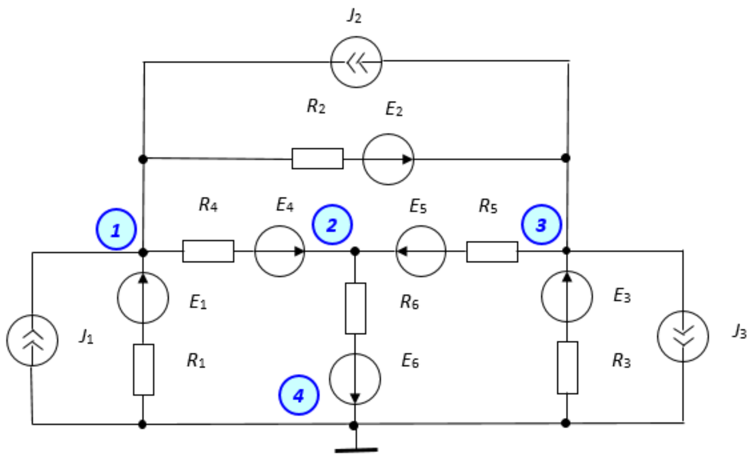
КИПР
ТУСУР

Кафедра конструирования
и производства радиоаппаратуры

Моделирование статических режимов подсистем РЭС



Томск 2018

Кобрин Юрий Павлович
Моделирование статических режимов подсистем РЭС. Методические указания к лабораторной работе по дисциплине «Информационные технологии проектирования электронных средств» для студентов специальности «11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств». - Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР), кафедра КИПР, 2018. – 40 с.

Рассматриваются основы моделирования статических режимов физически однородных подсистем РЭС с помощью системы автоматизации научно-технических расчётов MathCAD, а также САПР схемотехнического моделирования Microcap.

Методические указания предназначены для помощи в подготовке бакалавров и магистрантов в области разработки и моделирования РЭС различного назначения, выполнения курсовых и дипломных проектов и может быть использованы студентами других специальностей радиотехнического профиля.

Содержание

1 Цели работы:

– изучение методов анализа статических режимов при проектировании радиоэлектронных средств (РЭС);

– приобретение навыков в формировании функциональных математических моделей (ММ) РЭС, используемых для анализа статических режимов;

– приобретение практических навыков в работе с системой автоматизации математических расчётов ***MathCAD*** для решения задач анализа статических режимов.

– приобретение практических навыков в работе с системой схемотехнического моделирования ***MicroCAP*** для решения задач анализа статических режимов.

2 Порядок выполнения работы

1) Внимательно изучите раздел 5, из которого Вы должны чётко усвоить принцип аналогии, типы компонент, уравнения связи фазовых переменных на разных типах компонент. В качестве дополнительной литературы используйте [1,2,3].

2) Изучите подраздел 5.3, в результате чего Вы научитесь правильно составлять уравнения по законам Кирхгофа и уравнения по методу узловых потенциалов в различных физически однородных подсистемах РЭС. В качестве дополнительной литературы используйте [4,5].

3) Изучите методы численного решения систем линейных и нелинейных *алгебраических уравнений* (АУ).

4) Используя [6,7,8,9] и встроенный в ***MathCAD*** электронный учебник, овладеть основными приёмами работы с системой ***MathCAD*** для решения систем АУ.

5) Ответьте на контрольные вопросы.

6) Составьте систему уравнений с использованием законов Кирхгофа и уравнений узловых потенциалов для статического режима, предложенного Вам варианта схемы. В качестве дополнительной литературы можно использовать [4,5].

7) Решите эти системы уравнений с помощью системы ***MathCAD***. Обратите внимание на то, что результаты решения обеих вариантов систем должны совпасть.

8) Введите Вашу схему в ***MicroCAP*** [10,11,12] и проведите проверку результатов расчётов, полученных с помощью системы ***MathCAD***.

9) Оформить и защитить отчёт по лабораторной работе у преподавателя.

3 Контрольные вопросы

1) Дать краткие определения понятиям модель и моделирование.
2) Какие свойства имеет модель? Какая по-Вашему наиболее важная и почему?
3) Придумайте собственный пример аналоговых моделей.
4) Дайте определение математического моделирования.
5) Приведите примеры моделей математического моделирования.
6) В чём заключается цель имитационного моделирования?
7) Что называется имитационной моделью?
8) В каких случаях прибегают к имитационному моделированию?
9) Какие типы компонент встречаются в схемах технических подсистем?

10) В чём заключается аналогия различных подсистем?

11) Запишите уравнения связи фазовых переменных на элементах типа ***R***, типа ***L*** и типа ***C*** для различных физически однородных подсистем РЭС.

12) По какому принципу выделяют элементы типа ***R***, типа ***L*** и типа ***C*** в различных физически однородных подсистемах РЭС?

13) Как обозначаются и что представляют источники фазовых переменных в различных подсистемах РЭС?

14) Какие Вы знаете методы формирования математических моделей?

15) Чем отличается метод законов Кирхгофа от метода узловых потенциалов?

16) Какие методы применяются для решения систем линейных алгебраических уравнений? Как они решаются в системе ***MathCAD***?

17) Какие методы применяются для решения систем нелинейных алгебраических уравнений? Как они решаются в системе ***MathCAD***?

18) Как отделить корни нелинейных уравнений?

19) В чем сущность итерационных процессов решения нелинейных уравнений?

20) Как в САПР ***MicroCAP*** ввести схему электрическую принципиальную?

21) Как в САПР ***MicroCAP*** выполнить моделирование статического режима?

4 Отчётность

Отчёт должен состоять из следующих разделов:

1) Тема и цель работы.
2) Условия задания.
3) Листинги программ на ***MathCAD*** вместе с вводимыми исходными данными и результатами.
4) Листинги с результатами анализа статического режима Вашей схемы в ***MicroCAP***.
5) Результаты выполнения вычислений.
6) Выводы.

В ходе защиты отчёта по лабораторной работе для получения зачёта студент должен уметь:

1) обосновать избранные математические модели и ограничения;
2) проявить знание использованных методов решения алгебраических линейных и нелинейных уравнений и их работоспособность на своих примерах;
3) продемонстрировать навыки работы в средах ***MathCAD*** и ***MicroCAP***.

5 Математические модели при проектировании РЭС

5.1 Введение

5.1.1 Свойства математических моделей РЭС

Моделирование — это замещение исследуемого объекта его условным образом (моделью) с целью последующего изучения свойств объекта на основе исследования свойств его модели.

Компьютерное проектирование радиоэлектронных средств требует описания этого объекта на языке математики - математической моделью (от лат. *modulus* — - мера, образец, норма).

Цель создания компьютерной ММ - проведение численного эксперимента, позволяющего исследовать моделируемую систему, спрогнозировать ее поведение, подобрать оптимальные параметры и пр. Процесс моделирования (анализа РЭС) состоит в составлении системы уравнений, решении системы и нахождении искомых токов (напряжений) или их отношений, как функций от частоты (частотный анализ, спектральный анализ, анализ шумов) или времени (временной анализ). Фактически проектирование РЭС это непрерывное уточнение исходной очень нечёткой, неоднозначной и грубой ММ РЭС до такого состояния, когда возможно его изготовление.

> **Математическая модель (ММ)** - совокупность математических объектов (чисел, векторов, переменных, матриц, множеств и т.п.) и отношений между ними (уравнения, условия и ограничения), адекватно отображающих некоторые свойства объекта, и реализующая определённые математические методы по расчёту его характеристик.

ММ играют *определяющую роль* в процессе проектирования РЭС. Они обеспечивают разработчика средствами объективной оценки свойств проектируемого РЭС на каждой стадии проекта и позволяют прогнозировать возможные последствия принимаемых проектных решений. В процессе проектирования РЭС на каждом этапе оперируют большим количеством математических моделей (ММ), отражающих с заданной точностью свойства объекта, существенных с точки зрения проектировщика. Успешное решение задач проектирования в значительной мере зависит от состоятельности используемых ММ, от их способности давать новую информацию о проектируемом РЭС и, конечно, от возможности реализации избранных ММ на компьютере.

Математическую модель любого объекта можно представить как совокупность функционально связанных некоторым математическим преобразованием *входных*, *внутренних, внешних* и *выходных параметров* в виде:

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}), \quad (5.1)$$

где $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \ldots, \boldsymbol{x_N})$ – множество (вектор) $\boldsymbol{N}$ *входных параметров*, которыми может управлять проектировщик РЭС (например, номиналами элементов принципиальной схемы);

$\boldsymbol{Y} = \{\boldsymbol{y_1}, \boldsymbol{y_2}, \ldots, \boldsymbol{y_M}\}$ – множество (вектор) $\boldsymbol{M}$ *внешних параметров,* характеризующих свойства внешней по отношению к проектируемому РЭС среды;

$\boldsymbol{Z} = \{\boldsymbol{z_1}, \boldsymbol{z_2}, \ldots, \boldsymbol{z_K}\}$ – множество (вектор) $\boldsymbol{K}$ *выходных параметров*, характеризующих свойства выходные параметры ММ - это показатели, характеризующие функциональные, эксплуатационные, конструкторско-технологические, экономические и другие характеристики проектируемого РЭС (например, коэффициенты передачи, масса и габариты проектируемого объекта, надёжность, стоимость и др.).

$\boldsymbol{F}$ – оператор преобразования, определяющий вид системы уравнений (5.1) ММ.

Вид математической модели определяется типом компонентов РЭС. Системы уравнений, которыми описываются математические модели РЭС в целом или отдельного компонента, могут быть:

– *линейными*, если заданные и искомые величины связаны линейными соотношениями (устройства и компоненты не содержат элементы типа конденсаторов и индуктивностей);

– *нелинейными* – в противном случае.

