

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)**

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

Методические указания к практическим занятиям
и организации самостоятельной работы для студентов направления
«Бизнес-информатика» (уровень бакалавриата)

Синчинова Людмила Иосифовна

Дискретная математика: Методические указания к практическим занятиям и организации самостоятельной работы для студентов направления «Бизнес-информатика» (уровень бакалавриата) / Л.И. Синчинова. – Томск, 2018. – 31 с.

Оглавление

1 Введение	4
2 Методические указания к проведению практических занятий.....	5
2.1 Практическое занятие «Множества и операции над ними».....	5
2.2 Практическое занятие «Бинарные отношения и их свойства».....	9
2.3 Практическое занятие «Отношения реляционной алгебры».....	13
2.4 Практическое занятие «Решение комбинаторных задач»	18
2.5 Практическое занятие «Матричные представления графов».....	22
2.6 Практическое занятие «Графы и бинарные отношения»	23
3 Методические указания для организации самостоятельной работы	27
3.1 Общие положения.....	27
3.2 Проработка лекционного материала	27
3.3 Подготовка к практическим занятиям	28
4. Рекомендуемая литература	31

1 Введение

Целью практических занятий и самостоятельной работы по дисциплине «Дискретная математика» является закрепление теоретических основ базовых разделов дискретной математики, а также формирование у студентов способности к самостоятельному или при помощи преподавателя анализу теоретического материала.

В результате проведения практических занятий и самостоятельной работы студенты должны: получить знания об основах теории множеств, бинарных отношений, комбинаторике и теории графов; овладеть навыками решения задач по дискретной математике, в том числе комбинаторных задач, овладеть основными навыками исследования графов и алгоритмами обхода графов.

При изучении данной дисциплины необходимо знание студентами математики в объеме первого семестра.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению «Бизнес-информатика».

2 Методические указания к проведению

практических занятий

2.1 Практическое занятие «Множества и операции над ними»

Цель занятия

Изучить основные понятия, касающиеся понятия множества; получить навыки выполнения операций над множествами, построения систем множеств; овладеть приемами использования законов алгебры множеств.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

Решение и подробное обсуждение задач по теме «Множества и операции над ними».

Примеры задач:

1. Пусть X – множество отличников в группе, Y – множество студентов группы, проживающих в общежитии. Найти множества: $X \cup Y$, $X \cap Y$, $X \setminus Y$, $Y \setminus X$.

2. Даны множества $X = \{x \in R / 0 \leq x \leq 1\}$ и $Y = \{y \in R / 0 \leq x \leq 2\}$. Запишите и изобразите графически объединение, пересечение этих множеств, разность множеств X и Y .

3. Пусть $U = N$.

$A = \{x \in N, \text{ для некоторого } y \in N^+ \ x = 2y\}$

$B = \{x \in N, \text{ для некоторого } y \in N^+ \ x = 2y - 1\}$

$C = \{x \in N, x < 10\}$.

Построить множества:

– дополнение к A ;

– объединение A и B

– дополнение к C

– дополнение к разности A и C

4. Задача 1. Решить задачу, пользуясь диаграммой Эйлера-Венна.

На автобусной остановке стояло 18 человек. 12 из них были в плащах, 10 - в шляпах, 14 - с зонтиками, в плащах и шляпах - 8 человек, в плащах и с зонтиками - 9, в шляпах и с зонтиками - 4 человека. Подошел автобус, но сесть в него удалось не всем: на остановке остались те и только те, кто был и в плащах, и в шляпах, и с зонтиками. Сколько человек осталось на остановке?

5. Докажите равенство множеств, пользуясь диаграммой Эйлера-Венна:

$$A \cup B = A \cup (B \cap \bar{A}).$$

6. Задано универсальное множество $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ и множества $X = \{2,4,7\}, Y = \{1,3,5\}, Z = \{2,3,5,6\}$. Перечислите элементы множества $W = (\bar{Z} \cap Y) \cup X$. Записать булеан множества X , какое-либо разбиение множества Y , покрытие множества Z .

