Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)**

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Методические указания к практическим и лабораторным занятиям
и организации самостоятельной работы для студентов направления
«Программная инженерия» (уровень бакалавриата)

2018

Синчинова Людмила Иосифовна
Теория вероятности и математическая статистика: Методические указания к практическим и лабораторным занятиям и организации самостоятельной работы для студентов направления «Программная инженерия» (уровень бакалавриата) / Л.И. Синчинова. – Томск, 2018. – 38 с.

Оглавление

1 Введение

Целью практических и лабораторных занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование у студентов способности к самостоятельному или при помощи преподавателя анализу теоретического материала, навыков использования математического аппарата и инструментальных средств для обработки, систематизации и анализа статистических данных.

Для достижения указанной цели в процессе выполнения лабораторных работ по дисциплине решаются следующие задачи:

– получение студентами навыков применения изученных моделей и методов для решения практических задач, пользования расчетными формулами, теоремами, таблицами при решении статистических задач, применения статистических методов для обработки результатов измерений;

– обучение студентов владению методами решения задач теории вероятностей и математической статистики, в том числе с использованием компьютерных технологий.

В результате выполнения лабораторных работ и самостоятельной работы над материалом курса студент должен:

– знать правила и способы вычисления вероятности событий; виды дискретных случайных величин, способы их задания и представления; наиболее известные и применяемые непрерывные распределения математической статистики; числовые характеристики совокупностей статистических данных, способы представления этих данных для обработки; способы точечного и интервального оценивания; правила проверки статистических гипотез; методы статистического «сравнения» нескольких рядов данных.

– уметь обрабатывать и анализировать статистическую информацию с использованием вероятностных и статистических методов, а также компьютерных технологий.

– владеть навыками решения вероятностных и статистических задач, в том числе, с использованием компьютерных технологий.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению «Программная инженерия» заочной формы обучения.

2 Методические указания к проведению практических занятий

2.1 Практическое занятие «Пространство элементарных исходов»

Цель занятия

Изучить основные понятия, касающиеся случайного эксперимента, элементарных исходов, случайного события. Овладеть навыками построения пространства элементарных исходов. Научиться определять виды взаимосвязи между событиями.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

Решение и подробное обсуждение задач по теме «Пространство элементарных исходов».

Примеры задач:

1. Являются ли несовместными события?

а) Опыт – три выстрела по мишени. События:
A1 – хотя бы одно попадание;
A2 – хотя бы один промах.

б) Опыт – бросание двух игральных костей. События:
A1 – хотя бы на одной кости выпало 3 очка;
A2 – появление четного числа очков на каждой кости.

в) опыт – извлечение двух шаров из урны, содержащей белые и черные шары. События:
A1 – взято два белых шара;
A2 – оба извлеченных шара одного цвета.

г) опыт – покупка двух лотерейных билетов. События:
A1 – выиграют два билета;
A2 – выиграет хотя бы один лотерейный билет;
A3 – выиграет только один лотерейный билет.

д) лифт отправляется с 10 пассажирами на 5 этаж. События:
A1 – на первых четырех этажах вышло не более 9 человек;
A2 – на последнем этаже вышел хотя бы один человек.

2. Образуют ли пространство элементарных исходов события?
а) опыт – два выстрела по мишени.
А1 – два попадания в мишень;
А2 – хотя бы один промах.
б) опыт – бросание двух игральных костей.
А1 – сумма очков на гранях больше 3;
А2 – сумма очков на гранях равна 3.
в) опыт – посажено 4 зерна.
А1 – взошло одно зерно;
А2 – взошло два зерна;
А3 – взошло три зерна;
А4 – взошло четыре зерна.

3. Являются ли равновозможными следующие события?
а) опыт – бросание двух игральных костей.
А1 – произведение очков на верхних гранях равно12;
А2 – произведение очков на гранях равна 9.
б) опыт – бросание двух монет.
А1 – появление двух гербов;
А2 – появление двух решек;
А3 – попадание одного герба и одной решки.

4. Брошены три монеты. Приведите примеры:
– трех событий, образующих полное пространство элементарных исходов;
– трех событий, равновозможных и несовместных, но не образующих полную группу элементарных исходов;
– двух событий, несовместных и образующих пространство элементарных исходов, но не равновозможных.

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

1. Эксперимент – бросание двух правильных монет; событие А – «выпало два герба», событие В – «выпало две решки».

2. Эксперимент – бросание двух правильных монет; событие А – «выпало два герба», событие В – «выпало две решки»; событие С – «выпал один герб и одна решка».

3. Эксперимент – бросание двух правильных монет; событие А – «герб на первой монете», событие В – «герб на второй монете».

4. Эксперимент – бросание игрального кубика; событие А – «выпало одно или два очка», событие В – «выпало два или три очка»; событие С –

«выпало три или четыре очка»; событие D – «четыре или пять очков»; событие E – «пять или шесть очков».

5. Эксперимент – передача трех сообщений по каналу связи; событие A – «все три сообщения переданы без ошибок», событие B – «все три – с ошибками»; событие C – «два с ошибками, одно без ошибок».

6. Эксперимент – передача трех сообщений по каналу связи; событие A – «первое сообщение передано с ошибкой», событие B – «второе сообщение передано с ошибкой»; событие C – «третье сообщение передано с ошибкой»

7.Эксперимент – извлечение наугад одной карты из колоды игральных карт; событие A – «извлечена карта червонной масти», событие B – «бубновой масти»; событие C – «трефовой масти»; событие D – «пиковой масти».

8. Эксперимент – извлечение наугад двух карт из колоды игральных карт; событие A – «обе карты черной масти», событие B «среди извлеченных карт есть дама»; событие C – «есть туз».

9. Эксперимент – два выстрела по цели; событие A – «ни одного попадания»; событие B – «ровно одно попадание»; событие C – «ровно два попадания».

10. Эксперимент – из букв слова «плюс» последовательно без возвращения выбираются две буквы; событие A – «выбрана пара согласных», событие B – «выбрана пара гласных»; событие C – «выбрана одна согласная и одна гласная».

Контрольные вопросы

1. На какие первичные понятия опирается наука «Теория вероятности»?
2. Что такое случайный эксперимент? Объясните слово «случайный».
3. Что понимается под понятием «элементарный исход эксперимента»?
4. Какие исходы объединяются в пространство элементарных исходов?
5. Какие события называются несовместными?
6. Что такое равновозможные события?

2.2 Практическое занятие «Вероятности сложных событий»

Цель занятия

Овладение навыками использования свойств вероятности, применения теорем о сумме и произведении вероятностей.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

Решение и подробное обсуждение задач по теме «Вычисление вероятности элементарных событий. Вероятность составных событий». Примеры задач:

1. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры, и набрал их наудачу, помня, что они различны. Какова вероятность того, что он набрал их правильно?

2. В ящике 15 деталей, среди которых 10 окрашены. Сборщик наудачу выбрал 3 детали. Найти вероятность того, что детали окрашены.

3. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку выбирают 9 человек. Какова вероятность того, что выберут 5 отличников.

4. В коробке 5 красных, 3 зеленых и 2 синих карандаша. Наудачу извлекают 3 карандаша. Найти вероятность следующих событий:

А – все карандаши разного цвета;

В – все карандаши одного цвета;

С – среди извлеченных один синий;

Д – среди карандашей ровно 2 одного цвета.

5. Два стрелка сделали по 1 выстрелу по мишени. Вероятность попадания первого стрелка 0,8, второго – 0,6.

Найти вероятность событий:

а) оба попали;

б) попал один;

в) попал хотя бы один.

6. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе двух орудий равна 0,38. Вероятность попадания второго орудия равна 0,8. Какова вероятность попадания первого орудия?

7. Студент разыскивает нужную ему формулу в 3-х справочниках. Вероятности равны, соответственно, 0,6; 0,7 и 0,8.

Найти вероятность того, что формула содержится:

а) только в одном справочнике;

б) только в двух справочниках;

в) во всех трех справочниках;

г) хотя бы в одном справочнике;

д) ни в одном из справочников.

