

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Сидоренко М.Г., Гендрина И. Ю.

СТАТИСТИКА  
Методические указания к лабораторным работам.

**2018**

**Содержание**

|  |    |
|--|----|
| 1. Лабораторная работа №1 Определение абсолютных, относительных и средних показателей динамического ряда | 3  |
| 2. Лабораторная работа №2 Исследование динамического ряда на наличие сезонности                          | 12 |
| 3. Лабораторная работа №3 Использование индивидуальных и общих индексов                                  | 16 |
| 4. Лабораторная работа №4 Проверка гипотезы о законе распределения                                       | 18 |
| 5. Лабораторная работа №5 Проверка гипотезы о равенстве дисперсий  | 22 |
| 6. Лабораторная работа №6 Проверка гипотезы об однородности выборок                                      | 23 |
| 7. Литература  | 28 |

Данные методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Статистика» и являются дополнением к учебному пособию Сидоренко М. Г., Гендриной И. Ю. [1] и учебно-методическому пособию тех же авторов [2].

Лабораторные работы выполняются с использованием электронных таблиц EXCEL.

**Лабораторная работа №1**  
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ АБСОЛЮТНЫХ, ОТНОСИТЕЛЬНЫХ И СРЕДНИХ**  
**ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКОГО РЯДА.**  
**АНАЛИЗ НАЛИЧИЯ ТРЕНДА.**

**Пример 1.**

В таблице представлены данные о стоимости одной единицы изделия предприятия (тыс. руб./штуку) с 1.07.05 по 1.08.05 включительно:

|                                 | 1.07.05 | 3.07.05 | 12.07.05 | 25.07.05 | 26.07.05 |
|---------------------------------|---------|---------|----------|----------|----------|
| Цена единицы изделия, тыс. руб. | 9,56    | 9,58    | 9,9      | 10,2     | 12,3     |

**Пример 2.**

В таблице приведены сведения о численности родившихся в Новосибирской области (чел.) в 1990-2005 гг.

| год  | Число родившихся (человек) | год  | Число родившихся (человек) |
|------|----------------------------|------|----------------------------|
| 1990 | 36116                      | 1998 | 22564                      |
| 1991 | 33124                      | 1999 | 21688                      |
| 1992 | 28516                      | 2000 | 23138                      |
| 1993 | 24268                      | 2001 | 24791                      |
| 1994 | 24042                      | 2002 | 26990                      |
| 1995 | 23486                      | 2003 | 28389                      |
| 1996 | 22824                      | 2004 | 28993                      |
| 1997 | 22785                      | 2005 | 28269                      |

**Цель работы.** 1. Научиться определять абсолютные, относительные и средние показатели ряда.

2. Научиться анализировать ряд на наличие линейного тренда методом средних.

3. Научиться выделять тренд методом скользящих средних

4. Научиться определять уравнение тренда в виде линейной и полиномиальной функций

**Задание:** 1. Для таблиц 1 и 2 определить следующие абсолютные и относительные показатели:

| <b>Показатель</b>   | <b>Базисный</b>   | <b>Цепной</b>   |
|---|---|---|
| <b>Абсолютный прирост</b><br>$\Delta_{\text{баз}}, \Delta_{\text{цеп}}$ | $Y_i - Y_0$   | $Y_i - Y_{i-1}$   |
| <b>Коэффициент роста</b><br>$K_p$                                       | $Y_i : Y_0$   | $Y_i : Y_{i-1}$   |
| <b>Темп роста</b><br>$T_p$  | $(Y_i : Y_0) * 100$   | $(Y_i : Y_{i-1}) * 100$   |
| <b>Коэффициент прироста</b><br>$K_{\text{пр}}$                          | $K_p - 1$<br>$\frac{Y_i - Y_0}{Y_0}$<br>$\Delta_{\text{баз}} : Y_0$ | $K_p - 1$<br>$\frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}}$<br>$\Delta_{\text{цеп}} : Y_{i-1}$ |
| <b>Темп прироста</b><br>$T_{\text{пр}}$                                 | $K_{\text{пр}} * 100$<br>$T_p - 100$                                | $K_{\text{пр}} * 100$<br>$T_p - 100$  |
| <b>Абсолютное значение одного процента прироста</b><br>$A$              | $Y_0 : 100$   | $Y_{i-1} : 100$   |

2. Для таблицы 1 (моментный ряд с неравными промежутками) и таблицы 2 (интервальный ряд) определить следующие средние показатели:

*Средний уровень ряда* (средняя взвешенная для табл. 1 и средняя арифметическая для табл. 2)

$$\text{Средний абсолютный прирост: } \bar{\Delta} = \Delta_{\text{баз}} : (n - 1) ,$$

где  $\Delta_{\text{баз}}$  - базисный абсолютный прирост,  $n$  - общее число уровней временного ряда (сумма всех частот).

$$\text{Средний коэффициент роста: } \bar{K}_p = \sqrt[n-1]{\prod K_{p \text{ цеп}}} = \sqrt[n-1]{K_{p \text{ баз}}} ,$$

где  $K_{p \text{ цеп}}$  - цепной коэффициент роста,  $K_{p \text{ баз}}$  - базисный коэффициент роста,  $n$  - число уровней временного ряда.

$$\text{Средний темп роста: } \bar{T}_p = \bar{K}_p \cdot 100 ,$$

где  $\bar{K}_p$  - средний коэффициент роста.

$$\text{Средний темп прироста (\%): } \bar{T}_{\text{пр}} = \bar{T}_p - 100 , \text{ где } \bar{T}_p - \text{средний темп роста.}$$

**Решение.**

Для таблицы 1.

|                                | 1.07.05 | 3.07.05 | 12.07.05 | 25.07.05 | 26.07.05 |
|--------------------------------|---------|---------|----------|----------|----------|
| Цена единицы изделия, тыс.руб. | 9,56    | 9,58    | 9,9      | 10,2     | 12,3     |
| Количество дней постоянного    | 2       | 9       | 13       | 1        | 6        |

| Абсол.прирост                          | 3.07.05  | 12.07.05    | 25.07.05    | 26.07.05    |
|--|----------|-------------|-------------|-------------|
| базисный                               | 0,02     | 0,34        | 0,64        | 2,74        |
| цепной                                 | 0,02     | 0,32        | 0,3         | 2,1         |
| <b>Коэф-т роста</b>                    |          |             |             |             |
| базисный                               | 1,002092 | 1,035564854 | 1,066945607 | 1,286610879 |
| цепной                                 | 1,002092 | 1,033402923 | 1,03030303  | 1,205882353 |
| <b>Темп роста</b>                      |          |             |             |             |
| базисный                               | 100,2092 | 103,5564854 | 106,6945607 | 128,6610879 |
| цепной                                 | 100,2092 | 103,3402923 | 103,030303  | 120,5882353 |
| <b>Коф-т прироста</b>                  |          |             |             |             |
| базисный                               | 0,002092 | 0,035564854 | 0,066945607 | 0,286610879 |
| цепной                                 | 0,002092 | 0,033402923 | 0,03030303  | 0,205882353 |
| <b>Темп прироста</b>                   |          |             |             |             |
| базисный                               | 0,209205 | 3,556485356 | 6,694560669 | 28,66108787 |
| цепной                                 | 0,209205 | 3,340292276 | 3,03030303  | 20,58823529 |
| <b>Абс. значение одного % прироста</b> |          |             |             |             |
| базисный                               | 0,0956   | 0,0956      | 0,0956      | 0,0956      |
| цепной                                 | 0,0956   | 0,0958      | 0,099       | 0,102       |

