

жения щели на экране, удаленном от щели на 2 м. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.

2.4.4. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна ($\lambda = 600$ нм). Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, $\varphi = 20^\circ$. Определить ширину a щели.

2.4.5. На пластину с щелью, ширина которой $a = 0,05$ мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\alpha = 0,7$ мкм. Определить угол φ_1 отклонения лучей, соответствующих первому дифракционному максимуму.

2.4.6. На дифракционную решетку, содержащую 600 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет с длиной волны 0,546 мкм. Определить изменение угла отклонения лучей второго дифракционного максимума, если взять решетку со 100 штрихами на 1 мм.

2.4.7. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в $n = 4,6$ раза больше длины световой волны. Найти общее число M дифракционных максимумов, которые теоретически возможно наблюдать в данном случае.

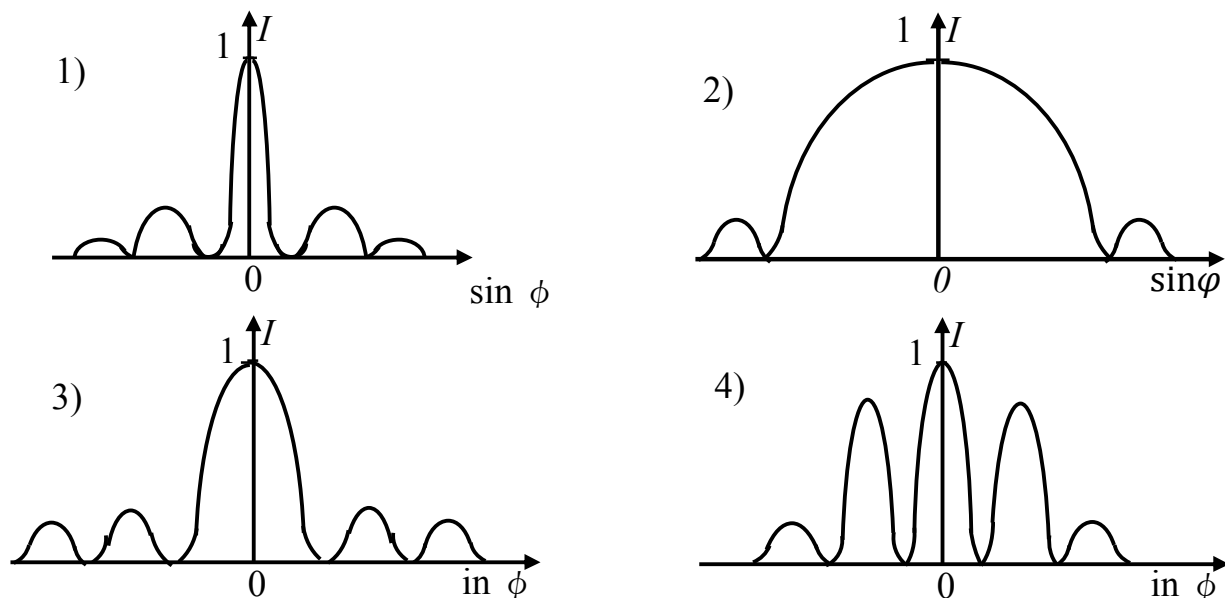
2.4.8. Расстояние между штрихами дифракционной решетки $d = 4$ мкм. На решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0,58$ мкм. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

2.4.9. На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки $d = 2$ мкм. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda = 0,7$ мкм) и в случае фиолетового ($\lambda = 0,4$ мкм) света.

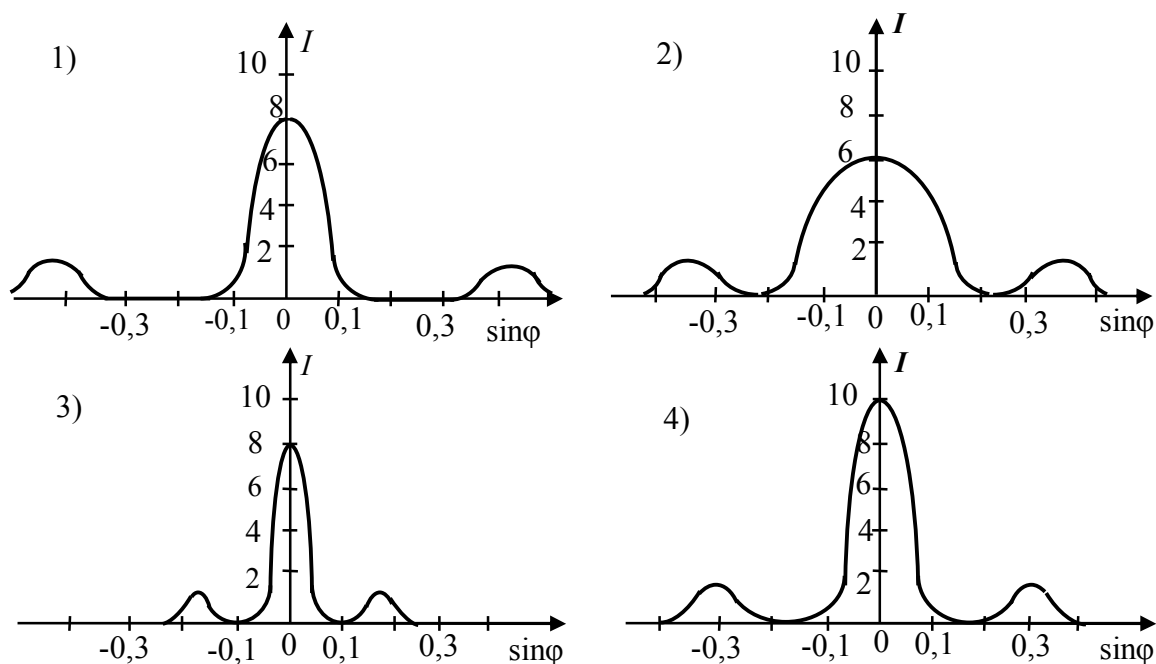
2.4.10. Какое наименьшее число N_{\min} штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть отдельно две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1 = 589,0$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм? Какова длина l такой решетки, если постоянная решетки $d = 5$ мкм?

Тестовые вопросы для самостоятельной работы

2.4.11. На каком из представленных ниже рисунков приведено распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера от наиболее узкой щели? (ϕ – угол дифракции, I – интенсивность).



2.4.12. Одна и та же дифракционная решётка освещается различными монохроматическими излучениями с разными интенсивностями. Какой рисунок соответствует случаю освещения светом с наименьшей длиной волны? (ϕ – угол дифракции, I – интенсивность).



2.4.13. Укажите, какие из приведённых ниже формул определяют число зон Френеля i , укладывающихся в круглом отверстии радиуса r ?

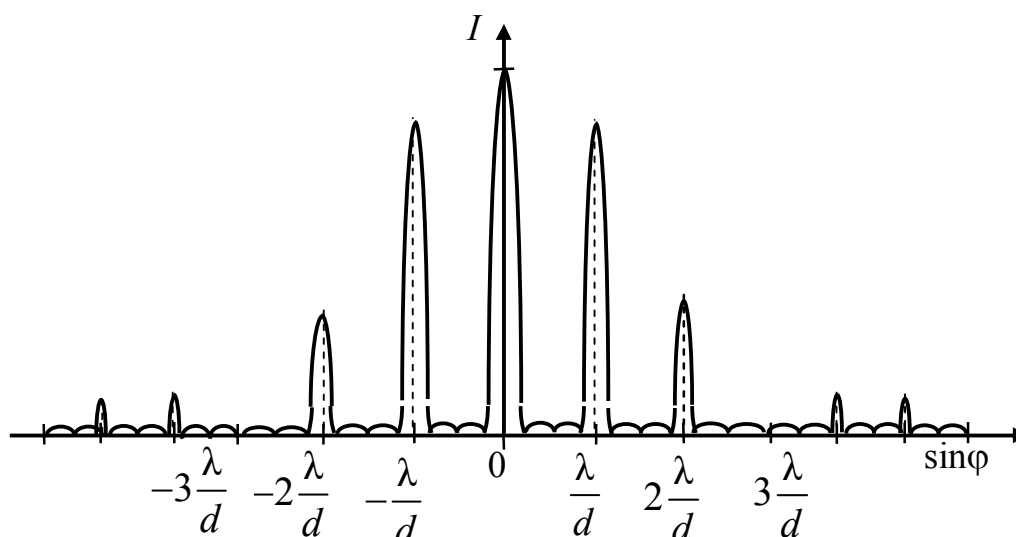
а) $i = \frac{r^2}{a \cdot \lambda}$; б) $i = \frac{r^2}{b \cdot \lambda}$; в) $i = \frac{r}{a \cdot \lambda}$; г) $i = \frac{r}{b \cdot \lambda}$;

д) $i = \frac{r^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$; е) $i = \frac{r}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$;

a – расстояние от источника света до отверстия; b – расстояние от отверстия до экрана; λ – длина волны света.

Ответы: 1) а, б. 2) а, г. 3) а, д. 4) а, е. 5) б, в. 6) б, д. 7) б, е. 8) в, г. 9) г, е.

2.4.14. На рисунке приведена дифракционная картина при дифракции света на дифракционной решётке. Какое количество щелей имеет данная дифракционная решётка?



Ответы:

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5; 6) 8; 7) 10; 8) по виду дифракционной картины нельзя судить о числе щелей.

2.4.15. На дифракционную щель нормально падают параллельные лучи белого света. Что будет наблюдаться в центре дифракционной картины на экране?

Ответы:

- 1) многоцветный максимум (от красного до фиолетового);
- 2) минимум освещенности;
- 3) максимум освещенности белого цвета.

2.5. Вопросы для самоконтроля

2.5.1. Что такое дифракция света и в чем она проявляется?

2.5.2. Поясните содержание принципа Гюйгенса – Френеля.

2.5.3. В чем заключается метод зон Френеля?

2.5.4. Как выглядит дифракционная картина в параллельных лучах от одной щели и от дифракционной решетки?

2.5.5. Запишите условие главных максимумов и минимумов для дифракционной решетки. Чему равно число дополнительных максимумов и дополнительных минимумов между главными максимумами дифракционного спектра?

2.5.6. Что значит угловая и линейная дисперсия? Чему они равны?

2.5.7. Как найти разрешающую способность дифракционной решетки?

3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

3.1. Краткая теория

3.1.1. Общие сведения о поляризации

Свет представляет собой суммарное излучение множества атомов, поэтому световая волна, излучаемая телом, характеризуется всевозможными равновероятными ориентациями светового вектора. Это *естественный (неполяризованный)* свет.

Свет, в котором колебания светового вектора каким-либо образом упорядочены, называется *поляризованным*. Если колебания вектора \vec{E} происходят только в одной плоскости, проходящей через луч, то мы имеем дело с *плоско-* (или *линейно-*) поляризованной волной. Плоскость, в которой колеблется вектор \vec{E} , называется *плоскостью поляризации*.

Другой вид поляризации заключается в том, что вектор \vec{E} вращается вокруг направления распространения волны, одновременно периодически изменяясь по модулю. Если конец вектора \vec{E} при этом в какой-то точке среды описывает эллипс или круг, то такую волну называют *эллиптически поляризованной* или *поляризованной по кругу*.

3.1.2. Поляризаторы. Степень поляризации

Из естественного света можно получить плоскополяризованный с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Эти приборы свободно пропускают колебания светового вектора, параллельные плоскости, которую называют *плоскостью пропускания поляризатора*. Колебания, перпендикулярные этой плоскости, задерживаются полностью или частично.

Помимо естественного и плоскополяризованного света существует еще промежуточный случай – это *частично-поляризованный* свет. Его можно рассматривать как «смесь» естественного и плоскополяризованного света. Если пропустить частично-поляризованный свет через поляризатор, то при вращении прибора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться от I_{\max} до I_{\min} . Выражение

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

называется *степенью поляризации*.

3.1.3. Закон Малюса

Поляризаторы можно использовать и в качестве *анализаторов* – устройств для определения характера и степени поляризации интересующего нас света. Пусть на анализатор падает плоскополяризованный свет, вектор E_0 которого составляет угол φ с плоскостью пропускания анализатора P (рисунок 3.1).

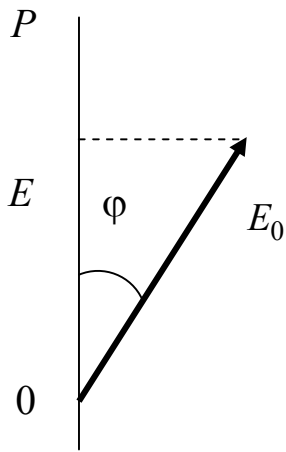


Рисунок 3.1

Анализатор пропускает только ту составляющую вектора E_0 , которая параллельна плоскости пропускания P , т.е. $E = E_0 \cos \varphi$. Интенсивность света пропорциональна квадрату модуля светового вектора ($I \propto E^2$), поэтому интенсивность прошедшего света равна:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где I_0 – интенсивность падающего плоскополяризованного света.

Это соотношение носит название *закона Малюса*.

3.1.4. Поляризация при отражении и преломлении. Закон Брюстера

Явление поляризации света (выделение световых волн с определенными направлениями колебаний светового вектора) наблюдается при отражении и преломлении света на границе раздела двух прозрачных изотропных диэлектриков (например, воздух – стекло).

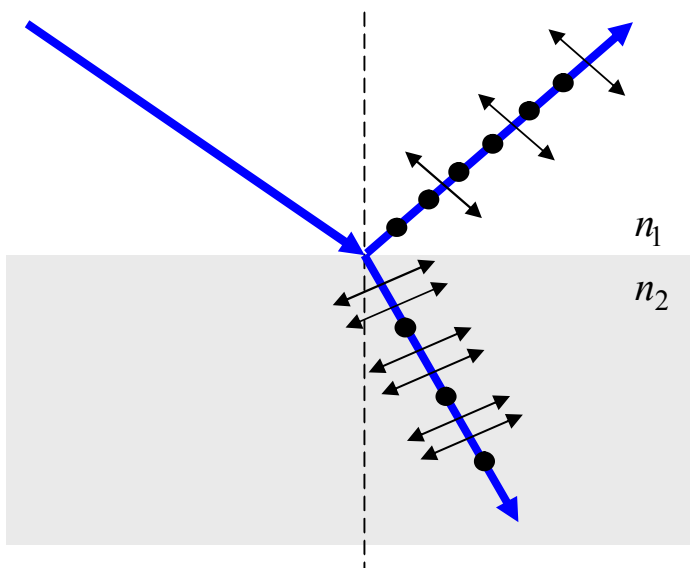


Рисунок 3.2

Если угол падения естественного света отличен от нуля, то отраженный и преломленный пучки оказываются частично-поляризованными. Исследования показали, что в отраженном луче преобладают колебания вектора \vec{E} , перпендикулярные к плоскости падения (рисунок 3.2, изображены точками), а в преломленном свете – параллельные этой

плоскости (см. рисунок 3.2, изображены стрелками). Степень поляризации отраженного и преломленного света зависит от угла падения естественного света на границу раздела диэлектриков и показателя преломления. Брюстер Д. (шотландский физик) установил закон, в соответствии с которым при угле падения i_B (угол Брюстера) отраженный луч является плоскопараллельным (содержит только колебания, перпендикулярные

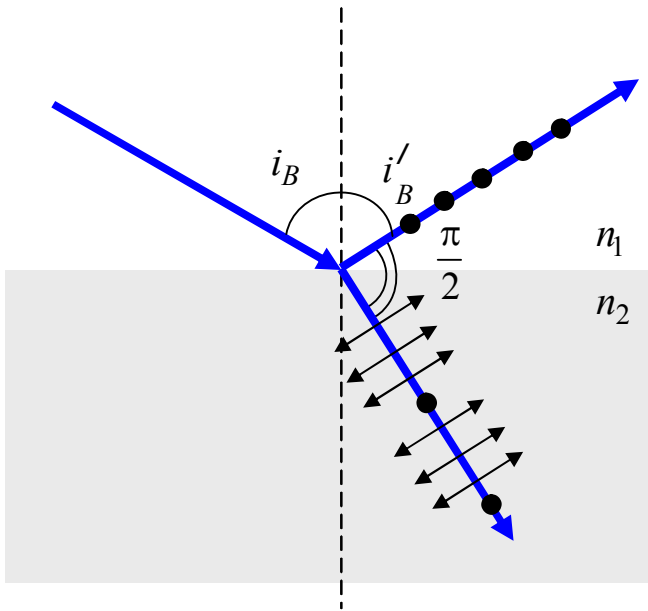


Рисунок 3.3

плоскости падения – рисунок 3.3). Преломленный луч при угле падения i_B поляризуется максимально, но не полностью. Угол Брюстера i_B определяется соотношением $\text{tg}i_B = n_2/n_1$, где n_2 – показатель преломления второй среды, n_1 – показатель преломления первой среды.

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то *отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.*

Степень поляризации преломленного света может быть значительно повышена путем многократного преломления при условии падения света каждый раз на границу раздела под углом Брюстера. Если, например, для стекла ($n=1,53$) степень поляризации преломленного луча составляет около 15%, то после преломления на восьми – десяти наложенных друг на друга стеклянных пластинках вышедший свет будет практически полностью поляризован. Такую совокупность пластинок называют *стопой*. В отсутствие поглощения интенсивность прошедшего через стопу света будет равна половине интенсивности падающего на стопу естественного света. Эта идея эффективно используется в газовых лазерах для получения на выходе из лазера плоско-поляризованных лучей.

3.1.5. Поляризация при двойном лучепреломлении

При прохождении света практически через все прозрачные кристаллы наблюдается явление так называемого *двойного лучепреломления*. Это явление заключается в способности анизотропных (физические свойства

зависят от направления) веществ расщеплять падающий световой луч на два луча, распространяющихся в разных направлениях с различной фазовой скоростью и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях. В результате двойного лучепреломления при падении узкого светового луча на достаточно толстый анизотропный кристалл, например, исландский шпат, из него выходят два пространственно разделенных луча. Один из этих лучей является продолжением первичного и подчиняется

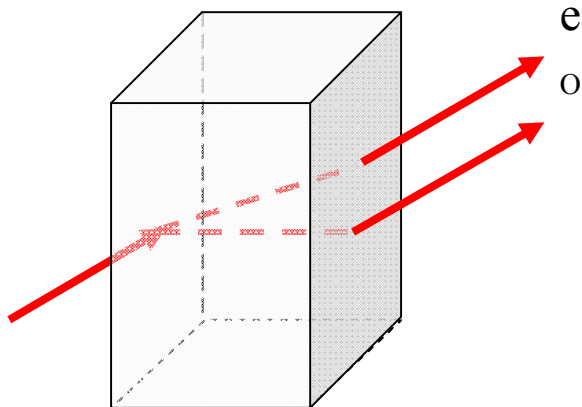


Рисунок 3.4

обычному закону преломления ($n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$). Второй не подчиняется обычному закону преломления и даже при нормальном падении светового пучка на поверхность кристалла может отклоняться от нормали. Вышедшие лучи параллельны друг другу и падающему лучу (рисунок 3.4). Первый из лучей называется *обыкновенным* (o), а второй – *необыкновенным* (e). *Обыкновенный и необыкновенный лучи плоско-поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях.*

В любом анизотропном кристалле имеется, по крайней мере, одно направление, в котором отсутствует двойное лучепреломление. В этом направлении падающий пучок света не раздваивается и состояние его поляризации не изменяется. Это направление называют *оптической осью кристалла*. В природе существуют одноосные и двуосные кристаллы. Исландский шпат, турмалин, кварц – одноосные кристаллы. Слюда, гипс, топаз – двуосные. Ограничимся рассмотрением одноосных кристаллов.

Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла, называется *главной плоскостью* одноосного кристалла. Электрический вектор в обыкновенном луче колеблется перпендикулярно главной плоскости, в необыкновенном – в главной плоскости. Оба луча, вышедшие из кристалла, отличаются друг от друга только направлением поляризации, так что названия *обыкновенный* и *необыкновенный* имеют смысл только внутри кристалла. Интересен случай падения света на пластинку перпендикулярно направлению оптической оси. При этом обыкновенный и необыкновенный лучи будут распространяться не разделяясь, но с различной скоростью, из-за чего между ними возникает все возрастающая разность фаз.

3.1.6. Интерференция поляризованных волн

Для наблюдения интерференции поляризованных лучей недостаточно, чтобы эти лучи были когерентными. Необходимо еще, чтобы во взаимодействующих лучах колебания вектора \vec{E} происходили в одной плоскости. Поэтому обыкновенный и необыкновенный лучи, выходящие из кристаллической пластинки, хотя и являются когерентными, интерферировать не могут, поскольку поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Чтобы наблюдать интерференцию поляризованных лучей, надо выделить из обоих лучей компоненты с одинаковыми направлениями колебаний (свести ортогональные колебания в одну плоскость). Это можно сделать, пропустив лучи через поляризатор, установленный так, чтобы его плоскость не совпадала с плоскостью колебаний ни одного из лучей.

