Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

Кафедра физики

Ю.А. Бурачевский

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебно-методическое пособие
по аудиторным практическим занятиям и самостоятельной работе
для студентов всех направлений подготовки

Томск 2018

Рецензент

Бурдовицин В.А., д-р техн. наук, профессор кафедры физики
Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники

Бурачевский, Юрий Александрович

Электричество и магнетизм : учеб.-метод. пособие по аудиторным практ. занятиям и самостоятельной работе для студентов всех направлений подготовки / Ю.А. Бурачевский. – Томск : Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроника, 2018. – 137 с.

Содержит краткую теорию, примеры решения задач, тестовые задания, задачи для аудиторных практических занятий и самостоятельного решения, список рекомендуемой литературы, а также вопросы для самоконтроля по разделу «Электричество и магнетизм» дисциплины «Физика» («Физика для информатики», «Физика и естествознание» и т.п.).

Для студентов очной, очно-заочной и заочной форм образования всех направлений подготовки.

1. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

1.1. Электростатическое поле в вакууме

1.1.1. Электростатика

Электростатикой называется раздел учения об электричестве, в котором изучаются взаимодействия и свойства систем электрических зарядов, неподвижных относительно выбранной инерциальной системы отсчёта.

В природе существуют только два вида электрических зарядов. Заряды, возникшие на стекле протёртом шелком, получили название положительных. Заряды, появляющиеся на янтаре протёртом о мех, получили название отрицательных. Одноимённые заряды отталкиваются, а разноимённые – притягиваются.

Опыт показывает, что возникновение заряда на любом теле сопровождается появлением заряда другого знака, равного ему по величине. Опыты по электризации трением привели к заключению, что в любом теле количество положительных зарядов равно количеству отрицательных зарядов. Всякий процесс заряжения, есть процесс разделения зарядов, при котором на одном теле (или части тела) появляется избыток положительных зарядов, а на другом теле (или его части) – избыток отрицательных зарядов. Сумма зарядов в изолированной системе не изменяется, заряды перераспределяются.

Закон сохранения заряда. Алгебраическая сумма электрических зарядов тел или частиц, образующих электрически изолированную систему, не изменяется при любых процессах, происходящих в этой системе.

Закон сохранения электрического заряда является одним из фундаментальных законов сохранения, подобно законам сохранения импульса и энергии.

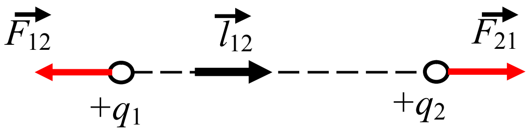
Единичный электрический заряд равен заряду электрона и в системе СИ составляет $1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Кл (кулона) или приблизительно $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Электрический заряд является релятивистки инвариантным. Его величина не зависит от системы отсчёта, а, следовательно, не зависит от того, движется заряд или покоится.

Закон Кулона

Точечным зарядом (q) называется заряженное тело, размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстояниями до других заряженных тел, с которыми данное тело взаимодействует.

Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов прямо пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Направление силы совпадает с прямой соединяющей заряды



$$\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\vec{l}_{12},$$

l_{12} – единичный вектор.

Если заряды не являются точечными, то закон Кулона использовать нельзя.

Вся совокупность фактов говорит о том, что закон Кулона справедлив при расстояниях от 10^{-15} м до нескольких километров. При $r < 10^{-15}$ м (внутри атомных ядер) действуют не кулоновские силы. Для больших расстояний (несколько километров) – нет данных.

Если на k-ый заряд действует n зарядов, то результирующая сила может быть найдена следующим образом

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_{ik}.$$

Таким образом, для системы зарядов справедлив принцип суперпозиции, т.е. сила взаимодействия между двумя зарядами не изменяется, если рядом присутствуют другие заряды.

В системе СИ.

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}99 \cdot 10^9 \approx 9 \cdot 10^8,$$

4π – введено в закон Кулона не случайно. Физически оно выражает сферическую симметрию закона Кулона; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная.

В электростатике взаимодействие зарядов подчиняется третьему закону Ньютона

$$F_{12} = -F_{21}.$$

Электрическое поле. Напряжённость электрического поля

Вокруг заряда всегда есть электрическое поле.

Основное свойство электрического поля заключается в том, что на всякий другой заряд, помещённый в это поле, действует сила.

Электростатическое поле представляет собой не изменяющееся с течением времени, т.е. стационарное электрическое поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами.

Не существует электростатических полей, не связанных с зарядами, как не существует электрических зарядов, не окружённых электростатическим полем.

Если мы возьмём пробный электрический заряд q' и поместим его в электрическое поле, которое создаёт заряд q, то сила взаимодействия между зарядами будет определяться известным выражением

$$F = \frac{q \cdot q'}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}.$$

Видно, что $F \sim q'$ (величине пробного заряда). Характеристикой поля, создаваемого зарядом q, является отношение F/q' или выражение

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}.$$

Это напряженность электрического поля.

Вектор напряжённости электростатического поля численно равен силе, действующей в данной точке на помещённый в неё пробный единичный положительный заряд.

Направление вектора напряжённости определяется направлением силы, действующей на положительный электрический заряд, помещённый в рассматриваемую точку поля.

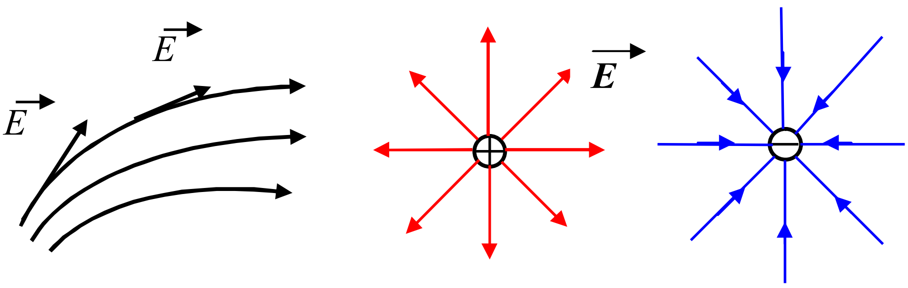
В системе СИ напряжённость электрического поля измеряется в Н/Кл или в В/м.

Силовые линии электростатического поля

Для того чтобы описать электростатическое поле необходимо задать вектор напряжённости в каждой точке поля. Это можно сделать аналитически. Также это можно сделать графически. Для этого пользуются *силовыми линиями*.

Силовая линия, это линия, для которой направление касательной совпадает с направлением вектора напряжённости E.

Силовой линии приписывают определённое направление – от положительного заряда к отрицательному или в бесконечность. Число силовых линий, проходящих через единицу поверхности, перпендикулярно к силовым линиям, равно или пропорционально модулю вектора напряжённости $|E|$ в данной точке, т.е. густота силовых линий, может служить для определения величины E.



Так как в каждой точке поля вектор напряжённости E имеет вполне определённое направление, то силовые линии нигде не пересекаются.

Принцип суперпозиции электрических полей (сложение электрических полей)

Опыт показывает, что вектор результирующего поля нескольких зарядов q_1, q_2, q_3 … может быть найден по правилу сложения векторов (правило параллелограмма).

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i,$$

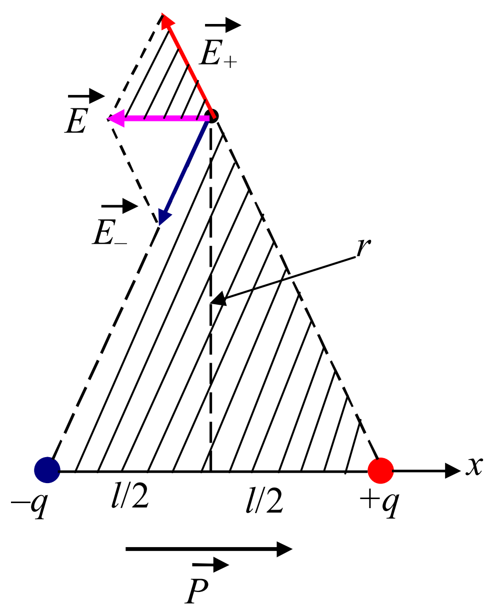
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i.$$

Это соотношение выражает принцип суперпозиции электрических полей и представляет важное свойство электрического поля.

Поле диполя

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине, но разноимённых точечных зарядов, расстояние между которыми l значительно меньше расстояния r до тех точек, в которых определяется поле системы ($r >> l$).

Найдем величину вектора напряжённости электрического поля от каждого заряда E на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной его оси



$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}.$$

Суммарная напряженность

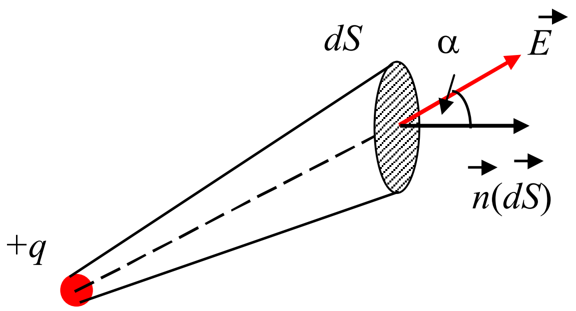
$$E = E_+ \cdot \frac{l}{r} = \frac{q \cdot l}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^3}.$$

$\vec{p} = q \cdot \vec{l}$ – эта величина называется электрическим моментом диполя (это вектор). В итоге получаем

$$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^3}.$$

Знак минус указывает на то, что напряжённость и электрический момент направлены в разные стороны.

Теорема Остроградского – Гаусса для вектора напряжённости электрического поля



Введём вначале понятие потока вектора напряжённости электрического поля. Это число силовых линий напряжённости электрического поля, проходящих через площадку *S*. Поток вектора напряжённости электрического поля равен

$$d\Phi_E = E \cdot dS \cdot \cos\alpha = E_n \cdot dS. \quad \Phi_E = \oint_S E_n \cdot dS = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

Вектор *dS* по направлению совпадает с направлением внешней нормали к поверхности.

Поток вектора *E* через замкнутую поверхность, окружающую точечный заряд $+q$

$$\Phi_E = \oint_S E_n \cdot dS = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Это для единичного заряда в вакууме. В веществе выражение перепишется следующим образом

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Если поверхность не охватывает заряд, то поток вектора *E* будет равен нулю, так как, сколько силовых линий войдёт, столько же и выйдет.

Для любого числа произвольно расположенных зарядов, находящихся внутри поверхности

$$\Phi_E = \oint E_n \cdot dS = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i}{\varepsilon_0}.$$

Поток вектора напряжённости электростатического поля через замкнутую поверхность в вакууме равен алгебраической сумме всех зарядов, расположенных <u>внутри</u> поверхности делённой на ε_0.

В случае электрического поля в веществе выражение будет иметь вид

$$\Phi_E = \frac{\sum_{i=1}^{N} q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

Рассмотрим другую формулировку теоремы Остроградского – Гаусса. Введём понятие объёмной плотности заряда

$$\rho = \frac{dq}{dV}.$$

Под физически бесконечно малым объёмом следует понимать такой объём, который, с одной стороны, достаточно мал, чтобы в его пределах плотность заряда можно было считать одинаковой, а с другой стороны, достаточно велик, чтобы не могла проявиться дискретность заряда

$$\sum_{i=1}^{N} q_i = \int_V \rho dV.$$

Тогда теорему Остроградского – Гаусса можно записать следующим образом

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Применение теоремы Остроградского – Гаусса к расчёту электростатического поля

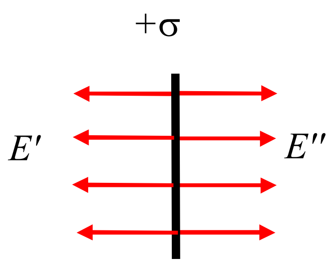
1. *Поле бесконечной однородно заряженной плоскости*

Введём понятие поверхностной плотности заряда

$$\sigma = \frac{dq}{dS},$$

dq – заряд сосредоточенный на площади dS; dS – физически бесконечно малый участок поверхности. Под физически бесконечно малым участком поверхности следует понимать такой участок, который, с одной стороны, достаточно мал, чтобы в его пределах плотность заряда можно было считать одинаковой, а с другой стороны, достаточно велик, чтобы не могла проявиться дискретность заряда.

Пусть поверхностная плотность заряда σ во всех точках плоскости одинакова, а заряд положительный.



Для поля в вакууме

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

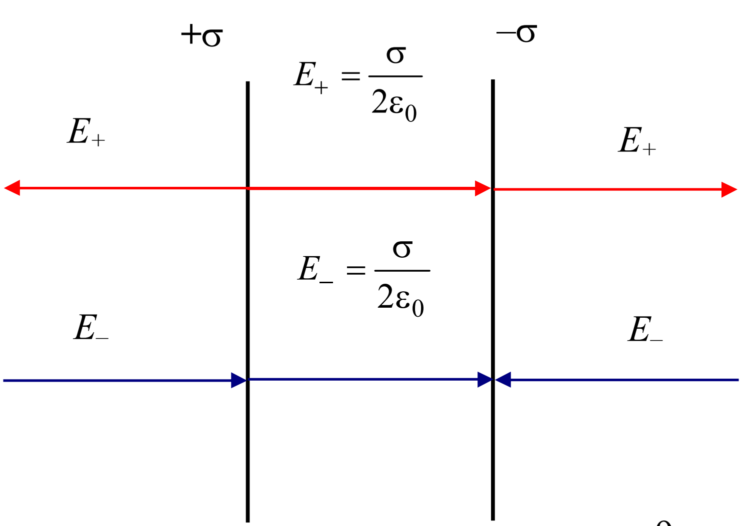
Если плоскость находится в веществе, то выражение перепишется следующим образом

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Полученный результат не зависит от расстояния от плоскости. Это означает, что на любом расстоянии от бесконечной плоскости напряжённость электрического поля постоянна (E = const).

2. *Поле двух равномерно заряженных плоскостей*

Бесконечные плоскости заряжены разноимёнными зарядами с одинаковой по величине поверхностной плотностью заряда σ;



E_+ – напряжённость поля, создаваемого положительно заряженной пластиной;

E_- – напряжённость поля, создаваемого отрицательно зараженной пластиной.

Результирующее поле находится как суперпозиция полей, создаваемых каждой из плоскостей.

Между пластинами поле находится как сумма полей, а вне пластин – как разность. Между пластинами

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Вне пластин $E = E_+ - E_- = 0$.

Полученный результат приблизительно справедлив и для плоскостей конечных размеров, если расстояние между плоскостями много меньше линейных размеров плоскостей (например, плоский конденсатор).

3. *Поле бесконечного заряженного цилиндра*

Введём понятие линейной плотности заряда

$$\lambda = \frac{dq}{dl},$$

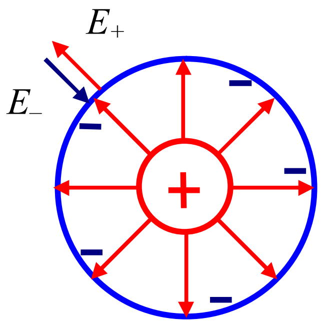
dq – заряд, сосредоточенный на отрезке цилиндра длиной dl.

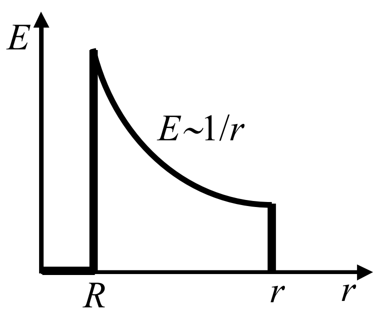
Поле создаётся бесконечно длиной пустотелой цилиндрической поверхностью радиуса R, заряженной с постоянной линейной плотностью заряда λ. Из соображений симметрии следует, что вектор напряжённости электрического поля E в любой точке будет направлен вдоль радиуса, перпендикулярно оси цилиндр

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \cdot r} \Rightarrow\Rightarrow r \geq R.$$

Если $r < R$, внутри замкнутой поверхности зарядов не будет и напряжённость электрического поля будет равна нулю

$$E(r) = 0 \Rightarrow\Rightarrow r < R.$$





Поле отрицательно заряженного цилиндра будет отличаться только направлением вектора E.

Если уменьшать радиус цилиндра R (при λ = const), то можно вблизи его поверхности получить поле с очень большой напряжённостью ($R \to 0$ – нить, $r \to 0$).

Для системы состоящей из двух коаксиальных цилиндров с одинаковой линейной плотностью заряда λ, но разным знаком заряда, поле внутри и вне большего цилиндров будет отсутствовать. В зазоре между цилиндрами напряжённость электрического поля будет определяться выражением для $r > R$. Это справедливо и для цилиндров конечной длины, если зазор между цилиндрами много меньше длины цилиндров (цилиндрический конденсатор).

В общем случае график зависимости $E = E(r)$ имеет вид представленный на предыдущей странице.

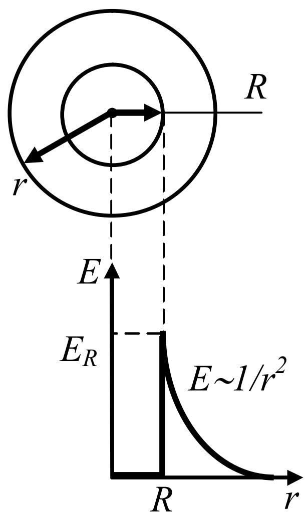
4. *Поле заряженной сферической поверхности (пустотелого шара)*

Пустотелая сфера радиуса R, заряжена положительным зарядом с поверхностной плотностью σ. Поле будет центрально-симметричным (сферически-симметричным), вектор E в любой точке проходит через центр сферы. $E = E(r)$ и перпендикулярно поверхности сферы в любой точке. Вообразим, что вокруг сферы радиуса R имеется сфера радиуса r. Если $r > R$, то внутрь сферы попадает весь заряд q, распределённый по сфере радиуса R. Тогда по теореме Остроградского – Гаусса запишем.

В результате получаем

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2} \Rightarrow\Rightarrow r \geq R.$$

В веществе напряжённость определится следующей формулой



$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot r^2}.$$

Внутри сферы напряжённость будет равна нулю, так как там нет зарядов

$$E(r) = 0 \Rightarrow\Rightarrow r < R.$$

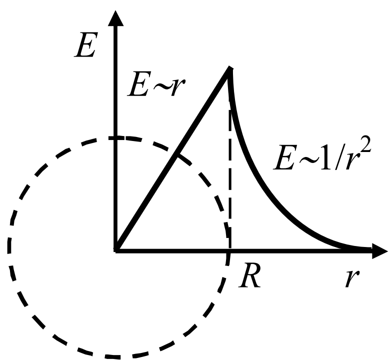
Напряжённость на поверхности сферы будет равна

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^2}.$$

Вне сферы поле тождественно полю точечного заряда, той же величины, помещённого в центр сферы.

5. *Поле объёмно-заряженного шара*

Введём объёмную плотность заряда ρ. Шар имеет радиус R.



Для поля вне шара получается такой же результат, что и в предыдущем случае. Т.е. будет справедлива формула для $r > R$. Но в данном случае сферическая поверхность при $r < R$ будет содержать в себе заряд q

$$q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Теорема Остроградского – Гаусса запишется

$$E(r)=\frac{q\cdot r}{4\pi\varepsilon_0\cdot R^3}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{r}{R^3}.$$

Перепишем через объёмную плотность заряда

$$E(r)=\frac{\rho\cdot r}{3\varepsilon_0}.$$

Потенциал

Работа сил электростатического поля

Работа по переносу пробного заряда q' в электростатическом поле из точки 1 в точку 2 будет равна

$$A_{12}=\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\int_1^2\frac{dr}{r^2}=\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right).\qquad(1)$$

Получили, что работа не зависит от пути, а зависит лишь от координат начальной и конечной точек перемещения. Следовательно, электростатическое поле потенциально, а силы этого поля консервативны.

Работа сил консервативного поля может быть представлена как убыль потенциальной энергии

$$A_{12}=W_{\text{П}1}-W_{\text{П}2}.\qquad(2)$$

Сопоставление формул (1) и (2) приводит к следующему выражению для потенциальной энергии заряда q' в поле заряда q

$$W_{\text{П}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{r}.$$

Однако отношение $W_{\text{П}}/q_{\text{пр}}$ будет для всех зарядов одним и тем же. Эта величина называется потенциалом поля в данной точке и используется наряду с напряжённостью поля E, для описания электрических полей

$$\varphi=\frac{W_{\text{П}}}{q_{\text{пр}}}.$$

Потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r}.$$

Потенциала точечного заряда

$$\varphi=\sum_{i=1}^{N}\varphi_i.$$

Потенциал системы зарядов

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i}.$$

Потенциал поля, создаваемый системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности.

В то время как напряжённости поля складываются при наложении полей векторно, потенциалы складываются алгебраически. По этой причине вычисление потенциалов оказывается обычно гораздо проще, чем вычисление напряжённости электрического поля. И приборы для измерения потенциала много проще приборов для измерения напряжённости.

Заряд q, находящийся в точке поля с потенциалом φ, обладает следующей потенциальной энергией

$$W_{\Pi} = q\varphi.$$

Следовательно, работа поля над зарядом q может быть выражена через разность потенциалов

$$A_{12} = W_{\Pi 1} - W_{\Pi 2} = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right).$$

Таким образом, работа, совершаемая над зарядом силами поля, равна произведению величины заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках поля (т.е. на убыль потенциала).

Если заряд q из точки с потенциалом φ удаляется на бесконечность (где по условию потенциал равен нулю), то работа сил поля будет равна

$A_{\infty} = q \cdot \varphi$.

Отсюда следует, что потенциал численно равен работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки поля на бесконечность.

За единицу потенциала принят вольт $1\,\text{В} = \dfrac{1\,\text{Дж}}{1\,\text{Кл}}$.

В физике часто пользуются единицей энергии и работы, называемой электронвольтом (эВ). Под электронвольтом подразумевается работа, совершаемая силами поля над зарядом, равным заряду электрона, при прохождении им разности потенциалов в 1 В

$$1\,\text{эВ} = 1{,}6\cdot10^{-19}\,\text{Кл} \cdot 1\,\text{В} = 1{,}6\cdot10^{-19}\,\text{Дж}.$$

Энергия взаимодействия системы зарядов

Взаимная потенциальная энергия зарядов q_1 и q_2 равна

$$W_{\Pi} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}}.$$

Расстояние между зарядами r_{12}.

Энергии взаимодействия системы зарядов

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i \cdot \varphi_i .$$

Связь между напряжённость электрического поля и потенциалом

Электростатическое поле можно описать либо с помощью векторной величины, вектора напряжённости E, либо с помощью энергетической скалярной величины потенциала φ. Очевидно, что между этими величинами должна существовать определённая связь

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi .$$

Можно расписать градиент

$$\vec{E} = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$$

или так

$$\vec{E} = -\nabla\varphi .$$

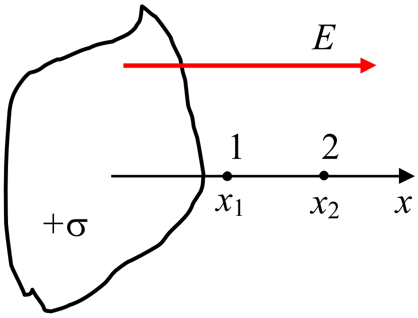
Направление силовой линии в каждой точке поля совпадает с направлением вектора силы. Из последнего выражения следует, что величина напряжённости поля равна разности потенциалов на единице длины силовой линии. Именно вдоль силовой происходит максимальное изменение потенциала.

Поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называется эквипотенциальной поверхностью. Уравнение эквипотенциальной поверхности имеет вид

$$\varphi(x, y, z) = \mathrm{const}.$$

При перемещении по эквипотенциальной поверхности на dl потенциал не изменяется, $d\varphi = 0$. Следовательно, проекция вектора **E** на dl равна нулю, т.е. $E_l = 0$. Отсюда следует, что вектор напряжённости электростатического поля E в каждой точке поля направлен по нормали к эквипотенциальной поверхности. Другими словами: вектор **E** ортогонален эквипотенциальной поверхности в любой точке поля.

Вычисление потенциалов простейших электрических полей



1. *Разность потенциалов между точками поля, образованного бесконечной заряженной плоскостью*

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1).$$

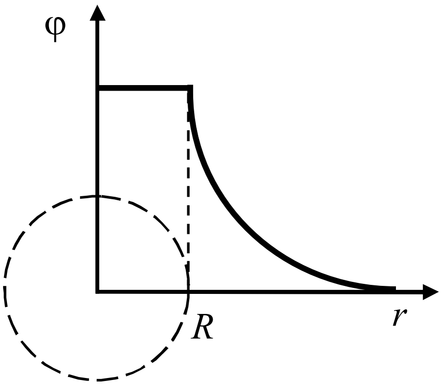
2. *Разность потенциалов между точками поля, образованного двумя бесконечными заряженными плоскостями*

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(x_2 - x_1).$$

Если расстояние между пластинами d много меньше размеров пластин, то разность потенциалов между ними будет равна

$$U = \frac{\sigma \cdot d}{\varepsilon_0}.$$

3. *Разность потенциалов между точками поля, образованного бесконечным заряженным длинным цилиндром*



При $r \geq R$

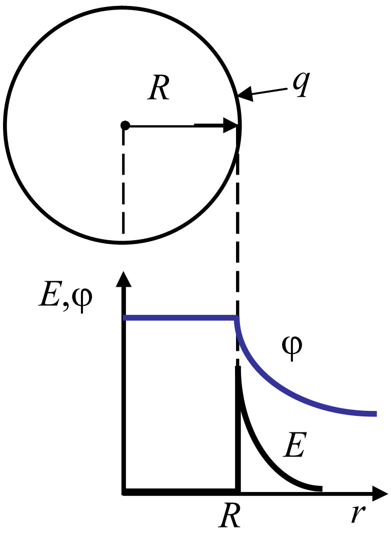
$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

Если $r_1 = R$, то запишем

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R}.$$

Внутри цилиндра напряжённость поля равна нулю ($E = 0$) и $\varphi = \text{const}$.

4. *Разность потенциалов между точками поля, образованного заряженной пустотелой сферой*

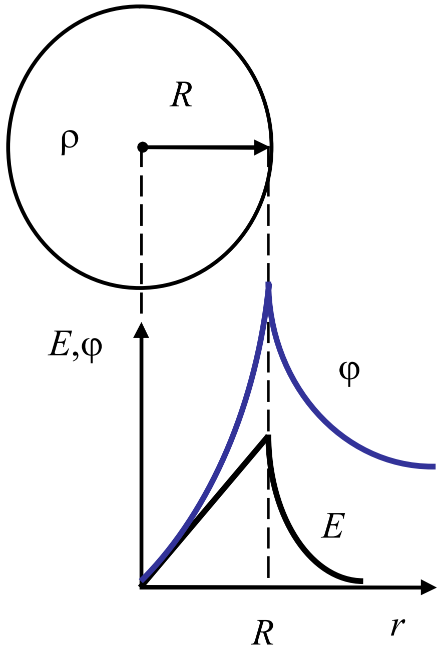


При $r \geq R$

$$\Delta\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

При $r_1 = R$ и $r_2 = \infty$ получим потенциал заряженной поверхности

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$



5. Разность потенциалов между точками поля внутри объёмно заряженного шара

При $r < R$

$$\Delta\varphi = \frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(r_2^2 - r_1^2\right).$$

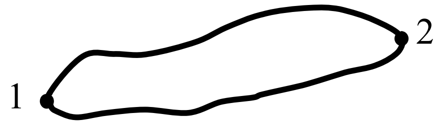
Циркуляция вектора напряжённости электростатического поля *E*

Теорема о циркуляции вектора E. Из механики известно, что любое стационарное поле центральных сил является консервативным, т.е. работа сил этого поля не зависит от пути, а зависит только от положения начальной и конечной точек. Именно таким свойством обладает электростатическое поле – поле, образованное системой неподвижных зарядов. Если в качестве пробного заряда, переносимого из точки 1 заданного поля E в точку 2, взять единичный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на перемещении dl равна $E{\cdot}dl$, а вся работа сил поля на пути от точки 1 до точки 2 будет определяться следующим выражением

$$\int_1^2 q \cdot E \cdot dl.$$

Этот интеграл берётся по некоторой линии (пути), поэтому его называют линейным. Покажем, что этот интеграл по замкнутому пути равен нулю.

Работа по переносу заряда может быть найдена следующими двумя способами.



$$A_{12} = \int_1^2 q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}\,; \Leftrightarrow\Leftrightarrow\ A_{12} = q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right).$$

Откуда следует

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}.$$

Интеграл можно брать по любой линии, соединяющей точки 1 и 2. При обходе по замкнутому контуру $\varphi_1 = \varphi_2$ и тогда интеграл будет равен нулю

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

Этот интеграл по замкнутому контуру называется циркуляцией, в данном случае вектора **E**.

Таким образом, характерным для электростатического поля является то обстоятельство, что циркуляция напряжённости этого поля по любому замкнутому контуру равна нулю.

1.2. Примеры решения задач

1. Найти силу притяжения F между ядром атома водорода и электроном. Радиус атома водорода $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м; заряд ядра равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

По закону Кулона сила электростатического взаимодействия между двумя заряженными телами , размеры которых малы по сравнению с расстоянием r между ними, определяется выражением $F = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, где q_1 и q_2 – электрические заряды тел; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная. Подставив числовые значения получим

$$F = \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot \left(0{,}5 \cdot 10^{-10}\right)^2} = 9{,}23 \cdot 10^{-8}\,\text{Н}.$$

2. Во сколько раз сила гравитационного притяжения между двумя протонами меньше силы их электростатического отталкивания? Заряд протона равен по модулю и противоположен по знаку заряду электрона.

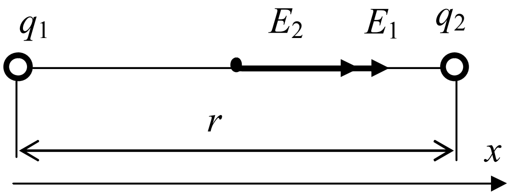
Сила гравитационного притяжения $F_G = G\dfrac{m^2}{r^2}$.

Сила электростатического отталкивания $F_q = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, тогда

$$\frac{F_q}{F_G} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 G m^2} =$$

$$= \frac{\left(1{,}6 \cdot 10^{-19}\right)^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(1{,}67 \cdot 10^{-27}\right)^2} = 1{,}24 \cdot 10^{36}$$

3. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами q_1 = 8 нКл и q_2 = – 6 нКл. Расстояние между зарядами r = 10 см. Среда – воздух.



Согласно принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ или в проекции на ось x $E = E_1 + E_2$. Напряженность электрического поля точечного заряда $E = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$,

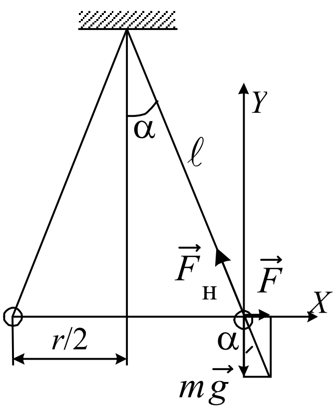
где r – расстояние от заряда до точки, в которой определяется напряженность

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2 / 4} = \frac{q_1}{\pi\varepsilon_0 r^2}; \qquad E_2 = \frac{|q_2|}{\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Суммарная напряженность

$$E = \frac{q_1 + |q_2|}{\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{(8+6)\cdot 10^{-9}}{3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot (0{,}1)^2} = 50{,}4 \text{ кВ/м}$$

4. Два шарика, каждый массой $m_1 = m_2$ = 0,01 г, подвешены на нитях длиной по l = 50 см. После того, как шарики были одинаково наэлектризованы, они отошли друг от друга на расстояние r = 7 см. Найти величину заряда каждого шарика.



На каждый из отклонённых шариков действуют три силы: mg – сила тяжести; F – кулоновская сила взаимодействия шариков; $F_н$ – сила натяжения нити.

Условие равновесия шариков в векторной форме $m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_H = 0$.

Запишем это уравнение в проекциях на оси X и Y:

$$-F_H \sin\alpha + F = 0, \quad F_H \cos\alpha - mg = 0.$$

По закону Кулона

$$F = \frac{q^2}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\, r^2}$$

тогда

$$F_{\text{Н}}\sin\alpha = \frac{q^2}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\, r^2}; \qquad (1)$$

$$\varepsilon = 1;\ \ \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\ \text{Ф/м};\ \ F_{\text{Н}}\cos\alpha = \text{mg}. \qquad (2)$$

Разделив почленно уравнения (1) и (2), получим

$$\text{tg}\alpha = \frac{q^2}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\, r^2\, mg};\ \text{из рисунка},\ \text{tg}\alpha = \sin\alpha = \frac{r/2}{\ell} = \frac{r}{2\ell};$$

тогда $\frac{r}{2\ell} = \frac{q^2}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\, r^2\, mg}$, откуда $q = r\sqrt{\frac{2\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_o\, r\, mg}{\ell}}$.

$$q = 7\cdot10^{-2}\sqrt{\frac{2\cdot3{,}14\cdot1\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot7\cdot10^{-2}\cdot10^{-5}\cdot9{,}81}{0{,}5}} = 1{,}9\cdot10^{-9}\,\text{Кл} = 1{,}9\ \text{нКл}$$

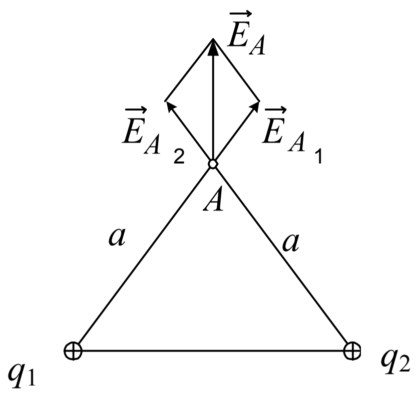
5. В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 0{,}5$ м расположены два одинаковых положительных заряда $q_1 = q_2 = 1$ мкКл. Найти напряженность и потенциал электрического поля в третьей вершине треугольника.

По принципу суперпозиции напряжённость поля в точках A равна

$$\vec{E}_A = \vec{E}_{A1} + \vec{E}_{A2},$$

где E_{A1}, E_{A2} – напряжённости полей, создаваемых зарядами q_1 и q_2 в точке A.

Поскольку заряды q_1 и q_2 точечные, то $E_{A1} = E_{A2} = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\, a^2}$



$\varepsilon = 1$; $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м,

$$E_{A1} = E_{A2} = \frac{10^{-6}}{4\cdot3{,}14\cdot1\cdot8{,}85\cdot10^{-12}(0{,}5)^2} =$$

$$= 36\cdot10^3\ \text{В/м} = 36\ \text{кВ/м}.$$

Сложив по правилу параллелограмма векторы $E_{\text{A}1}$ и $E_{\text{A}2}$, найдём напряженность суммарного поля в точке А. По теореме косинусов имеем

$$E_A^2 = E_{A1}^2 + E_{A2}^2 + 2E_{A1} \cdot E_{A2} \cdot \cos\alpha, \quad \alpha = 60^\circ;$$

$$E_A^2 = 2E_{A1}^2 + 2E_{A1}^2 \cdot \cos 60^\circ = 2E_{A1}^2 + 2E_{A1}^2 \cdot 0{,}5 = 3E_{A1}^2:$$

$$E_A = E_{A1}\sqrt{3}; \quad E_A = 36 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{3} = 62{,}4 \cdot 10^3 \text{ В/м} = 62{,}4 \text{ кВ/м}.$$

Потенциал поля в точке A, создаваемого зарядами q_1 и q_2

$$\varphi_A = \varphi_{A1} + \varphi_{A2};$$

$$\varphi_{A1} = \varphi_{A2} = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon\,\varepsilon_0\, a};$$

$$\varphi_{A1} = \varphi_{A2} = \frac{10^{-6}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}5} = 18 \cdot 10^3 \text{ В} = 18 \text{ кВ}$$

$$\varphi_A = 2\varphi_{A1} = 2 \cdot 18 \cdot 10^3 = 36 \text{ кВ}.$$

1.3. Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Два одинаковых заряда, находящиеся на маленьких шариках, отстоящих друг от друга на расстоянии 4 см, взаимодействуют в вакууме с силой 10 мН. Определить в нКл величину зарядов.