Для таблицы 2.

| год                                   | 1990                  | 1991   | 1992   | 1993   | 1994   | 1995   | 1996   | 1997   | 1998   |
|---------------------------------------|-----------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Число родившихся (человек)            | 36116                 | 33124  | 28516  | 24268  | 24042  | 23486  | 22824  | 22785  | 22564  |
|                                       | АБСОЛЮТНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ |        |        |        |        |        |        |        |        |
| <b>Абсол.прирост</b>                  |                       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                              |                       | -2992  | -7600  | -11848 | -12074 | -12630 | -13292 | -13331 | -13552 |
| цепной                                |                       | -2992  | -4608  | -4248  | -226   | -556   | -662   | -39    | -221   |
| <b>Коэф-т роста</b>                   |                       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                              |                       | 0,9172 | 0,7896 | 0,6719 | 0,6657 | 0,6503 | 0,632  | 0,6309 | 0,6248 |
| цепной                                |                       | 0,9172 | 0,8609 | 0,851  | 0,9907 | 0,9769 | 0,9718 | 0,9983 | 0,9903 |
| <b>Темп роста</b>                     |                       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                              |                       | 91,716 | 78,957 | 67,195 | 66,569 | 65,029 | 63,196 | 63,088 | 62,476 |
| цепной                                |                       | 91,716 | 86,089 | 85,103 | 99,069 | 97,687 | 97,181 | 99,829 | 99,03  |
| <b>Коф-т прироста</b>                 |                       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                              |                       | -0,083 | -0,21  | -0,328 | -0,334 | -0,35  | -0,368 | -0,369 | -0,375 |
| цепной                                |                       | -0,083 | -0,139 | -0,149 | -0,009 | -0,023 | -0,028 | -0,002 | -0,01  |
| <b>Темп прироста</b>                  |                       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                              |                       | -8,284 | -21,04 | -32,81 | -33,43 | -34,97 | -36,8  | -36,91 | -37,52 |
| цепной                                |                       | -8,284 | -13,91 | -14,9  | -0,931 | -2,313 | -2,819 | -0,171 | -0,97  |
| <b>Абс.значение одного % прироста</b> |                       |        |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                              |                       | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 |
| цепной                                |                       | 361,16 | 331,24 | 285,16 | 242,68 | 240,42 | 234,86 | 228,24 | 227,85 |

| год                                       | 1999   | 2000   | 2001   | 2002   | 2003   | 2004   | 2005   |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Число родившихся<br>(человек)             | 21688  | 23138  | 24791  | 26990  | 28389  | 28993  | 28269  |
| <b>Абсол.прирост</b>                      |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                                  | -14428 | -12978 | -11325 | -9126  | -7727  | -7123  | -7847  |
| цепной                                    | -876   | 1450   | 1653   | 2199   | 1399   | 604    | -724   |
| <b>Коэф-т роста</b>                       |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                                  | 0,6005 | 0,6407 | 0,6864 | 0,7473 | 0,7861 | 0,8028 | 0,7827 |
| цепной                                    | 0,9612 | 1,0669 | 1,0714 | 1,0887 | 1,0518 | 1,0213 | 0,975  |
| <b>Темп роста</b>                         |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                                  | 60,051 | 64,066 | 68,643 | 74,731 | 78,605 | 80,277 | 78,273 |
| цепной                                    | 96,118 | 106,69 | 107,14 | 108,87 | 105,18 | 102,13 | 97,503 |
| <b>Коф-т прироста</b>                     |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                                  | -0,399 | -0,359 | -0,314 | -0,253 | -0,214 | -0,197 | -0,217 |
| цепной                                    | -0,039 | 0,0669 | 0,0714 | 0,0887 | 0,0518 | 0,0213 | -0,025 |
| <b>Темп прироста</b>                      |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                                  | -39,95 | -35,93 | -31,36 | -25,27 | -21,39 | -19,72 | -21,73 |
| цепной                                    | -3,882 | 6,6857 | 7,1441 | 8,8702 | 5,1834 | 2,1276 | -2,497 |
| <b>Абс.значение одного<br/>% прироста</b> |        |        |        |        |        |        |        |
| базисный                                  | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 | 361,16 |
| цепной                                    | 225,64 | 216,88 | 231,38 | 247,91 | 269,9  | 283,89 | 289,93 |

Для таблицы 1:

|   | <b>СРЕДНИЕ ПОКАЗАТЕЛИ</b> |
|---|---------------------------|
| <b>Количество дней</b>                                      | 31                        |
| <b>Средний уровень моментного ряда (средняя взвешенная)</b> | 10,25935484               |
| <b>Средний абсолютный прирост</b>                           | 0,091333333               |
| <b>Средний коэффициент роста</b>                            | 1,008435767               |
| <b>Средний темп роста</b>                                   | 100,8435767               |
| <b>Средний темп прироста</b>                                | 0,843576675               |

Для таблицы 2:

|                                   | <b>СРЕДНИЕ ПОКАЗАТЕЛИ</b> |
|-----------------------------------|---------------------------|
| <b>Средний уровень ряда</b>       | 26248,9375                |
| <b>Средний абсолютный прирост</b> | -523,1333333              |
| <b>Средний коэффициент роста</b>  | 0,983801288               |
| <b>Средний темп роста</b>         | 98,38012879               |
| <b>Средний темп прироста</b>      | -1,619871209              |

3. Для реализации метода средних разделим ряд динамики на два интервала, для каждого из которых определим среднюю величину ( $\bar{y}_1, \bar{y}_2$ ) и выборочную дисперсию ( $s_1^2, s_2^2$ ). Интервалы выберем так, чтобы объемы выборок  $n_1$  и  $n_2$  были примерно равны. Для этого частоту центрального уровня моментного ряда разобьем на две. Одну частоту вместе со значением уровня отнесем к первой выборке, другую – ко второй. Интервальный ряд просто разобьем на две примерно равные части.

Выдвинем гипотезу  $H_0$  о несущественном различии средних. В качестве конкурирующей гипотезы  $H_1$  возьмем гипотезу о существенном различии средних:

$$\bar{y}_1 \neq \bar{y}_2.$$

Если принимается конкурирующая гипотеза, то признается наличие тренда.

Поскольку генеральные дисперсии для выборок неизвестны, а известны только выборочные значения, то для проверки гипотезы  $H_0$  составим статистику:



$$t = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

Здесь  $n_1$  и  $n_2$  - объемы соответствующих выборок.

Данная статистика имеет распределение Стьюдента с числом степеней свободы

$$k = n_1 + n_2 - 2.$$

Конкурирующая гипотеза в данном случае является двусторонней, поэтому критическое значение  $t_{кр}$  определяется из условия:

$$\theta(t_{кр}, k) = 1 - \alpha$$

Задав соответствующие параметры в стандартной функции EXCEL(уровень значимости  $\alpha$  и число степеней свободы  $k$ ) **СТЮДРАСПОБР( $\alpha$ ;  $k$ )** найдем значение  $t_{кр}$ .