Рассмотрим подробнее схему для наблюдения интерференции поляризованных лучей (рисунок 3.5). Пусть пластинка для поляризации естественного света вырезана из одноосного кристалла параллельно оптической оси. При нормальном падении света обыкновенный и необыкновенный лучи будут распространяться, не разделяясь, но с различной скоростью. За время прохождения через пластинку между лучами возникнет разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e) d .$$

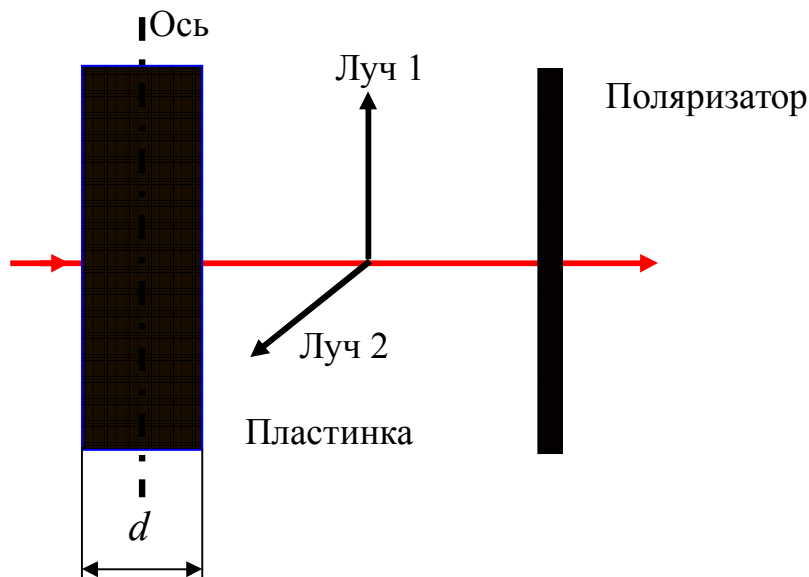


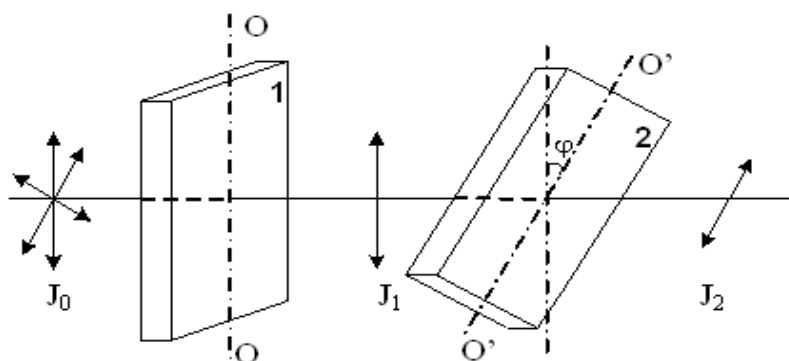
Рисунок 3.5

Таким образом, если пропустить естественный свет через вырезанную параллельно оптической оси кристаллическую пластинку, из пла-

стинки выйдут два поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча 1 и 2, между которыми существует разность хода Δ . В кристалле луч 1 был необыкновенным, луч 2 – обыкновенным. Теперь установим на пути этих лучей поляризатор, причем так, чтобы плоскость пропускания поляризатора и главная плоскость пластинки располагались под углом 45° . Этот угол является оптимальным, поскольку после расположенного таким образом поляризатора амплитуды лучей 1 и 2 будут одинаковыми, следовательно, интерференционная картина будет наиболее отчетливой. После поляризатора ранее ортогональные колебания лучей сводятся в одну плоскость, что обеспечивает интерференцию.

3.2. Примеры решения задач

3.2.1. Во сколько раз уменьшается интенсивность света, прошедшего через две призмы Николя, главные плоскости которых составляют угол 63° ? Из каждой призмы выходит световой поток, на 10% меньший, чем из идеальной.



Решение:

Пусть J_0 – интенсивность света, падающего на первую призму (поляризатор); J_1 – интенсивность света, выходящего из поляризатора; J_2 – интенсивность света, выходящего из второй призмы (анализатора). Для идеальных призм

$$J_1 = 0,5 \cdot J_0, \quad J_2 = 0,5 \cdot J_0 \cos^2 \varphi.$$

С учетом коэффициента поглощения k каждой призмы

$$J_1 = (1 - k) \cdot 0,5 \cdot J_0, \quad J_2 = (1 - k)^2 \cdot 0,5 \cdot J_0 \cos^2 \varphi.$$

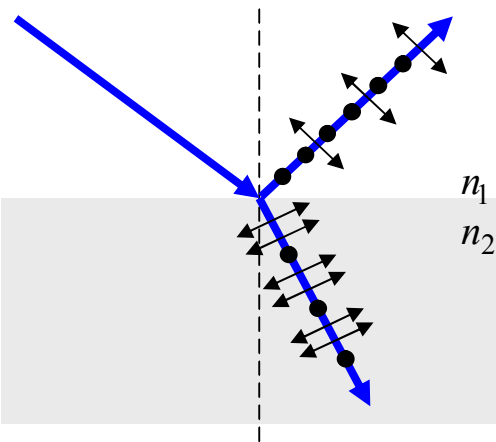
Тогда $\frac{J_2}{J_0} = (1 - k)^2 \cdot 0,5 \cos^2 \varphi.$

Расчет: $\frac{J_0}{J_2} = \frac{1}{0,5 \cdot 0,9^2 \cdot 0,52^2} = 10.$

3.2.2. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $\theta_1 = 54^\circ$. Определить угол преломления θ_2 пучка, если отраженный пучок полностью поляризован.

Решение:

Отраженный пучок света будет полностью поляризован, если свет падает на границу раздела двух сред под углом Брюстера. Угол падения Брюстера определяется условием:



$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{n_2}{n_1},$$

где n_1 и n_2 – показатели преломления сред, в которых распространяются, соответственно, падающий и преломленный лучи света.

Угол преломления θ_2 можно определить с помощью закона преломления световых лучей на границе раздела двух сред:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Учитывая, что $\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1}$ получаем:

$$\frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Откуда следует, что $\cos\theta_1 = \sin\theta_2$ или $\sin(90^\circ - \theta_1) = \sin\theta_2$. Так как углы θ_1 и θ_2 оба меньше 90° , то последнее соотношение дает $90^\circ - \theta_1 = \theta_2$ или $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$. Таким образом, мы доказали полезное утверждение: если свет падает под углом Брюстера, то сумма углов падения и преломления равна 90° . Поэтому в нашей задаче угол преломления равен $90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$.

Ответ: $\theta_2 = 36^\circ$.

3.2.3. Предельный угол полного внутреннего отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен $\theta = 43^\circ$. Определить угол Брюстера θ_B для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

Решение:

Угол полного внутреннего отражения на границе раздела жидкости с показателем преломления n и воздуха с показателем преломления, равным единице, определяется из условия $\sin \theta = n$. Следовательно, показатель преломления жидкости равен $n = \sin 43^\circ$. Угол Брюстера в данном случае может быть определен из условия $\operatorname{tg} \theta_B = n$. Следовательно, получаем:

$$\theta_B = \operatorname{arctg}(n) = \operatorname{arctg}(\sin 43^\circ) = 55^\circ 45'.$$

Ответ: $\theta_B = 55^\circ 45'$.

3.2.4. В частично поляризованном свете амплитуда вектора напряженности электрического поля E , соответствующая максимальной интенсивности света, в $n = 2$ раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности света. Определить степень поляризации P света.

Решение:

По определению, степень поляризации P света равна:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} и I_{\min} , соответственно, максимальная и минимальная интенсивности света, прошедшего через анализатор. Учитывая, что интенсивность света I пропорциональна квадрату амплитуды E вектора напряженности электрического поля, то есть

$$I = kE^2,$$

где k – коэффициент пропорциональности, получаем:

$$P = \frac{kE_{\max}^2 - kE_{\min}^2}{kE_{\max}^2 + kE_{\min}^2} = \frac{E_{\max}^2 - E_{\min}^2}{E_{\max}^2 + E_{\min}^2}.$$

Согласно условию задачи $E_{\max} = nE_{\min} = 2E_{\min}$, поэтому

$$P = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} = \frac{3}{5}.$$

Ответ: $P = 0,6$.

3.2.5. На пути частично поляризованного света, степень поляризации P которого равна 0,6, поставили анализатор так, что интенсивность света, прошедшего через него, стала максимальной. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, если плоскость пропускания анализатора повернуть на угол $\alpha = 30^\circ$?

Решение:

Согласно закону Малюса, если на поляризатор падает плоскополяризованный свет с интенсивностью I_{0p} , то интенсивность света на выходе поляризатора I_p будет равна

$$I_p = I_{0p} \cos^2 \alpha,$$

где α – угол между плоскостью поляризации падающего света и плоскостью пропускания поляризатора. Если же на поляризатор падает естественный свет – неполяризованный свет со случайными хаотически изменяющимися направлениями колебаний светового вектора – то для определения интенсивности прошедшего света надо в соотношении Малюса произвести усреднение по всевозможным углам α .

Учитывая, что среднее значение $\cos^2 \alpha$ равно

$$\langle \cos^2 \alpha \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \alpha d\alpha = \frac{1}{2},$$

получаем ослабление интенсивности падающего естественного света I_{0e} в два раза. Зная теперь, как поляризованный и естественный свет проходят через поляризатор, представим данный в задаче частично поляризованный свет в виде смеси естественного света с интенсивностью I_{0e} и плоскополяризованного света с интенсивностью I_{0p} . Если такую смесь пропустить через анализатор, то, как легко видеть с помощью закона Малюса, максимальная интенсивность прошедшего света будет равна

$$I_{\max} = I_{0p} + \frac{1}{2} I_{0e},$$

а минимальная интенсивность

$$I_{\min} = \frac{1}{2} I_{0e}.$$

Тогда степень поляризации этого света может быть определена следующим образом:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_{0p}}{I_{0p} + I_{0e}}.$$

По условию задачи сначала поляризатор установили так, что интенсивность прошедшего света оказалась максимальной, то есть $I_{\max} = I_{0p} + \frac{1}{2}I_{0e}$. Плоскость поляризации поляризованной компоненты в этом случае совпадает с плоскостью пропускания поляризатора. Если теперь поляризатор повернуть на угол α , то интенсивность поляризованной компоненты света уменьшится в соответствии с законом Малюса, а интенсивность прошедшей естественной компоненты не изменится и будет по-прежнему равна половине интенсивности естественной компоненты в падающем на поляризатор пучке света. В результате, интенсивность прошедшего света станет равной:

$$I_{\alpha} = \frac{1}{2}I_{0e} + I_{0p} \cos^2 \alpha .$$

Отношение интенсивностей $\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}}$, которое надо найти в задаче,

$$\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = \frac{I_{0p} + \frac{1}{2}I_{0e}}{\frac{1}{2}I_{0e} + I_{0p} \cos^2 \alpha} ,$$

выразим через отношение интенсивностей $\frac{I_{0p}}{I_{0e}}$, поделив числитель и знаменатель одновременно на I_{0e} . Тогда получим:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = \frac{\frac{I_{0p}}{I_{0e}} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{I_{0p}}{I_{0e}} \cos^2 \alpha} .$$

Подставив в последнее соотношение выражение для отношения интенсивностей $\frac{I_{0p}}{I_{0e}}$ через степень поляризации P падающего света

$\frac{I_{0p}}{I_{0e}} = \frac{P}{1-P}$, получим искомое отношение интенсивностей:

$$\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = \frac{\frac{P}{1-P} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{P}{1-P} \cos^2 \alpha} .$$

Используя численные условия задачи, находим: $\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = 1,23$.

Ответ: $\frac{I_{\max}}{I_{\alpha}} = 1,23$.

3.3. Задачи для решения на практических занятиях

3.3.1. Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластину, интенсивность I пучка света после поляроида стала равна половине интенсивности пучка, падающего на поляроид. Определить минимальную толщину кварцевой пластины. Поглощением и отражением света поляроидом пренебречь, постоянную вращения α кварца принять равной $48,9$ град/мм.

3.3.2. Угол φ между плоскостями пропускания поляроидов равен 50° . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в 4 раза. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения K света в поляроидах.

3.3.3. При прохождении света через трубку длиной $l_1 = 20$ см, содержащую раствор сахара с концентрацией $C_1 = 10\%$, плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi_1 = 13,3^\circ$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной $l_2 = 15$ см, плоскость поляризации повернулась на угол $\varphi_2 = 5,2^\circ$. Определить концентрацию C_2 второго раствора.

3.3.4. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет $\varphi = 60^\circ$. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света: 1) при прохождении через один николю N_1 и 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе $K = 0,05$. Потери на отражение света не учитывать.

3.3.5. Предельный угол полного внутреннего отражения для сапфира равен $36^\circ 12'$. Чему равен для сапфира угол полной поляризации?

3.3.6. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы?

3.3.7. Пучок света последовательно проходит через два николя, плоскости пропускания которых образуют между собой угол $\varphi = 40^\circ$. Принимая, что коэффициент поглощения K каждого николя равен 0,15, найти, во сколько раз пучок света, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с пучком, падающим на первый николь.

3.3.8. Пластинка кварца толщиной 2 мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси, помещена между параллельными поляризатором и анализатором, в результате чего плоскость поляризации повернулась на 53° . Какова должна быть толщина пластинки, чтобы свет, падающий на поляризатор, не прошел через анализатор?

3.3.9. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд, и отражается от дна. При угле падения на дно сосуда 42° отраженный луч полностью поляризован. Показатель преломления стекла 1,5. Определить: 1) показатель преломления жидкости; 2) под каким углом должен падать луч на дно сосуда, чтобы наступило полное внутреннее отражение?

3.3.10. Анализатор в $k = 2$ раза уменьшает интенсивность света, проходящего к нему от поляризатора. Определить угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями света в анализаторе пренебречь.

Тестовые вопросы для практических занятий

3.3.11. Какой свет является поляризованным?

Ответы:

1) Свет, который появляется в результате распространения в среде с резкими неоднородностями, размеры которых сравнимы с длиной волны.

2) Свет, колебания светового вектора в котором каким-либо образом упорядочены.

3) Свет, который появляется в результате его преобразования веществом, сопровождающиеся изменением направления распространения и проявляющиеся как несобственное свечение вещества.

4) Свет, который появляется в результате того, что заряженная частица движется в среде с групповой скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде.

3.3.12. Какое из приведённых ниже выражений описывает закон Брюстера?

Ответы:

1) $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{12}$. 2) $\operatorname{tg} \alpha = n_{12}$. 3) $\operatorname{tg} \beta = n_{12}$. 4) $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n_{12}$;

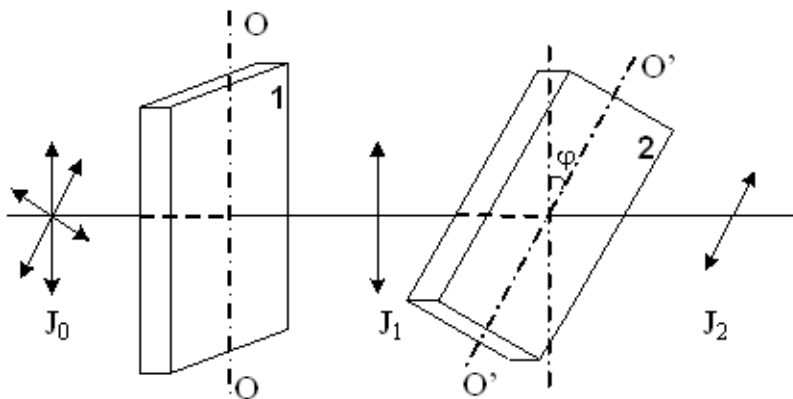
α – угол падения; β – угол преломления; n_{12} – показатель преломления второй среды относительно первой.

3.3.13. На поверхность плоской стеклянной пластины, расположенной в воздухе, падает под углом Брюстера луч линейно поляризованного света. Как ориентированы колебания светового вектора падающего луча, если отражённый луч отсутствует?

Ответы:

- 1) Такого не бывает.
- 2) Колебания светового вектора происходят перпендикулярно плоскости падения.
- 3) Колебания светового вектора происходят в плоскости падения.
- 4) Колебания светового вектора происходят в направлении падения луча света.
- 5) Колебания светового вектора происходят во всех направлениях перпендикулярно направлению распространения луча.

3.3.14. На пути естественного света интенсивностью J_0 помещены две пластинки турмалина. После прохождения пластинки 1 свет полностью поляризован. Если J_1 и J_2 – интенсивность света, прошедшего пластинки 1 и 2 соответственно, и угол между направлениями OO и $O'O'$ $\varphi = 0^\circ$ (см. рис.), то J_1 и J_2 связаны соотношением



Ответы:

1) $J_2 = 0$. 2) $J_2 = \frac{J_1}{2}$. 3) $J_2 = J_1$. 4) $J_2 = \frac{J_1}{4}$. 5) $J_2 = \frac{3J_1}{4}$.

3.3.15. Главной плоскостью одноосного кристалла называется плоскость....

- а) в которой лежит оптическая ось кристалла;
- б) которая перпендикулярна оптической оси кристалла;
- в) на которую луч света падает под углом Брюстера.

Ответы:

- 1) а. 2) б. 3) в. 4) а, в. 5) б, в. 6) а, б.

3.4. Задачи для самостоятельного решения

3.4.1. Пластинку кварца толщиной $d = 2$ мм поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол $\varphi = 53^\circ$. Какой наименьшей толщины d_{\min} следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

3.4.2. Угол падения φ луча на поверхность стекла равен 60° . При этом отраженный пучок света оказался максимально поляризованным. Определить угол γ преломления луча.

3.4.3. Чему равен показатель преломления вещества, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления 33° ?

3.4.4. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине d_{\min} кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено. Постоянная вращения α кварца равна 27 град/мм.

3.4.5. Параллельный пучок света переходит из глицерина в стекло так, что пучок, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол γ между падающим и преломленным пучками.

3.4.6. Угол преломления луча в жидкости 35° . Определить показатель преломления n жидкости, если известно, что отраженный пучок света максимально поляризован.

3.4.7. Угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45° . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до 60° ?

3.4.8. На пути частично поляризованного света поместили поляризатор. При повороте поляризатора на угол $\varphi = 60^\circ$ из положения, соответствующего максимуму пропускания, интенсивность прошедшего света уменьшилась в $n = 3$ раза. Найти степень поляризации падающего света.

3.4.9. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле φ падения отраженный пучок света максимально поляризован?

3.4.10. Степень поляризации частично поляризованного света $P = 0,25$. Найти отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

Тестовые вопросы для самостоятельной работы

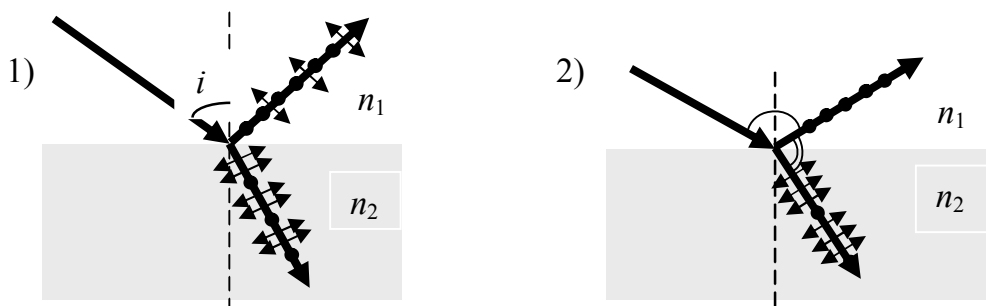
3.4.11. Двойное лучепреломление света в кристаллах обусловлено....

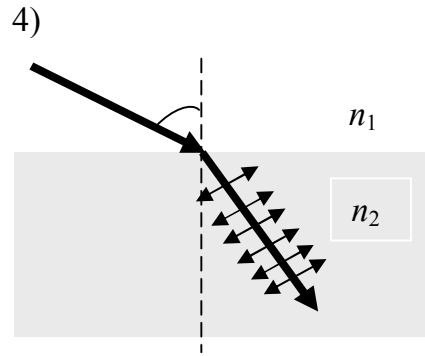
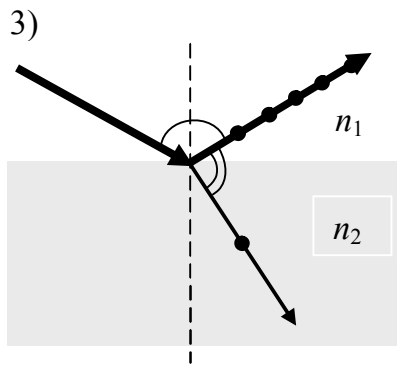
- а) зависимостью показателя преломления от длины волны;
- б) зависимостью относительной диэлектрической проницаемости от направления в кристалле;
- в) анизотропией кристалла;
- г) зависимостью показателя преломления от направления в кристалле;
- д) отражением света от границ кристалла;
- е) зависимостью скорости распространения света в кристалле от направления.

Ответы:

- 1) а, б, в. 2) б, г, д. 3) в, д, е. 4) а, в, д, е. 5) б, в, г, д. 6) б, в, г, е.
- 7) а, г, д, е.