7. Упростить выражение, пользуясь законами алгебры множеств:

$$\frac{((A \cap B) \cup (\overline{B \cup A}) \cup \bar{B}) \cap A}{(B \cap C) \cap \bar{B} \cup (B \cup C)} \\ \frac{A \cup \bar{B} \cap (B \cap A) \cup (\overline{A \cap B})}{}$$

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

Вариант 1

1. Заданы множества $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $Y = \{3,6,5,4,1\}$, $Z = \{2,4,6,8,0\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.

2. Постройте два разбиения и два покрытия для множеств Y и Z .

3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cup (B \cap C)$.

4. Постройте булеан множества $X = \{5,4,8,6\}$.

5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $(\overline{A \cup B}) \cap (A \cup B) \cup B$.

Вариант 2

1. Заданы множества $X = \{a,b,c,d,e,f\}$, $Y = \{d,f,e,a\}$, $Z = \{a,h,d,e\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.

2. Постройте два разбиения и два покрытия для множеств Y и Z .

3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cup (B \cap C)$.

4. Постройте булеан множества $X = \{f,t,u,i\}$.

5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $U \cup (\overline{A \cup (B \cap C)} \cap \bar{B} \cup \bar{A})$.

Вариант 3

1. Заданы множества $X = \{-1,0,2,6,8,9\}$, $Y = \{-2,0,5,7,9\}$, $Z = \{-1,5,6,8\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.

2. Постройте два разбиения и два покрытия для множеств Y и Z .

3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cup (B \cap C)$.

4. Постройте булеан множества $X = \{-2,5,8,9\}$.

5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $U / ((A \cup B) \cap (A \cup C) \cap \overline{B}) \cup \overline{A}$

Вариант 4

1. Заданы множества $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $Y = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$, $Z = \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.
2. Постройте два разбиения и два покрытия для множеств Y и Z .
3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cup (B/C)$.
4. Постройте булеан множества $X = \{4, 5, 6, 8\}$.
5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $U / (\overline{A} \cap ((B \cap C) \cap \overline{B}) \cup \overline{A})$

Вариант 5

1. Заданы множества $X = \{а, к, р, о, б, т\}$, $Y = \{г, и, м, н, а, с, т\}$, $Z = \{к, л, о, у, н\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.
2. Постройте два разбиения и два покрытия для множеств Y и Z .
3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cup (B \cup C)$.
4. Постройте булеан множества $X = \{ц, и, р, к\}$.
5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $(A \cup B) \cap (B \cap C) \cap \overline{B} \cup A$

Вариант 6

1. Заданы множества $X = \{к, о, м, н, а, т\}$, $Y = \{к, у, х, н, я\}$, $Z = \{с, п, а, л, ь, н, я\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.
2. Постройте два разбиения и два покрытия для множеств Y и Z .
3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cup \overline{B}$.
4. Постройте булеан множества $X = \{с, а, л, о, н\}$.
5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $((A \cap B) \cup (\overline{B \cup A}) \cup \overline{B}) \cap A$

Вариант 7

1. Заданы множества $X = \{т, а, б, у, р, е\}$, $Y = \{с, т, о, л\}$, $Z = \{г, а, р, н, и, т, у\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.
2. Постройте два разбиения и два покрытия для множеств Y и Z .
3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cap \overline{B}$.
4. Постройте булеан множества $X = \{с, т, у, л\}$.
5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $\overline{(A \cup B) \cap (B \cup A)} \cup B$

Вариант 8

1. Заданы множества $X=\{o, б, е, з, ь, я, н, а\}$, $Y=\{ж, и, р, а, ф\}$, $Z=\{з, е, б, р, а\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (Y \cup Z)$.
2. Постройте по два разбиения и по два покрытия для множеств Y и Z .
3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cup (B \div C)$.
4. Постройте булеан множества $X=\{з, в, е, р, и\}$.
5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $(B \cap C) \cap \overline{B} \cup (B \cup C)$

Вариант 9

1. Заданы множества $X=\{к, и, с, л, о, т, а\}$, $Y=\{ш, е, л, о, ч, ь\}$, $Z=\{л, а, к, м, у, с\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.
2. Постройте по два разбиения и по два покрытия для множеств Y и Z .
3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cap (B \div C)$.
4. Постройте булеан множества $X=\{с, о, л, ь\}$.
5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $(B \cup C) \cup \overline{B} \cap (B \cap C)$