Если фактически наблюдаемое значение статистики больше критического, то гипотеза  $H_0$  отвергается, принимается конкурирующая гипотеза. В противном случае гипотеза  $H_0$  принимается.

**Решение для примера 1.**

Первая выборка.

|                      | Значение признака | Частота | Относит. частота | Квадр.разности |
|----------------------|-------------------|---------|------------------|----------------|
|                      | 9,56              | 2       | 0,125            | 0,0138         |
|                      | 9,58              | 9       | 0,5625           | 0,0095         |
|                      | 9,9               | 5       | 0,3125           | 0,0495         |
| Сумма                | 29,04             | 16      |                  | 0,0728         |
| Средняя взвешенная   | 9,6775            |         |                  |                |
| Выборочная дисперсия |                   |         |                  | 0,0225         |

Вторая выборка.

|                      | Значение признака | Частота | Относит. частота | Квадр.разности |
|----------------------|-------------------|---------|------------------|----------------|
|                      | 9,9               | 8       | 0,5333           | 0,9604         |
|                      | 10,2              | 1       | 0,0667           | 0,4624         |
|                      | 12,3              | 6       | 0,4              | 2,0164         |
| Сумма                | 32,4              | 15      |                  | 3,4392         |
| Средняя взвешенная   | 10,88             |         |                  |                |
| Выборочная дисперсия |                   |         |                  | 1,3496         |

Из таблиц следует, что  $n_1 = 16$ ,  $n_2 = 15$ ,  $k = n_1 + n_2 - 2 = 16 + 15 - 2 = 29$ .

$$t = \frac{9,6775 - 10,88}{\sqrt{\frac{16 \cdot 0,0225 + 15 \cdot 1,3496}{16 + 15 - 2} \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{15} \right)}} \approx -3,9694.$$

Пороговое значение найдем для уровня значимости  $\alpha = 0,05$ :

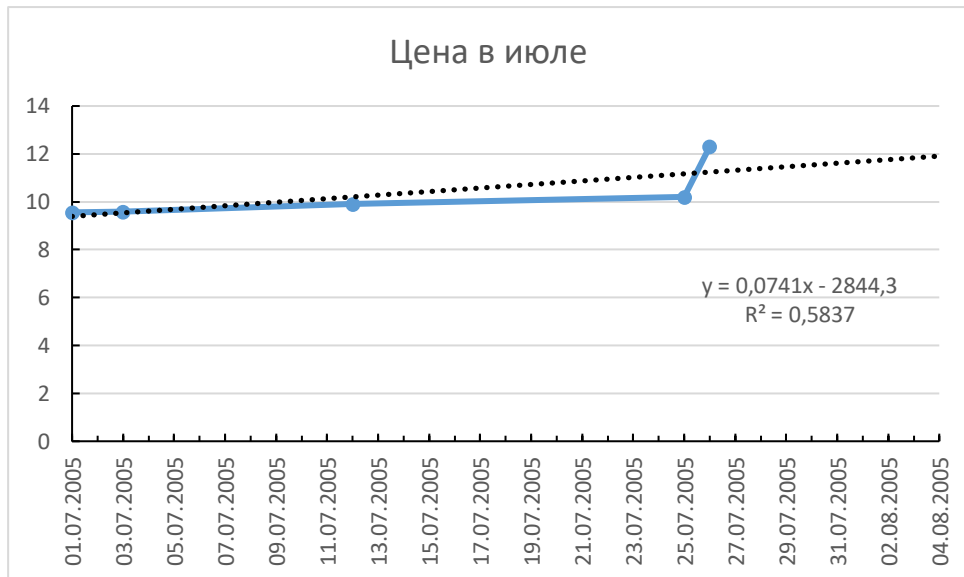
$$t_{кр} = \text{СТЮДРАСПОБР}(0,05; 29) = 2,0452.$$

Сравнивая фактическое и пороговое значения, видим, что  $|t| > t_{кр}$ . Поэтому делаем вывод о существенном различии средних, т.е. о наличии линейного тренда.

**Для примера 2 предлагаем аналогичные вычисления провести самостоятельно.**

3. По данным таблицы 1 построим линейное уравнение тренда и выполнить прогноз стоимости единицы в период до 04.08.05.

Для построения тренда сначала построим график зависимости от времени. Затем **ДОБАВИМ ЛИНИЮ ТРЕНДА** с соответствующими характеристиками. В **ПАРАМЕТРАХ ТРЕНДА** выберем дополнительно окна «показывать уравнение на диаграмме», «поместить на диаграмме величину достоверности», «прогноз вперед на 9 периодов».



Из рисунка следует, что 04.08.2005 стоимость единицы продукции составит примерно 12 у.е.

**По данным таблицы 2 самостоятельно построить параболическое уравнение тренда и сделать точечный прогноз на три года.**

## Лабораторная работа №2

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО РЯДА НА НАЛИЧИЕ СЕЗОННОСТИ

**Цель работы:** научиться выявлять сезонные колебания динамического ряда.

**Задание на лабораторную работу.**

Имеется динамический ряд, характеризующий стоимость минимального набора продуктов питания в Томской области (руб.).

| Год      | 2002     | 2003     | 2004     | Итого | $\bar{y}_t$ | $\Delta_{сез}$ | $\Delta_{отн}$ | $i_{сез}$ |
|----------|----------|----------|----------|-------|-------------|----------------|----------------|-----------|
| Январь   | 861,55   | 988,48   | 1116,04  |       |             |                |                |           |
| Февраль  | 871,17   | 1011,03  | 1137,34  |       |             |                |                |           |
| Март     | 887,75   | 1027,12  | 1146,19  |       |             |                |                |           |
| Апрель   | 903,92   | 1059,38  | 1150,72  |       |             |                |                |           |
| Май      | 935,97   | 1066,89  | 1156,16  |       |             |                |                |           |
| Июнь     | 927,89   | 1060,11  | 1149,88  |       |             |                |                |           |
| Июль     | 940,18   | 1064,02  | 1166,76  |       |             |                |                |           |
| Август   | 912,72   | 1048,86  | 1152,89  |       |             |                |                |           |
| Сентябрь | 882,99   | 1018,94  | 1134,61  |       |             |                |                |           |
| Октябрь  | 887,03   | 1029,29  | 1141,55  |       |             |                |                |           |
| Ноябрь   | 905,39   | 1063,96  | 1165,74  |       |             |                |                |           |
| Декабрь  | 938,2    | 1090,26  | 1203,64  |       |             |                |                |           |
| Итого    | 10854,76 | 12528,34 | 13821,52 |       |             |                |                |           |

Необходимо: 1. считая, что тренда нет, проверить ряд на наличие сезонности;

2. построить математическую модель сезонных колебаний на основе гармоника Фурье при  $k=1$  для данных о стоимости минимального набора продуктов питания в Томской области (в руб.) за 2004 год.

3. сделать вывод о наличии и причинах сезонности или ее отсутствия.

1. Для выполнения п.1 рассчитать абсолютные приросты ( $\Delta_{сез} = \bar{y}_t - \bar{y}_o$ ),

относительные приросты ( $\Delta_{отн} = \frac{\bar{y}_t - \bar{y}_o}{\bar{y}_o} \cdot 100$ ) и индексы сезонности ( $i_{сез} = \frac{\bar{y}_t}{\bar{y}_o} \cdot 100$ ) и

заполнить до конца исходную таблицу. Здесь  $\bar{y}_o$  - **общая средняя**. Построить график индекса сезонности. Ось абсцисс сопоставить значению 100%.