3.4.12 Луч поляризованного света падает на поверхность стеклянной пластинки под углом Брюстера. На каком из рисунков изображён случай, когда падающий луч линейно поляризован в плоскости падения?





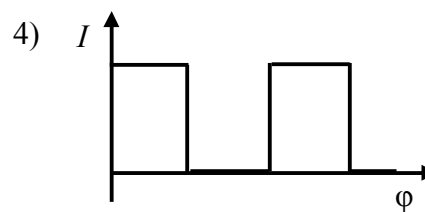
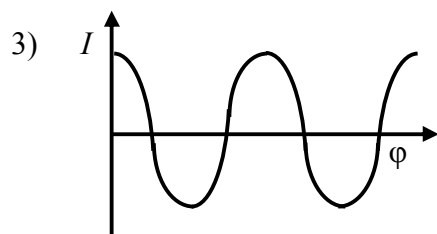
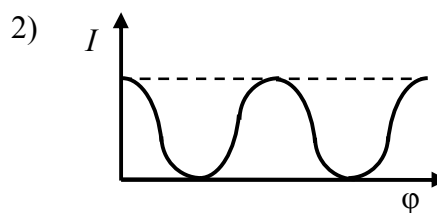
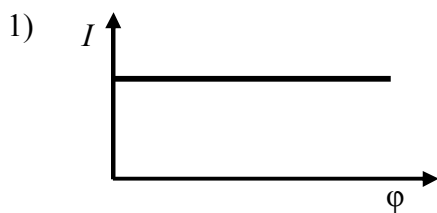
3.4.13. Укажите формулу зависимости интенсивности света на выходе анализатора I от интенсивности на входе анализатора I_0 и угла φ между оптической плоскостью анализатора и плоскостью колебаний светового вектора.

Ответы:

1) $I = I_0 \cos \varphi$. 2) $I = I_0 \cos^2 \varphi$. 3) $I = I_0^2 \cos \varphi$. 4) $I = I_0^2 \cos^2 \varphi$.

5) $I = I_0 \sin \varphi$. 6) $I = I_0 \sin^2 \varphi$. 7) $I = I_0^2 \sin \varphi$. 8) $I = I_0^2 \sin^2 \varphi$.

3.4.14. При вращении поляризатора вокруг оси, параллельной направлению распространения световой волны получена зависимость интенсивности I прошедшего света от угла поворота φ поляризатора. Укажите рисунок, на котором изображена зависимость для полностью линейно поляризованного света, падающего на поляризатор.



3.4.15. Укажите верные утверждения.

а) Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь естественного (неполяризованного) и плоско поляризованного света;

б) Колебания векторов \vec{E} и \vec{H} в плоско поляризованной световой волне происходят во взаимно перпендикулярных плоскостях;

в) Колебания векторов \vec{E} и \vec{H} в плоско поляризованной световой волне происходят в одной плоскости;

г) Для получения плоско поляризованного света применяют светофильтры и монохроматоры;

Ответы:

1) а, б; 2) а, в; 3) а, г; 4) б, г; 5) в, г.

3.5. Вопросы для самоконтроля

3.5.1. В чём заключается поляризация света? Какими способами можно получить поляризованный свет?

3.5.2. Какой свет называется естественным, какой поляризованным?

3.5.3. Запишите и поясните закон Брюстера.

3.5.4. Что значит двойное лучепреломление? Что значит обыкновенный и необыкновенный луч? Как поляризован каждый из них?

3.5.5. Чему равна интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор?

3.5.6. Запишите и поясните закон Малюса.

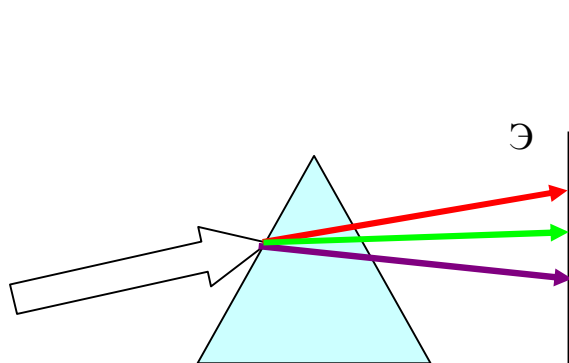
3.5.7. Какие вещества называются оптически активными?

4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ (ДИСПЕРСИЯ, ПОГЛОЩЕНИЕ, РАССЕЯНИЕ)

4.1. Краткая теория

4.1.1. Дисперсия света

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления вещества от частоты (или длины) световой волны. Или зависимость фазовой скорости света в среде от его частоты (или длины волны)



$$v = c/n.$$

Зависимость показателя преломления среды от частоты или длины волны не линейна и не монотонна. Области значений частот (или длин волн), в которых $\frac{dn}{dv} > 0 \Leftrightarrow \frac{dn}{d\lambda} < 0$, соответствует нор-

мальной дисперсии света. Нормальная дисперсия наблюдается у веществ, прозрачных для света. Например, обычное стекло прозрачно для видимого света. Именно в этой области наблюдается нормальная дисперсия для них. На основе явления нормальной дисперсии основано разложение белого света стеклянной призмой в монохроматорах.

Дисперсия называется аномальной, если $\frac{dn}{dv} < 0 \Leftrightarrow \frac{dn}{d\lambda} > 0$, т.е. с

ростом частоты ν показатель преломления n уменьшается. Аномальная дисперсия наблюдается в областях частот, соответствующих полосам интенсивного поглощения света в данной среде. Например, у обычного стекла в инфракрасной и ультрафиолетовой областях спектра.

Зависимость показателя преломления n от частоты ν и длины волны λ приведены на рисунках 4.1 и 4.2.

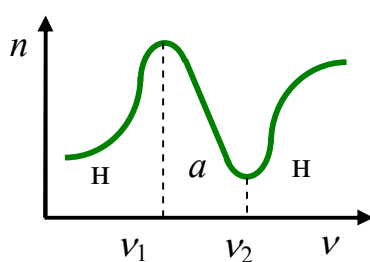


Рисунок 4.1

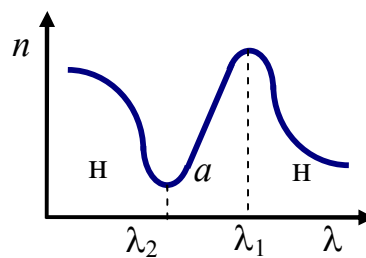


Рисунок 4.2

В зависимости от характера дисперсии групповая скорость в веществе может быть как больше, так и меньше фазовой скорости. В среде, где дисперсия отсутствует, групповая скорость равна фазовой скорости ($U=v$).

Групповая скорость связана с циклической частотой и волновым числом следующим соотношением.

$$U = \frac{d\omega}{dk}.$$

Возьмём полный дифференциал от ω и k .

$$\omega = 2\pi \cdot \nu, \Rightarrow d\omega = 2\pi \cdot d\nu.$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot \nu \cdot n}{c}.$$

$$dk = \frac{2\pi}{c} \left(n \cdot d\nu + \nu \frac{dn}{d\nu} d\nu \right).$$

Отсюда перепишем

$$U = \frac{d\omega}{dk} = \frac{2\pi \cdot d\nu}{\frac{2\pi}{c} \left(n \cdot d\nu + \nu \frac{dn}{d\nu} d\nu \right)} = \frac{c}{n + \nu \frac{dn}{d\nu}}.$$

Можно записать

$$U = \frac{v}{1 + \frac{\nu}{n} \frac{dn}{d\nu}}.$$

Зная, что $c = \lambda \cdot \nu$ можно легко получить подобное выражение через длину волны.

$$U = \frac{v}{1 - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}}.$$

При нормальной дисперсии $U < v$, т.к. $\frac{dn}{d\nu} > 0$, $\Rightarrow \frac{c}{n + \nu \frac{dn}{d\nu}} < \frac{c}{n}$.

При аномальной дисперсии $U > v$ и, в частности, если $n + \nu \frac{dn}{d\nu} < 1$, то $U > c$. Этот результат не противоречит специальной теории относительности. Понятие групповой скорости правильно описывает распространение только такого сигнала (волнового пакета), форма которого не изменяется при перемещении сигнала в среде. Строго говоря, это условие

выполняется только для вакуума, т.е. в не диспергирующей среде. В области частот, соответствующих аномальной дисперсии, групповая скорость не совпадает со скоростью распространения сигнала, так как вследствие значительной дисперсии форма сигнала так быстро изменяется, что не имеет смысла говорить о групповой скорости.

4.1.2. Элементарная (классическая) теория дисперсии

Дисперсия света является результатом взаимодействия электромагнитной волны с заряженными частицами, входящими в состав вещества (электронами).

Рассмотрим только элементарную теорию дисперсии в однородном изотропном диэлектрике.

Цель – найти зависимость показателя преломления от частоты $n = n(\omega)$, а так как $n = \sqrt{\varepsilon}$, то найдём вначале зависимость относительной диэлектрической проницаемости от частоты $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$.

Из электростатики известно:

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \quad (4.1)$$

P – вектор поляризации или дипольный момент единицы объёма (в данном случае его проекция на направление внешнего электрического поля E); χ – диэлектрическая восприимчивость среды.

Тогда для показателя преломления можно записать:

$$n^2 = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}. \quad (4.2)$$

Примем, что поляризация обусловлена смещением только валентных (оптических) электронов. Для атомов с одним оптическим электроном имеем.

$$p = -e \cdot r, \Leftrightarrow (p = q \cdot l).$$

Тогда вектор поляризации можно записать следующим образом.

$$P = p \cdot n_0 = -n_0 \cdot e \cdot r,$$

p – дипольный электрический момент атома; n_0 – концентрация атомов; r – смещение электрона. Знак (–) учитывает отрицательный заряд электрона.

Тогда для показателя преломления имеем:

$$n^2 = 1 - \frac{n_0 \cdot e \cdot r}{\varepsilon_0 E}. \quad (4.2')$$

Таким образом, задача сводится к нахождению зависимости $r = r(E)$.

Оптический электрон совершает вынужденные колебания под действием следующих сил:

а) возвращающей квазиупругой силы $\vec{F}_{\text{возв}} = -m \cdot \omega_0 \cdot \vec{r}$, где m и ω_0 – масса и частота незатухающих колебаний электрона;

б) силы сопротивления (со стороны других атомов кристаллической решётки),

$$F_{\text{сопр}} = -2\beta \cdot m \frac{dr}{dt},$$

где β – коэффициент затухания;

в) вынуждающей силы $\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$, где E – напряжённость электрического поля световой волны.

Уравнение вынужденных колебаний имеет вид

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + 2\beta \frac{dr}{dt} + \omega_0^2 r = -\frac{e \cdot E}{m}. \quad (4.3)$$

В случае линейно поляризованного монохроматического света с циклической частотой ω , $E = E_0 \cos \omega t$, где E_0 – амплитуда колебаний электрического поля световой волны. Тогда имеем:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + 2\beta \frac{dr}{dt} + \omega_0^2 r = -\frac{e \cdot E_0 \cos \omega t}{m}.$$

Решение этого уравнения имеет вид.

$$r = -\frac{e \cdot E_0 \cos(\omega t + \varphi_0)}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}.$$

$$\varphi_0 \text{ найдём из выражения } \operatorname{tg} \varphi_0 = -\frac{2\beta \cdot \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Если среда не поглощает свет, то $\beta = 0$ и тогда решение будет иметь вид.

$$r = -\frac{e \cdot E}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Подставим последнее выражение в (4.2') и получим для показателя преломления.

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 \cdot e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)} \Rightarrow n = \sqrt{1 + \frac{n_0 \cdot e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)}}$$

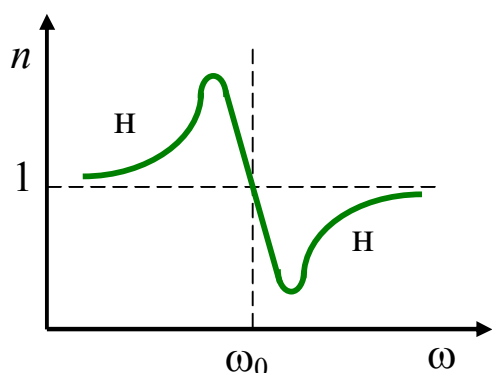


Рисунок 4.3

Графическая зависимость показателя преломления от круговой частоты представлена на рисунке 4.3.

В классической теории предполагается, что каждый атом можно рассматривать как систему гармонических осцилляторов.

Атомы вещества тоже колеблются, поэтому внутреннее поле (поле остальных атомов) непостоянно во времени. Т.е.

действительная картина получается более сложной. Конечно, реально коэффициент затухания $\beta \neq 0$.

Кроме того, у каждого атома наблюдается по несколько характеристических полос поглощения. Тогда зависимость будет иметь более сложный вид (рисунок 4.4).

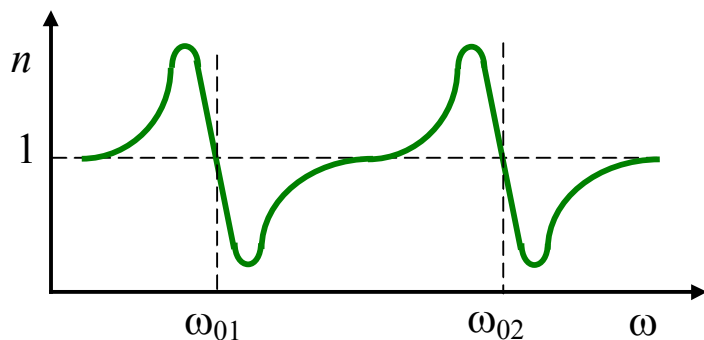


Рисунок 4.4

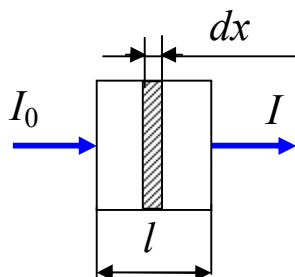
Расчёт таких систем, как атомы и молекулы, а тем более в их взаимодействующей совокупности, следует вести по законам квантовой механики. Но квантовая механика привела к такому же результату, что и классическая теория. Квантовая механика более точно указала принципы нахождения сил, действующих на электрон, и частоты осцилляторов.

Кроме того, у каждого атома наблюдается по несколько характеристических полос поглощения. Тогда зависимость будет иметь более сложный вид (рисунок 4.4).

4.1.3. Поглощение света

При прохождении света (электромагнитной волны) через вещество его интенсивность уменьшается. Получим этот закон ослабления света в среде (закон Бугера).

На толщине слоя dx интенсивность света будет уменьшаться.



$$dI = -\alpha \cdot I \cdot dx.$$

В области линейной оптики коэффициент $\alpha \neq f(I)$.

Перепишем и проинтегрируем по всей толщине образца

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\int_0^l \alpha \cdot dx.$$

После интегрирования получаем.

$$\ln I - \ln I_0 = -\alpha \cdot l.$$

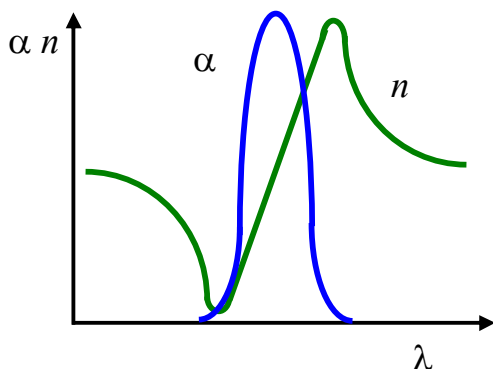
В результате интенсивность света, прошедшего среду толщиной l , определяется по формуле:

$$I = I_0 e^{-\alpha l},$$

где α – коэффициент поглощения. Это величина обратная расстоянию, на котором интенсивность света уменьшается в $e = 2,71$ раз. Коэффициент поглощения зависит от природы вещества, длины волны

$$\alpha = f(\lambda).$$

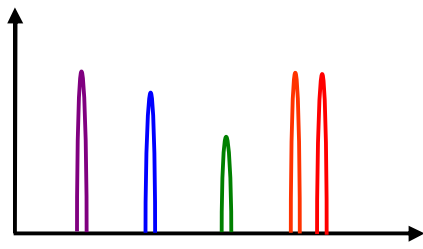
При поглощении света энергия световой волны частично вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых электронами. Частично она переходит в энергию движения атомов, т.е. во внутреннюю энергию вещества. Вынужденные колебания электронов, а, следовательно, и поглощение света становится особенно интенсивным при резонансных частотах поглощения. А это наблюдается в области аномальной дисперсии.



Разные вещества по-разному поглощают свет. Для одноатомных газов и паров металлов (у них атомы расположены далеко друг от друга и их можно считать изолированными) резкие линии поглощения наблюдаются лишь в узких спектральных областях. Это линейчатые спектры поглощения. Эти узкие линии поглощения соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах и обусловлены

переходами электронов в атомах с нижних энергетических уровней на более высокие. Ширина этих полос составляет 10^{-12} – 10^{-11} м.

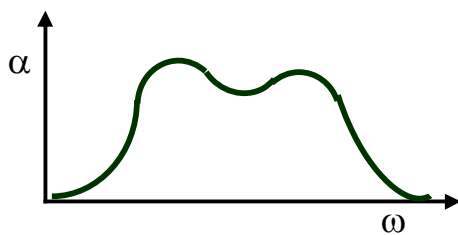
Спектры поглощения молекул, кроме этого определяются колебаниями атомов в молекуле и их вращением относительно центра масс и



характеризуются полосами поглощения. Их ширина составляет $10^{-10} - 10^{-7}$ м.

У твёрдых диэлектриков наблюдается селективное поглощение в относительно широких полосах поглощения. Их ширина составляет $10^{-7} - 10^{-6}$ м. Т.е. диэлектрики имеют сплошной спектр поглощения.

Газы при высоких давлениях, а также жидкости как твёрдые тела имеют широкие полосы поглощения. По мере повышения давления газов максимумы поглощения, первоначально очень узкие, всё более расширяются, и при высоких давлениях спектр поглощения газов приближается к



спектрам поглощения жидкостей. Этот факт указывает на то, что расширение полос поглощения есть результат взаимодействия атомов друг с другом.

Металлы практически непрозрачны для света. Их коэффициент поглощения имеет значение на 5–6 порядков выше, чем у прозрачных диэлектриков, например, стекла. Это обусловлено наличием в металлах свободных электронов. Под действием электрического поля световой волны свободные электроны приходят в движение – в металле возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. В результате энергия световой волны быстро убывает, превращаясь во внутреннюю энергию металла.

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, стекло слабо поглощающее красные и оранжевые лучи, но сильно поглощающее синие и зелёные лучи при освещении белым светом будет казаться красным. Если на это стекло направить синий или зелёный свет, то из-за сильного поглощения этих длин волн стекло будет казаться чёрным. Это явление используется для изготовления светофильтров.

4.1.4. Рассеяние света

Рассеянием света называется явление преобразования света веществом, сопровождающееся изменением распространения света и проявляющееся как несобственное свечение вещества.

Рассеяние света наблюдается в оптически неоднородных средах. Оптические неоднородности могут возникать по разным причинам.

Например, твёрдые тела в газе (дым). Капли жидкости (воды) в воздухе (туман). Твёрдые тела в жидкости (суспензии). Такие оптически неоднородные среды принято называть мутными средами.

В мутных средах, где размеры частиц не более $(0,2-0,1)\lambda$ установлены следующие закономерности.

1) Белый свет, рассеянный под углом к первоначальному пучку (в боковом направлении) обнаруживает сине-голубоватый оттенок, т.е. рассеяние происходит преимущественно в коротковолновой части спектра.

2) Свет, рассеянный под прямым углом к первоначальному пучку, полностью (если рассеивающие частицы изотропны) или почти полностью линейно поляризован.

$$3) I_{\varphi} = I_{\pi/2} (1 + \cos^2 \varphi).$$

I_{φ} и $I_{\pi/2}$ – интенсивности рассеянного света соответственно под углами φ и $\pi/2$. Это выражение определяет зависимость интенсивности рассеянного света от угла рассеяния, если падающий луч света является естественным (неполяризованным).

Выражение для рассеяния на сферических частицах, размеры которых малы по сравнению с длиной волны света.

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{9\pi^2 \varepsilon_0 \cdot N_1^2 \cdot V_1^2}{r^2 \cdot \lambda^4} \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon + \varepsilon'} \right) (1 + \cos^2 \varphi),$$

r – расстояние от рассеивающей частицы до точки наблюдения; N_1 – число частиц в 1 см^3 ; V_1 – объём одной частицы; φ – угол рассеяния; ε и ε' – относительные диэлектрические проницаемости частиц и среды; λ – длина волны.

Таким образом, интенсивность рассеянного света оказывается пропорциональной четвёртой степени частоты или обратно пропорциональной четвёртой степени длины волны.

$$I \cong \omega^4 \cong \frac{1}{\lambda^4}.$$

Эта зависимость носит название закона Рэлея и выполняется для любой мутной среды.

Как показал опыт, рассеяние света может происходить и в свободных от чужеродных примесей прозрачных (чистых) средах. Подобное рассеяние света в однородных средах называется молекулярным рассеиванием.

В твёрдых телах основная причина рассеяния света связана с наличием посторонних включений (примесей, дефектов кристаллической структуры). Влияние молекулярного рассеяния не существенно.

