

**Министерство высшего образования и науки РФ
Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники
Кафедра экономической математики,
информатики и статистики**

Управление техническими системами

Учебно-методическое пособие по курсу «Управление техническими системами» для выполнения практических занятий и проведения самостоятельной работы для студентов ВУЗа

Томск – 2018

Пособие составлено в соответствии с тематикой практических занятий и самостоятельной работы по курсу «Управление техническими системами». Пособие содержит темы и содержание практических занятий, методические указания к их проведению. Пособие разработано для магистрантов ФВС, используется при изучении курса «Управление техническими системами».

СОСТАВИТЕЛЬ: Смагин В.И.

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. Предмет курса, определения и классификация оптимальных и адаптивных систем. Модели управляемых систем.....	4
Практическое занятие № 1.....	4
Раздел 2. Оптимальное управление техническими системами.....	5
Практическое занятие № 2.....	5
Практическое занятие № 3.....	11
Раздел 3. Модальное управление техническими системами.....	15
Практическое занятие № 4.....	16
Лабораторная работа № 5.....	20
Раздел 4. Алгоритмы локально-оптимального управления.....	21
Практическое занятие № 6.....	21
Практическое занятие № 7.....	23
Практическое занятие № 8.....	24
Практическое занятие № 9.....	25
Раздел 5. Алгоритмы идентификации технических систем.....	28
Практическое занятие № 10.....	28
Раздел 6. Адаптивное управление по локальному критерию.....	30
Практическое занятие № 11.....	30
Практическое занятие № 12.....	32
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.....	37
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	38
ЛИТЕРАТУРА.....	45

Раздел 1. Предмет курса, определения и классификация моделей и методов синтеза управлений техническими системами. Описание моделей технических систем

Практическое занятие № 1

Модель перевернутого маятника на подвижной платформе

На подвижной платформе установлен маятник (рис. 1). Движение платформы осуществляется за счет силы F . Задача управления заключается в удержании маятника в вертикальном положении.

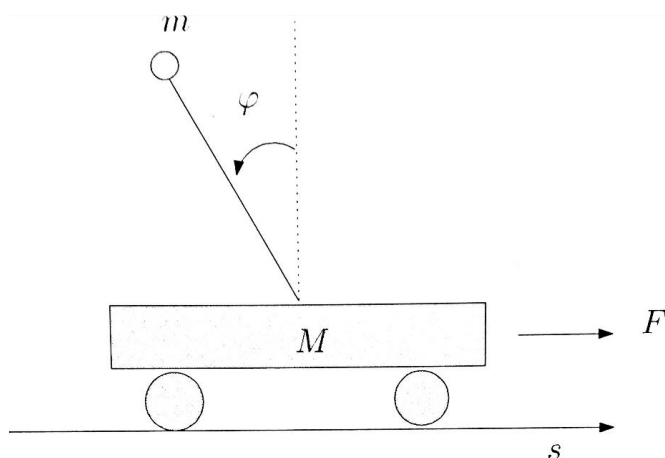


Рис. 1. Перевернутый маятник на подвижной платформе

Уравнение движения маятника, полученные на основе уравнений Лагранжа без учета сил трения, имеют следующий вид:

$$(M + m)\ddot{s} - ml\ddot{\varphi}\cos\varphi + ml\dot{\varphi}^2\sin\varphi = F,$$
$$l\ddot{\varphi} - \ddot{s}\cos\varphi - g\sin\varphi = 0.$$

где

φ – угол отклонения маятника (рад);

s – перемещение платформы (м);

m – масса маятника (кг);

M – масса платформы (кг);

l – длина маятника (м);

g – ускорение свободного падения (м/с).

Задание

Для значений параметров системы: $m = 0,5$; $M = 0,7$; $l = 0,3$ и для двух значений $F = 0,5$ и $0,75$ при различных начальных условиях

(заданы произвольно 5 вариантов) с помощью метода Рунге-Кутты выполнить моделирование системы с использованием пакета Scilab. Сделать выводы.

Раздел 2. Оптимальное управление техническими системами

Практическое занятие № 2 Задача оптимального быстродействия

Целью данной лабораторной работы является практическое применение принципа максимума Л.С.Понтрягина к решению задачи оптимального быстродействия техническими системами и моделирование полученного решения.

Постановка задачи

Рассматривается система второго порядка

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = u, \quad (2.1)$$

где x_1, x_2 – координаты, u – управляющее воздействие, на которое наложено ограничение

$$|u(t)| \leq u_0. \quad (2.2)$$

В (2.2) u_0 – заданное значение ($u_0 > 0$). Пусть также заданы начальные условия

$$x_1(0) = x_{10}, x_2(0) = x_{20}. \quad (2.3)$$

Задача заключается в выборе такого управления $u(t)$, удовлетворяющего условию (2.2), при котором система переходит из начального состояния (2.3) в начало координат, то есть в положение

$$x_1 = x_2 = 0, \quad (2.4)$$

за минимальное время. Минимизация времени перехода эквивалентна требованию минимизации функционала

$$J = \int_0^T 1 dt, \quad (2.5)$$

где T – момент окончания работы, который заранее не определен.

Принцип максимума

Составим функцию Гамильтона

$$H = p_1 x_2 + p_2 u - 1, \quad (2.6)$$

где вспомогательные переменные $p_1(t)$ и $p_2(t)$ удовлетворяют уравнениям

$$\dot{p}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x_1} = 0, \quad \dot{p}_2 = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = 0. \quad (2.7)$$

Заметим, что так как правый конец траектории $x(t)$ фиксирован (см. условие (2.4)), то условие трансверсальности для переменных p_1 и p_2 отсутствуют.

Из условия

$$H(u) = \max_{|u| \leq u_0} H, \quad (2.8)$$

получаем, что оптимальное управление имеет вид

$$u(t) = u_0 \text{sign } p_2, \quad (2.9)$$

где

$$\text{sign } x = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0, \\ -1 & \text{при } x < 0. \end{cases} \quad (2.10)$$

Таким образом, оптимальным управлением является релейное управление, которое принимает значения u_0 или $-u_0$, причем перемена знака происходит в моменты времени, в которых функция $p_2(t)$ пересекает нулевой уровень.

Уравнения (2.7) легко интегрируются. Их общее решение имеет вид

$$p_1 = c_1, \quad p_2 = c_2 + c_1 t, \quad (2.11)$$

где c_1 и c_2 – постоянные интегрирования. Отсюда следует, что функция $p_2(t)$ пересекает нулевой уровень не более одного раза. Это означает, что оптимальное управление $u(t)$ может изменять свой знак только один раз. Возможен случай, когда оптимальное управление является постоянным, если функция $p_2(t)$ пересекает нулевой уровень до начального момента t_0 .

Таким образом, окончательное решение задачи заключается в нахождении зависимости между постоянными интегрирования c_1 и c_2 в (2.11) и начальными условиями (2.3). Однако, получение такой явной зависимости оказывается сложным. Поэтому воспользуемся методом “фазового портрета”, широко применяемого при анализе систем второго порядка.