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

1. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определенного продукта по одному из трех телевизионных каналов, равна 0,05. Предполагается, что эти события независимы в совокупности. Чему равна вероятность того, что потребитель увидит рекламу а) по всем трем каналам; б) хотя бы по одному из этих каналов?

2. Модельер, разрабатывающий новую коллекцию одежды к весеннему сезону, создает модели в белой, черной и красной цветовой гамме. Вероятность того, что белый цвет будет в моде весной, модельер оценивает в 0,3, черный – в 0,2, а вероятность того, что будет моден красный цвет – в 0,15. Предполагая, что цвета выбираются независимо друг от друга, оцените вероятность того, что цветовое решение коллекции будет удачным хотя бы по одному из выбранных цветов.

3. Компания, занимающаяся строительством терминалов для аэропортов, надеется получить контракт в стране А с вероятностью 0,4, вероятность заключить контракт в стране В равна 0,3. Вероятность того, что контракты будут заключены и в стране А, и в стране В, равна 0,12. Чему равна вероятность того, что компания получит контракт хотя б в одной стране?

4. Город имеет три независимых резервных источника электроэнергии для использования в случае аварийного отключения постоянного источника электроэнергии. Вероятность того, что любой из трех резервных источников будет доступен при отключении постоянного источника, составляет 0,8. Какова вероятность того, что не произойдет аварийного отключения электроэнергии, если выйдет из строя постоянный источник?

5. Покупатель может приобрести акции двух компаний А и В. Надежность компании А оценивается экспертами с вероятностью 0,9, надежность компании В – 0,8. Чему равна вероятность того, что а) обе компании не станут банкротами; б) наступит хотя бы одно банкротство?

6. Покупатель может приобрести акции двух компаний А и В. Надежность компании А оценивается экспертами с вероятностью 0,9, надежность компании В – 0,8. Чему равна вероятность того, что а) обе компании не станут банкротами; б) наступит хотя бы одно банкротство?

7. Эксперты торговой компании полагают, что покупатели, обладающие пластиковой карточкой этой компании, дающей право на скидку, обратятся за покупкой товара в ее магазины с вероятностью 0,9. Если это произойдет, обладатель пластиковой карточки приобретет необходимый ему товар с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что обладатель пластиковой карточки торговой компании приобретет необходимый ему товар в ее магазинах?

8. В городе три коммерческих банка, оценка надежности которых – 0,95, 0,90 и 0,85 соответственно. В связи с определением хозяйственных перспектив развития города администрацию интересуют ответы на следующие вопросы: а) какова вероятность того, что в течение года обанкротятся все три банка; б) что обанкротится хотя бы один банк?

9. Инвестор предполагает, что в следующем периоде вероятность роста цены акций компании А будет составлять 0,7, акомпании В – 0,4. Вероятность того, что цены поднимутся на те и другие акции, равна 0,28. Вычислите вероятность роста акций хотя бы одной компании.

10. Вероятность того, что покупатель, собирающийся приобрести компьютер и пакет прикладных программ, приобретет только компьютер, равна 0,15, только пакет программ – 0,1. Вероятность того, что будет куплен и компьютер, и пакет программ, равна 0,05. Чему равна вероятность того, что будет сделана хотя бы одна покупка?

Контрольные вопросы

1. Приведите классическое определение вероятности. Какие параметры расположены в числители и знаменателе дроби?

2. Объясните на каком основании Вы сделали вывод о том, сумма или произведение событий описаны в Вашем задании.

3. Из каких соображенный Вы ответили на вопрос о совместности или несовместности событий для Вашей задачи? А зависимости или независимости?

4. Каким образом изменится формула для расчета вероятности суммы событий для несовместных событий?

5. По какой формуле нужно вычислять вероятность произведения событий, если эти события независимы?

2.3 Практическое занятие «Действия над случайными величинами»

Цель занятия

Овладение навыками сложения и умножения дискретных случайных величин, а также добавления константы и умножения случайной величины на константу.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

1. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x	-1	0	1	2
p	0,3	0,2	0,2	0,3

y	1	2	3
q	0,2	0,3	0,5

Составить закон распределения случайной величины Z=XY. Найти M[Z]

2. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x	0	1/2	3/2	2
p	0,1	0,2	0,3	0,4

y	-1	0	1
q	0,5	0,2	0,3

Составить закон распределения случайной величины Z=X+Y. Найти M[Z

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

1. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x	0	1/2	3/2	2
p	0,1	0,2	0,3	0,4

y	-2	0	2
q	0,5	0,2	0,3

Составить закон распределения случайной величины Z=XY

2. Дискретная случайная величина X имеет ряд распределения:

x	-1	-1/4	1
p	0,1	0,3	0,6

Построить ряд распределения с.в. $Y=X^2$.

3. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x	1	2	3
p	0,3	0,5	0,2

y	-2	0	1	2
q	0,2	0,3	0,3	0,2

Составить закон распределения с.в. X+Y.

4. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x	1	2	3
p	0,1	0,4	0,5

y	2	4
q	0,4	0,6

Составить ряд распределения случайной величины Z=X+Y

5. Составить закон распределения с.в. Z=X+Y, зная, что X и Y - независимые случайные величины, заданные своими законами:

x	-2	0	1	2
p	0,2	0,3	0,3	0,2

y	1	2	3
q	0,3	0,5	0,2

6. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x	0	3	5
p	0,2	0,3	0,5

y	1	2	4	5
q	0,1	0,4	0,2	0,3

Составить закон распределения случайной величины Z=X+Y

7. Составить закон распределения с.в. X, зная

x	-2	0	1
p	0,3	p2	p3

и M[X]=-0,3. Найти функцию распределения с.в. X и D[X].

8. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x	-2	-1	0	1
p	0,1	0,2	0,4	0,3

y	1	2	3
q	0,2	0,3	0,5

Составить закон распределения случайной величины Z=XY.

9. Независимые случайные величины X и Y заданы следующими законами распределения:

x	-1	0	1
p	0,2	0,3	0,5

y	1	2	3
q	0,4	0,2	0,4

Составить закон распределения случайной величины Z=XY.

3 Методические указания к проведению лабораторных работ

3.1 Лабораторная работа «Биномиальное распределение»

Цель работы

Научиться задавать дискретную случайную величину при помощи таблицы распределения, определять и анализировать числовые характеристики такой случайной величины.

Форма проведения

Выполнение индивидуального задания.

Задание

Записать таблицу распределения дискретной случайной величины, построить многоугольник распределения. Найти числовые характеристики распределения. Записать функцию распределения и построить ее график. Ответить на вопрос о вероятности предложенного события.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя вариант задания.
2. Убедиться в том, что эксперимент проводится по схеме Бернулли.
3. Записать в виде множества значения случайной величины.
4. По формуле вычисления вероятностей для биномиальной случайной величины рассчитать вероятности значений.
5. Проверить правильность вычислений по основному свойству таблицы распределения.
6. Построить визуальное представление случайной величины.
7. Найти числовые характеристики и убедиться в правильности их вычисления.
8. Построить функцию распределения и выяснить, возможен ли ответ на вопрос о вероятности, приведенный в задании, если использовать только функцию распределения.
9. Оформить свои рассуждения и результаты в виде отчета и защитить его перед преподавателем.

Варианты заданий

1. В городе шесть коммерческих банков. У каждого риск банкротства в течение года составляет 10 %. Чему равна вероятность того, что в тече-

ние года обанкротится не более одного банка? Случайная величина X – количество обанкротившихся банков.

2. Нефтеразведывательная компания получила финансирование для проведения шести нефтеразведок. Вероятность успешной нефтеразведки 0,05. Предположим, что нефтеразведку осуществляют независимые друг от друга разведывательные партии. Чему равна вероятность того, что не менее двух нефтеразведок принесут успех? Случайная величина X – количество успешных нефтеразведок.

3. Хорошим считается руководитель, принимающий не менее 70 % правильных решений. Пусть управляющий банком – хороший руководитель, принимающий правильное решение с постоянной вероятностью 0,75. Такому управляющему банком предстоит принять решения по четырем важным вопросам банковской политики. Случайная величина X – количество правильных решений, принятых управляющим. Чему равна вероятность того, что управляющий примет менее трех правильных решений?