2. С какой силой взаимодействуют два заряда 61 нКл и 20 мкКл на расстоянии 61 см друг от друга в жидкости с диэлектрической проницаемостью 75.

3. Напряжённость электрического поля Земли 117 В/м и направлена вертикально вниз. Какое ускорение будет иметь пылинка массой 25 мкг, несущая отрицательный заряд 437 пКл? Сопротивление воздуха не учитывать.

4. Вычислить ускорение, сообщаемое одним электроном другому, находящемуся от первого на расстоянии 47 см.

5. В двух противоположных вершинах квадрата со стороной 16 см находятся заряды по 73 пКл. Найти напряжённость поля потенциал в двух других вершинах квадрата.

6. Очень длинная тонкая прямая проволока несёт заряд, равномерно распределенный по её длине. Определить линейную плотность заряда, если напряжённость поля на расстоянии 77 см от проволоки равна 24 В/см.

7. Поверхностная плотность заряда на проводящем шаре равна 347 нКл/м^7. Определить напряжённость электрического поля в точке, удаленной на расстояние 2 радиусов шара от его центра.

8. В вершинах квадрата со стороной 57 см поочередно расположены два положительных и два отрицательных заряда по 155 пКл каждый. Определить напряженность и потенциал электрического поля в центре квадрата.

9. Шарик радиусом 97 мм изготовлен из диэлектрика и заряжен электричеством с объёмной плотностью заряда 13 нКл/м^3. Какова напряжённость поля на расстоянии 437 мм от центра шара? Диэлектрическая проницаемость материала шарика равна 7.

10. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 30 см помещаются точечные заряды одного знака и одинаковой величины 86 нКл. Найти напряжённость поля в центре шестиугольника.

Тесты

1. Относительно статических электрических полей справедливы утверждения:

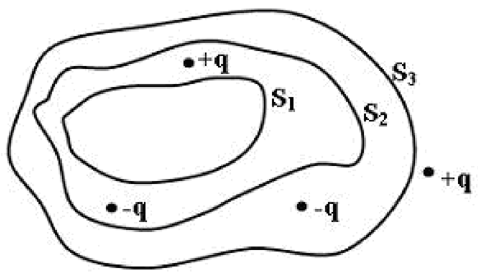
а) электростатическое поле действует на заряженную частицу с силой, не зависящей от скорости частицы;

б) силовые линии электростатического поля замкнуты;

в) циркуляция вектора напряженности вдоль произвольного замкнутого контура равна нулю.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

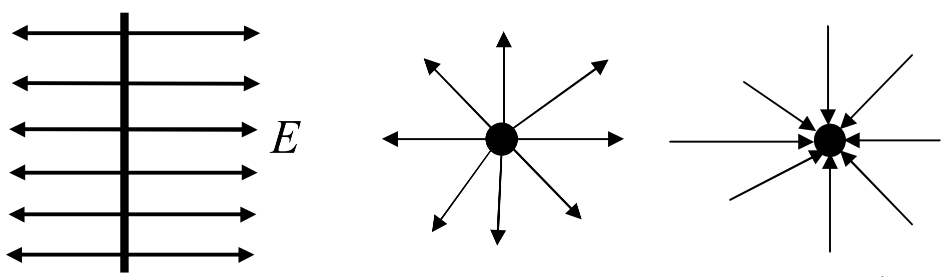
2. Дана система точечных зарядов в вакууме и замкнутые поверхности S_1, S_2, и S_3. Через какие поверхности поток вектора напряженности электростатического поля равен нулю?



а) S_3, б) S_1, в) S_2.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в.

3. На каком из предложенных рисунков графически изображено электростатическое поле положительных зарядов?



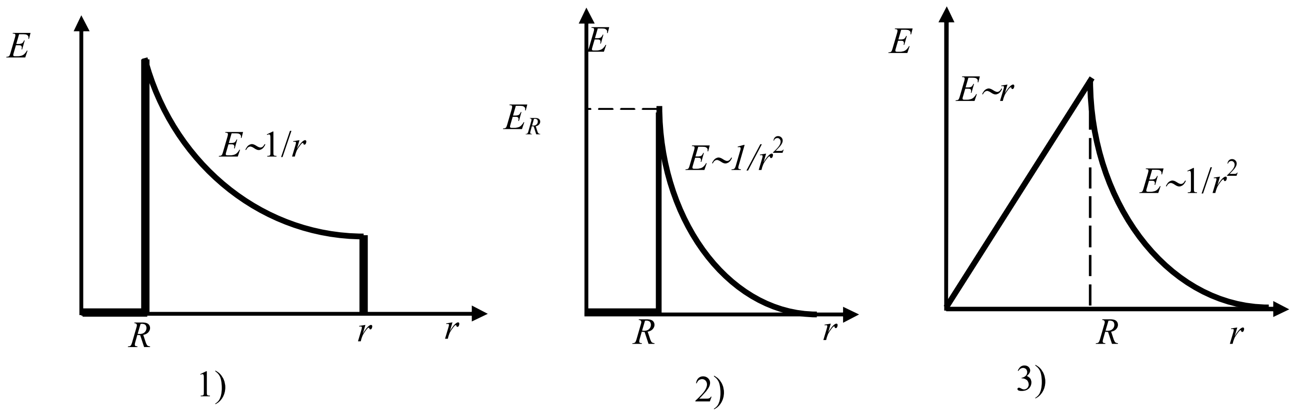
а) б) в)

Ответы: 1) а; 2) б); 3) в; 4) а, б; 5) а, в; 6) б, в.

4. По какой из указанных формул можно рассчитать напряженность поля равномерно заряженной сферы?

$$1)\ \oint\limits_S \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i;\ \ 2)\ E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0};\ \ 3)\ E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2};\ \ 4)\ E = \frac{r\rho}{3\varepsilon_0}.$$

5. На каком из приведенных ниже рисунков правильно показана зависимость напряженности поля E от расстояния от центра равномерно заряженного сплошного шара радиусом R?



1.4. Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. С какой силой взаимодействуют два заряда 52 нКл и 20 мкКл на расстоянии 52 см друг от друга в жидкости с диэлектрической проницаемостью 30.

2. Два точечных заряда (19 нКл и –38 нКл) находятся в воздухе на расстоянии 42 см друг от друга. Определить напряжённость поля, создаваемого этими зарядами в точке на расстоянии 27 см от первого и 23 см от второго зарядов.

3. Электрон, двигаясь из состояния покоя в электрическом поле, достиг скорости $1\cdot10^3$ км/с. Какую разность потенциалов прошёл электрон?

4. Две плоские пластины площадью 48 см^2, заряженные равными по величине зарядами, притягиваются с силой 3 Н, находясь в жидкости с диэлектрической проницаемостью 64. Расстояние между пластинами много меньше их линейных размеров. Определить в мкКл находящиеся на них заряды.

5. Определить, до какого потенциала заряжен проводящий уединенный шар, если в точках удалённых от его поверхности в вакууме на расстояние 3 см и 24 см, потенциалы равны соответственно 355 В и 131 В.

6. Вычислить ускорение, сообщаемое одним электроном другому, находящемуся от первого на расстоянии 15 см.

7. На двух одинаковых капельках воды находится равное количество лишних электронов. Их число равно 2387. Сила электрического отталкивания капелек уравновешивает силу их гравитационного взаимодействия. Найти в мм радиус капельки.

8. Капелька массой 347 мкг находится в равновесии в однородном электрическом поле с напряжённостью 561 В/м. Определить заряд капельки.

9. В вершинах квадрата со стороной 47 см находятся одинаковые одноименные заряды по 64 нКл. Какой заряд противоположного знака в нКл необходимо поместить в центре квадрата, чтобы результирующая сила, действующая на каждый заряд, была равна нулю?

10. Потенциал электрического поля имеет вид: $\varphi = 10\left(x^2 + y^2\right) + 20z^2$ (В). Найти модуль напряжённости поля в точке с координатами: x =137 см, y = 481 см, z = 183 см.

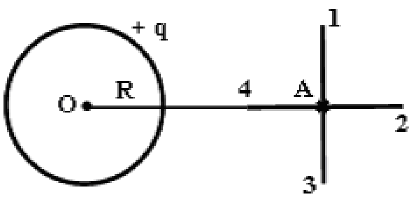
Тесты

1. Точка A расположена вблизи положительного заряда, точка B – вблизи отрицательного, а точка C – далеко от этих зарядов. В какой из этих точек потенциал поля имеет максимальное значение?

Ответы: 1) A; 2) B; 3) C; 4) потенциал поля в точках A, B и C имеет равные значения.

2. В электростатическом поле положительный точечный заряд может перемещаться из точки A в точку B по двум дугам различного радиуса и по хорде. При перемещении по какому из путей будет совершена наименьшая работа?

Ответы: 1) По дуге большего радиуса; 2) по дуге меньшего радиуса; 3) по хорде; 4) работа одинакова во всех случаях.



3. Поле создано равномерно заряженной сферической поверхностью с зарядом $+q$. Укажите направление вектора градиента потенциала в точке А.

Ответы:

1) А – 4; 2) А – 2; 3) А – 3; 4) А – 1.

4. Какое из перечисленных ниже утверждений говорит о потенциальности электростатического поля (ЭП)?

Ответы:

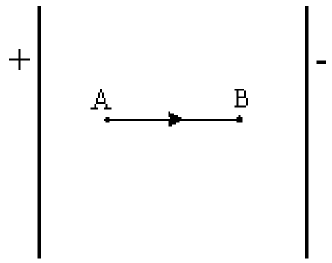
1) Циркуляция вектора напряженности ЭП равна электродвижущей силе;

2) напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создал бы каждый из зарядов системы в отдельности;

3) силовые линии ЭП начинаются на положительно заряженных телах, а заканчиваются на отрицательно заряженных;

4) работа ЭП по перемещению точечного заряда по замкнутому контуру равна нулю.

5. В электрическом поле плоского конденсатора перемещается заряд + q в направлении, указанном стрелкой.



Тогда работа сил поля на участке АВ…

Ответы: 1) Отрицательна; 2) положительна; 3) равна нулю.

1.5. Вопросы для самоконтроля

1. В чем заключается смысл релятивистской инвариантности элементарного электрического заряда?

2. Что такое точечный заряд?

3. Как определить направление результирующего вектора напряженности электрического поля системы зарядов?

4. Что такое силовая линия электрического поля?

5. В чем суть теоремы Остроградского-Гаусса для электростатического поля?

6. Как связаны между собой напряженность и потенциал электрического поля?

7. Чему равна циркуляция вектора напряженности электростатического поля?

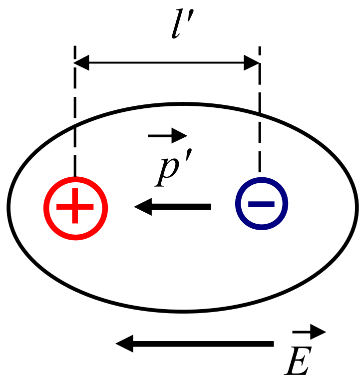
2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

2.1. Поляризация диэлектриков

Все известные в природе вещества в соответствии с их способностью проводить электрический ток делятся на три основных класса: диэлектрики (слово придумал Фарадей), полупроводники и проводники. Удельная проводимость проводников $\sigma_{пр}$ = 10^6–10^8 $Ом^{-1} \cdot м^{-1}$, у диэлектриков (изоляторов) она составляет $\sigma_д$ = 10^{-8}–10^{-18} $Ом^{-1} \cdot м^{-1}$ и меньше. Полупроводники занимают промежуточную область $\sigma_{п/п}$ = =10^7–10^{-8} $Ом^{-1} \cdot м^{-1}$

$$\sigma_д < \sigma_{п/п} < \sigma_{пр}.$$

В идеальном диэлектрике свободных зарядов нет, т.е. не зарядов способных перемещаться на значительные расстояния. Любое вещество состоит из атомов, а атом имеет положительно заряженное ядро и отрицательно заряженную электронную оболочку, окружающую ядро. Под действием электрического поля эти заряды смещаются относительно друг друга.



Это явление называется поляризацией. Способность к поляризации является основным свойством диэлектриков.

Главное – заряды смещаются под действием внешнего электрического поля. В результате каждая пара зарядов образует электрический дипольный момент

$$p' = q \cdot l'.$$

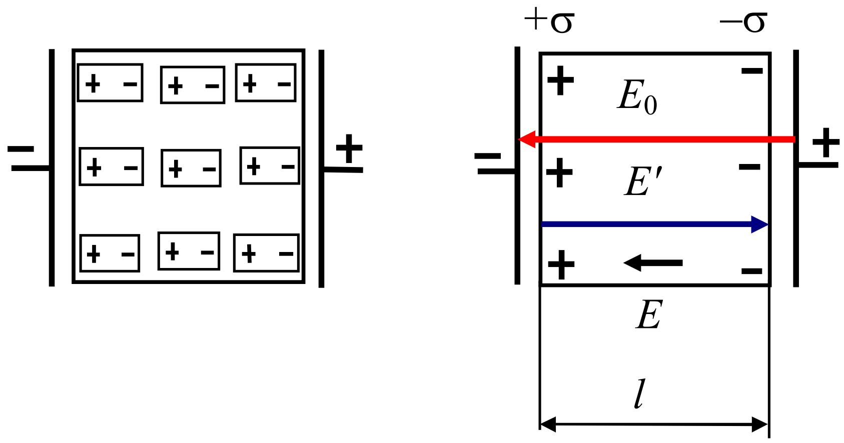
Ясно, величина электрического дипольного момента p' будет пропорциональна величине напряжённости электрического поля E в месте нахождения молекулы

$$\vec{p}\,' = \alpha\varepsilon_0 \cdot \vec{E},$$

α – константа, называемая поляризуемостью молекулы.

Молекулы, из которых состоят вещества, бывают полярные (имеющие собственный электрический момент) и неполярные. Соответствующие диэлектрики называются полярными и неполярными. Полярные диэлектрики поляризуются сильнее. У них всегда относительная диэлектрическая проницаемость ε больше.

На внешних поверхностях диэлектрика, примыкающих к электродам, возникают заряды противоположного электродам знака. Эти заряды называются связанными. Заряды диполей, расположенные внутри диэлектрика, компенсируют друг друга. На рисунке обозначены: E_0 – внешнее электрическое поле; E' – усреднённое поле связанных зарядов; E – результирующее электрическое поле в диэлектрике; $+\sigma$ и $-\sigma$ – поверхностная плотность связанных зарядов.



Из рисунка следует, что образец в целом приобретает электрический момент

$$p = q \cdot l = \sigma \cdot S \cdot l,$$

S – площадь заряженной поверхности.

С другой стороны поляризация диэлектрика численно характеризуется дипольным моментом единицы объёма. Он численно равен произведению числа элементарных диполей n, содержащихся в единице объёма на величину электрического момента диполя p'.

Этот дипольный момент единицы объёма называется вектором поляризации

$$\vec{P} = n \cdot \sum_{i=1}^{N} \vec{p}\,'_i.$$

В общем случае $\sigma = P_n$. Поверхностная плотность связанных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в данной точке поверхности.

Таким образом, индуцированный в диэлектрике электрический момент будет влиять только на нормальную составляющую напряжённости электрического поля.

Вектор поляризации в системе СИ можно записать следующим образом

$$\vec{P} = \alpha\varepsilon_0 \cdot \vec{E} \cdot n,$$

α – поляризуемость молекулы; E – фактически действующее поле внутри диэлектрика; n – концентрация молекул.

$\alpha \cdot n = \chi$. Это (хи) диэлектрическая восприимчивость, макроскопическая безразмерная величина, характеризующая поляризацию единицы объёма. Тогда запишем

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0 \cdot \vec{E}.$$

Усреднённое поле связанных зарядов E' может быть рассчитано как поле созданное поверхностными связанными зарядами $+\sigma$ и $-\sigma$

$$E' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{P}{\varepsilon_0} \Rightarrow\Rightarrow \vec{E}' = \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}.$$

Тогда напряжённость поля в диэлектрике будет равна

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

Или перепишем в скалярной форме

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi\varepsilon_0 \cdot E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi \cdot E.$$

Преобразуем и получим

$$E = \frac{E_0}{1+\chi}.$$

Сумма в знаменателе – это относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1 + \chi$.

Физический смысл относительной диэлектрической проницаемости заключается в следующем.

Величина ε показывает, во сколько раз электрическое поле ослабляется в диэлектрике

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

В присутствии диэлектрика все формулы, полученные нами ранее должны иметь ε, т.е. в них должно быть записано произведение $\varepsilon \cdot \varepsilon_0$.

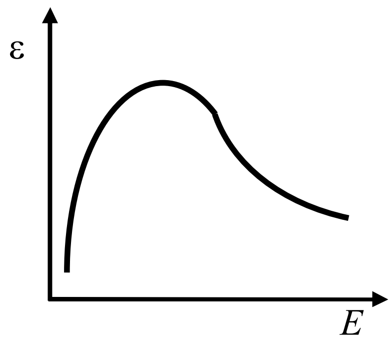
Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектриками называется группа кристаллических диэлектриков, получивших своё название по первому исследованному (в 1920 году) веществу такого типа – сегнетовой соли ($NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$).

Примером очень яркого сегнетоэлектрика является титанат бария $BaTiO_3$. Для сегнетоэлектриков характерно резкое возрастание величины относительной диэлектрической проницаемости ε >> 1 в определённом интервале температур (или ниже определённой температуры T_C, называемой точкой Кюри). Например, для титаната бария ε составляет несколько тысяч.

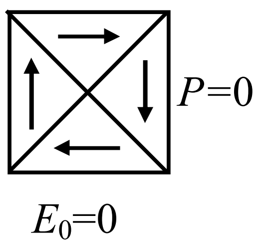
Относительная диэлектрическая проницаемость $\boldsymbol{\varepsilon}$ и диэлектрическая восприимчивость χ, являются функциями напряжённости электрического поля E в веществе. Вследствие этого в сегнетоэлектриках зависимость между векторами поляризации P и напряжённостью электрического поля E являются нелинейными

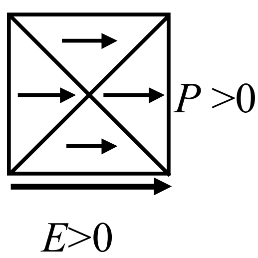
$$\varepsilon = f(E);\ \Rightarrow\Rightarrow\ \chi = f(E);\ \ldots\ \vec{P} = f(\vec{E}).$$



Нелинейная зависимость вектора поляризации от напряжённости даёт, что, и относительная диэлектрическая проницаемость так же зависит от напряжённости электрического поля нелинейно.

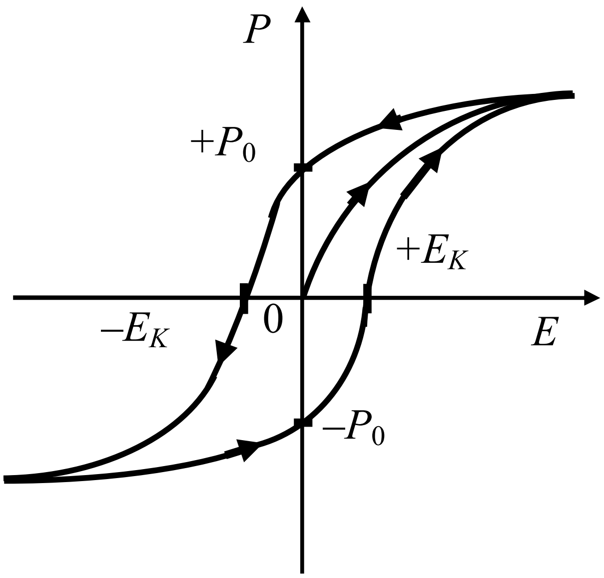
Монокристалл сегнетоэлектрика разбит на самопроизвольно поляризованные области, называемые ***доменами***. Самопроизвольная (спонтанная) поляризация доменов является результатом ориентации дипольных моментов внутри домена в определённом направлении и обусловлена кристаллической структурой кристалла. В отсутствии внешнего электрического поля векторы поляризации в различных доменах ориентированы хаотически и для большого кристалла или поликристалла в среднем суммарная поляризация равна нулю. Под действием электрического поля в сегнетоэлектриках происходит переориентация электрических моментов доменов и в кристалле появляется суммарная поляризация отличная от нуля. Это обусловлено изменением кристаллической структуры кристалла сегнетоэлектрика.





При $T > T_C$ силы взаимодействия между диполями не могут противодействовать тепловому движению молекул, и спонтанная поляризация доменов нарушается и сегнетоэлектрик превращается в обычный полярный диэлектрик. Резкое изменение теплоёмкости вещества в точке Кюри является доказательством того, что в точке Кюри происходит фазовый переход второго рода. Выше точки Кюри T_C существует неупорядоченная фаза и в отсутствии внешнего электрического поля диэлектрик не поляризован. При температурах ниже точки Кюри имеется упорядоченная фаза, признаком которой является спонтанная поляризация в доменах. Внутри домена $P = P_{max}$.

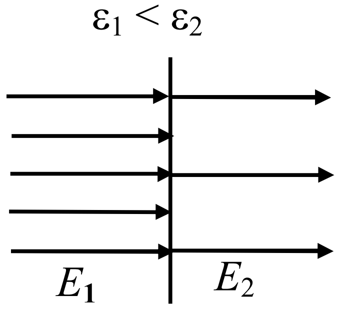
В некоторых сегнетоэлектриках переориентация доменов происходит в определённом температурном интервале – между верхней и нижней точками Кюри. Для сегнетовой соли это 298 К и 258 К.



В сегнетоэлектриках наблюдается явление диэлектрического гистерезиса (запаздывания). Из рисунка видно, что с увеличением напряжённости внешнего электрического поля E модуль вектора поляризации P возрастая, достигает насыщения в точке a. При уменьшении E до нуля у сегнетоэлектрика сохраняется остаточная поляризация, характеризуемая значением P_0 вектора поляризации. Поляризация исчезает полностью лишь под действием электрического поля противоположного направления с напряжённостью ($-E_K$), называемой ***коэрцитивной силой***. Периодическое изменение поляризации сегнетоэлектрика связано с затратой электрической энергии, расходуемой на нагревание вещества.

Площадь петли гистерезиса пропорциональна электрической энергии, которая превращается во внутреннюю энергию в единице объёма сегнетоэлектрика за один цикл.

Вектор электрического смещения (электрическая индукция)



При переходе электрического поля из одной диэлектрической среды в другую с разными относительными диэлектрическими проницаемостями $\boldsymbol{\varepsilon}$ напряжённость электрического поля изменяется скачком

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \Rightarrow\Rightarrow E_1 = E_2 \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Главной задачей электростатики является нахождение величины вектора напряжённости электрического поля E в различных электрических устройствах (кабели, конденсаторы и др.). Расчёты сами по себе не просты, а наличие разного сорта диэлектриков и проводников еще более усложняет эту работу.

Для упрощения расчётов была введена новая векторная величина – вектор электрического смещения (электрическая индукция)

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \cdot \vec{E}.$$

Нормальная составляющая вектора D остаётся неизменной при переходе из одной диэлектрической среды в другую. Это облегчает расчёт полей. Зная D и ε можно определить E

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Распишем вектор D

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \cdot \vec{E} = (1+\chi)\varepsilon_0 \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \chi\varepsilon_0 \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}.$$

Вектор D есть сумма двух векторов различной природы. Вектор E это главная характеристика поля, напряжённость. Вектор P это вектор поляризации. Он определяет электрическое состояние вещества в электрическом поле. В системе СИ он измеряется в Кл/м^2.

Для точечного заряда, например, получается

$$D = \frac{q}{4\pi \cdot r^2}.$$

Для вектора электрической индукции D имеет место принцип суперпозиции, как и для вектора напряжённости E.

Поток вектора электрического смещения

Аналогично потоку вектора E можно ввести понятие потока вектора D

$$\Phi_E = \int_S E_n \cdot dS, \Leftrightarrow\Leftrightarrow \Phi_D = \int_S D_n \cdot dS.$$

В однородном электрическом поле поток вектора электрической индукции будет равен

$$\Phi_D = D \cdot S \cdot \cos\alpha = D_n \cdot S.$$

Как известно теорема Остроградского-Гаусса для вектора E имеет вид

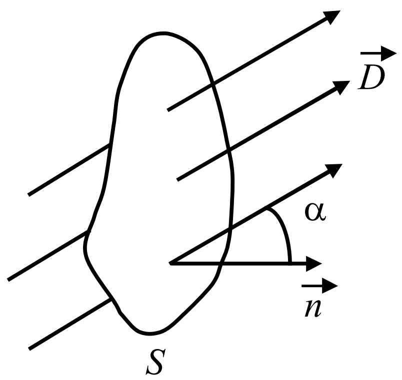
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Так как $\vec{E} = \dfrac{\vec{D}}{\varepsilon\varepsilon_0}$, то теорема Остроградского – Гаусса для вектора D запишется

$$\oint_S \vec{D} \cdot dS = \sum q_i .$$

Отсюда становится ясным смысл введения вектора D.

Поток вектора электрического смещения D через любую замкнутую поверхность определяется только свободными зарядами, а не всеми зарядами внутри объёма, ограниченного данной поверхностью.



Это позволяет не рассматривать связанные (поляризационные) заряды, влияющие на величину вектора напряжённости E, что упрощает решение многих задач.

Изменение векторов E и D на границе раздела двух диэлектриков

Рассмотрим поведение векторов E и D на границе раздела двух бесконечно протяжённых однородных изотропных диэлектриков. Пусть на границе раздела диэлектриков находится сторонний поверхностный заряд. Искомые условия можно получить с помощью двух теорем: теоремы о циркуляции вектора E и теоремы Остроградского – Гаусса для вектора D

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0; \Leftrightarrow \Leftrightarrow \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{\text{св}} .$$

Условие для вектора E

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} .$$

Таким образом, тангенциальная составляющая вектора E оказывается одинаковой по обе стороны границы раздела, т.е. не претерпевает скачка.

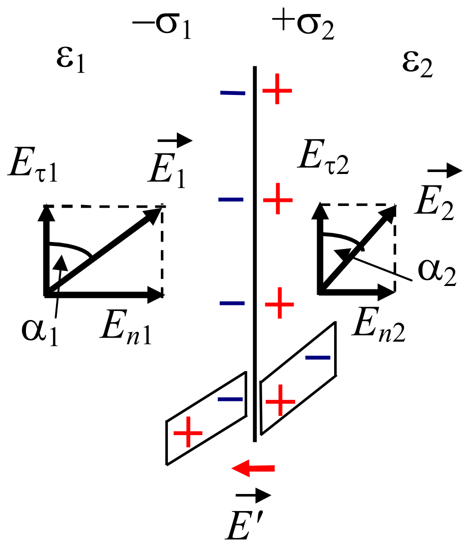
Условие для вектора D

$$D_{1n} = D_{2n} .$$

В этом случае нормальная составляющая вектора D скачка не испытывает, она оказывается одинаковой по разные стороны граница раздела.

Таким образом, если на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков нет сторонних зарядов, то при переходе этой границы, составляющие E_τ и D_n, изменяются непрерывно, без скачка. А E_n и D_τ претерпевают скачок.

Пусть $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. На границе раздела возникают поляризационные заряды с поверхностной плотностью σ_1 и σ_2. Дополнительное электрическое

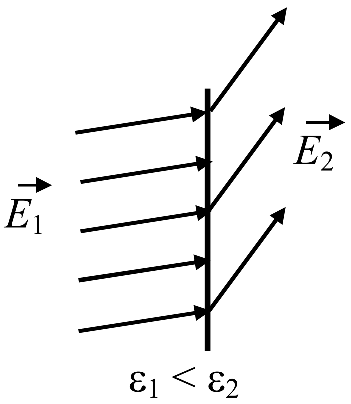


поле, создаваемое этими зарядами (E'), перпендикулярно поверхности раздела. Поэтому нормальные составляющие напряжённости электрического поля будут изменяться, а тангенциальные – нет

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \quad E_{\tau1} = E_{\tau2}.$$

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{E_{n1}}{E_{\tau1}};\Leftrightarrow\Leftrightarrow \mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{E_{n2}}{E_{\tau2}}.$$

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha_1}{\mathrm{tg}\alpha_2} = \frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$



Следовательно, будет происходить изменение направления вектора E при переходе из одной диэлектрической среды в другую.

Рассмотрим теперь, как будет вести себя вектор электрической индукции на границе раздела двух диэлектриков.

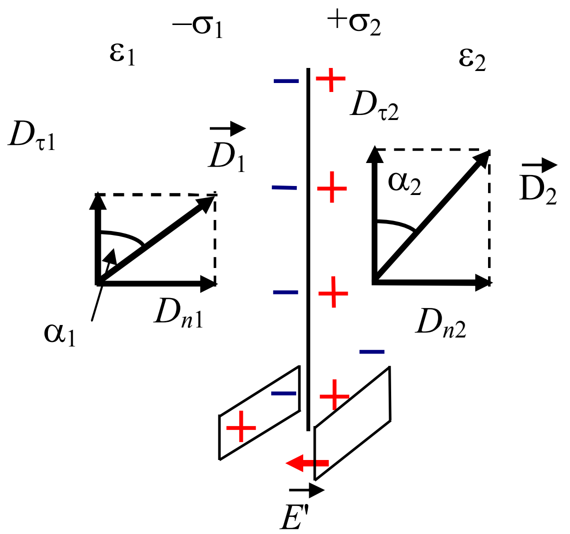
Мы знаем

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_1\varepsilon_0 \cdot \vec{E}_1, \Rightarrow \vec{D}_2 = \varepsilon_2\varepsilon_0 \cdot \vec{E}_2.$$

Соответственно для проекций запишем

$$D_{n1} = \varepsilon_1\varepsilon_0 \cdot E_{n1}, \Rightarrow\Rightarrow D_{\tau1} = \varepsilon_1\varepsilon_0 \cdot E_{\tau1}.$$

$$D_{n2} = \varepsilon_2\varepsilon_0 \cdot E_{n2}, \Rightarrow\Rightarrow D_{\tau2} = \varepsilon_2\varepsilon_0 \cdot E_{\tau2}. \ \varepsilon_2 > \varepsilon_1.$$

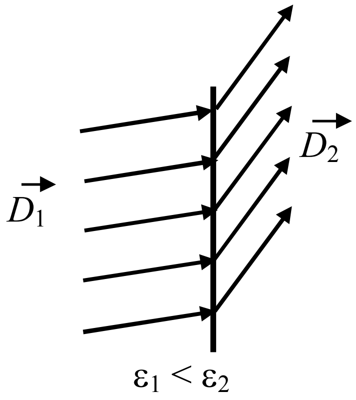


Таким образом, еще раз показали, что нормальная составляющая вектора не изменяется при переходе из одной диэлектрической среды в другую

$$D_{n1} = D_{n2}. \quad \frac{D_{\tau1}}{D_{\tau2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{D_{n1}}{D_{\tau1}}, \Rightarrow \mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{D_{n2}}{D_{\tau2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mathrm{tg}\alpha_1}{\mathrm{tg}\alpha_2} = \frac{D_{\tau2}}{D_{\tau1}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$



Тангенциальная составляющая вектора D изменяется в нашем случае (при $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$) $D_{\tau 1} > D_{\tau 2}$. Вектор D преломляется в ту же сторону и под тем же углом, что и вектор E

$$\Phi_D = \int\limits_S D_n \cdot dS.$$

Так как $D_{n1} = D_{n2}$, то теорема Остроградского – Гаусса справедлива при наличии границы раздела двух диэлектриков любой формы.

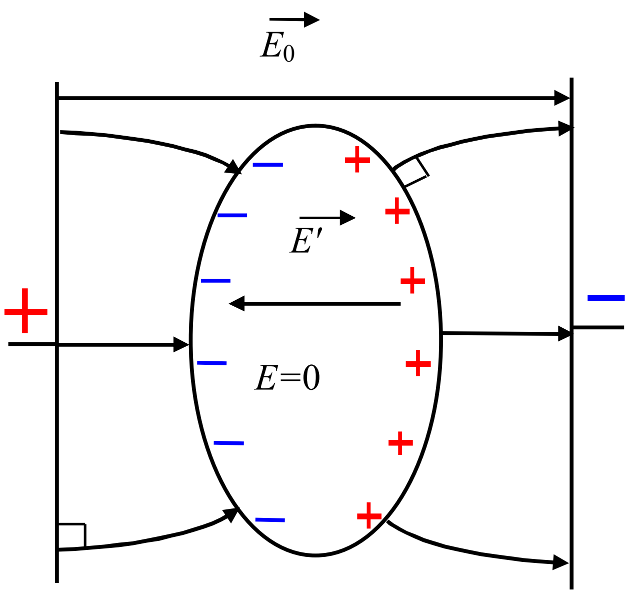
Проводники в электростатическом поле

Распределение электрических зарядов на проводнике

В проводниках имеются электрически заряженные частицы – носители заряда (электроны в металлах и ионы в электролитах), способные перемещаться по всему объёму проводника под действием внешнего электрического поля.

Носителями зарядов в металлах являются электроны проводимости.

При отсутствии электрического поля металлический проводник является электрически нейтральным. Электрическое поле, создаваемое положительными и отрицательными зарядами, взаимно компенсируют друг друга. При внесении металлического проводника во внешнее электрическое поле электроны проводимости перемещаются (перераспределяются) до тех пор, пока всюду внутри проводника электрическое поле электронов проводимости и положительных ионов не скомпенсирует внешнее электрическое поле.



Таким образом, в любой точке внутри проводника, находящегося в электростатическом поле, $E = 0$.

На поверхности проводника вектор E должен быть направлен по нормали к этой поверхности, иначе под действием составляющей E_τ, касательной к поверхности металла, заряды перемещались бы по проводнику. А это противоречило бы их статическому распределению.

В установившемся состоянии:

1) во всех точках внутри проводника напряжённость электростатического поля равна нулю (E = 0), а во всех точках поверхности $E = E_n$ ($E_\tau = 0$);

2) весь объём проводника, находящийся в электростатическом поле, эквипотенциален. Действительно в любой точке внутри проводника имеем

$$\frac{d\varphi}{dl} = -E = 0, \Rightarrow\Rightarrow \varphi = \text{const.}$$

Поверхность проводника тоже эквипотенциальна. Для любой линии на поверхности проводника можно записать

$$\frac{d\varphi}{dl} = -E_\tau = 0, \Rightarrow\Rightarrow \varphi_{\text{пов}} = \text{const.}$$

3) в заряженном проводнике не скомпенсированные заряды располагаются только на поверхности проводника. Их расталкивают кулоновские силы отталкивания.

Напряжённость поля вблизи поверхности заряженного проводника

$$E_n = \frac{D_n}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Напряжённость поля вблизи поверхности заряженного проводника прямо пропорциональна поверхностной плотности зарядов σ.

Электроёмкость

Сообщённый проводнику заряд распределяется по его поверхности так, чтобы напряжённость поля внутри проводника была равна нулю. Такое распределение заряда является единственно возможным. Если проводнику, уже несущему заряд q, сообщить ещё заряд, то второй заряд должен распределиться по проводнику точно таким же образом, как и первый заряд, т.е. чтобы внутри проводника E = 0. Всё это справедливо для уединённого проводника. Если вблизи находятся другие тела, то появляются индуцированные заряды, и они могут исказить идеальную картину.