Вариант 10

1. Заданы множества $X=\{б, о, л, ь, н, и, ц, а\}$, $Y=\{о, т, д, е, л\}$, $Z=\{о, к, у, л, и, с, т\}$. Перечислите элементы множества $X \cap (\overline{Y \cup Z})$.
2. Постройте по два разбиения и по два покрытия для множеств Y и Z .
3. Постройте диаграмму Эйлера-Венна для множества $A \cap (B \div C)$.
4. Постройте булеан множества $X=\{в, р, а, ч, и\}$.
5. Пользуясь законами алгебры множеств, упростите выражение $A \cup \overline{B} \cap (B \cap A) \cup (A \cap B)$

Контрольные вопросы

1. На какие первичные понятия опирается наука «Дискретная математика»?
2. Перечислите операции теории множеств и дайте их определение.
3. Что понимается под понятием «система множеств»?
4. Какие системы множеств Вы знаете?
5. Перечислите законы алгебры множеств.

2.2 Практическое занятие «Бинарные отношения и их свойства»

Цель занятия

Изучить свойства бинарных отношений, получить навыки их определения.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

Решение и подробное обсуждение задач по теме «Бинарные отношения и их свойства».

Примеры задач:

1. Построить декартово произведение множеств:

$$X = \{x \mid x \in [0,1]\}$$

$$Y = \{y \mid y \in [1,2]\}$$

$X \times Y = \{ \langle x, y \rangle \mid x \in [0,1], y \in [1,2] \}$ – множество точек квадрата:

Покажите, что операция декартова произведения некоммукативна.

2. Представьте отношение с помощью графика, схемы, матрицы и графа: $R = \{ (x, y) \in X \mid x \text{ не делится на } y + 2 \}$ на множестве $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

3. Определите свойства следующих отношений:

- 1) «прямая x пересекает прямую y » (на множестве прямых);
- 2) «число x больше числа y на 2» (на множестве чисел);
- 3) число x делится на число y без остатка» (на множестве натуральных чисел);
- 4) « x – сестра y » (на множестве людей);
- 5) « x – похож на y »;
- 6) « x и y живут в одном доме»;
- 7) « x и y друзья»;
- 8) « x живет этажом выше, чем y »;
- 9) «отрезок x длиннее отрезка y »;
- 10) «отрезок x длиннее отрезка y в два раза»;

- 11) « x старше по возрасту, чем y »;
- 12) « x – друг y »;
- 13) «окружность x лежит внутри окружности y ».

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

Вариант 1.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: x > 0\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: y < 0\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y^2\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 2.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: x < 0\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: y > 0\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y - 2\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 3.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: x > 2\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: y > 5\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y + 2\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 4.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: 0 < x < 2\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: 0 < y < 3\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y + 4\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 5.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: 2 < x < 6\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: 0 > y > 3\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y - 4\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 6.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: x + 2 < 0\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: y - 3 > 0\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y * 2\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 7.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: x - 1 < 0\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: y + 1 > 0\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y : 2\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 8.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: x^2 < 0\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: y^2 > 0\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y - 2\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 9.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: x : 2 < 0\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: y : 2 > 0\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x = y + 2\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Вариант 10.

1. Постройте геометрически декартово произведение множеств:

$$X = \{x \in \mathbb{R}: x^3 < 5\}, Y = \{y \in \mathbb{R}: y^5 > 3\}.$$

2. На множестве $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ задано отношение $R = \{(x, y) \in X: x \text{ делится на } y - 2\}$. Запишите отношение перечислением пар.

3. Постройте график, схему, граф отношения из задания 2 и запишите его матрицу.

4. Выясните, какими свойствами обладает отношение, заданное в задании 2. Является ли оно отношением эквивалентности. Обоснуйте ответ.

Контрольные вопросы

1. Какими способами можно задать бинарное отношение?
2. Можно ли от одного способа представления бинарного отношения перейти к другому?

3. Перечислите свойства бинарных отношений и дайте их определения.

4. Бывают ли бинарные отношения, которые не обладают никакими свойствами? А всеми свойствами?