Если ММ содержат элементы типа конденсаторов и индуктивностей, то она имеет вид *интегрально-дифференциальной* системы уравнений, либо обыкновенных, либо уравнений в частных производных,

Кроме перечисленных выше, в описаниях ММ проектируемых изделий также присутствуют **фазовые переменные** - величины, характеризующие физическое или информационное состояние объекта. Использование *вектора фазовых переменных* позволяет упростить алгоритмическую реализацию программ, составляющих уравнения математической модели РЭС.

Минимальный по размерности вектор фазовых переменных, полностью характеризующий работу объекта проектирования, называют *базисным вектором*. В качестве базисного вектора при составлении уравнений математической модели электрической подсистемы РЭС можно, например, использовать либо *вектор узловых потенциалов,* либо *вектор переменных состояния* (вектор напряжений на конденсаторах и токов в индуктивностях) и др.

Внутренние параметры ММ *(параметры элементов)* - величины, характеризующие свойства элементов. В принципе каждый из параметров может быть функцией, вектором или ещё более сложным математическим функционалом.

Заметим, что для значений всех *входных, выходных, внешних и внутренних параметров ММ* должны быть заданы *ограничения* на диапазоны их возможного существования.

К примеру, в описании ММ электронного усилителя могут быть применены:

– *фазовые переменные* - напряжения и токи, рассматриваемые как функции времени или частоты;

– *входные параметры* – параметры входного сигнала (напряжение, ток, форма, частота);

– *выходные параметры* - параметры выходного сигнала (коэффициент усиления на средних частотах, полоса пропускания, потребляемая мощность, динамический диапазон);

– *внутренние параметры* – параметры элементов (сопротивления резисторов, барьерные ёмкости и тепловые токи переходов в транзисторах, ёмкости конденсаторов);

– *внешние параметры* - напряжения источников питания, параметры входных сигналов и нагрузки, температура окружающей среды;

– *ограничения* – допуски на номиналы электронных компонентов, верхняя граница потребляемой мощности, границы значений коэффициента усиления и др.

5.1.2 Классификация математических моделей РЭС и технологических процессов (ТП)

ММ классифицируют по ряду признаков.

По внешнему виду ММ можно разделить на аналитические, алгоритмические и имитационные:

– **аналитические ММ** имеют вид систем уравнений;

– **в алгоритмических ММ** связи выходных параметров с внутренними и внешними параметрами выражают с помощью алгоритма решения, обычно на базе численного метода;

– **имитационные**[1] **ММ** - модели массового обслуживания, заданные в алгоритмической форме, с достаточной точностью отражающие поведение сложных реальных объектов при случайных внешних воздействиях (например, работа ра-

[1] **Имитация** —постижение сути явления, не прибегая к экспериментам на реальном объекте.

диолокационной станции со случайно появляющимися воздушными объектами). Имитационные ММ описывают процессы так, как они проходили бы в действительности.

К имитационному моделированию прибегают, когда:

– дорого или невозможно экспериментировать на реальном объекте;

– невозможно построить аналитическую модель: в системе есть время, причинные связи, последствие, нелинейности, стохастические (случайные) переменные;

– необходимо сымитировать поведение системы во времени.

По характеру отображаемых свойств РЭС ММ делятся на *структурные, функциональные и технологические*:

– **структурные ММ** отражают структурные (геометрические) свойства РЭС, причём РЭС или ТП обычно описывают в виде графов и матриц;

– **функциональные ММ** воспроизводят процессы функционирования объекта;

– **технологические ММ** используют для отображения процессов изготовления объекта.

Уравнения, входящие в ММ элементов, называются **компонентными**. Они отражают законы функционирования элемента и связывают, как правило, разнородные фазовые переменные, относящиеся к этому элементу. Так, уравнение закона Ома связывает ток и напряжение. Компонентные уравнения могут быть алгебраическими или дифференциальными, линейными или нелинейными.

Вследствие неизбежного технологического разброса параметров комплектующих изделий и материалов, а также нестабильности технологии изготовления РЭС большинство параметров реального РЭС являются *случайными величинами*. Эти свойства могут быть отражены в **вероятностных ММ.**

При описании объекта проектирования могут использоваться *различные уровни абстрагирования* (иерархические уровни): *микроуровень, макроуровень, метауровень*.

Микроуровень - иерархический уровень в описаниях сложных объектов, в котором рассматриваются протекающие в непрерывном времени физические процессы в сплошных средах, имеющих конечные области в трёхмерном геометрическом пространстве. Для создания ММ применяют аппарат уравнений математической физики. Типичные ММ на микроуровне - это распределённые модели (объекты с распределёнными параметрами) и они представляют собой системы дифференциальных уравнений в частных производных. Независимыми переменными в таких уравнениях являются время и пространственные координаты. Результаты анализа на микроуровне - *поля тепловые, электрические, магнитные, механических напряжений, деформаций* в элементах и конструкциях РЭС.

Макроуровень - иерархический уровень в описаниях сложных объектов, в котором рассматриваются физические процессы, протекающие во времени в дискредитированном пространстве. На макроуровне производится дискретизация пространств с выделением в качестве элементов отдельных деталей, дискретных электрорадиоэлементов, участков полупроводниковых кристаллов. При этом из числа независимых переменных исключают пространственные координаты. Функциональные модели на макроуровне представляют собой системы алгебраических или обыкновенных дифференциальных уравнений. Для их получения и решения используют соответствующие численные методы. В качестве фазовых переменных фигурируют электрические напряжения, токи, силы, скорости, температуры, расходы и т. д. Они характеризуют проявления внешних свойств элементов при их взаимодействии между собой и внешней средой в электронных схемах или механических конструкциях. Типичными ММ объектов на макроуровне являются системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), превращающиеся в системы алгебраических уравнений (АУ) в частных случаях анализа статических состояний в задачах проектирования РЭС.

Метауровень - иерархический уровень в описаниях сложных систем, в котором протекающие в системе процессы рассматриваются наиболее укрупнено. На метауровне с помощью дальнейшего абстрагирования от характера физических процессов удаётся получить приемлемое по сложности описание информационных процессов, протекающих в проектируемых объектах. На метауровне для моделирования аналоговой РЭС широко применяют аппарат анализа систем автоматического управления, а для моделирования цифрового РЭС — математическую логику, теорию конечных автоматов, теорию массового обслуживания. Математические модели на метауровне - системы обыкновенных дифференциальных уравнений, системы логических уравнений, имитационные модели систем массового обслуживания.

По уровню сложности различают *полные модели* и *макромодели:*

1) **Полные (универсальные) модели** описывают всевозможные физические процессы, происходящие в РЭС. Полная ММ очень сложная, многоуровневая. Чаще всего используют ММ, описывающие исследуемые свойства РЭС или ТП в какой-то одной физически однородной подсистеме: электрической, механической, тепловой и др. Полную ММ обычно получают путём непосредственного объединения компонентных моделей в общую систему уравнений.

2) **Макромодели** представляют собой упрощенные математические модели, аппроксимирующие полные.

По способу задания внутренних и внешних параметров ММ разделяют на:

1) **дискретные** (например, сопротивления постоянных резисторов выпускаются промышленностью в соответствии с стандартным рядом дискретных значений);

2) **непрерывные** (например, задают диапазон значений сопротивления переменного резистора).

В зависимости от того, учитывают ли ММ в проектируемого РЭС **инерционность процессов,** различают *статические* и *динамические* модели.

1) **Статические ММ** отражают состояние объекта проектирования при неизменных внешних параметрах и не учитывают его переходные характеристики. Статический режим технической подсистемы характеризуется тем, что производные фазовых переменных равны нулю, отсутствуют меняющиеся во времени внешние воздействия. Такие задачи разработчик РЭС встречает при анализе работы электронных схем в статическом режиме, при исследовании тепловых режимов РЭС и т.д.

2) **Динамические ММ** позволяют отображать *переходные процессы* в РЭС, отображающие изменение фазовых переменных во времени.

Требования к ММ. К любой ММ предъявляются требования достаточного уровня универсальности, адекватности и экономичности.

На всех этапах проектирования математические модели РЭС обязаны соответствовать многообразным (часто противоречивым) требованиям:

1) отражать с заданной точностью зависимость выходных параметров РЭС от его внутренних и внешних параметров в широком диапазоне их изменения;
2) иметь однозначное соответствие физическим процессам в объекте;
3) включать необходимые аппроксимации и упрощения, позволяющие их программно реализовать на компьютерах с различными возможностями;
4) иметь большую универсальность, т.е. быть применимыми к моделированию многочисленной группы однотипных устройств;
5) быть экономичными с точки зрения затрат ресурсов компьютера и т.п.

Универсальную ММ, адекватно отражающие *все свойства* проектируемого РЭС во всех возможных ситуациях, создать чрезвычайно сложно, да и использование её сопряжено со значительными трудностями (*неэкономично*). Вследствие этого ММ, как правило, *с допустимой точностью* воспроизводят *отдельные* свойства РЭС лишь в заданных техническим заданием ограниченных диапазонах изменения переменных (*области адекватности*). По этой же причине для одного и того же компонента или РЭС в целом часто приходится иметь не одну, а несколько моделей, используемых в соответствующих поддиапазонах проектных параметров.

В настоящее время методы математического моделирования применимы практически для любого этапа проекта. Для каждой стадии проектирования РЭС разработан соответствующий математический аппарат, созданы методики формирования ММ, получены типовые модели различного уровня сложности, найдены наиболее эффективные методы их реализации.

На каждом уровне моделирования различают *математические модели проектируемого РЭС* и математические модели составляющих его компонентов. ММ компонентов представляют собой системы уравнений, устанавливающих связь между фазовыми переменными, внутренними и внешними параметрами, относящимися к данному компоненту. Такие уравнения называют *компонентными*, а соответствующие математические модели - *компонентными*.