Пусть $u = u_0 = \text{const}$ ($u_0 > 0$). Тогда общее решение системы (2.1) можно записать в виде

$$\begin{aligned} x_1(t) &= S_1 + S_2 t + u_0 \frac{t^2}{2}, \\ x_2(t) &= S_2 + u_0 t, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где S_1 и S_2 – константы интегрирования. Исключая из этих соотношений параметр t . Из первого уравнения получаем

$$t = \frac{x_2 - S_2}{u_0}. \quad (2.13)$$

Подставляя это значение во второе уравнение, после небольших преобразований, получаем

$$x_1 = \frac{x_2^2}{2u_0} + \tau, \quad (2.14)$$

где $\tau = S_1 - \frac{S_2}{2u_0}$ – некоторая константа. Уравнение (2.14) в фазовой плоскости $0x_1 x_2$ задает семейство парабол, показанных на рис. 2. Их расположение зависит от числа τ . При $\tau = 0$ получаем параболу, проходящую через начало координат. Таким образом, если $u = u_0$, то движение системы (2.1) происходит по одной из этих парабол, причем движение происходит вверх (как указано стрелками). Это следует из (2.12), так как при $u_0 > 0$ переменная x_2 увеличивается с ростом t .

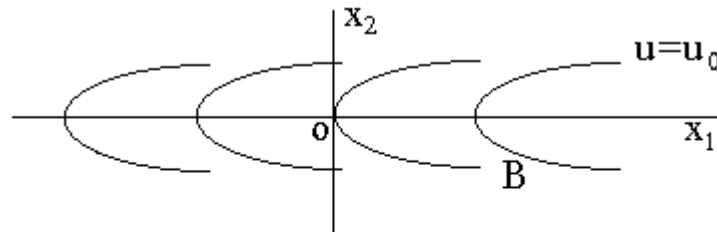


Рис. 2.

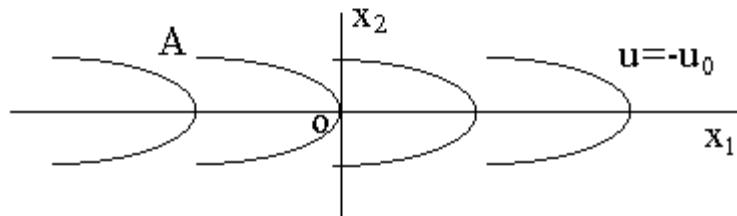


Рис. 3.

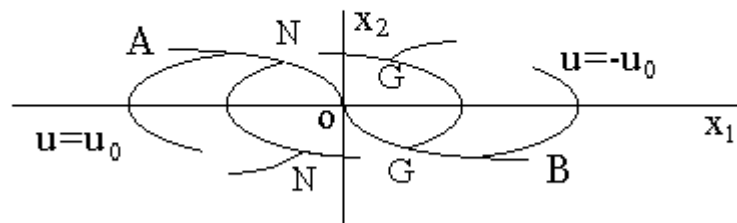


Рис. 4

Из рисунков 2 и 3 видно, что в начало координат система попадет при управлении $u = u_0$, если движение начинается из точек, расположенных на кривой OB на рис. 2, или при управлении $u = -u_0$, если движение начинается из точек расположенных на кривой AO (рис. 3.).

При движении из других начальных точек система в начало координат при постоянном управлении попасть не может. Это может быть достигнуто только при релейном управлении, имеющем переключение из одного значения в другое.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. Пусть начальное состояние системы соответствует точка G , которая расположена выше кривой АОВ (см. рис. 4.). Если при таком начальном условии к системе прилагать управление $u = u_0$, то фазовая точка системы будет двигаться вправо вверх по параболе и уйдет в бесконечность (направление указано стрелкой $G\alpha$). Если же к системе приложить управление $u = -u_0$, то она будет двигаться вниз (направление указано стрелкой $G\beta$) сначала вправо, а затем при отрицательных x_2 влево, до тех пор пока не достигнет кривой ОВ в какой-то точке G' . Если в момент достижения точки G' произвести переключение управления на $u = u_0$, то на кривой $G'O$ система достигнет начала координат.

Если начальное состояние находится ниже кривой АОВ (например, в точке N), то при управлении $u = -u_0$ система уходит вниз в бесконечность (направление $N\alpha$), а при управлении $u = u_0$ система пойдет вверх (направление $N\beta$) и достигнет кривой АО в какой-то точке N' . Если затем произойдет переключение управления на $u = -u_0$, то по кривой $N'O$ система достигнет начала координат.

Кривую АОВ называют “линией переключения” (ЛП). Таким образом, получим общее правило выбора оптимального управления:

$$u(t) = \begin{cases} u_0, & \text{если система находится выше ЛП,} \\ -u_0, & \text{если система находится ниже ЛП.} \end{cases}$$

Это правило можно представить математически. Пусть

$$y = F(x_1), \tag{2.16}$$

уравнение кривой, соответствующей ЛП в плоскости $0x_1x_2$. Из (2.14) и (2.15) при $\tau = \tau' = 0$ видно, что

$$F(x_1) = \begin{cases} -\sqrt{2u_0 x_1} & \text{при } x_1 > 0, \\ \sqrt{-2u_0 x_1} & \text{при } x_1 < 0, \end{cases}$$

или

$$F(x_1) = -\sqrt{2u_0 |x_1|} \operatorname{sign} x_1. \quad (2.17)$$

Условие “система находится выше ЛП” означает, что

$$x_2 > F(x_1) \text{ или } F(x_1) - x_2 < 0. \quad (2.18)$$

В этом случае $u = -u_0$. Условие “система находится ниже ЛП” означает, что

$$x_2 < F(x_1) \text{ или } F(x_1) - x_2 > 0. \quad (2.19)$$

Объединяя последние результаты, получаем, что оптимальное управление равно

$$u(t) = u_0 \operatorname{sign}(F(x_1) - x_2). \quad (2.20)$$

Подставляя (2.20) в (2.1), получим уравнения движения системы при оптимальном управлении

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= u_0 \operatorname{sign}(F(x_1) - x_2). \end{aligned} \quad (2.21)$$

Отметим, что момент окончания работы системы может быть определен экспериментально и теоретически. Теоретическое значение этого времени определится по формуле

$$T_{\text{в'p}} = \begin{cases} \frac{x_{20}}{u_0} + \sqrt{2 \frac{x_{20}^2}{u_0^2} + 4 \frac{x_{10}}{u_0}} & , \text{ если начальная точка находится} \\ & \text{выше линии переключения,} \\ -\frac{x_{20}}{u_0} + \sqrt{2 \frac{x_{20}^2}{u_0^2} - 4 \frac{x_{10}}{u_0}} & , \text{ если начальная точка находится} \\ & \text{ниже линии переключения,} \\ \frac{|x_{20}|}{u_0} & , \text{ если начальная точка находится} \\ & \text{на линии переключения.} \end{cases}$$

Задание

1. Составить программу, осуществляющую моделирование объекта и системы управления оптимальной по быстродействию (объект: (2.1), (2.3); управление: (2.17), (2.20)). Исходные данные приведены в таблице 1.
2. Построить фазовую траекторию и управление при заданных начальных условиях.
3. Определить $T_{\text{теор}}$ и сравнить его со значением времени окончания процесса, полученным экспериментально.

Практическое занятие № 3

Применение метода динамического программирования к синтезу линейного оптимального управления

Цель данной лабораторной работы состоит в практическом изучении задачи оптимального управления по интегральному квадратичному критерию качества и моделированию на ЭВМ системы оптимального управления для динамического объекта 2-го порядка.

Постановка задачи

Пусть линейный управляемый объект описывается уравнением

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0, \quad (3.1)$$

где x – n - мерный вектор состояния, u – m -мерный вектор управляющих воздействий, A – $n \times n$ -матрица, B – $n \times m$ -матрица. Необходимо найти такое управление $u(t)$, при котором достигается минимум квадратического функционала

$$J[t_0, T] = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T (x^T Cx + u^T Du) dt + \frac{1}{2} x^T(T) C_T x(T), \quad (3.2)$$

где C , D , C_T – заданные симметрические матрицы порядка $n \times n$, $m \times m$, $n \times n$ соответственно ($C \geq 0$, $D > 0$, $C_T \geq 0$). Здесь $[t_0, T]$ – временной интервал работы системы.