Итак, различные по величине заряды распределяются на уединённом проводнике *подобным* образом (отношение плотностей заряда в двух произвольных точках поверхности проводника при любом заряде будет одним и тем же).

Отсюда вытекает, что потенциал уединённого проводника пропорционален находящемуся на нём заряду

$$q = C \cdot \varphi.$$

Коэффициент пропорциональности между потенциалом и зарядом называется электроёмкостью

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Ёмкость численно равна заряду, сообщение которого проводнику вызывает повышение его потенциала на единицу

$$1\,\Phi = \frac{1\,\text{Кл}}{1\,\text{В}}.$$

В системе СИ ёмкость измеряется в фарадах (большая величина).

Ёмкость уединенного шара.

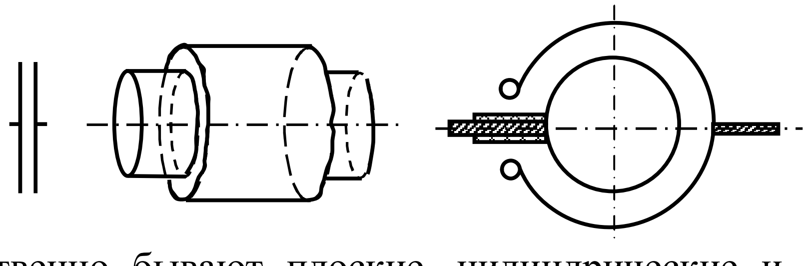
$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \cdot R.$$

Ёмкостью 1 Ф обладал бы уединенный шар радиуса $9{\cdot}10^9$ м (для сравнения радиус Земли равен $6{,}378{\cdot}10^6$ м).

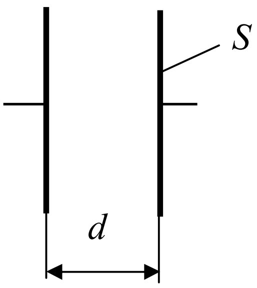
Конденсаторы

Уединённые проводники обладают небольшой электроёмкостью. Вместе с тем необходимы устройства, которые бы при небольших размерах «конденсировали» бы большое количество заряда. В устройствах, называемых конденсаторами, положен тот факт, что, ёмкость проводника возрастает при приближении к нему других тел. Индуцированные заряды одного тела подтягивают к себе заряды другого тела. И потенциал проводника уменьшается.

Конденсатор – это два проводника, расположенных близко друг от друга. Эти проводники называются *обкладками*. Чтобы внешние тела не оказывали влияние на ёмкость конденсаторов, обкладкам придают такую форму и так располагают друг относительно друга, чтобы поле, создаваемое зарядом конденсатора, было сосредоточено внутри конденсатора. Этому условию удовлетворяют две пластины, два коаксиальных (имеющих одну ось) цилиндра, две концентрические сферы (имеющие общий центр).



Соответственно бывают плоские, цилиндрические и сферические конденсаторы. Так же как электрическое поле заключено внутри конденсатора, то и линии электрического смещения начинаются на положительной обкладке и заканчиваются на отрицательной обкладке, никуда не исчезая. Следовательно, заряды на обкладках противоположны по знаку и одинаковы по величине.



Ёмкость конденсатора будет равна

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U},$$

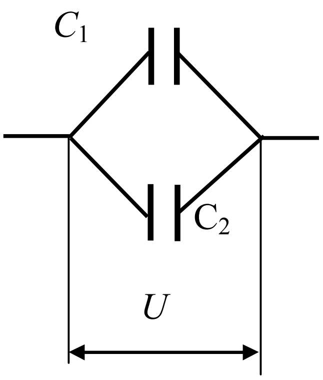
U – напряжение между обкладками.

Ёмкости плоского конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \cdot S}{d}.$$

Помимо ёмкости каждый конденсатор характеризуется рабочим напряжением $U_{\text{раб}}$ или для высоковольтных конденсаторов – пробивным напряжением $U_{\text{пр}}$ (максимально допустимое напряжение).

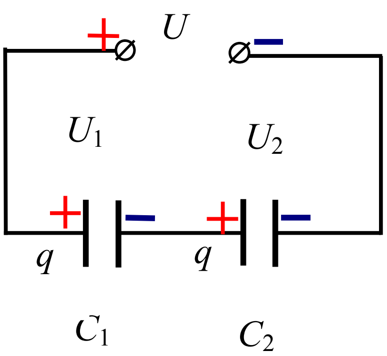
Соединение конденсаторов



При параллельном соединении общим (одинаковым) является напряжение U.

При параллельном соединении суммарная ёмкость равна

$$C = \sum_{i=1}^{N} C_i.$$



При последовательном соединении конденсаторов крайние обкладки батареи конденсаторов зарядятся разноимёнными зарядами $\pm q$. Вследствие электростатической индукции на всех промежуточных пластинах наведутся заряды, также численно равные $\pm q$. Следовательно, одинаковым для конденсатора является заряд q.

При последовательном соединении конденсаторов общая ёмкость рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}.$$

Если необходимо увеличить ёмкость, то конденсаторы собирают в батарею параллельно. Если необходимо повысить рабочее напряжение конденсаторы собирают в батарею последовательно, но при этом ёмкость уменьшается.

Энергия заряженного проводника

Заряд q, находящийся на некотором проводнике, можно рассматривать как систему точечных зарядов q_i. Ранее мы получили выражение для энергии взаимодействия системы зарядов

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\varphi_i \cdot q_i.$$

здесь φ_i – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме q_i в той точке, где помещается заряд q_i.

Поверхность проводника является эквипотенциальной. Поэтому потенциалы тех точек, в которых находятся точечные заряды q_i, одинаковы и равны потенциалу φ проводника. Воспользовавшись предыдущим выражением, получим выражение для энергии заряженного проводника

$$W_{\Pi} = \frac{1}{2}\sum \varphi \cdot q_i = \frac{1}{2}\varphi \sum q_i = \frac{1}{2}\varphi \cdot q.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{C \cdot U^2}{2}.$$

Энергию конденсатора можно переписать в другой форме

$$W = \frac{1}{2}C \cdot U^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}q \cdot U.$$

Энергия электрического поля.

Возникает вопрос. Где сосредоточена энергия конденсатора? На обкладках, т.е. на зарядах? А может быть она сосредоточена в пространстве между обкладками, т.е. в электрическом поле? Только опыт может дать ответ на этот вопрос.

В пределах электростатики дать ответ на этот вопрос невозможно. Заряды и поля, которые они создают, не могут существовать обособленно. Их нельзя разделить. Однако переменные поля могут существовать независимо от возбуждающих их зарядов (например, излучение Солнца, радиоволны) и они переносят энергию. Эти факты заставляют признать, что носителем энергии является поле. Рассмотрим энергию в плоском конденсаторе

$$W = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \cdot S \cdot U^2}{2 \cdot d} \cdot \left|\frac{d}{d}\right| = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 \cdot S \cdot d = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \cdot E^2}{2}V;$$

$$\frac{U}{d} = E, \Leftrightarrow S \cdot d = V.$$

Если поле однородно, то заключенная в нём энергия распределяется в пространстве с постоянной объёмной плотностью энергии $W^* = W/V$.

Эта формула справедлива и для неоднородного поля, где напряжённость поля E – значение напряжённости поля в данной точке

$$W^* = \frac{E \cdot D}{2},$$

так как $D = \varepsilon\varepsilon_0 \cdot E$, то можно записать.

$$W^* = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \cdot E^2}{2}.$$

2.2. Примеры решения задач

1. Сплошной диэлектрический шар ($\varepsilon = 3$) радиусом $R = 5$ см заряжен равномерно с объемной плотностью заряда $\rho = 10$ нКл/м^3. Определить энергию электростатического поля, заключенную внутри шара

$$dW = wdV,$$

где объемная плотность энергии $w = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$; E – напряженность электрического поля

$$E = \frac{D}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

D – электрическая индукция.

Элементарный объем $dV = 4\pi r^2 dr$.

Поток вектора D: $\oint\limits_S D_n dS = \int\limits_V \rho dV$, $D \cdot 4\pi r^2 = \rho \dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Тогда объемная плотность энергии будет равна

$$w = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\rho^2 r^2}{18\varepsilon\varepsilon_0}.$$

В итоге энергия внутри шара:

$$W = \int w \cdot dr = \int_0^R w \cdot 4\pi \cdot r^2 dr = \frac{\rho^2 4\pi}{18\varepsilon\varepsilon_0}\int_0^R r^4 dr = \left.\frac{2\pi \cdot \rho^2 \cdot r^5}{9\varepsilon\varepsilon_0 \cdot 5}\right|_0^R = \frac{2\pi\rho^2}{45\varepsilon\varepsilon_0} R =$$

$$= \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot \left(10 \cdot 10^{-9}\right)^2}{45 \cdot 3 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} (0{,}05)^5 = 0{,}164 \text{ пДж}.$$

2. В однородное электростатическое поле напряженностью E_0 = 700 В/м перпендикулярно полю поместили стеклянную пластинку (ε = 7) толщиной d = 1,5 мм и площадью S = 200 см^2.

Определить: 1) поверхностную плотность связанных зарядов σ' на стекле; 2) энергию электростатического поля, сосредоточенную в стеклянной пластине.

Напряженность поля в стекле: $E = \dfrac{E_0}{\varepsilon}$, а электрическая индукция $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$, $D = \varepsilon_0 E + P$, где P – вектор поляризации, нормальная которого равна поверхностной плотности связанных зарядов

$$\sigma' = P = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)E_0}{\varepsilon} = \frac{7(7-1)\cdot 700}{7} = 5{,}31 \text{ нКл/м}^2.$$

Энергия

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\cdot S\cdot d = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2\varepsilon}\cdot S\cdot d =$$

$$= \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}(700)^2}{2\cdot 7}\cdot 200\cdot 10^{-4}\cdot 1{,}5\cdot 10^{-3} = 9{,}29 \text{ пДж}.$$

3. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком (ε = 7). Площадь пластин конденсатора S = 50 см^2. Определить поверхностную плотность связанных зарядов σ' на поверхности диэлектрика, пластины конденсатора притягивают друг друга с силой F = 1 мН.

Заряд на пластинах конденсатора $q = \sigma\cdot S$. Модуль силы притяжения пластин $|F| = \dfrac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} = \dfrac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0}$. Отсюда $\sigma = \sqrt{\dfrac{2\varepsilon\varepsilon_0 F}{S}}$. Напряженность поля между пластинами конденсатора $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \sqrt{\dfrac{2F}{\varepsilon\varepsilon_0 S}}$. Тогда поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике равна

$$\sigma' = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = (\varepsilon - 1)\sqrt{\frac{2\varepsilon_0 F}{\varepsilon\cdot S}} =$$

$$= (7-1)\sqrt{\frac{2\cdot 1\cdot 10^{-3}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}{7\cdot 50\cdot 10^{-4}}} = 4{,}27 \text{ мкКл/м}^2.$$

4. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора S = 1 м^2, а расстояние между ними d = 1,5 мм. Найти емкость конденсатора.

Емкость плоского конденсатора определяется соотношением $C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d$. Для воздуха ε = 1.

Подставив числовые значения получим:

$$C = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 5,9 \text{ нФ}.$$

5. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора S = 0,01 м^2, а расстояние между ними d = 5 мм. К пластинам приложена разность потенциалов U_1 = 300 В. После отключения конденсатора от источника напряжения пространство между пластинами, заполняют диэлектриком (ε = 2,5). Какова будет разность потенциалов U_2 между пластинами после заполнения диэлектриком? Найти емкости конденсатора C_1 и C_2 и поверхностные плотности заряда σ_1 и σ_2 на пластинах до и после заполнения.

Так как заполнение диэлектриком происходит после отключения от источника напряжения, то заряд на пластинах сохраняется q = const.

Поверхностная плотность заряда на пластинах σ = q/S = const. $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{U}{d}$, то после заполнения имеем $\sigma \cdot d = U_1 \varepsilon\varepsilon_0$ и $\sigma \cdot d = U_2 \varepsilon\varepsilon_0$. Приравнивая правые части имеем

$$U_1 \varepsilon_1 = U_2 \varepsilon_2,$$

откуда $U_2 = \frac{U_1 \cdot \varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{300 \cdot 1}{2,5} = 120$ В.

До и после заполнения конденсатора имеем

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S}{d} = \frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01}{5 \cdot 10^{-3}} = 17,7 \text{ пФ}.$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d} = \frac{2,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,01}{5 \cdot 10^{-3}} = 44,25 \text{ пФ}$$

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{C_1 U_1}{S} = \frac{17,7 \cdot 10^{-12} \cdot 300}{0,01} = 531 \text{ нКл/м}^2.$$

2.3. Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Плоский воздушный конденсатор с горизонтальными пластинами наполовину залит жидкостью с диэлектрической проницаемостью 43. Какую часть конденсатора надо залить этой жидкостью при вертикальном расположении пластин, чтобы ёмкость не изменилась?

2. Для изготовления конденсатора использовали две ленты алюминиевой фольги длиной 530 см и шириной 8 см. Толщина ленты 414 мкм, диэлектрическая проницаемость материала ленты 43. Какая энергия запасена в конденсаторе, если он заряжен до напряжения 849 В?

3. Внутри шара из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью 39 создано однородное электрическое поле с напряжённостью 331 В/м. Найти максимальную поверхностную плотность связанных зарядов в нКл/м^2.

4. Площадь пластины плоского конденсатора 5973 см^2, а расстояние между ними 1028 мкм. Вблизи одной пластины находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью 10 и толщиной 366 мкм, а в остальной части – воздух. Найти в пФ ёмкость конденсатора.

5. Плоский воздушный конденсатор с площадью каждой пластины 438 см^2 и расстоянием между ними 394 мкм заряжают до напряжения 74 В и отключают от источника питания. Найти напряжение на конденсаторе, если пластины раздвинуть до расстояния 14 мм.

6. Расстояние между обкладками плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков. Толщины слоёв соответственно равны 306 мкм и 180 мкм, а относительные диэлектрические проницаемости – 15 и 40. Площадь каждой обкладки 293 см^2. Найти ёмкость конденсатора в нФ.

7. Находящаяся в вакууме диэлектрическая пластина ($\varepsilon = 41$) внесена в однородное электрическое поле с напряжённостью 369 В/м. Угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля составляет 10°. Найти в пКл/м^2 плотность связанных зарядов на пластине.

8. Между обкладками плоского конденсатора находится изолирующая пластина толщиной 278 мкм с диэлектрической проницаемостью 5. Площадь каждой обкладки 501 см^2. Конденсатор заряжен до напряжения 440 В и отключен от источника. Какую механическую работу надо совершить, чтобы вынуть пластину из конденсатора? Трением пренебречь.

9. В однородное электрическое поле с напряжённостью 81 кВ/м помещена бесконечная плоскопараллельная пластина из однородного и изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью 44. Пластина расположена перпендикулярно к направлению вектора напряженности. Определить поверхностную плотность связанных зарядов в нКл/м^2.

10. В центре диэлектрического шара (ε = 49) радиусом 37 см помещён заряд 25 нКл. Шар окружён безграничным диэлектриком с диэлектрической проницаемостью 7. Определить поверхностную плотность поляризационных зарядов.

Тесты

1. Что характеризует вектор поляризации $\vec{P}$?

1) Дипольный момент единицы объема диэлектрика;

2) Дипольный момент атома (молекулы) диэлектрика;

3) Величину, показывающую во сколько раз электрическое поле, возрастает в диэлектрике;

4) Величину, показывающую во сколько раз электрическое поле, уменьшается в диэлектрике.

2. Укажите выражения теоремы Гаусса для поля вектора электрического смещения $\vec{D}$.

а) $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$; б) $\oint\limits_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_{\text{свободн}}$; в) $\nabla\vec{D} = \rho_{\text{свободн}}$;

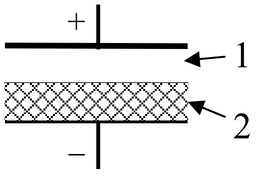
г) $\oint\limits_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_{\text{свободн}} + q_{\text{связан}}$; д) $\nabla\vec{D} = \rho_{\text{свободн}} + \rho_{\text{связан}}$.

1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д; 6) а, б; 7) а, в; 8) б, в; 9) а, г; 10) а, д; 11) г, д.

3. Воздушный конденсатор частично заполнен диэлектриком. В какой из его частей больше напряженность электрического поля E, а в какой – электрическое смещение D?

а) электрическое смещение больше в области 1;

б) напряженность электрического поля больше в области 1;



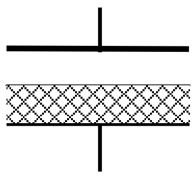
в) электрическое смещение больше в области 2;

г) напряженность электрического поля больше в области 2;

д) напряженность электрического поля одинакова в обеих областях;

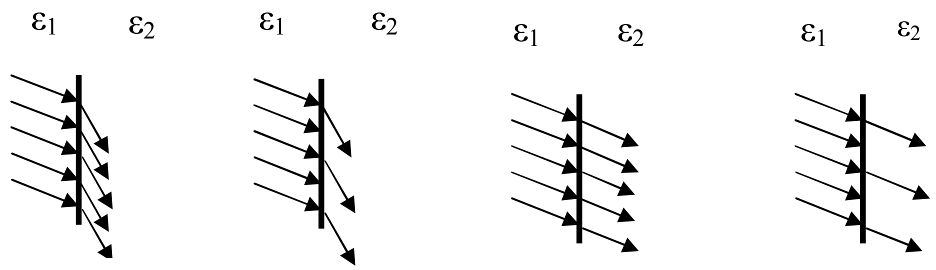
е) электрическое смещение одинаково в обеих областях.

1) а, б; 2) а, г; 3) а, д; 4) б, в; 5) б, е; 6) в, г; 7) в, д; 8) д, е.



4. Найти емкость плоского конденсатора, изображенного на рисунке, половина объема которого заполнено диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью 3. Площадь каждой обкладки конденсатора равна 10 см^2, а расстояние между ними 1 мм. Ответ дать в пФ.

5. Укажите номер рисунка, на котором изображены линии вектора электрической индукции $\vec{D}$ на границе раздела двух диэлектриков с $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$.



1) 2) 3) 4)

2.4. Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Конденсатор ёмкостью 4 мкФ, заряженный до разности потенциалов 641 В, соединили параллельно с заряженным до 228 В конденсатором неизвестной ёмкости. В результате разность потенциалов на батарее конденсаторов стала равной 480 В. Определить в мкФ ёмкость второго конденсатора.

2. Конденсатор состоит из трёх полосок металлической фольги, площадью по 232 см^2 каждая, разделенных двумя слоями диэлектрика с диэлектрической проницаемостью 17 и толщиной 6583 мкм каждый. Крайние полоски фольги соединены между собой. Определить в нФ ёмкость этого конденсатора.

3. Площадь каждой пластины плоского конденсатора 3596 см^2, а расстояние между ними 1292 мкм. В конденсаторе вблизи одной пластины находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью 40 и толщиной 385 мкм, а в остальной части – воздух. Определить в пФ ёмкость конденсатора.

4. Площадь каждой пластины плоского воздушного конденсатора 479 см^2, а расстояние между ними 26 мм. К пластинам приложено напряжение 1 кВ. Конденсатор отключают от источника, и пластины раздвигают до расстояния 50 мм. Определить, на сколько изменяется энергия конденсатора.

5. Конденсатор ёмкостью 2230 мкФ был заряжен до разности потенциалов 561 В. После отключения от источника, он был соединён параллельно с другим незаряженным конденсатором ёмкостью 8524 мкФ. Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

6. Заряд на обкладках плоского конденсатора ±258 нКл. Между обкладками – диэлектрик. Его диэлектрическая проницаемость изменяется от 47 у положительной обкладки, до 6 – у отрицательной. Определить в нКл суммарный связанный заряд, возникающий во всём объёме диэлектрика.

7. Плоский конденсатор, площадь каждой пластины которого 75 см^2, заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью 22. Определить напряжённость поля в конденсаторе, если заряд на каждой пластине равен 20 нКл.

8. В пространство между обкладками незаряженного плоского воздушного конденсатора вводят металлическую пластину, имеющую заряд 444 нКл, так, что между пластиной и обкладками остаются зазоры 1082 мкм и 215 мкм. Площади пластины и обкладок одинаковы и равны 160 см^2. Найти разность потенциалов между обкладками конденсатора.

9. Между пластинами плоского конденсатора, площадь каждой пластины которого 4487 см^2, помещён слоистый диэлектрик, состоящий из 6 слоёв вещества с диэлектрической проницаемостью 15 и 7 слоёв – с диэлектрической проницаемостью 20. Слои чередуются, и каждый имеет толщину 219 мкм. Найти в нФ ёмкость конденсатора.

10. Для изготовления конденсатора использовали две ленты алюминиевой фольги длиной 187 см и шириной 3 см. Толщина ленты 497 мкм, а диэлектрическая проницаемость материала ленты 19. Какая энергия запасена в конденсаторе, если он заряжен до напряжения 533 В?

Тесты

1. Диэлектрическая восприимчивость это …

1) физическая величина, мера способности вещества поляризоваться под действием электрического поля;

2) физическая величина, показывающая во сколько раз электрическое поле, ослабляется в диэлектрике;

3) физическая величина, показывающая во сколько раз электрическое поле, усиливается в диэлектрике;

4) дипольный момент единицы объема диэлектрика.

2. Укажите выражение, которое описывает напряженность электрического поля E вблизи поверхности заряженного проводника (σ – поверхностная плотность заряда; ε_0 – электрическая постоянная; q – заряд внутри проводника).

1) $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; 2) $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$; 3) $E = \dfrac{q}{\varepsilon_0}$; 4) $E = 0$.

3. Что происходит с атомами (молекулами) диэлектрика при помещении его электростатическое поле?

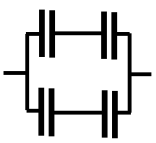
а) положительные заряды смещаются по полю;

б) отрицательные заряды смещаются против поля;

в) положительные заряды движутся к отрицательному электроду;

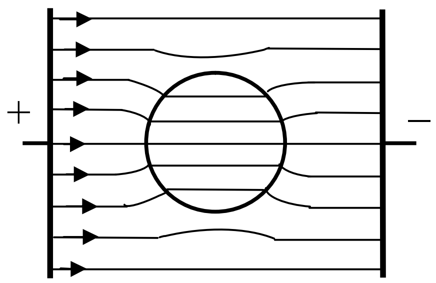
г) отрицательные заряды движутся к положительному электроду.

1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) а, б; 6) а, в; 7) б, г; 8) в, г.



4. Определить емкость батареи конденсаторов, соединенных по схеме, показанной на рисунке. Емкость каждого конденсатора равна 1 мкФ. Ответ дать в мкФ.

5. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено жидким диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ε_1. В жидкости находится твердый диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью ε_2. Силовые линии имеют вид, показанный на рисунке. Линии, какого вектора: электрической индукции $\vec{D}$ или напряженности электрического поля $\vec{E}$ показаны на рисунке и какая диэлектрическая проницаемость больше?



1) Линии $\vec{D}$; $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$;

2) Линии $\vec{D}$; $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$;

3) Линии $\vec{D}$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$;

4) Линии $\vec{E}$; $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$;

5) Линии $\vec{E}$; $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$;

6) Линии $\vec{E}$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$.

2.5. Вопросы для самоконтроля

1. В чем суть явления поляризации диэлектриков?

2. Что такое вектор поляризации?

3. Каков физический смысл относительной диэлектрической проницаемости?

4. Какие вещества называются сегнетоэлектриками?

5. Как связан вектор электрического смещения с вектором напряженности электрического поля и вектором поляризации?

6. Что такое поток вектора электрического смещения? Чем он отличается от потока вектора напряженности электрического поля?

7. Что такое электроемкость?

3. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

3.1. Электрический ток. Плотность тока

Если в проводнике создать электрическое поле, то ***свободные*** заряды придут в упорядоченное движение.

Упорядоченное движение зарядов называется электрическим током.

Его принято характеризовать величиной тока или силой тока. Это скалярная величина.

Сила тока есть величина, равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника в единицу времени

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Для постоянного тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \equiv \frac{q}{t}.$$

Для существования тока проводимости необходимо два условия:

1) наличие свободных носителей заряда;

2) наличие электрического поля, т.е. градиента (разности) потенциала ($E = -d\varphi/dx$).

Электрический ток может быть обусловлен движением как отрицательных, так и положительных зарядов. Перенос отрицательного заряда эквивалентен переносу такого же количества положительного заряда в противоположном направлении.

Необходимо помнить, что направлением электрического тока считается направление движения положительных электрических зарядов. Однако, в действительности, в металлах ток осуществляется упорядоченным движением электронов проводимости, которые движутся в направлении, противоположном направлению тока. Так сложилось исторически. Если движутся заряды обеих знаков, то выражение для тока имеет вид

$$I = \frac{dq_+}{dt} + \frac{dq_-}{dt}.$$

Электрический ток может быть распределён неравномерно по сечению проводника, через которое он протекает. Более детально ток характеризуется вектором плотности тока (j)

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

Плотность тока в некоторой точке численно равна току через единичную площадку, расположенную в данной точке перпендикулярно к направлению движения носителей заряда.

Поле вектора плотности тока j можно изобразить с помощью линий тока, которые строятся, так же как и силовые линии поля. Это линии, касательные к которым совпадают с направлением j.

Зная плотность ток j можно найти ток

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}, \Leftrightarrow \text{или} \Leftrightarrow I = \int_S j_n \cdot dS.$$

Запишем важное выражение для плотности тока

$$\vec{j} = en \cdot \vec{\upsilon}.$$

Если имеются свободные заряды обеих знаков то можно записать

$$j = q_+ \cdot n_+ \cdot \upsilon_+ + q_- \cdot n_- \cdot \upsilon_-.$$

Ток, не изменяющийся по величине со временем, называется постоянным током $I = q/t$.

В СИ единицей силы тока является ампер, это основная единица системы СИ.

Электродвижущая сила

Для того чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, необходимо от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить, а к концу с большим потенциалом непрерывно подводить электрические заряды. Необходим круговорот зарядов. Поэтому в замкнутой цепи наряду с «нормальным» движением зарядов должны быть участки, на которых движение положительных зарядов происходит в направлении возрастания потенциала, т.е. против сил электрического поля.

Перемещение заряда на этих участках возможно лишь с помощью сил не электрического происхождения (сторонних сил). Это химические процессы (электрические батареи), диффузия носителей заряда (аккумуляторы), вихревые электрические поля (электрогенераторы).

Сторонние силы можно характеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися зарядами.

Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (эдс), действующей в цепи

$$\varepsilon = \frac{A}{q}.$$

Измеряется в Дж/Кл. Размерность эдс совпадает с размерностью потенциала *В*.

Для замкнутой

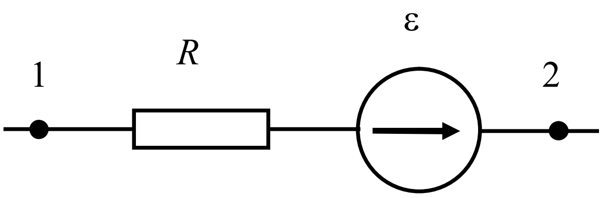
$$\varepsilon = \oint \vec{E}^* \cdot d\vec{l},$$

E^* – напряжённость поля сторонних сил.

Циркуляция вектора напряжённости сторонних сил равна эдс (алгебраической сумме эдс), действующей в замкнутой цепи.

Обобщённый закон Ома для неоднородного участка цепи

Рассмотрим неоднородный участок цепи, т.е. участок содержащий эдс.



Напряжённость поля ***E*** в любой точке цепи равна векторной сумме кулоновского поля E_e и поля сторонних сил E^*

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}^*.$$

Величина, численно равная работе по переносу единичного положительного заряда суммарным полем кулоновских и сторонних сил на участке цепи (1–2), называется напряжением на этом участке цепи (U_{12})

$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E}_e \cdot d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}^* \cdot d\vec{l}.$$

Так как напряжённость связана с потенциалом, то можно записать

$$\vec{E}_e \cdot d\vec{l} = -d\varphi. \qquad U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}. \qquad (1)$$

Эдс может быть как со знаком плюс, так и со знаком минус.

Напряжение на концах участка цепи совпадает с разностью потенциалов только в том случае, когда на данном участке цепи нет эдс ($U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$).

Известно, что $U_{12} = I \cdot R_{12}$, тогда (1) перепишется

$$I \cdot R_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}.$$

Это выражение представляет собой обобщённый закон Ома. Он выражает закон сохранения и превращения энергии применительно к участку цепи постоянного тока. Он в равной мере справедлив как для пассивных (не содержащих эдс) участков цепи, так и для активных участков.

В замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$ и $\varepsilon = I \cdot R_\Sigma$, тогда получаем

$$I = \frac{\varepsilon}{R_\Sigma}. \qquad R_\Sigma = R + r,$$

где r – сопротивление источника эдс.

Величина сопротивления зависит от формы, размеров проводника и свойств материала, из которого он изготовлен.

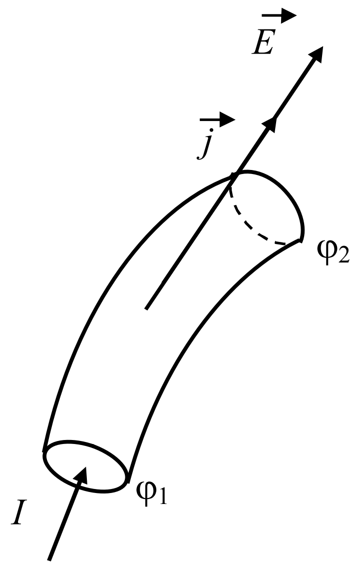
Для однородного проводника сопротивление можно найти с помощью выражения

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

ρ – удельное сопротивление, измеряемое в Ом·м; l и S – длина и площадь поперечного сечения проводника.

Для неоднородного участка цепи выражение имеет вид $R_{12} = \int\limits_1^2 \rho \frac{dl}{S}$.

Найдём связь между вектором плотности тока j и вектором напряжённости электрического поля E.



В изотропном проводнике носители заряда движутся в направлении действия силы, т.е. направление вектора j совпадает с направлением вектора напряжённости E

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E \cdot dl}{\rho \frac{dl}{dS}} = \frac{E \cdot dS}{\rho}.$$

Тогда плотность тока $j = \frac{dI}{dS} = \frac{1}{\rho} E.$

$\sigma = 1/\rho$ – удельная электрическая проводимость или электропроводность, которая измеряется $(\text{Ом·м})^{-1}$ = Сим (сименс). Тогда можно записать

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}.$$

Мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

Рассмотрим произвольный участок цепи, к концам которого приложено напряжение U. За время dt через каждое сечение проводника проходит заряд $dq = I \cdot dt$.

При этом силы электрического поля, действующие на данном участке, совершают работу

$$dA = U \cdot dq = U \cdot I \cdot dt.$$

Разделим работу на время и получим выражение для мощности

$$N = \frac{dA}{dt} = U \cdot I.$$

Независимо друг от друга Джоуль и Ленц установили закон, что при протекании тока в проводнике выделяется определённое количество теплоты

$$Q = R \cdot I^2 \cdot t.$$

Если ток изменяется со временем то выражение запишется следующим образом

$$Q = \int_0^t R \cdot I_t^2 \cdot dt.$$

Следовательно нагрев происходит за счёт работы, совершаемой силами поля над зарядом $Q = U \cdot I \cdot t = A$.

Получим закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$dQ = R \cdot I^2 dt = \rho \frac{dl}{dS}\left(j \cdot dS \right)^2 \cdot dt = \rho \cdot j^2 \cdot dl \cdot dS \cdot dt = \rho \cdot j^2 \cdot dV \cdot dt.$$

$dV = dl \cdot dS$ – элементарный объём.

Тогда количество теплоты, выделяющейся в единице объёма в единицу времени будет равно

$$Q_{\text{уд}} = \rho \cdot j^2.$$

Эта формула выражает закон Джоуля – Ленца в локальной форме.

Удельная тепловая мощность тока пропорциональна квадрату плотности электрического тока и удельному сопротивлению среды в данной точке.

Последнее уравнение представляет собой наиболее общую форму закона Джоуля – Ленца, применимую к любым проводникам вне зависимости от их формы, однородности и природы сил, возбуждающих электрический ток.

Так как выделяющаяся теплота равна работе сил электрического поля, то для мощности, выделяющейся в единице объёма можно записать

$$N_{\text{уд}} = \rho \cdot j^2.$$

3.2. Примеры решения задач

1. Оценить среднюю скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике, по которому течет ток плотностью j = 25 A/см^2. Плотность меди ρ = 8,93·10^3 кг/м^3. Молярная масса меди μ = = 64·10^{-3} кг/моль. Число Авагадро N_A = 6,02·10^{23} 1/моль.

Скорость может быть найдена из соотношения

$$\upsilon = J \Big/ (e \cdot n).$$

Оценим концентрацию носителей заряда в медном проводнике. Медь – элемент первой группы, поэтому число свободных электронов примерно равно числу атомов. Поэтому концентрация электронов проводимости будет равна

$$n = \frac{\rho}{\mu} N_A \frac{8,93 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{64 \cdot 10^{-3}} = 8,4 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Тогда скорость направленного движения электронов

$$\upsilon = \frac{25 \cdot 10^4}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,4 \cdot 10^{28}} = 1,86 \cdot 10^{-5} \text{ м / с}.$$

2. Найти внутреннее r сопротивление и напряжение на зажимах элемента U с ЭДС ε = 2,1 В, находящегося ни расстоянии l = 20 м от потребителя электрической энергии, если при сопротивлении потребителя R = 2 Ом ток в цепи равен I = 0,7 А. Провода – медные диаметром d = 1,2 мм; удельное сопротивление меди ρ = 0,017 мк Ом·м.

Сопротивление подводящих проводов длины 2 l равно

$$R_0 = \rho \frac{2\ell}{S} = \rho \frac{2\ell}{\pi d^2 / 4} = \rho \frac{8\ell}{\pi d^2},$$

где ρ – удельное сопротивление проводника; d – диаметр проводника.

$$R_0 = \frac{8 \cdot 20 \cdot 1,7 \cdot 10^{-8}}{3,14 \cdot \left(1,2 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 0,6 \text{ Ом}.$$

Сила тока в цепи согласно закону Ома для полной цепи равна $I = \dfrac{\varepsilon}{R + R_0 + r}$.

Откуда находим внутреннее сопротивление элемента

$$r = \frac{\varepsilon - IR - IR_0}{I} = \frac{\varepsilon}{I} - \left(R + R_0\right),$$

$r = 2{,}1/0{,}7 - (2+0{,}6) = 0{,}4$ Ом.

Согласно закону Ома для участка цепи напряжение на зажимах элемента будет равно

$U = I\,(R + R_0)$;

$U = 0{,}7\,(2 + 0{,}6) = 1{,}82$ В.

3. Элемент замкнут сначала на внешнее сопротивление $R_1 = 2$ Ом, а затем на внешнее сопротивление $R_2 = 0{,}5$ Ом. Найти ЭДС элемента ε и его внутреннее сопротивление r, если известно, что в каждом из этих случаев мощность, развиваемая во внешней цепи, одинакова и равна $N_1 = N_2 = N = 2{,}54$ Вт.