Математические модели сложных РЭС, состоящих из большого числа входящих в них компонентов, получают объединением математических моделей этих компонентов. Объединение компонентных уравнений в математическую модель объекта осуществляется на основе фундаментальных физических законов, выражающих условия *непрерывности* и *равновесия* фазовых переменных, например, *законов Кирхгофа.* Уравнения, описывающие эти законы, называют *топологическими*, они отражают связи между компонентами в устройстве. Совокупность компонентных и топологических уравнений для проектируемого объекта и образует систему (5.1), являющуюся математической моделью объекта.

В современных САПР формирование такой системы уравнений ММ РЭС выполняется с помощью компьютера *автоматически*.

5.1.3 Основные этапы компьютерного моделирования

Название этапа	Исполнение действий
1. Постановка задачи и её анализ	1.1. Выяснить, с какой целью создаётся модель. 1.2. Уточнить, какие результаты и в каком виде их следует получить. 1.3. Определить, какие исходные данные нужны для создания модели.
2. Построение информационной модели	2.1. Определить параметры модели и выявить взаимосвязь между ними. 2.2. Оценить, какие из параметров влиятельные для данной задачи, а какими можно пренебрегать. 2.3. Математически описать зависимость между параметрами модели.
3. Разработка метода и алгоритма реализации компьютерной модели	3.1. Выбрать или разработать метод получения исходных результатов. 3.2. Составить алгоритм получения результатов по избранным методам. 3.3. Проверить правильность алгоритма.
4. Разработка компьютерной модели	4.1. Выбрать средства программной реализации алгоритма на компьютере. 4.2. Разработать компьютерную модель. 4.3. Проверить правильность созданной компьютерной модели.
5. Проведение эксперимента	5.1. Разработать план исследования. 5.2. Провести эксперимент на базе созданной компьютерной модели. 5.3. Проанализировать полученные результаты. 5.4. Сделать выводы насчёт свойств прототипа модели.

В процессы проведения эксперимента может выясниться, что нужно:

– скорректировать план исследования;
– выбрать другой метод решения задачи;
– усовершенствовать алгоритм получения результатов;
– уточнить информационную модель;
– внести изменения в постановку задачи.

В таком случае происходит возвращение к соответствующему этапу и процесс начинается снова.

5.2 Формальная аналогия физически однородных подсистем РЭС

Создание единого математического и программного обеспечения для анализа технических систем РЭС возможно благодаря *аналогии уравнений*, описывающих подсистемы различной физической природы, из которых состоит проектируемое РЭС [1,2,3].

В природе существует множество процессов, описываемых одними и теми же математическими уравнениями или системами уравнений.

Можно проследить аналогию уравнений, описывающих процессы в различных подсистемах электрической, механической поступательной, механической вращательной, гидравлической (пневматической), тепловой, магнитной, массопереноса и др. Мы ограничимся рассмотрением уравнений в трёх типах подсистем, с которыми чаще всего сталкивается разработчик РЭС: *электрической, механической поступательной и тепловой*.

5.2.1 Базовые элементы-двухполюсники

В подавляющем большинстве физически однородных технических подсистем можно выделить пять типов компонентов-двухполюсников:

– два типа активных источников фазовых переменных (*типа потока* и *типа напряжения);*

– три типа пассивных элементов (*типа* R*, типа* L и *типа* C).

Для удобства, кроме задания связи фазовых переменных на компоненте с помощью математических символов, каждому элементу обычно ставится в соответствие специальный графический символ - *условное графическое обозначение* (УГО) элемента. Изображение цепи в виде соединения таких графических символов, называемое схемой цепи, оказывается весьма удобным, особенно при наличии в цепи большого числа элементов.

Законы функционирования элементов технической подсистемы задаются **компонентными уравнениями,** описывающими связь между фазовыми переменными разного типа для каждого элемента системы. Компонентные уравнения - это уравнения математических моделей элементов системы. Они могут быть линейными, нелинейными, алгебраическими, дифференциальными или интегральными. Любой элемент моделируемого объекта должен иметь компонентное уравнение.

Рассмотрим вначале основные характеристики компонент характеризующих активную часть цепи и их компонентные уравнения Рассматривая более подробно электрическую подсистему РЭС, будем также показывать особенности соответствующих компонентов в других физически однородных подсистемах.

5.2.2 Источники фазовой переменной *типа «поток»*

В электрической подсистеме источником типа поток является **идеальный источник тока**. Это двухполюсник, создающий ток строго постоянной величины J_0, никак не зависящий от напряжения на его полюсах и от значения сопротивления на подключенной нагрузке (Рис. 5.1). Внутреннее сопротивление идеального источника тока приближается к бесконечности. Конечно, это теоретическое допущение не может быть достигнуто на практике.

Для идеального источника тока напряжение на его зажимах и мощность зависят только от сопротивления подключённой внешней схемы. При этом с увеличением сопротивления они возрастают. Реальный источник тока отличается от идеального наличием внутреннего сопротивления $\boldsymbol{R}_{\text{Вн}}$ (или внутренней проводимости $\boldsymbol{G}_{\text{Вн}} = \mathbf{1}/\boldsymbol{R}_{\text{Вн}}$) (Рис. 5.2).

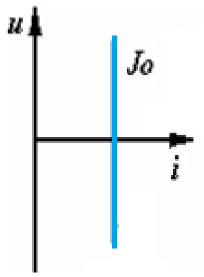


Рис. 5.1 – Вольтамперная характеристика идеального источника тока

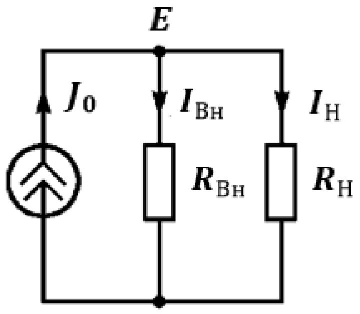


Рис. 5.2 - Реальный источник тока под нагрузкой

$$\boldsymbol{J}_0 = \boldsymbol{I}_{\text{Вн}} + \boldsymbol{I}_{\text{Н}}$$

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{I}_{\text{Н}} \cdot \boldsymbol{R}_{\text{Н}}$$

$$\boldsymbol{I}_{\text{Вн}} = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{R}_{\text{Вн}}}$$

$$\boldsymbol{P}_{\text{Н}} = \boldsymbol{I}_{\text{Н}}^{\mathbf{2}} \cdot \boldsymbol{R}_{\text{Н}}$$

Примерами источника тока могут служить:

– *вторичные обмотки трансформаторов тока*, подключённые в первичную схему нагрузки своей силовой обмоткой. Все вторичные цепи работают в режиме надёжного шунтирования. Размыкать их нельзя — иначе возникнут перенапряжения в схеме;

– *катушки индуктивности*, по которым проходил ток в течение некоторого времени после снятия питания со схемы. Быстрое отключение индуктивной нагрузки (резкое возрастание сопротивления) может привести к пробою зазора;

– *генератор тока*, собранный на биполярных транзисторах, управляемый напряжением или током.

В различной литературе источники тока могут обозначаться по разному (Рис. 5.3Рис. 5.3).

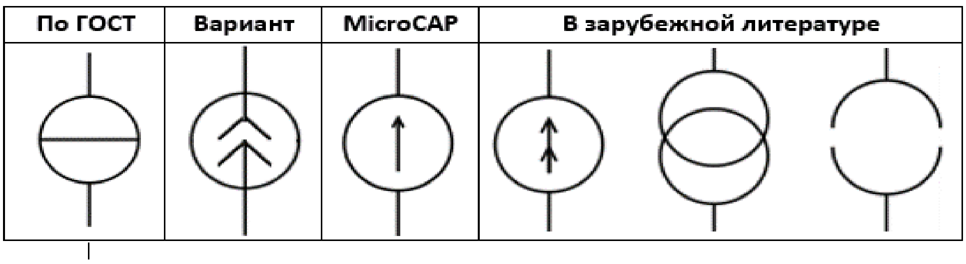


Рис. 5.3 – Условные графические обозначения идеальных источников тока

В механической поступательной подсистеме источником типа поток является **сила** $\boldsymbol{F}$.

В тепловой подсистеме источником типа поток является **тепловой поток (мощность)** $\boldsymbol{P}$.

5.2.3 Источники фазовой переменной типа «напряжение»

В электрической подсистеме источником типа напряжение считается **идеальный источник напряжения**. Это двухполюсник на Рис. 5.4 *а)*, создающий на своих зажимах всегда постоянное значение напряжения $\boldsymbol{E}$, независящее от того, какой ток протекает через источник. На идеальный источник напряжения значение сопротивления нагрузки не влияет, а внутреннее сопротивление источника $\boldsymbol{R}_{\text{Вн}} = \mathbf{0}$.

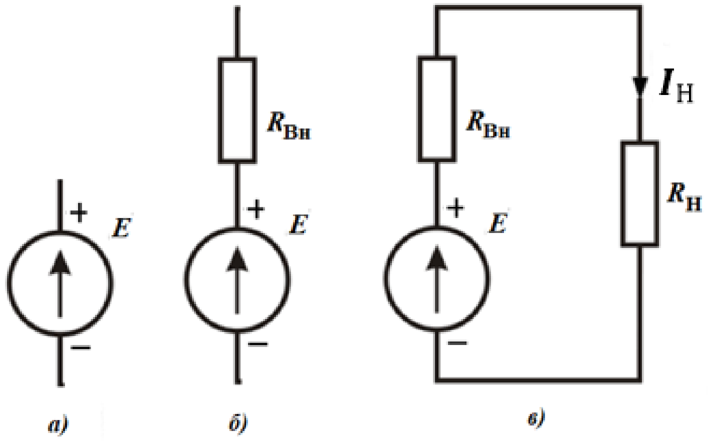


Рис. 5.4 - Источник ЭДС: *а)* - идеальный; *б)* - реальный; *в)* – реальный под нагрузкой $\boldsymbol{R}_{\text{Н}}$

Источник идеального напряжения называется также **источником электродвижущей силы – ЭДС**, и напряжение на зажимах источника равно его ЭДС.