2.3 Практическое занятие «Отношения реляционной алгебры»

Цель занятия

Овладение навыками построения многомерных отношений; выполнения операций над такими отношениями; проведение аналогий между реляционными отношениями и базами данных.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

Решение и подробное обсуждение задач по теме «Отношения реляционной алгебры»

Примеры задач:

1. Даны отношения:

R : A1 A2 A3 S: B1 B2 B3

1 а 5 4 к 5

3 т 1 3 н 1

4 к 5 1 а 2

7 ц 3

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (2,3) и селекцию отношения S по условию $B3 > 2$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A1 + B3 > 3$.

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

Вариант 1.

1. Даны отношения:

R: A1 A2 A3 S: B1 B2 B3

а а 8 д т 1

д т 1 л н 1

о к 5 а а 8

м ц 3

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (3,1,2) и селекцию отношения S по условию $B2 > B1$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A3 + B3 > 6$.

Вариант 2.

1. Даны отношения:

R: A1 A2 A3 S: B1 B2 B3

1 а 5 4 к 5

3 т 1 3 т 1

4 к 5 1 а 2

7 ц 3

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (3,1) и селекцию отношения S по условию $B3 < B2$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A1 - B3 > 0$.

Вариант 3.

1. Даны отношения:

R:	A1	A2	A3	S:	B1	B2	B3
	1	а	5		4	к	5
	3	т	1		3	н	1
	4	к	5		1	а	2
					7	ц	3

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (2,3) и селекцию отношения S по условию $B3 > 2$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A1 - B3 < 0$.

Вариант 4.

3. Даны отношения:

R:	A1	A2	A3	S:	B1	B2	B3
	1	а	5		4	у	5
	3	т	3		3	н	1
	4	у	5		1	а	1
					7	ц	3

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (3,2) и селекцию отношения S по условию $B3 < 2$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A1 * B3 > 6$.

Вариант 5.

1. Даны отношения:

R:	A1	A2	A3	S:	B1	B2	B3
	а	а	5		у	к	5
	т	т	1		е	н	1
	к	к	5		а	а	5

ф ц з

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (2,3,1) и селекцию отношения S по условию $B3 > 2$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A1 > B2$.

Вариант 6.

1. Даны отношения:

R: A1 A2 A3 S: B1 B2 B3

а а б у к в

т т р е н д

к к н а а б

ф ц г

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (2,1) и селекцию отношения S по условию $B3 > A2$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A1 > B2$.

Вариант 7.

1. Даны отношения:

R: A1 A2 A3 S: B1 B2 B3

а 1 5 у 2 5

т 5 1 е 3 1

к 2 5 а 1 5

ф 4 3

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (3,1) и селекцию отношения S по условию $B3 > 2$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A1 > B2$.

Вариант 8.

1. Даны отношения:

R: A1 A2 A3	S: B1 B2 B3
а а 5	у к 5
т т 1	е н 1
к к 5	а а 5
	ф ц 3

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (2,3,1) и селекцию отношения S по условию $B3=A3$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A1>B2$.

Вариант 9.

1. Даны отношения:

R: A1 A2 A3	S: B1 B2 B3
1 а 5	3 к 5
2 т 1	5 н 1
3 к 5	1 а 5
	7 ц 3

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (2,3) и селекцию отношения S по условию $B1>2$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A2=B2$.

Вариант 10.

3. Даны отношения:

R: A1 A2 A3	S: B1 B2 B3
а а 5	у к 5
т т 1	е н 1
к к 5	а а 5

Найдите объединение, пересечение и разность этих отношений.

2. Выполните операцию проекции отношения R на список (3,2) и селекцию отношения S по условию $B3=5$.

3. Постройте соединение отношений R и S по условию $A2>B1$.

Контрольные вопросы

1. Можно ли бинарное отношение считать отношением реляционной алгебры?

2. Какие операции можно применять ко всем реляционным отношениям, а какие только к совместимым? Обоснуйте ответ.

3. Какая из специальных операций реляционной алгебры дает в результате ее выполнения «вертикальное» подмножество, а какая – «горизонтальное»?

2.4 Практическое занятие «Решение комбинаторных задач»

Цель занятия

Овладение навыками решения комбинаторных задач: определение типа отбора, выбор формулы, применение правил комбинаторики.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

Решение и подробное обсуждение задач по теме «Комбинаторика»

Примеры задач:

1. Ученик должен выполнить практическую работу по математике. Ему предложили на выбор 17 тем по алгебре и 13 тем по геометрии. Сколькими способами он может выбрать одну тему для практической работы?