Закон Ома для полной цепи в первом и втором случаях имеет вид

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}. \qquad (1)$$

Мощность, развиваемая током во внешней цепи, равна $N_1 = I_1^2\,R$; $N_2 = I_2^2\,R$, откуда

$$\mathrm{I}_1 = \sqrt{\frac{N}{R_1}} = \sqrt{\frac{2{,}54}{2}} = 1{,}127 \text{ А}; \ \mathrm{I}_2 = \sqrt{\frac{N}{R_2}} = \sqrt{\frac{2{,}54}{0{,}5}} = 2{,}254 \text{ А}.$$

Подставим полученные значения токов в формулы (1), получим:

$$1{,}127 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; \qquad 2{,}254 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}.$$

Из полученных уравнений легко найти неизвестные ε и r, разделив первое уравнение на второе: $0{,}5 = \dfrac{R_2 + r}{R_1 + r}$.

Вычислим внутреннее сопротивление r: $0{,}5R_1 + 0{,}5r = R_2 + r$,

$0{,}5r = 0{,}5R_1 - R_2$; $r = \dfrac{0{,}5R_1 - R_2}{0{,}5} = \dfrac{0{,}5 \cdot 2 - 0{,}5}{0{,}5} = 1$ Ом.

Подставив полученное значение r в формулу (1), получим:

$\varepsilon = I_1(R_1 + r)$, $\varepsilon = 1{,}127\,(2 + 1) = 3{,}38$ В.

4. Напряжение городской сети $U_1 = 220$ В. Длина проводки к дому $l = 50$ м. Определить сечение подводящих проводов, если известно, что при включении полной нагрузки, состоящей из $n_1 = 100$ штук $N_1 = 75$-ваттных и $n_2 = 50$ штук $N_2 = 25$-ваттных лампочек, напряжение на лампочках $U_2 = 210$ В. Проводка изготовлена из медного провода.

Сопротивление проводов определим по формуле $R = \rho\frac{\ell}{S}$, откуда площадь поперечного сечения проводов равна $S = \frac{\rho\ell}{R}$, (1) где ρ – удельное сопротивление проводов; ℓ – длина проводки, состоящая из двух проводов, $\ell = 2\ell_1$. Сопротивление R найдём из условия

$$I = \frac{U_1 - U_2}{R},$$

где I – сила тока в подводящих проводах; $U_1 - U_2$ – падение напряжения на подводящих проводах. Мощность, потребляемая всеми лампами, $N = I\,U_2$, где I – суммарный ток всех ламп; U_2 – напряжение на лампах.

Эта мощность равна сумме мощностей всех ламп $N = n_1N_1 + n_2N_2$. Приравняв полученные выше равенства, получим для силы тока в подводящих проводах

$$I = \frac{n_1N_1 + n_2N_2}{U_2},$$

где $n_1N_1 + n_2N_2$ – полная мощность, потребляемая всеми лампами; U_2 – подводимое к ним напряжение.

$$R = \frac{U_1 - U_2}{\mathrm{I}} = \frac{(U_1 - U_2)\,U_2}{n_1N_1 + n_2N_2}. \qquad (2)$$

Подставим выражение (2) в формулу (1), получим

$S = \frac{\rho\ell(n_1N_1 + n_2N_2)}{(U_1 - U_2)\,U_2}$, так как $l = 2\ell_1$, то $S = \frac{2\rho\ell_1(n_1N_1 + n_2N_2)}{(U_1 - U_2)\,U_2}$.

$$S = \frac{2\cdot 1{,}7\cdot 10^{-8}\cdot 50(100\cdot 75 + 50\cdot 25)}{(220 - 210)\cdot 210} = 7{,}1\cdot 10^{-6}\,\text{м}^2 = 7{,}1\ \text{мм}^2.$$

5. Сила тока в проводнике сопротивлением R = 120 Ом равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до I_{max} = 5 А за время τ = 15 с. Определить выделившееся за это время количество теплоты в проводнике.

Количество теплоты $dQ = I^2 r\cdot dt$. Ток в цепи возрастает линейно $I = k\cdot t$, где $k = \frac{I_{max} - I_0}{\tau}$.

В итоге имеем

$$Q = \int dQ = \int R\cdot k^2t^2dt = \frac{1}{3}R\cdot k^2\tau^3 = \frac{R\cdot (I_{max} - I_0)^2\,\tau}{3} = \frac{120\cdot 25\cdot 15}{3} = 15\ \text{кДж}.$$

3.3. Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Вольтметр, включенный в сеть последовательно с сопротивлением R_1, показал напряжение U_1 = 198 В, а при включении последовательно с сопротивление $R_2 = 2R_1$ показал U_2 = 180 В. Определить сопротивление R_1 и напряжение сети, если сопротивление вольтметра r = 900 Ом.

2. По алюминиевому проводу сечением 0,2 мм^2 течет ток силой 0,2 А. Определить силу, действующую на отдельный свободный электрон со стороны электрического поля. Удельное сопротивление алюминия 26 нОм·м.

3. Два цилиндрических проводника одинаковой длины и одинакового сечения, один из меди, а другой из железа, соединены параллельно. Определить отношение мощностей токов для этих проводников. Удельные сопротивления меди и железа равны соответственно 17 и 98 нОм·м.

4. Определить напряженность электрического поля в алюминиевом проводнике объемом 10 см^3, если при прохождении по нему тока за время равное 5 минутам выделилось 2,3 кДж теплоты. Удельное сопротивление алюминия 26 нОм·м.

5. По медному проводу диаметром 0,4 мм течет ток 3 мкА. Чему равны а) плотность тока; б) скорость дрейфа электронов; в) напряженность электрического поля внутри проводника?

6. Резистор сопротивлением 38 Ом изготовлен из медного провода массой 11,2 г. Чему равен диаметр провода и его длина?

7. Аккумулятор замыкается один раз на сопротивление 20 Ом, а другой раз – на сопротивление 5 Ом. При этом количество тепла, выделяющегося во внешней цепи в единицу времени одинаково. Найти внутреннее сопротивление аккумулятора.

8. Сила тока в проводнике сопротивлением 12 Ом равномерно убывает от 5 А до нуля А за время 10 с. Определить выделившееся за это время количество теплоты в проводнике.

9. Определить заряд прошедший по проводу сопротивлением 3 Ом при равномерном возрастании напряжения на концах провода от 2 до 4 В в течение 20 с.

10. При протекании тока в металлическом проводнике в единице его объема выделяется 10 кДж тепла. Определить удельное сопротивление проводника, если в нем создано электрическое поле напряженностью 10 мВ/м.

Тесты

1. Условиями существования тока являются следующие утверждения:

а) проводник представляет собой эквипотенциальную поверхность;

б) наличие свободных заряженных частиц;

в) наличие электрического поля в проводнике;

г) наличие ионов в узлах кристаллической решетки проводника.

Ответы: 1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, в; 5) а, г.

2. С помощью какого выражения можно определить сопротивление проводника? (l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения; ρ – удельное сопротивление; U – напряжение; I – ток).

1. $R = \frac{S \cdot l}{\rho}$; 2. $R = \frac{\rho \cdot l}{S}$; 3. $R = U \cdot I$; 4. $R = \frac{\rho \cdot S}{l}$.

3. Три проводника сопротивлениями 12, 9 и 3 Ом соединены последовательно. Напряжение на концах цепи 120 В. Найти падение напряжения на проводнике сопротивлением 9 Ом.

Ответы: 1) 40 В; 2) 15 В; 3) 45 В; 4) 60 В; 5) 55 В.

4. Каким будет напряжение на сопротивлениях при последовательном соединении двух проводников?

1. $U = U_1 + U_2$; 2. $U = U_1 = U_2$; 3. $U = \frac{U_1 + U_2}{2}$\$ 4. $U = \frac{U_1 - U_2}{2}$.

5. Что принято за направление электрического тока?

1) направление движения нейтральных частиц;

2) направление движения положительно заряженных частиц;

3) только направление движения ионов;

4) направление движения электронов.

3.4. Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Определить ток, создаваемый электроном, движущимся по орбите атома водорода с радиусом $0{,}53 \cdot 10^{-10}$ м. Масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

2. Ток в электронном пучке составляет 200 мкА. Сколько электронов ударяется за одну секунду в анод?

3. Аккумулятор заряжают током силой 6,5 А в течение 5 часов. Какой заряд сообщают аккумулятору?

4. Какую максимальную мощность потребляет электронное устройство с напряжением питания 9 В, если максимальная сила тока равна 100 мА?

5. Определить плотность тока, если за 2 с через проводник сечением 1,6 мм^2 прошло $2 \cdot 10^{19}$ электронов.

6. Электрическая плитка мощностью 2 кВт с нихромовой спиралью предназначена для включения в сеть с напряжением 220 В. Сколько метров проволоки диаметром 0,5 мм надо взять для изготовления спирали, если температура нити равна 900 ^{o}С? Удельное сопротивление нихрома при 0 ^{o}С равно 1 мкОм·м, а температурный коэффициент сопротивления $0{,}4 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$.

7. Плотность электрического тока в медном проводе равна 10 А/см^2. Определить удельную тепловую мощность тока, если удельное сопротивление меди равно 17 нОм·м.

8. Определить ток короткого замыкания источника ЭДС, если при внешнем сопротивлении R_1 = 50 Ом ток в цепи I_1 = 0,2 А, а при R_2 = 110 Ом ток I_2 = 0,1 А.

9. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром 1 мм надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом 2,5 см, чтобы получить печь сопротивлением 40 Ом? Удельное сопротивление нихрома принять равным 100 мкОм·м.

10. От батареи с ЭДС 500 В требуется передать энергию на расстояние 2,5 км. Потребляемая мощность равна 10 кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных проводов 1,5 см. Удельное сопротивление меди 17 нОм·м.

Тесты

1. Электрический ток в металлическом проводнике это …

1) движение заряженных частиц;

2) направленное движение заряженных частиц;

3) направленное движение электронов;

4) направленное движение ионов.

2. Плотность тока в проводящей среде зависит от:

а) заряда проводника;

б) формы проводника;

в) напряженности электрического поля;

г) удельного сопротивления среды.

Ответы: 1) а, б; 2) б, в; 3) в, г; 4) а, в; 5) а,г.

3. Как определить мощность постоянного электрического тока?

1. $P = I \cdot R^2$; 2. $P = U \cdot I \cdot \sin\varphi$; 3. $P = U \cdot I$; 4. $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$.

4. Через резистор сопротивлением 6 Ом течет ток силой 5 А. Количество теплоты 300 Дж выделится в этом резисторе за время …

1) 0,8 с; 2) 2 с; 3) 4 с; 4) 8 с; 5) 16 с.

5. Каким будет напряжение на сопротивлениях при параллельном соединении двух проводников?

1. $U = U_1 + U_2$; 2. $U = U_1 = U_2$; 3. $U = \dfrac{U_1 + U_2}{2}$; 4. $U = \dfrac{U_1 - U_2}{2}$.

3.5. Вопросы для самоконтроля

1. Что такое электрический ток?
2. Движение, каких зарядов принято за направление тока?
3. Что такое плотность тока?
4. Что описывает уравнение непрерывности?
5. Запишите, как связаны между собой плотность тока и напряженность электрического поля.
6. Запишите закон Джоуля-Ленца в интегрально и локальной формах.

4. СТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

4.1. Статическое магнитное поле в вакууме

Магнитным полем называется одна из форм проявления электромагнитного поля. Магнитное поле действует только на движущиеся электрически заряженные частицы и тела, на проводники с током и частицы и тела, обладающие магнитными моментами.

Магнитное поле создаётся проводниками с током, движущимися электрически заряженными частицами и телами, частицами и телами, обладающими магнитными моментами, а также изменяющимся во времени электрическим полем.

Магнитное поле. Вектор магнитной индукции

Рассмотрим некоторое пространство, в котором находятся заряды. Выделим один из них, его величину обозначим q. На этот заряд действует сила со стороны всех остальных зарядов. Эта сила зависит от величин зарядов, от их взаимного расположения и от того, находится выделенный заряд и все остальные в движении или нет.

Многочисленными экспериментами установлено, что выражение для силы, действующей на выделенный заряд, в общем случае можно записать в виде:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v}, \vec{B}\right].$$

Это выражение называется формулой Лоренца, а сила $\vec{F}$ – силой Лоренца.

В формуле $\vec{v}$ – скорость заряда в рассматриваемой точке пространства. В формуле две части. Первая часть ($q\vec{E}$) не зависит от скорости движения заряда, и определяет компоненту силы, которая будет действовать как на движущийся, так и на неподвижный заряд. Вектор $\vec{E}$ – это напряженность электрического поля, которую мы определяли как силу, действующую на неподвижный единичный электрический заряд, помещенный в некоторую точку пространства, со стороны других зарядов расположенных в этом пространстве.

Вторая часть формулы $\left(q\left[\vec{v}, \vec{B}\right]\right)$ определяет компоненту силы, которая возникает только тогда, когда при прохождении рассматриваемой точки пространства выделенный заряд имеет отличную от нуля скорость. Вектор $\vec{B}$ называется индукцией магнитного поля или магнитной индукцией. Магнитное поле, в свою очередь, может быть создано в рассматриваемом пространстве только при наличии движущихся зарядов. Индукцию магнитного поля $\vec{B}$ уже нельзя, подобно напряженности $\vec{E}$, определить через силу, действующую в рассматриваемой точке пространства на движущийся со скоростью $\vec{v}$ заряд. Эта сила, как следует из формулы Лоренца, зависит не только от модулей векторов $\vec{v}$ и $\vec{B}$, но и от их взаимного расположения. Если $\vec{v}\parallel\vec{B}$, то $\left[\vec{v},\vec{B}\right]=0$, даже если $\vec{B}\neq 0$.

В настоящее время достоверно установлено, что стационарные электрические токи являются источниками постоянного магнитного поля. Если магнитное поле создается не меняющимися во времени, постоянными электрическими токами, то такое поле можно рассматривать отдельно от электрического поля. Раздел физики, изучающий свойства постоянных магнитных полей, создаваемых постоянными токами, текущими по проводникам, называется магнитостатикой. Рассмотрим основные понятия и законы магнитостатики.

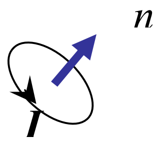
Силовой характеристикой магнитного поля служит вектор магнитной индукции *B*. Этот вектор можно ввести одним из трёх эквивалентных способов:

а) исходя из силового действия магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу – точечный электрический заряд;

б) основываясь на силовом действии магнитного поля на малый элемент проводника с током;

в) исходя из силового действия магнитного поля на небольшую рамку с током.

Последний способ подобен использованию в электростатике пробного точечного заряда и состоит в применении для изучения магнитного поля пробного тока, циркулирующего в плоском замкнутом контуре очень малых размеров. Ориентацию контура в пространстве характеризуют направлением нормали *n* к контуру, которое связано с направлением тока *I* в контуре правилом правого винта. Такую нормаль называют положительной.



Если поместить контур в магнитное поле, то обнаружится, что поле устанавливает контур положительной нормалью определенным образом. Иначе, нормаль показывает направление поля. Если контур повернуть, то возникнет вращающий момент, стремящийся вернуть контур в равновесное положение. Модуль этого момента будет зависеть от угла α между нормалью и направлением поля. При $\alpha = \pi/2$ модуль вращающего момента достигнет максимума

M_{max}. Если бы вращающий момент зависел только от свойств магнитного поля, он мог бы служить силовой характеристикой поля. Однако вращающий момент определяется также ориентацией и свойствами контура: его площадью S и величиной тока в контуре. Эти свойства можно учесть через такой параметр контура в магнитном поле, как дипольный магнитный момент $\vec{p}_m$:

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}\,.$$

Дипольный магнитный момент – это вектор, направление которого совпадает с направлением положительной нормали контура. На различные пробные контуры в одной и той же точке магнитного поля действуют различные вращающие моменты. Однако при фиксированной ориентации контуров (α = const) отношение M/p_m для них оказывается одним и тем же. Поэтому в качестве модуля магнитной индукции можно принять величину, равную отношению $M_{\max}/p_m$:

$$B = M_{\max}/p_m\,.$$

Итак, магнитная индукция есть векторная величина, модуль которой задается пртведенным выражением, а направление – равновесным положением положительной нормали к контуру с током. Единица измерения $\vec{B}$ – это Тесла. Она равна магнитной индукции однородного поля, в котором на плоский контур с током, имеющий магнитный момент 1 А·м^2, действует максимальный вращающий момент, равный 1 Н·м.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: поле с магнитной индукцией $\vec{B}$, порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей $\vec{B}_i$, порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i\,.$$

Графическое изображение магнитного поля

Как и электрическое поле, магнитное поле изображается с помощью силовых линий (линий магнитной индукции).

Силовые линии магнитного поля это такие линии, касательные к которым в каждой точке совпадают по направлению с вектором магнитной индукции.

Силовые линии прямого тока являются окружностями, т.е. замкнутыми линиями. Более того, силовые линии любого постоянного магнитного поля являются замкнутыми. Изображать магнитные поля с помощью силовых линий нужно так, чтобы картина поля давала кроме направления также представление о величине магнитной индукции. Для этого в местах увеличения магнитной индукции силовые линии сгущаются, а в местах ослабления $\vec{B}$ изображаются более редкими.

Закон Био – Савара – Лапласа

Для магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока длиной dl, в системе СИ была получена формула

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{r^3},$$

где k' – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц; $d\vec{l}$ – вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направленный в ту сторону, в которую течет ток; $\vec{r}$ – вектор, проведенный от элемента тока в точку, в которой определяется $d\vec{B}$; r – модуль этого вектора; μ_0 – магнитная постоянная.

Из этого закона легко определить направление вектора $d\vec{B}$: он должен быть направлен перпендикулярно плоскости, в которой располагаются векторы $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, причем его направление совпадает с направлением правого винта, который вращается по кратчайшему пути от $d\vec{l}$ к $\vec{r}$.

Магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля. Модуль dB определяется как

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,dl\,r \sin\alpha}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,dl \sin\alpha}{r^2},$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

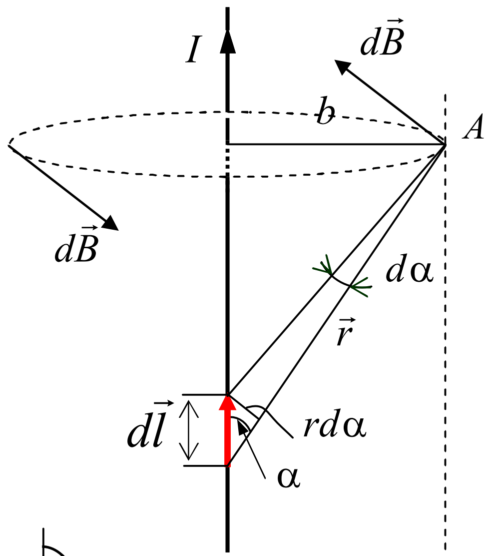
Характеристики магнитного поля, создаваемого любыми токами, можно вычислить, применяя закон Био – Савара – Лапласа совместно с принципом суперпозиции.

Магнитное поле прямого тока

Пусть имеется тонкий, прямой, бесконечно протяженный проводник, по которому течет ток I. Магнитная индукцию в точке A, находящейся на расстоянии b от проводника.

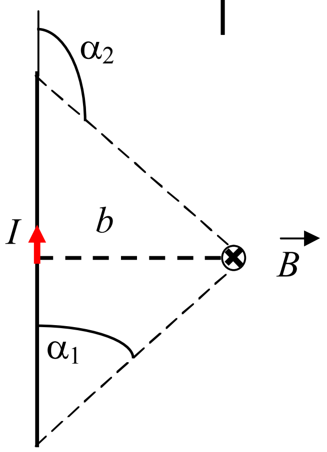
Для всех элементов тока бесконечно длинного прямого проводника угол α изменяется в пределах от 0 до π. Проинтегрируем в этих пределах полученное выражение:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_0^{\pi} \sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{b}.$$



Таким образом, магнитная индукция поля бесконечно длинного прямого тока определяется выражением:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{b}.$$



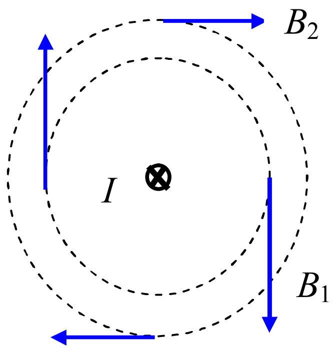
Для прямолинейного проводника конечной длины получим.

Угол α изменяется в пределах от α_1 до α_2.

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{b}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\cdot d\alpha =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{b}\cdot\cos\alpha\Big|_{\alpha_2}^{\alpha_1} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I}{b}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$



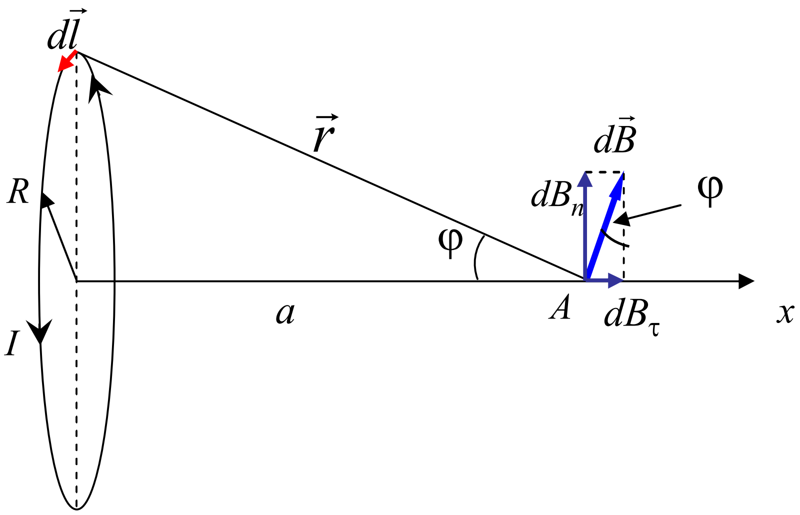
Линии магнитной индукции прямого тока представляют собой концентрические окружности, охватывающие ток.

Магнитное поле на оси кругового тока

Пусть электрический ток силой I течет по проводнику радиусом R. Найдем магнитное поле на оси x тока в точке A, находящейся на расстоянии a от центра. Разобьем круговой ток на элементы тока длиной $d\vec{l}$ и проведем от произвольного элемента тока радиус-вектор $\vec{r}$ в точку A. Поскольку все элементы тока $d\vec{l}$ перпендикулярны $\vec{r}$ и удалены от A на одинаковое расстояние, то модуль вектора магнитной индукции, создаваемой в этой точке произвольным элементом тока, определяется следующим выражением:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}\ \left(\sin 90° = 1\right).$$

Вектор $d\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости, в которой располагаются вектора $\vec{r}$ и $d\vec{l}$, как показано на рисунке.



Разложим вектор $d\vec{B}$ на две составляющие: параллельную оси x – $d\vec{B}_\tau$ и перпендикулярную ей – $d\vec{B}_n$. Очевидно, что составляющие $d\vec{B}_n$, созданные элементами тока, располагающимися на противоположных концах любого диаметра кругового проводника, равны по величине и противоположны по направлению. Следовательно, эти составляющие уничтожают друг друга. В итоге результирующая величина вектора магнитной индукции не содержит нормальной составляющей и направлена вдоль оси кругового тока. Поэтому вектор магнитной индукции можно определить, просуммировав составляющие модулей вектора $d\vec{B}_\tau$ (учитывая то, что этот вектор направлен вдоль положительной нормали к контуру с током).

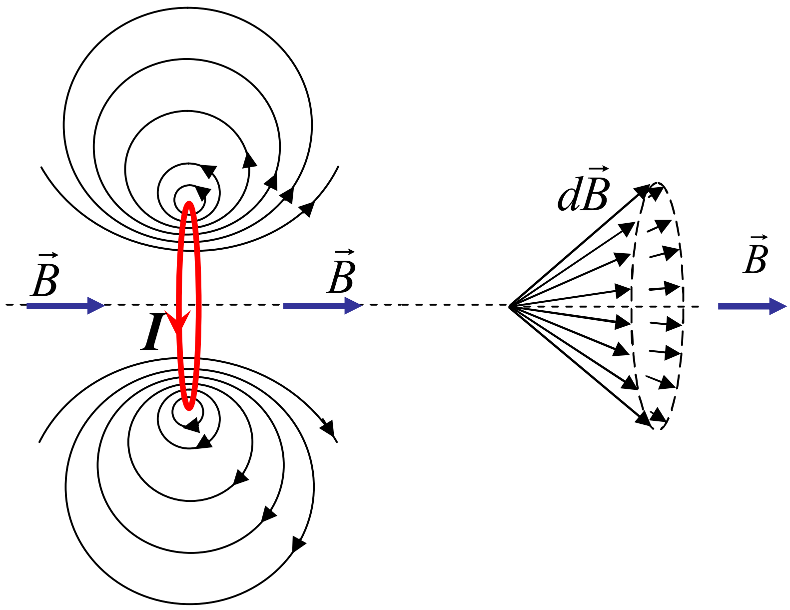
В итоге получим

$$B = \frac{\mu_0 IR}{2r^2}\sin\varphi = \frac{\mu_0 IR}{2\left(R^2+a^2\right)}\frac{R}{\sqrt{R^2+a^2}} = \frac{\mu_0 IR^2}{2\left(R^2+a^2\right)^{3/2}}.$$

В центре кругового тока $a = 0$, индукция магнитного поля равна

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

На рисунке изображены линии магнитной индукции поля кругового тока. Показаны линии, лежащие в одной из плоскостей, проходящей через ось тока и показаны направления векторов индукции магнитного поля, образованного круговым током. Векторы индукции показаны в точке, лежащей на оси, которая проходит через центр кругового тока, как это изображено на рисунке. Векторы образуют симметричный конический веер. Из соображений симметрии следует, что результирующий вектор $\vec{B}$ направлен вдоль оси контура.

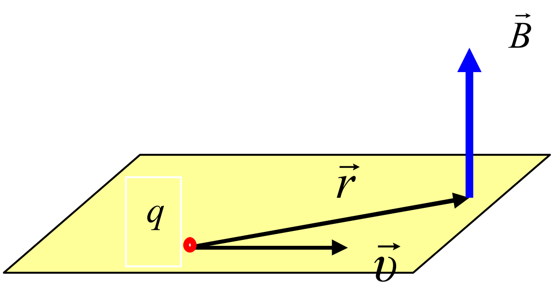


Магнитное поле равномерно движущегося заряда

Определим величину магнитного поля, создаваемого точечным зарядом q, движущимся с постоянной нерелятивистской скоростью $\vec{v}$. Движущиеся заряды создают ток, поэтому выражение для магнитной индукции поля, создаваемого движущимся зарядом, имеет вид:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v},\vec{r}]}{r^3}.$$

В формуле $\vec{r}$ – это радиус-вектор, проведенный от заряда q к точке наблюдения; r – его модуль. Конец радиус-вектора неподвижен в рассматриваемой системе отсчета, а его начало движется со скоростью $\vec{v}$, поэтому вектор $\vec{B}$ в принятой системе отсчета зависит не только от положения точки наблюдения, но и от времени.



В соответствии с полученной формулой вектор $\vec{B}$ располагается перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $\vec{v}$ и $\vec{r}$. Направление вектора $\vec{B}$ (вверх или вниз) определяется векторным произведением $[\vec{v},\vec{r}]$.

Закон Ампера. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле

$$d\vec{F} = \left[\vec{j},\vec{B}\right]dV,$$

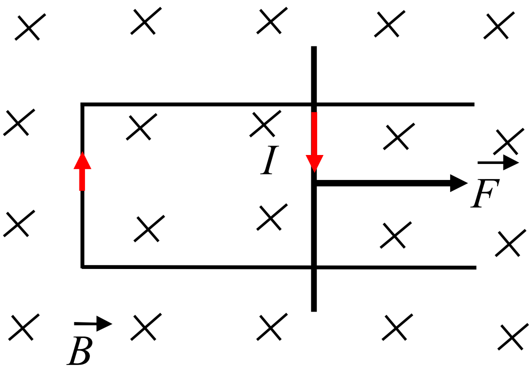
где $dV = Sdl$ – объем элемента провода.

Для тонкого проводника $\vec{j}dV = Id\vec{l}$. С учетом этого соотношения получим следующую формулу:

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l},\vec{B}\right].$$

Приведенные формулы – это различные формы записи закона Ампера. Силы, действующие на токи в магнитном поле, называют силами Ампера. В формуле произведение $\vec{j}dV$ называется объемным элементом тока. Если полученные выражения проинтегрировать по объемным или линейным элементам тока, можно найти магнитную силу, действующую на объем проводника или его линейный участок.

Направление силы Ампера легко определить, поскольку вектора $d\vec{l}$, $\vec{B}$ и $d\vec{F}$ образуют правовинтовую ортогональную тройку векторов или по правилу левой руки. Ориентируем пальцы по направлению первого вектора, второй вектор должен входить в ладонь, а отогнутый большой палец показывает направление векторного произведения.

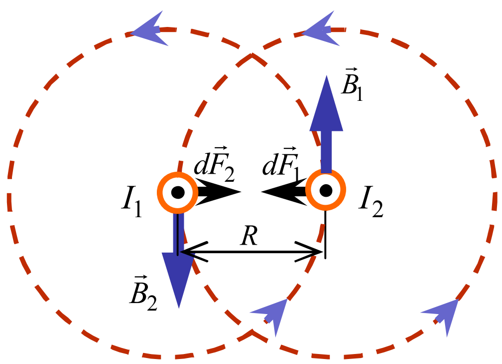


Модуль силы Ампера выражается формулой

$$dF = IBdl\sin\alpha,$$

где α –- угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

В качестве иллюстрации применения закона Ампера определим силу взаимодействия двух параллельных токов.



Рассмотрим два бесконечных прямолинейных проводника с токами I_1 и I_2, расстояние между которыми равно b. Токи в проводниках текут в одном направлении, «к нам», что и обозначим условно точкой в поперечном сечении проводника.

Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует в соответствии с законом Ампера на другой проводник с током. Определим силу, с которой действует магнитное поле тока I_1 на элемент $d\vec{l}$ второго проводника с током I_2. Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого представляют собой концентрические окружности.

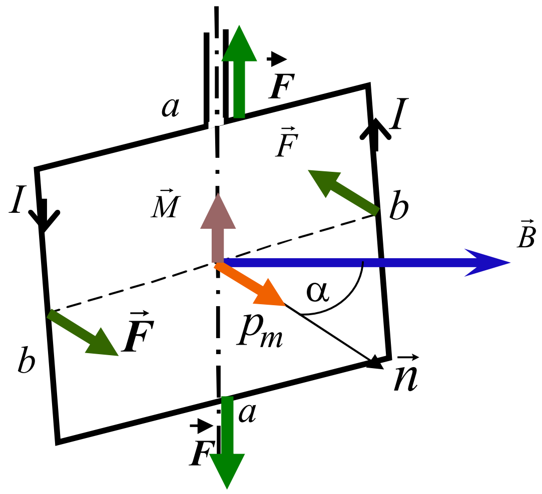
Сила $d\vec{F}_2$ направлена в сторону, противоположную силе $d\vec{F}_1$. Как следует из выражений, эти силы равны по модулю: $dF_1 = dF_2$, следовательно, два проводника притягивают друг друга с силой

$$dF = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{b} dl .$$

Легко показать, что если токи в проводниках имеют противоположное направление, то между ними действует сила отталкивания, равная по модулю силе, которая определяется приведенной формулой.

Контур с током в магнитном поле

Рассмотрим практически важный случай прямоугольного контура (рамки) с током в однородном магнитном поле. Пусть рамка имеет возможность вращаться вокруг оси, проходящей через середины ее сторон длиной a. Поместим рамку перпендикулярно линиям магнитного поля. В рамке протекает ток, направление которого показано на рисунке. Рассмотрим действие сил Ампера на каждую из сторон рамки. Силы Ампера, действующие на стороны a контура, направлены в противоположные стороны вдоль оси контура. Действие этих сил сводится только к деформации контура.



В зависимости от направления тока к сжатию или растяжению контура. Силы Ампера $\vec{F}$, действующие на стороны b контура, перпендикулярны плоскости, в которой лежат векторы $d\vec{l}$ и $\vec{B}$ и направлены так, как это показано на рисунке. Эти силы создают вращающий момент $\vec{M}$, модуль которого равен

$$M = Fa\sin\alpha ,$$

где α – угол между нормалью к контуру и направлением силовых линий магнитного поля; $a \cdot \sin\alpha$ – плечо силы.

Подставив выражение для силы $F = IbB$, получим

$$M = IBab\sin\alpha.$$

Поскольку $a \cdot b$ – это площадь, ограниченная контуром, а это площадь, ограниченная контуром $I \cdot a \cdot b = p_m$ – модуль магнитного момента контура с током, получим выражение вида

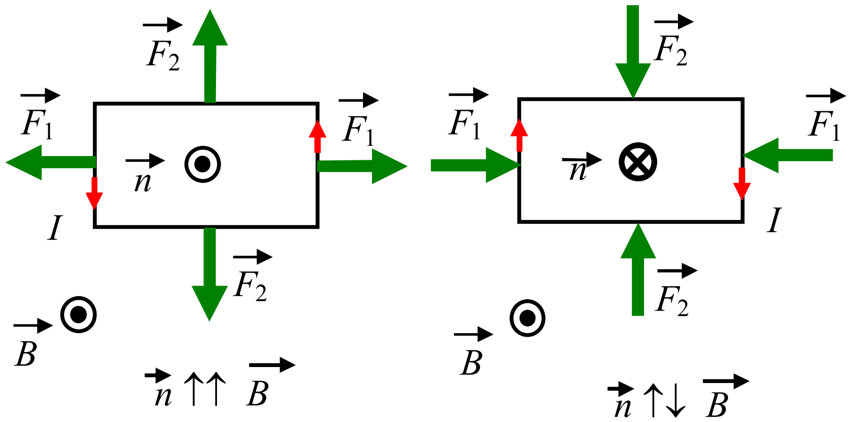
$$M = p_m B \sin\alpha.$$

Запишем это выражение в векторной форме. Магнитный момент контура с током по направлению совпадает с положительной нормалью контура: $I \cdot a \cdot b \cdot \vec{n} = \vec{p}_m$. Вращающий момент можно записать в виде

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right].$$

Теперь легко определить направление вектора $\vec{M}$, вспомнив правило: ***векторы*** $\vec{p}_m$, $\vec{B}$ ***и*** $\vec{M}$ образуют правовинтовую ортогональную тройку векторов. Вращающий момент направлен по оси вращения контура, перпендикулярно плоскости, в которой размещаются векторы магнитного момента и магнитной индукции.

Под действием вращающего момента рамка повернётся так, чтобы вектора n и B станут параллельными. На сторону b силы Ампера F_2 действует, растягивая рамку. Так как эти силы равны и противоположны по направлению, то под их действием рамка не смещается. Когда вектора n и B антипараллельны $M = 0$, так как плечо силы равно нулю, равновесие будет не устойчивым. При незначительном смещении сразу возникнет вращающий момент и рамка повернётся так, чтобы вектора n и B стали параллельными.



Формула для вращающего момента применима и к плоскому витку произвольной формы.

Для характеристики магнитного поля используют также поток вектора магнитной индукции

$$d\Phi_B = B \cdot dS \cdot \cos\alpha.$$

Угол α это угол между направлением положительной нормали к контуру и направлением вектора магнитной индукции. Единицей измерения магнитного потока является вебер (1 Тл·м^2 = 1 Вб).

Сила Лоренца

Рассмотрим подробнее вторую составляющую силы Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{v}, \vec{B}\right].$$

Именно эту компоненту, зависящую от скорости, чаще всего и называют силой Лоренца. Найдём силу, действующую на один заряд со стороны магнитного поля.

Здесь под скоростью $\vec{v}$ нужно понимать любую скорость. Но тепловая скорость хаотична по направлениям и равнодействующая этой силы будет равна нулю. Вклад даёт только скорость упорядоченного движения.