Метод динамического программирования

Введем функцию Беллмана $S(x; t, T)$, которая равна значению функционала $J(t, T)$ при оптимальном управлении и при условии, что $x(t) = x$. Эта функция удовлетворяет уравнению

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \min_u \left\{ \frac{\partial S}{\partial t} (Ax + Bu) + \frac{1}{2} u^T Du + \frac{1}{2} x^T Cx \right\}, \quad (3.3)$$

с граничным условием

$$S(x; T, T) = \frac{1}{2} x^T C_T x. \quad (3.4)$$

Здесь $\frac{\partial S}{\partial x}$ – градиент функции $S(x; t, T)$ по x .

Найдем управление $u(t)$, которое минимизирует правую часть уравнения (3.3). Для этого возьмем производную $u(t)$ от этого выражения и приравняем ее к нулю. В результате получим

$$B^T \frac{\partial S}{\partial x} + Du = 0,$$

или

$$u = -D^{-1} B^T \frac{\partial S}{\partial x}. \quad (3.5)$$

Выражение (3.5) подставив в (3.3), получим

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x}^T Ax + \frac{1}{2} x^T Cx - \frac{1}{2} \frac{\partial S}{\partial x}^T H \frac{\partial S}{\partial x}. \quad (2.6)$$

где $H = BD^{-1}B^T$. Таким образом, функция $S(x; t, T)$ может быть найдена в результате интегрирования уравнения (3.6) с граничным условием (3.4). Можно показать что решение этого уравнения равно

$$S(x; t, T) = \frac{1}{2} x^T G(t, T)x, \quad (3.7)$$

где $n \times n$ матрица $G(t, T)$ удовлетворяет обратному уравнению Риккати

$$-\frac{\partial G}{\partial t} = A^T G + GA - GHG + C, \quad G(T, T) = C_T. \quad (3.8)$$

Если матрица $G(t, T)$ найдена, то

$$\frac{\partial S}{\partial x} = G(t, T)x,$$

и

$$u(t) = -D^{-1} B^T G(t, T)x(t). \quad (3.9)$$

Это выражение и определяет оптимальное управление.

Подставляя (3.9) в (3.1), получаем, что траектория системы при оптимальном управлении удовлетворяет уравнению

$$\dot{x} = (A - HG(t, T))x, \quad x(t_0) = x_0. \quad (3.10)$$

Таким образом, решение задачи состоит в том, что сначала интегрируется уравнение (3.8) с граничным условием, заданным в момент T , а затем интегрируется уравнение (3.10) с начальным условием, заданным в момент t_0 . Уравнение (3.8) удобно интегрировать в обратном времени. Для этого вместо t введем обратное время $\tau = T - t$ и обозначим $\tilde{G} = G(T - \tau, T)$. Матрица $\tilde{G}(\tau)$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{\tilde{G}} = A^T \tilde{G} + \tilde{G}A - \tilde{G}H\tilde{G} + C, \quad \tilde{G}(0) = C_T. \quad (3.11)$$

Если это уравнение проинтегрировано в прямом времени, т.е. найдена матрица $\tilde{G}(\tau)$, то управление (3.9) имеет вид

$$u(t) = -D^{-1}B^T \tilde{G}(T - t)x(t). \quad (3.12)$$

При этом уравнение (3.10) будет следующим

$$\dot{x} = (A - H\tilde{G}(T - t))x, \quad x(t_0) = x_0. \quad (3.13)$$

В стационарном случае оптимальное управление объектом (3.1), обеспечивающее минимум квадратичного функционала

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^T CX + u^T Du) dt, \quad (3.14)$$

приобретает вид

$$u(t) = -D^{-1}B^T Gx(t), \quad (3.15)$$

где G - положительно определенная матрица, удовлетворяющая матричному алгебраическому уравнению Риккати

$$A^T G + GA - GHG + C = 0. \quad (3.16)$$

Задание

1. Для управляемого динамического объекта второго порядка

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = cu, \quad x(0) = x_{10}, \quad \dot{x}(0) = x_{20}$$

синтезировать управление

$$u = k_1 x + k_2 \dot{x},$$

минимизирующее функционал

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (x^2 c_1 + \dot{x}^2 c_2 + u^2 d) dt.$$

2. Составить программу моделирования замкнутой системы, получить графики переходных процессов $x(t)$, $\dot{x}(t)$, управления $u(t)$ и исследовать влияние весовых коэффициентов критерия на переходные процессы. Исходные данные приведены в таблице.

Раздел 3. Модальное управление техническими системами

Практическое занятие № 4 Модальное управление

Вектор состояния технической системы описывается линейным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (4.1)$$

где $x(t)$ – n -мерный вектор состояния, $u(t)$ – m -мерный вектор управления. Наблюдению доступны все компоненты вектора $x(t)$. Управление будем искать в форме обратной связи

$$u(t) = Kx(t), \quad (4.2)$$

где K – $m \times n$ – матрица коэффициентов передачи регулятора. Уравнение замкнутой системы имеет вид

$$\dot{x} = (A + BK)x. \quad (4.3)$$

Элементы матрицы K определим из условия равенства характеристического многочлена $\det\{\lambda I - (A + BK)\}$ заданному многочлену, соответствующей степени.

Синтез ПД - регулятора

Пусть динамический объект описывается уравнением

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = cu, \quad x(0) = x_{10}, \quad \dot{x}(0) = x_{20}, \quad (4.4)$$

где x – состояние объекта; u управляющее воздействие; a , b , c – заданные константы (a и b определяют динамику объекта, c – влияние управления). Для объекта (4.4) синтезируем модальный регулятор вида

$$u = k_1x + k_2\dot{x}, \quad (4.5)$$

то есть регулятор, который обеспечивает в замкнутой системе (4.4), (4.5) заданный характеристический многочлен

$$\varphi_{\text{зад}}(\lambda) = \lambda^2 + a_1\lambda + b_1. \quad (4.6)$$

Для этого, представив уравнение (4.4) в виде (4.1), получим

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b & -a \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ c \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Характеристическое уравнение для объекта (4.4) имеет вид

$$\det\{\lambda I - (A + BK)\} = \det\left\{\begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ b - ck_1 & \lambda + a - ck_2 \end{bmatrix}\right\} = \\ = \lambda^2 + (a + ck_2)\lambda + b - ck_1 = 0.$$

Тогда очевидно, что

$$\begin{aligned} a - ck_2 &= a_1, \\ b - ck_1 &= b_1. \end{aligned}$$

Откуда имеем

$$k_1 = \frac{b - b_1}{c}, \quad k_2 = \frac{a - a_1}{c}. \quad (4.8)$$

Коэффициенты a_1 и b_1 выбираются в зависимости от выбранного вида стандартной формы многочлена из следующей таблицы:

Вид стандартной формы	a_1	b_1
а) Биномиальная	$2\omega_0$	ω_0^2
б) Баттерворта	$1,4\omega_0$	ω_0^2
в) Минимизирующая интеграл	$1,4\omega_0$	ω_0^2

Отметим, что регулятор (4.5) часто называют ПД- регулятором (пропорционально-дифференциальным). Регулятор (4.5) позволяет обеспечить требуемое качество переходных процессов (время регулирования, перерегулирование, колебательность). Этот регулятор при наличии в объекте (3.4) аддитивных возмущений, т.е.