2. Имеется 12 ролей. Четыре артиста могут играть любую роль, и всем им предлагается выбор. Сколькими способами можно распределить роли?

3. Сколько трехкнопочных комбинаций существует на кодовом замке (все три кнопки нажимаются одновременно), если на нем всего 10 цифр.

4. Сколько перестановок можно сделать из букв слова «Миссисипи».
Ответ: 2520

5. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «здание»? Ответ: 9

6. В буфете продается 4 сорта пирожков. Сколькими способами можно составить набор из 8 пирожков?

7. Сколькими способами из 10 банок малинового варенья можно выбрать 4, чтобы съесть?

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

Вариант 1.

1. В ящике 2 мяча и 3 кубика. Сколькими способами можно выбрать игрушку?

2. Сколькими способами можно переставить буквы слова «Каракули»?

3. Сколькими способами можно выбрать из класса, состоящего из 28 человек, пятерых для дежурства в столовой?

4. Сколько трехбуквенных слов можно составить из 12 гласных русского алфавита?

Вариант 2.

1. Студенту нужно выбрать одну задачу из 10 заданий по стереометрии и пяти – по алгебре. Сколькими способами он может это сделать?

2. Сколькими способами можно выписать в ряд 9 троек и 6 пятерок?

3. В столовой продается 3 вида супа. Сколькими способами можно составить набор из 6 порций?

Вариант 3.

1. На столе 4 яблока и 2 груши. Сколькими способами можно выбрать себе фрукт?

2. Сколько домов в городе N , если все их номера имеют три цифры, состоящие из всех чисел, кроме 0?

3. Сколько существует четырехзначных десятичных чисел, если в каждом из них все цифры различные?

4. Сколькими способами можно рассадить в зале в ряд 10 человек?

Вариант 4.

1. На полке стоят банки с грушевым и абрикосовым компотом. В 10 банках груши, в 6 – абрикосы, а в 2 – груши и абрикосы. Сколько банок на полке?

2. Сколькими способами можно поменять местами буквы в слове «жираф»?

3. Сколькими способами можно разложить восемь монет разного достоинства в два кармана?

4. Сколькими способами из 9 школьников можно выбрать 5, чтобы они начали уборку территории?

Вариант 5.

1. В одном шкафу висит 2 платья, в другом – 5. сколькими способами можно выбрать себе платье?

2. Сколько различных слов можно составить из букв слова «отношение»?

3. Сколькими способами можно определить трех отличников среди студентов группы, состоящей из 17 человек?

4. В ящике пять кубиков с номерами 1, 2, 3, 4, 5. вынимают один кубик и записывают его номер. Кубик возвращают в ящик и наугад снова выбирают один кубик и номер его записывают справа от первой цифры. Сколько возможно таких чисел?

Вариант 6.

1. В домик Бабы-яги можно попасть тремя дорогами, а обратно выехать только двумя. Сколько существует способов съездить в гости к Бабе-яге?

2. Сколькими способами можно расположить в ряд 4 красных шарика, 8 желтых и 2 зеленых?

3. В канцелярии имеется три типа ручек. Сколькими способами можно выбрать себе 5?

4. Сколькими способами можно из 10 листов выбрать 4, чтобы распечатать на них домашнюю работу по дискретной математике?

Вариант 7.

1. В магазине «Все для чая» имеется 5 различных чашек и 3 блюда. Сколькими способами можно купить чашку с блюдцем?

2. Сколькими способами можно составить букет из 3 роз, 1 орхидеи и 10 хризантем?

3. Сколькими способами можно выбрать трех солдат из 10, чтобы поставить их в караул?

4. Сколькими способами можно выбрать из 10 старушек 4 и рассадить их на скамейке?

Вариант 8.

1. В компьютерном классе 18 компьютеров. На 6 из них есть и Паскаль и Си. На семи – только Паскаль. На скольких компьютерах установлен только Си?

2. Сколькими способами можно выбрать из различных 12 кубиков 6 и разложить их в ящике?

3. В чайной лавке 15 различных чашек. Сколькими способами можно выбрать среди них 5?