2. Для выполнения п.2 использовать общий вид гармоника при  $k=1$  в виде:

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum_k (a_k \cdot \cos t + b_k \cdot \sin t). \text{ Промежуточные расчеты свести в таблицу.}$$

| Месяцы   | $t$               | $y_t$ | $\cos t$ | $\sin t$ | $y_t \cdot \cos t$ | $y_t \cdot \sin t$ | $\hat{y}_t$ |
|----------|-------------------|-------|----------|----------|--------------------|--------------------|-------------|
| Январь   | 0                 |       |          |          |                    |                    |             |
| Февраль  | $\frac{\pi}{6}$   |       |          |          |                    |                    |             |
| Март     | $\frac{\pi}{3}$   |       |          |          |                    |                    |             |
| Апрель   | $\frac{\pi}{2}$   |       |          |          |                    |                    |             |
| Май      | $\frac{2\pi}{3}$  |       |          |          |                    |                    |             |
| Июнь     | $\frac{5\pi}{6}$  |       |          |          |                    |                    |             |
| Июль     | $\pi$             |       |          |          |                    |                    |             |
| Август   | $\frac{7\pi}{6}$  |       |          |          |                    |                    |             |
| Сентябрь | $\frac{4\pi}{3}$  |       |          |          |                    |                    |             |
| Октябрь  | $\frac{3\pi}{2}$  |       |          |          |                    |                    |             |
| Ноябрь   | $\frac{5\pi}{3}$  |       |          |          |                    |                    |             |
| Декабрь  | $\frac{11\pi}{6}$ |       |          |          |                    |                    |             |
| Итого    |                   |       |          |          |                    |                    |             |

Определить коэффициенты:  $a_0 = \frac{\sum y_t}{n}$ ;  $a_1 = \frac{2}{n} \sum y_t \cdot \cos t$ ;  $b_1 = \frac{2}{n} \sum y_t \cdot \sin t$ .

Построить график, на котором привести исходный динамический ряд и рассчитанные значения первой гармоника.

**Решение.**

Иллюстрация к п.1.

| Год      | 2002     | 2003     | 2004     | Итого    | $\bar{y}_t$ | $\Delta_{ces}$ | $\Delta_{omi}$ | $i_{ces}$ |
|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|----------------|----------------|-----------|
| Январь   | 861,55   | 988,48   | 1116,04  | 2966,07  | 988,7       | -44,77         | -4,33          | 95,67     |
| Февраль  | 871,17   | 1011,03  | 1137,34  | 3019,54  | 1006,5      | -26,95         | -2,61          | 97,39     |
| Март     | 887,75   | 1027,12  | 1146,19  | 3061,06  | 1020,4      | -13,11         | -1,27          | 98,73     |
| Апрель   | 903,92   | 1059,38  | 1150,72  | 3114,02  | 1038,0      | 4,55           | 0,44           | 100,44    |
| Май      | 935,97   | 1066,89  | 1156,16  | 3159,02  | 1053,0      | 19,55          | 1,89           | 101,89    |
| Июнь     | 927,89   | 1060,11  | 1149,88  | 3137,88  | 1046,0      | 12,50          | 1,21           | 101,21    |
| Июль     | 940,18   | 1064,02  | 1166,76  | 3170,96  | 1057,0      | 23,53          | 2,28           | 102,28    |
| Август   | 912,72   | 1048,86  | 1152,89  | 3114,47  | 1038,2      | 4,70           | 0,45           | 100,45    |
| Сентябрь | 882,99   | 1018,94  | 1134,61  | 3036,54  | 1012,2      | -21,28         | -2,06          | 97,94     |
| Октябрь  | 887,03   | 1029,29  | 1141,55  | 3057,87  | 1019,3      | -14,17         | -1,37          | 98,63     |
| Ноябрь   | 905,39   | 1063,96  | 1165,74  | 3135,09  | 1045,0      | 11,57          | 1,12           | 101,12    |
| Декабрь  | 938,2    | 1090,26  | 1203,64  | 3232,1   | 1077,4      | 43,91          | 4,25           | 104,25    |
| Итого    | 10854,76 | 12528,34 | 13821,52 | 37204,62 | 1033,5      |                |                |           |

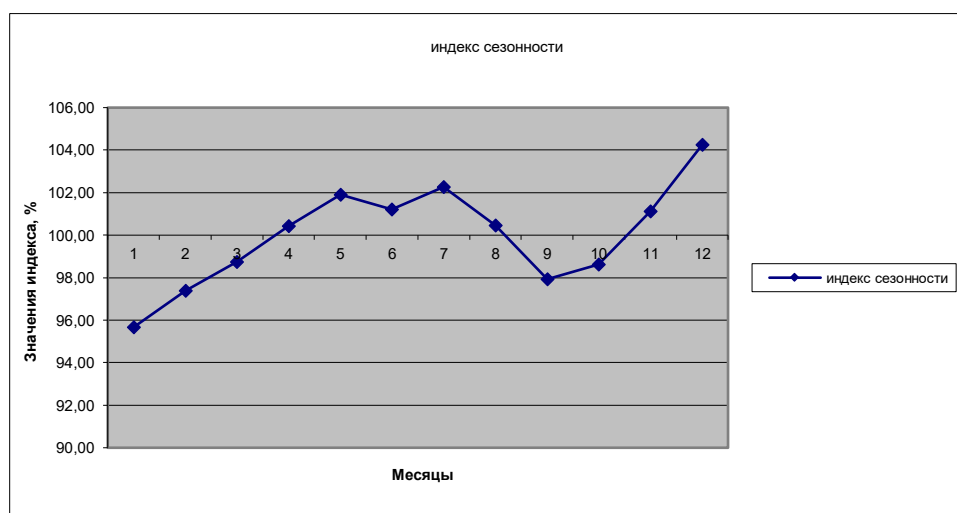
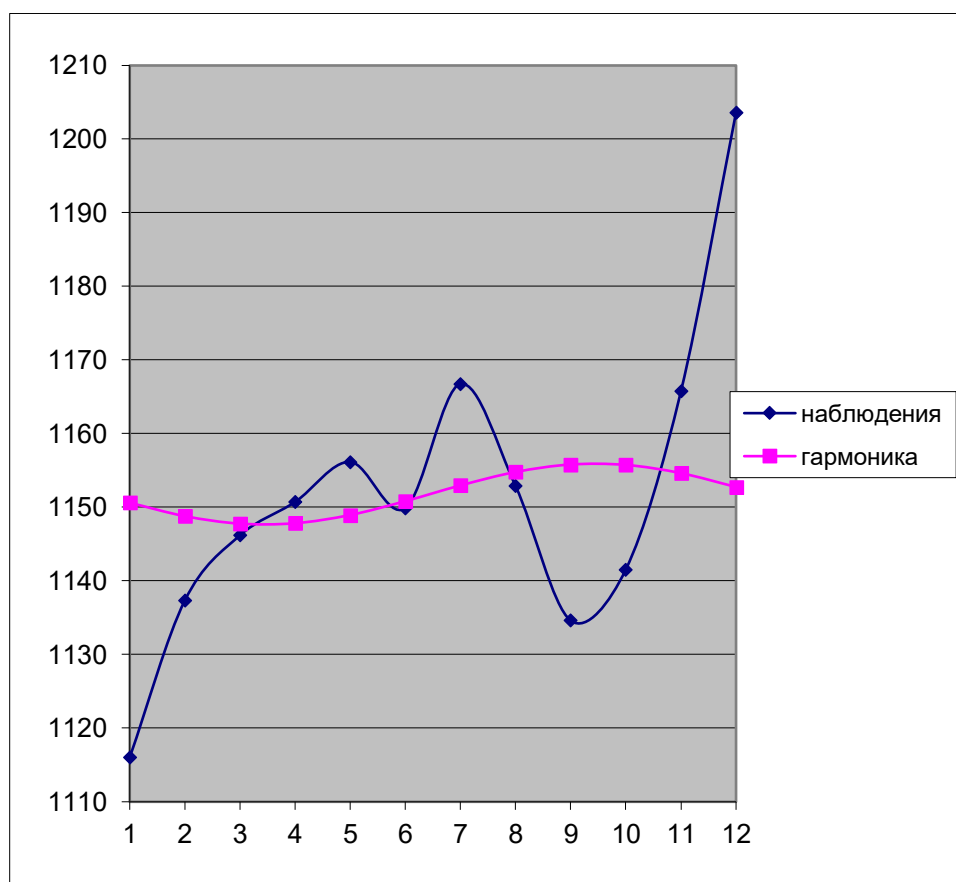