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = cu + f, \quad (4.9)$$

будет обеспечивать системе не нулевую статическую ошибку (т.е. $x(t)$ при $t \rightarrow \infty$ будет стремиться к x_{cm} – константе не равной нулю). При этом $f(\infty) \neq 0$ (x_{cm} – называется статической ошибкой). Устранить этот недостаток можно, если возмущение f известно и вместо регуля-

тора (4.5) используется следующий (ПД- регулятор с отклонением по возмущению)

$$u = k_1 x + k_2 \dot{x} - \frac{f}{c}. \quad (4.10)$$

Задание

1. Выполнить моделирование двух вариантов ПД - регуляторов

а) $u = k_1 x + k_2 \dot{x},$

б) $u = k_1 x + k_2 \dot{x} - \frac{f}{c},$

для объекта

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = cu + f, \quad x(0) = x_{10}, \dot{x}(0) = x_{20}.$$

Значения параметров $a, b, c, f, x_{10}, x_{20}, \omega_0$ приведены в таблице 5.

2. Построить переходные процессы для $x(t)$ и $u(t)$.

Непрерывный ПИД- регулятор

Пусть уравнение объекта имеет вид (4.9), а аддитивное возмущение f является неизвестной константой. Требуется синтезировать такой регулятор, чтобы обеспечивалось свойство астатизма ($x(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$). Таким свойством будет обладать регулятор вида (3.5) с дополнительной интегральной обратной связью, т.е. вместо закона управления (3.5) используется следующий

$$u = k_1 x + k_2 \dot{x} + k_3 \int_0^t x(s) ds. \quad (4.11)$$

Регулятор (4.11) называют ПИД- регулятором (пропорциональным, интегральным, дифференциальным).

Для того, чтобы осуществить модальный синтез ПИД- регулятора подставим (4.11) в (4.9) и продифференцировав полученное уравнение по t , в результате получим

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = ck_1\dot{x} + ck_2\ddot{x} + ck_3x. \quad (4.12)$$

В векторно-матричной форме уравнение (3.12) имеет вид

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ ck_3 & (ck_1 - b) & (ck_2 - a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

Характеристический многочлен системы (3.13) имеет вид

$$\lambda^3 - (ck_2 - a)\lambda^2 - (ck_1 - b)\lambda - ck_3. \quad (4.14)$$

Для того, чтобы характеристический многочлен (3.14) был равен заданному $\lambda^3 + a_1\lambda^2 + b_1\lambda + c_1$ необходимо приравнять их коэффициенты

$$-(ck_1 - b) = b_1, \quad -(ck_2 - a) = a_1, \quad -ck_3 = c_1.$$

Тогда имеем

$$k_1 = \frac{b - b_1}{c}, \quad k_2 = \frac{a - a_1}{c}, \quad k_3 = -\frac{c_1}{c}. \quad (4.15)$$

Коэффициенты a_1 , b_1 , c_1 выбираются из таблицы:

Вид стандартной формы	a_1	b_1	c_1
а) Биномиальная	$3\omega_0$	$3\omega_0^2$	ω_0^3
б) Баттерворта	$2\omega_0$	$2\omega_0^2$	ω_0^3
в) Минимизирующая интеграл	$1,75\omega_0$	$2,15\omega_0^2$	ω_0^3

Задание

1. Выполнить моделирование непрерывного ПИД - регулятора

$$u = k_1 x + k_2 \dot{x} + k_3 \int_0^t x(s) ds.$$

Убедиться в достижении свойства астатизма.

2. Построить переходные процессы для $x(t)$ и $u(t)$. Сделать выводы. Написать отчет.

Практическое занятие № 5

Дискретный ПИД - регулятор

Реализуем ПИД - регулятор (4.11) в дискретном времени. Обозначим $t_k = k\Delta t$ (k - номер такта, Δt - шаг по времени). Тогда управления $u(t_k)$ и $u(t_{k+1})$ в силу (3.11) приблизительно можно представить в виде

$$u(t_k) \approx k_1 x(t_k) + k_2 \left(\frac{x(t_k) - x(t_{k-1})}{\Delta t} \right) + k_3 \Delta t \sum_{i=0}^k x(t_i), \quad (5.1)$$

$$u(t_{k+1}) \approx k_1 x(t_{k+1}) + k_2 \left(\frac{x(t_{k+1}) - x(t_k)}{\Delta t} \right) + k_3 \Delta t \sum_{i=0}^{k+1} x(t_i), \quad (5.2)$$

Вычитая из (5.2) формулу (5.1), получим дискретный вариант ПИД - регулятора

$$u(t_{k+1}) = u(t_k) + R_1 x(t_{k+1}) + R_2 x(t_k) + R_3 x(t_{k-1}), \quad (5.3)$$

где

$$\begin{aligned} R_1 &= k_1 + \frac{k_2}{\Delta t} + k_3 \Delta t, \\ R_2 &= -k_1 - \frac{2k_2}{\Delta t}, \\ R_3 &= \frac{k_2}{\Delta t}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Отметим, что при реализации (5.3) не требуется измерять $x_2(t) = \dot{x}(t)$.

Задание

1. Выполнить моделирование дискретного ПИД - регулятора (5.3).
Убедиться в достижении свойства астатизма.

2. Построить переходные процессы для $x(t)$ и $u(t)$. Сравнить с результатами моделирования непрерывного ПИД - регулятора. Моделирование выполнить для различных Δt . Сделать выводы. Написать отчет.

Исходные данные приведены в таблице 3.

Раздел 4. Алгоритмы локально-оптимального управления

Практическое занятие № 6

Модель непрерывного динамического объекта

Рассмотрим модель фонда производственного накопления и потребления предприятия (фирмы, отрасли). Пусть x_1 – фонд производственного накопления, x_2 – фонд потребления (включая непроизводственное накопление), b_1 и b_2 – приростные капиталоемкости (балансные коэффициенты). Тогда справедливо следующее балансное соотношение:

$$x_1(t) = b_1 \dot{x}_1(t) + b_2 \dot{x}_2(t).$$

Пусть $L(t) = Le^{\gamma t}$ – количество работников на предприятии (фирме, отрасли), γ – темп роста количества работников (считается постоянным). Тогда $\frac{x_2(t)}{L(t)} = \frac{x_2(t)}{L} e^{-\gamma t}$ – объем фонда потребления на одного работника (душевое потребление). Определим величину скорости роста душевого потребления v :

$$v = \frac{d}{dt} \left(\frac{x_2}{L} e^{-\gamma t} \right) = (\dot{x}_2 - \gamma x_2) \frac{e^{-\gamma t}}{L}.$$

Введем переменную (управление) $u = \dot{x}_2 - \gamma x_2$ – скорость роста фонда потребления. Тогда получим следующую систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{b_1} x_1 - \frac{\gamma b_2}{b_1} x_2 - \frac{b_2}{b_1} u, \quad x_1(0) = x_{1,0}, \\ \dot{x}_2 &= \gamma x_2 + u, \quad x_2(0) = x_{2,0}. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Введем обозначения:

$$x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}, \quad x(0) = x_0 = \begin{pmatrix} x_{1,0} \\ x_{2,0} \end{pmatrix}.$$

Тогда система (6.1) в векторно-матричной форме будет иметь вид:

$$\dot{x}(t) = \bar{A}x(t) + \bar{B}u(t), \quad x(0) = x_0,$$

где

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{b_1} & -\frac{\gamma b_2}{b_1} \\ 0 & \gamma \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} -\frac{b_2}{b_1} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Задание

1. Для постоянного значения $u = 10,5$, выполнив моделирование, построить графики переходных процессов для фондов и построить фазовый портрет (интервал времени задать от 0 до 14, число разбиений – 140). Исходные данные и варианты приведены в таблице 4.