4. В ходе аудиторской проверки строительной компании аудитор случайным образом отбирает пять счетов. Вероятность наличия ошибки в каждом счете – величина постоянная и равна 0,03. Случайная величина X – количество счетов с ошибкой. Какова вероятность того, что хотя бы один счет будет с ошибкой?

5. В банк поступило 30 авизо. Подозревают, что среди них три фальшивых. Тщательной проверке подвергаются пять случайно выбранных авизо. Случайная величина X – количество фальшивых авизо среди отобранных. Чему равна вероятность того, что в ходе проверки обнаружится менее двух фальшивок?

6. Записи страховой компании показали, что 30 % держателей страховых полисов старше 50 лет потребовали возмещения страховых сумм. Для проверки в случайном порядке было отобрано пять человек старше 50 лет, имеющих полисы. Случайная величина X – количество потребующих возмещения среди отобранных. Чему равна вероятность того, что потребуют возмещения более трех человек?

7. Билет для зачета содержит пять вопросов, к каждому из которых приведены четыре возможных ответа (правильный ответ только один). Предположим, что студент выбирает ответы среди предложенных наугад. Случайная величина X – количество правильных ответов, угаданных студентом. Какова вероятность того, что он ответит правильно не менее, чем на четыре вопроса?

8. Для того, чтобы проверить точность своих финансовых счетов, компания регулярно пользуется услугами аудиторов. Предположим, что служащие компании при обработке входящих счетов допускают 5 %

ошибок. Аудитор случайно отбирает три входящих документа. Случайная величина X – количество документов с ошибками среди отобранных. Какова вероятность того, что аудитор обнаружит более одного ошибочного документа среди отобранных?

9. Телевизионный канал рекламирует новый вид детского питания. Вероятность того, что телезритель увидит эту рекламу, оценивается в 0,2. Случайным образом отобраны шесть телезрителей. Случайная величина X – количество лиц, видевших рекламу, среди отобранных. Чему равна вероятность того, что, по крайней мере, два телезрителя из отобранных видели рекламу нового детского питания?

10. Торговый агент контактирует с семью потенциальными покупателями в день. Из опыта ему известно: вероятность того, что потенциальный покупатель совершит покупку, равна 0,1. Случайная величина X – количество покупателей, совершивших покупку после встречи с торговым агентом. Чему равна вероятность того, что хотя бы два посетителя сделают покупки?

Контрольные вопросы

1. Перечислите требования, выполнение которых необходимо, чтобы эксперимент проходил по схеме Бернулли.
2. Почему сумма вероятностей «успеха» и «неудачи» в схеме Бернулли равна единице?
3. Чему равна сумма вероятностей всех значений дискретной случайной величины?
4. Чему равно значение функции распределения в конкретно заданной точке?
5. Для чего служит многоугольник распределения?

3.2 Лабораторная работа «Критические точки. Функция Лапласа»

Цель работы

Овладеть навыками работы с таблицами различных распределений. Научиться использовать свойства функции Лапласа для вычисления вероятностей сложных событий.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

I часть. Решение и подробное обсуждение задач по теме «Критические точки. Функция Лапласа». Примеры задач:

1. Найти значения критических точек по таблицам распределения для:

а) нормального распределения;

б) распределения хи-квадрат;

в) распределения Стъюдента;

г) распределения Фишера.

а) $\gamma = 0.98$; б) $\gamma = 0.975$, k = 6; в) $\gamma = 0.99$, k = 8; г) $\gamma = 0.95$, $k_1 = 9, k_2 = 12$.

2. Вес тропического грейпфрута, выращенного в Краснодарском крае, нормально распределенная случайная величина с неизвестным математическим ожиданием и дисперсией, равной 0.04. Агрономы знают, что 65 % фруктов весят меньше, чем 0.5 кг. Найдите ожидаемый вес случайно выбранного грейпфрута.

3. Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 48 у.е., и стандартным отклонением, равным 6. Определите вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена была а) более 60 у.е. за акцию; б) ниже 60 за акцию; и) выше 40 за акцию; г) между 40 и 50 у.е. за акцию.

4. Отклонение стрелки компаса из-за влияния магнитного поля в определенной области Заполярья есть случайная величина $X \sim N(0,1)$. Чему равна вероятность того, что абсолютная величина отклонения в определенный момент времени будет больше, чем 2.4?

II часть. Самостоятельная работа над индивидуальным заданием.

Задание для индивидуальной работы

Определить значения критических точек для различных видов распределения математической статистики. Вычислить необходимые характеристики для нормально распределенной случайной величины.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с таблицами распределения математической статистики.

2. Пользуясь этими таблицами отыскать значения соответствующих критических точек.

3. Изобразить схематические графики функции плотности распределения для каждого вида распределения и отметить на них критические точки.

4. Используя таблице нормального распределения и свойства функции Лапласа, решить предложенную задачу.

5. Оформить свои рассуждения и результаты в виде отчета и защитить его перед преподавателем.

Варианты заданий

Вариант 1.

1. Дневная добыча угля в некоторой шахте распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 785 т и стандартным отклонением 60 т. Найдите вероятность того, что в определенный день будут добыты, по крайней мере, 800 т угля.

2. а) $\gamma = 0.94$; б) $\gamma = 0.95$, k = 15; в) $\gamma = 0.975$, k = 27; г) $\gamma = 0.95$, $k_1 = 4, k_2 = 7$.

Вариант 2.

1. Дневная добыча угля в некоторой шахте распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 785 т и стандартным отклонением 60 т. Определите долю рабочих дней, в которые будет добыто от 750 т до 850 т угля.

2. а) $\gamma = 0.98$; б) $\gamma = 0.975$, k = 12; в) $\gamma = 0.99$, k = 10; г) $\gamma = 0.99$, $k_1 = 7, k_2 = 11$.

Вариант 3.

1. Дневная добыча угля в некоторой шахте распределена по нормальному закону с математическим ожиданием 785 т и стандартным отклонением 60 т. Найдите вероятность того, что в данный день добыча угля окажется ниже 665 т.

2. а) $\gamma = 0.96$; б) $\gamma = 0.99$, k = 19; в) $\gamma = 0.975$, k = 9; г) $\gamma = 0.95$, $k_1 = 6, k_2 = 9$.

Вариант 4.

1. Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 48 у.е., и стандартным отклонением, равным 6. Определите вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена была более 60 у.е. за акцию.

2. а) γ = 0.97; б) γ = 0.95, k = 6; в) γ = 0.95, k = 8; г) γ = 0.99, $k_1 = 8, k_2 = 14$.

Вариант 5.

1. Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 48 у.е., и стандартным отклонением, равным 6. Определите вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена была ниже 60 за акцию.

2. а) γ = 0.95; б) γ = 0.99, k = 11; в) γ = 0.975, k = 14; г) γ = 0.95, $k_1 = 5, k_2 = 13$.

Вариант 6.

1. Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 48 у.е., и стандартным отклонением, равным 6. Определите вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена была выше 40 за акцию

2. а) γ = 0.94; б) γ = 0.99, k = 16; в) γ = 0.975, k = 21; г) γ = 0.99, $k_1 = 11, k_2 = 8$.

Вариант 7.

1. Предположим, что в течение года цена на акции некоторой компании есть случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 48 у.е., и стандартным отклонением, равным 6. Определите вероятность того, что в случайно выбранный день обсуждаемого периода цена была между 40 и 50 у.е. за акцию.

2. а) γ = 0.98; б) γ = 0.975, k = 6; в) γ = 0.99, k = 8; г) γ = 0.95, $k_1 = 9, k_2 = 12$.

Вариант 8.

1. Отклонение стрелки компаса из-за влияния магнитного поля в определенной области Заполярья есть случайная величина X ~ N(0,1). Чему равна вероятность того, что абсолютная величина отклонения в определенный момент времени будет больше, чем 2.4?

2. а) γ = 0.96; б) γ = 0.99, k = 8; в) γ = 0.975, k = 12; г) γ = 0.95, $k_1 = 10, k_2 = 14$.