Иллюстрация к п.2.

| Месяцы   | $t$  | $y_t$    | $\cos t$ | $\sin t$ | $y_t \cdot \cos t$ | $y_t \cdot \sin t$ | $\hat{y}_t$ |
|----------|------|----------|----------|----------|--------------------|--------------------|-------------|
| Январь   | 0    | 1116,04  | 1,00     | 0,00     | 1116,0             | 0,00               | 1150,62     |
| Февраль  | 0,52 | 1137,34  | 0,87     | 0,50     | 985,0              | 568,67             | 1148,80     |
| Март     | 1,05 | 1146,19  | 0,50     | 0,87     | 573,1              | 992,63             | 1147,78     |
| Апрель   | 1,57 | 1150,72  | 0,00     | 1,00     | 0,0                | 1150,72            | 1147,83     |
| Май      | 2,09 | 1156,16  | -0,50    | 0,87     | -578,1             | 1001,26            | 1148,95     |
| Июнь     | 2,62 | 1149,88  | -0,87    | 0,50     | -995,8             | 574,94             | 1150,83     |
| Июль     | 3,14 | 1166,76  | -1,00    | 0,00     | -1166,8            | 0,00               | 1152,97     |
| Август   | 3,67 | 1152,89  | -0,87    | -0,50    | -998,4             | -576,45            | 1154,79     |
| Сентябрь | 4,19 | 1134,61  | -0,50    | -0,87    | -567,3             | -982,60            | 1155,81     |
| Октябрь  | 4,71 | 1141,55  | 0,00     | -1,00    | 0,0                | -1141,55           | 1155,75     |
| Ноябрь   | 5,24 | 1165,74  | 0,50     | -0,87    | 582,9              | -1009,56           | 1154,63     |
| Декабрь  | 5,76 | 1203,64  | 0,87     | -0,50    | 1042,4             | -601,82            | 1152,76     |
| Итого    |      | 13821,52 |          |          | -7,0               | -23,75             |             |

|    |          |
|----|----------|
| a0 | 1151,793 |
| a1 | -1,17486 |
| b1 | -3,95882 |



Из приведенных рисунков можно сделать вывод об имеющемся снижении стоимости минимального набора в июне и в сентябре. Экономическую интерпретацию этого факта предлагаем привести самостоятельно.

### Лабораторная работа №3

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ И ОБЩИХ ИНДЕКСОВ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

**Цель работы:** научиться с помощью индивидуальных и общих индексов анализировать изменение товарооборота.

**Задание на лабораторную работу.**

По металлургическому комбинату имеются следующие данные о выпуске:

| Вид продукции    | 1 квартал |                             | 2 квартал |                             | 3 квартал |                             |
|------------------|-----------|-----------------------------|-----------|-----------------------------|-----------|-----------------------------|
|                  | Выпуск, т | Отпускная цена за 1 т, руб. | Выпуск, т | Отпускная цена за 1 т, руб. | Выпуск т, | Отпускная цена за 1 т, руб. |
| Прокат листовой  | 4200      | 3900                        | 4300      | 4100                        | 4700      | 3850                        |
| Сталь арматурная | 7300      | 3400                        | 7000      | 3450                        | 8300      | 3900                        |
| Швеллер          | 900       | 4100                        | 1200      | 4200                        | 780       | 4500                        |

Определить индивидуальные и общие цепные и базисные индексы физического объема продукции, цен и общей стоимости продукции. Общие индексы рассчитать как агрегатные и как соответствующие средние индивидуальных индексов. Показать взаимосвязь вычисленных индексов.

Проанализировать структуру изменения общей стоимости продукции для проката, сравнив результаты за первый и третий кварталы, используя первый и второй подходы.

Проанализировать структуру изменения общей стоимости продукции в целом по предприятию, сравнив результаты за первый и третий кварталы, используя первый подход.

Сформулировать вывод.

**Решение.**

Определим индивидуальные индексы [1,2] для второго квартала.



| Вид<br>продукции    | $i_q$    | $i_p$    | $i_Q$    |
|---------------------|----------|----------|----------|
|                     | 2 кв.    | 2 кв.    | 2 кв.    |
| Прокат<br>листовой  | 1,02381  | 1,051282 | 1,076313 |
| Сталь<br>арматурная | 0,958904 | 1,014706 | 0,973006 |
| Швеллер             | 1,333333 | 1,02439  | 1,365854 |

Определим общие индексы как соответствующие средние индивидуальных [1,2].

|       |         |        |
|-------|---------|--------|
| $I_q$ | 1,01337 | 1,1082 |
| $I_p$ | 1,02924 | 1,085  |
| $I_Q$ | 1,043   | 1,2024 |

Товарооборот:  $Q_1 = 4300 \cdot 4100 = 17630000$ ;  $Q_0 = 4200 \cdot 3900 = 16380000$ .

Изменение товарооборота во втором квартале для проката:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_0 = 17630000 - 16380000 = 1250000.$$

Структура изменения по первому подходу [1]:

$$\Delta Q = \Delta Q(q) + \Delta Q(p)$$

$$\Delta Q(q) = Q_0(i_q - 1) = 16380000 \cdot (1,02381 - 1) = 390000$$

$$\Delta Q(p) = Q_0 \cdot i_q \cdot (i_p - 1) = 16380000 \cdot 1,02381 \cdot (1,051282 - 1) = 860000$$

$$\Delta Q = \Delta Q(q) + \Delta Q(p) = 390000 + 860000 = 1250000.$$

**Остальные расчеты проводятся аналогично. Необходимо выполнить самостоятельно.**

### Лабораторная работа №4

## ПОСТРОЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ОПЫТНЫМ ДАННЫМ.

### ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

**Цель работы:** научиться выдвигать и проверять предположение о законе распределения.

Предположение о виде закона распределения может быть выдвинуто исходя из теоретических предпосылок - опыта аналогичных предшествующих исследований и, наконец, графического изображения эмпирического распределения.