Существует ещё один вид рассеяния света. Это комбинационное (или рамановское) рассеяние света. При молекулярном рассеянии света в среде, содержащей многоатомные молекулы, в спектре рассеянного света наблюдаются добавочные линии (спутники). Они сопровождают каждую из спектральных линий и их частоты отстоят от центральной частоты рассеянного излучения на величины характерные для данной молекулы. Происхождение спутников связано с модуляцией рассеянного света низкочастотными колебаниями атомов в молекулах, образующих рассеивающие среды. С помощью комбинационного рассеяния света изучают строение молекул.

4.1.5. Излучение Вавилова – Черенкова

Это особый вид свечения жидкости под действием γ -лучей радиоактивных элементов. Характерные особенности этого излучения:

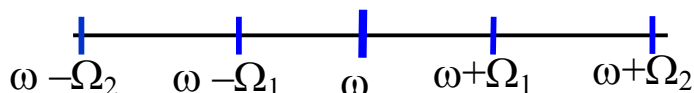
1) свечение имеет голубоватый цвет и наблюдается у всех чистых прозрачных жидкостей;

2) в отличие от люминесценции не наблюдается ни температурного, ни примесного тушения свечения, что характерно для люминесценции.

Это свечение не является люминесценцией, свет излучают быстрые электроны, движущиеся в жидкости.

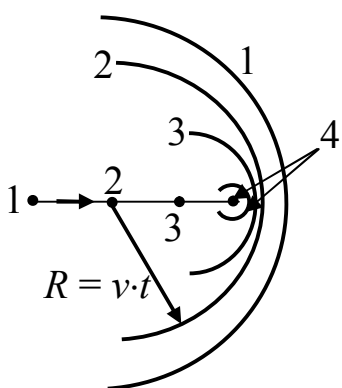
Излучение Вавилова – Черенкова это излучение света электрически заряженной частицей, движущейся в среде с групповой скоростью U , превышающей фазовую скорость света в этой среде.

$$v = \frac{c}{n} < U < c.$$



Согласно электромагнитной теории заряженная частица, движущаяся в вакууме с постоянной скоростью, не излучает. Иначе обстоит дело при её движении в веществе. Если такая частица движется с постоянной скоростью в однородной прозрачной среде, то своим полем, она возбуждает атомы и молекулы среды, и последние становятся центрами излучения электромагнитных волн.

В процессе излучения Вавилова – Черенкова энергия и скорость излучающей свободной частицы уменьшается, т.е. частица тормозится. Однако в отличие от обычного тормозного излучения, относительно медленно движущейся заряженной частицы, являющейся следствием изменения её скорости, уменьшение скорости частицы при излучении Вавилова – Черенкова, само является следствием этого излучения. Иными словами, если бы убыль энергии восполнялась, то частица, двигаясь с постоянной скоростью ($U > v$), испускала бы излучение Вавилова – Черенкова, а тормозного излучения не было бы.

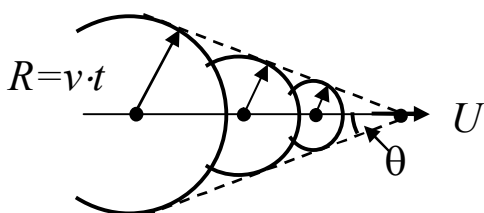


Заряженная частица вызывает кратковременную поляризацию вещества в окрестности тех точек, через которые она проходит при своём движении. Поэтому молекулы среды, лежащие на пути частицы, становятся кратковременно действующими когерентными источниками элементарных электромагнитных волн, которые интерферируют друг с другом.

При движении заряженной частицы в изотропной среде со скоростью $U < v = \frac{c}{n}$ элементарные волны будут пред-

ставлять собой сферы, распространяющиеся со скоростью $v = \frac{c}{n}$. Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, в результате интерференции элементарные волны гасят друг друга всюду, за исключением общей огибающей. При движении частицы со скоростью $U < v$ общей огибающей нет. Все окружности лежат одна в другой. Поэтому заряд, движущийся равномерно и прямолинейно со скоростью $U < v$ свет не излучает.

Если частица движется быстрее, чем распространяются волны в среде, то соответствующие элементарным волнам сферы пересекаются, и их общая огибающая (волновая поверхность) представляет собой конус с вершиной в точке, совпадающей с мгновенным положением движущейся частицы. Нормали к образующим конуса определяют волновые



вектора, т.е. направления распространения света. Угол θ , который составляет волновой вектор с направлением движения частицы, удовлетворяет следующему соотношению

$$\cos\theta = \frac{v}{U} = \frac{c}{n \cdot U}.$$

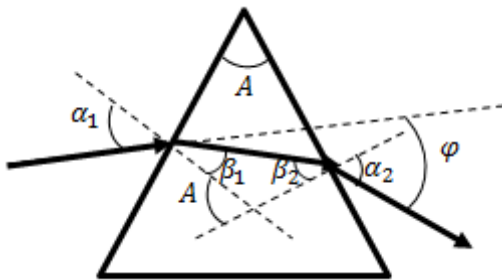
В жидкостях и твёрдых телах условие $U > v$ начинает выполняться для электронов при энергии $W > 10^5$ эВ, а для протонов – $W > 10^8$ эВ.

Разработаны черенковские счётчики для регистрации и исследования частиц с высокой энергией. С их помощью можно не только регистрировать эти частицы, но и определять величину и направление скорости.

4.2. Примеры решения задач

4.2.1. Каким будет угол отклонения φ луча стеклянной призмой, если он нормально падает на ее грань? Показатель преломления вещества призмы равен $n = 1,5$. Преломляющий угол призмы составляет тридцать градусов ($A = 30^\circ$).

Решение: При решении задачи воспользуемся обобщённым рисунком дисперсии света в призме.



Следует учесть, что $\alpha_1 = 0$. Из рисунка следует, что

$$\beta_1 + \beta_2 = A. \quad (1)$$

По закону преломления запишем:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n.$$

Так как $\alpha_1 = 0$, получим, что $\sin \beta_1 = 0$ и $\Rightarrow \beta_1 = 0$.

Из формулы (1) получим, что: $\beta_2 = A$.

Рассматривая преломление света при переходе из линзы в воздух, имеем:

$$\frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2} = \frac{1}{n} \Rightarrow \frac{\sin A}{\sin \alpha_2} = \frac{1}{n} \Rightarrow \sin \alpha_2 = \sin A \cdot n.$$

Вычислим угол α_2 : $\alpha_2 = \arcsin(30^\circ \cdot 1,5) = 48,59$.

Угол отклонения луча φ призмой равен:

$$\varphi = \alpha_1 + \alpha_2 - A.$$

Подставляя в полученное выражение численные значения величин, находим:

$$\varphi = 0 + 48,59 - 30 = 18,59 = 18^\circ 35'.$$

Ответ: $\varphi = 18^\circ 35'$.

4.2.2. Поглощение светового потока тонким слоем воды пропорционально толщине слоя и потоку, падающему на его поверхность. Зная, что при прохождении через слой толщиной 2 м поглощается $\frac{1}{3}$ первоначального светового потока, определить, какой процент его дойдет до глубины 12 м?

Решение:

Составим дифференциальное уравнение.

Обозначим через Q световой поток, падающий на поверхность на глубине h . При прохождении через слой воды толщиной dh поглощенный световой поток dQ равен дифференциалу

$$dQ = -kQ \cdot dh,$$

где k – коэффициент пропорциональности ($k > 0$).

Общее решение дифференциального уравнения получаем путем разделения переменных

$$\frac{dQ}{Q} = -k \cdot dh.$$

В результате общее решение имеет вид:

$$\ln Q = -kh + \ln Q_0 \quad \text{или} \quad Q = Q_0 e^{-kh}.$$

По условию задачи при $h = 2$ м имеем $Q = \frac{2}{3} Q_0$, поэтому

$\frac{2}{3} Q_0 = Q_0 e^{-2k}$ откуда $e^{-k} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ и для $h = 12$ м получаем:

$$Q = Q_0 \left(\frac{2}{3}\right)^6 = 0,0878 Q_0 = 8,78 \%$$

Ответ: До глубины $h = 12$ м дойдет световой поток $0,0878 Q_0$, что составляет 8,78% первоначального светового потока.

4.2.3 Пучок монохроматического света $\lambda = 600$ нм проходит через стеклянную пластинку толщины $l = 1$ см. При этом поглощается 0,1 падающего света. Определить натуральный монохроматический показатель поглощения стекла на этой длине волны. Какой толщины должна быть стеклянная пластинка, чтобы поглотилась половина падающего света?

Решение:

Интенсивность света при поглощении в веществе убывает экспоненциально в зависимости от пройденного пути (закон Бугера):

$$I = I_0 e^{-\alpha \cdot l},$$

где α – коэффициент поглощения; I – интенсивность излучения на выходе, I_0 – интенсивность излучения на входе.

Интенсивность выходящего пучка по условию: $I = 0,9 \cdot I_0$ или $\frac{I_0}{I} = 1,11$.

Запишем логарифмический вид закона Бугера:

$$\ln \frac{I_0}{I} = \alpha \cdot l.$$

Выразим α :

$$\alpha = \frac{\ln \frac{I_0}{I}}{l}.$$

Подставляем численные значения:

$$\alpha = \frac{\ln 1,11}{1} = 0,104 \text{ см}^{-1}.$$

Для половинного ослабления отношение интенсивностей равно: $\frac{I_0}{I} = 2$.

$$\text{Следовательно } l_{0,5} = \frac{\ln 2}{\alpha} = \frac{0,693}{0,104} = 6,7 \text{ см}.$$

Ответ: $\alpha = 0,104 \text{ см}^{-1}$, $l_{0,5} = 6,7 \text{ см}$.

4.3. Задачи для решения на практических занятиях

4.3.1. Определить число N_1 свободных электронов (в расчете на атом) в пленке серебра, если она прозрачна для ультрафиолета, начиная с энергии 5 эВ. Плотность серебра $10,5 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, атомная масса 108 г/моль.

4.3.2. Найти радиус кривизны светового луча, пущенного горизонтально вблизи поверхности Венеры. Ускорение свободного падения на Венере равно $0,84g$ ($g = 9,81 \text{ м/с}^2$).

4.3.3. Свет, проходя через жидкость, налитую в стеклянный сосуд ($n = 1,5$), отражается от дна, причем отраженный свет плоскополяризован при падении его на дно сосуда под углом 40° . Определить показатель преломления жидкости и угол падения света на дно сосуда, чтобы наблюдалось полное отражение.

4.3.4. На оптической скамье установлена лампочка L , которую можно считать точечным источником света. От лампочки отодвигают с постоянной скоростью v_0 , равной 1 м/с, собирающую линзу. С какой скоростью и в какую сторону будет двигаться изображение L' лампочки относительно Земли в тот момент, когда линза окажется от нее на расстоянии $1,5 F$, где F – фокусное расстояние линзы? Лампочка все время остается на главной оптической оси линзы. Ответ представьте в единицах СИ.

4.3.5. В кювете находится раствор, имеющий концентрацию $C = 0,85$ моль/л. Молярный показатель поглощения для этого раствора $\varepsilon = 0,35$ л/(см·моль). Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении его через кювету длины $l = 8$ см, заполненную этим раствором.

4.3.6. При прохождении монохроматического света через слой вещества толщины $x = 15$ см его интенсивность убывает в 4 раза. Определить показатель рассеяния, если показатель поглощения $\alpha = 0,025$ см $^{-1}$.

4.3.7. В 4%-ном растворе вещества интенсивность света уменьшается в два раза на глубине $l_1 = 20$ мм. Во сколько раз уменьшается интенсивность света на глубине $l_2 = 30$ мм в 8-процентном растворе того же вещества?

4.3.8. Имеется система двух последовательно расположенных кювет с растворами, оптическая плотность которых равна D_1 и D_2 . Найти общую оптическую плотность D .

4.3.9. Два николя, плоскости пропускания которых образуют между собой угол 50° , а коэффициент поглощения каждого николя составляет $0,15$. Определить во сколько раз пучок света, последовательно проходя через эти николи, будет ослаблен по сравнению с пучком, падающим на первый николь.

4.3.10. Интенсивность света, прошедшего через слой воздуха толщиной 1 км уменьшилась в три раза. Определить коэффициент поглощения воздуха.

Тестовые вопросы для практических занятий

4.3.11. Какие из представленных соотношений характеризуют явление нормальной дисперсии света?

а) $\frac{dn}{d\lambda} > 0$, б) $\frac{dn}{d\lambda} < 0$, в) $\frac{dn}{d\omega} > 0$, г) $\frac{dn}{d\omega} < 0$.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) а, г; 4) б, в; 5) б, г.

4.3.12. Какие из представленных соотношений характеризуют явление аномальной дисперсии света?

а) $\frac{dn}{d\lambda} > 0$, б) $\frac{dn}{d\lambda} < 0$, в) $\frac{dn}{d\omega} > 0$, г) $\frac{dn}{d\omega} < 0$.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) а, г; 4) б, в; 5) б, г.

4.3.13. Световая волна прямоугольного сечения белого цвета нормально падает на стеклянную призму. Что будет наблюдаться на выходе из призмы?

Ответы:

- 1) белая полоса меньшей интенсивности;
- 2) совокупность цветных полосок (от фиолетовой сверху до красной внизу);
- 3) совокупность цветных полосок (от красной сверху до фиолетовой внизу).

4.3.14. С какими частицами вещества взаимодействие световой волны приводит к ее дисперсии?

Ответы:

- 1) с электронами атомов;
- 2) с атомами в целом;
- 3) с валентными электронами атомов вещества;
- 4) с ядрами атомов вещества.

4.3.15. Предполагаемая причина возникновения аномальной дисперсии?

Ответы:

- 1) максимальное поглощение света в диапазоне частот наблюдения аномальной дисперсии;

2) максимальное рассеяние света в диапазоне частот наблюдения аномальной дисперсии;

3) рассеяние и поглощение света в диапазоне частот наблюдения аномальной дисперсии.

4.4. Задачи для самостоятельного решения

4.4.1. Найти показатель преломления атмосферы на поверхности Венеры. Атмосфера Венеры состоит из углекислого газа, поляризуемость молекул которого равна $3,3 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$. Давление на Венере 100 атм, температура 500 °С.

4.4.2. Узкий пучок рентгеновского излучения с длиной волны 62 пм проходит через алюминиевый экран толщиной 2,6 см. Какой толщины должен быть свинцовый экран, чтобы ослаблять этот пучок в той же степени? Массовые показатели ослабления для Al и Pb равны соответственно $3,48 \text{ см}^2/\text{г}$ и $72,0 \text{ см}^2/\text{г}$.

4.4.3. Для трёхгранной призмы с преломляющим углом $\theta = 60^\circ$ угол наименьшего отклонения луча в воздухе $\phi_{\min} = 37^\circ$. Найти угол наименьшего отклонения для этой призмы в воде.

4.4.4. При прохождении света с длиной волны λ_1 через слой вещества его интенсивность уменьшается вследствие поглощения в 4 раза. Интенсивность света с длиной волны λ_2 по той же причине ослабляется в 3 раза. Найти показатель поглощения k_2 для света с длиной волны λ_2 , если для света с длиной волны λ_1 он равен $k_1 = 0,02 \text{ см}^{-1}$.

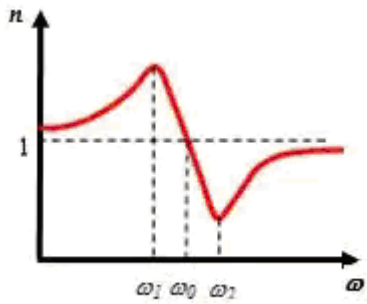
4.4.5. Показатель поглощения плазмы крови равен $0,836 \text{ см}^{-1}$. Какая толщина слоя плазмы крови уменьшает интенсивность падающего света в 3 раза?

4.4.6. Во сколько раз уменьшается интенсивность света, прошедшего через две призмы Николя, главные плоскости которых составляют угол 63° ? Из каждой призмы выходит световой поток, на 10% меньший, чем из идеальной.

4.4.7. Коэффициент пропускания раствора 0,3. Чему равна его оптическая плотность?

Тестовые вопросы для самостоятельной работы

4.4.11. На рисунке изображена дисперсионная кривая для некоторого вещества.



В каком диапазоне частот наблюдается аномальная дисперсия?

Ответы: 1) от 0 до ω_1 ; 2) от ω_2 до ∞ ; 3) от ω_1 до ω_0 ; 4) от ω_1 до ω_2 .

4.4.12. Показатель преломления некоторого вещества для красного света равен 1,337, а для голубого – 1,329. Какое явление наблюдается при прохождении света в этом веществе?

Ответы: 1) поляризация; 2) аномальная дисперсия; 3) нормальная дисперсия.

4.4.13. Какое из предложенных выражений относится к поглощению света?

а) $I = I_0 \exp(-k\ell)$, б) $I \approx \frac{1}{\lambda^4}$, в) $I = I_0/e$.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

4.4.14. Дисперсия света – ...

Укажите правильное продолжение определения этого явления.

Ответы:

1) ...это результат влияния анизотропии кристаллов при прохождении в них света;

2) ...это явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины падающей световой волны;

3) ...это результат взаимодействия световой волны с заряженными частицами, входящими в состав вещества (ионами).

4.4.15. Какое из предложенных выражений относится к рассеянию света?

а) $I = I_0 \exp(-k\ell)$, б) $I \approx \frac{1}{\lambda^4}$, в) $I \sim \omega^4$.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

4.5. Вопросы для самоконтроля.

4.5.1. Дайте определение дисперсии света. Наблюдается ли дисперсия при прохождении света в вакууме?

4.5.2. От чего зависит показатель преломления среды?

4.5.3. Лучи какого цвета преломляются в призме больше?

4.5.4. В чём заключается явление ослабления света?

4.5.5. Физические принципы рассеяния и поглощения света?

4.5.6. Каков физический смысл коэффициента поглощения?

4.5.7. Что такое спектры пропускания и поглощения? Почему они различаются для разных агрегатных состояний одного и того же вещества?

5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

5.1. Краткая теория

5.1.1. Характеристики теплового излучения

Тепловым излучением называется электромагнитное излучение, испускаемое веществом и возникающее за счет изменения его внутренней энергии.

Все остальные виды излучения, возбуждаемые за счет любого вида энергии, кроме внутренней, называются *люминесценцией*. Примеры:

– *хемилюминесценция* – свечение за счет энергии, высвобождающейся при химических реакциях (фосфор);

– *электролюминесценция* – свечение, возникающее в газах и твердых телах под действием электрического поля;

– *катодолюминесценция* – свечение твердых тел, вызванное бомбардировкой их электронами;

– *фотолюминесценция* – свечение, возбуждаемое при поглощении телом электромагнитного излучения.

Тепловое излучение имеет сплошной спектр, с максимумом интенсивности при некоторой длине волны. С повышением температуры возрастает общая энергия испускаемого теплового излучения, а максимум перемещается в область более коротких длин волн. Тепловое излучение характерно для всех тел в любом агрегатном состоянии, при любой их температуре. Рассмотрим некоторые понятия, определения теплового излучения.

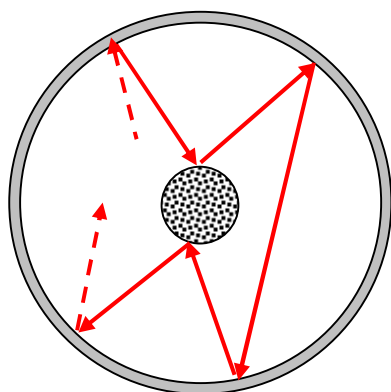


Рисунок 5.1

Окружим излучающее тело оболочкой с идеально отражающей внутренней поверхностью (рисунок 5.1). Отраженное оболочкой излучение, попав на тело, поглощается им частично или полностью. Будет происходить непрерывный обмен энергией между телом и заполняющим объем излучением. Из опыта следует:

единственным видом излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами, является тепловое излучение.

Излучающее тело характеризуется энергетической светимостью (R_T) – количеством энергии, испускаемой наружу единицей поверхности

тела во всем диапазоне длин волн за единицу времени по всем направлениям, т.е. в пределах телесного угла 2π .

Рассмотрим только часть энергии, испускаемой единицей поверхности тела за единицу времени в узком интервале частот $d\omega$ вблизи частоты ω . Обозначим эту часть потока через $dR_{\omega,T}$. Поток $dR_{\omega,T}$ пропорционален $d\omega$:

$$dR_{\omega,T} = r_{\omega,T} d\omega.$$

Величина $r_{\omega,T}$ называется *испускающей способностью тела (спектральной плотностью энергетической светимости)*. Эта величина есть функция частоты ω и температуры T . Величины R_T и $r_{\omega,T}$ связаны между собой формулой:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega.$$

Пусть на площадку dS поверхности тела падает поток лучистой энергии $d\Phi_{\omega,T}$, характеризующийся узким интервалом частот $d\omega$ вблизи частоты ω . Пусть часть этого потока $d\Phi'_{\omega,T}$ поглощается телом, а часть $d\Phi''_{\omega,T}$ — отражается. По закону сохранения энергии:

$$d\Phi_{\omega,T} = d\Phi'_{\omega,T} + d\Phi''_{\omega,T}.$$

Безразмерная величина

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega,T}}{d\Phi_{\omega,T}}$$

называется *поглощательной способностью* тела, а $b_{\omega,T} = \frac{d\Phi''_{\omega,T}}{d\Phi_{\omega,T}}$ — *отражательной способностью*.