Вариант 9.

1. Еженедельный выпуск продукции на заводе приблизительно распределен по нормальному закону со средним значением, равным 134786

ед. продукции в неделю, и стандартным отклонением 13000 ед. Найдите вероятность того, что еженедельный выпуск продукции превысит 150000 ед.

2. а) γ = 0.97; б) γ = 0.95, k = 17; в) γ = 0.95, k = 9; г) γ = 0.99, $k_1 = 12, k_2 = 9$.

Вариант 10

1. Еженедельный выпуск продукции на заводе приблизительно распределен по нормальному закону со средним значением, равным 134786 ед. продукции в неделю, и стандартным отклонением 13000 ед. Найдите вероятность того, что еженедельный выпуск продукции окажется ниже 100000 ед.

2. а) γ = 0.95; б) γ = 0.99, k = 6; в) γ = 0.975, k = 20; г) γ = 0.95, $k_1 = 10, k_2 = 5$.

Контрольные вопросы

1. Как Вы понимаете значение понятия «критическая точка»?
2. Что означает количество степеней свободы для различных распределений:
3. Чему равна площадь фигуры под кривой плотности распределения?
4. Почему функция распределения случайной величины не убывает?
5. Перечислите свойства функции Лапласа.
6. Чему равно значение функции Лапласа в бесконечности?

3.3 Лабораторная работа «Числовые характеристики выборки»

Цель работы

Получить навыки представления статистических данных в удобном для обработки и визуализации виде. Получить навыки вычисления и анализа основных числовых характеристик выборки по вариационному и сгруппированному статистическому ряду.

Форма проведения

Выполнение индивидуального задания.

Задание

Для выборочных данных своего варианта выполнить следующую обработку, пояснив полученные результаты:

а) по первоначальной выборке найти выборочные значения среднего арифметического, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратичное отклонение;

б) записать данные в виде вариационного ряда;

в) найти размах выборки, оценить среднее квадратичное отклонение с помощью размаха;

г) по вариационному ряду найти оценки моды, медианы, верхнюю и нижнюю выборочные квартили, пояснить их смысл;

д) построить сгруппированный статистический ряд и гистограмму.

е) найти модальный и медианный интервалы, в качестве моды и медианы считать середины соответствующих интервалов;

ж) найти оценки математического ожидания и дисперсии по сгруппированному ряду;

з) сравнить оценки числовых характеристик, полученных по сгруппированным рядам с оценками, рассчитанными по выборке.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя вариант задания.
2. Внести эти данные в таблицу Exel.
3. Построить вариационный ряд – отсортировать данные по неубыванию.
4. Определить количество интервалов и построить сгруппированный статистический ряд.
5. По сгруппированному статистическому ряду построить гистограмму, используя встроенный инструмент Exel.
6. Не пользуясь встроенными статистическими функциями, вычислить значения среднего арифметического, дисперсии и среднего квадратического отклонения.
7. Определить моду, медиану, квартили.
8. По сгруппированному статистическому ряду рассчитать значения дисперсии и среднего квадратического отклонения.
9. Определить по сгруппированному ряду значения моды и медианы.
10. Сравнить полученные результаты со значениями, вычисленными по выборке.
11. Оформить свои рассуждения и результаты в виде отчета и защитить его перед преподавателем.

Контрольные вопросы

1. Для определения каких числовых характеристик удобен вариационный ряд?

2. Что означает понятие «неубывание» при построении вариационного статистического ряда?

3. Что показывает коэффициент Старджесса?

4. Почему количество интервалов группировки при составлении сгруппированного статистического ряда нецелесообразно выбирать произвольно?

5. От чего зависит количество интервалов группировки?

6. Чему равна сумма всех частот элементов выборки?

7. Чему равна сумма всех относительных частот элементов выборки?

8. Какие числовые характеристики выборки являются характеристиками положения, а какие – рассеяния?

9. В чем отличие между дисперсией и средним квадратическим отклонением?

Варианты заданий

1.
-2.4 -2.3 -1.8 -1.8 -1.8 -1.8 -1.7 -1.7 -1.6 -1.5 -1.5 -1.5 -1.5 -1.4 -1.4 -1.3 -1.2 -1.2 -1.2 -1.1 -1.1 -1.1 -1.1 -1.0 -1.0 -1.0 -0.9 -0.9 -0.9 -0.8 -0.8 -0.8 -0.8 -0.8 -0.7 -0.7 -0.7 -0.7 -0.6 -0.6 -0.6 -0.5 -0.5 -0.4 -0.4 -0.4 -0.4 -0.3 -0.3 -0.3 -0.3 -0.2 -0.1 -0.1 -0.1 -0.1 -0.1 -0.0 -0.0 0.0 0.1 0.1 0.1 0.1 0.2 0.2 0.3 0.3 0.3 0.4 0.4 0.4 0.4 0.5 0.5 0.6 0.7 0.7 0.7 0.7 0.7 0.8 0.8 0.8 0.9 1.0 1.1 1.1 1.1 1.2 1.3 1.3 1.3 1.4 1.5 1.6 1.6 1.6 1.7 1.7

2.
6.6 7.4 7.9 7.9 8.3 8.3 8.4 8.4 8.4 8.4 8.4 8.5 8.6 8.6 8.6 8.6 8.7 8.7 8.7 8.7 8.7 8.7 8.7 8.8 8.9 9.0 9.1 9.1 9.1 9.2 9.2 9.2 9.2 9.3 9.3 9.3 9.3 9.4 9.4 9.4 9.5 9.6 9.6 9.6 9.7 9.7 9.7 9.7 9.7 9.7 9.7 9.7 9.8 9.8 9.8 9.9 9.9 9.9 9.9 9.9 10.0 10.0 10.0 10.1 10.1 10.2 10.2 10.3 10.3 10.3 10.3 10.3 10.3 10.4 10.4 10.4 10.5 10.5 10.5 10.6 10.6 10.7 10.7 10.7 10.8 10.8 10.8 11.0 11.0 11.0 11.0 11.1 11.1 11.3 11.5 11.5 11.5 11.9 12.1 12.1

3.
17.2 14.0 12.0 10.6 10.4 10.1 10.1 9.2 8.8 8.5 8.4 8.0 7.9 7.8 7.8 7.8 7.5 7.5 7.4 7.4 7.2 7.1 6.8 6.7 6.6 6.3 6.0 6.0 5.8 5.6 5.5 5.5 5.5 5.3 5.3 5.1 5.0 4.9 4.8 4.8 4.5 4.4 4.3 4.3 4.1 4.0 3.8 3.7 3.6 3.1 2.2 2.1 2.1 2.0 2.0 1.7 1.7 1.6 1.6 1.5 1.4 1.4 1.1 0.9 0.7 0.6 0.5 0.3 0.3 -0.0 -0.0 -0.1 -0.2 -0.2 -0.3 -0.6 -0.7 -0.8 -1.0 -1.0 -1.1 -1.1 -1.2 -1.3 -1.3 -1.3 -2.1 -2.4 -2.6 -2.7 -2.8 -2.8 -2.9 -3.1 -3.1 -3.2 -3.6 -4.2 -4.3 -4.9

4.
6.2 6.1 6.1 6.0 5.9 5.7 5.7 5.7 5.7 5.5 5.4 5.4 5.4 5.3 5.3 5.3 5.2 5.2
5.0 5.0 4.8 4.7 4.7 4.7 4.7 4.6 4.6 4.5 4.5 4.5 4.4 4.4 4.4 4.4 4.3 4.3
4.3 4.3 4.2 4.2 4.2 4.1 4.1 4.1 4.1 4.0 3.9 3.9 3.8 3.8 3.8 3.7 3.7 3.6
3.6 3.6 3.6 3.5 3.5 3.5 3.5 3.4 3.4 3.4 3.3 3.2 3.2 3.2 3.1 3.1 3.0 3.0
3.0 3.0 2.9 2.8 2.8 2.8 2.8 2.8 2.8 2.8 2.7 2.6 2.5 2.5 2.4 2.4 2.3 2.3
2.3 2.3 2.2 2.1 2.1 2.0 1.9 1.9 1.8 1.5