Параметры распределения, как правило, неизвестны, поэтому их заменяют наилучшими оценками по выборке.

Однако между теоретическим и эмпирическим распределениями неизбежны расхождения. Ответить на вопрос, объясняются ли эти расхождения только случайными обстоятельствами, связанными с ограниченным числом наблюдений, или они являются существенными и связаны с неудачным выбором теоретического закона распределения, позволяют **критерии согласия**.

Пусть необходимо проверить нулевую гипотезу  $H_0$  о том, что исследуемая случайная величина подчиняется определенному закону распределения. Альтернативная гипотеза  $H_1$  заключается в том, что случайная величина не подчиняется данному закону.

### $\chi^2$ – критерий Пирсона

Определим в качестве статистики критерия меру расхождения между теоретическим и эмпирическим законами распределения:

$$U = \chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{n}{p_i} (w_i - p_i)^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

Эта статистика имеет  $\chi^2$ -распределение с  $k = m - r - 1$  степенями свободы, где  $m$  – число интервалов вариационного ряда,  $r$  – число параметров распределения, вычисленных по экспериментальным данным.

Числа  $n_i = nw_i$  и  $np_i$  называются соответственно эмпирическими и теоретическими частотами.

Схема применения данного критерия заключается в следующем.

1. Подобрать каким-либо способом наиболее подходящий закон распределения. Например, построить полигон распределения и сравнить его с известными теоретическими законами.

2. Определить меру расхождения с помощью статистики  $U$ , рассчитав предварительно эмпирические (по выборке) и теоретические (например, с помощью стандартной функции EXCEL) частоты.
3. Для выбранного уровня значимости  $\alpha$  найти критическое значение  $\chi^2_{\alpha;k}$  при числе степеней свободы  $k = m - r - 1$  с помощью специальных таблиц или с использованием стандартной функции EXCEL **ХИ2ОБР**.
4. Если фактическое значение статистики больше критического, то основная гипотеза отвергается. В противном случае основная гипотеза принимается, т.е. выдвинутое предположение о законе распределения признают верным.

### Задание на лабораторную работу.

Имеются следующие статистические данные о числе вызовов специализированных бригад скорой помощи в час в некотором населенном пункте в течение 300 часов.

|                           |    |    |    |    |    |    |    |   |       |
|---------------------------|----|----|----|----|----|----|----|---|-------|
| Число вызовов в час $x_i$ | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7 | Итого |
| Частота $n_i$             | 15 | 71 | 75 | 68 | 39 | 17 | 10 | 5 |       |

Подобрать соответствующее распределение и на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о согласованности двух распределений с помощью критерия  $\chi^2$ .

### Решение.

По имеющимся данным вычислим частоты (эмпирические вероятности) и построим полигон распределения.

| Число вызовов в час, $X_i$ | Частота, $n_i$ | Частость |
|----------------------------|----------------|----------|
| 0                          | 15             | 0,05     |
| 1                          | 71             | 0,236667 |
| 2                          | 75             | 0,25     |
| 3                          | 68             | 0,226667 |
| 4                          | 39             | 0,13     |
| 5                          | 17             | 0,056667 |
| 6                          | 10             | 0,033333 |
| 7                          | 5              | 0,016667 |



Сравнивая полигон с известными распределениями (например, в [3]), высказываем предположение о том, что имеющаяся выборка относится к распределению Пуассона. Для большей уверенности в данной гипотезе определим среднее арифметическое  $\bar{x}$  (оценка математического ожидания  $MX$ ) и выборочную дисперсию  $\overline{s^2}$  (оценка генеральной дисперсии  $DX$ ). В распределении Пуассона  $MX = DX = \lambda$ .

Для наших данных  $\bar{x} = 2,53667$ ;  $\overline{s^2} = 2,35532$ . Это дополнительно подтверждает правильность выдвинутой гипотезы.

Теоретические вероятности определим с помощью стандартной функции EXCEL ПУАССОН. В качестве параметров указываем количество вызовов  $x_i$ , среднее арифметическое  $\bar{x} = 2,53667$  и значение 0 для расчета плотности вероятности.

Затем определяем величины, необходимые для расчета статистики  $U$ . Результаты оформим в виде таблицы.

| Число вызовов в час, $X_i$ | Частота, $n_i$ | Частость | Вероятность | Теорет. частота | $(n_i - np_i)^2$ | $\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ |
|----------------------------|----------------|----------|-------------|-----------------|------------------|-------------------------------|
| 0                          | 15             | 0,05     | 0,079129726 | 23,7389179      | 76,3686865       | 3,21702475                    |
| 1                          | 71             | 0,236667 | 0,200725739 | 60,2177218      | 116,257523       | 1,93061975                    |
| 2                          | 75             | 0,25     | 0,254587146 | 76,3761438      | 1,89377183       | 0,02479533                    |
| 3                          | 68             | 0,226667 | 0,215267576 | 64,5802727      | 11,6945346       | 0,18108525                    |
| 4                          | 39             | 0,13     | 0,136515521 | 40,9546563      | 3,8206812        | 0,09329052                    |
| 5                          | 17             | 0,056667 | 0,069258874 | 20,7776623      | 14,2707324       | 0,68683051                    |
| 6                          | 10             | 0,033333 | 0,029281113 | 8,78433389      | 1,47784409       | 0,16823633                    |
| 7                          | 5              | 0,016667 | 0,010610918 | 3,18327528      | 3,3004887        | 1,03682164                    |

Заметим, что в данном случае  $n = 15 + 71 + 75 + 68 + 39 + 17 + 10 + 5 = 300$ .

Число интервалов  $m = 8$ .

Число параметров распределения Пуассона  $r = 1$ .

Число степеней свободы  $k = m - r - 1 = 8 - 1 - 1 = 6$ .

Рассчитаем статистику:

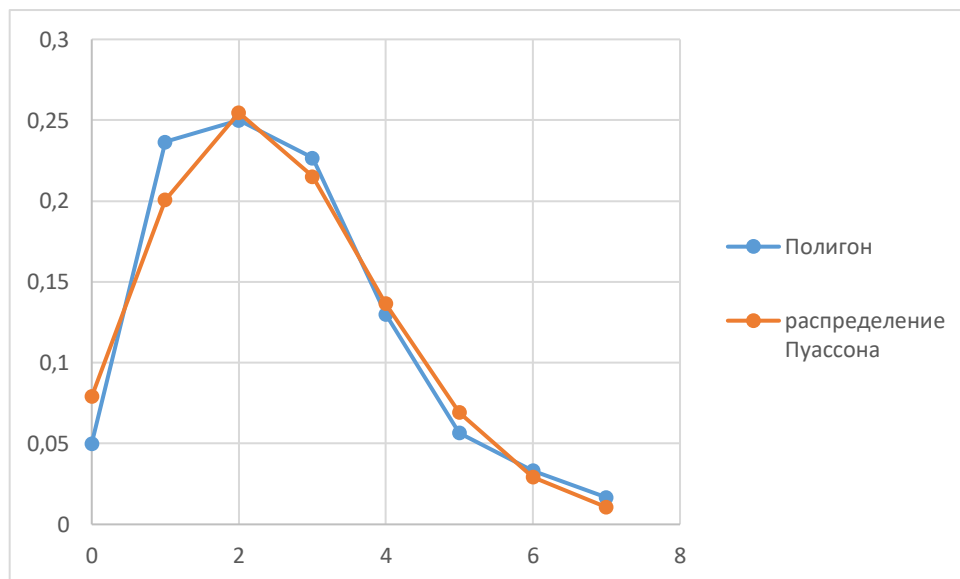
$$U = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = 7,33870408$$

Определим пороговое значение с помощью стандартной функции EXCEL **ХИ2ОБР**:

$$\chi_{\alpha;k}^2 = \chi_{0,05;6}^2 = \text{ХИ2ОБР}(0,05; 6) = 12,5915872.$$

Сравнивая фактическое значение статистики с пороговым значением, делаем вывод о том, что исходные данные не противоречат основной гипотезе, т.е. число вызовов подчиняется закону Пуассона – закону **редких событий** [3]!