Исходя из векторного произведения, модуль силы Лоренца можно записать в следующем виде

$$F_{\text{Л}} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha.$$

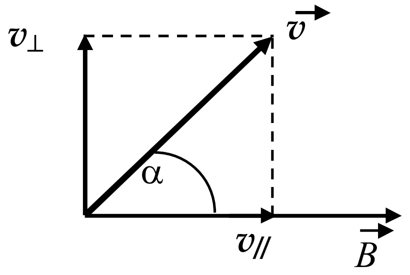
α – угол между векторами v и B. Следовательно, заряд, движущийся вдоль линии магнитной индукции не испытывает силы (так как $\sin 0^{\circ} = 0$).

Направление силы Лоренца перпендикулярно к плоскости, в которой лежат вектора v и B. К движущемуся положительному заряду применимо правило левой руки. Или правило правого буравчика: вращать вектор v к B – поступательное движение укажет направление сила $F_{\text{Л}}$. Направление действия силы для отрицательного заряда – противоположное. Следовательно, к электронам следует применять правило правой руки.

Поскольку сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно к движению заряда (т.е. $\vec{F}_{\text{Л}} \perp \vec{v}$), она работы над частицей не совершает. Следовательно, действуя на заряженные частицы постоянным магнитным полем, изменить энергию частицы нельзя. Это справедливо только для постоянного магнитного поля.

Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле

Пусть заряд q влетает в однородное магнитное поле, индукция которого равна B, со скоростью v, направленной под углом α к направлению вектора магнитной индукции. Под действием силы Лоренца заряд приобретает постоянное по величине нормальное ускорение



$$a_n = \frac{F_Л}{m} = \frac{q \cdot v_\perp \cdot B}{m}.$$

$$v_\perp = v \cdot \sin\alpha.$$

α – угол между векторами скорости и магнитной индукции.

Если скорость изменяется только по направлению, т.е. движение с постоянным по величине нормальным ускорением, есть движение по окружности, радиус которой определяется следующим выражением

$$R = \frac{m \cdot v_\perp}{q \cdot B} = \frac{m \cdot v \cdot \sin\alpha}{q \cdot B}.$$

Отношение заряда к массе (q/m) называется удельным зарядом.

Время одного оборота (период) T

$$T = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{q}.$$

Период вращения заряженной частицы оказывается не зависящим от скорости. Собственная круговая частота (число оборотов за 2π секунд) равна

$$\omega_C = \frac{2\pi}{T} = \frac{q}{m} \cdot B.$$

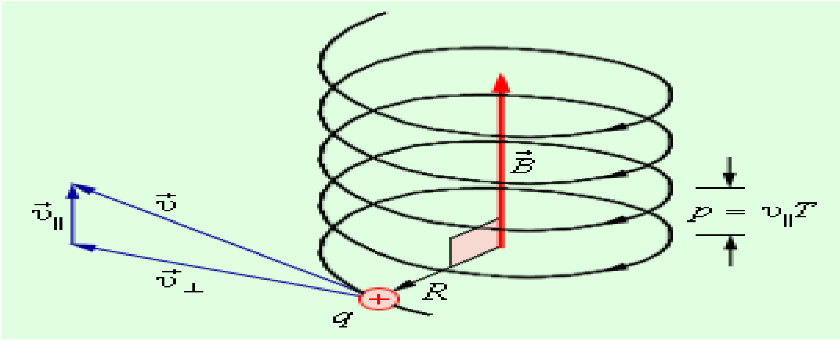
Составляющая силы Лоренца в направлении вектора магнитной индукции (или в направлении $v_{//}$) равна нулю. Поэтому повлиять на величину скорости $v_{//}$ сила Лоренца не может.

Движение заряженной частицы в магнитном поле можно представить как наложение двух движений:

1) перемещение вдоль вектора B со скоростью $v_{//} = v \cdot \cos\alpha$;

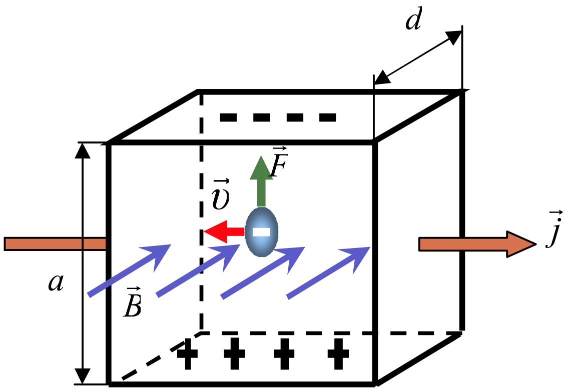
2) равномерное вращение в плоскости перпендикулярной вектору B с радиусом R. Траектория движения – спираль, ось которой совпадает по направлению с направлением вектора B. Шаг спирали будет определяться выражением

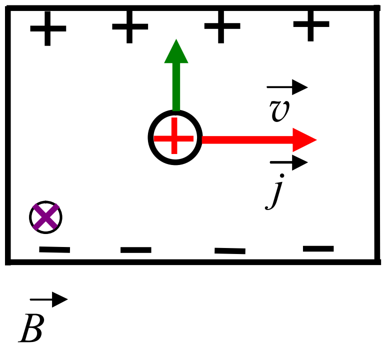
$$p = v_{II} \cdot T = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{q} \cdot v \cdot \cos\alpha.$$



Эффект Холла

Если проводящую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов. Это эффект Холла. Поместим пластинку с током плотностью $\vec{j}$ в магнитное поле $\vec{B}$, перпендикулярное $\vec{j}$. В металле носителями тока являются свободные электроны. Их скорость $\vec{v}$ направлена справа налево.





Электроны испытывают действие силы Лоренца $\vec{F}$, которая направлена вверх (направление определяется векторным произведением $\left[\vec{v},\vec{B}\right]$, с учетом того, что ток переносится электронами). В результате действия силы Лоренца у электронов появится составляющая скорости, направленная вверх. У верхней грани пластины образуется избыток отрицательных зарядов, а у нижней – избыток положительных зарядов. В результате возникает поперечное электрическое поле. Стационарное распределение зарядов в поперечном направлении установится при таком значении напряженности электрического поля $\vec{E}$, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца. Возникшую при этом поперечную холловскую разность потенциалов $\Delta\varphi$ можно вычислить из условия установившегося стационарного распределения зарядов.

Величина $R = 1/e \cdot n$ постоянная Холла, зависящая от вещества.

Данное выражение для холловской разности потенциалов получено для металлов в предположении, что проводящая пластина помещена в сильное магнитное поле (порядка 1 Тл)

$$\Delta\varphi = R\frac{I \cdot B}{d}.$$

В общем случае постоянную Холла следует записать в виде:

$$R = \frac{A}{e \cdot n}.$$

В сильных магнитных полях A = 1. В слабых полях и в полупроводниках в зависимости от природы рассеяния носителей тока A может изменяться от 1,18 (рассеяние на тепловых колебаниях кристаллической решётки) до 1,93 (рассеяние на ионах примесей).

При равной концентрации носителей заряда обеих знаков, как наблюдается у собственных полупроводников, $\Delta\varphi$ также возникает, если различна подвижность носителей заряда (электронов и дырок). Подвижность – это средняя скорость, приобретаемая носителями тока, при напряжённости электрического поля равной 1 В/м.

Как можно использовать эффект Холла? Из выражения для $\Delta\varphi$ можно определить R. Знание постоянной Холла позволяет:

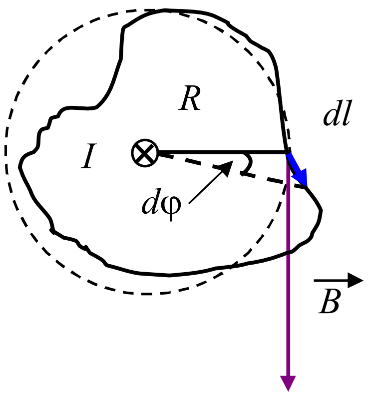
а) найти концентрацию и подвижность носителей тока в веществе;

б) судить о природе проводимости полупроводников (знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока).

Датчики Холла используются для измерения величины магнитного поля, применяются в измерительной технике для иных целей.

Циркуляция вектора магнитной индукции

Возьмём контур, охватывающий прямой ток, и вычислим для него циркуляцию вектора $\vec{B}$, т.е. $\oint B_l dl$.



Рассмотрим вначале случай, когда контур лежит в плоскости, перпендикулярной току (ток направлен за чертёж). В каждой точке поля вектор направлен по касательной к окружности, проходящей через эту точку (линии индукции прямого тока окружности). Воспользуемся свойством скалярного произведения векторов $B_l dl = B dl_B$, где dl_B – проекция вектора dl на направление вектора индукции B

$$dl_B = R \cdot d\alpha,$$

R – расстояние от тока до вектора dl. Мы знаем, что для прямого тока индукция равна

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}.$$

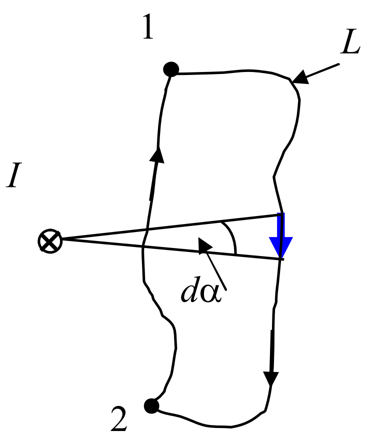
Отсюда найдём циркуляцию вектора магнитной индукции

$$\oint B_l dl = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha = \mu_0 \cdot I.$$

При обходе контура угол α изменяется от нуля до 2π, при этом радиальная прямая поворачивается в одном направлении.

Для напряжённости магнитного поля выражение для циркуляции будет иметь вид

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I.$$



По-другому обстоит дело, если ток не охватывается контуром. В этом случае при обходе контура радиальная прямая поворачивается сначала в одном направлении ($1 \to 2$), а потом в другом ($2 \to 1$).

В этом случае $\oint d\alpha = 0$.

Итак, в общем случае

$$\oint B_l dl = \mu_0 \cdot I \tag{1}$$

(I – ток, охватываемый контуром).

Эта формула справедлива и для тока произвольной формы, и для контура произвольной формы.

Если контур охватывает несколько токов, то полученное выражение (1) примет вид

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum I_i.$$

Или для напряжённости магнитного поля

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I_i.$$

Если ток I распределен по объему, где расположен контур L, то этот ток можно представить, как $I = \int \vec{j} d\vec{S}$. Интеграл берется по произвольной поверхности S, «натянутой» на контур L. Плотность тока $\vec{j}$

под интегралом – это плотность в точке, где расположена площадка $d\vec{S}$. Вектор $d\vec{S}$ образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему.

Таким образом, уравнение для циркуляции в общем случае будет выглядеть так:

$$\oint_L \left(\vec{B}, d\vec{l}\right) = \mu_0 \int \vec{j} d\vec{S}.$$

Вычисляя сумму токов, положительными следует считать те токи, направление которых связано с направлением обхода контура правилом правого винта.

Такие поля называются вихревыми (или соленоидными). Поэтому магнитному полю нельзя приписать потенциал. Этот потенциал не был бы однозначным – после каждого обхода по контуру он бы получал приращение $\mu_0 I$.

Как мы знаем, линии напряжённости электростатического поля начинаются и заканчиваются на зарядах. Опыт показывает, что линии магнитной индукции всегда замкнуты. Поэтому магнитных зарядов в природе не существует.

Следствием того, что линии магнитной индукции замкнуты, является то, что поток вектора B через замкнутую поверхность должен быть равен нулю. Таким образом, для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности S имеет место условие

$$\varPhi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

Эта формула выражает теорему Гаусса для вектора B. Поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю.

Заменим в последнем выражении поверхностный интеграл объёмным и получим

$$\int_V \nabla \vec{B} = 0.$$

Условие, к которому мы пришли, должно выполняться для любого произвольного объёма V. Это возможно лишь в том случае, если подынтегральная функция в каждой точке поля равна нулю. Таким образом, магнитное поле обладает тем свойством, что его дивергенция всюду равна нулю

$$\nabla \vec{B} = 0.$$

Применение теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$ в ряде случаев значительно упрощает расчет поля $\vec{B}$, особенно при решении симметричных задач. Особенно просто рассчитывается поле $\vec{B}$, если вычисление циркуляции можно свести к произведению $\vec{B}$ или проекции $\vec{B}$ на длину контура или его часть.

Рассмотрим дифференциальную форму представления циркуляции вектора магнитной индукции.

Ротор вектора магнитной индукции пропорционален вектору плотности тока в данной точке

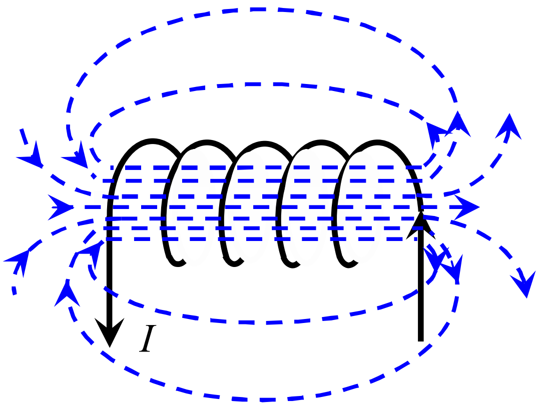
$$\left[\nabla,\vec{B}\right]=\mu_0\cdot\vec{j}.$$

Напомним о роторе. Воспользовавшись записью векторного произведения с помощью определителя

$$\text{rot}\vec{A}=\left[\nabla\vec{A}\right]=\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix};$$

$$\text{rot}\vec{A}=\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)e_x+\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)e_y+\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right).$$

Магнитное поле соленоида



Используем теорему о циркуляции для расчета магнитного поля соленоида. Соленоид – это проводник, намотанный по винтовой линии на поверхность цилиндрического каркаса. Пусть длинный соленоид с током I имеет n витков на единицу длины. Если шаг винтовой линии достаточно мал, то каждый виток соленоида можно заменить замкнутым витком. На рисунке показаны линии магнитной индукции вне и внутри соленоида. Опыт показывает, что чем длиннее соленоид, тем меньше поле вне него. Поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено внутри его, а поле снаружи отсутствует. Линии вектора $\vec{B}$ внутри соленоида направлены по оси так, что образуют с направлением тока в соленоиде правовинтовую систему

$$B = \mu_0 nI ,$$

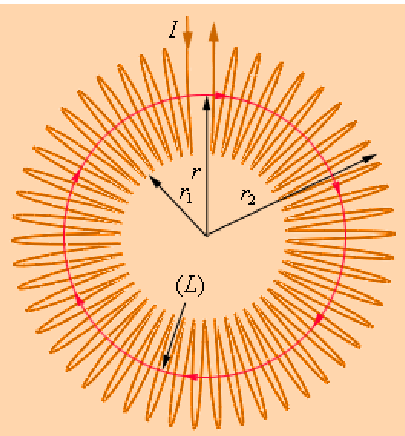
$n = \dfrac{N}{l}$ – число витков на единицу длины соленоида.

Произведение nI называется числом ампервитков на единицу длины соленоида и относится к его характеристикам.

При выводе формулы для магнитного поля соленоида мы допустили некорректность: мы приняли интеграл по внешней части контура равным нулю, несмотря на то, что линии магнитного поля замкнуты и, строго говоря, внешнее поле не равно нулю. Однако это некорректность принципиально на результате не отражается.

Магнитное поле тороида

Тороид – тонкий провод, плотно намотанный на каркас в форме тора (круга, бублика).



Возьмём контур в виде окружности радиуса $\boldsymbol{r_i}$, центр которого совпадает с центром тора, радиуса r ($r_1 < r_i < r_2$). В силу симметрии вектор $\boldsymbol{B}$ в каждой точке направлен по касательной к контуру. Следовательно,

$$\oint B_l \cdot dl = B \cdot l = B \cdot 2\pi \cdot r_i ,\ \ l = 2\pi \cdot r_i .$$

Это длина контура, окружность.

Если контур проходит внутри тороида, то он охватывает ток $2\pi \cdot r \cdot n \cdot I$ (n – число витков на единицу длины). Тогда по теореме о циркуляции вектора B получаем в итоге $B = \mu_0 n \cdot I \dfrac{r}{r_i}$. А для напряжённости имеем $H = n \cdot I \dfrac{r}{r_i}$.

Если внутри тороида имеется сердечник, то выражение для индукции магнитного поля примет вид

$$B = \mu\mu_0 n \cdot I \frac{r}{r_i}.$$

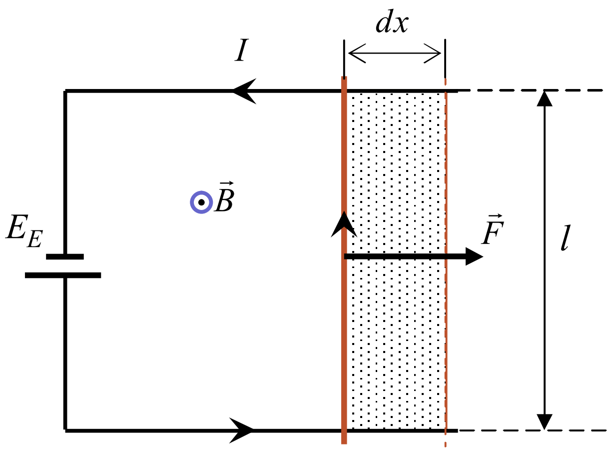
Контур вне тороида токов не охватывает, поэтому $B = 0$ ($B \cdot 2\pi \cdot r =$ $= 0$).

Для тороида, где r много больше радиуса витка, отношение $r/r_i \approx 1$, т.е. $r \approx r_i$. Для такого тора индукция и напряжённость будут равны

$$B = \mu_0 n \cdot I.\ \ H = n \cdot I.$$

В тороиде индукция магнитного поля однородна по величине, т.е. по модулю, но его направление в каждой точке различно.

Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле



Линии индукции магнитного поля перпендикулярны плоскости чертежа и вектор B направлен к нам. На элемент тока $I \cdot l$ действует сила Ампера

$$F_A = I \cdot B.$$

sinα = 1, т.к. угол α между направлением тока и направлением вектора магнитной индукции равен 90°. Пусть провод переместился параллельно самому себе на расстояние dx. При этом будет совершена работа

$$dA = F \cdot dx = I \cdot B \cdot l \cdot dx = I \cdot B \cdot dS = I \cdot d\Phi,$$

$l \cdot dx = dS$, площадь, которую пересекает проводник;

$B \cdot dS = d\Phi$, магнитный поток, пронизывающий эту площадь.

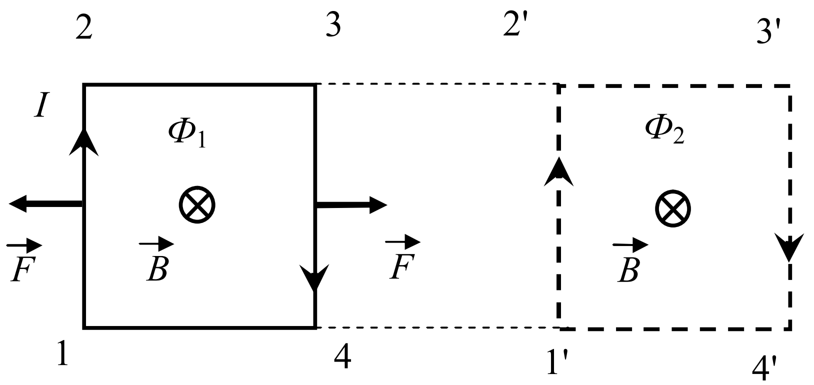
Магнитный поток Φ имеет размерность, [Ф] = 1 Вб = 1 В·с.

Итак, окончательно имеем

$$dA = I \cdot d\Phi.$$

Работа, совершенная проводником с током при перемещении в магнитном поле, равна произведению тока на магнитный поток, пересечённый этим проводником.

Формула остаётся справедливой, если проводник любой формы движется под любым углом к направлению вектора магнитной индукции B.



Полная работа по перемещению контура с током в магнитном поле равна алгебраической сумме работ, совершаемых при перемещении каждой из четырёх сторон контура.

Работа, совершаемая при перемещении замкнутого контура с током в магнитном поле, равна произведению величины тока на изменение магнитного потока, сцеплённого с контуром

$$dA = I \cdot d\Phi.$$

Оба выражения внешне тождественны, но физический смысл величин $d\Phi$ в них различен. Второе соотношение, выведенное для простейшего случая остаётся справедливым и для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

Более того, если контур неподвижен, а меняется индукция магнитного поля, то при изменении магнитного потока на величину $d\Phi$, магнитное поле совершает ту же работу.

$$dA = I \cdot d\,\Phi.$$

4.2. Примеры решения задач

1. На проводник с током I = 50 А, расположенный в однородном магнитном поле под углом $\alpha = 30°$ к направлению линий магнитного поля, действует сила F = 5 Н. Найти индукцию магнитного поля, если длина проводника равна l = 2 м.

На проводник с током, помещённый в магнитное поле, действует сила

$$F = I \cdot l \cdot \mathrm{B} \cdot \sin\alpha,$$

отсюда индукция

$$B = \frac{F}{I \cdot l \cdot \sin\alpha}; \quad \mathrm{B} = \frac{5}{50 \cdot 2 \cdot 0{,}5} = 0{,}1 \text{ Тл}.$$

2. Два провода, расположенные параллельно, подвешены на расстоянии d = 40 см один от другого. В каждом проводе в одном направлении протекает постоянный ток I = 200 А. Найти силу взаимодействия проводов на участке между соседними опорами, расположенными на расстоянии l = 100 м.

По формуле Ампера $F = \dfrac{\mu\,\mu_0 \cdot I_1\,I_2\,l}{2\pi\,d}$, так как проводники находятся в воздухе, то $\mu = 1$, а $I_1 = I_2 = I$, тогда

$$F = \frac{\mu_0\,I^2\,l}{2\pi\,d},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (200)^2 \cdot 100}{2\pi \cdot 0,4} = 2 \text{ Н.}$$

3. Какую работу совершает однородное магнитное поле с индукцией 1,5 Тл при перемещении проводника длиной 0,2 м, по которому течет ток в 10 А, на расстояние 0,25 м, если направление перемещения перпендикулярно к направлению тока? Проводник расположен под углом 30° к направлению поля.

Работа перемещения равна

$$A = F \cdot S,$$

где F – сила, действующая на проводник с током в магнитном поле; $F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\alpha$, тогда $A = I \cdot l \cdot B \cdot S \cdot \sin\alpha$,

$$\text{А} = 1,5 \cdot 0,2 \cdot 10 \cdot 0,25 \cdot 0,5 = 0,38 \text{ Дж.}$$

4. Электрон, ускоренный разностью потенциалов U = 1000 В, влетает в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению его движения. Индукция магнитного поля равна B = 1,19·10^{-3} Тл. Найти радиус кривизны траектории электрона.

Работа, которую совершает электрическое поле, равна изменению кинетической энергии электрона

$$eU = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

где e – заряд электрона; m – масса электрона; υ – его скорость.

Отсюда

$$U = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \qquad (1)$$

На движущуюся заряженную частицу в магнитном поле действует сила Лоренца, которая является центростремительной силой

$$e \cdot \upsilon \cdot B = \frac{m\upsilon^2}{R}, \quad \text{откуда } e \cdot B = \frac{m\upsilon}{R}, \quad R = \frac{m\upsilon}{eB}. \qquad (2)$$

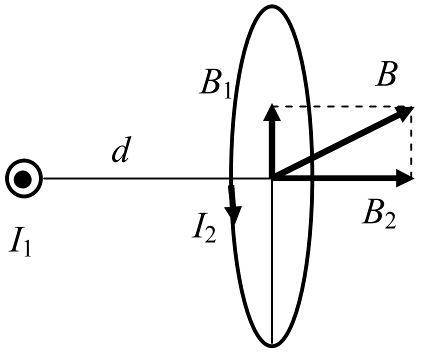
Подставим в выражение (2) формулу (1), получим

$$R = \frac{m}{e\,B}\sqrt{\frac{2e\,B}{m}} = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m\,U}{e}},$$

где m = 9,1·10^{-31} кг; e = 1,6 · 10^{-19} Кл.

$$R = \frac{1}{1,19 \cdot 10^{-3}}\sqrt{\frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

5. Круговой виток радиусом R = 15 см расположен относительно бесконечно длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе I_1 = 1 А, сила тока в витке I_2 =5 А. Расстояние от центра витка до провода d = 20 см. Определить магнитную индукцию в центре витка.



Магнитное поле прямолинейного проводника

$$B_1 = \mu_0 \frac{I_1}{2\pi \cdot d}.$$

Магнитное поле витка с током

$$B_2 = \mu_0 \frac{I_2}{2R}.$$

Результирующее магнитное поле

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \mu_0 \sqrt{\frac{I_1^2}{(2\pi \cdot d)^2} + \frac{I_2^2}{(2R)^2}} =$$

$$= 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \sqrt{\left(\frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2 \cdot 0{,}15}\right)^2} = 21{,}2 \text{ мкТл}.$$

4.3. Задания для решения на практических занятиях.

Задачи

1. Найти напряжённость магнитного поля в точке, отстоящей на 41 см от бесконечно длинного проводника, по которому течёт ток 29 А. Проводник с током 4 А имеет форму окружности с радиусом 13 см, у которой третья часть дуги заменена прямолинейным проводником. Определить напряжённость магнитного поля в центре окружности.

2. По двум бесконечно длинным параллельным проводникам, лежащим в одной плоскости, текут противоположно направленные токи 5 А и 23 А. Найти напряжённость магнитного поля посередине между проводниками, если расстояние между ними равно 43 см.

3. Из медного провода длиной 9 см сделана квадратная рамка. Во сколько раз изменится напряжённость магнитного поля в центре квадратной рамки, если длину проводника взять равной 11 см? Разность потенциалов на концах проводника постоянна.

4. Два круговых витка с одинаковыми токами 25 А, имеющие общий центр, расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях. Найти напряжённость магнитного поля в центре витков, если радиусы их равны 29 см и 10 см.

5. Бесконечно длинный прямой проводник с током 56 А имеет неперекрещивающийся изгиб в виде окружности радиусом 12 см. Найти напряжённость магнитного поля в центре этой окружности.

6. По двум прямым параллельным проводникам одинаковой длины по 5 м, находящимся на расстоянии 81 см друг от друга, текут одинаковые по величине токи 570 А каждый. Вычислить максимальную силу взаимодействия этих токов.

7. Протон двигается в однородном магнитном поле с напряжённостью 50 кА/м по винтовой линии радиусом 7 см и шагом 1 см. Определить скорость протона.

8. Два иона, имеющие одинаковые заряды и прошедшие одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле под прямым углом. Первый ион начал вращаться по окружности радиусом 24 см, а второй – 3 см. Определить отношение масс ионов m_1/m_2.

9. Два длинных параллельных проводника с токами 17 А и 42 А расположены на расстоянии 12 см друг от друга. Токи в проводниках текут в одном направлении. Какую работу нужно совершить на каждый метр длины проводника, чтобы раздвинуть их до расстояния 30 см?

10. Вычислить радиус дуги окружности, которую описывает протон в однородном магнитном поле с индукцией 128 мкТл. Скорость протона равна 6 км/с.

Тесты

1. Закон Био – Савара – Лапласа можно записать в виде

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin(\alpha)}{4\pi r^2},$$

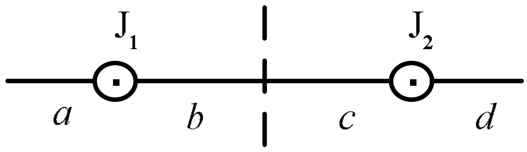
где α – это угол между...

1) вектором магнитной индукции B и направлением тока I;

2) вектором B и радиусом-вектором r;

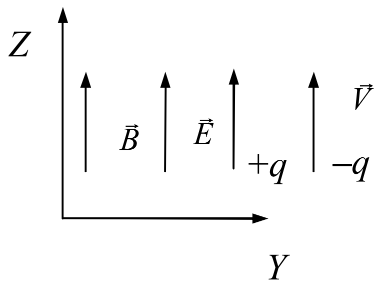
3) направлением тока I и вектором r.

2. На рисунке изображены сечения двух параллельных прямолинейных длинных проводников с одинаково направленными токами, причем $J_1 = 2\ J_2$. Индукция $\vec{B}$ магнитного поля равна нулю в некоторой точке участка….



Ответы: 1) *c*; 2) *a;* 3) *b;* 4) *d*.

3. Протон и электрон, имеющие одинаковые скорости, влетают в пространство, в котором существуют однородные электрическое и магнитное поля, как показано на рисунке.



Как будут двигаться заряженные частицы?

1) Обе частицы будут двигаться в одну сторону по винтовым линиям.

2) Обе частицы будут двигаться по окружности с различными радиусами и в противоположные стороны.

3) Обе частицы будут двигаться прямолинейно в противоположных направлениях.

4) Обе частицы будут двигаться по винтовым линиям с различными радиусами и шагом в противоположных направлениях.

5) Обе частицы будут двигаться прямолинейно в одну сторону.

4. Со стороны магнитного поля действует сила Лоренца на…

Выберите правильное окончание предложения.

1)…любую заряженную частицу;

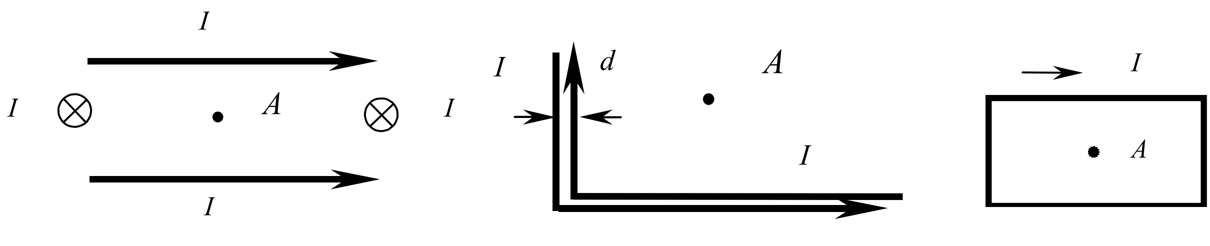
2)…движущуюся заряженную частицу;

3)..любую движущуюся частицу;

4)…проводник с током;

5)…движущийся проводник с током.

5. Магнитное поле создается прямолинейными проводниками с током, расположенными как показано на рисунках.



1) 2) 3)

Величина токов во всех случаях одинаковая. В каком случае из предложенных на рисунках индукция магнитного поля в точке A отлична от нуля? Расстояние d между параллельными проводниками много меньше расстояния от проводников до точки А.

4.4. Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Бесконечно длинный прямой проводник имеет изгиб в виде перекрещивающейся петли радиусом 85 см. Найти ток, текущий в проводнике, если напряжённость магнитного поля в центре петли равна 80 А/м.

2. По двум бесконечно длинным прямым проводникам, пересекающимся под прямым углом и лежащим в одной плоскости, текут токи 9 А и 90 А. Определить минимальное значение магнитной индукции в точке, расположенной на пересечении перпендикуляров к проводникам. Расстояние от точки до каждого проводника одинаково и равно 16 см.

3. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течёт ток 53 А. Длины сторон прямоугольника равны 15 см и 33 см. Определить напряжённость магнитного поля в точке пересечения диагоналей.

4. Проводник с током 75 А имеет форму окружности с радиусом 20 см, у которой третья часть дуги заменена прямолинейным проводником. Определить напряжённость магнитного поля в центре окружности.

5. Бесконечно длинный проводник с током 46 А изогнут под прямым углом. Найти магнитную индукцию в точке, лежащей на одном из прямолинейных участков проводника на расстоянии 12 см от вершины угла.

6. Виток, по которому течёт ток силой 41 А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией 86 мТл. Диаметр витка 14 см. Какую работу надо совершить, чтобы удалить виток из магнитного поля?

7. Положительный ион, заряд которого равен двум элементарным зарядам, двигается со скоростью 29 км/с в однородном магнитном поле по винтовой линии радиусом 32 см и шагом 16 см. Определить массу иона, если напряжённость магнитного поля равна 51 кА/м.

8. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряжённостью 21 кА/м. Найти силу эквивалентного кругового тока, создаваемого движущимся электроном.

9. В однородном магнитном поле с индукцией 335 мТл проводник длиной 42 см переместился перпендикулярно линиям магнитного поля на 49 см. При этом совершена работа 79 мДж. Найти силу тока в проводнике.

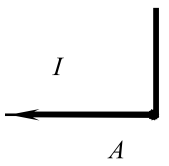
10. В однородное магнитное поле с индукцией 255 мТл, помещена квадратная рамка со стороной 3 см, состоящая из 14 витков. Плоскость рамки составляет с магнитной индукцией угол 30°. Какая будет совершена работа при повороте рамки в устойчивое равновесное положение, если по ней пропустить ток силой 8 А?

Тесты

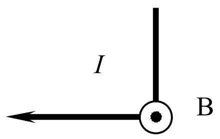
1. Положительный заряд q движется по окружности радиусом R со скоростью υ, периодом T и частотой ν. Найти в общем виде выражение для подсчета индукции магнитного поля, создаваемого зарядом в центре окружности.

1) $B = \dfrac{\mu_0 V q}{4\pi R^2}$; 2) $B = \dfrac{\mu_0 \nu q}{2\pi R}$; 3) $B = \dfrac{\mu_0 q}{2\pi T R}$.

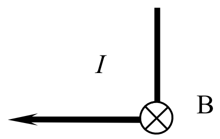
2. Магнитное поле создается прямым проводником бесконечной длины с током I. Проводник изогнут в точке A под прямым углом как показано на рисунке. На каком из приведенных ниже рисунков правильно показано направление вектора индукции магнитного поля B в точке A?



1)



2)



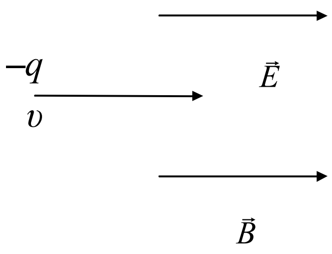
3)

Магнитное поле в точке A равно нулю.

3. Со стороны магнитного поля на заряженную частицу действует сила Лоренца, модуль которой зависит от: а) массы частицы; б) величины заряда; в) знака заряда; г) величины скорости; д) направления скорости.

Ответы: 1) б, в, г; 2) а, г, д; 3) в, г, д; 4) б, г, д.

4. Электрон влетает в однородные электрическое и магнитное поля с начальной скоростью $\vec{\upsilon}$, параллельной векторам напряженности электрического E и индукции магнитного B полей как показано на рисунке.



Определить (в общем виде) полное ускорение электрона. Какая из предложенных ниже формул является правильной?

1) $a = \dfrac{qE}{m}$; 2) $a = \dfrac{qB\upsilon}{m}$; 3) $a = \sqrt{\dfrac{q^2\upsilon^2B^2}{m^2} + \dfrac{q^2E^2}{m^2}}$; 4) a=0.

5. Две частицы с зарядами $q_1 = 2q_0$ и $q_2 = 3q_0$ и с массами $m_1 = 3m_0$ и $m_2 = 2m_0$ влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции с одинаковой скоростью. Сравните периоды вращения этих частиц и укажите правильное соотношение между ними.

Ответы: 1) T_1=T_2; 2) T_1=4T_2; 3) T_2=9T_1; 4) T_1=$T_2$9/4; 5) T_1=$T_2$4/9.

4.5. Вопросы для самоконтроля

1. Чему равна индукции магнитного поля бесконечно длинного прямого тока?
2. Чему равна индукции магнитного поля витка с током?
3. Что такое сила Ампера? Как определить ее направление.
4. Что такое сила Лоренца? На какие частицы она действует?
5. Чему равна циркуляция вектора магнитной индукции?
6. Как можно рассчитать магнитное поле соленоида и тороида?

5. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

5.1. Намагниченность и напряжённость магнитного поля

Всякое вещество, помещенное в магнитное поле является магнетиком, т.е. способно под действием магнитного поля намагничиваться (приобретать магнитный момент).

Намагниченное вещество создает свое магнитное поле $\vec{B}'$, которое вместе с полем $\vec{B}_0$, созданным токами проводимости, образует результирующее поле $\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0$. Под $\vec{B}_0$ и $\vec{B}'$ понимаются усредненные (макроскопические) поля. Поле $\vec{B}'$, как и поле токов проводимости $\vec{B}_0$, не имеет источников, т.е. магнитных зарядов, поэтому для результирующего поля $\vec{B}$ при наличии магнетика справедлива теорема Гаусса

$$\oint_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = 0.$$

Это означает, что и при наличии магнетика линии вектора $\vec{B}$ остаются непрерывными.

Ясно, что результирующее поле (B) должно зависеть от магнитных свойств магнетика. Магнитное поле микротоков возникает в результате воздействия внешнего магнитного поля, т.е. первичным источником магнитного поля в веществе являются макротоки.

В вакууме магнитное поле создают только макротоки, а в веществе и макротоки, и микротоки. Следовательно, для поля в веществе циркуляция вектора магнитной индукции запишется следующим образом

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_L B_l \cdot dl = \mu_0 \left(I + I'\right),$$

I – макроток, I' – микроток.

Степень намагничивания магнетика характеризуется магнитным моментом единицы объема. Эту величину называют намагниченностью и обозначают буквой $\vec{J}$. $\vec{J}$ – величина векторная. По определению

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{P}_m,$$

где ΔV – физически бесконечно малый объем; $\vec{P}_m$ – магнитный момент отдельной молекулы. Суммирование проводится по всем молекулам в объеме ΔV.

Намагниченность можно представить себе в следующем виде

$$\vec{J} = n\langle \vec{P}_m \rangle,$$

где n – концентрация молекул; $\langle P_m \rangle$ – средний магнитный момент одной молекулы. Из приведенной формулы видно, что вектор $\vec{J}$ имеет то же направление, что и средний вектор $\langle P_m \rangle$.

Для простоты запишем вектор намагниченности без учета усреднения $\vec{J} = n \cdot \vec{P}_m$. Тогда для микротока можно записать $dI' = \vec{J} \cdot d\vec{l}$.

А сам микроток будет равен $I' = \oint\limits_L \vec{J} \cdot d\vec{l} = \oint\limits_L J_l \cdot dl.$

В итоге можно записать

$$\oint\limits_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) \cdot d\vec{l} = I. \quad \oint\limits_L \frac{\vec{B}}{\mu_0} d\vec{l} = I + \oint\limits_L \vec{J} \cdot d\vec{l}.$$

Отсюда получим

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} = \vec{H}.$$

Это вектор напряжённости магнитного поля. Величина удобная именно тем, что определяется только внешними токами, внешним магнитным полем.

Циркуляция вектора напряжённости магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура равна алгебраической сумме <u>макротоков</u>, охватываемым этим контуром

$$\oint\limits_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I.$$

Вектор напряжённости магнитного поля $\left(\vec{H}\right)$ есть «силовая» характеристика той части магнитного поля в веществе, которая обусловлена только макротоками, т.е. это внешнее магнитное поле.

В вакууме молекулярных токов нет, поэтому $\vec{J} = 0$, т.е. $\vec{B}/\mu_0 = \vec{H}$. Так как вектор напряжённости определяется только внешними токами, то вектор намагниченности принято связывать с вектором $\vec{H}$. Опыт показывает, что эта связь выглядит следующим образом

$$\vec{J} = \chi \cdot \vec{H},$$

χ – магнитная восприимчивость, безразмерная величина. Отсюда имеем

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \cdot \vec{H} = \vec{H}. \qquad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 (1 + \chi)} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}.$$

Безразмерная величина $1+\chi=\mu$ называется относительной магнитной проницаемостью или просто магнитной проницаемостью вещества. С учетом этой характеристики вещества связь между векторами $\vec{B}$ и $\vec{H}$ для магнетиков можно выразить так:

$$\vec{B}=\mu\mu_0\vec{H}.$$

В отличие от электрической восприимчивости χ_E, которая была введена нами для диэлектриков, магнитная восприимчивость χ бывает как положительной, так и отрицательной. Поэтому магнитная проницаемость μ может быть как больше, так и меньше нуля.

Физический смысл μ. Это число, показывающее во сколько раз, изменяется магнитное поле в магнетике.

В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости χ все магнетики подразделяются на три группы.

Диамагнетики. У диамагнетиков χ отрицательна и мала по абсолютной величине. Вектор $\vec{J}$ диамагнетиков имеет направление, обратное направлению вектора $\vec{H}$ ($\vec{J}\uparrow\downarrow\vec{H}$);

Парамагнетики. χ парамагнетиков положительна и тоже мала по абсолютной величине. Вектор $\vec{J}$ парамагнетиков имеет направление, совпадающее с направлением вектора $\vec{H}$ ($\vec{J}\uparrow\uparrow\vec{H}$);

Ферромагнетики. χ положительна и по абсолютной величине достигает очень больших значений.

В магнетиках, изученные нами законы, запишутся следующим образом.

Закон Био – Савара – Лапласа

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0\mu}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}\Leftrightarrow d\vec{H}=\frac{1}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3}.$$

Поле прямого тока

$$B=\frac{\mu_0\mu}{2\pi}\frac{I}{b}\Leftrightarrow H=\frac{I}{2\pi\cdot b}.$$

Поле соленоида и тороида

$$B=\mu_0\mu\cdot nI\Leftrightarrow H=nI.$$

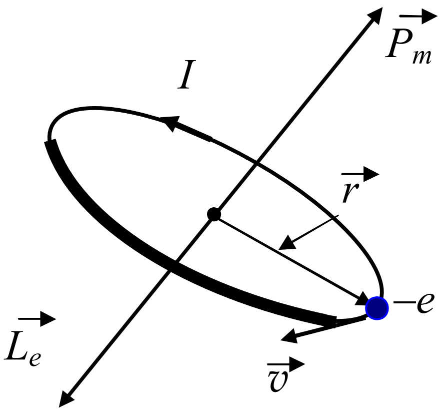
Закон Ампера

$$d\vec{F}=I\left[d\vec{l},\vec{B}\right]\Leftrightarrow d\vec{F}=\mu\mu_0\cdot I\left[d\vec{l},\vec{H}\right].$$

Магнитные моменты электронов и атомов

Рассмотрим, что происходит с веществом в магнитном поле.

Рассмотрим модель. Изолированный атом, не подверженный воздействию магнитного поля. Движение каждого электрона по орбите вокруг ядра можно рассматривать как контур тока.



Магнитный момент P_m электрического тока, вызванного движением электрона по орбите, называют орбитальным магнитным моментом электрона

$$P_m = \frac{e \cdot v \cdot r}{2}.$$

С другой стороны каждый электрон массы m, равномерно вращающийся по орбите, обладает механическим моментом импульса

$$L_e = mv \cdot r.$$

Направление вектора L_e определяется из векторной записи

$$\vec{L}_e = m\left[\vec{r}, \vec{v}\right].$$

Видно, что вектора $\vec{P}_m$ и $\vec{L}_e$ направлены в противоположные стороны. Для положительного заряда их направления совпадают. Составим соотношение

$$\frac{P_m}{L_e} = \frac{e \cdot v \cdot r}{2 \cdot m \cdot v \cdot r} = \frac{e}{2m},$$

$\frac{e}{2m}$ – постоянная величина.

Или если учесть направления векторов $\vec{P}_m = -\frac{e}{2m} \cdot \vec{L}_e$, $\frac{e}{2m}$ – называется орбитальным гиромагнитным отношением.

Таким образом, орбитальный магнитный момент электрона пропорционален его орбитальному (механическому) моменту импульса, причём оба момента противоположны по направлению, так как заряд электрона отрицателен.

Кроме орбитальных моментов электрон обладает собственными (или спиновыми) моментами. Более подробно это будет рассмотрено в следующем семестре. Квантовомеханический расчёт даёт следующие результаты

$$\frac{\vec{P}_s}{\vec{L}_s} = -\frac{e}{m}, \Rightarrow \vec{P}_s = -\frac{e}{m}\vec{L}_s.$$

Отношение $\frac{e}{m}$ называется спиновым гиромагнитным отношением.

Спин электрона (собственный механический момент) всегда равен следующей величине

$$L_s = \pm\frac{1}{2}\hbar, \dots \text{ где } \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

Тогда собственный магнитный момент электрона будет равен

$$P_s = \frac{e \cdot \hbar}{2m}.$$

Эта величина называется магнетоном Бора и обозначается $\mu_Б$.

Для спина электрона гиромагнитное отношение в два раза больше, чем для орбитального движения.

Полный магнитный момент атома вещества

$$\vec{P}_m = \sum \vec{P}_{\text{орб}} + \sum \vec{P}_s + \sum \vec{P}_{\text{ядра}}.$$

Магнитные моменты ядер примерно в 2000 раз меньше магнитных моментов электронов. Поэтому обычно в расчётах магнитных моментов электронов и атомов вкладом последнего члена пренебрегают.

Так как в атоме несколько электронов, то полный момент импульса и полный магнитный момент атома представляют собой суперпозицию спиновых и орбитальных моментов. Но всегда магнитный момент противоположен по направлению механическому моменту импульса. И гиромагнитное отношение не обязательно должно быть или $\frac{e}{2m}$ или $\frac{e}{m}$. Его величина может располагаться где-то между этими значениями.

Диамагнетизм

Электрон движется по орбите подобно волчку, поэтому ему должны быть присущи все особенности поведения гироскопов под действием внешних сил. В частности, должна возникать прецессия электронных орбит.

Если магнитный момент $\vec{P}_m$ и вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлены под углом α друг к другу, то на орбиту электрона будет действовать вращающий момент (момент силы) $\vec{M} = \left[\vec{P}_m, \vec{B}\right]$, который стремиться повернуть вектор $\vec{P}_m$ по направлению вектора $\vec{B}$. При этом механический момент $\vec{L}_e$ устанавливается против поля.

Под действием вращающего момента $\vec{M}$ вектора $\vec{P}_m$ и $\vec{L}_e$ совершают прецессию вокруг вектора $\vec{B}$.

Угловая скорость прецессии $\omega_L = \dfrac{e \cdot B}{2m}$.

Эта величина называется частотой Ларморовой прецессии или Лармова частота, по имени английского физика Джозефа Лармора (1857 – 1942). Эта частота не зависит ни от угла наклона орбиты к вектору $\vec{B}$, ни от скорости движения электрона, ни от радиуса его орбиты и, следовательно, одинакова для всех электронов атома.

Раз появляется дополнительное движение электрона, то появляется дополнительный ток

$$\Delta I_{\text{орб}} = \frac{e^2 \cdot B}{4\pi \cdot m}.$$

Току $\Delta I_{\text{орб}}$ соответствует наведённый орбитальный магнитный момент $\Delta P_m = \Delta I_{\text{орб}} \cdot S_{\perp}$, ΔP_m направлен перпендикулярно плоскости $S_{\perp}$; $S_{\perp}$ – площадь проекции орбиты электрона на плоскость перпендикулярную вектору $\vec{B}$.

Или окончательно

$$\Delta \vec{P}_m = -\frac{e^2}{6m} \cdot r^2 \cdot \vec{B}.$$

Знак минус отражает то обстоятельство что вектора $\Delta \vec{P}_m$ и $\vec{B}$ направлены в противоположные стороны. Этот результат является следствием закона Ленца о направлении индукционного тока. В общем случае это следствие закона сохранения энергии.

Итак, под действием внешнего магнитного поля происходит прецессия электронных орбит с одинаковой для всех электронов угловой скоростью. Обусловленное прецессией дополнительное движение электронов приводит к возникновению индуцированного магнитного момента атома, направленного против поля. Если бы по полю, то это противоречило бы закону сохранения энергии.

Ларморова прецессия возникает у всех без исключения веществ.

Появление индуцированного магнитного момента, направленного против внешнего магнитного поля и называется диамагнетизмом.

Однако проявляется диамагнетизм только у тех веществ, у которых атомы не обладают собственным магнитным моментом (векторная сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов всех электронов атома равна нулю). Все заполненные оболочки имеют нулевые полный механический и магнитный моменты. Атомы и ионы, имеющие только заполненные оболочки, не имеют постоянных магнитных моментов и, следовательно, являются диамагнетиками. Это инертные газы, ионы Na^+, Cl^-, молекула водорода H_2, так как электроны в молекуле спарены.

Диамагнетики выталкиваются из магнитного поля. Магнитная восприимчивость диамагнетиков $\chi = -(15\text{–}3800)\cdot 10^{-6}$. Следовательно, относительная магнитная проницаемость $\mu = 1 + \chi$ меньше единицы, $\mu \leq 1$.

Парамагнетизм

Парамагнетики это вещества, у которых векторная сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов не равна нулю, т.е. атом в отсутствии магнитного поля обладает некоторым магнитным моментом $\vec{P}_m$. Любой атом, у которого имеется нечётное число электронов, будет иметь магнитный момент. Например, на незаполненной внешней оболочке атома натрия (Na) имеется один валентный электрон. Этот электрон и определяет магнитный момент всего атома. Однако при образовании соединения этот электрон на внешней оболочке «спаривается» с другим таким же электроном, направление спина которого противоположно. Поэтому молекулы часто не обладают магнитным моментом.

У большинства материалов результирующий магнитный момент появляется только тогда, когда в них присутствуют атомы с незаполненной внутренней электронной оболочкой. Такие атомы принадлежат к «переходным» элементам периодической таблицы (Cr, Mn, Fe, Ni и т.д.). Все редкоземельные элементы имеют незаполненную внутреннюю электронную оболочку и, следовательно, обладают магнитным моментом.

В отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов ориентированы произвольно и равновероятно по всем направлениям из-за хаотического теплового движения. Поэтому результирующий магнитный момент образца равен нулю.

Под действием внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов ориентируются по направлению поля, преодолевая действие теплового движения атомов. И атомов, магнитные моменты которых направлены по полю, становится больше, чем ориентированных против поля. Материал намагничивается.

Парамагнетизм это возникновение намагниченности образца пропорционально внешнему магнитному полю.

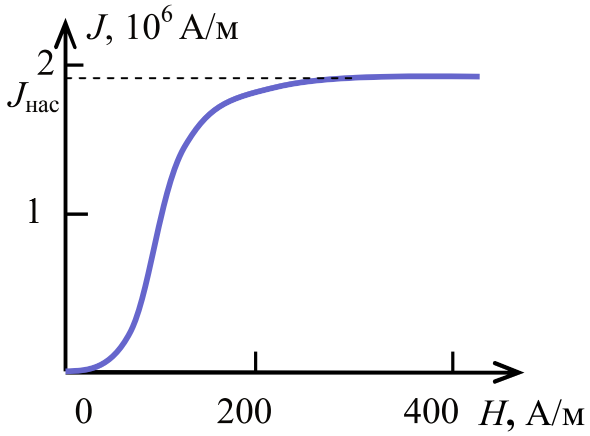
Ферромагнетизм. Свойства ферромагнитных материалов

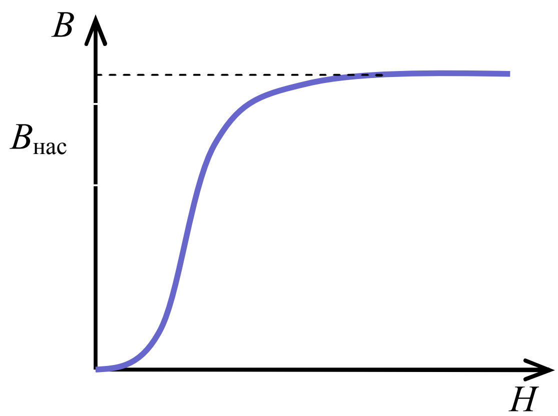
Ферромагнетики это вещества, у которых внутреннее магнитное поле во много раз (сотни и тысячи) превышает вызвавшее его внешнее магнитное поле. К ферромагнетикам относятся Fe, Co, Ni, Cd и некоторые другие редкоземельные металлы. Максимальная магнитная проницаемость у железа $\mu_{Fe} = 5\cdot 10^3$, у пермолоя $\mu = 10^5$ (78% Ni, 22% Fe).

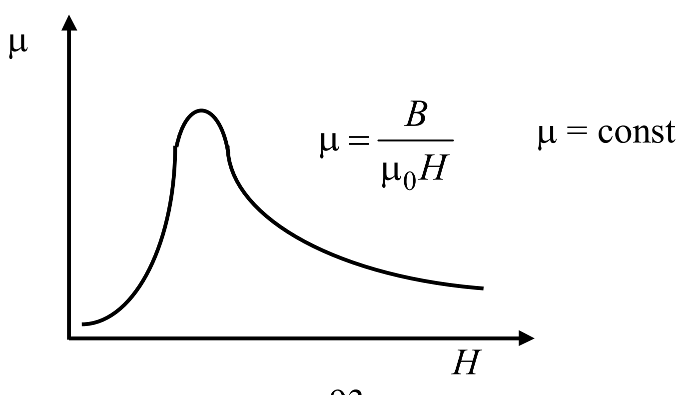
Ферромагнетизм обнаружен только в кристаллических веществах, у аморфного железа он отсутствует.

Экспериментальное изучение ферромагнетиков было начато Столетовым и П. Кюри в 1871 году. Основные результаты этих исследований приведены ниже.

Кривая намагниченности ферромагнетиков $J(H)$ приведена на рисунке. Это так называемая основная или нулевая кривая, т.е. зависимость для такого ферромагнетика, магнитный момент для которого первоначально был равен нулю. Уже при небольших полях кривая намагниченности достигает насыщения $J_{нас}$, дальнейший рост поля H практически не приводит к увеличению намагниченности J. Нелинейной для ферромагнетиков является и зависимость $B(H)$.





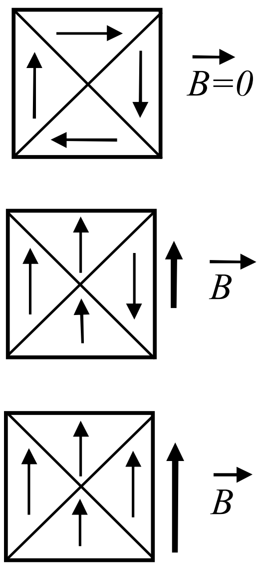


Из последнего рисунка следует, что зависимость относительной магнитной проницаемости μ от величины напряжённости магнитного поля так же является нелинейным.

Классическая феноменологическая теория ферромагнетизма была разработана французским учёным Пьером Вейсом в 1907 году. Теория Вейса по существу является развитием теории парамагнетизма Ланжевена. В основу теории Вейса положены две гипотезы.

1. Ниже точки Кюри $T_К$ ферромагнетики обладают самопроизвольной намагниченностью, не зависящей от внешнего магнитного поля.

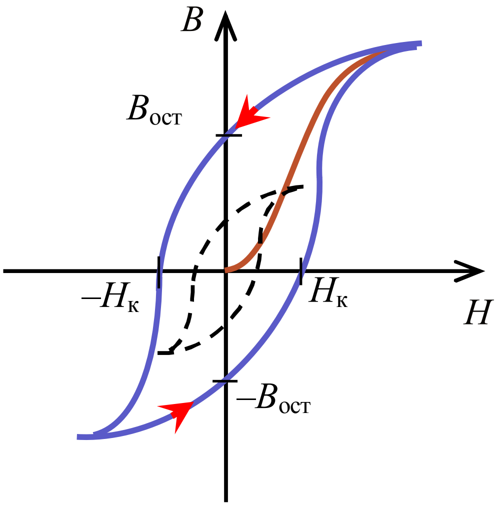
2. Ферромагнетик разбит на ряд областей (доменов) с самопроизвольной намагниченностью, ориентированных произвольным образом так, что суммарный магнитный момент тела равен нулю. Линейные размеры доменов порядка (1–100) мкм.



Внешнее магнитное поле ориентирует по полю домены, т.е. целые области, поэтому индукция магнитного поля B растёт с полем H. Причём рост индукции магнитного поля происходит скачками при переориентации каждого домена. Это явление называется эффектом Баркгаузена (1881–1956), по фамилии немецкого физика, открывшего этот эффект. Магнитное насыщение наступает тогда, когда все домены будут ориентированы по направлению внешнего магнитного поля.

Кроме нелинейной зависимости между J, B и H для ферромагнетиков характерно наличие ***петли гистерезиса***: связь между B и H или оказывается неоднозначной и определяется предшествующей историей намагничивания ферромагнетика.

Если первоначально не намагниченный ферромагнетик намагничивать, увеличивая H до значения, при котором наступает насыщение, а затем уменьшать H, то кривая намагничивания пойдет не по первоначальному пути, а несколько выше. Если затем изменять H в обратном направлении, то кривая намагничивания пойдет ниже. Получившуюся замкнутую кривую называют петлей гистерезиса. Если первоначально не намагниченный ферромагнетик намагничивать, увеличивая H до значения, при котором еще не наступает насыщение, то петля гистерезиса получается меньшего размера, как бы вписанная в максимальную петлю гистерезиса.



Чтобы $B = 0$ необходимо приложить некоторую величину напряжённости $H_к$, которая называется коэрцитивной силой, противоположного направления. Для поворота домена требуется энергия. Тепловая энергия хаотического движения без участия внешнего поля разорентирует часть доменов. Но суммарное магнитное поле остальных доменов не позволяет всем доменам разорентироваться. Поэтому магнетик характеризуется еще и остаточной намагниченностью $B_{ост}$.

По величине коэрцитивной силы $H_к$ магнитные материалы различаются на «твёрдые» и «мягкие». «Твёрдые» магнитные материалы обладают большой коэрцитивной силой и используются для изготовления постоянных магнитов. «Мягкие» – используются для изготовления сердечников трансформаторов.

Необходимо отметить, что площадь петли гистерезиса равна объёмной энергии потерь за один цикл перемагничивания.

Нарушение остаточной намагниченности может быть вызвано ударом, и даже сильным сотрясением образца (постоянные магниты нельзя ударять) или нагреванием выше точки Кюри ($H_к$). При этом спонтанная намагниченность исчезает, и ферромагнетик превращается в парамагнетик.

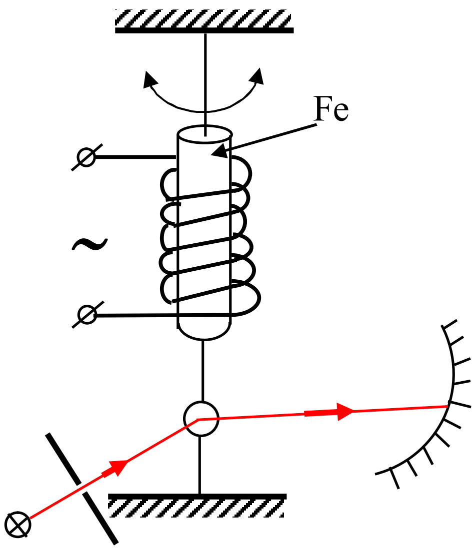
Ферромагнетики обладают интересным эффектом, который называется магнитострикцией. Это изменение размеров ферромагнетика при перемагничивании. Этот эффект используется в УВЧ генераторах.

Магнитомеханический эффект

Процесс намагничивания парамагнетиков и ферромагнетиков сопровождается упорядочением расположения магнитных моментов атомов $\vec{P}_m$ по отношению к направлению вектора магнитной индукции $\vec{B}$. Но с магнитными моментами атомов $\vec{P}_m$ связаны механические моменты импульса атомов $\vec{L}$. Для электронов они направлены в противоположные стороны. Если упорядочиваются магнитные моменты $\vec{P}_m$, то, следовательно, должны упорядочиваться и механические моменты $\vec{L}$. Когда индукция магнитного поля равна нулю суммарный момент импульса всего образца так же будет равен нулю $\sum \vec{L}_i = 0$. При включении внешнего магнитного поля изменяется момент импульса $\vec{L}$ электронов. В силу закона сохранения момента импульса должен измениться и момент импульса всего образца, т.е. ядер атомов. Весь образец должен повернутся. Это и называется магнитомеханическим эффектом.

Впервые этот эффект был обнаружен А. Эйнштейном и голландским физиком В. де Гаазом в 1915 году. Схема эксперимента представлена на рисунке.

На катушку подавалось переменное напряжение, и цилиндрический железный образец совершал колебательное движение вокруг оси. Вместе с образцом колебалось зеркальце, освещаемое тонким лучом света, который, отражаясь от зеркальца, попадал на шкалу.



Эффект был мал: при H = 10^4 А/м $\omega = 10^{-3}$ рад/с. Существует и обратный магнитомеханический эффект. Механическое вращение тела вызывает его намагничивание образца (механомагнитное явление). Впервые этот эффект наблюдал американский физик Барнетт в 1914 году. При скорости вращения образца $6 \cdot 10^3$ об/мин вокруг него возникало магнитное поле напряжённостью $\boldsymbol{H} \approx 10^{-2}$ А/м, что в тысячу раз меньше магнитного поля Земли. Итак, для железа (Fe) гиромагнитное отношение равно

$$g = \frac{P_m}{L_e} = \frac{e}{m}.$$

Это спиновое гиромагнитное отношение.

Природа спонтанной намагниченности ферромагнетиков

Теория Вейса объясняла свойства ферромагнетиков, но не отвечала на вопрос, почему ферромагнетики обладают спонтанной намагниченностью. Почему внутри домена ферромагнетик намагничен до насыщения? Этот вопрос самый сложный. Ответ на него дала только квантовая теория, да и то до сих пор некоторые детали остаются не выясненными.

Основы теории ферромагнетизма были созданы советским физиком-теоретиком Я.И. Френкелем (1894–1952) и немецким физиком-теоретиком В. Гейзенбергом (1901–1976) в 1928 году. Из опытов по изучению магнитомеханических явлений следует, что ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являются собственные (спиновые) магнитные моменты электронов. При определённых условиях в кристаллах могут возникнуть силы, (они называются обменными и объясняются только с позиций квантовой механики), которые заставляют магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. В результате возникают области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания, которые называются также доменами. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определённым магнитным моментом. Направление этих моментов для разных доменов различны, так что в отсутствии внешнего магнитного поля суммарный магнитный момент всего тела равен нулю. Домены имеют размеры порядка 1–100 мкм. Если домен намагничен до насыщения, следовательно, собственные магнитные моменты электронов ориентированы в одну сторону. Возникает вопрос. Почему?

Природа ферромагнетизма тесным образом связана с электронной структурой твёрдых тел.

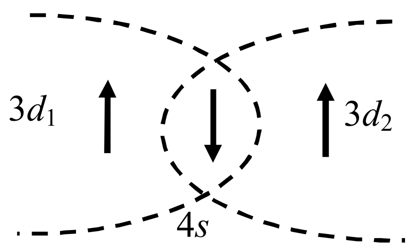
Прежде всего, все ферромагнетики это элементы переходной группы в периодической таблице.

Рассмотрим для примера электронную структуру атома железа. Его электронная конфигурация имеет вид: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 \underline{3d}^6 4s^2$. Обратите внимание, что 4 оболочка начинает заполняться электронами, хотя предыдущая еще не заполнена полностью (на $3d$ подоболочке должно быть 10, а не 6 электронов). $4s^2$ оболочка заполнена полностью, т.е. её магнитный момент равен нулю.

Электроны в атоме подчиняются принципу Паули (или принципу запрета), в данном случае, речь идёт о том, что не может быть в одном состоянии двух электронов с одинаковым направлением спина. Тем не менее, исследование энергетических спектров железа показали, что его шесть $3d$ – электронов разбиты на две группы так, что пять электронов, имеют одно направление спина, а один – противоположное. Это приводит к тому, что спиновый (собственный) магнитный момент атома железа равен $4P_{ms}$ ($4\mu_Б$). Объяснение того факта, что спины электронов устанавливаются таким способом, а не поровну в одну и противоположную сторону даёт идея о существовании обменной энергии. Природа обменного взаимодействия пока до конца не ясна, но большинство исследователей считает её электростатической. Обменные силы (или спин-вращающие силы) всегда стремятся ориентировать спины электронов так, чтобы система находилась в состоянии с минимальной энергией. Два электрона, спины которых антипараллельны ↑↓, обладают меньшей энергией, чем два электрона, спины которых параллельны ↑↑. Это как раз и соответствует принципу Паули. Но в атомах железа энергия обменного взаимодействия оказывается меньше, если 5 электронов имеют одинаковое направление спинов, а один – противоположное. Принцип Паули не нарушается, так как электроны d-подоболочки могут заселять разные состояния. На d-подоболочке имеется 10 состояний, а занято только 6 состояний.

Причина, по которой все магнитные моменты атомов внутри домена ориентированы в одну сторону, обусловлена кристаллической структурой вещества и связана с обменным взаимодействием между атомами внутри домена. Как мы упоминали ранее, ферромагнетизм наблюдается только у кристаллических веществ.

Обменное взаимодействие между атомами осуществляется следующим образом. «Магнитные» электроны d-подоболочки заставляют электроны проводимости (валентные s-электроны) ориентироваться в противоположную d-электронам сторону. Так как электроны проводимости движутся между атомами хаотически, то они «заставляют» ориентироваться «магнитные» d-электроны соседнего атома в сторону, противоположную направлению собственного спина. А это и приводит к тому, что спины «магнитных» электронов оказываются ориентированными в одну сторону.



Валентные s-электроны сами не дают вклада в магнитный момент, но «передают приказ» как должны ориентироваться «магнитные» электроны соседних атомов. Т.е. второй атом передает «приказ» третьему и т.д., до тех пор, пока нет нарушения периодичности кристаллической решётки.

Тепловое движение атомов приводит к нарушению периодичности структуры, поэтому существует температура Кюри T_K для каждого вещества, при которой ферромагнетизм исчезает, и вещество превращается в парамагнетик. Разумеется, изложенная картина является весьма грубой и приближённой, но позволяет кое-что понять и представить.

Размеры доменов определяются нарушениями кристаллической решётки и энергетическим балансом кристалла.

На образование доменом, стенок доменов нужна энергия. Деление на домены прекращается тогда, когда образование новых доменных стенок приведёт к увеличению магнитной энергии образца.

Преломление векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ на границе раздела двух однородных магнетиков

Условия преломления векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$, как и в случае диэлектрика, можно получить с помощью теоремы Гаусса и теоремы о циркуляции. Для этих векторов эти теоремы имеют вид

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0, \Leftrightarrow \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I.$$

Условия для вектора $\vec{B}$

$$B_{2n} = B_{1n}.$$

Т.е. нормальная составляющая вектора $\vec{B}$ оказывается одинаковой по обе стороны границы раздела. Следовательно, эта величина скачка не испытывает.

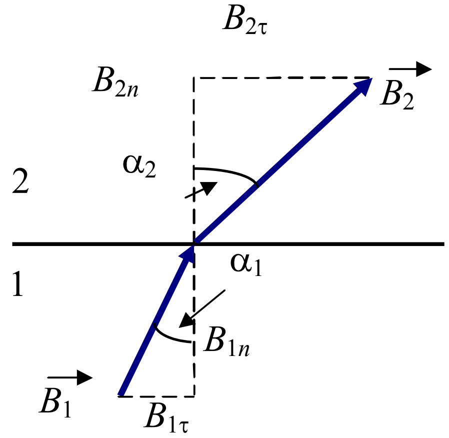
Условия для вектора $\vec{H}$

$$H_{2\tau} = H_{1\tau}.$$

Т.е. тангенциальная составляющая вектора $\vec{H}$ оказывается одинаковой по обе стороны границы раздела.

Итак, на границе раздела двух однородных магнетиков при переходе этой границы, составляющие B_n и H_τ изменяются непрерывно, без скачка. Составляющие B_τ и H_n при этом претерпевают скачок.

Заметим, что на границе раздела вектор магнитной индукции $\vec{B}$ ведёт себя аналогично вектору электрической индукции $\vec{D}$, а вектор напряжённости магнитного поля $\vec{H}$ – аналогично вектору напряжённости электрического поля $\vec{E}$.

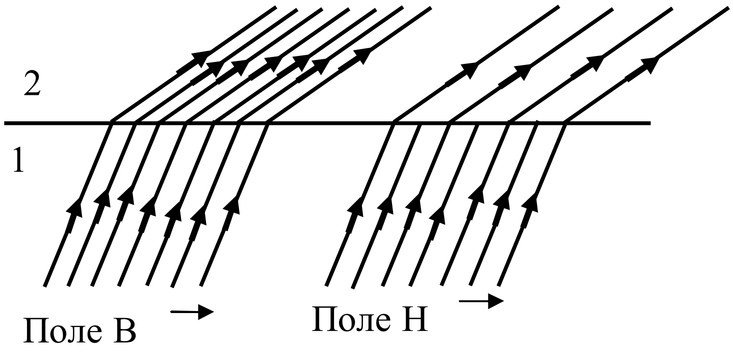


Преломление линий вектора $\vec{B}$. На границе раздела двух магнетиков линии вектора $\vec{B}$ испытывают преломление. Как и в случае диэлектриков, найдём отношение тангенсов углов α_1 и α_2

$$\frac{\mathrm{tg}\alpha_2}{\mathrm{tg}\alpha_1} = \frac{B_{2\tau}/B_{2n}}{B_{1\tau}/B_{1n}}. \quad \frac{B_{2\tau}}{\mu_2} = \frac{B_{1\tau}}{\mu_1}, \Leftrightarrow B_{2n} = B_{1n}.$$

С учётом последних соотношений получим закон преломления линий вектора магнитной индукции $\vec{B}$ (а значит, и линий напряжённости магнитного поля $\vec{H}$)

$$\frac{tg\alpha_2}{tg\alpha_1} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$



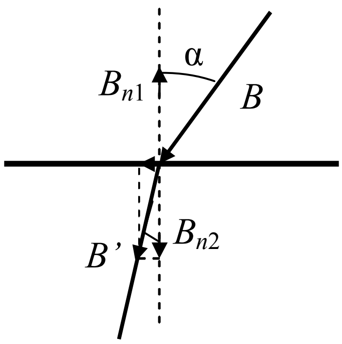
На рисунке изображено поле векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ вблизи границы раздела двух магнетиков (при отсутствии токов проводимости).

Здесь $\mu_2 > \mu_1$. Из сравнения густоты линий видно, что $B_2 > B_1$, а $H_2 < H_1$. Линии вектора магнитной индукции $\vec{B}$ не терпят разрыва при переходе границы, а линии вектора напряжённости магнитного поля $\vec{H}$ терпят разрыв (из-за поверхностных токов намагничивания).

На преломлении магнитных линий основана магнитная защита. При внесении, например, замкнутой железной оболочки (слоя) во внешнее магнитное поле линии этого поля будут концентрироваться (сгущаться) преимущественно в самой оболочке. Внутри же этой оболочки – в полости – магнитное поле оказывается сильно ослабленным по сравнению с внешним полем. Другими словами, железная оболочка обладает экранирующим действием. Это используется для предохранения чувствительных приборов от внешних магнитных полей.

5.2. Примеры решения задач

1. Индукция магнитного поля в вакууме вблизи плоской поверхности однородного изотропного магнетика равна B = 50 мТл, причем вектор магнитной индукции составляет угол $\alpha = 25°$ с нормалью к поверхности. Относительная магнитная проницаемость магнетика μ = 1,75. Найти индукцию магнитного поля в магнетике вблизи поверхности.