5.
-5.9 -4.4 -3.6 -3.6 -3.5 -3.4 -3.4 -3.2 -2.9 -2.9 -2.8 -2.8 -2.8 -2.7 -2.6 -2.4 -2.3 -
2.3 -2.3 -2.2 -2.2 -2.0 -2.0 -1.8 -1.7 -1.6 -1.6 -1.3 -1.3 -1.2 -1.1 -0.9 -0.8 -0.8 -
0.8 -0.8 -0.7 -0.5 -0.5 -0.4 -0.4 -0.4 -0.3 -0.3 -0.2 -0.2 -0.2 0.0 0.0 0.1 0.1
0.3 0.4 0.4 0.5 0.5 0.6 0.6 0.6 0.6 0.7 0.7 0.7 0.7 0.8 0.9 0.9 0.9 0.9
0.9 1.0 1.0 1.1 1.2 1.3 1.3 1.4 1.4 1.5 1.5 1.5 1.6 1.6 1.8 1.9 2.0 2.1
2.2 2.2 2.3 2.3 2.4 2.4 2.4 2.6 2.7 2.9 3.1 4.1 4.2

6.
14.7 13.7 13.2 13.1 12.7 12.6 11.3 11.1 10.8 10.5 10.1 10.0 9.1 8.9 8.6 8.4
8.2 8.2 8.0 7.5 7.4 7.3 6.1 6.0 6.0 5.4 5.2 5.2 5.0 4.7 4.5 4.5 4.3 4.0
3.9 3.9 3.7 3.7 3.3 3.3 3.1 2.0 1.8 1.6 1.6 1.5 1.5 1.5 1.4 1.4 1.2 1.2
1.1 0.8 0.5 0.4 0.3 -0.0 -0.1 -0.4 -0.4 -0.6 -0.7 -0.8 -1.0 -1.7 -1.8 -1.8 -2.0 -
2.1 -2.2 -2.3 -2.4 -2.5 -2.5 -2.6 -2.8 -2.8 -2.8 -2.9 -3.0 -3.4 -3.5 -3.5 -3.5 -3.5 -
3.7 -4.5 -4.5 -4.8 -5.9 -6.3 -6.6 -6.6 -7.0 -7.4 -7.5 -8.2 -9.0 -9.5

7.
-0.7 -0.4 -0.3 0.0 0.1 0.2 0.4 0.4 0.5 0.6 0.6 0.7 0.7 0.8 0.8 0.8 0.8 0.8
1.0 1.0 1.0 1.0 1.2 1.2 1.2 1.2 1.2 1.2 1.2 1.3 1.3 1.4 1.4 1.4 1.5 1.5
1.5 1.6 1.6 1.6 1.6 1.7 1.8 1.8 1.8 1.9 1.9 1.9 1.9 1.9 1.9 1.9 2.0 2.0
2.0 2.0 2.0 2.0 2.0 2.1 2.1 2.1 2.1 2.2 2.2 2.2 2.3 2.3 2.3 2.4 2.4 2.5
2.5 2.6 2.8 2.8 2.8 2.8 2.8 2.9 2.9 2.9 2.9 2.9 3.0 3.0 3.1 3.1 3.2 3.2
3.2 3.4 3.5 3.5 3.6 3.6 3.6 3.8 3.8 5.0

8.
9.4 9.8 9.8 9.9 10.0 10.2 10.3 10.3 10.3 10.6 10.6 10.6 10.6 10.7 10.8 10.8
10.9 10.9 10.9 11.0 11.0 11.0 11.0 11.1 11.1 11.1 11.1 11.1 11.3 11.4 11.4 11.4
11.4 11.5 11.5 11.5 11.5 11.6 11.6 11.6 11.7 11.7 11.7 11.8 11.8 11.8 11.8 11.9
11.9 11.9 12.0 12.0 12.1 12.1 12.1 12.2 12.2 12.2 12.2 12.3 12.3 12.3 12.3 12.3
12.3 12.3 12.4 12.4 12.5 12.5 12.5 12.5 12.6 12.6 12.6 12.6 12.6 12.6 12.6 12.6
12.6 12.6 12.6 12.6 12.7 12.7 12.7 12.8 12.8 12.8 13.0 13.0 13.1 13.1 13.3 13.3
13.3 13.5 13.6 14.0

9.
-0.5 -0.4 -0.2 -0.2 -0.0 -0.0 0.2 0.2 0.4 0.4 0.6 0.6 0.6 0.7 0.7 0.8 0.9 1.1
1.3 1.4 1.4 1.4 1.4 1.5 1.5 1.5 1.6 1.6 1.7 1.8 1.8 1.9 1.9 2.0 2.0 2.0
2.0 2.0 2.1 2.2 2.2 2.3 2.3 2.4 2.4 2.4 2.5 2.5 2.6 2.6 2.6 2.6 2.7 2.7
2.7 2.7 2.9 2.9 3.0 3.0 3.0 3.3 3.4 3.5 3.7 3.7 3.7 3.8 3.8 3.9 3.9 4.0
4.1 4.3 4.3 4.4 4.4 4.4 4.5 4.6 4.7 4.7 4.8 4.8 5.0 5.0 5.1 5.2 5.2 5.3
5.3 5.3 5.6 5.6 5.7 5.7 5.8 5.9 6.3 7.4

10.
-13.2 -12.6 -11.8 -11.2 -11.0 -10.9 -10.8 -10.3 -9.9 -8.7 -8.0 -7.9 -7.6 -7.5 -6.8
-6.7 -6.7 -6.7 -6.5 -6.5 -5.8 -5.7 -5.5 -5.1 -4.3 -4.2 -4.0 -3.9 -3.9 -3.8 -3.6 -3.0 -
2.7 -2.4 -2.3 -2.2 -2.0 -1.9 -1.8 -1.8 -1.5 -1.4 -1.4 -1.3 -1.3 -1.2 -1.0 -1.0 -0.4
0.1 0.2 0.5 0.8 1.1 1.4 1.4 1.4 1.5 1.5 1.7 1.9 1.9 1.9 2.0 2.1 2.1 2.7
2.7 2.8 3.1 3.1 3.1 3.2 3.3 3.5 3.5 3.7 4.0 4.3 4.7 4.8 4.8 4.9 5.1 5.4
5.9 6.6 6.7 7.0 7.3 7.5 8.4 9.1 9.5 10.5 11.0 11.1 11.4 11.7 11.7

3.4 Лабораторная работа «Доверительный интервал»

Цель работы

Получить навыки построения интервальных оценок неизвестных параметров генеральной совокупности.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

I часть. Решение и подробное обсуждение задач на построение доверительного интервала для различных параметров генеральной совокупности. Примеры задач:

1. С целью изучения размеров дневной выручки в сфере мелкого частного бизнеса была проведена бесповторная случайная выборка из 1000 торговых киосков города. В результате были получены данные о средней дневной выручке, которая составила 500 у.е. В каких пределах с доверительной вероятностью 0.95 может находиться средняя дневная выручка всех торговых точек изучаемой совокупности, если с.к.о. составило 150 у.е.

2. Фирма, торгующая автомобилями в небольшом городе, собирает информацию о состоянии местного автомобильного рынка в текущем году. С этой целью из 8746 лиц в возрасте 18 лет и старше, проживающих в этом городе, отобрано 500 человек. Среди них оказалось 29 человек, планирующих приобрести новый автомобиль в текущем году. Оцените с надежностью 0.95 долю лиц в генеральной совокупности, планирующих приобрести новый автомобиль в текущем году.

3. Турбюро, рекламируя отдых на одном из морских курортов, утверждает, что для этого курорта характерна идеальная погода со среднегодовой температурой +20 С. Пусть случайно отобраны 35 дней в году. Какова вероятность того, что отклонение средней температуры за отобранные дни от среднегодовой температуры не превысит по абсолютной величине 2°С, если температура воздуха распределена по нормальному закону, а стандартное отклонение дневной температуры составляет 4°С?