4. В магазине имеется 2 замшевые сумки, 3 лакированные, 2 кожаные. Сколькими способами можно разложить их на прилавке, если сумки из одного материала неразличимы?

Вариант 9.

1. В магазине стоит 7 пачек черного чая и 15 зеленого. Сколькими способами можно выбрать себе чай?

2. Сколькими способами можно определить трех отличников среди студентов группы, состоящей из 17 человек?

3. Сколько можно поставить пятизначных инвентарных номеров на компьютеры в классе, если использовать все десять цифр?

4. Сколько различных слов можно составить из букв слова «сокол»?

Вариант 10.

1. В шкафу висит 4 шелковых платья и 2 атласных. Сколькими способами можно выбрать себе платье?

2. Сколькими способами можно разложить на тарелке 4 яблока, 6 груш и 8 мандарин?

3. Сколькими способами из 10 банок малинового варенья можно выбрать 4, чтобы съесть?

4. Сколько различных трехбуквенных слов можно составить из букв слова «костюм»?

Контрольные вопросы

1. От каких условий зависит тип отбора объектов в комбинаторике?
2. При одинаковых количественных данных каких выборок будет больше: упорядоченных или неупорядоченных?
3. Чем перестановки принципиально отличаются от всех других типов отбора?
4. Какова характерная особенность сочетаний с повторениями?

2.5 Практическое занятие «Матричные представления графов»

Цель занятия

Овладение навыками матричного представления графов; переходы от одного матричного представления к другому; рассмотрение вопросов однозначности определения графов при различных матричных представлениях.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

Решение и подробное обсуждение задач по теме «Матричные представления графов»

Примеры задач:

1. Дана матрица смежности неориентированного графа. Определить степени его вершин и записать все остальные способы представления графа. Построить граф.

2. Дана матрица инцидентности неориентированного графа. Определить степени его вершин и записать все остальные способы представления графа. Построить граф.

3. Дана матрица смежности ориентированного графа. Определить степени его вершин и записать все остальные способы представления графа. Построить граф.

4. Дана матрица инцидентности ориентированного графа. Определить степени его вершин и записать все остальные способы представления графа. Построить граф.

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

1. Самостоятельно записать любую квадратную матрицу, состоящую из нулей и единиц, симметричную относительно главной диагонали и выполнить задание 1, указанное выше.

2. Самостоятельно записать любую не квадратную матрицу, состоящую из нулей и единиц и выполнить задание 2, указанное выше

3. Самостоятельно записать любую квадратную матрицу, состоящую из нулей и единиц и выполнить задание 3, указанное выше.

4. Самостоятельно записать любую не квадратную матрицу, состоящую из чисел, удовлетворяющих условиям построения матриц инцидентности для ориентированного графа и выполнить задание 4, указанное выше.

Контрольные вопросы

1. Можно ли по внешнему виду матрицы, состоящей из нулей и единиц определить, является ли она матрицей смежности ориентированного или неориентированного графа?

2. Как по матрицам смежности и инцидентности можно определить степени вершин графа?

3. Какие из матриц графа однозначно определяют граф с точностью до формы?

4. Какое условие должно обязательно выполняться для столбцов матриц инцидентности?

2.6 Практическое занятие «Графы и бинарные отношения»

Цель занятия

Получение умений распознавания свойств бинарного отношения по внешнему виду графа, задающего это отношение.

Форма проведения

Решение ситуационных задач. Выполнение индивидуального задания.

Порядок проведения занятия

Решение и подробное обсуждение задач по теме «Графы и бинарные отношения»

Примеры задач:

1. Построить ориентированный граф, содержащий 6 вершин и 7 ребер, выяснить его свойства и записать его матрицу смежности и инцидентности. По матрицам определить свойства отношения.

2. Построить произвольный ориентированный граф. Записать бинарное отношение, заданное графом. Определить свойства этого отношения.

3. Нарисуйте произвольный ориентированный граф на четырех вершинах, который бы задавал бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности, антисимметричности и не обладающее свойством транзитивности

Варианты заданий для самостоятельного решения на занятии

Задания 1 – 4 одинаковы для всех вариантов.

1. Построить ориентированный граф, содержащий 5 вершин и 5 ребер и выяснить его свойства.

2. Построить матрицу инцидентности для этого графа.