Для иллюстрации приведем еще графическое изображение плотности вероятности Пуассона в сравнении с полигоном.



## Лабораторная работа №5

**ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О РАВЕНСТВЕ ДИСПЕРСИЙ ДВУХ СОВОКУПНОСТЕЙ**

**Цель работы.** Научиться корректно формулировать основную и конкурирующую гипотезы для решения практической задачи, делать на основании решения корректный качественный вывод, содержащий рекомендации.

Компания рассматривает в качестве вариантов вложения два вида ценных бумаг, имеющих следующую среднюю доходность в течение десяти месяцев в зависимости от количества купленных акций.

| Акция | A        |                      | B        |                      |
|-------|----------|----------------------|----------|----------------------|
|       | доход, % | количество, тыс. шт. | доход, % | количество, тыс. шт. |
| 1     | 5,4      | 2                    | 6,4      | 7                    |
| 2     | 5,3      | 3                    | 5,1      | 1                    |
| 3     | 4,9      | 2                    | 5,3      | 2                    |
| 4     | 4,7      | 3                    | 5,4      | 3                    |
| 5     | 5        | 7                    | 5        | 2                    |
| 6     | 5,1      | 5                    | 4,5      | 5                    |
| 7     | 5,6      | 3                    | 5,7      | 1                    |
| 8     | 6        | 4                    | 6        | 5                    |
| 9     | 6,5      | 3                    | 5,5      | 2                    |
| 10    | 5,5      | 3                    | 5,2      | 2                    |

Сравнить риск, связанный с отклонением доходности активов от ожидаемого уровня, для акций данного типа на уровне значимости  $\alpha = 0,05$ . Дать рекомендации для приоритетного вложения средств.

**Задание на лабораторную работу.** Сформулировать и проверить основную и конкурирующую гипотезы для решения задачи, представленной примером.

**Методические рекомендации для выполнения задания.**

Основная гипотеза  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ .

Конкурирующая гипотеза (односторонняя)  $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ .

Для проверки гипотезы имеются две выборки : объемами  $n_1$  и  $n_2$

Задача проверки основной гипотезы сводится к сравнению исправленных выборочных

$$\text{дисперсий } \hat{s}_1^2 \text{ и } \hat{s}_2^2: \hat{s}_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{m_1} (x_i - \bar{x})^2 n_i; \hat{s}_2^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{i=1}^{m_2} (y_i - \bar{y})^2 n_i.$$

Сформируем статистику:  $F = \frac{\hat{s}_1^2}{\hat{s}_2^2}$ . Эта статистика имеет распределение Фишера-Снедекора

с  $k_1 = n_1 - 1$  и  $k_2 = n_2 - 1$  степенями свободы.

Основная гипотеза  $H_0$  отвергается (принимается  $H_1$ ), если  $F > F_{\alpha; k_1; k_2}$ , либо  $F < F_{1-\alpha; k_1; k_2}$ .

В противном случае гипотеза  $H_0$  не отвергается – принимается.

Пороговое значение статистики определить с помощью стандартной функции **FRASPOBR** (**Ф.ОБР.ПХ.** в последних версиях EXCEL) с параметрами  $\alpha$ ,  $k_1$  и  $k_2$ .

**Примечание.** Обратите внимание, что для определенности индекс «1» у объемов, дисперсий и степеней свободы соответствует **большей** дисперсии.

**Решение.**

Определим для исходной таблицы величины, необходимые для расчета статистики.

$$n_1 = 30; n_2 = 35, \bar{x}_1 = 5,54, \bar{x}_2 = 5,37;$$

$$\widehat{s}_1^2 = 0,43; \widehat{s}_2^2 = 0,25;$$

$$k_1 = n_1 - 1 = 30 - 1 = 29; k_2 = n_2 - 1 = 35 - 1 = 34.$$

Статистика:

$$F = \frac{\widehat{s}_1^2}{\widehat{s}_2^2} = \frac{0,43}{0,25} = 0,0798.$$

Пороговое значение:

$$F_{\alpha; k_1; k_2} = F_{0,05; 29; 34} = \text{FRASPOBR}(0,05; 29; 34) = 1,80.$$

Сравнивая фактическое значение с пороговым, делаем вывод о том, что исходные данные не противоречат основной гипотезе. Таким образом, можно сказать, что рассматриваемые виды ценных бумаг имеют практически одинаковые риски, связанные с отклонением доходности активов от ожидаемого уровня. Но так как у акций  $A$  немного выше средняя доходность за десять месяцев, то вкладывать средства целесообразно именно в данные ценные бумаги.

## Лабораторная работа №6

### ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ ОБ ОДНОРОДНОСТИ ВЫБОРОК

**Цель работы:** научиться выдвигать и проверять предположение об однородности двух выборок.

Гипотезы об **однородности выборок** – это гипотезы о том, что рассматриваемые выборки извлечены из одной и той же генеральной совокупности.

Пусть имеются две независимые выборки, произведенные из двух генеральных совокупностей с **неизвестными** функциями распределения  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$ . Необходимо

проверить нулевую гипотезу  $H_0: F_1(x) = F_2(x)$  против альтернативной гипотезы  $H_1: F_1(x) \neq F_2(x)$ . Будем предполагать, что  $F_1(x)$  и  $F_2(x)$  непрерывны.

### Критерий Колмогорова-Смирнова

Определим в качестве статистики критерия меру расхождения между двумя эмпирическими функциями распределения:

$$\lambda' = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \cdot \max |F_1^{\text{эмп}}(x) - F_2^{\text{эмп}}(x)|$$

Здесь  $F_1^{\text{эмп}}(x)$  и  $F_2^{\text{эмп}}(x)$  эмпирические функции распределения, построенные по имеющимся выборкам объемами  $n_1$  и  $n_2$ .

Гипотеза  $H_0$  отвергается, если фактическое значение статистики  $\lambda'$  больше порогового  $\lambda'_{\text{кр}}$ , и принимается в противном случае. Для больших объемов выборок статистика  $\lambda'$  имеет распределение Колмогорова, поэтому критическое значение определяется по таблице Колмогорова. Выдержка из этой таблицы приведены ниже.

|  |      |      |      |      |      |       |      |
|--|------|------|------|------|------|-------|------|
| Уровень значимости, $\alpha$                 | 0,40 | 0,30 | 0,20 | 0,10 | 0,05 | 0,025 | 0,01 |
| Критическое значение, $\lambda'_{\text{кр}}$ | 0,89 | 0,97 | 1,07 | 1,22 | 1,36 | 1,48  | 1,63 |

Схема применения данного критерия заключается в следующем.