4. По данным выборочных обследований в 1995 г. прожиточный минимум населения составил в среднем на душу населения 87 тыс. руб. в месяц. Каким должен быть минимальный объем выборки, чтобы с вероятностью 0.997 можно было утверждать, что этот показатель уровня жизни населения в выборке отличается от своего значения в генеральной совокупности не более чем на 10 тыс.руб., если с.к.о. равно 30 тыс руб.

II часть. Выполнение индивидуального задания.

Задание для индивидуальной работы

С заданной заранее вероятностью построить интервальную оценку неизвестного параметра.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя вариант задания.
2. Определить тип задачи, то есть, выяснить какой именно параметр требует построения интервальной оценки.
3. По известным правилам найти границы доверительного интервала.
4. Выбрать другую доверительную вероятность и снова найти границы доверительного интервала.
5. Сравнить полученные результаты и объяснить их.
6. Оформить свои рассуждения и результаты в виде отчета и защитить его перед преподавателем.

Варианты заданий

1. Для оценки числа безработных среди рабочих одного из районов города в порядке случайной повторной выборки отобраны 400 человек рабочих специальностей. Из них 25 человек оказались безработными. Используя 95% доверительный интервал, оценивающий истинные размеры безработицы среди рабочих этого района.

2. Выборочные обследования малых предприятий города показали, что 95% малых предприятий в выборке относятся к негосударственной форме собственности. Приняв доверительную вероятность равной 0.954, определите, в каких границах находится доля негосударственных малых предприятий в генеральной совокупности, если в выборку попало 100 предприятий

3. В целях изучения среднедушевого дохода семей города в 1995 г. была произведена 1% повторная выборка из 30000 семей. По результатам обследования среднедушевой доход семьи составил 200 тыс. руб. с с.к.о. 150 тыс.руб. С вероятностью 0.95 найдите доверительный интервал, в котором находится величина среднедушевого дохода всех семей города, считая среднедушевой доход случайной величиной, распределенной по нормальному закону

4. С целью демографического исследования случайным образом отобрано 300 семей города. Среди этих семей 15% состоят из 2 человек. В каких пределах находится в генеральной совокупности доля семей, состоящих из 2 человек, если принять доверительную вероятность равной 0,95?

5. По данным выборочных обследований в 1995 г. прожиточный минимум населения Северо-Кавказского района составил в среднем на душу населения 87 тыс. руб. в месяц. Каким должен быть минимальный объем выборки, чтобы с вероятностью 0.997 можно было утверждать, что этот показатель уровня жизни населения в выборке отличается от своего значения в генеральной совокупности не более чем на 10 тыс.руб., если с.к.о. равно 30 тыс руб.

6. В 1995 г. выборочное обследование распределения населения города по среднедушевому денежному доходу показало, что 40% обследованных в выборке имеют среднедушевой денежный доход не более 200 тыс руб. В каких пределах находится доля населения, имеющая такой среднедушевой доход, во всей генеральной совокупности, если объем

генеральной совокупности составляет 1000000 человек, выборка не превышает 10% объема генеральной совокупности и осуществляется по методу случайного бесповторного отбора, а доверительная вероятность принимается равной 0.954?

7. Аудиторская фирма хочет проконтролировать состояние счетов одного из коммерческих банков. Для этого случайно отбираются 50 счетов. По 20 счетам из 50 отобранных имело место движение денежных средств в течение месяца. Постройте 99% доверительный интервал, оценивающий долю счетов в генеральной совокупности, по которым имело место движение денежных средств в течение месяца

8. Строительная компания хочет оценить возможности успешного бизнеса на рынке ремонтно-строительных работ. Эта оценка базируется на случайной бесповторной выборке, согласно которой из 1000 домовладельцев, собирающихся ремонтировать свои дома, отобраны 600 человек. По этой выборке определено, что средняя стоимость ремонтных работ, которую предполагает оплатить домовладелец, составляет 5000 у.е. С какой вероятностью можно гарантировать, что эта стоимость будет отличаться от средней стоимости работ в генеральной совокупности по абсолютной величине не более, чем на 100 у.е., если оценка с.к.о. по выборке равна 500 у.е.

9. Менеджер компании, занимающейся прокатом автомобилей, хочет оценить среднюю величину пробега одного автомобиля в течение месяца. Из 280 автомобилей, принадлежащих компании, методом случайной бесповторной выборки отобрано 30. По данным этой выборки установлено, что средний пробег автомобиля в течение месяца составляет 1342 км со стандартным отклонением 227 км. Считая пробег автомобиля случайной величиной, распределенной по нормальному закону, найдите 95% доверительный интервал, оценивающий средний пробег автомобилей всего парка в течение месяца

10. Среднемесячный бюджет студентов в колледжах одного из штатов США оценивается по случайной выборке. С вероятностью 0.954 найдите наименьший объем выборки, необходимый для такой оценки, если с.к.о. равно 100 у.е., а предельная ошибка средней не должна превышать 20 у.е.

Контрольные вопросы

1. От чего зависит значение критической точки любого распределения?

2. Как выбирается доверительная вероятность при построении доверительного интервала.

3. Если увеличить доверительную вероятность при построении доверительного интервала, то как изменится ширина интервала, если все остальные параметры оставить прежними?

4. Как изменится ширина доверительного интервала, если увеличить количество наблюдений, оставив все остальные параметры прежними?

5. Каким образом при построении доверительного интервала определяется дисперсия, если она в генеральной совокупности неизвестна?

3.5 Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

Цель работы

Освоить метод построения и алгоритм проверки статистических гипотез.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

I часть. Решение и подробное обсуждение задач по распознаванию типа гипотез, их построению и проверке. Примеры задач:

1. Проведены измерения пульса у 10 больных, подвергнутых некоторой лечебной процедуре, а также у 12 больных контрольной группы. Статистическая обработка результатов показала, что несмещенная оценка дисперсии частоты пульса больных первой группы составила 9 (уд/мин)^2, у больных второй группы – 8 (уд/мин)^2. Предполагая, что значения пульса у подобных больных распределены по нормальному закону, при уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить значимость различия между оценками дисперсий.

2. Игральную кость подбросили 600 раз, шестерка появилась 125 раз. Можно ли утверждать, что кость правильная? Принять $\alpha = 0{,}05$.

3. В результате выборочной проверки качества однотипных изделий оказалось, что из 300 изделий фирмы А бракованных – 30, а из 400 фирмы В – 52 изделия. Можно ли считать, что различия в качестве изде-

лий различных фирм существенны? Уровень значимости принять $\alpha = 0{,}05$.

4. Двум группам испытуемых предлагалось провести опознание трех начертаний цифры 5. Результаты эксперимента (время опознания в секундах) следующие:

1 гр. -	25	28	27	29	26	24	28	23	30	25	26	25
2 гр. -	18	19	31	32	17	15	41	35	38	13	14	-

Можно ли считать, что дисперсии результатов для первой и второй групп различны?

II часть. Выполнение индивидуального задания.

Задание для индивидуальной работы

По заданной задаче построить параметрическую гипотезу и выполнить ее проверку.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя вариант задания.
2. Определить тип задачи, то есть, выяснить, относительно какого параметра необходимо будет строить гипотезу.
3. Построить основную и альтернативную гипотезы.
4. Выбрать уровень значимости.
5. Определить тип критической области.
6. Рассчитать наблюдаемое и критическое значения критерия.
7. Принять статистическое решение.
8. Оформить свои рассуждения и результаты в виде отчета и защитить его перед преподавателем.

Варианты заданий

1. Компания, производящая средства для потери веса, утверждает, что прием таблеток в сочетании со специальной диетой позволяет сбросить в среднем 400 г веса. Случайным образом отобраны 25 человек, использующих эту терапию, и обнаружено, что в среднем еженедельная потеря в весе составила 430 г со с.к.о. 110 г. Проверьте гипотезу о том, что средняя потеря в весе составляет 400 г. Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$.