3. Построить матрицу смежности для этого графа.

4. Посчитать полустепени исхода и захода для всех вершин своего графа.

Задание 5.

Вариант 1

Построить граф отношения «быть знакомым» на множестве людей и выяснить его свойства.

Вариант 2

Построить граф отношения « $x + y > 7$ » на множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и выяснить его свойства.

Вариант 3

Построить граф отношения «быть делителем» на множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и выяснить его свойства.

Вариант 4

Построить граф отношения « $x - y < 2$ » на множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и выяснить его свойства.

Вариант 5

Построить граф отношения «быть сыном» на множестве людей и выяснить его свойства.

Вариант 6

Построить граф отношения «прямая x пересекает прямую y » на множестве прямых и выяснить его свойства.

Вариант 7

Построить граф отношения «быть сестрой» на множестве людей и выяснить его свойства.

Вариант 8

Построить граф отношения «находиться на одинаковом расстоянии от начала координат» на множестве точек вещественной плоскости и выяснить его свойства.

Вариант 9

Построить граф отношения « $x + y < 7$ » на множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и выяснить его свойства.

Вариант 10

Построить граф отношения « $x - y < 2$ » на множестве $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ и выяснить его свойства.

Контрольные вопросы

1. Какой характерный признак граф, представляющий отношение, обладающее свойством рефлексивности?
2. Какой характерный признак граф, представляющий отношение, обладающее свойством антирефлексивности?

3. Какой характерный признак граф, представляющий отношение, обладающее свойством симметричности?

4. Какой характерный признак граф, представляющий отношение, обладающее свойством несимметричности?

5. Какой характерный признак граф, представляющий отношение, обладающее свойством антисимметричности?

3 Методические указания для организации самостоятельной работы

3.1 Общие положения

Целями самостоятельной работы являются систематизация, расширение и закрепление теоретических знаний, приобретение навыков исследовательской деятельности.

Самостоятельная работа студента по дисциплине «Дискретная математика» включает следующие виды его активности:

1. проработка лекционного материала;
2. подготовка к практическим занятиям;
3. подготовка к экзамену.

3.2 Проработка лекционного материала

Данный вид самостоятельной работы направлен на получение навыков работы с конспектом, структурирования материала, а также умения выделить основные пункты и положения, изложенные на лекции. Кроме того, проработка лекционного материала способствует более глубокому пониманию и прочному запоминанию теоретической части дисциплины.

При проработке лекционного материала необходимо:

1. отработать прослушанную лекцию, то есть прочитать конспект, прочитать учебник и сопоставить его материал с конспектом; восполнить пробелы, если они остались после лекции в силу того, что студент что-то не понял или не успел записать;
2. перед каждой последующей лекцией прочитать предыдущую, чтобы не тратилось много времени для восстановления контекста изучения дисциплины при продолжающейся теме, а также чтобы максимально правильно ответить на вопросы теста, который проводится на каждой лекции.

Для наиболее эффективной работы с конспектом рекомендуется сначала просмотреть его целиком, чтобы выделить структуру лекции. Эту структуру полезно выписать в виде плана. Затем по каждому пункту нужно выделить основные положения, определения и формулы, если они есть. Формулы тоже полезно записывать, чтобы кроме зрительной, включалась еще и моторная память.

3.3 Подготовка к практическим занятиям

Для подготовки к практическим занятиям необходимо изучить теоретические вопросы по теме работы, проработать основные понятия, необходимые для решения практических задач и выполнения индивидуально-го задания по практической работе.

Практическое занятие «Множества и операции на д ними»

Строгого определения понятиям множества, элемента множества и принадлежности не дается. Они определяются на интуитивном уровне. Следует обратить внимание на неупорядоченность элементов множества и на их различимость, т.е. во множестве элементы могут располагаться в любом порядке и не должно быть одинаковых элементов.

Задавая множество, можно перечислить его элементы либо задать характеристическое свойство, которое позволяет определить принадлежность того или иного элемента множеству.

При построении систем множеств следует обратить внимание на различие между покрытием и разбиением. При построении булеана множества, содержащего больше трех элементов, рекомендуется воспользоваться двоичной записью номера элемента.