Известно, что на границе раздела

$$B_{n1} = B_{n2} \quad \text{и} \quad H_{\tau 1} = H_{\tau 2}.$$

$$B_{n2} = B \cdot \cos\alpha \quad \text{и} \quad B_{\tau 2} = \mu \cdot B \cdot \sin\alpha.$$

Тогда

$$B' = \sqrt{B_{n2}^2 + B_{\tau 2}^2} = B \cdot \sqrt{\mu^2 \cdot \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} =$$

$$= 50 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{\left(1,75 \cdot \sin 25°\right)^2 + \cos^2 25^o} = 58,5 \text{ мТл}.$$

2. На постоянный магнит, имеющий форму цилиндра длиной l = 20 см, намотали равномерно N = 500 витков тонкого провода. При пропускании по нему тока I = 5 А поле вне магнита исчезло. Найти коэрцитивную силу магнита.

При $B_{\text{магнита}} = B_{\text{соленоида}}$. Магнитное поле вне соленоида станет равным нулю.

Поле соленоида $H = \dfrac{N \cdot I}{l} = \dfrac{500 \cdot 5}{0,2} = 12,5 \text{ кА/м}$.

3. Прямоугольный ферромагнитный брусок поместили в однородное магнитное поле напряженностью H = 6,56 кА/м. Магнитная проницаемость вещества бруска μ = 70. Найти в см^3 объем бруска, если приобретенный им магнитный момент равен J = 2,52 А·м^2.

Магнитный момент $P_m = J \cdot V$. Вектор намагниченности $J = \chi \cdot H$, где χ – магнитная восприимчивость, $\chi = \mu - 1$.

$$V = \frac{P_m}{J} = \frac{P_m}{\chi \cdot H} = \frac{P_m}{(\mu - 1) \cdot H} = \frac{2,52}{(70 - 1) \cdot 6,56 \cdot 10^3} = 5,567 \text{ см}^3.$$

4. Кусок железа внесли в магнитное поле напряженностью H = 2,32 кА/м. Определить в МА/м намагниченность железа J, если типичную зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности можно описать выражением $B = 0,511 \cdot H^{0,161}$ Тл.

Индукция магнитного поля в магнетике $B = \mu_0 (H + J)$.

Отсюда

$$J = \frac{B}{\mu_0} - H = \frac{0,511 \cdot H^{0,161}}{\mu_0} - H =$$

$$= \frac{0,511 \cdot \left(2,32 \cdot 10^3\right)^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7}} - 2,32 \cdot 10^3 = 1,414 \text{ МА/м}.$$

5. При включении магнитного поя, индукция которого B = 3,27 Тл, в веществе наблюдается прецессия электронах орбит. Найти величину орбитального тока ΔIорб, обусловленного прецессией орбит.

Частота ларморовой прецессии $\omega_L = \dfrac{e \cdot B}{2m}$, где e и m – заряд и масса электрона.

$$\Delta I_{\text{орб}} = e \cdot \nu = e\frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{e^2 \cdot B}{4\pi \cdot m} = \frac{\left(1,6 \cdot 10^{-19}\right)^2 \cdot 3,27}{4 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 7,324 \text{ нА}.$$

5.3. Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. Атом водорода находится в магнитном поле с индукцией 1,38 Тл. Вычислить магнитный момент, обусловленный прецессией электронной орбиты. Расстояние электрона от ядра принять равным радиусу первой боровской орбиты ($0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м).

2. Магнитная восприимчивость некоторого вещества равна $360 \cdot 10^{-6}$. Вычислить намагниченность вещества в магнитном поле напряженностью 630 кА/м.

3. Определить в мТл индукцию магнитного поля в изотропном магнетике, если он находится во внешнем магнитном поле напряженностью 139 кА/м, а его магнитная восприимчивость равна $159 \cdot 10^{-4}$.

4. В соленоид, диаметр которого 8 см, а число витков на единицу длины 320 1/м, вставлен ферромагнитный сердечник. Найти относительную магнитную проницаемость сердечника, если при силе тока через обмотку 7 А магнитный поток пронизывающий поперечное сечение соленоида равен 3,25 мВб.

5. Вычислить среднее число магнетонов Бора, приходящихся на один атом железа (плотность – 7800 кг/м^3, массовое число – 56), если при насыщении намагниченность равна 1,59 МА/м.

6. По круговому контуру радиуса 100 см течет ток 6 А. Контур погружен в жидкий магнетик с магнитной восприимчивостью $20 \cdot 10^{-4}$. Определить величину вектора намагниченности в центре витка.

7. По обмотке тонкой тороидальной катушки с железным сердечником, состоящей из 2235 витков, течет ток 3 А. Найти относительную

магнитную проницаемость железа, если зависимость магнитной индукции в железе от напряженности дается выражением $B = 0{,}511 \cdot H^{0{,}161}$ Тл.

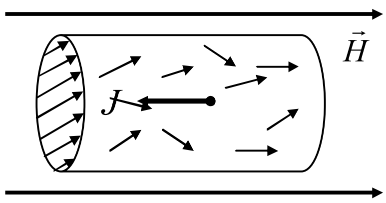
8. Шарик из диамагнетика, магнитная восприимчивость которого $272 \cdot 10^{-6}$, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией 6 Тл приобрел магнитный момент $7 \cdot 10^{-3}$ А·м^2. Найти радиус шарика в см.

9. Кусок железа внесли в магнитное поле напряженностью 536 А/м. Определить в МА/м модуль вектора намагниченности железа, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0{,}511 \cdot H^{0{,}161}$ Тл.

10. Прямоугольный ферромагниный брусок объемом 32 см^3 поместили в магнитное поле напряженностью 536 А/м. Найти магнитный момент бруска, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0{,}511 \cdot H^{0{,}161}$ Тл.

Тесты

1. На рисунке изображено некоторое вещество, помещенное во внешнее магнитное поле напряженностью $\vec{H}$. После намагничивания оказалось, что вектор намагничивания $\vec{J}$ направлен по направлению противоположному вектору напряженности внешнего магнитного поля $\vec{H}$. Данное вещество является:



1) парамагнетиком; 2) диамагнетиком;

3) ферромагнетиком; 4) диэлектриком.

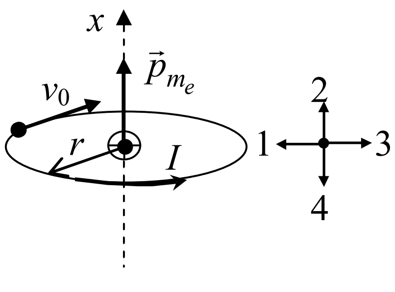
2. Диамагнетизм это свойство веществ, обусловленное действием внешнего магнитного поля на:

1) электронные орбиты атомов и молекул;

2) частицы (атомы, молекулы, ионы, атомные ядра), которые обладают собственным магнитным моментом;

3) на векторы намагниченности доменов.

3. На рисунке представлено возможное движение электрона вокруг ядра. Указаны направления эквивалентного тока, электрического момента и его скорости. Вектор механического момента импульса (количества движения) в этом случае будет направлен по направлению….



(Указать номер направления).

4. Остаточная намагниченность это величина:

1) характеризующая магнитное поле в ферромагнетике во внешнем магнитном поле;

2) характеризующая магнитное поле в веществе даже в отсутствие внешнего магнитного поля;

3) характеризующая магнитное поле в ферромагнетике даже в отсутствие внешнего магнитного поля.

5. Намагниченность вещества характеризуют:

а) магнитным моментом единицы объема;

б) вектором намагниченности J;

в) $\vec{J} = \dfrac{\sum\limits_{\Delta V} \vec{P}_m}{\Delta V}$;

г) $\vec{P}_m$ – магнитный момент отдельной молекулы.

5.4. Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. Длинный цилиндрический стержень из парамагнетика с магнитной восприимчивостью $320 \cdot 10^{-6}$ и площадью поперечного сечения 35 мм^2 расположен вдоль оси катушки радиусом 7 см и током 239 А. Один конец стержня находится в центре катушки, где магнитное поле максимально, а другой – в области где поле отсутствует. С какой силой катушка действует на стержень?

2. Небольшой шарик объемом 23 мм^3 из парамагнетика с магнитной восприимчивость $300 \cdot 10^{-6}$ переместили вдоль катушки с током из точки, где магнитная индукция равна 150 мТл, в область, где поле практически отсутствует. Какую при этом совершили работу против магнитных сил?

3. Определить в кА/м намагниченность тела при насыщении, если магнитный момент каждого атома равен магнетону Бора. Плотность вещества 3220 кг/м^3, а молярная масса 33 кг/м^3.

4. В соленоид длиной 72 см, имеющий 485 витков, введен железный сердечник. По обмотке соленоида течет ток 3 А. Найти в МА/м намагниченность железа внутри соленоида, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0{,}511 \cdot H^{0{,}161}$ Тл.

5. Бесконечная пластина из изотропного магнетика толщиной 45 мм помещена в перпендикулярное к ней однородное внешнее магнитное поле с индукцией 645 мТл. Относительная магнитная проницаемость пластины линейно изменяется от значения 1,85 левой границе до 2,74 на правой. Найти в кА/м напряженность магнитного поля на расстоянии 38 мм от левой границы.

6. По обмотке тонкой тороидальной катушки с железным сердечником, состоящей из 2736 витков, течет ток 6А. Средний радиус тороида 12 см. Найти индукцию магнитного поля внутри тороида, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0{,}511 \cdot H^{0{,}161}$ Тл.

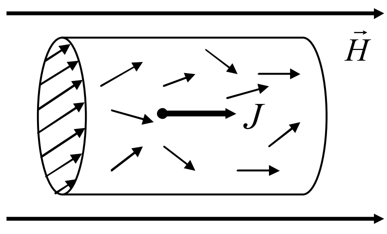
7. По обмотке тонкой тороидальной катушки с железным сердечником, состоящей из 2435 витков, течет ток 7А. Средний радиус тороида 16 см. Найти в МА/м намагниченность железа, если зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0{,}511 \cdot H^{0{,}161}$ Тл.

8. Концентрация атомов в некотором веществе $32 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$. Средний магнитный момент каждого атома равен 0,52 магнетона Бора. Найти в кА/м модуль вектора намагниченности изделия из этого вещества в состоянии насыщения.

9. По обмотке длинного соленоида течет ток 5 А. Число витков на каждый сантиметр длины равно 6. Во сколько раз увеличится объемная плотность энергии в соленоиде, если внутрь его вставить железный сердечник. Зависимость индукции магнитного поля в железе от напряженности дается выражением $B = 0{,}511 \cdot H^{0{,}161}$ Тл.

10. Длинный цилиндрический стержень из парамагнетика с магнитной восприимчивостью $300 \cdot 10^{-6}$ и диаметром 5 мм расположен вдоль оси катушки с током. Один конец стержня находится в центре катушки, а другой – в области, где магнитное поле практически отсутствует. С какой силой катушка действует на стержень.

Тесты



1. На рисунке изображено некоторое вещество, помещенное во внешнее магнитное поле напряженностью $\vec{H}$. После намагничивания оказа-

лось, что вектор намагничивания $\vec{J}$ направлен по направлению вектора напряженности внешнего магнитного поля $\vec{H}$. Данное вещество является:

1) парамагнетиком; 2) диамагнетиком; 3) ферромагнетиком;

4) диэлектриком.

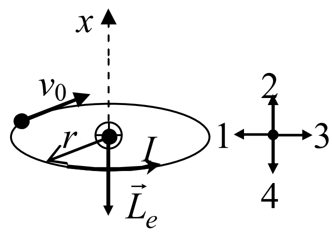
2. Парамагнетизм это свойство веществ, обусловленное действием внешнего магнитного поля на:

1) электронные орбиты атомов и молекул;

2) частицы (атомы, молекулы, ионы, атомные ядра), которые обладают собственным магнитным моментом;

3) на векторы намагниченности доменов.

3. На рисунке представлено возможное движение электрона вокруг ядра. Указаны направления эквивалентного тока, момента импульса (количества движения) и его скорости. Вектор электрического момента в этом случае будет направлен по направлению.



(Укажите номер направления).

4. Коэрцитивная сила H_c это величина:

1) напряженности магнитного поля, в котором ферромагнетик, первоначально намагниченный до насыщения, дополнительно намагничивается;

2) напряженности магнитного поля, в котором ферромагнетик, первоначально намагниченный до насыщения, не изменяет свои магнитные свойства;

3) напряженности магнитного поля, в котором ферромагнетик, первоначально намагниченный до насыщения, размагничивается.

5. χ – материальная характеристика способности тел намагничиваться, называется …

1) диэлектрической проницаемостью;

2) магнитной проницаемостью;

3) молярной массой;

4) магнитной восприимчивостью;

5) плотностью.

5.5. Вопросы для самоконтроля

1. Что характеризует вектор намагниченности?

2. Каков физический смысл относительной магнитной проницаемости?

3. Какими магнитными моментами обладает атом вещества?

4. Что такое диамагнетизм?

5. В чем заключается явление прецессии?

6. Чем отличаются друг от друга диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики?

7. Какова природа спонтанной намагниченности ферромагнетиков?

6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

6.1. Явление электромагнитной индукции

Это явление заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемым этим контуром, возникает электрический ток.

Этот ток был назван индукционным. Если поток вектора магнитной индукции Φ, пронизывающий замкнутый проводящий контур, изменяется, то в контуре возникает электрический ток. При этом само явление совершенно не зависит от способа изменения магнитного потока. Можно изменять магнитную индукцию B, ток I, площадь контура dS.

Движущиеся электрические заряды (ток) создают магнитное поле. Движущееся (переменное) магнитное поле создает (вихревое) электрическое поле, вызывающее движение зарядов (ток).

Для каждого направления поля Фарадей указывал направление индукционного тока. В 1833 году профессор Петербургского университета Э.Х. Ленц установил общее правило нахождения индукционного тока. Индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего индукционный ток (правило Ленца).

Заполнение всего пространства однородным магнетиком приводит при прочих равных условиях к увеличению индукционного тока в μ раз. Это подтверждает то, что, индукционный ток обусловлен изменением не потока вектора напряжённости магнитного поля $\vec{H}$, а изменением потока вектора магнитной индукции $\vec{B}$.

Электродвижущая сила индукции (э.д.с. индукции)

Появление индукционного тока означает, что при изменении магнитного потока в контуре возникает э.д.с. индукции.

Запишем связь между э.д.с. ε_i и скоростью изменения магнитного потока Φ_B

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt}.$$

Э.д.с. электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

Величина (модуль) э.д.с. индукции ε_i не зависит от способа изменения магнитного потока.

Единицей магнитного потока является вебер (Вб). В соответствии с законом электромагнитной индукции поток в 1 Вб это поток через поверхность в 1 м^2, которая пересекается нормальными к ней линиями магнитного поля с индукцией B, равной 1 Тл. При скорости изменения потока, равной 1 Вб/с, в контуре индуцируется э.д.с., равная 1 Вольту.

Индукционный ток всегда направлен так, чтобы своим магнитным полем противодействовать изменению начального магнитного поля.

Направление индукционного тока и направление $d\Phi/dt$ – связаны правилом левого винта.

Пусть замкнутый контур, в котором индуцируется э.д.с., состоит не из одного, а из N витков (например, соленоид). Витки соленоида соединены последовательно, э.д.с. индуцируется в каждом из витков. Полная э.д.с. ε_i будет складываться из э.д.с., индуцированных в каждом витке:

$$\varepsilon_i = -\sum \frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\sum \Phi_B\right).$$

Величину $\Psi = \sum \Phi_B$ (пси) называют потокосцеплением или полным магнитным потоком.

Если магнитный поток, охватываемый каждым витком, одинаков и равен Φ_B, то полный поток Ψ равен

$$\Psi = N\Phi_B.$$

Природа явления электромагнитной индукции

Сущность явления электромагнитной индукции заключается не в появлении индукционного тока, (ток появляется тогда, когда есть заряды и замкнутая цепь), а в возникновении вихревого электрического поля. Причём не только в проводнике, но и в окружающем пространстве.

Необходимо только понять, что E' – вихревое электрическое поле могло создать только переменное магнитное поле. Вихревое электрическое поле имеет совершенно другую структуру, чем поле созданное зарядами. Так как это поле не создаётся зарядами, то его силовые линии не могут начинаться и заканчиваться на зарядах.

У вихревого электрического поля силовые линии замкнуты.

Раз это поле перемещает заряды, следовательно, оно обладает силой. Сила, с которой это поле действует на заряд $\vec{F}' = q \cdot \vec{E}'$. Но когда заряд движется в магнитном поле (тоже переменном) на него действует сила Лоренца $\vec{F}_{\text{Л}} = q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$. Эти силы должны быть равны между собой. Заряд стал двигаться под действием $\vec{E}'$, а это поле возникло из-за наличия переменного магнитного поля $\vec{B}$. Чем больше $\vec{B}$, тем больше $\vec{E}'$. И сила Лоренца $F_{Л}$, и вихревое электрическое поле $\vec{E}'$ являются порождением одного и того же поля $\vec{B}$

$$q \cdot \vec{E}' = q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right] \Rightarrow \vec{E}' = \left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right],$$

здесь $\vec{\upsilon}$ – скорость движения заряда относительно магнитного поля $\vec{B}$. Поэтому можно записать $\vec{E}' = -\left[\vec{\upsilon}_B, \vec{B}\right]$, где $\vec{\upsilon}_B$ – скорость движения магнитного поля относительно заряда.

Сравните: $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B(t)}{dt}$, если S = const, то $\varepsilon_i = -S\frac{dB}{dt}$.

Рассмотрим одно из свойств вихревого электрического поля.

В отличие от электростатического поля – электрическое поле индукции $\vec{E}'$ не имеет источников. Линии напряжённости этого поля замкнуты подобно линиям магнитного поля. Работа, совершённая при обходе всего контура, всегда отлична от нуля, а не равна нулю, т.к. поле вихревое

$$\oint_L E_l' \cdot dl = \varepsilon_i.$$

Интеграл представляет собой работу, совершаемую индукционным электрическим полем при переносе единичного заряда вдоль замкнутого контура, т.е. интеграл равен э.д.с. индукции, возникающей в этом контуре. Так как $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$, то можно записать: $\oint_L E_l' \cdot dl = -\frac{d\Phi}{dt}$.

Это выражение имеет смысл всегда, независимо от того, выполнен контур в виде линейного проводника, диэлектрика или речь идёт о мысленно выделенном контуре в вакууме. Если контур сделан из диэлектрика, то каждый элемент этого контура поляризуется в соответствии с действующим в нём электрическим полем.

Если заряд движется в вакууме по контуру, то при каждом обходе контура его механическая энергия $\frac{m \cdot \upsilon^2}{2}$ возрастает на величину $\Delta\frac{m \cdot \upsilon^2}{2}$, равную

$$\Delta\frac{m \cdot \upsilon^2}{2} = \oint F_l \cdot dl = e\oint E_l' \cdot dl = e \cdot \varepsilon_i.$$

Вихревые токи (токи Фуко)

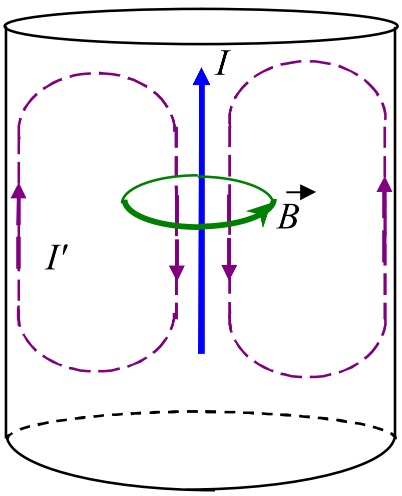
Индукционные токи могут возбуждаться не только в замкнутых контурах, но и в сплошных массивных проводниках. Эти токи оказываются замкнутыми в толще проводника и имеют вихревой характер. Их называют токами Фуко. Токи Фуко могут достигать очень большой силы.

В соответствии с правилом Ленца токи Фуко выбирают внутри проводника такие пути и направления, чтобы своим действием наиболее сильно противодействовать причине, их вызвавшей. Поэтому движущиеся в сильном магнитном поле хорошие проводники испытывают сильное торможение, вызванное взаимодействием токов Фуко с магнитным полем. Это используется для торможения подвижных частей различных приборов, особенно измерительных.

При протекании больших токов массивные проводники могут сильно разогреваться. Это используется для обезгаживания металлов в вакууме и даже для их расплавления. Печь для нагрева проводящих тел называется индукционной печью. Такая печь представляет собой катушку, которая питается током высокой частоты большой силы. Проводящее тело помещается внутрь катушки.

Во многих случаях токи Фуко оказываются нежелательными, и с ними приходится бороться. Сердечники трансформаторов для предотвращения потерь энергии на нагревание токами Фуко изготавливают из тонких изолированных пластин. Пластины покрывают диэлектрическим лаком. Пластины располагаются перпендикулярно направлению токов Фуко. С появлением ферритов (магнитных материалов с большим электрическим сопротивлением) появилась возможность изготавливать сердечники сплошными.

Вихревые токи возникают и в проводах, по которым течет переменный ток. Эти токи направлены так, что стремятся ослабить ток внутри провода и усилить вблизи поверхности. В результате переменный ток оказывается распределенным по сечению проводника неравномерно – он как бы вытесняется на поверхность проводника. Это явление называется скин-эффектом или поверхностным эффектом. Из-за скин-эффекта внутренняя часть поверхности проводника в высокочастотных цепях оказывается бесполезной. Поэтому в высокочастотных цепях применяют полые проводники. Причём токопроводящую поверхность покрывают серебром, у которого мала величина удельного сопротивления.



Высокочастотные токи используются, например, для закалки поверхности деталей. Тонкий поверхностный слой быстро разогревается в высокочастотном поле, закаляется и становится более прочным, но не хрупким, так как основная масса детали не разогрелась и не закалилась.

Явление самоиндукции

До сих пор мы рассматривали изменяющееся магнитное поле, не обращая внимания на то, что является источником магнитного поля. На практике, чаще всего, магнитное поле создаётся с помощью различного рода соленоидов, т.е. многовитковых контуров с током.

Здесь возможны две ситуации: при изменении тока в контуре изменяется магнитный поток, пронизывающий а) тот же контур; б) соседний контур.

Э.д.с. индукции, которая возникает в самом контуре, называется э.д.с. самоиндукции, а само явление – самоиндукцией. Если э.д.с. индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении взаимной индукции. Ясно, что природа явлений одна и та же, разные названия используются для того, чтобы подчеркнуть место возникновения э.д.с. индукции.

Явление самоиндукции открыл американский учёный Д. Генри (1797–1878).

В соответствии с законом Био – Савара – Лапласа магнитная индукция B пропорциональна силе тока, вызвавшего поле. Электрический ток в контуре создает пронизывающий этот контур магнитный поток. Следовательно, ток I в контуре и создаваемый им полный магнитный поток Ψ (пси) через контур пропорциональны друг другу:

$$\Psi = LI .$$

Коэффициент пропорциональности L между силой тока и полным магнитным потоком Ψ называется *индуктивностью* контура. Единица индуктивности называется *генри* (Гн). Индуктивностью 1 Гн обладает контур магнитный поток сквозь который при токе 1 А равен 1 Вб, значит 1 Гн =1 Вб/А.

$L = \text{const}$, если внутри контура нет ферромагнетиков, т.к. $\mu = f(I) = f(H)$.

Индуктивность L зависит от геометрии контура, числа витков и площади витка контура.

Индуктивность соленоида. Пусть соленоид будет такой длины, что его практически можно считать бесконечным ($l >> d$ – диаметр витка)

$L = \mu\mu_0 n^2 lS = \mu\mu_0 n^2 V$

$V = lS$ – объем соленоида.

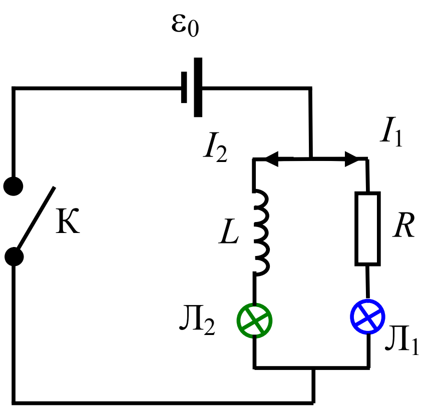
Выражение для э.д.с. самоиндукции.

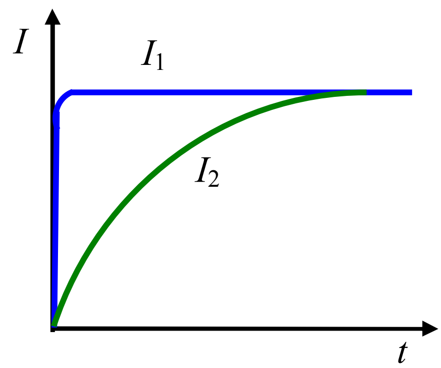
Если индуктивность L не зависит от силы тока ($L = const$), то

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt}.$$

Знак минус показывает, что ε_i всегда направлена так, чтобы воспрепятствовать изменению силы тока в соответствии с правилом Ленца. Э.д.с. стремится сохранить неизменным ток: она противодействует току, когда он увеличивается и поддерживает ток, когда он уменьшается. В явлениях самоиндукции ток обладает «инерцией», потому что эффекты индукции стремятся сохранить магнитный поток постоянным. Это явление напоминает механическую инерцию, которая точно также стремится сохранить скорость тела неизменной.

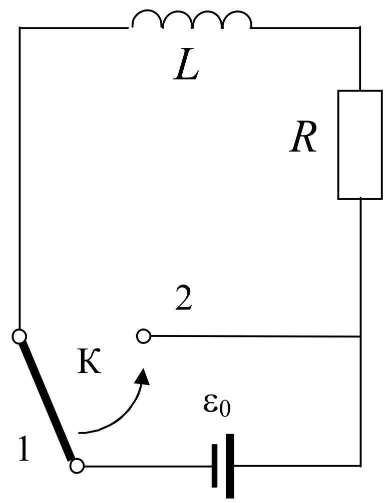
Примеры проявления самоиндукции. Характерные проявления самоиндукции наблюдаются при замыкании и размыкании тока в электрической цепи. По правилу Ленца дополнительные токи, возникающие вследствие самоиндукции, всегда направлены так, чтобы противодействовать изменениям тока в цепи. Это приводит к тому, что установление тока при замыкании цепи и убывание тока при размыкании цепи происходят не мгновенно, а постепенно.





Рассмотрим некоторые детали, наблюдаемые при замыкании и размыкании электрической цепи, содержащей индуктивность.

Опустив детальный вывод, запишем выражение для закона изменения тока при размыкании цепи. Рассмотрим простейшую электрическую цепь, состоящую из источника э.д.с., индуктивности L и сопротивления R. Сила тока в электрической цепи – I_0. В момент времени $t = 0$ ключ отключает источник э.д.с. от электрической цепи. После отключения источника э.д.с. сила тока не обращается мгновенно в нуль, а уменьшается по экспоненциальному закону



$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right).$$

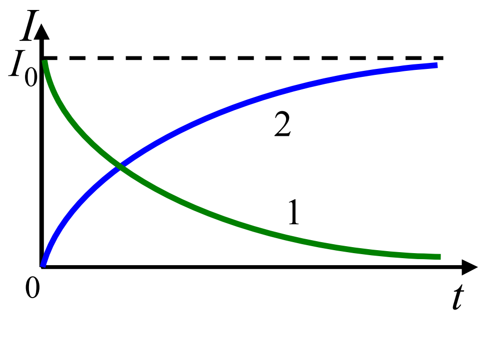
График убывания тока показан на приведенном ниже рисунке (зависимость 1).

Скорость убывания определяется величиной $\tau = L/R$, которая называется постоянной времени цепи. В итоге закон убывания тока запишется в виде

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

В этой формуле τ это время, в течение которого сила тока уменьшается в e раз. Из последнего выражения видно, что чем больше индуктивность цепи L и меньше сопротивление R, тем больше постоянная времени τ и тем медленнее спадает ток в цепи.

Рассмотрим обратный процесс – подключение источника э.д.с. к электрической цепи, содержащей индуктивность. При подключении источника э.д.с. ток в цепи начнет нарастать и опять возникает э.д.с. самоиндукции, которая препятствует мгновенному нарастанию тока. Быстрота установления тока определяется той же постоянной времени τ, функция, описывающая нарастание тока, выглядит так



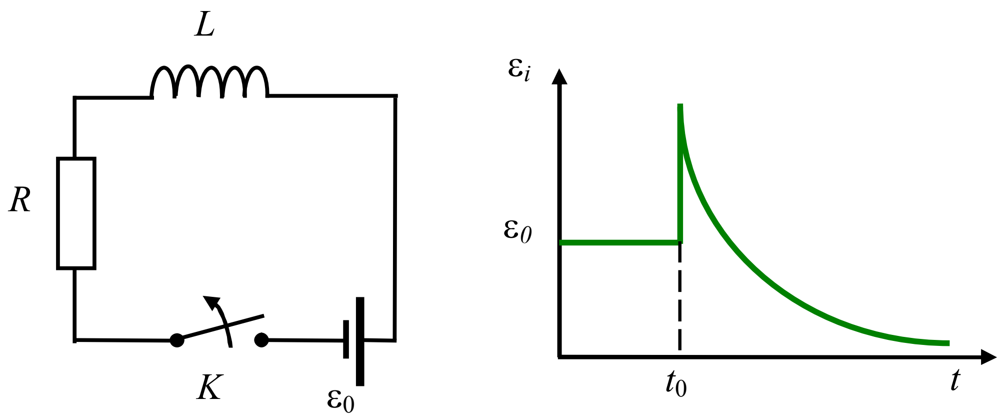
$$I = I_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right].$$

График этой функции показан на рисунке (зависимость 2).

Рассмотрим процесс размыкания электрической цепи, содержащей индуктивность L.

Так как цепь разомкнута, то ток не течёт. Поэтому рассмотрим зависимость э.д.с. индукции от времени $\varepsilon_i = f(t)$. При размыкании $R_{\text{цепи}} \to \infty$ и э.д.с. самоиндукции будет равна

$$\varepsilon_i = -L\frac{dI}{dt}.$$

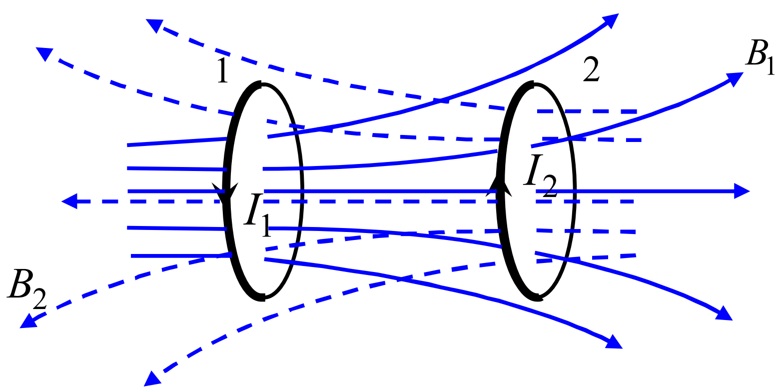


Вследствие большой величины dI/dt величина ε_i может быть в несколько раз больше ε_0. Поэтому нельзя сразу размыкать цепи, содержащие трансформаторы и другие индуктивности. Необходимо предварительно плавно снизить величину питающей э.д.с.

Взаимная индукция

Рассмотрим два неподвижных контура 1 и 2, расположенных близко друг к другу. Если в контуре 1 течет ток силы I_1, он создает через контур 2 пропорциональный I_1 полный магнитный поток $\Psi_2 = L_{21}I_1$ (на рисунке магнитное поле B_1, создающее этот поток, изображено сплошными линиями). При изменении тока I_1 в контуре 2 индуцируется э.д.с.

$$\varepsilon_2 = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}.$$



Аналогичным образом при протекании в контуре 2 тока силой I_2 возникает сцепленный с контуром 1 поток $\Psi_1 = L_{12}I_2$ (на рисунке магнитное поле B_2, создающее этот поток, изображено штриховыми линиями). При изменении тока I_2 в контуре 1 индуцируется э.д.с.

$$\varepsilon_1 = -L_{12}\frac{dI_2}{dt}$$

Контуры 1 и 2 называются связанными, а явление возникновения ЭДС в одном из контуров при изменениях силы тока в другом называется взаимной индукцией.

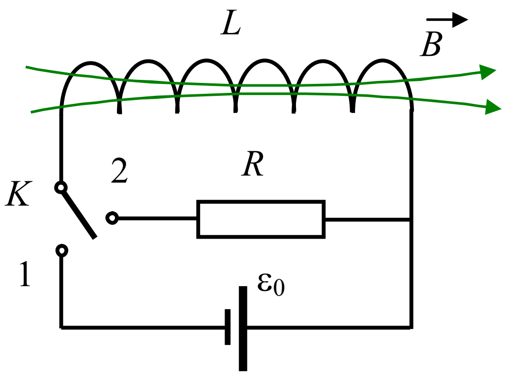
Коэффициенты пропорциональности L_{21} и L_{12} называются взаимной индуктивностью контуров. Расчеты показывают, что в отсутствие ферромагнетиков эти коэффициенты всегда равны друг другу $L_{21} = L_{12}$.

Их значение зависит от формы, размеров и взаимного расположения контуров, а также от магнитной проницаемости окружающей среды. Таким образом, можно не делать различий между L_{21} и L_{12}, а просто говорить о взаимной индуктивности контуров. Единицы измерения у них те же, что и у обычной индуктивности (Гн).

Для двух соленоидов, намотанных на один сердечник

$$L_{21} = L_{12} = \mu\mu_0 \cdot n_1 n_2 \cdot l \cdot S.$$

Энергия магнитного поля



Сначала замкнём бесконечно длинный соленоид L на э.д.с. ε_0. В цепи установится ток I_0. Затем замкнём соленоид на сопротивление R. В цепи будет течь убывающий ток. При этом будет совершена работа $A = \frac{L \cdot I^2}{2}$.

Работа пошла на нагревание резистора. Откуда взялась эта энергия? Так как других изменений, кроме исчезновения магнитного поля в окружающем пространстве не произошло, то остаётся заключить, что энергия была локализована в магнитном поле соленоида. Следовательно, энергия магнитного поля соленоида равна $W = \frac{L \cdot I^2}{2}$.

Через параметры магнитного поля. Для примера рассмотрим соленоид $W = \frac{\mu\mu_0 \cdot H^2}{2}V$, V – объём соленоида.

Объёмная плотность энергии $W_0 = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 \cdot H^2}{2}$, $B = \mu\mu_0 \cdot H$.

Тогда получим $W_0 = \dfrac{B \cdot H}{2}$.

Или ещё одно выражение $W_0 = \dfrac{B^2}{2\mu\mu_0}$.

Вихревое электрическое поле

Понятие о вихревом электрическом поле мы впервые ввели, выясняя природу возникновения э.д.с. индукции в неподвижном контуре, находящемся в переменном магнитном поле.

Изменяющееся во времени магнитное поле вызывает появление в контуре сторонних сил, действующих на носители тока. Максвелл предположил, что переменное магнитное поле приводит к появлению в пространстве электрического поля. Это поле и является причиной возникновения индукционного тока в покоящемся контуре. Такое поле было названо вихревым. Таким образом, переменное магнитное поле порождает вихревое электрическое поле.

Рассмотрим некоторые свойства этого поля, воспользовавшись определением э.д.с. Электродвижущую силу (э.д.с.) $\boldsymbol{\varepsilon}$ мы определили как циркуляцию вектора напряженности электростатического поля по замкнутому контуру $\oint\limits_L \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = \varepsilon$.