На отечественных схемах идеальный источник напряжения обычно обозначается кругом со стрелкой внутри (Рис. 5.5), показывающей положительное направление ЭДС (в сторону увеличения внутреннего потенциала источника).

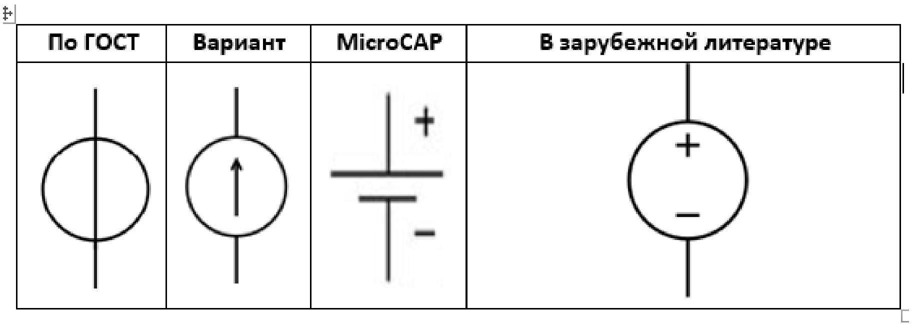


Рис. 5.5 - Условные графические обозначения идеальных источников напряжения

Как и идеальный источник тока, идеальный источник напряжения является физической абстракцией, потому что если сопротивление нагрузки стремлении к нулю $R \Rightarrow 0$ отдаваемый ток и электрическая мощность неограниченно возрастают, что противоречит физической природе источника.

Модель идеального источника напряжения используется для представления реальных электронных компонентов в виде эквивалентных схем. *Реальный источник напряжения* всегда обладает внутренним сопротивлением $\boldsymbol{R}_{\text{Вн}}$, что и отображено на эквивалентной схеме (см. Рис. 5.6 *б)*).

На Рис. 5.6 приведены нагрузочные характеристики идеального и реального источников напряжения. видно, что ЭДС $\boldsymbol{E}$ состоит из суммы падений напряжения на внутреннем сопротивлении источника $\Delta\boldsymbol{U}$ и на нагрузке $\boldsymbol{U}$.

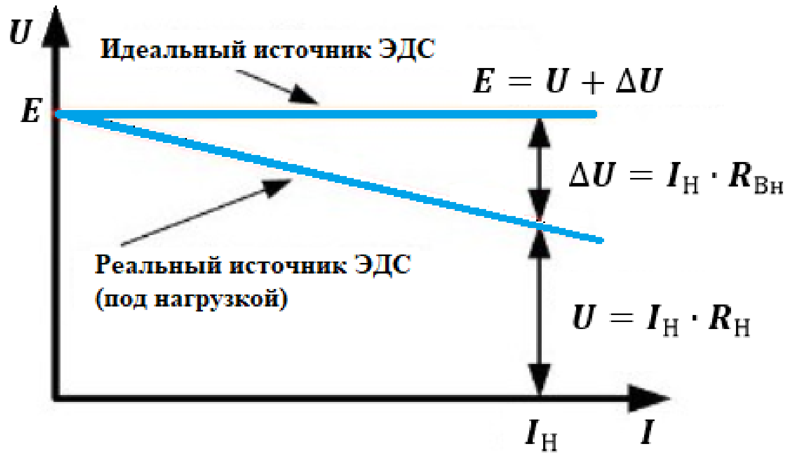


Рис. 5.6 - Вольтамперные характеристика идеального и реального источников напряжения

В *механической поступательной подсистеме* источником типа напряжение является скорость $\boldsymbol{V}$

В *тепловой подсистеме* источником типа напряжение является температура $\boldsymbol{T}$.

5.2.4 Зависимые (управляемые) источники

Зависимый (управляемый) источник — это идеализированный активный элемент, параметр которого является определённой функцией тока или напряжения некоторого участка цепи (в том числе и своего тока или напряжения). В общем случае управляемый источник — это идеализированный элемент с двумя парами выводов. К одной паре выводов (выводы источника) присоединён идеализированный источник, параметр которого является функцией напряжения или тока другой пары выводов (управляющие выводы). Как и для неуправляемых источников, внутреннее сопротивление управляемого источника напряжения равно нулю, а внутреннее сопротивление управляемого источника тока — бесконечности.

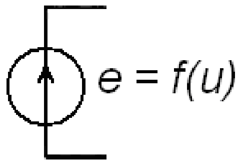
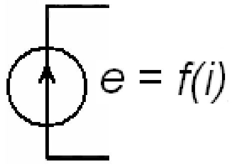
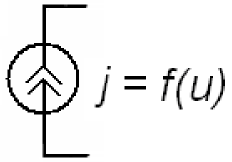
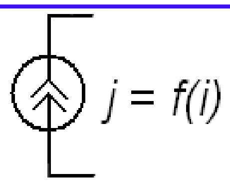
Между током или напряжением управляемого источника, например, параметром $\boldsymbol{y}$, и управляющим воздействием (аргументом) $\boldsymbol{x}$ (*ток* или *напряжения* у некоторого элемента, может, самого себя) (Таблица 5.1) устанавливается функциональная зависимость, обычно имеющая вид

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}_{\text{УПР}} \cdot \boldsymbol{x},$$

где $\boldsymbol{f}_{\text{УПР}}$ – функция управления, определяющая зависимость тока $(\boldsymbol{y} = \boldsymbol{i})$ или напряжения $(\boldsymbol{y} = \boldsymbol{u})$ от аргумента; аргумент называют *управляющим током* $(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{i})$ или *напряжением* $(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{u})$.

Если коэффициент управления $\boldsymbol{f}_{\text{УПР}} = \boldsymbol{const}$, то управляемый источник называется *линейно управляемым*.

Таблица 5.1 – Варианты зависимых источников

Зависимый источник	**Управляемый параметр**	**Функция управления**	**Управляющий параметр**
	*e*	*f(u)*	*u* - напряжение
	*e*	*f(i)*	*i* - ток
	*j*	*f(u)*	*u* - напряжение
	*j*	*f(i)*	*i* - ток

Отношение (u, i), задаваемое зависимым источником, называют *вольтамперной характеристикой,* отношения (i, i) - *передаточной характеристикой по току*, *(u, u) – по напряжению*.

Заметим, что если параметры источника энергии изменяются вручную оператором, то такой регулируемый источник в теории электротехники *не относится к управляемым*.

Управляемые источники используются при моделировании электронных и полупроводниковых приборов (электронных ламп, транзисторов), а также нелинейных сопротивлений, трансформаторов, операционных усилителей и др.

5.2.5 Размерности источников фазовых переменных в различных подсистемах РЭС

В *табл*. 5.2 приведены названия и размерности источников фазовых переменных в различных подсистемах РЭС.

Таблица 5.2 - Источники фазовых переменных

Фазовые переменные	Электрическая подсистема	Механическая поступательная	Тепловая подсистема
типа «поток»	Ток I, [А] (ампер)	Сила F, [Н] (ньютон)	Тепловой поток (мощность), P [Вт] (ватт)
типа «напряжение»	Напряжение, U [В] (вольт)	Скорость, V [м·с$^{-1}$] (метров в секунду)	Температура T, [К] (Кельвин или градус) Цельсия)

5.2.6 Элементы типа *R*

На элементах типа R происходит преобразование различных форм энергии *в тепловую* и рассеивание её в пространство.

В электрической подсистеме

Элемент типа R называется электрическим сопротивлением

В механической поступательной подсистеме

Элемент типа Rм называется механическим сопротивлением

В тепловой подсистеме

Элемент типа Rт называется тепловым сопротивлением

В электрической подсистеме электрическое сопротивление обеспечивают включением компонента, называемого резистором (Рис. 5.7).

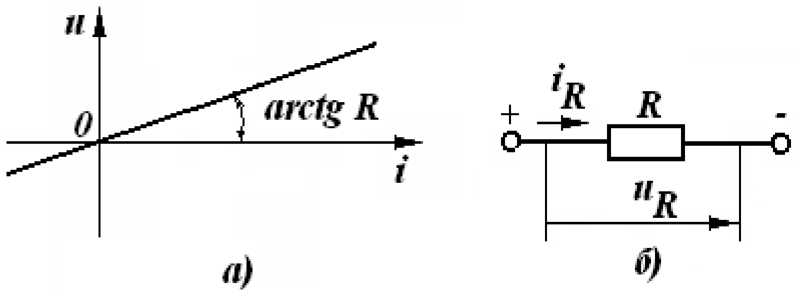


Рис. 5.7 - Электрическое сопротивление: *а)* - вольтамперная характеристика;
б) - условное обозначение сопротивления

Уравнения связи фазовых переменных на элементе типа $\mathbf{R}$ в электрической подсистеме определяются *законом Ома* для ненагревающихся проводников:

$$u(t) = R \cdot i(t), \text{ или } i(t) = \frac{u(t)}{R}, \text{ или } i(t) = g \cdot u(t), \text{ где } g = \frac{1}{R}.$$

Если напряжение на сопротивлении изменяется во времени, то в точности по такому же закону будет изменяться и ток в нем.

В механической поступательной подсистеме аналог закона Ома:

$$F = \frac{V}{R_m},$$

Здесь *механическое сопротивление* $R_М = 1 / K$ (K - коэффициент вязкого трения) является аналогом электрического сопротивления.

В тепловой подсистеме [9,8,13] *аналог электрического сопротивления – тепловое сопротивление* $\mathbf{R}_{\mathrm{T}}$, а аналог закона Ома:

$$P = \frac{T}{R_T}.$$

Величина $\mathbf{R}_{\mathrm{T}}$ зависит от вида теплоотдачи.