Очевидно, что $a_{\omega,T} + b_{\omega,T} = 1$.

Тело называется **абсолютно черным**, если оно полностью поглощает падающее на него излучение всех частот: $a_{\omega,T} = 1$, $b_{\omega,T} = 0$.

5.1.2. Законы теплового излучения

Между испускательной $r_{\omega,T}$ и поглощательной $a_{\omega,T}$ способностями любого тела существует универсальная связь:

$$\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} = f(\omega, T).$$

Это соотношение выражает закон **Кирхгофа**, который формулируется так:

Отношение испускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела и является универсальной функцией частоты и температуры.

Для абсолютно черного тела $a_{\omega,T} = 1$. Следовательно, как видно из закона Кирхгофа, для такого тела $r_{\omega,T} = f(\omega, T)$, т.е. *универсальная функция Кирхгофа есть не что иное, как испускательная способность абсолютно черного тела.*

В качестве модели абсолютно черного тела можно использовать малое отверстие в стенке большой замкнутой полости при условии, что эта стенка непрозрачна и имеет во всех точках одинаковую температуру. Если отношение площади отверстия к площади поверхности много меньше единицы, то практически все излучение, проникающее через отверстие, остается внутри полости. Следовательно, коэффициент поглощения отверстия в рассматриваемой полости на всех частотах близок к единице. Внутри полости устанавливается тепловое равновесие, соответствующее температуре стенок полости. Часть тепла излучается из отверстия наружу. В соответствии с законом Кирхгофа испускательная способность модели абсолютно черного тела будет близка к универсальной функции Кирхгофа $f(\omega, T)$, где T — температура стенок полости. Таким образом, эту модель можно использовать для изучения характеристик излучения абсолютно черного тела. На рисунке 5.2 приведен экспериментально определенный вид универсальной функции Кирхгофа для трех температур $T_3 > T_2 > T_1$.

Как следует из формулы $R_T = \int_0^{\infty} r_{\omega,T} d\omega$ площадь, охватываемая кривой $f(\omega, T) = r_{\omega,T}$, дает энергетическую светимость R_T абсолютно черного тела при соответствующей температуре.

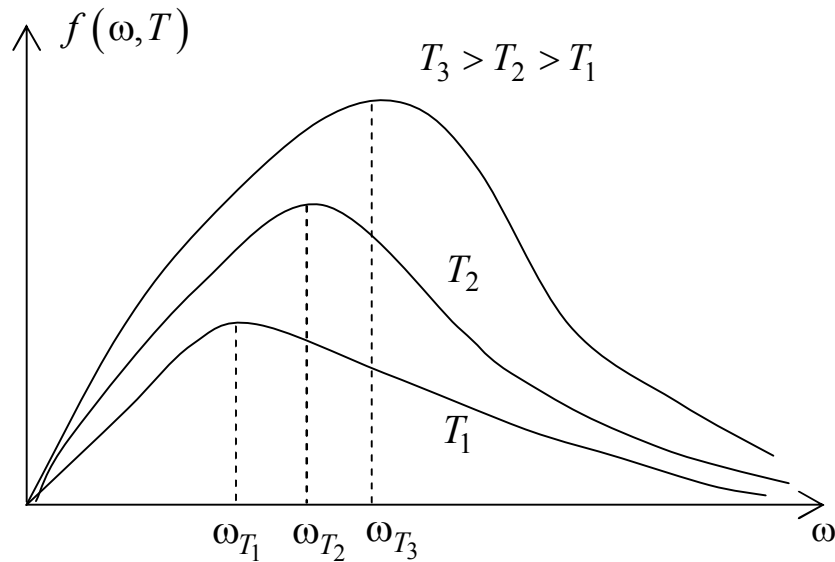


Рисунок 5.2

Из рисунка. 5.2 видно, что энергетическая светимость R_T абсолютно черного тела увеличивается с температурой, а максимум испускательной способности $f(\omega, T)$ с увеличением температуры смещается в сторону более высоких частот: $\omega_{T_1} < \omega_{T_2} < \omega_{T_3}$. Экспериментально установлено, что $R_T = \sigma T^4$.

Это закон Стефана – Больцмана, а σ – постоянная Стефана – Больцмана. Экспериментальное значение этой постоянной – $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

$$\lambda_{mT} = b \frac{1}{T}.$$

Это закон Вина. λ_{mT} – длина волны, соответствующая максимуму функции спектрального распределения, выраженной через λ , а b – постоянная Вина. Экспериментальное значение этой постоянной – $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

Закон Вина еще называют **законом смещения Вина**, поскольку из этого закона следует, что максимум испускательной способности тела с увеличением температуры смещается в сторону более высоких частот

(при увеличении температуры нагретого до свечения тела в его спектре все больше преобладает коротковолновое излучение).

Количество энергии теплового излучения вблизи определенной частоты в единице объема называется **спектральной плотностью излучения**. Формула для спектральной плотности энергии равновесного излучения $u_{\omega,T}$ была получена М. Планком на основании гипотезы, что электромагнитное излучение испускается дискретными порциями энергии – квантами электромагнитного поля (фотонами). Энергия такого кванта пропорциональна частоте излучения ω

$$W = h\nu = \hbar\omega,$$

где ν – частота света (ω – циклическая частота), $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка (квант действия), $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

На основе этого предположения Планк получил формулу следующего вида:

$$u_{\omega,T} = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar\omega}{e^{kT} - 1}.$$

На ее основе были объяснены все экспериментально открытые законы теплового излучения, не находившие своего объяснения в рамках классической физики, в частности, законы Стефана – Больцмана и Вина.

5.2. Примеры решения задач

5.2.1. Во сколько раз надо увеличить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость R_T возросла в два раза?

Решение:

По закону Стефана – Больцмана энергетическая светимость равна:

$$R_T = \sigma T^4,$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана.

Пусть при температуре T_1 энергетическая светимость была равна R_{T1} , то есть

$$R_{T1} = \sigma T_1^4,$$

а при температуре T_2 энергетическая светимость была равна R_{T2} , то есть

$$R_{T2} = \sigma T_2^4.$$

Поделив эти два соотношения друг на друга, найдем:

$$\frac{R_{T2}}{R_{T1}} = \frac{T_2^4}{T_1^4}.$$

Так как по условию задачи $\frac{R_{T2}}{R_{T1}} = 2$, то сразу получаем:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt[4]{2} \approx 1,19.$$

Ответ: температуру тела надо увеличить в $\approx 1,19$ раза.

5.2.2 Определить энергию W , излучаемую за время $t = 1$ мин из смотрового окошка площадью $S = 8 \text{ см}^2$ плавильной печи, если ее температура $T = 1,2 \text{ кК}$.

Решение:

Полагая смотровое окошко печи абсолютно черным телом, найдем энергетическую светимость R_T из закона Стефана -- Больцмана:

$$R_T = \sigma T^4,$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана.

Так как энергетическая светимость, по определению, это энергия излучения, испускаемая в единицу времени с единицы поверхности тела, то полная энергия излучения W со всей поверхности тела S за время t будет равна:

$$W = R_T S t = \sigma T^4 S t.$$

Подставляя в полученное выражение численные значения величин, находим:

$$W = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1200^4 \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot 60 = 5,65 \text{ кДж}.$$

Ответ: $W = 5,65 \text{ кДж}$.

5.2.3. Температура верхних слоев Солнца равна 5300 К. Считая Солнце абсолютно черным телом, определить длину волны λ_m , на которую приходится максимум испускательной способности (спектральной плотности энергетической светимости) Солнца.

Решение:

Согласно закону смещения Вина длина волны λ_m , соответствующая максимальной испускательной способности абсолютно черного тела, связана с температурой T этого тела соотношением:

$$\lambda_m = b/T,$$

где b – постоянная Вина ($2,9 \cdot 10^{-3}$ К·м) .

Подставляя численные условия задачи, найдем:

$$\lambda_m = 2,9 \cdot 10^{-3} / 5300 = 0,547 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 547 \text{ нм.}$$

Ответ: $\lambda_m = 547$ нм.

5.2.4. Определить температуру T черного тела, при которой максимум испускательной способности приходится на красную границу видимого спектра $\lambda_1 = 750$ нм; на фиолетовую границу видимого спектра $\lambda_2 = 380$ нм.

Решение:

По закону смещения Вина длина волны λ_m , соответствующая максимуму испускательной способности абсолютно черного тела, связана с температурой T этого тела соотношением:

$$\lambda_m = b/T,$$

где b – постоянная Вина ($2,9 \cdot 10^{-3}$ К·м) .

Если λ_m приходится на красную границу видимого спектра, то $\lambda_m = \lambda_1$ и, следовательно,

$$T_1 = b/\lambda_1 .$$

Если же λ_m приходится на фиолетовую границу видимого спектра, то $\lambda_m = \lambda_2$ и, следовательно, температура тела T_2 в этом случае равна

$$T_2 = b/\lambda_2 .$$

Используя численные значения задачи, получаем

$$T_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} / 750 \cdot 10^{-9} = 3800 \text{ К;}$$

$$T_2 = 2,9 \cdot 10^{-3} / 380 \cdot 10^{-9} = 7600 \text{ К.}$$

Ответ: $T_1 = 3800$ К; $T_2 = 7600$ К.

5.2.5. При увеличении температуры T черного тела в два раза длина волны λ_m , на которую приходится максимум испускательной способности, уменьшилась на $\Delta\lambda = 400$ нм. Определить начальную и конечную температуры тела T_1 и T_2 .

Решение:

Пусть при температуре T_1 длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности, равна λ_{m1} . Тогда по закону смещения Вина

$$\lambda_{m1} = b/T_1.$$

В свою очередь, при температуре T_2 длина волны, на которую приходится максимум испускательной способности, равна

$$\lambda_{m2} = b/T_2.$$

По закону смещения Вина находим:

$$\lambda_{m1} - \lambda_{m2} = \Delta\lambda = b/T_1 - b/T_2.$$

Учитывая, что по условию задачи $T_2 = 2T_1$, приходим к уравнению для определения начальной температуры:

$$\Delta\lambda = b/T_1 - b/2T_1.$$

Откуда сразу находим, что

$$T_1 = b/2\Delta\lambda.$$

Используя численные значения задачи, получаем:

$$T_1 = 2,9 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 400 \cdot 10^{-9} = 3620 \text{ К и } T_2 = 2 \cdot 3620 = 7240 \text{ К.}$$

Ответ: $T_1 = 3,62$ кК и $T_2 = 7,24$ кК.

5.3. Задачи для решения на практических занятиях

5.3.1. Абсолютно черное тело имеет температуру $T_1 = 500$ К. Какова будет температура T_2 тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в $n = 5$ раз?

5.3.2. При нагревании тела длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, изменилась от 1,45 до 1,16 мкм.

Насколько изменилась максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела?

5.3.3. Излучение Солнца по своему спектральному составу близко к излучению абсолютно черного тела, для которого максимум излучательной способности приходится на длину волны 0,48 мкм. Найти массу, теряемую Солнцем в 1 секунду за счет излучения. Оценить время, за которое масса Солнца уменьшится на 1% .

5.3.4. Мощность P излучения шара радиусом $R = 10$ см при некоторой постоянной температуре T равна 1 кВт. Найти эту температуру, считая шар серым телом с коэффициентом теплового излучения $a = 0,25$.

5.3.5. Определить установившуюся температуру абсолютно черной пластины, находящейся в вакууме перпендикулярно потоку лучистой энергии, равному $1,4 \cdot 10^3$ Вт/м². Определить, на какую длину волны приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости при данной температуре.

5.3.6. Во сколько раз увеличится мощность излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения передвинется от красной границы ($\lambda_{m_1} = 780$ нм) видимого спектра к его фиолетовой границе ($\lambda_{m_2} = 390$ нм)?

5.3.7. При какой температуре максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела приходится на длину волны 0,642 мкм. Найти энергетическую светимость абсолютно черного тела при данной температуре.

5.3.8. Длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела, $\lambda_m = 0,6$ мкм. Определить температуру T тела.

5.3.9. Какую мощность надо подводить к зачерненному металлическому шару радиусом 2 см, чтобы поддерживать его температуру на 27° выше температуры окружающей среды? Температура окружающей среды 20 °С. Считать, что тепло теряется только вследствие излучения. Найти энергию фотона, соответствующего максимуму излучательной способности шарика.

5.3.10. Какая энергия излучается за 1 мин с 1 см^2 абсолютно черного тела, если максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на длину волны $0,6 \text{ мкм}$?

Тестовые вопросы для практических занятий

5.3.11. Что называется тепловым излучением?

Ответы:

- 1) Электромагнитное излучение (ЭМИ), испускаемое нагретыми телами.
- 2) ЭМИ, испускаемое телами в результате хемилюминесценции.
- 3) ЭМИ, испускаемое телами в результате электролюминесценции.
- 4) Любое ЭМИ, испускаемое телами.

5.3.12. Какие тела называются абсолютно черными?

- а) Тела, коэффициент поглощения которых тождественно равен единице.
- б) Тела, которые при любой температуре полностью поглощают всю энергию падающих на него электромагнитных волн независимо от их частоты, поляризации и направления.
- в) Тела, коэффициент поглощения которых при любой температуре не зависит от частоты падающих электромагнитных волн.

Ответы: 1) а, б; 2) б, в; 3) а, в; 4) а, б, в.

5.3.13. Какое из предложенных ниже выражений является определением интегральной энергетической светимости нагретого тела?

Ответы:

- 1) Энергия электромагнитного излучения, испускаемого единичной площадкой нагретого тела в единицу времени во всех направлениях в единичном интервале длин волн (или частот) вблизи заданного значения.
- 2) Энергия ЭМИ, испускаемого единичной площадкой нагретого тела в единицу времени во всех направлениях во всем диапазоне длин волн (или частот) от 0 до ∞ .
- 3) Энергия ЭМИ, испускаемого единичной площадкой нагретого тела в единицу времени во всех направлениях в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$ (или соответствующем интервале частот).

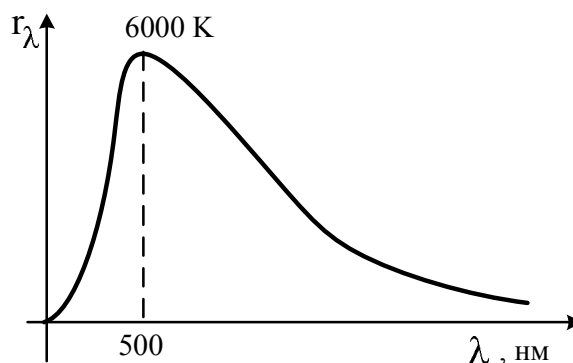
5.3.14. Какое из приведенных ниже выражений является законом смещения Вина для абсолютно черного тела?

Ответы:

- 1) $\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} = f(\lambda, T)$; 2) $\lambda_m \cdot T = b$; 3) $R_T = \sigma \cdot T^4$; 4) $R_T = \alpha \cdot \sigma \cdot T^4$, где

b и σ – некоторые константы.

5.3.15. На рисунке показана кривая зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при $T = 6000$ К. Как изменится энергетическая светимость абсолютно черного тела, если температуру тела уменьшить в 2 раза?



Ответы:

- 1) увеличится в 16 раз; 2) уменьшится в 2 раза; 3) увеличится в 2 раз; 4) уменьшится в 16 раз.

5.4. Задачи для самостоятельного решения

5.4.1. Вычислить энергию, излучаемую за время $t = 1$ мин с площади $S = 1 \text{ см}^2$ абсолютно черного тела, температура которого $T = 1000$ К.

5.4.2. Температура абсолютно черного тела $T = 2000$ К. Определить длину волны λ , на которую приходится максимум энергии излучения, и спектральную плотность энергетической светимости (излучательности) $(r_{\lambda, T})_{\text{max}}$ для этой длины волны.

5.4.3. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра ($\lambda_{m1} = 780$ нм) на фиолетовую ($\lambda_{m2} = 390$ нм)?

5.4.4. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, $\lambda_0 = 0,58$ мкм. Определить энергетическую светимость (излучательность) R , поверхности тела.

5.4.5. Температура T верхних слоев звезды Сириус равна 10 кК. Определить поток энергии Φ , излучаемый с поверхности площадью $S = 1 \text{ км}^2$ этой звезды.

5.4.6. Определить максимальную спектральную плотность $(r_\lambda)_{\max}$ энергетической светимости (излучательности), рассчитанную на 1 нм в спектре излучения абсолютно черного тела. Температура тела $T = 1000 \text{ К}$.

5.4.7. Поток излучения абсолютно черного тела $\Phi = 10 \text{ кВт}$, максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_{\max} = 0,8 \text{ мкм}$. Определить площадь S излучающей поверхности.

5.4.8. Из смотрового окошечка печи излучается поток $\Phi = 4 \text{ кДж/мин}$. Определить температуру T печи, если площадь окошечка $S = 8 \text{ см}^2$.

5.4.9. Определить температуру T и энергетическую светимость (излучательность) R_T абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda = 600 \text{ нм}$.

5.4.10. Определить температуру T , при которой энергетическая светимость R_T черного тела равна 10 кВт/м^2 .

Тестовые вопросы для самостоятельной работы

5.4.11. В чем заключается суть гипотезы Планка относительно теплового излучения?

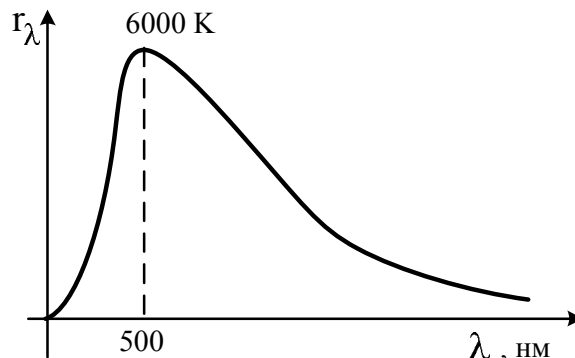
Ответы:

1) Если два тела поглощают в одинаковых условиях различные энергии, то и энергия излучения, испускаемого этими телами в этих же условиях должна быть различной.

2) В изолированной системе тепловое излучение находится в термодинамическом равновесии с веществом.

3) Энергия колеблющихся атомов вещества может изменяться дискретно, порциями, пропорциональными некоторой элементарной порции – кванту энергии $\varepsilon = h\nu$.

5.4.12. На рисунке показана кривая зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при $T = 6000 \text{ К}$. Как изменится длина волны, соответствующая максимуму излучения абсолютно черного тела, если температуру тела уменьшить в 4 раза?



Ответы:

1) увеличится в 4 раза; 2) уменьшится в 2 раза; 3) увеличится в 2 раза; 4) уменьшится в 4 раза.

5.4.13. Какие тела называются серыми?

Ответы:

1) Тела, коэффициент поглощения которых тождественно равен единице.

2) Тела, которые при любой температуре полностью поглощают всю энергию падающих на них электромагнитных волн независимо от их частоты, поляризации и направления.

3) Тела, коэффициент поглощения которых при любой температуре не зависит от частоты падающих электромагнитных волн.

4) Тела, коэффициент поглощения которых меньше единицы при любой температуре и не зависит от частоты падающих электромагнитных волн.

5.4.14. Как определить энергетическую светимость абсолютно черного тела если имеется график экспериментально измеренной зависимости спектральной плотности этого тела от длины волны при некоторой температуре?

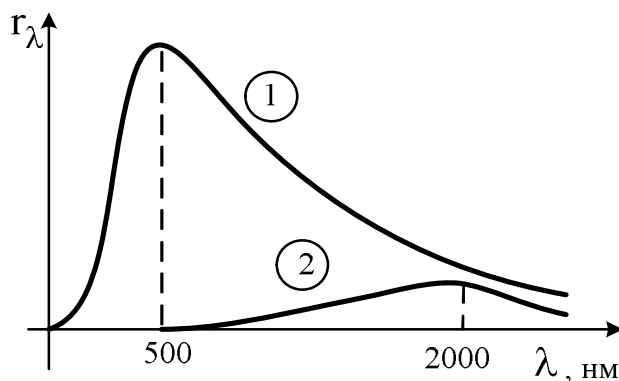
а) Найти площадь, ограниченную этой зависимостью;

б) подставить температуру, при которой измерена эта зависимость, в закон Стефана – Больцмана;

в) подставить температуру, при которой измерена эта зависимость, в закон смещения Вина.

Ответы: 1) а, б; 2) б, в; 3) а, в; 4) а, б, в.

5.4.15. Чему равно отношение площадей (S_1/S_2), ограниченных кривыми, приведенными на рисунке?



Ответы: 1) 4; 2) 8; 3) 16; 4) 256.

5.5. Вопросы для самоконтроля

5.5.1. Что такое тепловое излучение и каковы его основные свойства?

5.5.2. Перечислите основные характеристики теплового излучения.