2. Подобрать критическое значение управления u (такое значение, при котором $x_1(t)$ с некоторого момента начинает снижаться).

3. Исследовать поведение чувствительностей значений фондов при вариациях b_1 и b_2 (начальные значения чувствительностей принять нулевыми). Построить графики чувствительностей.

4. В отчете привести результаты моделирования в виде графиков переходных процессов, фазовые портреты и графики изменения чувствительностей. Осуществить анализ чувствительностей. Сделать выводы.

Практическое занятие № 7 Дискретная модель объекта

Задание

1. Составить программу решения дифференциального уравнения по методу Эйлера, преобразовав модель к дискретной форме:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k),$$

для шага интегрирования $\Delta t = 0,1$ (определить матрицы A и B). Построить графики переходных процессов для фондов и построить фазовый портрет, построить графики при критическом управлении u . Сравнить по точности два метода решения дифференциального уравнения при критическом u . Построить график абсолютной ошибки.

2. Выполнить моделирование объекта со случайными возмущениями:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k),$$

где $q(k)$ – гауссовская последовательность с характеристиками:

$$M\{q(k)\} = 0, \quad M\{q(k)q^T(j)\} = Q\delta_{k,j}.$$

Отметим, что аддитивные возмущения $q(k)$ вводятся для учета возможных ошибок в модели (матрица Q приведена в таблице 4).

3. В отчете привести результаты моделирования в виде графиков переходных процессов, фазовые портреты. Сделать выводы.

Практическое занятие № 8

Дискретное локально-оптимальное управление

Для дискретной модели:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (8.1)$$

и модели желаемого изменения $Fx(k)$:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \quad w(0) = w_0,$$

r – заданный темп роста фонда потребления. Все исходные данные и варианты приведены в таблицах 4, 5. Матрица выхода системы равна

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Оптимизируемый локальный критерий имеет вид:

$$J(k) = M\{(Fx(k+1) - w(k+1))^T C(Fx(k+1) - w(k+1)) + u^T(k)Du(k)\},$$

где C, D – весовые коэффициенты критерия (заданы в таблице 2).

Задание

1. Выполнить моделирование системы (8.1), реализовав локально-оптимальное управление

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C[FAx(k) - w(k+1)],$$

*

обеспечивающее слежение за траекторией $w(k)$. Сначала задать матрицу $Q = 0$. Интервал времени: $k = 0, \dots, 140$.

Повторить моделирование для $Q \neq 0$ (см. таблицу 4). Исследовать влияние весового коэффициента C на качество слежения (заданы $C=0,1; C=1; C=10$).

2. Выполнить моделирование с учетом ограничений на управление:

$$\bar{u}(k) = \begin{cases} 10,5 & \text{если } u(k) > 10,5; \\ u(k) & \text{если } 2,1 \leq u(k) \leq 10,5; \\ 2,1 & \text{если } u(k) < 2,1. \end{cases}$$

3. Выполнить моделирование для переменного коэффициента r (величина r равна величине, приведенной в таблице 4, если $k \leq 105$ и увеличивается на 30%, если $k > 105$).

4. Для всех рассмотренных случаев построить графики переходных процессов и графики управлений. Сделать выводы.

Практическое занятие № 9

Локально-оптимальное управление с использованием оценщиков

1. Для дискретной модели:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (9.1)$$

и модели желаемого выхода $Fx(k)$:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \quad w(0) = w_0,$$

где r – заданный темп роста фонда потребления.

Выполнить моделирование системы (9.1), реализовав локально-оптимальное управление

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C (FA\hat{x}(k) - w(k+1)),$$

обеспечивающее слежение за траекторией $w(k)$. Здесь $\hat{x}(k)$ – оценка фильтрации или экстраполяции. Диагональные элементы матрицы Q , весовые коэффициенты критерия C, D взять из таблиц 4, 5. Интервал времени: $k = 0, \dots, 140$.

Предполагается, что модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j},$$

Матрица системы контроля равна

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Реализовать уравнения фильтра Калмана:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + K_f(k)[y(k+1) - H(A\hat{x}(k) + Bu(k))], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}(0),$$

$$P_f(k+1/k) = AP_f(k)A^T + Q,$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T [HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1},$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f0}.$$

2. Повторить моделирование с использованием экстраполятора Калмана (этот случай позволяет учитывать возможные задержки поступления информации в системе контроля на 1 такт, результат можно обобщить на случай задержек на несколько тактов):

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + K_e(k)[y(k) - H\hat{x}(k)], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}(0),$$

$$K_e(k) = AP_e(k)H^T (HP_e(k)H^T + V)^{-1},$$

$$P_e(k+1) = (A - K_e(k)H)P_e(k)(A - K_e(k)H)^T + \\ + Q + K_e(k)VK_e^T(k), \quad P_e(0) = P_{e0}.$$

Начальные условия следующие $\hat{x}(0)$, диагональные элементы матриц $P_e(0) = P_{f0}$ приведены в таблице 3.

Задание

1. Исследовать качество оценивания в зависимости от матрицы $P_e(0)$, уменьшая и увеличивая диагональные элементы.
2. Для всех рассмотренных случаев построить графики переходных процессов их оценок и графики управлений. Сделать выводы.

Раздел 5. Алгоритмы идентификации технических систем

Практическое занятие № 10

Рекуррентная идентификация трех неизвестных параметров (b_1 , b_2 и γ)

Для дискретной модели выхода:

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (10.1)$$

и модели желаемого $Fx(k)$:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \quad w(0) = w_0,$$

В (10.1) трехмерный вектор неизвестных параметров задается в виде:

$$\theta = \begin{pmatrix} 1 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_1 \\ \gamma \end{pmatrix}.$$

Предполагается, что вектор θ является неизвестной константой. Это означает, что динамическая модель для вектора θ следующая:

$$\theta(k+1) = \theta(k), \quad \theta(0) = \theta_0, \quad (10.2)$$

где θ_0 – случайный вектор с характеристиками:

$$M\{\theta_0\} = \bar{\theta}_0, \quad M\{(\theta_0 - \bar{\theta}_0)(\theta_0 - \bar{\theta}_0)^T\} = P_{\theta_0}. \quad (10.3)$$

Определить матрицу $G(k) = G(x(k), u(k))$ и вектор $g(k) = g(x(k), u(k))$ из соотношения

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k) = G(k)\theta + g(k) + q(k). \quad (10.4)$$

В качестве алгоритма идентификации используется дискретный фильтр Калмана, построенный с использованием модели (10.2) и представлении объекта (10.1) в виде (10.4):

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_{\theta}(k)[x(k+1) - G(k)\hat{\theta}(k) - g(k)], \quad \hat{\theta}(0) = \bar{\theta}_0, \quad (10.5)$$

$$K_{\theta}(k) = P_{\theta}(k)G(k)^T [G(k)P_{\theta}(k)G(k)^T + Q]^{-1}, \quad (10.6)$$

$$P_{\theta}(k+1) = (E_3 - K_{\theta}(k)G(k))P_{\theta}(k), \quad P_{\theta}(0) = P_{\theta_0}. \quad (10.7)$$

Начальные условия для уравнения (10.6) следующие:

$$\hat{\theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица $P_{\theta}(0)$ диагональная (элементы матрицы приведены в таблице 6).

Задание

Построить графики оценок неизвестных параметров при постоянных значениях управлений. Исследовать влияние на качество идентификации диагональных элементов матрицы P_{θ_0} (увеличивая их в 10 и 100 раз), диагональных элементов матрицы Q (уменьшая их в 10 и 100 раз, при этом P_{θ_0} принимает исходное значение). Сделать выводы.