При отводе тепла за счёт *конвекции*[2] и *излучения*[3]

$$R_T = \frac{1}{\alpha \cdot S},$$

где α - коэффициент теплоотдачи $\alpha = \alpha_{\text{конв}} + \alpha_{\text{луч}}, S$ – площадь теплоотдающей поверхности.

При передаче тепла за счёт теплопроводности[4] (кондукции):

$$\alpha = \frac{\lambda}{l},$$

где λ - коэффициент теплопроводности, l - длина пути теплового потока.

---

[2] **Конвекция (перемещение)** - процесс передачи тепла путём перемещения частиц жидкости или газа. При естественной конвекции движение охлаждающего газа или жидкости происходит за счёт разницы плотностей нагретых и холодных объёмов газа или жидкостей. При искусственной конвекции охлаждающая среда приводится в движение с помощью вентиляторов или насосов.

[3] **Тепловое излучение (**излучение, лучеиспускание или радиация**) -** отдача нагретым телом части тепла в окружающее пространство путём излучения электромагнитных колебаний (ультрафиолетовых, световых и инфракрасных лучей).

[4] **Теплопроводность** - передача тепла за счёт переноса энергии микрочастицами, из которых состоит вещество (молекулы, атомы, электроны и др.), которые движутся со скоростями пропорциональными температуре. За счёт взаимодействия частиц друг с другом более быстрые отдают энергию медленным частицам, перенося, таким образом, теплоту из зоны с более высокой температурой в зону с меньшей температурой. Теплопроводность характерна для передачи тепла в твёрдых телах.

5.2.7 Элементы типа С

На элементах типа $\boldsymbol{C}$ происходит накопление *потенциальной энергии*.

В электрической подсистеме величина C выражается в фарадах [Ф] и называется *ёмкостью* (Рис. 5.8). В реальных электронных схемах необходимую ёмкость чаще всего обеспечивают включением специального радиоэлектронного компонента, называемого *конденсатором*.

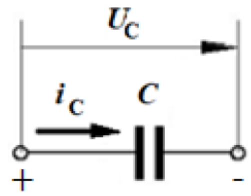


Рис. 5.8 - Ёмкость

По определению, ток в ёмкости пропорционален производной от напряжения:

$$i_C = C\frac{du_C}{dt}.$$

Формы тока и напряжения для ёмкости совпадают только для экспоненциальной и гармонической зависимостей. Ёмкость обладает свойством непрерывности для напряжения: при ограниченном токе напряжение на ёмкости не может измениться скачком.

В *механической поступательной подсистеме* уравнения связи фазовых переменных на элементе типа $\boldsymbol{C}$ в записываются:

$$F = m \cdot a = C_M \frac{dV}{dt}.$$

где $\boldsymbol{F}$ – сила (аналог тока); V — скорость (аналог напряжения); $a = dV/dt$ - ускорение; $\boldsymbol{m}$ **-** масса элемента; $\boldsymbol{C}_{\text{М}} = \boldsymbol{m}$ - аналог электрической ёмкости.

В тепловой подсистеме

$$P = \frac{dQ}{dt} = C_T \frac{dT}{dt}.$$

Здесь $\boldsymbol{P}$ - тепловой поток: количество тепла, переносимого в единицу времени через какую либо поверхность в процессе теплообмена (аналог тока); $\boldsymbol{Q}$ - количество теплоты переданное объекту; $\boldsymbol{T}$ – температура (аналог напряжения); $\boldsymbol{C_T = dQ/dT}$ – теплоёмкость объекта (количество теплоты, которое необходимо подвести к телу, чтобы его температура возросла на один градус), где $\boldsymbol{dQ}$ — изменение количества теплоты в теле при изменении температуры на $\boldsymbol{dT}$.

5.2.8 Элементы типа *L*

На элементах типа L происходит накопление кинетической энергии

В электрической подсистеме величина L выражается в Генри [Гн] и называется индуктивностью (Рис. 5.9). В реальных электронных схемах индуктивности обычно задают включением различных катушек и просто проводников.

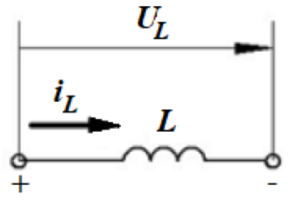


Рис. 5.9 - Индуктивность.

Отношение, определяющее индуктивность, обратно тому, которое задаёт ёмкость, т.е. напряжение на индуктивности пропорционально производной от тока:

$$u_L = L\frac{di_L}{dt}.$$

Для индуктивности формы тока и напряжения также различны. Кроме того, справедливо свойство непрерывности для тока: ток в индуктивности при изменении напряжения на конечную величину не может измениться скачком.

В механической поступательной подсистеме уравнения связи фазовых переменных на элементе типа L:

$$V = L_M\frac{dF_M}{dt},$$

где L_M – аналог электрической индуктивности.

В тепловой подсистеме аналога индуктивности нет.

Таблица 5.3 представляет названия и размерности простейших пассивных компонентов-двухполюсников в рассматриваемых подсистемах РЭС.

Таблица 5.3 - Идеальные пассивные двухполюсники

Компоненты двухполюсники	Электрическая подсистема	Механическая поступательная подсистема	Тепловая подсистема
типа R	Сопротивление, R [Ом] (ом)	Трение, [*с·кг* $^{-1}$]	Тепловое сопротивление, R_T, [К /Вт] (Кельвин на ватт)
типа C	Ёмкость, C [Ф] (фарада)	Масса *m*, [кг]	Теплоёмкость, C_T [*Дж / К*] (джоуль на Кельвин)
типа L	Индуктивность, L [Гн] (генри)	Упругость, [с^2·кг$^{-1}$]	-

Ёмкость и индуктивность носят название **реактивных элементов**. Они проявляют себя *только в динамических режимах.*
В ММ статического режима *индуктивность следует заменить перемычкой*, а *ёмкость вообще исключить* из электрической схемы.

5.3 Методы формирования математических моделей

5.3.1 Основные понятия

Так как большинство процессов в физически однородных подсистемах РЭС подобны, то далее в качестве образца рассмотрим подробно вопросы их моделирования лишь в электрической подсистеме.

В общем случае получение ММ не является формализованной процедурой. Выбор используемых переменных и параметров, вида математических соотношений во многом зависят от опыта и знаний, наконец, вкусов проектировщика.

Вместе с тем имеется ряд положений и приёмов (теоретических и экспериментальных), общих для получения всевозможных ММ:

1) С учётом цели исследования и условий функционирования (режима работы) объекта определяются свойства объекта, которые отображаются ММ и степень её универсальности.
2) Собирается информация о моделируемом объекте (справочные данные, научно-техническая литература, аналоги, прототипы, опыт и знания проектировщика).
3) Выбирают структуру уравнений ММ (в виде графа, схемы, формул). Если есть возможность – составляют эквивалентные схемы (схемы замещения). При этом выделяют множество элементов объекта и его структуру. Структура определяется порядком соединения (связей) элементов между собой.
4) Определяют численные значения параметров ММ. При этом стараются минимизировать погрешности ММ (например, с помощью метода наименьших квадратов).
5) Оценивают точность полученной ММ и области ее адекватности.

Напомним ключевые структурные понятия теории электрических цепей.

Электрической цепью называется совокупность устройств, предназначенных для прохождения электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий напряжения и тока. В общем случае электрическая цепь состоит из источников и приёмников электрической энергии.

Узел. Если два или более элементов электрической цепи имеют общую точку, то она называется узлом. Узел будем обозначать цифрой в кружочке, соответствующей номеру узла. Примеры узлов даны на Рис. 5.10.

Контур. Если *два элемента* имеют общий узел, то говорят, что они соединены *в цепочку* (Рис. 5.10, *а)*. В этом случае через элементы протекает один и тот же ток, и для упрощения расчётов такой узел в электротехнике часто опускают, а узел называют *устранимым*.

Продолжая, можно получить цепочку из трёх элементов и т.п.

Если все узлы в цепочке устранимые, то такая цепочка элементов называется **ветвью**. *Через все элементы ветви протекает один и тот же ток*.

Если в такой цепочке имеются узлы, объединяющие выводы *более трёх элементов*, то такие узлы называются **неустранимыми**.

Для конструкторских САПР типа *Altium Designer, P-CAD, OrCAD* и т.п. понятия «устранимый узел» не существует, так как даже соединения выводов двух элементов в любом случае должны быть реализованы в САПР с помощью реальных печатных или плёночных проводников. Другими словами, в подобных САПР все узлы «неустранимые».

Если в цепочке из N элементов N-й элемент имеет общий узел с первым, то такая цепочка образует **контур** (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**).

Универсальными методами получения ММ различных технических подсистем являются методы законов Кирхгофа, узловых потенциалов, контурных токов и т.д.

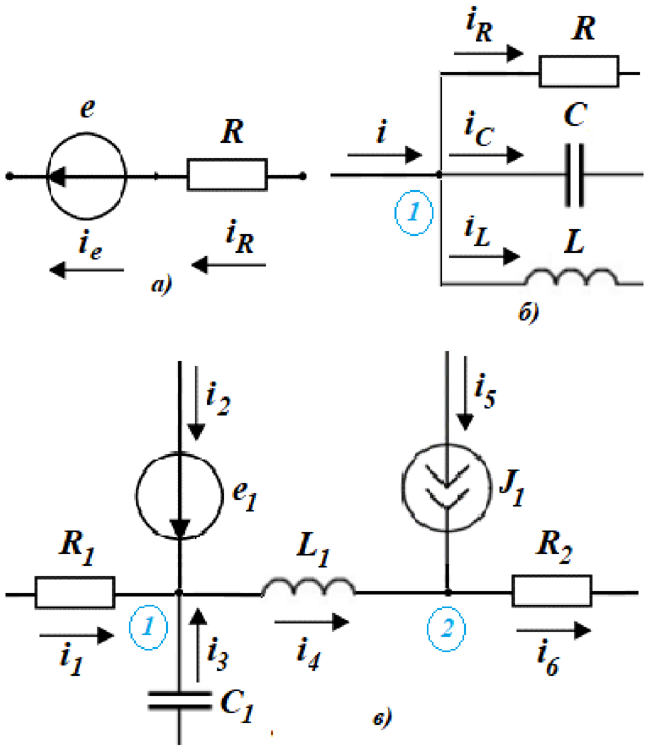


Рис. 5.10 - Узлы электрической схемы:

а) устранимый узел; *б)* цепь с одним узлом (неустранимым); *в)* – цепь с двумя узлами (неустранимыми).