5.5.3. Что такое абсолютно чёрное и серое тела?

5.5.4. Сформулируйте закон Стефана-Больцмана.

5.5.5. Как испускательная способность абсолютно чёрного тела зависит от длины волны?

5.5.6. Сформулируйте закон Кирхгофа.

5.5.7. Какие величины связывает формула Планка?

6. ВНЕШНИЙ ФОТОЭФФЕКТ

6.1. Краткая теория

Явление испускания электронов веществом под действием света называется *фотоэффектом*. Для проведения экспериментов по изучению фотоэффекта использовалась установка, схема которой показана на рисунке 6.1. Два электрода (катод К из исследуемого материала и анод А) помещались в стеклянный сосуд, в котором создавался вакуум. На электроды подавалось напряжение, причем можно было менять не только величину потенциометром П, но и знак этого напряжения. Ток I , возникающий при освещении катода монохроматическим источником света, регистрировался гальванометром Г.

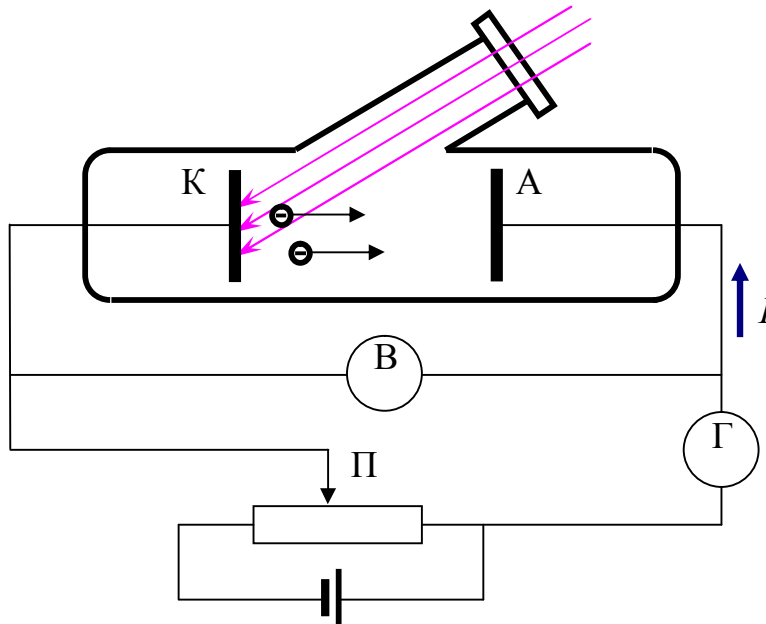


Рисунок 6.1

На рисунке 6.2 приведено семейство вольт-амперных характеристик фотоэлемента (катода), снятых при одной и той же частоте света $\omega = \text{const}$, но при различных потоках (интенсивностях) света $\Phi_1 < \Phi_2 < \Phi_3$. Характер этих кривых объясняется следующим образом. Электроны вылетают из катода с различными по величине скоростями. При $U = 0$ лишь часть самых быстрых электронов достигает анода. При не очень большом положительном напряжении ($U > 0$) фототок достигает насыщения – все электроны, испускаемые катодом, попадают на анод. Естественно, что чем больше световой поток Φ , тем больше выбивается электронов в единицу времени и, следовательно, тем больше ток насыщения I_n . Если приложить достаточное по величине отрицательное (за-

держивающее) напряжение U_3 , то ни одному из электронов, вылетевших из катода, не удастся преодолеть задерживающее поле и достичь анода. Поэтому можно записать выражение для максимальной скорости электронов v_{\max} :

$$\frac{m_0 v_{\max}^2}{2} = eU_3 \implies v_{\max} = \sqrt{\frac{2eU_3}{m_0}} \quad (6.1)$$

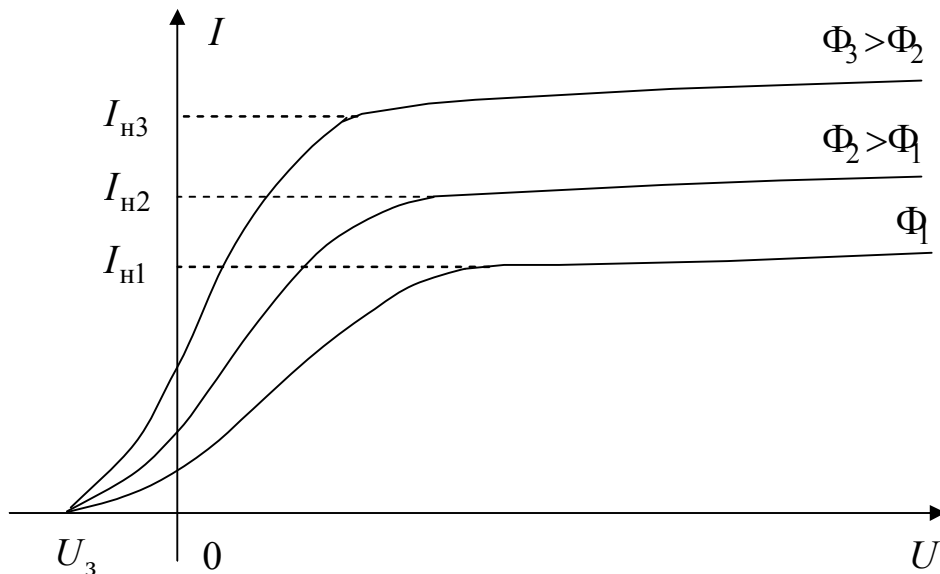


Рисунок 6.2

По классической электродинамике электрон, взаимодействуя с полем световой (электромагнитной) волны, совершает вынужденные колебания, амплитуда которых может быть достаточной для того, чтобы покинуть металл. Забираемая от волны энергия должна быть пропорциональна интенсивности света и не должна зависеть от частоты волны. Это означает, что при фиксированной частоте света $\omega = \text{const}$ с увеличением светового потока Φ , падающего на катод, должна расти максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов. Иначе, в соответствии с формулой (6.1) должно расти задерживающее напряжение U_3 , чего в эксперименте не наблюдается.

Из экспериментов также следует, что при освещении катода светом различной частоты задерживающее напряжение U_3 изменяется. Большей частоте соответствует большее задерживающее напряжение, т.е. большая энергия испускаемых электронов. Этот экспериментальный результат также не мог быть объяснен с точки зрения классической электродинамики.

Наконец, эксперименты показали, что для каждого вещества существует так называемая **красная граница фотоэффекта**, т.е. минимальная частота света, ниже которой фотоэффект невозможен. По волновой теории энергия, передаваемая электронам, зависит от интенсивности света, следовательно, свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен вырывать электроны из металла. Иными словами, красной границы не должно быть.

Эйнштейн показал, что все закономерности фотоэффекта легко объясняются, если предположить, что свет поглощается такими же порциями (квантами) $W = h\nu = \hbar\omega$, какими он, по предположению Планка, испускается. По Эйнштейну электрон поглощает квант энергии целиком. Часть этой энергии, равная работе выхода A , затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Если электрон освобождается под действием света не у самой поверхности, а на некоторой глубине, то он может дополнительно затратить часть энергии на случайные взаимодействия (столкновения) в веществе. Остаток энергии образует кинетическую энергию E_k электрона, покинувшего вещество. Энергия E_k будет максимальной, если электрон покидает тело без столкновений в веществе. В этом случае должно выполняться соотношение:

$$\hbar\omega = \frac{m_0 v_{\max}^2}{2} + A. \quad (6.2)$$

Это соотношение называется **формулой Эйнштейна**. Формула Эйнштейна правильно описывает особенности фотоэффекта, которые не нашли объяснения в рамках классической физики:

1. С ростом частоты света растет максимальная скорость v_{\max} электронов, испускаемых катодом;
2. Максимальная скорость не зависит от интенсивности света (интенсивность не входит в формулу Эйнштейна);
3. Из формулы Эйнштейна следует, что в случае, когда работа выхода A превышает энергию кванта $\hbar\omega$, электроны не могут покинуть металл. Следовательно, для возникновения фотоэффекта необходимо выполнение условия $\omega > \omega_0 = A/\hbar$. Частота ω_0 и называется красной границей фотоэффекта.

6.2. Примеры решения задач

6.2.1. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла 300 нм. На поверхность металла падает свет длиной волны 200 нм. Определить минимальную длину волны де Бройля для фотоэлектронов, выходящих из металла.

Дано: $\lambda_0 = 300 \text{ нм} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $\lambda = 200 \text{ нм} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.

Найти: λ_{\min} .

Решение:

Длина волны де Бройля $\lambda = h / mv$; где m – масса частицы; v – скорость частицы; h – постоянная Планка.

При фотоэффекте длина волны де Бройля будет минимальной у фотоэлектронов, которые имеют максимальную скорость: $\lambda_{\min} = h / mv_{\max}$. Скорость v_{\max} можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$hv = A + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

где hv – энергия кванта, падающего на поверхность; A – работа выхода электронов; $\frac{mv_{\max}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Работу выхода A можно определить, зная красную границу фотоэффекта:

$$A = hv_0 = \frac{hc}{\lambda_0}.$$

Тогда

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{mv_{\max}^2}{2},$$

откуда получаем v_{\max} :

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)}.$$

Расчет:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{1}{2 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{3 \cdot 10^{-7}} \right)} = 9 \cdot 10^5 \text{ м/с};$$

$$\lambda_{\min} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^5} = 8 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

6.2.2. Определить красную границу фотоэффекта для цинка и максимальную скорость фотоэлектронов, вырывааемых с его поверхности электромагнитным излучением с длиной волны 250 нм.

Решение:

Воспользуемся уравнением для фотоэффекта в виде:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + T_{\max},$$

где $\frac{hc}{\lambda}$ – энергия кванта падающего электромагнитного излучения; A – работа выхода электронов из металла; T_{\max} – максимальная кинетическая энергия электронов.

Красную границу фотоэффекта находим из условия:

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}} = A.$$

Известно, что работа выхода электронов из цинка $A = 3,74 \text{ эВ} = 5,984 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

Отсюда получаем

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,984 \cdot 10^{-19}} = 332,1 \text{ нм.}$$

Для нахождения максимальной скорости фотоэлектронов используем классическое выражение для кинетической энергии:

$$T_{\max} = \frac{mv^2}{2}.$$

Тогда из уравнения фотоэффекта получаем:

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{250 \cdot 10^{-9}} - 5,984 \cdot 10^{-19} \right)} = 6,6 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \end{aligned}$$

Найденное значение скорости много меньше скорости света, что оправдывает применение нерелятивистского выражения для кинетической энергии.

$$\text{Ответ: } \lambda_{\text{кр}} = 332,1 \text{ нм}; \quad v_{\text{max}} = 6,6 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

6.2.3. До какого максимального потенциала зарядится удаленный от других тел медный шарик при облучении его электромагнитным излучением с длиной волны $\lambda = 140 \text{ нм}$?

Решение:

Энергия падающего кванта электромагнитного излучения

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{140 \cdot 10^{-9}} = 8,87 \text{ эВ}.$$

Работа выхода электронов из меди $A = 4,47 \text{ эВ}$.

Из уравнения фотоэффекта находим максимальную кинетическую энергию вырываемых электронов

$$T_{\text{max}} = E - A = 8,87 - 4,47 = 4,4 \text{ эВ}.$$

Максимальный потенциал, до которого может зарядиться шарик, находим из требования равенства максимальной потенциальной энергии притяжения электронов к шарiku и их максимальной кинетической энергии, то есть

$$e \cdot \varphi_{\text{max}} = T_{\text{max}}.$$

Отсюда

$$\varphi_{\text{max}} = 4,4 \text{ В}.$$

Ответ: $\varphi_{\text{max}} = 4,4 \text{ В}$.

6.2.4 Красная граница фотоэффекта рубидия $\lambda_0 = 810 \text{ нм}$. Какую задерживающую разность потенциалов нужно приложить к фотоэлементу, чтобы задержать электроны, излучённые рубидием под действием ультрафиолетовых лучей длиной волны $\lambda = 100 \text{ нм}$?

Решение:

Энергия кванта ультрафиолетовых лучей расходуется на работу выхода электрона из металла $A = h\nu_0$, которую можно определить из красной границы фотоэффекта, и на кинетическую энергию, которую получает электрон. Работа $A = eU$, которую необходимо затратить, чтобы

задержать электроны, вылетевшие из катода, равна их кинетической энергии, т.е. $eU = E_k$. На основании сказанного, имеем

$$eU = h\nu - h\nu_0,$$

где U – искомая разность потенциалов.

Решая полученное уравнение относительно U и, выражая частоту ν через скорость света c и длину волны λ ,

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

находим

$$U = \frac{hc}{e} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right),$$

где $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $c = 3,108 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Подставим числовые значения в уравнение:

$$U = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,108 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{1}{100 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{810 \cdot 10^{-9}} \right) = 11,29 \text{ В.}$$

Ответ: $U = 11,29 \text{ В}$.

6.2.5. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если работа выхода электрона из металла $A = 3,3 \cdot 10^{-19}$ Дж, а свет имеет длину волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$ м?

Решение:

Сравним работу выхода электрона из металла и минимальную энергию фотона. Если окажется, что работа выхода больше энергии фотона, то фотоэффект не будет происходить.

$$E_{\phi} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,108 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 4,12 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Так как $A < E_{\phi}$, то фотоэффект будет наблюдаться.

6.3. Задачи для решения на практических занятиях

6.3.1. При освещении вакуумного фотоэлемента желтым светом длиной волны 600 нм катод зарядился до потенциала 1,2 В. До какого потен-

циала может зарядиться катод при освещении его фиолетовым светом с длиной волны 400 нм? Фотоэлемент отключен от сети.

6.3.2. На цинковую пластину падает пучок ультрафиолетового излучения ($\lambda = 0,2$ мкм). Определить максимальную кинетическую энергию и максимальную скорость фотоэлектронов.

6.3.3. Какую часть энергии фотона составляет энергия, пошедшая на работу выхода электрона из фотокатода, если красная граница для материала фотокатода равна 540 мкм, кинетическая энергия фотоэлектрона 0,5 эВ?

6.3.4. При облучении светом цинкового шарика, удаленного от других тел, шарик зарядился до потенциала 4,3 В. Определить граничную длину световой волны излучателя.

6.3.5. Алюминиевый шарик радиусом 3 мм, подвешенный в вакууме на диэлектрической нити, освещают ультрафиолетовым излучением с длиной волны 236 нм. Работа выхода электронов из алюминия равна 4,25 эВ. Какое максимальное число электронов сможет испустить этот шарик?

6.3.6. На катод фотоэлемента падает излучение с длиной волны 200 нм и мощностью 0,02 Вт. На какое максимальное расстояние от поверхности катода может удалиться фотоэлектрон, если вне катода создано задерживающее электрическое поле напряженностью 1,32 В/см? Определить силу тока насыщения фотоэлемента, если на каждые 10 квантов излучения, упавших на катод, в среднем приходится один выбитый фотоэлектрон. Красная граница фотоэффекта соответствует длине волны 332 нм.

6.3.7. На фотоэлемент с катодом из лития падает свет с длиной волны $\lambda = 200$ нм. Найти наименьшее значение задерживающей разности потенциалов $U_{3\text{ min}}$, которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок.

6.3.8. Фотон с энергией 10 эВ падает на серебряную пластину и вызывает фотоэффект. Определить импульс p , полученный пластиной, если принять, что направление движения фотона и фотоэлектрона лежат на одной прямой, перпендикулярной поверхности пластин.

6.3.9. В результате изменения длины волны света, которым облучают фотокатод, с длины волны $\lambda_1 = 0,35$ мкм до $\lambda_2 = 0,54$ мкм получено, что

максимальные скорости фотоэлектронов уменьшаются в 2 раза. Найти работу выхода электронов A с поверхности этого металла.

6.3.10. Фотон с длиной волны $0,2 \text{ мкм}$ вырывает с поверхности натрия фотоэлектрон, кинетическая энергия которого 2 эВ . Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

Тестовые вопросы для практических занятий

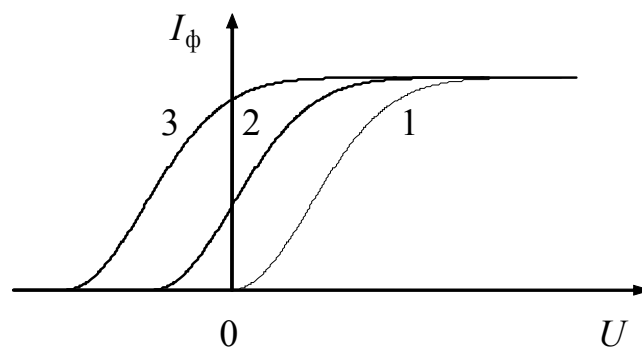
6.3.11. Что называется внешним фотоэффектом?

Ответы:

- 1) Рассеяние квантов электромагнитного излучения на атомах вещества.
- 2) Испускание квантов электромагнитного излучения нагретыми телами.
- 3) Вырывание электронов из твердых и жидких веществ квантами света.
- 4) Испускание электронов металлами при нагревании.

6.3.12. На рисунке приведены вольтамперные характеристики фототока, полученные при облучении одного и того же фотодиода.

Как соотносится энергия кванта света, падающего на катод этого диода, с работой выхода электронов из катода для кривой 1?



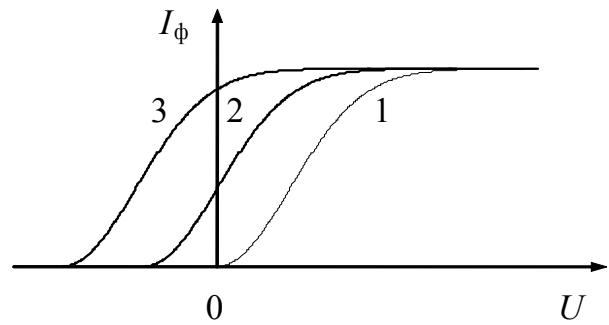
Ответы: 1) $h\nu = A_{\text{вых}}$; 2) $h\nu > A_{\text{вых}}$; 3) $h\nu < A_{\text{вых}}$.

6.3.13. Вольфрамовую пластинку облучают излучением в видимом диапазоне длин волн от 400 до 800 нм и при этом не наблюдается внешний фотоэффект. Что в принципе необходимо изменить, чтобы наблюдать фотоэффект?

а) Взять другой металл с меньшей работой выхода; б) использовать коротковолновое излучение ($\lambda < 400 \text{ нм}$); в) взять металл с большей работой выхода; г) использовать излучение с длиной волны более 800 нм .

Ответы: 1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, г.

6.3.14. На рисунке приведены вольтамперные характеристики фототока, полученные при облучении одного и того же металла. Укажите номер кривой, соответствующей минимальной энергии фотонов падающего на фотокатод излучения.



6.3.15. Какие из перечисленных ниже утверждений раскрывают суть законов внешнего фотоэффекта?

а) Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой света и не зависит от его интенсивности;

б) для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект;

в) число фотоэлектронов, вырываемых из катода за единицу времени, пропорционально интенсивности света;

г) максимальный фоток фотодиода, соответствующий таким значениям напряжения, при которых все электроны, выбиваемые из катода, достигают анода, называется фототоком насыщения.

Ответы: 1) а, б, в, г; 2) а, б, в; 3) а, б, г; 4) а, г.

6.4. Задачи для самостоятельного решения

6.4.1. Красная граница фотоэффекта для цинка $\lambda_0 = 310$ нм. Определить максимальную кинетическую энергию T фотоэлектронов в электрон-вольтах, если на цинк падает свет с длиной волны $\lambda = 200$ нм.

6.4.2. На металл падает рентгеновское излучение с длиной волны $\lambda = 1$ нм. Пренебрегая работой выхода, определить максимальную скорость u_{\max} фотоэлектронов.

6.4.3. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,1$ мкм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 0,3$ мкм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

6.4.4. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетового излучения ($\lambda = 0,25$ мкм). Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов $U_{\min} = 0,96$ В. Определить работу выхода A электронов из металла.

6.4.5. Определить максимальную скорость U_{\max} фотоэлектрона, вырванного с поверхности металла γ -квантом с энергией 1,53 МэВ.

6.4.6. Какова должна быть длина волны γ -излучения, падающего на платиновую пластину, если максимальная скорость фотоэлектронов $v_{\max} = 3$ Мм/с?

6.4.7. На поверхность калия падает свет с длиной волны $\lambda = 150$ нм. Определить максимальную кинетическую энергию ϵ_{\max} фотоэлектронов.

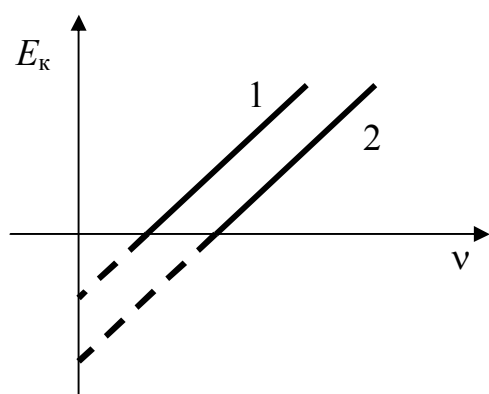
6.4.8. На пластину падает монохроматический свет ($\lambda = 0,42$ мкм). Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 0,95$ В. Определить работу A выхода электронов с поверхности пластины.