5. По выборкам построить эмпирические функции распределения (накопленные частоты).
6. Определить меру расхождения с помощью статистики  $\lambda'$ .
7. Для выбранного уровня значимости  $\alpha$  найти критическое значение  $\lambda'_{\text{кр}}$ .
8. Принять решение об однородности выборок, сравнив фактическое и пороговое значения статистики.



**Задание на лабораторную работу.**

Имеются две выборки значений показателя качества однотипной продукции, изготовленной двумя фирмами.

|                           |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Показатель качества $x_i$ | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 41 |
| Частота $n_i$             | 2  | 4  | 10 | 15 | 20 | 27 | 18 | 16 | 8  | 5  |

|                           |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Показатель качества $y_i$ | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 |
| Частота $n_i$             | 3  | 9  | 12 | 17 | 16 | 13 | 7  | 3  |

Выяснить, можно ли на уровне значимости 0,05 считать, что рассматриваемый показатель качества продукции двух фирм описывается одной и той же функцией распределения. Дать качественную интерпретацию полученного результата.

**Замечания.**

1. Для выполнения работы сначала привести обе выборки к одному и тому же набору интервалов, пересчитав границы и частоты. Предварительно определить по формуле Стерджеса минимальное число интервалов и шаг.
2. Найти для каждой выборки накопленные частоты и изобразить их на диаграмме в виде кумулянт (эмпирических функций распределения).
3. Вычислить для каждого интервала  $|F_1^{\text{эмп}}(x) - F_2^{\text{эмп}}(x)|$  и определить максимальное значение. Убедиться, что результат соответствует графику.
4. Применить критерий Колмогорова-Смирнова.

**Решение.**

Количество интервалов по формуле Стерджеса:

$$m = 1 + 3,322 \cdot \lg(n_1 + n_2) = 1 + 3,322 \cdot \lg 205 \approx 9$$

Шаг (глубина интервала):

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{m} = \frac{44 - 14}{9} = 3,33$$

Результат выполнения пп.1 и 2 приведен в следующих таблицах.

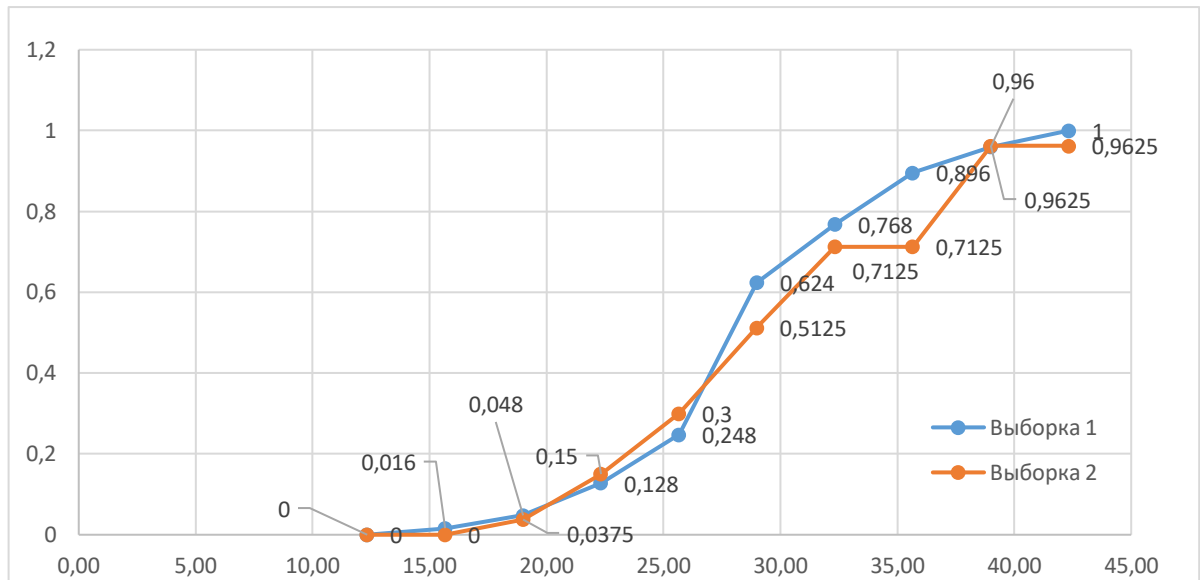
| Показатель качества | Первая выборка |                     |                      | Вторая выборка |                     |                      |
|---------------------|----------------|---------------------|----------------------|----------------|---------------------|----------------------|
|                     | Частота        | Накопленная частота | Накопленная частость | Частота        | Накопленная частота | Накопленная частость |
| 12,33               | 0              | 0                   | 0                    | 0              | 0                   | 0                    |
| 15,67               | 2              | 2                   | 0,016                | 0              | 0                   | 0                    |
| 19,00               | 4              | 6                   | 0,048                | 3              | 3                   | 0,0375               |
| 22,33               | 10             | 16                  | 0,128                | 9              | 12                  | 0,15                 |
| 25,67               | 15             | 31                  | 0,248                | 12             | 24                  | 0,3                  |
| 29,00               | 47             | 78                  | 0,624                | 17             | 41                  | 0,5125               |
| 32,33               | 18             | 96                  | 0,768                | 16             | 57                  | 0,7125               |
| 35,67               | 16             | 112                 | 0,896                | 0              | 57                  | 0,7125               |
| 39,00               | 8              | 120                 | 0,96                 | 20             | 77                  | 0,9625               |
| 42,33               | 5              | 125                 | 1                    | 0              | 77                  | 0,9625               |
| 45,67               | 0              | 125                 | 1                    | 3              | 80                  | 1                    |

| Показатель качества | Модуль разности |
|---------------------|-----------------|
| 12,33               | 0               |
| 15,67               | 0,016           |
| 19,00               | 0,0105          |
| 22,33               | 0,022           |
| 25,67               | 0,052           |
| 29,00               | 0,1115          |
| 32,33               | 0,0555          |
| 35,67               | 0,1835          |
| 39,00               | 0,0025          |
| 42,33               | 0,0375          |
| 45,67               | 0               |

Максимальное значение модуля разности:

$$\max |F_1^{\text{эмп}}(x) - F_2^{\text{эмп}}(x)| = 0,1835$$

На следующем рисунке приведена иллюстрация табличных данных.



Фактическое значение статистики:

$$\lambda' = \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \cdot \max |F_1^{\text{эмп}}(x) - F_2^{\text{эмп}}(x)| \approx 1,28$$

Пороговое значение для уровня значимости 0,05 (см. таблицу) составляет 1,36.

Сравнивая фактическое и пороговое значения, делаем вывод о том, что имеющиеся данные не противоречат основной гипотезе. Таким образом, качество продукции рассматриваемых фирм-изготовителей не имеет существенных различий.

### Литература

1. Статистика: Курс лекций / Гендрина И. Ю., Сидоренко М. Г. - 2017. 124 с.: Научно-образовательный портал ТУСУР, <https://edu.tusur.ru/publications/6843> .
2. Статистика. Методические указания к практическим и самостоятельным работам. / Гендрина И. Ю., Сидоренко М. Г. - 2018. 85 с.: Научно-образовательный портал ТУСУР, <https://edu.tusur.ru/publications/7611> .
3. Кремер, Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов/Н. Ш. Кремер.- 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 573 с.