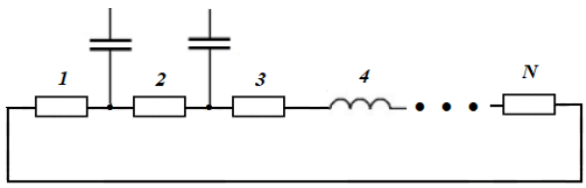


Рис. 5.11 - Контур из N электрических элементов

Перечисленные методы отличаются друг от друга видом и размерностью получаемой системы уравнений, а также употребляемыми типами фазовых переменных. Базируются данные методы на уравнениях *равновесия* и уравнениях *непрерывности* (аналогия первого и второго закона Кирхгофа в электрической подсистеме). Эти уравнения позволяют составить *топологические* уравнения цепи.

5.3.2 Метод законов Кирхгофа

Законы Кирхгофа имеют особое значение из-за своей универсальности [4,5]. Они устанавливают соотношения между токами и напряжениями в разветвлённых электрических цепях произвольного типа. Законы Кирхгофа справедливы для линейных и нелинейных цепей при постоянных и переменных напряжениях и токах.

Первый закон Кирхгофа основан на законе сохранения электрического заряда: сколько зарядов втекает в узел, столько из него и вытекает (заряды в узле не накапливаются).

Уравнение равновесия в электрической подсистеме (первый закон Кирхгофа) - в любом узле схемы алгебраическая сумма мгновенных значений токов равна нулю:

$$\sum_{k \in Q} i_k = 0 \qquad (5.2)$$

где $\boldsymbol{i_k}$ - ток $\boldsymbol{k}$-й ветви; $\boldsymbol{Q}$ - множество номеров ветвей сходящихся в узле.

Под алгебраической суммой понимают сумму *мгновенных* значений токов с учётом выбранного условного направления, отмеченного стрелками. Положительное направление тока принимается обычно от узла с *большим* потенциалом к узлу с *меньшим* потенциалом. Ток в уравнении учитывается со знаком плюс, если он направлен к рассматриваемому узлу, и со знаком минус, если направлен от узла.

Например, для узла Рис. 5.10, *б* уравнение равновесия запишется:

$$\boldsymbol{i - i_R - i_C - i_L = 0.}$$

Второй вариант формулировки первого закона Кирхгофа - сумма втекающих в узел мгновенных значений токов равна сумме мгновенных значений токов, вытекающих из узла.

Для того же узла на Рис. 5.10, *б* в этом случае

$$\boldsymbol{i = i_R + i_C + i_L.}$$

Аналог первого закона Кирхгофа **в механической поступательной подсистеме** - сумма сил, действующих на тело, равна нулю:

$$\sum_{k \in Q} Fi_k = 0\,.$$

В тепловой подсистеме - сумма тепловых потоков в узле подсистемы равна нулю:

$$\sum_{k \in Q} P_k = 0$$

Уравнение непрерывности. Второй закон Кирхгофа связан с понятием *потенциала электрического поля, как работы, совершаемой при перемещении единичного точечного заряда в пространстве*. Если такое перемещение совершается по замкнутому контуру, то суммарная работа при возвращении в исходную точку будет равна нулю. В противном случае путём обхода контура можно было бы получать положительную энергию, нарушая закон её сохранения.

Каждый узел или точка электрической цепи обладает собственным потенциалом и, перемещаясь вдоль замкнутого контура, мы совершаем работу, которая при возврате в исходную точку будет равна нулю. Это свойство потенциального электрического поля и описывает второй закон Кирхгофа в применении к электрической цепи**.**

Уравнение непрерывности *в электрической подсистеме* (**второй закон Кирхгофа**) - алгебраическая сумма мгновенных значений падений напряжений на элементах любого замкнутого контура в схеме равна нулю:

$$\sum_{j \in Q} u_j = 0 \qquad (5.3)$$

где j - номер ветви; u_j - падение напряжения на j-й ветви схемы, входящей в контур; Q - множество номеров ветвей, входящих в рассматриваемый контур.

Под *алгебраической суммой* понимают сумму мгновенных значений напряжений с учётом произвольно выбранного условного направления обхода контура и падений напряжений (Рис. 5.12). Положительное направление падения напряжения совпадает с направлением тока: от узла с большим потенциалом (+) к узлу с меньшим потенциалом (-). Если направление падения напряжения совпадает с выбранным направлением обхода контура, то это падение напряжения берётся со знаком плюс и наоборот.

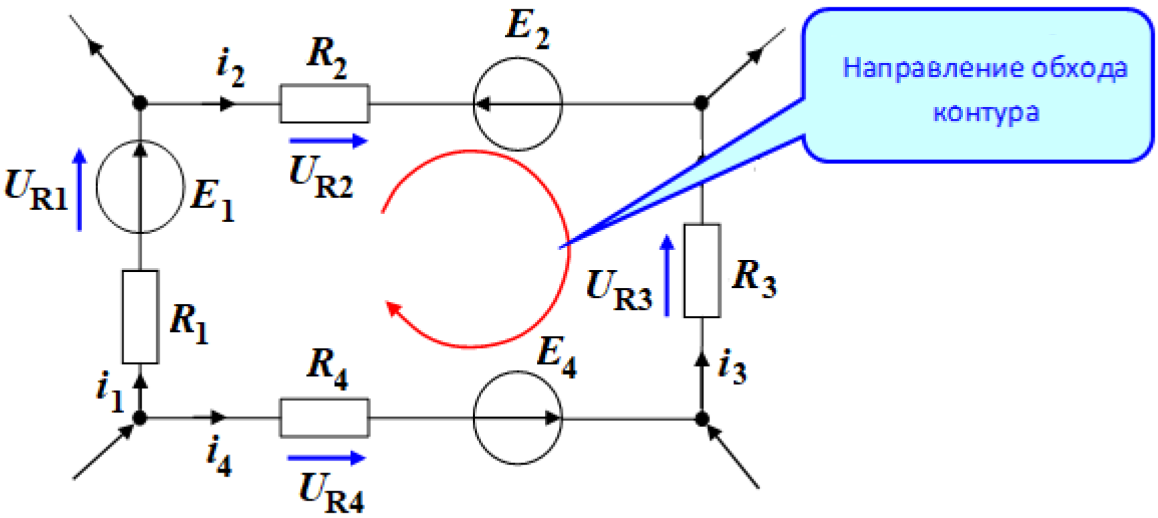


Рис. 5.12 - Пример электрического контура

Например, для контура на Рис. 5.12 при выбранном направлении обхода контура уравнение непрерывности записывается:

$$u_{R1} - E_1 + u_{R2} + E_2 - u_{R3} + E_4 - u_{R4} = 0. \qquad (5.4)$$

Второй вариант записи уравнения непрерывности в электрической подсистеме - в каждом электрическом контуре алгебраическая сумма напряжений равна алгебраической сумме ЭДС с учётом произвольно выбранного направления обхода:

$$\sum_k u_{\text{k}} = \sum_i e_i \,. \tag{5.5}$$

В этом случае, для контура Рис. 5.12:

$$u_{R1} + u_{R2} - u_{R3} - u_{R4} = E_1 - E_2 - E_4 .$$

В механической поступательной подсистеме - сумма относительных и переносных скоростей равна нулю:

$$\sum_{j \in Q} V_j = 0 \,.$$

В тепловой подсистеме - сумма разностей температур при обходе по замкнутому контуру равна нулю:

$$\sum_{j \in Q} T_j = 0 \,.$$

Уравнения равновесия и непрерывности строго справедливы для установившихся режимов, но их можно применять и для динамических режимов, когда время распространения сигнала по линиям связи между элементами несоизмеримо меньше, чем длительность переходного процесса в схеме.

Если в схеме количество узлов $\boldsymbol{N}_{\text{узл}}$, количество независимых источников тока $\boldsymbol{N_J}$, количество идеальных источников напряжения $\boldsymbol{N_E}$, а общее число элементов в схеме $\boldsymbol{N} \geq \boldsymbol{N}_{\text{узл}} + \mathbf{1}$, то необходимо составить

$$\boldsymbol{N}_{\text{УР}\mathbf{1}} = \boldsymbol{N}_{\text{узл}} - \mathbf{1} - \boldsymbol{N_E}$$

независимых уравнений равновесия, которые будут содержать $\boldsymbol{N} - \boldsymbol{N_J}$ неизвестных.

Количество независимых уравнений непрерывности $\boldsymbol{N}_{\text{УР}\mathbf{2}}$ для схемы равно числу независимых контуров (хотя бы одна ветвь в таком контуре должна отличаться от предыдущих):

$$\boldsymbol{N}_{\text{УР}\mathbf{2}} = \boldsymbol{N}_{\text{В}} - \boldsymbol{N}_{\text{узл}} + \mathbf{1} - \boldsymbol{N_J}, \,,$$

где $N_\text{В}$ – количество ветвей в схеме.

Проверьте – количество неизвестных фазовых переменных в системе уравнений обязательно должно быть равно числу уравнений!

Рассмотрим пример на Рис. 5.13. Необходимо найти токи в ветвях, используя законы Кирхгофа.