6.4.9. Определить максимальную скорость v_{\max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda = 0,155$ мкм; 2) γ -излучением с длиной волны $\lambda = 1$ пм.

6.4.10. Вычислить длину волны де Бройля λ для электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U = 22,5$ В.

Тестовые вопросы для самостоятельной работы

6.4.11. На рисунке представлены две зависимости кинетической энергии фотоэлектронов E_k от частоты ν падающего света.



Укажите верные утверждения.

а) Зависимости получены для двух различных металлов.

б) $A_2 < A_1$, где A_1 и A_2 – значения работы выхода электронов из соответствующего металла.

в) с помощью этих зависимостей можно определить значение постоянной Планка.

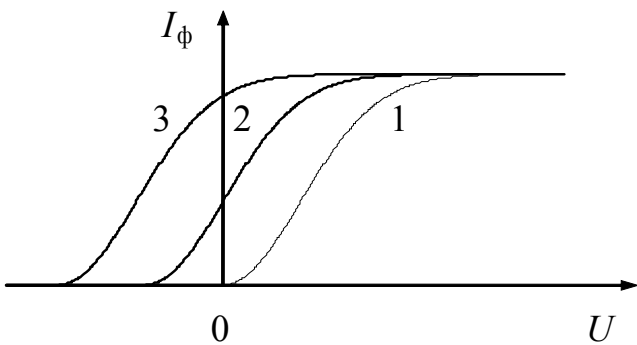
Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

6.4.12 На алюминиевый шарик, удаленный от других тел, направляют видимое излучение. Будет ли наблюдаться внешний фотоэффект?

Ответы:

- 1) Будет, если интенсивность излучения по величине не меньше работы выхода электронов из алюминия.
- 2) Будет, если энергия каждого фотона падающего излучения не меньше работы выхода электронов из алюминия.
- 3) Не будет ни при каких условиях.

6.4.13. Вольтамперная характеристика фототока имеет вид кривой 2 на рисунке.



О чем говорит тот факт, что при напряжении между фотокатодом и анодом равном нулю фототок не равен нулю?

Ответы:

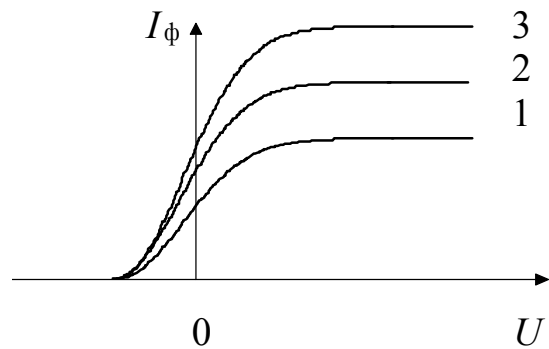
- 1) Мала интенсивность падающего на фотокатод света.
- 2) Фотоэлектроны у поверхности фотокатода имеют скорости, отличные от нуля.
- 3) Скорости фотоэлектронов у поверхности фотокатода имеют различные значения.
- 4) Энергия фотона света, падающего на катод, меньше работы выхода материала катода.

6.4.14. На рисунке приведены вольтамперные характеристики фототока для различных величин светового потока Φ падающего света.

Укажите верное соотношение.

Ответы:

- 1) $\Phi_1 > \Phi_2 > \Phi_3$
- 2) $\Phi_2 > \Phi_3 > \Phi_1$
- 3) $\Phi_3 > \Phi_2 > \Phi_1$.
- 4) $\Phi_2 > \Phi_1 > \Phi_3$.



6.4.15. На металлическую пластинку падает монохроматический свет. На каком из предложенных рисунков представлен график зависимости задерживающего напряжения от интенсивности фототока?

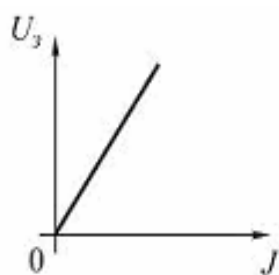


Рисунок 1

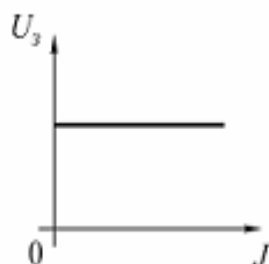


Рисунок 2

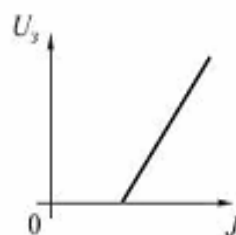


Рисунок 3

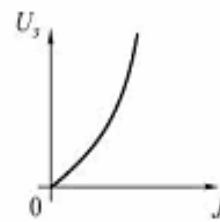


Рисунок 4

6.5. Вопросы для самоконтроля

- 6.5.1. Что такое световой поток?
- 6.5.2. Что такое фотон? Чему равна его энергия?
- 6.5.3. В чем заключается сущность явления фотоэффекта?
- 6.5.4. О чём говорит закон Столетова?
- 6.5.5. Какой ток называется током насыщения?
- 6.5.6. Какие величины связывает формула Эйнштейна?
- 6.5.7. Что такое задерживающая разность потенциалов?
- 6.5.8. Как можно объяснить закономерности внешнего фотоэффекта, используя представления о корпускулярной природе света?
- 6.5.9. В чём заключается физическое объяснение работы выхода?

7. ЭФФЕКТ КОМПТОНА. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА

7.1. Краткая теория

7.1.1. Давление света

Планк показал, что для объяснения распределения энергии в спектре равновесного теплового излучения достаточно допустить, что свет испускается порциями $\hbar\omega$. Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что свет поглощается такими же порциями. Эйнштейн значительно развил эти две догадки и выдвинул гипотезу о том, что свет и распространяется в виде дискретных частиц, названных первоначально световыми квантами, а впоследствии *фотонами*. Энергия фотона W согласно гипотезе Эйнштейна, равна

$$W = \hbar\omega, \quad (7.1)$$

где ω — циклическая частота.

Световая волна, как и всякая электромагнитная волна, обладает импульсом:

$$p = \frac{W}{c}. \quad (7.2)$$

С учетом формулы (7.2) получим:

$$p = \frac{W}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \hbar k, \quad (7.3)$$

где $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ — модуль волнового вектора \vec{k} , направленного вдоль вектора скорости распространения света.

В векторной форме соотношение (7.3) имеет вид:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}. \quad (7.4)$$

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление. В соответствии с квантовой теорией давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс. Рассчитаем световое давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения, падающего перпендикулярно поверхности. Пусть в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает N фотонов. При коэффициенте отражения ρ света от поверхности тела ρN фотонов отразится, а $(1 - \rho)N$ поглотится. Каждый поглощенный фотон передает телу импульс $p_1 = \frac{\hbar\omega}{c}$, а каждый отраженный — $2p_1 = \frac{2\hbar\omega}{c}$ (при

отражении импульс фотона изменяется на $-p_1$). Давление света в единицу времени на единицу площади поверхности равно импульсу, который передается всеми N фотонами:

$$p = \rho N \frac{2\hbar\omega}{c} + (1 - \rho) N \frac{\hbar\omega}{c} = (1 + \rho) \frac{\hbar\omega}{c} N, \quad (7.5)$$

$\hbar\omega N = E$ – это энергия всех фотонов, падающих в единицу времени на единицу площади поверхности.

Величина $\frac{\hbar\omega}{c} N = \frac{E}{c} = w$ есть объемная плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность, можно выразить формулой:

$$p = (1 + \rho) w. \quad (7.6)$$

7.1.2. Эффект Комптона

Эффект Комптона является одним из важных доказательств корпускулярного характера света. Он заключается в том, что при рассеянии рентгеновских лучей свободными электронами происходит изменение их частоты в соответствии с законами упругого столкновения двух частиц – фотона и электрона. Комpton использовал следующую экспериментальную схему (рисунок 7.1). Рентгеновская трубка РТ является источником монохроматического рентгеновского излучения. Узкий пучок рентгеновского излучения, выделяемого диафрагмой Д, направляется на рассеивающее вещество РВ. Спектральный состав рассеянного излучения исследуется с помощью рентгеновского спектрографа РС.

Эксперименты показали, что в составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны λ наблюдается также более длинноволновое излучение λ' . Кроме того, оказалось, что разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния θ :

$$\Delta\lambda = \lambda'(\theta) - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \theta), \quad (7.7)$$

где λ_c – некоторая постоянная (комптоновская длина волны).

Эффект Комптона не укладывается в рамки волновой теории, в соответствии с которой длина волны при рассеивании изменяться не должна. Под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Получающиеся в эксперименте результаты можно объяснить на основе представления о том, что рентгеновское излучение состоит из частиц – фотонов, обладающих энергией $W = \hbar\omega$ и импульсом $\vec{p} = \hbar\vec{k}$.

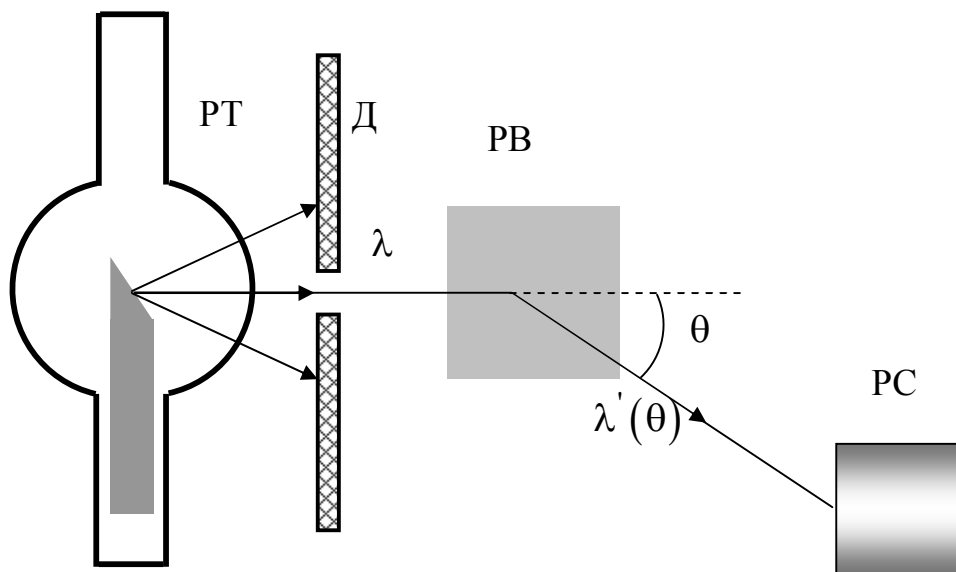


Рисунок 7.1

Рассмотрим упругое столкновение рентгеновского фотона с покоящимся квазисвободным электроном внешней электронной оболочки атома.

Приближение квазисвободного электрона хорошо выполняется, если энергия связи электрона в атоме (энергия ионизации) много меньше энергии, которую фотон может передать электрону при столкновении. Запишем законы сохранения энергии и импульса в рассматриваемом упругом столкновении, считая электрон свободным. Пусть начальная (до столкновения) энергия фотона равна $\hbar\omega$, конечная (после столкновения) – $\hbar\omega'$, а импульсы соответственно $\hbar\vec{k}$ и $\hbar\vec{k}'$ (рисунок 7.2). Начальная энергия электрона – m_0c^2 , начальный импульс равен нулю (рассматриваем покоящийся электрон). После столкновения электрон будет обладать импульсом \vec{p} . Определим его энергию после столкновения. Полная энергия движущегося свободного электрона складывается из энергии покоя электрона m_0c^2 и его кинетической энергии:

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}. \quad (7.8)$$

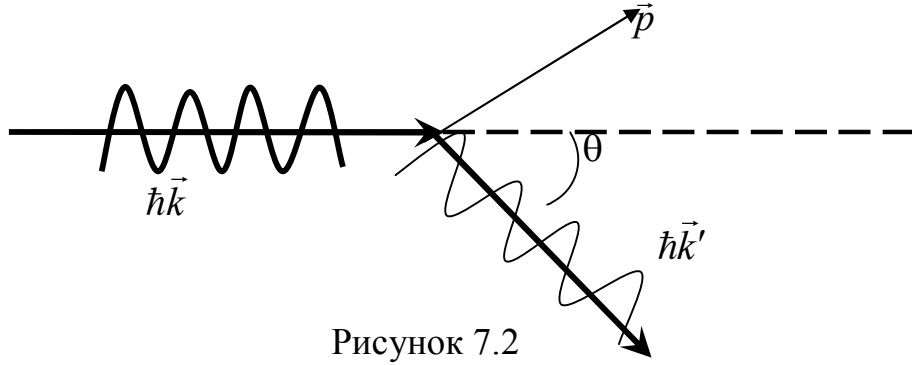


Рисунок 7.2

Запишем выражение для энергии электрона через его импульс p , исключив из этого выражения скорость v . Из уравнения для импульса релятивистского электрона в скалярном виде

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (7.9)$$

получим выражение для скорости v :

$$v^2 = \frac{p^2 c^2}{p^2 + m_0^2 c^2}.$$

После подстановки скорости в выражение для энергии получим выражение вида

$$E = c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}. \quad (7.10)$$

Законы сохранения энергии и импульса теперь могут быть записаны следующим образом:

$$\hbar\omega + m_0 c^2 = \hbar\omega' + c \sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}; \quad (7.11)$$

$$\hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}'. \quad (7.12)$$

Разделим первое равенство на c и, учитывая, что $\omega/c = k$, запишем его в виде

$$\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} = \hbar(k - k') + m_0 c.$$

Возведение в квадрат дает:

$$p^2 = [\hbar(k - k') + m_0 c]^2 - m_0^2 c^2 = \hbar^2 (k - k')^2 + 2\hbar(k - k')m_0 c + m_0^2 c^2 - m_0^2 c^2;$$

$$p^2 = \hbar^2 (k^2 - 2kk' + k'^2) + 2\hbar(k - k')m_0 c. \quad (7.13)$$

Из уравнения (2.14) следует, что

$$p^2 = \hbar^2 (\vec{k} - \vec{k}')^2 = \hbar^2 (k^2 + k'^2 - 2(\vec{k}, \vec{k}')). \quad (7.14)$$

При записи последнего выражения учли, что под квадратом вектора всегда подразумевается скалярное произведение вектора на самого себя: $\vec{p}^2 = [\vec{p}, \vec{p}] = pp \cos \alpha = pp = p^2$. Поскольку в левой части этого выражения скалярная величина, в скобках в правой части должно быть скалярное произведение двух векторов \vec{k} и \vec{k}' . Из рисунка 7.2 следует

$$(\vec{k}, \vec{k}') = kk' \cos \theta.$$

Тогда выражение (7.14) примет вид

$$p^2 = \hbar^2 (\vec{k} - \vec{k}')^2 = \hbar^2 (k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta). \quad (7.15)$$

Сравним выражения (7.13) и (7.15):

$$\hbar^2 (k^2 - 2kk' + k'^2) + 2\hbar(k - k')m_0c = \hbar^2 (k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta).$$

После алгебраических преобразований получим

$$(k - k')m_0c = \hbar kk' (1 - \cos \theta).$$

Умножим это равенство на 2π и разделим на $m_0c k k'$:

$$\frac{(k - k')2\pi}{kk'} = \frac{2\pi\hbar(1 - \cos \theta)}{m_0c}, \quad \frac{2\pi}{k'} - \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\hbar(1 - \cos \theta)}{m_0c}.$$

Поскольку $\frac{2\pi}{k} = \lambda$, получим окончательно

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0c} (1 - \cos \theta) = \lambda_c (1 - \cos \theta).$$

Величина $\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-12}$ м.

Таким образом, гипотеза о квантованности света позволяет объяснить эффект Комптона, не находящий своего объяснения в классической электродинамике.

В приведенной выше теории принято приближение квазисвободного электрона. При рассеянии фотонов на электронах, энергия связи которых с атомом велика, обмен энергией и импульсом происходит с атомом как целым. В этом случае вид полученной формулы не изменится, но под λ_c нужно понимать комptonовскую длину волны атома $\lambda_c = \frac{2\pi\hbar}{Mc}$, где M — масса атома. Комptonовское смещение $\Delta\lambda$ при этом в M/m_0 раз меньше, чем при рассеянии на свободных электронах.

7.2. Примеры решения задач

7.2.1. В эффекте Комптона угол θ рассеяния фотона равен 90° . Угол отдачи φ электрона равен 30° . Определить энергию ε падающего фотона.

Решение:

Воспользуемся известной формулой для эффекта Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta),$$

где λ' и λ – длина волны рассеянного и падающего фотонов соответственно; m – масса электрона; c – скорость света; h – постоянная Планка.

Используя связь между энергией фотона и его длиной волны $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, получаем:

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{mc^2}(1 - \cos\theta).$$

Из закона сохранения импульса имеем: $p = p_e \cos\varphi$ и $p' = p_e \sin\varphi$, где p и p' импульсы падающего и рассеянного фотонов соответственно, а p_e – величина импульса электрона отдачи.

Воспользовавшись связью между импульсом фотона и его энергией $p = \varepsilon / c$, приводим эти уравнения к виду:

$$\frac{\varepsilon}{c} = p_e \cos\varphi, \quad \frac{\varepsilon'}{c} = p_e \sin\varphi.$$

Из этих уравнений следует, что $\varepsilon' = \varepsilon \operatorname{tg}\varphi$.

Подставляя полученное выражение для энергии рассеянного фотона в формулу эффекта Комптона, находим:

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon \operatorname{tg}\varphi} - \frac{1}{mc^2}(1 - \cos\theta).$$

Решая это уравнение относительно ε , получаем:

$$\varepsilon = \frac{mc^2 \left(\frac{1}{\operatorname{tg}\varphi} - 1 \right)}{1 - \cos\theta}.$$

Расчёт:

$$\varepsilon = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 3 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{\operatorname{tg}30^\circ} - 1 \right)}{1 - \cos90^\circ} = 0,374 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\varepsilon = 0,374 \text{ МэВ}$.

7.2.2. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,75$ МэВ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^\circ$. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определить: 1) энергию ε' рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию T электрона отдачи; 3) направление его движения.

Решение:

1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}(1 - \cos\theta). \quad (1)$$

Выразив длины волн λ' и λ через энергии ε' и ε соответствующих фотонов, получим

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar}{m_0c}(1 - \cos\theta). \quad (2)$$

Разделим обе части этого равенства на $2\pi\hbar c$: $\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - \cos\theta}{m_0c}$.

Отсюда, обозначив для краткости энергию покоя электрона m_0c^2 через E_0 , найдем

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{(\varepsilon / E_0)(1 - \cos\theta) + 1}. \quad (3)$$

Подставив числовые значения величин, получим

$$\varepsilon' = 0,43 \text{ МэВ.}$$

2. Кинетическая энергия электрона отдачи, как это следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией ε падающего фотона и энергией ε' рассеянного фотона:

$$T = \varepsilon - \varepsilon' = 0,32 \text{ МэВ.}$$

3. Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона p равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона p' и электрона отдачи m_0v .

$$p = p' + m_0v.$$

Векторная диаграмма импульсов изображена на рисунке 1. Все векторы проведе-

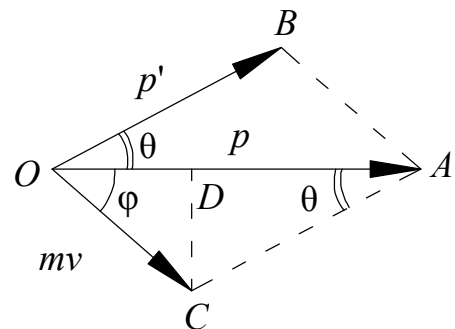


Рисунок 1

ны из точки O , где находился электрон в момент соударения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.

Из треугольника OCD находим

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA|\sin\theta}{|OA| - |CA|\cos\theta},$$

или

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p' \sin\theta}{p - p' \cos\theta} = \frac{\sin\theta}{p/p' - \cos\theta}.$$

Так как $p = \varepsilon/c$ и $p' = \varepsilon'/c$, то

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{\varepsilon/\varepsilon' - \cos\theta}. \quad (4)$$

Преобразуем формулу (4) так, чтобы угол φ выражался непосредственно через величины ε и θ , заданные в условии задачи. Из формулы (3) следует

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon}{E_0}(1 - \cos\theta) + 1. \quad (5)$$

Заменим в формуле (4) соотношение ε/ε' по формуле (5):

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\theta}{(1 + \varepsilon/E_0)(1 - \cos\theta)}.$$

Учитывая, что $\sin\theta = 2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$ и $1 - \cos\theta = 2\sin^2(\theta/2)$, после соответствующих преобразований получим

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{ctg}(\theta/2)}{1 + \varepsilon/E_0}. \quad (6)$$

После вычисления по формуле (6) найдем $\operatorname{tg}\varphi = 0,701$, откуда $\varphi = 35^\circ$.

Ответ: $\varepsilon' = 0,43$ МэВ, $T = 0,32$ МэВ, $\varphi = 35^\circ$.

7.2.3 Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения $\Phi_e = 0,6$ Вт. Определить: 1) силу давления F , испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов, ежесекундно падающих на поверхность.