По Максвеллу изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое поле E_B, которое является источником э.д.с. ε_i

$$\varepsilon_i = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = \oint\limits_L \left(\vec{E}_B, d\vec{l}\right) = \oint\limits_L \vec{E}_{Bl}\, d\vec{l}\ ,$$

где E_{Bl} – проекция вектора E_B на направление dl.

Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через ограниченную контуром поверхность S называется величина

$$\Phi_B = \int\limits_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = \int\limits_S B_n dS .$$

В итоге придем к выражению вида $\oint\limits_L \left(\vec{E}_B, d\vec{l}\right) = -\int\limits_S \left(\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right)$.

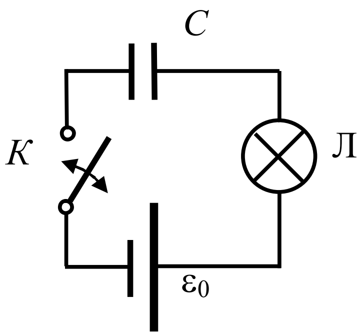
Символ частных производных означает, что в общем случае вектор $\vec{B}$ является функцией не только времени, но и координат.

Циркуляция вектора E_B в отличие от циркуляции вектора E_q не равна нулю:

Следовательно, электрическое поле E_B, возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле, является вихревым. Линии напряженности электрического поля E_B замкнуты.

Таким образом, электрическое поле может быть как потенциальным, так и вихревым. В общем случае электрическое поле может слагаться из поля $\vec{E}_q$, создаваемого зарядами, и поля $\vec{E}_B$, обусловленного переменным во времени магнитным полем.

Ток смещения



Рассмотрим демонстрацию. Если замкнуть ключ, то лампа гореть не будет, т.к. конденсатор ***C*** даёт разрыв в цепи постоянного тока. Но вот в момент замыкания и размыкания ключа *К* лампа будет вспыхивать. Ток есть, т.к. лампа горит, но в то же время ясно, что электроны из одной обкладки конденсатора не переходят на другую. Между ними изолятор (диэлектрик или вакуум). Если взять прибор, измеряющий магнитное поле, то в пространстве между обкладками конденсатора можно обнаружить переменное магнитное поле.

Единая теория электрических и магнитных явлений была создана Максвеллом. Основу теории составляют выдвинутые Максвеллом новые идеи. Важнейшей, из которых является идея о симметрии во взаимозависимости электрического и магнитного полей. Максвелл предположил, что поскольку меняющееся во времени магнитное поле $\partial\vec{B}/\partial t$ создает электрическое поле, то следует ожидать, что переменное электрическое поле $\partial\vec{E}/\partial t$ создает магнитное поле. Для установления количественных соотношений между изменяющимся электрическим полем и вызываемым им магнитным полем Максвелл ввел в рассмотрение так называемый ток смещения. Проведем рассуждения, обосновывающие необходимость введения понятия о токе смещения

$$j_{\text{см}} = \partial\vec{D}/\partial t.$$

Следует подчеркнуть, что направление плотности тока смещения определяется направлением производной вектора $\vec{D}$, а не самим вектором $\vec{D}$.

Сумму токов проводимости и смещения называют полным током. Плотность этого тока

$$j_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \qquad I_{\text{полн}} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

Линии полного тока являются непрерывными в отличие от линий тока проводимости. Токи проводимости, если они не замкнуты, замыкаются токами смещения.

Введение полного тока позволяет разрешить противоречие, возникшее при попытке применить теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$, записанную для постоянных токов. Для произвольного случая эта теорема будет иметь вид:

$$\oint_L \left(\vec{H}, d\vec{l} \right) = \int_S \left(\left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right), d\vec{S} \right).$$

В таком виде теорема о циркуляции вектора $\vec{H}$ справедлива всегда, что подтверждено многочисленными опытами.

Термин «ток смещения» является условным. По существу ток смещения – это изменяющееся со временем электрическое поле. Ему присуще только одно свойство тока проводимости – способность создавать магнитное поле. Токи смещения существуют лишь там, где имеется переменное во времени электрическое поле. Открытие Максвеллом тока смещения – это чисто теоретическое открытие, имевшее чрезвычайно важное значение для построения теории электромагнитного поля.

Уравнения Максвелла (классическая электродинамика)

Итак, переменное магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля. Переменное электрическое поле вызывает появление магнитного поля. Взаимно порождаясь, они могут существовать независимо от тех зарядов или токов, которые первоначально создали одно из них. В сумме это есть электромагнитное поле. Превращение одного поля в другое и распространение в пространстве – есть способ существования электромагнитного поля (ЭМП). Конкретные его проявления: радиоволны, свет, γ-лучи и т.д.

Открытие тока смещения позволило Максвеллу создать единую теорию электрических и магнитных явлений – макроскопическую теорию электромагнитного поля. Теория Максвелла не только объясняла с единой точки зрения все разрозненные явления электричества и магнетизма, но и предсказала ряд новых явлений, существование которых подтвердилось впоследствии. Теория Максвелла основана на четырех фундаментальных уравнениях. В сжатой форме эти уравнения содержат всю совокупность сведений об электромагнитном поле. В учении об электромагнетизме эти уравнения играют такую же роль, как законы Ньютона в механике или основные законы (начала) в термодинамике.

Уравнения Максвелла в интегральной форме

1. $\oint\limits_L \left(\vec{E}, d\vec{l}\right) = -\int\limits_S \left(\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right).$

Циркуляция вектора $\vec{E}$ по любому замкнутому контуру равна со знаком минус производной по времени от магнитного потока через произвольную поверхность, ограниченную этим контуром.

Уравнение описывает явление электромагнитной индукции, что переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле и устанавливает количественную связь между ними. В этом физический смысл этого уравнения.

Поскольку электрическое поле может быть как потенциальным $\vec{E}_q$, так и вихревым $\vec{E}_B$, в первом уравнении Максвелла $\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_B$. Это уравнение показывает, что источником электрического поля могут быть не только электрические заряды, но и изменяющиеся во времени магнитные поля.

2. $\oint\limits_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = 0.$

Поток вектора индукции магнитного поля через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

Это уравнение выражает свойство магнитного поля, что линии вектора магнитной индукции всегда замкнуты, и что магнитных зарядов нет.

Это теорема Гаусса для поля $\vec{B}$.

3. $\oint\limits_{L}\left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = \int\limits_{S}\left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$.

Циркуляция вектора $\vec{H}$ по любому замкнутому контуру равна полному току через произвольную поверхность, ограниченную этим контуром.

Под полным током понимается сумма токов проводимости и смещения. Эта теорема показывает, что магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями.

Или другими словами, показывает связь между полным током и порождаемым им магнитным полем.

4. $\oint\limits_{S}\left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = \int\limits_{V} \rho dV$

Поток вектора электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность в произвольной среде равен стороннему заряду, заключенному внутри поверхности.

Это уравнение так же показывает, что силовые линии векторов $\vec{E}\left(\vec{D}\right)$ начинаются или заканчиваются на зарядах.

Это постулат Максвелла, который выражает закон создания электрических полей действием зарядов в произвольных средах. Постулат записан в общем виде, для стороннего заряда, распределенного внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ.

Это теорема Гаусса для векторов $\vec{E}\left(\vec{D}\right)$.

Из уравнений Максвелла вытекает, что источниками электрического поля могут быть либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля. Магнитные поля могут возбуждаться либо движущимися зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими токами. Уравнения Максвелла не симметричны относительно магнитных и электрических полей. Это связано с тем, что в природе существуют электрические заряды, но нет зарядов магнитных.

Величины, входящие в уравнения Максвелла не являются независимыми.

5. $\vec{B} = \mu\mu_0 \cdot \vec{H}$. 6. $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \cdot \vec{E}$. 7. $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$.

Уравнения (1–7) составляют систему уравнений Максвелла в интегральной форме. Они являются наиболее общими для электрических и магнитных полей в покоящихся средах. Уравнения Максвелла инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца.

В электродинамике наряду с уравнениями Максвелла в интегральной форме применяются и уравнения в дифференциальной форме.

1. Первое уравнение $\mathrm{rot}\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

2. Второе уравнение $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$.

3. Третье уравнение $\mathrm{rot}\vec{H} = \left(\vec{j} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$.

4. Четвертое уравнение $\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$

Граничные условия.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме предполагают, что все величины в пространстве и времени изменяются непрерывно. В этом случае обе формы уравнений Максвелла эквивалентны. Если имеется поверхность разрыва, т.е. такая поверхность, на которой свойства среды или полей меняются скачкообразно, то интегральная форма уравнений является более общей. Математическая эквивалентность обеих форм записи уравнений Максвелла достигается введением граничных условий для дифференциальной формы. Граничные условия были рассмотрены ранее:

$\vec{D}_{n1} = \vec{D}_{n2}$, $\vec{E}_{\tau 1} = \vec{E}_{\tau 2}$, $\vec{B}_{n1} = \vec{B}_{n2}$, $\vec{H}_{\tau 1} = \vec{H}_{\tau 2}$.

Свойства уравнений Максвелла.

1. Уравнения Максвелла линейны. Они содержат только первые производные полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$ по времени и пространственным координатам и первые степени плотности пространственных зарядов ρ и токов j. Свойство линейности уравнений Максвелла непосредственно связано с принципом суперпозиции: если два каких-нибудь поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, то это относится и к сумме этих полей.

2. Уравнения Максвелла содержат уравнение непрерывности, выражающее закон сохранения электрического заряда.

3. Уравнения Максвелла выполняются во всех инерциальных системах отсчета. Уравнения Максвелла инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца (релятивистски инвариантны). Их вид не меняется при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, хотя величины $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{D}$, $\vec{H}$ в них преобразуются по определенным правилам. Из принципа относительности Эйнштейна вытекает, что отдельное

рассмотрение электрического и магнитного полей имеет относительный смысл. Например, если электрическое поле создается системой неподвижных зарядов, то эти заряды, являясь неподвижными относительно одной системы координат, движутся относительно другой. Следовательно, они будут порождать не только электрическое, но и магнитное поле.

4. Уравнения Максвелла не симметричны относительно электрического и магнитного полей. Это обусловлено тем, что в природе существуют электрические заряды, но не обнаружены магнитные.

5. Из уравнений Максвелла следует, что электромагнитное поле способно существовать самостоятельно – без электрических зарядов и токов. Изменение состояния этого поля имеет волновой характер. Поля такого рода называют электромагнитными волнами. В вакууме они всегда распространяются со скоростью, равной скорости света. Этот вывод и теоретическое исследование электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной теории света, в соответствии с которой свет также представляет собой электромагнитные волны.

Скорость распространения электромагнитного поля

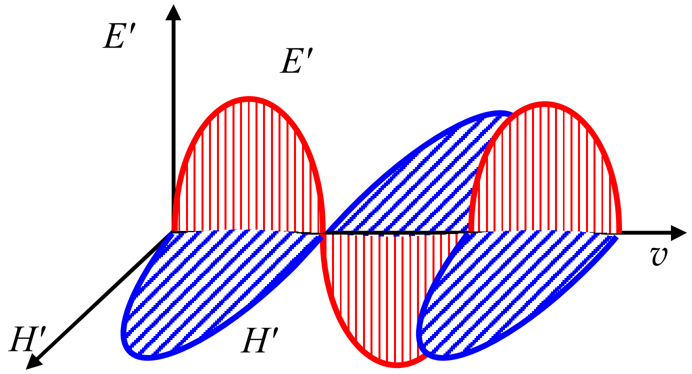
Как только Максвелл понял, что существует единое электромагнитное поле, которое может существовать независимо от источников полей, он определил скорость распространения этого электромагнитного поля

$$\vec{B}' = \mu_0 \varepsilon_0 \left[\vec{v}, \vec{E}'\right]; \quad \vec{H}' = \varepsilon_0 \left[\vec{v}, \vec{E}'\right].$$

Знак штриха указывает на то, что одно поле порождает другое и наоборот.

Поскольку вектор, выраженный векторным произведением, всегда перпендикулярен к обоим перемножаемым векторам, то из этого следует, что эти вектора взаимно перпендикулярны

$$\vec{v} \perp \vec{E}' \perp \vec{B}'.$$



Тогда абсолютные значения векторов

$$E' = \mu_0 \cdot \upsilon \cdot H' \text{ и } H' = \varepsilon_0 \cdot \upsilon \cdot E'$$

В итоге получаем

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = c,$$

c – скорость распространения электромагнитного поля в вакууме (скорость света в вакууме).

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 2{,}9994 \cdot 10^8 \left(\text{м/с}\right).$$

При распространении электромагнитного поля в какой либо среде получим

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \cdot \mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}.$$

Так как $\varepsilon > 1$ и $\mu > 1$, то $\upsilon < c$.

В отличие от других форм материи электромагнитное поле не может находиться в состоянии покоя, оно всегда движется, причём в вакууме скорость электромагнитного поля c, равна скорости света, независимо от системы отсчёта.

6.2. Примеры решения задач

1. Замкнутая накоротко катушка диаметром d = 10 см, имеющая N = 200 витков, находится в магнитном поле, индукция которого изменяется от B_1 = 2 Тл до B_2 = 6 Тл в течение Δt = 0,1 с. Определить среднее значение ЭДС индукции в катушке, если плоскость витков перпендикулярна к силовым линиям поля.

ЭДС индукции определим из формулы

$$\varepsilon_i = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} N,$$

где $\Delta\Phi/\Delta t$ – скорость изменения магнитного потока; N – число витков катушки;

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = B_2 S - B_1 S = (B_2 - B_1),$$

где S – площадь витка; $S = \pi d2/4$, тогда

$$\varepsilon_i = \frac{(B_2 - B_1)\, N \pi d^2}{4\, \Delta t}; \ \varepsilon_i = \frac{\left(6-2\right) \cdot 200 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}1)^2}{4 \cdot 0{,}1} = 62{,}8 \text{ В}.$$

2. Определить, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром d = 0,5 мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на картонный цилиндр диаметром D = 1,5 см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью L = 100 мкГн?

Индуктивность $L = \mu \cdot \mu_0 \dfrac{N^2 S}{l}$, длина катушки $l = N \cdot d$, площадь поперечного сечения катушки $S = \dfrac{\pi \cdot D^2}{4}$. Тогда индуктивность $Д = \dfrac{\mu_0 \mu \cdot N \cdot \pi \cdot D^2}{4d}$. В итоге имеем

$$N = \frac{4L \cdot d}{\mu_0 \mu \cdot \pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 3{,}14 \cdot \left(1{,}5 \cdot 10^{-2}\right)^2} = 225.$$

3. Имеется катушка индуктивностью L = 0,1 Гн и сопротивлением R = 0,8 Ом. Определить, во сколько раз уменьшится сила тока в катушке через t = 30 мс, если источник тока отключить и катушку замкнуть накоротко.

Ток в катушке после замыкания уменьшается по закону $I = I_0 \ell^{-\frac{R}{L}t}$, тогда

$$\frac{I_0}{I} = \ell^{\frac{R}{L}t} = \ell^{\frac{0{,}8}{0{,}1} 30 \cdot 10^{-3}} = 1{,}27.$$

4. Катушку индуктивностью L = 0,6 Гн подключают к источнику тока. Определить сопротивление катушки, если за время t = 3 с сила тока через катушку достигнет 80% предельного значения.

Ток в катушке после подключения изменяется по закону

$$I = I_0 \left(1 - \ell^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

Преобразовываем

$$0{,}8 I_0 = I_0 \left(1 - \ell^{-\frac{R}{L}t}\right),\ 0{,}8 = 1 - \ell^{-\frac{R}{L}t},\ 0{,}2 = \ell^{-\frac{R}{L}t},\ -\frac{R}{L}t = \ln 0{,}2.$$

Окончательно имеем:

$$R = -\frac{L \cdot \ln 0{,}2}{t} = -\frac{0{,}6 \cdot \ln 0{,}2}{3} = 0{,}322 \text{ Ом}.$$

5. Две катушки намотаны на один общий сердечник. Определить их взаимную индуктивность, если при скорости изменения силы тока в первой катушке $dI_1/dt = 3$ А/с во второй катушке индуцируется ЭДС $\varepsilon_{i2} = 0{,}3$ В.

Известно, что $L_{12} = L_{21}$. Магнитный поток, пронизывающий вторую катушку $\Phi_{21} = L_{21}I_1$. Тогда по закону Фарадея $\varepsilon_{ш2} = -\frac{в\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$.
В итоге взаимная индуктивность будет равна

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\varepsilon_{i2}}{dI/dt} = \frac{0{,}3}{3} = 0{,}1\,\text{Гн}.$$

6. Ток, проходящий по обмотке длинного прямого соленоида радиусом R, изменяется так, что магнитное поле внутри соленоида растет со временем по закону $B = A \cdot t^2$, где A – некоторая постоянная. Определить плотность тока смещения как функцию расстояния от оси соленоида.

Известно, что ток смещения $j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t}$. Электрическая индукция $D = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 E$.

В нашем случае $\varepsilon = 1$. Также известно $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$, $B = A \cdot t^2$,
$\frac{\partial B}{\partial t} = 2A \cdot t$;

$$r < R, \quad 2\pi \cdot r \cdot E = \pi r^2 \cdot 2A \cdot t, \quad E = A \cdot t \cdot r, \quad j_{см} = -\varepsilon_0 A \cdot r.$$

$$r > R, \quad 2\pi \cdot r \cdot E = \pi R^2 \cdot 2A \cdot t, \quad E = \frac{R^2 A \cdot t}{r}, \quad j_{см} = -\frac{\varepsilon_0 A \cdot R^2}{r}.$$

$$r = R, \quad E = A \cdot t \cdot R, \quad j_{см} = -\varepsilon_0 A \cdot R.$$

7. Скорость, летящего горизонтально, реактивного самолета $\upsilon = 950$ км/ч. Найти ЭДС индукции ε, возникающую на концах крыльев самолета, если вертикальная составляющая напряженности земного магнитного поля $E = 39{,}8$ А/м, а размах крыльев самолета $l = 12{,}5$ м.

По закону Фарадея $\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, где изменение магнитного потока $\Delta\Phi = B \cdot \Delta S \cdot \sin\alpha$. Так как угол $\alpha = 90°$, то $\Delta\Phi = B \cdot \Delta S$. Магнитная индукция $B = \mu_0\mu \cdot H$. Площадь, пересекаемая крыльями самолета за время

Δt, равна $\Delta S = \upsilon \cdot l \cdot \Delta t$. Тогда магнитный поток $\Delta \Phi = \mu_0 \mu \cdot H \cdot \upsilon \cdot l \cdot \Delta t$. В итоге получаем

$$\varepsilon = \frac{\mu_0 \mu \cdot H \cdot \upsilon \cdot \Delta t}{\Delta t} = \mu_0 \mu \cdot H \cdot \upsilon \cdot l = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot \frac{950 \cdot 10^3}{3600} \cdot 12{,}5 = 0{,}165 \text{ В}.$$

8. В магнитном поле, индукция которого B = 0,05 Тл, вращается стержень длиной l = 1 м с угловой скоростью ω = 20 рад/с. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна вектору индукции магнитного поля. Найти ЭДС индукции ε, возникающую на концах стержня.

По закону Фарадея $\varepsilon = -\dfrac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, где изменение магнитного потока $\Delta \Phi = B \cdot \Delta S \cdot \sin\alpha$. Так как угол α = 90°, то $\Delta \Phi = B \cdot \Delta S$. За один оборот стержень пересекает площадь $\Delta S = \pi \cdot l^2$ за время $\Delta t = t$. Тогда магнитный поток, пересекаемый стержнем за один оборот $\Phi = B \cdot \pi \cdot l^2$, а за n оборотов $\Phi = n \cdot B \cdot \pi \cdot l^2$. Тогда на конца стержня возникает ЭДС

$$\varepsilon = \frac{B \cdot \pi \cdot l^2}{t} = B \cdot \pi \cdot l^2 \cdot n = \frac{B \cdot l^2 \cdot \omega}{2} = \frac{0{,}05 \cdot (1)^2 \cdot 20}{2} = 0{,}5 \text{ В}.$$

9. Круговой проволочный виток площадью S = 0,01 м^2 находится в однородном магнитном поле, индукция которого B = 1 Тл. Плоскость витка перпендикулярна направлению магнитного поля. Найти среднюю ЭДС индукции, возникающую в витке при выключении поля в течение времени t = 10 мс.

Имеем $\varepsilon_{\text{ср}} = -\dfrac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -\dfrac{S \cdot \Delta B}{\Delta t}$. Так как индукция уменьшается от 1 Тл до 0, то $\Delta B = (0 - 1) = -1$ Тл. Подставляя численные значения получим εср = 1 В.

10. Круговой контур радиусом r = 2 см помещен в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,2 Тл. Плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Сопротивление контура R = 1 Ом. Какое количе6ство электричества процдет через катушку при повороте ее на угол α = 90°?

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока, $dq = -\dfrac{1}{R} d\Phi$. Элементарный магнитный поток $d\Phi = B \cdot D \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha$. А – угол между плоскостью контура и направлением вектора магнитной индукции.

Тогда $q = -\frac{1}{R}\int_0^{\alpha} d\Phi = -\frac{B \cdot S}{R}\int_0^{\pi/2} \sin\alpha \cdot d \cdot \alpha = -\frac{B \cdot S}{R}\cos\alpha \Big/_0^{\pi/2}$:

$$q = -\frac{B \cdot S}{R}\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right) = \frac{B \cdot S}{R} = \frac{B \cdot \pi \cdot r^2}{R} = \frac{0,2 \cdot 3,14 \cdot (0,02)^2}{1} = 0,25 \text{ мКл}.$$

6.3. Задания для решения на практических занятиях

Задачи

1. По обмотке соленоида индуктивностью 259 мГн течёт ток силой 26 А. Определить энергию магнитного поля соленоида.

2. Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет 68 вит/см. Определить плотность энергии поля, если по обмотке течёт ток силой 22 А.

3. В однородное магнитное поле помещена катушка, имеющая 61 виток, площадь сечения 6 мм^2, а её ось параллельна линиям поля. При повороте катушки на 180° вокруг диаметра по её обмотке протекает заряд 6 мкКл (сопротивление цепи 19 Ом). Определить индукцию магнитного поля.

4. Катушка из 792 витков, площадью 92 см^2 каждый, присоединена к прибору для измерения заряда. Катушка помещена в однородное магнитное поле с индукцией 7388 мкТл так, что линии поля перпендикулярны площади витков. Найти заряд, протекающий через прибор при перемещении катушки в пространство без поля. Сопротивление цепи равно 29 Ом.

5. Рамка площадью 429 см^2 равномерно вращается с частотой 48 Гц относительно оси, которая лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям однородного магнитного поля с индукцией 8747 мкТл. Найти среднее значение э.д.с. индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от 0 до максимального значения.

6. Сколько метров тонкого провода надо взять для изготовления соленоида длиной 69 см с индуктивностью 5615 мкГн, если диаметр сечения соленоида много меньше его длины?

7. Соленоид содержит 2090 витков. Сила тока в его обмотке 6 А, магнитный поток через поперечное сечение соленоида 441 мкВб. Вычислить энергию магнитного поля соленоида.

8. Под каким углом к линиям индукции однородного магнитного поля надо перемещать проводник длиной 54 см с постоянной скоростью 38 м/с, чтобы в нём возникла э.д.с. индукции 5 В? Индукция магнитного поля равна 272 мТл. Ответ дать в градусах.

9. На картонный каркас круглого сечения виток к витку намотан в один слой провод, толщина которого равна 286 мкм. Найти плотность энергии магнитного поля внутри катушки при силе тока в обмотке 376 мА. Поле внутри катушки считать однородным.

10. В одной плоскости лежат длинный прямой проводник с током и плоская прямоугольная рамка со сторонами 3 см и 9 см, содержащая 407 витков. Расстояние от прямого проводника до ближайшей к нему (большей) стороны рамки 2 см. Определить взаимную индуктивность проводника и рамки.

Тесты

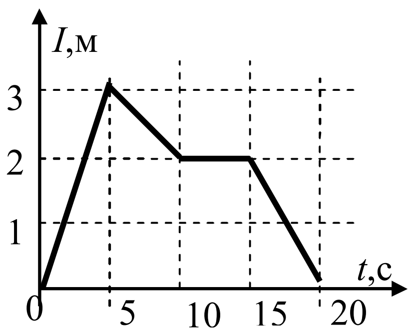
1. Какие из ниже предложенных утверждений являются следствием проявления закона электромагнитной индукции?

а) Если в некотором пространстве имеется переменное магнитное поле (во времени), то оно обязательно возбуждает в этом пространстве переменное электрическое поле;

б) если по замкнутому проводящему контуру течет изменяющийся во времени ток, то в этом контуре возникает индукционный ток;

в) если в одном из близко расположенных замкнутых проводящих контуров течет переменный ток (во времени), то в другом из них возникает индукционный ток.

Ответы: 1) а, б; 2) а, в; 3) б, в; 4) а, б, в.



2. На рисунке показана зависимость силы тока от времени в электрической цепи с индуктивностью 1 мГн.

Модуль среднего значения ЭДС самоиндукции (в мкВ) на интервале времени от 0 до 5 секунд равен…

Ответы: 1) 2; 2) 4; 3) 6; 4) 0.

3. Какое из предложенных выражений определяет индуктивность длинного соленоида?

1) $L = \mu\mu_0 I$; 2) $L=\mu\mu_0 I^2 \iota \cdot n^2 S/2$; 3) $L=\mu\mu_0 n^2 \cdot \iota S$, где I, n, S, ι – ток в соленоиде, плотность навивки соленоида, площадь поперечного сечения и длина соленоида соответственно.

4. По какой из предложенных формул можно рассчитать объемную плотность энергии магнитного поля?

1) $\omega = \dfrac{H^2\mu\mu_0}{2}$; 2) $\omega = \dfrac{LI^2}{2}$; 3) $\omega = \mu\mu_0 I \cdot n$.

5. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля имеет вид:

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{\iota}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right); \quad \oint_L \left(\vec{H}, d\vec{\iota}\right) = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \cdot d\vec{S};$$

$$\oint_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = \int_V \rho \cdot dV; \quad \oint_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = 0.$$

Эта система справедлива для переменного электромагнитного поля…

Ответы:

1) в отсутствие токов проводимости;

2) в отсутствие заряженных тел;

3) в отсутствие заряженных тел и токов проводимости;

4) при наличии заряженных тел и токов проводимости.

6.4. Задания для самостоятельного решения

Задачи

1. При протекании по обмотке катушки тока силой 3 А возникает магнитное поле, энергия которого равна 5 Дж. Определить индуктивность катушки.

2. По соседству расположены два витка проволоки. По первому течёт ток 70 А. В цепь второго включен гальванометр. Полное сопротивление второго витка 6 Ом. Найти взаимную индуктивность витков, если при включении тока через гальванометр проходит заряд 25 нКл?

3. На деревянном цилиндре имеется обмотка из медной проволоки, масса которой 83 г. Расстояние между крайними витками много больше диаметра цилиндра и равно 58 см. Сопротивление обмотки 48 Ом. Найти

энергию магнитного поля на оси цилиндра, если по обмотке течёт ток 6 А. Удельное сопротивление и плотность меди равны $1,6\cdot10^{-8}$ Ом·м и $8,9\cdot10^{3}$ кг/м^3.

4. В однородное магнитное поле с индукцией 8 Тл помещен плоский виток, имеющий сопротивление 3 Ом, площадь 9 см^2, а его плоскость перпендикулярна линиям поля. Виток замкнут на гальванометр. При повороте витка на некоторый угол через прибор прошел заряд 61 мкКл. На какой угол повернули виток?

5. В однородном магнитном поле с индукцией 4420 мкТл равномерно с частотой 153 мин$^{-1}$ вращается рамка, которая содержит 407 витков и имеет площадь 58 см^2. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям поля. Найти максимальную величину э.д.с. индукции, возникающей в рамке.

6. Магнитное поле создается длинной катушкой с током 177 мА, имеющей индуктивность 7 Гн. Определить потокосцепление катушки.

7. Катушка состоит из 390 витков, и по её обмотке течёт ток силой 3 А. Возникающий при этом магнитный поток равен 20 мВб. Найти энергию магнитного поля внутри катушки.

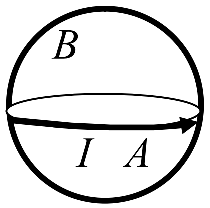
8. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет 686 витков и индуктивность 20 мГн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до 48 мГн, обмотку с катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы катушка осталась той же длины. Определить число витков после перемотки.

9. Прямой провод длиной 13 см движется в однородном магнитном поле с постоянной скоростью 9 м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов между концами провода 2 В. Найти индукцию магнитного поля.

10. В однородном магнитном поле с напряжённостью 34 кА/м в плоскости, перпендикулярной линиям поля, вращается стержень длиной 33 см. Ось вращения проходит через точку, отстоящую от конца стержня на 1/3 его длины. Определить разность потенциалов на концах стержня при частоте вращения 13 Гц.

Тесты

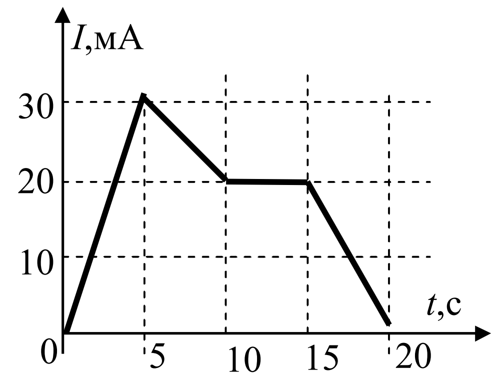
1. Два проводящих кольца расположены перпендикулярно друг другу и имеют общий центр. Как направлен индукционный ток в контуре «*B*», если по контуру «*A*» течет убывающий со временем ток?



Ответы: 1) По часовой стрелке; 2) против часовой стрелки;

3) индукционный ток не возникает.

2. На рисунке показана зависимость силы тока от времени в электрической цепи с индуктивностью 1 мГн.



Модуль среднего значения ЭДС самоиндукции (в мкВ) на интервале времени от 10 до 15 с равен…

Ответы: 1) 2; 2) 4; 3) 6; 4) 0.

3. От каких параметров зависит индуктивность длинного соленоида?

а) От геометрических размеров соленоида;

б) от тока в соленоиде;

в) от свойств среды внутри соленоида;

г) от густоты навивки соленоида.

Ответы: 1) а, б, в; 2) а, б, г; 3) а, в, г; 4) б, в, г.

4. По какой из предложенных формул можно рассчитать энергию магнитного поля в катушке?

Ответы: 1) $W = \dfrac{BH}{2}$; 2) $W = \dfrac{LI^2}{2}$; 3) $W = I(\Phi_2 - \Phi_1)$.

5. Полная система уравнений Максвелла для электромагнитного поля имеет вид:

$$\oint_L (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right); \quad \oint_L \left(\vec{H}, d\vec{l}\right) = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S};$$

$$\oint_S \left(\vec{D}, d\vec{S}\right) = \int_V \rho \cdot dV; \quad \oint_S \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = 0.$$

Эта система справедлива для переменного электромагнитного поля…

Ответы:

1) При наличии заряженных тел и токов проводимости;

2) в отсутствие заряженных тел;

3) в отсутствие заряженных тел и токов проводимости;

4) в отсутствие токов проводимости.

6.5. Вопросы для самоконтроля

1. Что такое индукционный ток?

2. В чем суть правила Ленца?

3. В чем суть природы явления электромагнитной индукции?

4. Какие явления называются самоиндукцией и взаимной индукцией?

5. Что такое вихревое электрическое поле?

6. Что такое ток смещения?

7. Запишите основные уравнения Максвелла в интегральной форме и объясните, что описывает каждое уравнение.

8. Запишите основные уравнения Максвелла в дифференциальной форме и объясните, что описывает каждое уравнение.

9. С какой скоростью распространяется электромагнитное поле?

Таблицы ответов заданий для самостоятельного решения

1. Электростатическое поле в вакууме

Задачи	Ответы	Тесты	Ответы
1	1153	1	1
2	7723	2	4
3	638,1	3	2
4	4,039	4	4
5	469,6	5	2
6	$1{,}124\cdot 10^{4}$		
7	1,017		
8	$6{,}062\cdot 10^{-9}$		
9	61,25		
10	123,9		

2. Электростатическое поле в веществе

Задачи	Ответы	Тесты	Ответы
1	2,556	1	1
2	1,06	2	2
3	3472	3	5
4	$7{,}525\cdot 10^{-6}$	4	1
5	278,1	5	2
6	37,51		
7	$1{,}361\cdot 10^{4}$		
8	–1359		
9	24,18		
10	$2{,}696\cdot 10^{-3}$		

3. Постоянный электрический ток

Задачи	Ответы	Тесты	Ответы
1	1,05	1	3
2	$1{,}3\cdot 10^{15}$	2	3
3	$1{,}2\cdot 10^{5}$	3	3
4	3,6	4	3
5	1,0	5	2
6	6,99		
7	170		
8	1,2		
9	200		
10	193		

4. Стационарное магнитное поле в вакууме

Задачи	Ответы	Тесты	Ответы
1	103,4	1	1
2	$1{,}013 \cdot 10^{-4}$	2	3
3	247,1	3	4
4	228,4	4	1
5	$3{,}83 \cdot 10^{-5}$	5	4
6	0,054		
7	$2{,}27 \cdot 10^{-25}$		
8	$1{,}18 \cdot 10^{-10}$		
9	1,146		
10	0,0128		

5. Магнитное поле в веществе

Задачи	Ответы	Тесты	Ответы
1	$1{,}898 \cdot 10^{-8}$	1	1
2	$6{,}178 \cdot 10^{-8}$	2	2
3	542,2	3	2
4	438	4	3
5	197,4	5	4
6	2,55		
7	1,93		
8	15,4		
9	492		
10	$1{,}464 \cdot 10^{-6}$		

6. Электромагнитная индукция

Задачи	Ответы	Тесты	Ответы
1	1,111	1	3
2	$2{,}143 \cdot 10^{-3}$	2	4
3	0,0868	3	3
4	0,226	4	2
5	0,1676	5	4
6	1,239		
7	11,7		
8	1063		
9	1,709		
10	0,0633		

Оглавление

1. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ
1.1. Электростатическое поле в вакууме 3
1.2. Примеры решения задач 17
1.3. Задания для решения на практических занятиях 20
1.4. Задания для самостоятельного решения 22
1.5. Вопросы для самоконтроля 24

2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ
2.1. Поляризация диэлектриков 25
2.2. Примеры решения задач 38
2.3. Задания для решения на практических занятиях 41
2.4. Задания для самостоятельного решения 43
2.5. Вопросы для самоконтроля 46

3. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК
3.1. Электрический ток. Плотность тока 47
3.2. Примеры решения задач 52
3.3. Задания для решения на практических занятиях 55
3.4. Задания для самостоятельного решения 57
3.5. Вопросы для самоконтроля 58

4. СТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ
4.1. Статическое магнитное поле в вакууме 59
4.2. Примеры решения задач 78
4.4. Задания для самостоятельного решения 83
4.5. Вопросы для самоконтроля 85

5. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ
5.1. Намагниченность и напряжённость магнитного поля 86
5.2. Примеры решения задач 100
5.3. Задания для решения на практических занятиях 102
5.4. Задания для самостоятельного решения 104
5.5. Вопросы для самоконтроля 107

6. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ
6.1. Явление электромагнитной индукции 108
6.2. Примеры решения задач 124
6.3. Задания для решения на практических занятиях 128
6.4. Задания для самостоятельного решения 130
6.5. Вопросы для самоконтроля 133

Таблицы ответов заданий для самостоятельного решения 134

Учебное издание

Бурачевский Юрий Александрович

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебно-методическое пособие

Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники

634050, г. Томск, пр. Ленина, 40.
Тел. (6822) 533018.