Раздел 6. Адаптивное управление

Практическое занятие № 11 Адаптивное управление с использованием двухэтапного алгоритма идентификации

Для дискретной модели:

$$x(k+1) = A(\theta)x(k) + B(\theta)u(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (11.1)$$

и модели желаемого выхода $Fx(k)$:

$$w(k+1) = (1+r)w(k), \quad w(0) = w_0.$$

Вектор неизвестных параметров определяется следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} \frac{1}{b_1} \\ b_2 \\ b_1 \\ \gamma \end{pmatrix}.$$

Выполнить моделирование системы (11.1), реализовав адаптивное управление в предположении, что вектор $x(k)$ контролируется с помощью следующей модели:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}.$$

Матрица системы контроля равна

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для вычисления оценок вектора неизвестных параметров использовать алгоритм двухэтапной идентификации.

Адаптивное управление будет иметь вид:

$$u(k) = -[B^T(\hat{\theta}(k))F^T CFB(\hat{\theta}(k)) + D]^{-1} B^T(\hat{\theta}(k)) \times \\ \times F^T C[FA(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) - w(k+1)],$$

Интервал времени: $k = 0, \dots, 140$.

Оценки векторов $\hat{x}(k)$ и $\hat{\theta}(k)$ определяются с помощью следующих формул:

$$\hat{x}(k+1) = A(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(\hat{\theta}(k))u(k) + K_f(k)[y(k+1) - \\ - H(A(\hat{\theta}(k))\hat{x}(k) + B(\hat{\theta}(k))u(k))], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}(0),$$

$$P_f(k+1/k) = A(\hat{\theta}(k))P_f(k)A(\hat{\theta}(k))^T + Q,$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T [HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1},$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f_0},$$

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K_\theta(k)[y(k+1) - HG(k)\hat{\theta} - Hg(k)], \quad \hat{\theta}(0) = \bar{\theta}_0,$$

$$K_\theta(k) = P_\theta(k)G(k)^T [G(k)P_\theta(k)G(k)^T + HQH^T + V]^{-1},$$

$$P_\theta(k+1) = (E_3 - K_\theta(k)G(k))P_\theta(k), \quad P_\theta(0) = P_{\theta_0},$$

где

$$G(k) = G(\hat{x}(k), u(k)), \quad g(k) = g(\hat{x}(k), u(k)).$$

Начальные условия для уравнения следующие:

$$\hat{\theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица $P_0(0)$ диагональная (см. таблицу 6).

Задание

Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управления и оценок неизвестных параметров. Исследовать влияние на качество идентификации диагональных элементов матрицы P_{θ_0} (увеличивая их в 10 и 100 раз), диагональных элементов матрицы Q и V (уменьшая их в 10 и 100 раз). Сделать выводы.

Практическое занятие № 12

Адаптивное управление по нелинейной модели

А) Оптимальное управление

1. Для дискретной технической системы:

$$x(k+1) = A\varphi(x(k)) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (12.1)$$

и модели желаемого изменения выхода $Fx(k)$:

$$\bar{w}(k+1) = (1+r)\bar{w}(k), \quad \bar{w}(0) = w_0.$$

Вектор $\varphi(x(k))$ равен:

$$\varphi(x(k)) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_1(k)x_2(k) \end{bmatrix}.$$

Компоненты вектора состояния $x(k) = [z(k) \quad v(k) \quad w(k)]^T$, Функция $s(k)$ имеет вид:

$$s(k) = n_0 \exp(-c)(1 - v(k)/Y)z(k).$$

В (12.1) матрицы A и B следующие

$$A = \begin{bmatrix} 1 - n_0 \exp(-c) - k_1 & 0 & 0 & n_0 \exp(-c)/Y \\ n_0 \exp(-c) & 1 - k_2 & 0 & -n_0 \exp(-c)/Y \\ cn_0 \exp(-c) - k_3 & 0 & 1 & -cn_0 \exp(-c)/Y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -c_0 \end{pmatrix}.$$

Реализовать оптимальное управление:

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C (FA\varphi(\hat{x}(k)) - \bar{w}(k+1)).$$

где $\hat{x}(k)$ вычисляется с помощью линеаризованного фильтра Калмана:

$$\hat{x}(k+1) = A\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k) + K_f(k)[y(k+1) - H(A\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k))], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}(0),$$

$$P_f(k+1/k) = \bar{A}P_f(k)\bar{A}^T + Q,$$

$$K_f(k) = P_f(k+1/k)H^T [HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1},$$

$$P_f(k+1) = (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f0},$$

где матрица \bar{A} определяется по формуле

$$\bar{A}(k) = A \frac{\partial \varphi(x(k))}{\partial x(k)} \Big|_{\hat{x}(k)}.$$

Предполагается, что модель системы контроля имеет вид:

$$y(k) = Hx(k) + \eta(k),$$

где $\eta(k)$ – гауссовская случайная последовательность, независимая от $q(k)$, с характеристиками:

$$M\{\eta(k)\} = 0, \quad M\{\eta(k)\eta^T(j)\} = V\delta_{k,j}.$$

Исходные данные, необходимые для решения задачи адаптивного управления следующие:

$$F = (0 \ 0 \ 1), \quad C = 1, \quad D = 0,01, \quad r = 0,0062, \quad c = 3,5, \quad c_0 = 1,$$

$$n_0 = 0,8, \quad k_1 = 0,0001, \quad k_2 = 0,02, \quad k_3 = 0,05,$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0,11 & 0 & 0 \\ 0 & 0,08 & 0 \\ 0 & 0 & 0,095 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 2,1 & 0 & 0 \\ 0 & 3,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,05 \end{bmatrix},$$

$$x(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 110 \\ w_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 190 \\ 100 \\ w_0 \end{pmatrix}.$$

Дополнительные данные, необходимые для выполнения работы, приведены в таблице 4.

Задание

Построить графики переходных процессов, графики оптимального управления и оценок вектора. Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140. Выполнить моделирование с использованием линейризованного экстраполятора Калмана.

Сделать выводы.

Б) Адаптивное управление

Для дискретной модели:

$$x(k+1) = A(\theta)\varphi(x(k)) + Bu(k) + q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (12.2)$$

и модели желаемого изменения выхода $Fx(k)$:

$$\bar{w}(k+1) = (1+r)\bar{w}(k), \quad \bar{w}(0) = w_0.$$

Компоненты вектора состояния $x(k) = [z(k) \quad v(k) \quad w(k)]^T$. Функция $s(k)$ имеет вид:

$$s(k) = n_0 \exp(-c)(1 - v(k)/Y)z(k).$$

В (12.2) вектор неизвестных параметров определен следующим соотношением:

$$\theta = \begin{pmatrix} n_0 \\ k_2 \end{pmatrix}.$$

Матрицы $A(\theta)$ и B следующие

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 1 - \theta_1 \exp(-c) - k_1 & 0 & 0 & \theta_1 \exp(-c)/Y \\ \theta_1 \exp(-c) & 1 - \theta_2 & 0 & -\theta_1 \exp(-c)/Y \\ c\theta_1 \exp(-c) - k_3 & 0 & 1 & -c\theta_1 \exp(-c)/Y \end{bmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -c_0 \end{pmatrix}.$$

Определить матрицу $G(\hat{x}(k), u(k))$ и вектор $g(\hat{x}(k), u(k))$ необходимые для реализации алгоритма двухэтапной идентификации. Реализовать адаптивное управление:

$$u(k) = -(B^T F^T CFB + D)^{-1} B^T F^T C(FA(\hat{\theta}(k))\varphi(\hat{x}(k)) - \bar{w}(k+1)),$$

где $\hat{x}(k)$ вычисляется с помощью линеаризованного фильтра Калмана:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= \hat{A}\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k) + K_f(k)[y(k+1) - H(\hat{A}\varphi(\hat{x}(k)) + Bu(k))], \quad \hat{x}(0) = \bar{x}(0), \\ P_f(k+1/k) &= \bar{A}P_f(k)\bar{A}^T + Q, \\ K_f(k) &= P_f(k+1/k)H^T[HP_f(k+1/k)H^T + V]^{-1}, \\ P_f(k+1) &= (E_2 - K_f(k)H)P_f(k+1/k), \quad P_f(0) = P_{f0}, \end{aligned}$$

где матрица \bar{A} определяется по формуле

$$\bar{A}(k) = \hat{A} \frac{\partial \varphi(x(k))}{\partial x(k)} \Big|_{\hat{x}(k)}.$$

Здесь $\hat{A} = A(\hat{\theta}(k))$.