2. Поступление страховых полисов в 130 филиалах страховых компаний в регионе A составило $26{\cdot}10^4$ у.е, в регионе B на 100 филиалов пришлось $18{\cdot}10^4$ у.е. Дисперсия величины страховых взносов в регионе A равна $39{\cdot}10^8$ (у.е.)^2, в регионе B — $25{\cdot}10^8$ (у.е)^2. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$

определите, существенно ли различается средняя величина поступления страховых взносов в регионах A и B из расчета на один филиал.

3. Компания утверждает, что новый вид зубной пасты для детей лучше предохраняет зубы от кариеса, чем зубные пасты, производимые другими фирмами. Для проверки была отобрана случайным образом группа из 400 детей, которые пользовались новым видом зубной пасты. Другая группа из 300 детей, также случайно выбранных, в это же время пользовалась другими видами зубной пасты. Было выявлено, что у 30 детей, использующих новую пасту, и 25 детей из контрольной группы появились новые признаки кариеса. Имеются ли у компании достаточные основания для утверждения о том, что новый сорт зубной пасты эффективнее предотвращает кариес, чем другие виды зубной пасты?

4. Компания по производству безалкогольных напитков предполагает выпустить на рынок новую модификацию популярного напитка, в котором сахар заменен сукразитом. Компания хотела бы быть уверенной в том, что не менее 70 % ее потребителей предпочтут новую модификацию напитка. Новый напиток был предложен на пробу 2000 человек, и 1422 из них сказали, что он вкуснее старого. Может ли компания отклонить предложение о том, что только 70% всех ее потребителей предпочтут новую модификацию напитка старой? Уровень значимости 0.05.

5. В 1995 г. доля предприятий государственной фирмы собственности в одной из областей Российской Федерации составила 2,3% от общего числа промышленных предприятий. Среди 2236 машиностроительных и металлообрабатывающих предприятий она оказалась равной 2,1%. На уровне значимости $\alpha = 0{,}01$ определите, существенно ли меньше удельный вес государственных предприятий в машиностроении и металлообработке, чем в целом в промышленности области?

6. В 1996 г. годовой оборот четырех бирж в регионе A составил $12 \cdot 10^4$ у.е.; в регионе B годовой оборот пяти бирж — $125 \cdot 10^3$ у.е. Исправленная выборочная дисперсия оборота в регионе A оказалась равной $3 \cdot 10^4$ (у.е.)^2, в регионе B — $2 \cdot 10^4$ (у.е.)^2. Можно ли на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ утверждать, что средний оборот бирж в регионе A больше, чем в регионе B?

7. Инженер но контролю качества проверяет среднее время горения нового вида электроламп. Для проверки случайным образом было отобрано 100 ламп, среднее время горения которых составило 1075 часов. Предположим, что среднее квадратичное отклонение времени горения для генеральной совокупности известно и составляет 100 часов. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверьте гипотезу о том, что среднее время горения ламп более 1000 часов. Предположим, что инженер по контролю качества не имеет информации о генеральной дисперсии и использует выборочное среднеквадратичное отклонение. Изменится ли ответ?

8. Производитель некоторого вида продукции утверждает, что 95% выпускаемой продукции не имеют дефектов. Случайная выборка 100 изделий показала, что только 92 из них свободны от дефектов. Проверьте справедливость утверждения производителя продукции на уровне значимости $\alpha = 0{,}05$.

9. Крупный коммерческий банк заказал маркетинговое исследование по выявлению эффекта «премирования» (калькулятор, набор ручек и др.) как стимула для открытия счета в банке. Для проверки случайным образом было отобрано 200 «премированных» посетителей и 200 «непремированных». В результате выяснилось, что 79 % посетителей, которым не предлагалась премия, и 89 % посетителей, которым премия предлагалась, открыли счет в банке в течение 6 мес. Используя эти данные, проверьте гипотезу о том, что доля «премированных» посетителей, открывших счет в банке, существенно отличается от удельного веса «непремированных», открывших счет. Уровень значимости $\alpha = 0{,}05$.

10. Доля убыточных предприятий в промышленности в целом по России в 1995 г. составила 26%, а в одной из областей — 27%. В 1995 г. в этой области насчитывалось 7579 промышленных предприятий. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ определите, являются ли различия в удельном весе убыточных промышленных предприятий в России и в этой области случайными или в данной области действует комплекс экономических условий, обусловливающих повышенную долю нерентабельных предприятий?

3.6 Лабораторная работа «Коэффициенты корреляции и их значимость»

Цель работы

Ознакомиться с задачами корреляционного анализа, сравнить числовые характеристики для несгруппированных данных.

Форма проведения

Выполнение индивидуального задания.

Задание

По двум данным несгруппированным выборкам провести исследование корреляционной связи с помощью различных числовых характеристик (коэффициент корреляции Пирсона, коэффициент корреляции Спирмена) Проверить гипотезу о значимости коэффициента корреляции.

Порядок выполнения работы

1. Получить у преподавателя вариант задания.

2. По имеющимся выборкам рассчитать коэффициент корреляции Пирсона.

3. Сделать вывод о наличии, виде и силе линейной связи.

4. Проверить значимость коэффициента.

5. Проранжировать данные.

6. Рассчитать коэффициент ранговой корреляции Спирмена.

7. Сделать вывод о наличии, виде и силе линейной связи.

8. Проверить значимость коэффициента.

9. Сделать выводы относительно значимости обоих коэффициентов. Объяснить причины совпадения или несовпадения результатов.

10. Оформить свои рассуждения и результаты в виде отчета и защитить его перед преподавателем.

Варианты заданий

1. Туристическая компания предлагает места в гостиницах приморского курорта. Менеджера компании интересует, насколько возрастает привлекательность гостиницы в зависимости от ее расстояния до пляжа. С этой целью для 14 гостиниц города была выяснена среднегодовая наполняемость номеров (Y, %) и расстояние X, в километрах до пляжа

X	0.1	0.1	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.7	0.7	0.8	0.8
Y	92	95	96	90	89	86	90	83	85	80	78	76

2. Компанию по прокату автомобилей интересует зависимость между пробегом автомобиля (X) и стоимость ежемесячного технического обслуживания (Y). Для выяснения характера этой зависимости было отобрано 15 автомобилей

X	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Y	13	16	15	20	19	21	26	24	30	32	30	35	34	40	39

3. Некоторая фирма проводит рекламную кампанию в магазинах с демонстрацией антисептических качеств своего нового моющего средства. Через некоторое время после начала рекламной кампании фирма решила проанализировать эффективность этого вида рекламы, сопоставив еженедельные объемы продаж (Y, тыс. руб.) с расходами на рекламу (X, тыс. руб.)

X	5	8	6	5	3	9	12	4	3	10
Y	72	76	78	70	68	80	82	65	62	90

4. Исследуется связь между общим весом некоторого растения (X, %) и весом его семян (Y, г) на основе выборочных данных

X	20	50	60	70	80	90	100
Y	20	25	28	30	35	40	45

5. Исследуется зависимость времени (Y, с), затрачиваемого на закрепление детали на токарном станке, от веса детали (X, кг) по выборочным данным

X	7	8	10	12	13	14	15	17	18	20
Y	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	3.0	3.1	3.2

6. Организация стран экспортеров нефти предпринимает попытку контроля над ценами на сырую нефть с 1973 г. Цены на сырую нефть резко возрастали с середины 70-х до середины 80-х годов, что повлекло за собой некоторое повышение цен на бензин. Исследуйте зависимость цен на бензин (Y, центов за галлон) от цен на сырую нефть (X, долларов за баррель) по данным с 1975 г. по 1988 г.