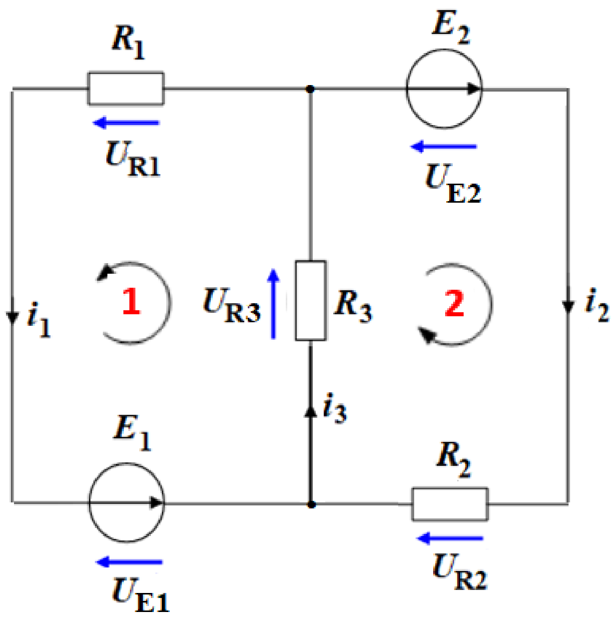


Рис. 5.13 - Электрическая схема для расчета методом законов Кирхгофа

По первому закону Кирхгофа, можно записать $\boldsymbol{n-1}$ уравнений для цепи. В примере на Рис. 5.13 количество узлов $\boldsymbol{n=2}$, поэтому достаточно составить только одно уравнение:

$$\boldsymbol{i_3 - i_1 - i_2 = 0}.$$

По второму **Кирхгофа** составим уравнения для первого и второго контуров цепи (2 независимых контура – два уравнения).

В первом контуре токи $\boldsymbol{i_1}$ и $\boldsymbol{i_3}$ совпадают с направлением обхода контура, ЭДС $\boldsymbol{E_1}$ также совпадает, поэтому берём их со знаком плюс.

$$\boldsymbol{R_1 \cdot i_1 + R_3 \cdot i_3 = E_1}.$$

Во втором контуре токи $\boldsymbol{i_2}$ и $\boldsymbol{i_3}$ также совпадают с направлением обхода контура, ЭДС $\boldsymbol{E_2}$ также совпадает, поэтому берём их со знаком плюс:

$$\boldsymbol{R_2 \cdot i_2 + R_3 \cdot i_3 = E_2}.$$

Получили систему алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \boldsymbol{R_1 \cdot i_1 + R_3 \cdot i_3 = E_1} \\ \boldsymbol{R_2 \cdot i_2 + R_3 \cdot i_3 = E_2} \\ \boldsymbol{i_3 - i_1 - i_2 = 0}. \end{cases}$$

5.3.3 Метод узловых потенциалов

Одним из центральных методов формирования ММ в алгоритмах и программах САПР считается **метод узловых потенциалов** [11,12]. Он позволяет определить потенциалы во всех узлах электрической подсистемы, а также, при необходимости, токи во всех ветвях. Метод легко алгоритмизируется, поэтому он особенно полезен в схемотехнических САПР для автоматического формирования уравнений сложных математических моделей, в которых много элементов или они содержит много взаимосвязанных контуров.

Метод узловых потенциалов основан на уравнениях равновесия и законе Ома. При этом число уравнений, описывающих схему, равно числу уравнений, которые необходимо составить по первому закону Кирхгофа.

Ток в любой ветви схемы можно найти по закону Ома для участка цепи, содержащего ЭДС. Это становится возможным, если известны *потенциалы узлов схемы* относительно *опорного* узла, потенциал которого принимают равным нулю.

Если схема имеет в своём составе $\boldsymbol{N}_{\text{узл}}$ узлов, а потенциал опорного узла $\boldsymbol{\varphi_N}$ *= 0*, то для любого узла $\boldsymbol{p}$ схемы ($\boldsymbol{p} = 1, 2, \ldots, \boldsymbol{N}_{\text{узл}} - 1$) можно составить в общей форме уравнение:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^{N_{\text{узл}}} g_{p,j} \cdot \varphi_p - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^{N_{\text{узл}}} g_{p,j} \cdot \varphi_j = J_p + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq p}}^{N_{\text{узл}}} g_{p,j} \cdot E_{p,j}, \qquad (5.6)$$

где

– $\boldsymbol{\varphi_p}, \boldsymbol{\varphi_j}$ - потенциалы узлов с номерами *p* или *j* соответственно;

– $\boldsymbol{g_{p,j}}$ - *сумма* проводимостей ветвей, соединяющих эти узлы;

– $\boldsymbol{J_p}$ - *узловой* ток, равный алгебраической сумме токов всех источников тока, присоединённых к рассматриваемому узлу. Со знаком «плюс» учитывают токи, направленные к узлу, со знаком «минус» - от узла;

– $\boldsymbol{E_{p,j}}$ - ЭДС *источников*, присоединённых к рассматриваемому узлу $\boldsymbol{p}$ (произведения вида $\boldsymbol{g_{p,j} \cdot E_{p,j}}$ записываются с положительным знаком в том случае, когда ЭДС направлена к рассматриваемому узлу, и с отрицательным, когда ЭДС направлена от узла).

Сформируем ММ по методу узловых потенциалов для схемы электрической подсистемы *рис*. 5.9, содержащей $\boldsymbol{N}_{\text{узл}} = \mathbf{4}$ узла, при $\boldsymbol{\varphi_4} = \mathbf{0}$.

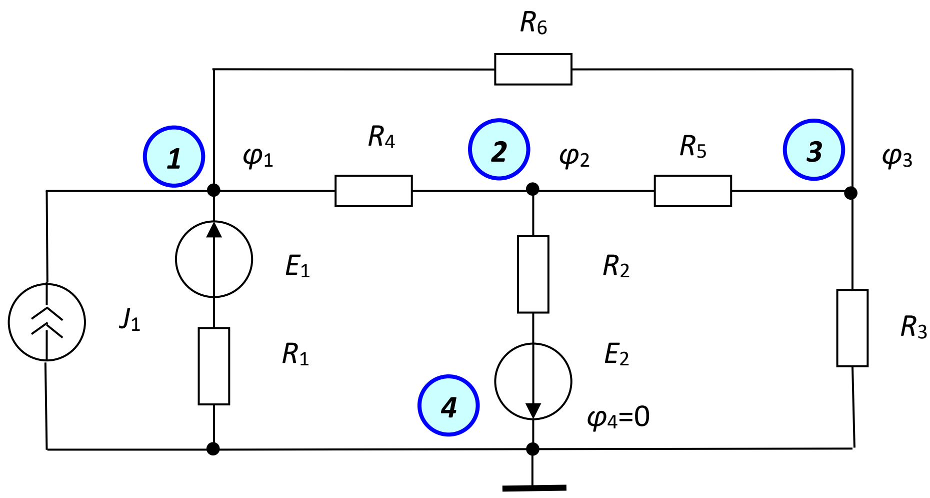


Рис. 5.14 - Электрическая схема для расчета методом узловых потенциалов

Преобразуем все сопротивления в проводимости:

$$g_1 = 1 / R_1,\ \ g_2 = 1 / R_2,\ \ g_3 = 1 / R_3,\ \ g_4 = 1 / R_4,\ \ g_5 = 1 / R_5,\ \ g_6 = 1 / R_6.$$

Запишем уравнения:

для узла 1: $(g_1 + g_4 + g_6) \cdot \varphi_1 - g_4 \cdot \varphi_2 - g_6 \cdot \varphi_3 = J_1 + g_1 \cdot E_1;$

для узла 2: $(g_2 + g_4 + g_5) \cdot \varphi_2 - g_4 \cdot \varphi_1 - g_5 \cdot \varphi_3 = -\ g_2 \cdot E_2;$

для узла 3: $(g_3 + g_5 + g_6) \cdot \varphi_3 - g_6 \cdot \varphi_1 - g_5 \cdot \varphi_2 = 0.$

Обозначим:

– суммарную проводимость ветвей, присоединённых к узлу $\boldsymbol{p}$, **собственной узловой проводимостью этого узла:**

$$\sum g_{p,j} = g_{p,p}$$

– проводимости параллельных ветвей, соединяющих узлы $\boldsymbol{p}$ и $\boldsymbol{j}$ - **общей узловой проводимостью** $g_{p,j}$;

– алгебраическую сумму правых частей уравнения для узла $\boldsymbol{p}$ - $\boldsymbol{J_{cp}}$.

Тогда можно записать систему:

$$\begin{array}{lllll} +g_{1,1} \cdot \varphi_1 & -g_{1,2} \cdot \varphi_2 & -g_{1,3} \cdot \varphi_3 & = & J_{c1}; \\ -g_{2,1} \cdot \varphi_1 & +g_{2,2} \cdot \varphi_2 & -g_{2,3} \cdot \varphi_3 & = & J_{c2}; \\ -g_{3,1} \cdot \varphi_1 & -g_{3,2} \cdot \varphi_2 & +g_{3,3} \cdot \varphi_3 & = & J_{c3}. \end{array}$$ где

– $g_{1,1} = g_1 + g_4 + g_6$, $g_{2,2} = g_2 + g_4 + g_5$, $g_{3,3} = g_3 + g_5 + g_6$ - собственные проводимости узлов (суммы проводимостей ветвей, подходящих к соответствующему узлу);
– $g_{1,2} = g_{2,1} = g_4$, $g_{1,3} = g_{3,1} = g_6$, $g_{2,3} = g_{3,2} = g_5$ – общие проводимости узлов;
– $J_{c1} = J_1 + g_1 \cdot E_1$, $J_{c2} = - g_2 \cdot E_2$, $J_{c3} = 0$ – узловые токи.