Решение:

Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F = p \cdot S. \quad (1)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho), \quad (2)$$

где E_e – энергетическая освещенность; c – скорость света в вакууме; ρ – коэффициент отражения.

Подставляя правую часть выражения (2) в формулу (1), получаем

$$F = \frac{E_e \cdot S}{c}(1 + \rho). \quad (3)$$

Так как $E_e \cdot S$ представляют собой поток излучения Φ_e то

$$F = \frac{\Phi_e}{c}(1 + \rho). \quad (4)$$

Произведем вычисления, учитывая, что для зеркальной поверхности $\rho = 1$:

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8}(1 + 1) = 4 \text{ нН.}$$

Произведение энергии ε одного фотона на число фотонов n_1 , еже-секундно падающих на поверхность, равно мощности излучения, т. е. потоку излучения: $\Phi_e = \varepsilon n_1$, а так как энергия фотона $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, то

$$\Phi_e = \frac{hcn_1}{\lambda},$$

откуда

$$n_1 = \frac{\Phi_e \lambda}{hc}. \quad (5)$$

Произведем вычисления:

$$n_1 = \frac{0,6 \cdot 6,63 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $n_1 = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}$.

7.2.4. Найти значение нормального давления на плоскую поверхность при зеркальном отражении параллельного светового потока интенсивностью $0,5 \text{ Вт/см}^2$, если коэффициент отражения поверхности $0,6$, а угол между направлением распространения света и нормалью к поверхности 30° .

Дано:

$$\rho = 0,6$$

$$I_0 = 500 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$P = ?$$

Решение:

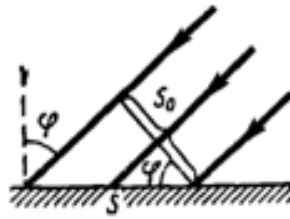


Рисунок 1

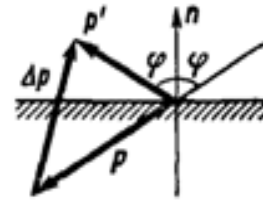


Рисунок 2

Если бы свет падал на зеркало нормально ($\varphi = 0$), световое давление равно:

$$P_0 = \frac{I_0}{c}(1 + \rho),$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Применим к поверхности второй закон Ньютона:

$$P = \frac{F_n}{S} = \frac{F_n \Delta t}{S \Delta t} = \frac{(\Delta mv)_n}{S \Delta t},$$

где $(\Delta mv)_n$ – проекция импульса, сообщенного фотонами за время Δt поверхности, на направление нормали к нему; S – площадь освещенной поверхности.

По закону сохранения импульса:

$$P = \frac{(\Delta p)_n}{S \Delta t}.$$

Величины S и $(\Delta p)_n$ зависят от угла падения φ .

Из рисунка 1 видно, что

$$S = \frac{S_0}{\cos \varphi},$$

где S_0 – площадь поперечного сечения светового пучка.

На рисунке 2 изображены суммарные импульсы фотонов, падающих на поверхность и отраженных от нее:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}' - \vec{p}.$$

Отсюда, в проекции на направление нормали имеем:

$$(\Delta p)_n = p'_n - p_n = p' \cos \varphi + p \cos \varphi = (p' + p) \cos \varphi.$$

Значит, давление равно:

$$P = \frac{(p' + p) \cos^2 \varphi}{S_0 \Delta t}.$$

Так как $P = P_0$ при $\varphi = 0$, то имеем $P = \frac{I_0 (1 + \rho) \cos^2 \varphi}{c}$.

$$\text{Получаем } P = \frac{500 \cdot (1 + 0,6) \cdot \cos^2 30^\circ}{3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Па.}$$

Ответ: $P = 2 \cdot 10^{-6}$ Па.

7.2.5. Поток энергии Φ_e , излучаемой электрической лампой, равен 600 Вт. На расстоянии $r = 1$ м от лампы перпендикулярно падающим лучам, расположено круглое плоское зеркало диаметром $d = 2$ см. Принимая, что излучение лампы одинаково во всех направлениях и что зеркало полностью отражает падающий на него свет, определить силу F светового давления на зеркало.

Решение:

По условию задачи $d \ll r$, поэтому значение телесного угла, в котором на зеркало падает излучение, можно найти из выражения

$$\Omega_S = \frac{S}{r^2},$$

где S – площадь круглого зеркала.

Значение полного телесного угла $\Omega_0 = 4\pi$. В этом угле излучается весь поток энергии Φ_e . Следовательно, доля потока энергии, излучаемой в телесном угле Ω_S , может быть найдена из выражения

$$\Phi_S = \frac{\Phi_e \cdot \Omega_S}{\Omega_0}.$$

Для определения давления света p используем известное выражение:

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho),$$

где $E_e = \frac{\Phi_e}{S}$ – освещенность поверхности и $\rho = 1$ – коэффициент отражения.

С учетом полученных выражений для силы F светового давления находим:

$$F = p \cdot S = \frac{E_e}{c}(1 + \rho) \cdot S = \frac{\Phi_e}{c}(1 + \rho) = 2 \frac{\Phi_e \pi d^2}{c 16 \pi r^2}.$$

Расчёт: $F = \frac{600 \cdot 0,02^2}{3 \cdot 10^8 \cdot 8 \cdot 1^2} = 1 \cdot 10^{-10} = 0,1 \cdot 10^{-9} = 0,1 \text{ нН}.$

Ответ: $F = 0,1 \text{ нН}.$

7.3. Задачи для решения на практических занятиях

7.3.1. В результате комптоновского эффекта электрон приобрел энергию 0,5 МэВ. Определить энергию падающего фотона, если длина волны рассеянного фотона равна 0,025 нм.

7.3.2. Фотон с энергией 1,3 МэВ в результате эффекта Комптона был рассеян на свободном электроном. Определить комптоновскую длину волны рассеянного фотона, если угол рассеяния фотона 60° .

7.3.3. Фотон при соударении со свободным электроном испытал комптоновское рассеяние под углом 60° . Определить долю энергии, оставшуюся у фотона.

7.3.4. Фотон с энергией 0,51 МэВ в результате эффекта Комптона был рассеян на 180° . Определить энергию электрона отдачи.

7.3.5. Фотон с импульсом 1,02 МэВ/с (c – скорость света) в результате эффекта Комптона был рассеян на угол 30° . Определить импульс рассеянного фотона.

7.3.6. Определить давление на черную поверхность, создаваемое светом с длиной волны 0,4 мкм, если ежесекундно на 1 см^2 поверхности падает $6 \cdot 10^{12}$ фотонов.

7.3.7 Принимая спектр Солнца за спектр абсолютно черного тела, определить давление солнечных лучей на земную поверхность при условии, что максимальная испускательная способность соответствует длине волны 0,48 мкм. Радиус Солнца считать равным $6,5 \cdot 10^5$ км. Коэффициент отражения солнечных лучей равен нулю. Расстояние от Земли до Солнца $1,5 \cdot 10^8$ км.

7.3.8. Луч лазера мощностью 50 Вт падает перпендикулярно поверхности пластинки, которая отражает 50 % и пропускает 30 % падающей энергии. Остальную часть энергии она поглощает. Определить с помо-

щью корпускулярных представлений силу светового давления на пластину.

7.3.9. Плоская световая волна интенсивностью $0,2 \text{ Вт/см}^2$ падает на плоскую зеркальную поверхность с коэффициентом отражения $0,8$. Угол падения 45° . Определить с помощью корпускулярных представлений величину нормального давления, которое оказывает свет на эту поверхность.

7.3.10. Давление света на зеркальную поверхность, расположенную на расстоянии 2 м от лампочки нормально к падающим лучам, равно $0,5 \cdot 10^8 \text{ Па}$. Определить мощность лампочки, расходуемую на излучение.

Тестовые вопросы для практических занятий

7.3.11. О каких свойствах электромагнитного излучения говорит наблюдаемый на опыте эффект Комптона?

Ответы:

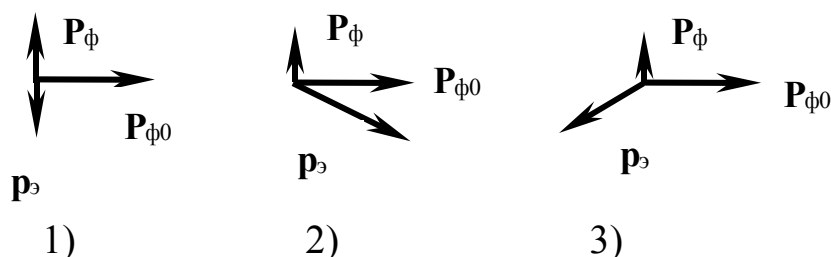
- 1) О волновой природе излучения.
- 2) О квантовой природе излучения.
- 3) О непрерывности спектра электромагнитного излучения.
- 4) Среди предложенных правильного ответа нет.

7.3.12. Фотон рентгеновского излучения рассеялся на слабосвязанном покоящемся электроне. От чего зависит энергия рассеянного фотона?

а) От первоначальной энергии фотона; б) от угла рассеяния электрона отдачи; в) от угла рассеяния слабосвязанного электрона.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

7.3.13. Фотон рентгеновского излучения рассеялся на угол 90 градусов. На каком из приведенных ниже рисунков правильно показано направление импульса электрона отдачи $p_э$ после рассеяния?



7.3.14. Поверхности трех различных пластинок: а – зачерненная; б – зеркальная; в – абсолютно прозрачная, поочередно освещаются световым пучком одной интенсивности. В каком из перечисленных случаев давление света на пластинку будет минимальным?

Ответы: 1) а; 2) б; 3) в; 4) во всех трех случаях давление будет одинаковым.

7.3.15. Какие параметры фотона рентгеновского излучения изменяются при комптоновском рассеянии?

а) Длина волны; б) направление распространения; в) скорость.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в; 4) а, б, в.

7.4. Задачи для самостоятельного решения

7.4.1. Фотон с импульсом $p = 1,02 \text{ МэВ}/c$, где c – скорость света в вакууме, рассеялся на покоившемся свободном электроне, в результате чего импульс фотона стал равным $p' = 0,255 \text{ МэВ}/c$. Под каким углом рассеялся фотон?

7.4.2. В эффекте Комптона энергия падающего фотона ε распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния равен $\theta = 90^\circ$. Найти энергию ε' и импульс p' рассеянного фотона.

7.4.3. В эффекте Комптона длины волн рентгеновского излучения, рассеянного под углами $\theta_1 = 60^\circ$ и $\theta_2 = 120^\circ$, отличаются в 2 раза. Определить длину волны падающего излучения λ .

7.4.4. В эффекте Комптона рентгеновский фотон с длиной волны $\lambda = 0,07 \text{ нм}$ рассеивается на угол $\theta = 90^\circ$. Определить угол между падающим фотоном и электроном отдачи.

7.4.5. Определить импульс электрона отдачи p при эффекте Комптона, если фотон с энергией ε , равной энергии покоя электрона, был рассеян на угол $\theta = 180^\circ$.

7.4.6. На зачерненную поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны $0,45 \text{ мкм}$. Найти число фотонов, падающих на площадку 1 м^2 в 1 с , если давление, производимое этим светом, равно 10^5 Па .

7.4.7. Определить силу светового давления на зеркальную поверхность площадью 100 см^2 , если интенсивность светового потока, падающего нормально на эту поверхность, равна $2,5 \text{ кВт/м}^2$.

7.4.8. Энергетическая освещенность поверхности Земли равна $1,4 \text{ кВт/м}^2$. Определить давление, обусловленное светом, принимая коэффициент отражения равным $0,6$.

7.4.9. Световое давление, испытываемое зеркальной поверхностью площадью 1 см^2 , равно 10^8 Па . Найти длину волны монохроматического света, если каждую секунду падают $5 \cdot 10^{12}$ фотонов.

7.4.10. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 662 \text{ нм}$ падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $p = 0,3 \text{ мкПа}$. Определить концентрацию n фотонов в световом пучке.

Тестовые вопросы для самостоятельной работы

7.4.11. Рассеяние рентгеновского излучения в веществе называют эффектом Комптона. Выберите правильное окончание высказывания, относящегося к этому эффекту. «Чтобы эффект Комптона был наблюдаемым, вещество должно состоять из...»

Ответы:

- 1)...из тяжелых атомов (с большим порядковым номером атома Z).
- 2)...из легких атомов (небольшие значения Z).
- 3)...из любых атомов.

7.4.12. Как изменяется скорость электрона отдачи при комптоновском рассеянии при увеличении угла рассеяния фотона от 0 до 180° ?

Ответы: 1) Увеличивается; 2) уменьшается; 3) не изменяется.

7.4.13. Какие из приведенных ниже выражений используются для вывода изменения длины волны при комптоновском рассеянии?

а) $\frac{mV_0^2}{2} + \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{mV^2}{2} + \frac{hc}{\lambda}$; б) $p_{э0} + p_{\phi 0} = p_{э} + p_{\phi}$;

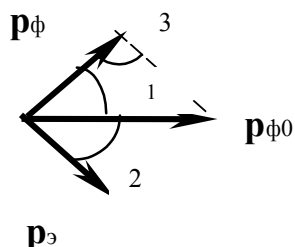
в) $m_0c^2 + \frac{hc}{\lambda} = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} + \frac{hc}{\lambda}$.

Ответы: 1) а, б; 2) б, в; 3) а, в.

7.4.14. Как изменится давление света, если увеличить в 2 раза объемную плотность энергии падающей световой волны?

Ответы: 1) останется неизменным; 2) увеличится в 2 раза; 3) уменьшится в 2 раза.

7.4.15. На рисунке приведена векторная диаграмма, составленная в соответствии с законом сохранения импульса системы фотон-электрон отдачи при комптоновском рассеянии.



Какой из указанных на рисунке углов является углом рассеяния электрона отдачи?

7.5. Вопросы для самоконтроля

7.5.1. Что называется эффектом Комптона?

7.5.2. Напишите формулу для комптоновской длины волны электрона. Чему она равна?

7.5.3. Какие законы сохранения выполняются при взаимодействии фотона с электроном в эффекте Комптона?

7.5.4. Чему равно максимальное изменение длины волны рассеянного фотона и когда оно наблюдается?

7.5.5. Почему эффект Комптона не наблюдается при рассеянии фотонов на электронах, сильно связанных с ядром атома?

7.5.6. В чём заключается дуализм света?

7.5.7. От чего зависит давление света? В чём оно измеряется?

7.5.8. Почему давление света на тёмную поверхность в два раза меньше, чем давление на светлую?

Таблица ответов к заданиям для самостоятельной работы

1. Интерференция света

	Задачи для самостоятельного решения		Тестовые вопросы
1.4.1	0,909 м	1.4.11	4
1.4.2	1,343 мм	1.4.12	2
1.4.3	0,26 мкм	1.4.13	4
1.4.4	0,3 мкм	1.4.14	4
1.4.5	0,45 мкм	1.4.15	6
1.4.6	0,27 мкм		
1.4.7	$0,89 \cdot 10^{-7}$ м		
1.4.8	2 м		
1.4.9	$7,35 \cdot 10^{-7}$ м; $6,3 \cdot 10^{-7}$ м; $5,5 \cdot 10^{-7}$ м; $4,9 \cdot 10^{-7}$ м; $4,41 \cdot 10^{-7}$ м; $4,0 \cdot 10^{-7}$ м		
1.4.10	1,3		

2. Дифракция света

	Задачи для самостоятельного решения		Тестовые вопросы
2.4.1	$11^{\circ}30'$; $23^{\circ}30'$; 44°	2.4.11	2
2.4.2	$54^{\circ}40'$	2.4.12	3
2.4.3	0,85 м	2.4.13	6
2.4.4	4,41 мкм	2.4.14	4
2.4.5	$11^{\circ}58'$	2.4.15	3
2.4.6	$34^{\circ}40'$		
2.4.7	9		
2.4.8	6		
2.4.9	2 и 5		
2.4.10	500; $2,5 \cdot 10^{-5}$ м		

3. Поляризация света

	Задачи для самостоятельного решения		Тестовые вопросы
3.4.1	3,4 м	3.4.11	6
3.4.2	30°	3.4.12	4
3.4.3	1,5	3.4.13	2
3.4.4	3,33 мм	3.4.14	2
3.4.5	181°	3.4.15	1
3.4.6	$55^{\circ}15'$		
3.4.7	в 2 раза		
3.4.8	0,8		
3.4.9	$45^{\circ}34'$		
3.4.10	0,3		

4. Взаимодействие излучения с веществом (дисперсия, поглощение, рассеяние)

	Задачи для самостоятельного решения		Тестовые вопросы
4.4.1	$\approx 1,015$	4.4.11	4
4.4.2	0,3 мм	4.4.12	2
4.4.3	$8,7^\circ$	4.4.13	2
4.4.4	$0,016 \text{ см}^{-1}$	4.4.14	2
4.4.5	1,3 см	4.4.15	3
4.4.6	10		
4.4.7	0,7		

5. Законы теплового излучения

	Задачи для самостоятельного решения		Тестовые вопросы
5.4.1	340 Дж	5.4.11	3
5.4.2	$1,45 \cdot 10^{-6} \text{ м}; 4,13 \cdot 10^{-10} \text{ Вт/м}^3$	5.4.12	1
5.4.3	16 раз	5.4.13	4
5.4.4	$3,5 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2$	5.4.14	1
5.4.5	56.7 ГВт	5.4.15	4
5.4.6	$1,29 \cdot 10^{10} \text{ Вт/м}^3$		
5.4.7	$1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$		
5.4.8	$1,1 \cdot 10^3 \text{ Дж}$		
5.4.9	$2,72 \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^2$		
5.4.10	648К		

6. Внешний фотоэффект

	Задачи для самостоятельного решения		Тестовые вопросы
6.4.1	2,2 эВ	6.4.11	2
6.4.2	$2,09 \cdot 10^7 \text{ м/с}$	6.4.12	2
6.4.3	2/3	6.4.13	2
6.4.4	4 эВ	6.4.14	3
6.4.5	$1,21 \cdot 10^6 \text{ м/с}$	6.4.15	2
6.4.6	4 нм		
6.4.7	6,28 эВ		
6.4.8	2 эВ		
6.4.9	$1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с}; 2,09 \cdot 10^8 \text{ м/с}$		
6.4.10	$1,03 \cdot 10^{-9} \text{ м}$		

7. Эффект Комптона. Давление света

	Задачи для самостоятельного решения		Тестовые вопросы
7.4.1	$120,333^\circ$	7.4.11	2
7.4.2	$4,095 \cdot 10^{-14}$ Дж; $1,365 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с	7.4.12	1
7.4.3	1,2 пм	7.4.13	2
7.4.4	44°	7.4.14	2
7.4.5	$3,6 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с	7.4.15	2
7.4.6	$6,8 \cdot 10^{31}$		
7.4.7	$1,67 \cdot 10^{-5}$		
7.4.8	$7,5 \cdot 10^{-5}$		
7.4.9	$6,625 \cdot 10^{-25}$ м		
7.4.10	10^{12} м ⁻³		

Рекомендуемая литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: учеб. пособие для втузов. В 3 т. / И.В. Савельев. – 7-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007.
Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 496 с.
Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твёрдого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 317 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: учеб. пособие для вузов. В 5 т. / Д.В. Сивухин. – 3-е изд., стер. – М.: Физматлит, 2005–2006.
Т. 4: Оптика. – М.: Физматлит, 2005. – 791 с.
Т. 5: Атомная и ядерная физика. – М.: Физматлит, 2006. – 782 с.
3. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И.В. Савельев. – 5-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2007. – 288 с.
4. Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы: учеб. пособие / И.Е. Иродов. – 3-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 263 с.
5. Иродов И.Е. Квантовая физика. Основные законы: учеб. пособие для вузов / И.Е. Иродов. – 2-е изд., доп. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 256 с.
6. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: учеб. пособие для вузов / И.Е. Иродов. – 7-е изд., стер. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 431 с.
7. Чертов А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие для втузов / А.Г. Чертов, А.А. Воробьёв. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2007. – 640 с.
8. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики: учеб. пособие для втузов / В.С. Волькенштейн. – 12-е изд., испр. – М.: Наука, 1990. – 396 с.
9. Лозовский В.Н. Курс физики. В 2-х т. / В.Н. Лозовский. – 6-е изд., испр. и доп. – СПб.: Лань, 2009.
Т. 2: Квантовая физика. Статистическая физика и термодинамика. Современная физическая картина мира. – 608 с.
10. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. / И.В. Савельев. – СПб.: Лань, 2011.
Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 11-е изд., стер. – 496 с.
Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твёрдого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – 10-е изд., стер. – 320 с.

11. Фриш С.Э. Курс общей физики. В 3-х т. Т. 3. Оптика. Атомная физика : учеб. [Электронный ресурс] / С.Э. Фриш, А.В. Тиморева. – СПб.: Лань, 2008. – 656 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/419>. – Загл. с экрана.

Учебное издание

Орловская Любовь Васильевна
Иванова Елена Васильевна
Орловская Анна Викторовна

ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Учебно-методическое пособие

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

634050, г. Томск, пр. Ленина, 40.
Тел. (6822) 533018.