При решении задач с использованием законов алгебры множеств, нужно помнить о приоритетности операций. Если требуется доказать тождество, то необходимо из выражения, стоящего в левой части, получить выражение, стоящее в правой части, и наоборот.

Практическое занятие «Бинарные отношения и их свойства»

При рассмотрении раздела «Бинарные отношения» нужно хорошо представлять себе, что такое отношение задает подмножество декартова произведения множества само на себя. Бинарное отношение можно задать различными способами, причем от одного способа представления легко перейти к другому.

Основное затруднение вызывает определение свойств бинарного отношения. Здесь следует помнить, что отношение не обязательно должно обладать хотя бы одним свойством, оно может быть отношением общего вида. Для того, чтобы доказать, что отношение обладает свойством, нужно показать выполнение условия в общем виде, либо, если это невозможно, перебрать все элементы бинарного отношения (хотя это менее предпочтительно). Чтобы доказать отсутствие свойства, достаточно привести пример невыполнения условия.

Практическое занятие «Отношения реляционной алгебры»

Для успешной подготовки к практическому занятию по теме «Отношения реляционной алгебры» необходимо добиться четкого понимания правил построения таких отношений. При этом полезно при рассмотрении каждой операции на реляционных отношениях иметь в виду, что такое отношение есть, по сути, база данных, тогда практический смысл каждой операции становится наглядным.

Необходимо также учитывать, что операции алгебры множеств применимы не ко всем отношениям реляционной алгебры, а только к совместимым.

Практическое занятие «Решение комбинаторных задач»

В данном разделе рассматриваются только задачи комбинаторики, отвечающие на вопрос: «Сколько в данной совокупности существует элементов, обладающих заданным свойством. При этом, чтобы определить способ отбора, необходимо ответить на два основных вопроса: важен ли порядок отбора элементов и есть ли среди отобранных повторяющиеся. Внимание! Отвечая на вопросы, нужно помнить, что они касаются элементов выборки.

Для облегчения задачи выбора способа отбора, в [1] приведена таблица-схема, с помощью которой, ответив на два вышеприведенных вопроса, легко определить расчетную формулу.

Практическое занятие «Матричные представления графов»

При подготовке к данному практическому занятию важно уяснить себе различие между ориентированным и неориентированным графом.

Матричные представления графов предназначены для автоматической обработки информации, которую несет граф. При решении реальных задач, графы имеют достаточно большое количество вершин и ребер, поэтому удобно их обрабатывать на программном уровне.

Важно также понимать, что матрицы смежности и инцидентности определяют граф однозначно с точностью до формы и нумерации, а матрицы достижимости и контрдостижимости такого представления не дают.

При рассмотрении части графы и бинарные отношения, следует обратить внимание на то, что построив граф отношения, легко наглядно увидеть выполнение или невыполнение свойств бинарного отношения.

Изучая материал, касающийся представления графов в ЭВМ, убедитесь в том, что от одного представления можно перейти к другому, а также имея какое-либо представление, можно построить граф.

Практическое занятие «Графы и бинарные отношения»

При подготовке к практическому занятию по теме «Графы и бинарные отношения», следует обратить внимание на то, что построив граф отношения, легко наглядно увидеть выполнение или невыполнение свойств бинарного отношения.

Полезно научиться строить ориентированные графы на определенном количестве вершин и ребер, представляющие отношения, обладающие заданными свойствами.

4. Рекомендуемая литература

1. Мальцев А.И. Дискретная математика: учеб. пособие. – Изд. 2-е, испр. – СПб.: ЛАНЬ, 2011. – 304 с. [Электронный ресурс]. - <http://e.lanbook.com/view/book/638/>
2. Микони С.В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы: учеб. пособие. – СПб.: ЛАНЬ, 2012. – 192 с. [Электронный ресурс]. - <http://e.lanbook.com/view/book/4316/>
3. Копылов В.И. Курс дискретной математики: учеб. пособие. – СПб.: ЛАНЬ, 2011. – 208 с. [Электронный ресурс]. - <http://e.lanbook.com/view/book/1798/>
4. Пермякова Н.В. Спецглавы математики: учеб. пособие. – Ч. 2. Теория графов. – Томск: ТМЦДО, 2000. – 125 с (наличие в библиотеке ТУСУР - 106 экз.)