Исходные данные, необходимые для решения задачи адаптивного управления следующие:

$$\begin{aligned} F &= (0 \ 0 \ 1), \quad C = 1, \quad D = 0,01, \quad r = 0,0062, \quad c = 3,5, \quad c_0 = 1, \\ k_1 &= 0,0001, \quad k_3 = 0,05, \\ H &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0,11 & 0 & 0 \\ 0 & 0,08 & 0 \\ 0 & 0 & 0,095 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 2,1 & 0 & 0 \\ 0 & 3,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,05 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

$$\hat{\Theta}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 200 \\ 110 \\ w_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{x}(0) = \begin{pmatrix} 190 \\ 100 \\ w_0 \end{pmatrix}.$$

При моделировании истинные значения n_0 и k_2 принять следующие:

$$n_0 = 0,8, \quad k_2 = 0,02.$$

Дополнительные данные, необходимые для выполнения работы, приведены в таблице 7.

ЗАДАНИЕ

Построить графики переходных процессов, графики адаптивного управления и оценок неизвестных параметров. Моделирование выполнить на интервале времени от 0 до 140. Исследовать влияние диагональных элементов матрицы V на качество оценивания параметров модели, увеличивая их сначала в 5 и затем в 10, затем в 100 раз. Сделать выводы.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Задание:

1. Проработка лекционного материала по темам лекций (в соответствии с разделами 1-6) и используя настоящее пособие и интернет ресурсы:

- Образовательный математический сайт
(www.exponenta.ru).

- Консультационный центр Matlab (www.matlab.ru).

- Поисковая система google.ru

2. Подготовка к практическим работам по темам из разделов 1-6.

3. Оформление отчетов по результатам выполнения практических заданий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Таблица 1

N	x_{10}	x_{20}	u_0
1	-2,0	6,0	1,8
2	1,5	5,0	1,5
3	-2,7	-3,7	1,9
4	-2,5	3,0	1,0
5	-3,0	-6,1	2,5
6	-3,1	5,5	1,5
7	2,7	3,2	2,1
8	-1,5	-8,0	2,0
9	-3,1	3,5	1,5
10	-1,4	-7,0	2,1
11	1,7	4,0	1,7
12	-3,3	-5,8	2,4
13	2,8	-4,3	1,9
14	-2,3	5,8	1,3
15	-1,5	-6,6	1,8
16	-3,4	2,9	1,6
17	-1,8	5,8	2,1
18	-3,2	-6,1	2,8
19	1,8	5,3	1,7
20	-2,1	5,5	2,5
21	-3,0	-5,9	2,2
22	-2,2	-6,3	1,4
23	1,1	-7,1	3,1
24	-1,3	6,7	2,8
25	-2,4	-4,6	2,5

Таблица 2

N	a	b	c	c ₁	c ₂	d	x ₁₀	x ₂₀
1	0,8	-7,1	-1,5	1,1	1,3	1,0	-10,0	0,2
2	-0,3	4,1	1,2	2,0	1,0	2,0	12,3	1,2
3	0,4	-1,2	1,0	2,0	2,1	1,8	10,5	0,5
4	0,8	-4,1	-2,5	1,1	2,0	1,0	-25,5	1,0
5	0,9	-3,7	1,2	1,0	2,0	2,2	-35,0	4,0
6	1,1	-5,1	1,0	2,3	1,0	1,0	11,0	12,0
7	0,8	-3,2	1,2	2,3	1,3	2,0	10,2	2,0
8	0,7	-1,2	1,1	1,0	2,0	13	17,2	2,7
9	0,6	-1,1	2,1	2,0	1,0	1,0	-10,5	0,9
10	0,7	-1,4	3,2	1,2	2,0	1,0	12,8	3,2
11	0,6	-0,7	1,5	2,0	1,4	2,1	-10,5	2,0
12	0,8	-0,8	-1,4	1,0	1,2	2,0	10,7	3,0
13	0,53	-0,9	-1,9	1,3	1,1	4,0	25,5	4,0
14	0,9	-3,2	2,1	2,0	2,0	1,0	20,6	2,0
15	1,0	-0,7	2,2	1,0	2,1	1,0	15,6	7,0
16	1,3	-1,2	1,4	1,2	1,5	2,0	21,5	0,8
17	0,85	-2,7	-1,1	1,6	2,6	1,0	-25,0	1,1
18	1,25	-0,8	1,1	1,0	1,5	1,3	15,8	0,7
19	1,15	-0,9	2,2	1,0	2,3	1,1	23,6	-0,9
20	0,44	-1,3	1,0	2,1	1,4	1,5	30,5	-1,4
21	-0,4	1,8	1,3	2,6	1,7	1,4	-25,8	-2,1
22	-0,7	2,1	1,3	1,9	1,2	1,8	-15,8	3,0
23	0,92	-3,2	1,9	1,4	1,8	3,0	18,9	4,6
24	0,4	-1,4	1,2	1,8	1,9	2,5	-24,0	5,0
25	0,6	-2,0	1,0	2,1	2,3	1,0	17,5	2,1

Таблица 3

N	a	b	c	f	w ₀	x ₁₀	x ₂₀	Сдандартная форма
1	0,8	8	1,5	20	1	-10	1	б
2	0,9	6	-1,3	30	1	-20	1,7	в
3	0,65	7	-1,0	35	1	-15	0	а
4	0,55	11	1,2	-40	2	20	3,1	б
5	0,6	10	-1,4	-25	2	15	0	б
6	0,75	6	-2,0	32	2	-25	-1,8	в
7	0,55	9	-1,3	-30	1	10	1,5	б
8	0,7	7	1,0	24	2	-16	0	б
9	0,4	6	2,0	20	3	-20	0	а
10	0,5	5	-1,0	25	1	-10	-2,5	б
11	0,85	7	-1,5	15	2	-12	0	в
12	0,62	4	2,1	20	1	21	1,5	б
13	0,95	12	-1,3	16	3	11	2,7	б
14	0,45	6	1,0	-21	3	-25	-1,9	б
15	0,33	8	1,9	32	2	16	0	в
16	0,77	14	1,4	22	2	20	5	а
17	0,71	7	1,9	-31	2	15	-4	в
18	0,5	11	-1,5	17	1	-25	1,5	б
19	0,6	8	-2,0	20	1	30	-7	б
20	0,8	10	2,0	26	3	15	0,8	б
21	0,55	9	-2,5	19	1	-30	0	б
22	0,85	7	3,1	14	1	15	3,5	в
23	0,68	6	1,0	-25	2	-20	-5,5	б
24	0,7	5	2,0	24	2	17	0	в
25	0,85	8	3,6	32	2	20	3	а