X	7.67	8.19	8.57	9.00	12.64	21.59	31.77	28.52
Y	57	59	62	63	86	119	133	122
X	26.19	25.88	24.09	12.51	15.40	12.57		
Y	116	113	112	86	90	90		

7. Исследуется зависимость производительности труда (Y, шт.) от коэффициента механизации работ (X, %) по выборке из 14 предприятий одного типа

X	32	30	36	40	41	47	56	54	60	55	61	67	69	76
Y	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

8. Компания, занимающаяся продажей радиоаппаратуры, установила на видеомагнитофон определенной модели цену, дифференцированную по регионам. Исследуйте зависимость объема продаж (Y, шт.) от цены (X, тыс. руб.) по выборочным данным из 8 регионов

X	5.5	6.0	6.5	6.0	5.0	6.5	4.5	5.0

Y	420	380	350	400	440	380	450	420

9. Врач-исследователь выясняет зависимость площади пораженной части легких (Y, %) у людей, заболевших эмфиземой легких, от числа лет курения (X, лет). Исследуйте зависимость по выборочным данным

X	25	36	22	15	48	39	42	31	28	33
Y	55	60	50	30	75	70	70	55	30	35

10. Исследуется зависимость эксплуатационных расходов железных дорог, приходящихся на 1 км эксплуатационной длины (Y, млн. руб./км), от среднесуточной производительности локомотива в грузовом движении по выборке

X	920	880	1400	1170	1100	1090	930	1340	1230	1080	1580
Y	33.5	34.5	55.3	38.0	51.7	56.9	42.5	69.3	50.7	38.1	75.1

4 Методические указания для организации самостоятельной работы

4.1 Общие положения

Целями самостоятельной работы являются систематизация, расширение и закрепление теоретических знаний, приобретение навыков исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студента по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» включает следующие виды его активности:

1. проработка лекционного материала;

2. подготовка к практическим и лабораторным занятиям;

3. подготовка к экзамену.

4.2 Проработка лекционного материала

Данный вид самостоятельной работы направлен на получение навыков работы с конспектом, структурирования материала, а также умения выделить основные пункты и положения, изложенные на лекции. Кроме того, проработка лекционного материала способствует более глубокому пониманию и прочному запоминанию теоретической части дисциплины.

При проработке лекционного материала необходимо:

1. отработать прослушанную лекцию, то есть прочитать конспект, прочитать учебник и сопоставить его материал с конспектом; восполнить пробелы, если они остались после лекции в силу того, что студент что-то не понял или не успел записать;

2. перед каждой последующей лекцией прочитать предыдущую, чтобы не тратилось много времени для восстановления контекста изучения дисциплины при продолжающейся теме, а также чтобы максимально правильно ответить на вопросы теста, который проводится на каждой лекции.

Для наиболее эффективной работы с конспектом рекомендуется сначала просмотреть его целиком, чтобы выделить структуру лекции. Эту структуру полезно выписать в виде плана. Затем по каждому пункту нужно выделить основные положения, определения и формулы, если они есть. Формулы тоже полезно записывать, чтобы кроме зрительной, включалась еще и моторная память.

4.3 Подготовка к практическим и лабораторным работам

Для подготовки к практическим и лабораторным работам необходимо изучить теоретические вопросы по теме работы, проработать основные понятия, необходимые для решения практических задач и выполнения индивидуального задания по лабораторной работе, а также иметь навыки работы в любом табличном процессоре для выполнения расчетов.

Практическая работа «Пространство элементарных исходов»

В данной работе рассматриваются основные понятия теории вероятностей: эксперимент, элементарный исход, событие, пространство элементарных событий.

При ответе на вопрос о том, образуют ли конкретные события пространство элементарных событий, полезно определить множества элементарных исходов для каждого события, а затем сравнить их сумму с пространством элементарных событий для проводимого эксперимента. Примечание: Очень важно уяснить различие между элементарным исходом эксперимента и событием. Событию может благоприятствовать несколько элементарных исходов.

Практическая работа «Вероятности сложных событий»

При решении задач с использованием правил сложения и умножения вероятностей, в случае трех и более событий чаще всего удобно переходить к противоположному событию.

Рассматривая вопросы, связанные с вычислением полной вероятности и апостериорной вероятности по формуле Байеса, необходимо правильно определить события и гипотезы. Здесь можно провести аналогию со школьными задачами на применение квадратных уравнений: мы принимаем за неизвестное тот параметр, для которого вычисления будут проще. Аналогично при решении вероятностных задач: мы определяем события так, чтобы удобнее было применить расчетную формулу.

Практическая работа «Действия над случайными величинами»

В процессе выполнения данной работы необходимо внимательно и аккуратно выполнять действия, предусмотренные правилами сложения и умножения дискретных случайных величин. Необходимо также помнить, что сумма вероятностей значений результирующей случайной величины должна быть равна единице. Для оптимизации процесса имеет смысл составить себе алгоритм действий, чтобы не упустить ни одного значения исходных случайных величин.

Лабораторная работа «Биномиальное распределение»

Для успешного выполнения лабораторной работы по теме «Биномиальное распределение» желательно иметь навыки работы в табличном процессоре Exel, иначе расчетная часть работы займет много времени.

Для проверки правильности построения функции распределения нужно учитывать, что функция распределения не убывает, и вероятность произвольного значения числовой прямой равна сумме вероятностей значений, лежащих левее него.

При вычислении числовых характеристик биномиальной случайной величины полезно определить их двумя способами: по формулам для биномиального распределения и по общим формулам для вычисления этих характеристик, а затем проанализировать и объяснить полученный результат.

Лабораторная работа «Критические точки. Функция Лапласа»

Данная работа посвящена случайной величине, распределенной непрерывно. При подготовке к этой работе необходимо очень хорошо уяснить, что, если случайная величина распределена непрерывно, то вероятность каждого отдельного ее значения равна нулю, поэтому мы можем говорить только о вероятности попадания случайной величины в некоторый интервал значений.

Лабораторная работа «Представление статистических данных»

Для выполнения данной работы удобно перенести данные, представленные для обработки, в табличный процессор MS Exel, чтобы иметь возможность использовать функции упорядочивания для построения вариационного ряда. При работе с большими массивами данных обработка вручную представляется нецелесообразной.

При подготовке к лабораторной работе «Представление статистических данных» необходимо обратить особое внимание на то, в каких случаях имеет смысл строить обычный статистический ряд, а в каких – сгруппированный.

Лабораторная работа «Числовые характеристики выборки»

Лабораторная работа «Числовые характеристики выборки» направлена на получение навыков вычисления и интерпретации характеристик положения и рассеяния, определяемых по выборке.

При выполнении этой работы нужно обратить внимание на правдоподобность полученных результатов, так как в процессе вычислений легко допустить неточности и ошибки. Среднее арифметическое должно быть некоторым центром выборки, а отклонение от него (дисперсия и среднее квадратическое отклонение) не могут выходить за пределы крайних выборочных значений.

Лабораторная работа «Доверительный интервал»

Для подготовки к данной лабораторной работе необходимо проработать теоретический материал, касающийся статистического оценивания параметров, изучить свойства точечной оценки, уяснить идею интервального оценивания.

В процессе выполнения работы следует опираться на этот материал и на примеры решенный в первой части занятия ситуационных задач.

Лабораторная работа «Проверка статистических гипотез»

При подготовке к работе, касающееся проверки статистических гипотез нужно хорошо понимать различие между параметрическими и непараметрическими гипотезами. Предлагаемая работа касается только параметрических гипотез. При этом важно помнить, что основная гипотеза всегда утверждает некоторое равенство, а альтернативная включает в себя ту часть данных, которая противоречит основной гипотезе.

При определении критического значения критерия необходимо учитывать объем выборки и тип гипотезы, которая проверяется.

Лабораторная работа «Коэффициенты корреляции и их значимость»

В процессе выполнения данной лабораторной работы по двум рядам данных вычисляются два коэффициента корреляции, а затем проверяется их значимость.

После вычисления этих коэффициентов необходимо сделать вывод о том, существует ли между данными связь, о виде этой связи и ее силе. При этом нужно понимать, что если коэффициент корреляции близок к нулю, то это означает, что между рядами данных нет линейной связи, но может быть любая другая функциональная связь.

Если в процессе проверки значимости коэффициентов получилось, что один коэффициент значим, а второй нет, то нужно объяснить данный факт.

5. Рекомендуемая литература

1. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : Учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман ; Министерство образования и науки Российской Федерации. - 12-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2006. - 478 с. (наличие в библиотеке ТУСУР - 21 экз.)

2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей : Учебник для вузов / - 10-е изд., стереотип. - М. : Academia, 2005. – 571 с. (наличие в библиотеке ТУСУР - 228 экз.)