Таблица 4

N	γ	$x_1(0)$	$x_2(0)$	b_1	b_2	Q_{11}	Q_{22}
1	0,0003	300	200	15	22	2,0	0,25
2	0,0004	310	210	14	20	1,0	0,3
3	0,0002	305	195	15	19	1,0	0,2
4	0,0005	310	205	17	22	1,2	0,05
5	0,0004	320	216	19	23	2,0	0,2
6	0,0003	325	198	17	18	1,0	0,12
7	0,0004	300	200	15	22	2,0	0,14
8	0,0004	330	210	14	20	3,0	0,12
9	0,0002	315	195	15	19	2,1	0,22
10	0,0003	310	215	18	24	2,0	0,02
11	0,0004	310	216	19	23	1,1	0,04
12	0,0005	325	198	17	18	1,0	0,1
13	0,0004	300	200	15	22	2,0	0,1
14	0,0004	310	210	14	20	1,5	0,03
15	0,0003	305	195	15	19	1,0	0,16
16	0,0005	315	205	17	22	2,0	0,07
17	0,0004	320	216	19	23	1,3	0,08
18	0,0005	325	198	17	19	1,2	0,04
19	0,0004	300	205	15	22	2,0	0,06
20	0,0004	320	210	14	20	1,5	0,07
21	0,0003	315	195	17	18	1,7	0,05
22	0,0005	330	215	18	24	1,9	0,09
23	0,0003	320	216	19	23	1,3	0,07
24	0,0005	325	198	17	18	1,0	0,04
25	0,0003	315	195	15	19	2,0	0,03

Таблица 5

N	r	$w(0)$	C	D	V_{11}	V_{22}
1	0,0027	215	1	0,06	3,5	3,4
2	0,0025	220	1,2	0,08	5,5	4,5
3	0,002	225	1,1	0,07	3,9	3,0
4	0,0023	217	1,3	0,05	3,5	3,4
5	0,0024	222	1,2	0,09	4,2	3,5
6	0,0026	220	1,6	0,08	4,9	3,0
7	0,0027	215	1	0,05	3,5	1,4
8	0,0025	220	1,2	0,08	5,5	4,5
9	0,0022	235	1,1	0,07	2,9	3,0
10	0,0025	227	1,4	0,05	4,5	3,8
11	0,0024	228	1,2	0,08	7,5	2,5
12	0,0027	210	1,5	0,07	4,9	3,8
13	0,0028	215	1	0,06	7,5	2,4
14	0,0026	220	1,2	0,08	5,5	4,5
15	0,0022	225	1,1	0,07	5,9	3,6
16	0,0024	217	1,3	0,05	3,5	3,2
17	0,0023	222	1,2	0,09	3,5	3,5
18	0,0026	220	1,6	0,08	4,9	3,0
19	0,0027	218	1,1	0,05	7,5	2,4
20	0,0025	226	1,2	0,09	6,5	4,5
21	0,0021	235	1,1	0,07	6,9	3,0
22	0,0025	207	1,0	0,05	3,5	3,8
23	0,0024	238	1,2	0,08	4,5	4,5
24	0,0026	220	1,5	0,07	4,9	3,8
25	0,0025	222	1,2	0,08	3,3	2,3

Таблица 6

N	$\hat{x}_1(0)$	$\hat{x}_2(0)$	$P_{f11}(0)$	$P_{f22}(0)$	$P_{011}(0)$	$P_{022}(0)$	$P_{033}(0)$
1	270	190	15	15	1,5	2,0	1,0
2	280	180	20	20	1,2	2,5	1,5
3	290	185	21	19	1,4	2,7	2,5
4	275	192	15	16	2,5	2,8	2,3
5	285	184	16	24	1,5	4,9	2,5
6	280	180	22	29	1,7	2,7	2,5
7	275	190	15	15	1,6	2,0	1,0
8	280	180	20	20	1,3	2,5	1,5
9	295	170	21	18	1,5	3,7	3,5
10	275	192	15	16	2,5	2,8	2,5
11	295	185	16	25	1,5	2,3	3,5
12	270	180	22	30	1,6	2,7	2,5
13	270	190	15	15	1,5	2,0	1,0
14	280	180	20	20	1,2	2,5	3,5
15	290	185	21	19	1,4	2,7	2,7
16	265	192	15	16	2,5	2,8	2,3
17	285	184	16	24	1,5	4,9	5,1
18	270	180	22	29	1,7	2,7	2,5
19	275	195	15	15	1,6	3,0	2,0
20	280	180	22	20	1,4	2,5	2,5
21	285	170	21	18	1,5	3,7	3,5
22	275	190	15	16	2,7	4,8	5,5
23	285	195	16	25	1,5	2,3	3,3
24	270	180	25	31	1,6	2,7	2,5
25	280	192	15	16	2,5	2,8	2,3

Таблица 7

N	w_0	$P_{f11}(0)$	$P_{f22}(0)$	$P_{f33}(0)$	$P_{011}(0)$	$P_{022}(0)$
1	100	1,0	1,0	2,0	1,0	1,0
2	110	2,0	2,0	1,2	2,5	1,5
3	105	2,1	1,0	1,4	2,1	2,2
4	102	1,5	1,5	2,5	2,8	2,3
5	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
6	88	2,2	2,9	1,7	2,7	2,5
7	125	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
8	180	2,0	2,0	1,3	2,5	1,5
9	130	2,6	1,5	1,5	1,6	3,5
10	104	1,0	1,0	2,0	1,0	1,0
11	110	2,0	2,0	1,2	2,5	1,5
12	105	2,7	1,0	1,4	2,1	2,2
13	100	1,5	1,8	2,5	2,8	2,3
14	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
15	68	2,2	2,6	1,7	2,7	2,5
16	105	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
17	140	2,2	2,0	1,3	2,5	1,5
18	150	2,6	1,7	1,5	3,5	3,2
19	105	2,1	1,0	1,4	2,1	2,2
20	102	1,5	1,5	2,5	2,8	2,3
21	95	1,6	2,4	1,5	1,9	2,5
22	88	2,6	2,9	1,7	2,7	2,5
23	125	1,5	1,5	1,6	2,0	1,0
24	123	2,0	2,0	1,3	2,5	1,5
25	110	2,2	1,5	1,5	2,7	3,5

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Лань, 2016. 464 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/71744/>
2. Охорзин В.А., Сафонов К.В. Теория управления. Лань, 2014. 224 с. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/49470/>
3. Веремей Е.И. Линейные системы с обратной связью. Издательство: Лань, 2013. 448 С. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/68465/>
4. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973. 446 с.
5. Горский А.А., Колпакова Н.Г., Локшин Б.Я. Динамическая модель производства, хранения и сбыта товара повседневного спроса // Изв. РАН Теория и системы управления. 1998. № 1. С. 144–149.
6. Смагин В.И. Локально-оптимальные следящие системы управления при косвенных измерениях с ошибками // Изв. вузов Авиационная техника. 1995. № 1. С. 26–30.
7. Смагин В.И., Параев Ю.И. Синтез следящих систем управления по квадратичным критериям. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1996. 171 с.
8. Смагин В.И. Локально-оптимальные следящие системы управления для дискретных объектов со случайными параметрами // Автоматика и вычислительная техника. 1997. № 2. С. 32–40.
9. Смагин В.И. Адаптивные локально-оптимальные следящие системы управления // Изв. вузов Авиационная техника. 1997. № 2. С. 41–46.
10. Алексеев Е. Р., Чеснокова О.В., Рудченко Е.А. Scilab: Решение инженерных и математических задач. М.: ALT Linux; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. 260 с.