Или в матричной форме:

$$\boldsymbol{G} \cdot \boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{J}, \text{ где}$$

$$G = \left[g_{i,j}\right] = \begin{bmatrix} +g_{1,1} & -g_{1,2} & -g_{1,3} \\ -g_{2,1} & +g_{2,2} & -g_{2,3} \\ -g_{3,1} & -g_{3,2} & +g_{3,3} \end{bmatrix}$$

- матрица коэффициентов (проводимостей) системы;

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix}$$ - столбец неизвестных;

$$J = \begin{bmatrix} J_{c1} \\ J_{c2} \\ J_{c3} \end{bmatrix}$$ -столбец свободных членов.

Таким образом, ММ для схемы на Рис. 5.14 по методу узловых потенциалов изображается системой АУ из трёх уравнений. Тип фазовых переменных – *узловые потенциалы*. ММ этой же схемы при использовании уравнений непрерывности и равновесия описывается системой АУ из шести уравнений, фазовые переменные - *токи* и *напряжения*.

6 Численное решение алгебраических уравнений (АУ)

6.1 Постановка задачи

Знание методов численного решения систем АУ необходимо пользователям САПР РЭС, т.к. проектировщик должен представлять возможности методов, заложенных в САПР, уметь оценивать вычислительные затраты, необходимые для решения конкретных задач, диагностировать причины возможных отказов, уметь правильно и грамотно формулировать задание для САПР и настраивать программное обеспечение на работу в оптимальном режиме.

6.2 Решение линейных алгебраических уравнений

6.2.1 Приведение системы линейных алгебраических уравнений к матричному виду

Пусть ММ подсистемы РЭС описывается системой из n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными:

$$a_{1,1} \cdot x_1 + a_{1,2} \cdot x_2 + \ldots + a_{1,n} \cdot x_n = b_1;$$

$$a_{1,2} \cdot x_1 + a_{2,2} \cdot x_2 + \ldots + a_{1,n} \cdot x_n = b_2;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$a_{1,n} \cdot x_1 + a_{n,2} \cdot x_2 + \ldots + a_{n,n} \cdot x_n = b_n. \qquad (6.1)$$

В матричной форме

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{B}, \text{ где}$$

$$A = \left[a_{i,j}\right] = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix}$$ - матрица коэффициентов системы;

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_n \end{bmatrix}$$ - столбец свободных членов; $$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix}$$ - столбец неизвестных.

Если матрица *A неособенная*, т.е. $\boldsymbol{det\ A \neq 0}$, то система (6.1) является системой совместных алгебраических уравнений, которая имеет единственное решение – вектор неизвестных $\boldsymbol{X}$.

6.2.2 Решение линейных АУ в MathCAD

С вычислительной точки зрения, решение систем линейных алгебраических уравнений (6.1) в MathCAD [6,7,8,9] не представляет особых трудностей, если матрица коэффициентов системы A не очень велика.

Методы решения линейных уравнений можно разделить на две группы: **точные** (или *прямые*) и **итерационные** (или *приближенные*).

Если бы все вычисления в компьютере велись с неограниченным числом значащих цифр точно (без округлений), то точные (прямые) методы позволили бы получить точные значения неизвестных в результате *конечного числа операций*. Однако при большой размерности системы АУ «точные» методы дают чрезвычайно большую погрешность из-за неизбежных ошибок округления при выполнении компьютером математических операций над числами с плавающей запятой, хранящимися в ячейках памяти с ограниченной разрядностью.

Из точных методов наиболее известны метод исключения Гаусса и решение линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Итерационные (приближенные) методы позволяют получить решение системы уравнений лишь с заданной точностью. Точное решение системы в случае применения итерационных методов может быть получено теоретически как результат бесконечного итерационного процесса. В этом случае применяются приближенные итерационные методы нахождения корней АУ: методы последовательных итераций, Зейделя, Ньютона и др., позволяющие получить решение с заданной точностью. Эти методы не всегда сходятся.

Для решения систем линейных алгебраических уравнений в системе ***MathCAD*** [1,3,4] можно использовать несколько приёмов.

1. Точный метод. Использование **встроенной функции *lsolve(...).***

Пусть задана система линейных уравнений:

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 1$$
$$-x + 5 \cdot y = 0$$

Матрицы коэффициентов:

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Система может быть представлена как $\boldsymbol{A} * \boldsymbol{X} = \boldsymbol{B}$, её решение:

$$\mathrm{lsolve}(A, B) = \begin{pmatrix} 0.385 \\ 0.077 \end{pmatrix}$$

2. Точный метод. Нахождение корней линейных АУ **матричным способом:**

$$X := A^{-1} B$$
$$X = \begin{pmatrix} 0.385 \\ 0.077 \end{pmatrix}$$

3. Приближённый метод. Нахождение корней линейных АУ при помощи блока ***Given ... Find(...).*** Вначале заданы начальные приближения корней, которые итерационно уточняются.

$$x := 0 \qquad y := 0$$

Given

$$2x + 3y = 1$$
$$-x + 5y = 0$$

$$X := \mathrm{Find}(x, y)$$

$$X = \begin{pmatrix} 0.385 \\ 0.077 \end{pmatrix}$$

Заметим, что здесь в уравнениях нужно использовать символ логического равенства, который можно ввести комбинацией клавиш $\boldsymbol{Ctri}+=$.

6.3 Решение нелинейных алгебраических уравнений

6.3.1 Общие сведения

Необходимость отыскания корней нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений встречается при расчётах электронных схем с элементами, обладающими нелинейными характеристиками (диодами, транзисторами, трансформаторами с сердечниками и т.п.). Нелинейные системы уравнений могут представлять ММ тепловых режимов РЭС, собственных колебаний машин, конструкций со многими степенями свободы и т.д.

В отличие от систем линейных уравнений, системы нелинейных уравнений за очень редкими исключениями не могут быть решены с помощью прямых методов.

Для решения нелинейных уравнений пригодными для реализации на компьютере являются только методы последовательных приближений (итерационные).

Итерационные методы сводятся к последовательному циклическому уточнению начального приближения корня до заданной точности.

6.3.2 Отделение корней

Отыскание начального приближения корней называют их отделением. Алгебраические уравнения m-й степени

$$a_0 \cdot x^m + a_1 \cdot x^{m-1} + \ldots + a_{m-1} \cdot x + a_m = 0$$

имеют m корней, которые при действительных коэффициентах могут быть или действительными, или комплексными значениями. Трансцендентные уравнения[5] включают степенные алгебраические, тригонометрические и экспоненциальные функции от некоторого аргумента $\boldsymbol{x}$. Такие уравнения могут иметь бесконечное множество корней.

Отделить корни можно попытаться аналитически. Например, взять производную от функции, приравнять её нулю и решив полученное уравнение, найти точки, где функция может изменить направление. Если функция на интервале между двумя такими точками *меняет знак*, значит, на этом интервале есть корень.

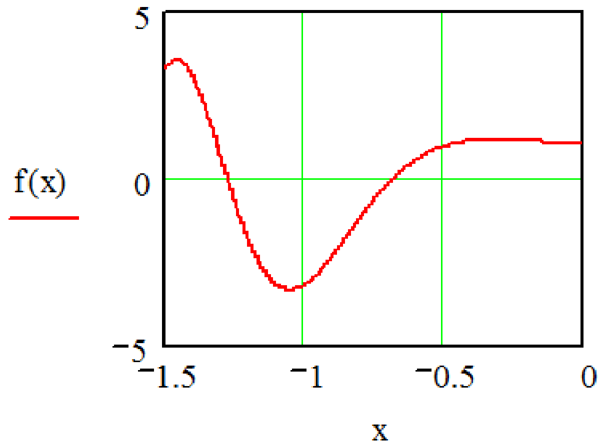
Однако часто проще отделить корень путём анализа графика функции, построенного в системе ***MathCAD*** или аналогичных системах.

Для примера, с помощью ***MathCAD*** построим для отделения корней на интервале $-\mathbf{1.5} \le \boldsymbol{x} \le \mathbf{0}$ график функции.

---

[5] **Трансцендентное уравнение** — это уравнение вида $f\{x) = g\{x)$, где функции f и g являются аналитическими функциями, и по крайней мере одна из них не является алгебраической. Другими словами, трансцендентные уравнения обычно содержат показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические функции.

$$f(x) := \exp(-x)\cdot\cos\left(3\cdot x^2\right) + 0.5\cdot x$$



Как видно из графика, функция на заданном интервале имеет два корня, которые приблизительно находятся на интервалах $-1.35 \le x1 \le -1.2$ и $-0.75 \le x2 \le 0.6$.

6.3.3 Метод Ньютона

После отделения корней следует провести их *уточнение приближенными методами*, например, методом *простой итерации,* методом *половинного деления*, методом *Ньютона* или другими методами.

В системах САПР наибольшее распространение получил **метод Ньютона** и его модификации, который обеспечивает быструю сходимость по сравнению с другим методами.

Пусть задана

$$\begin{aligned} &f_1(x_1, x_3, x_3, \ \ldots, \ x_n) = 0; \\ &f_2(x_1, x_3, x_3, \ \ldots, \ x_n) = 0; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &f_n(x_1, x_3, x_3, \ \ldots, \ x_n) = 0; \end{aligned} \qquad (6.2)$$

или в матричной форме

$$F(X) = 0. \qquad (6.3)$$

Все n уравнений приведённой выше системы можно представить в виде рядов Тейлора:

$$f_1(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2, x_3+\Delta x_3, \ldots, x_n+\Delta x_n) =$$
$$= f_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) + \Delta x_1 \frac{df_1}{dx_1} + \ldots + \Delta x_n \frac{df_1}{dx_n} + \text{члены более высоких порядков;}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$f_n(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2, x_3+\Delta x_3, \ldots, x_n+\Delta x_n) =$$
$$= f_n(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) + \Delta x_1 \frac{df_n}{dx_1} + \ldots + \Delta x_n \frac{dfn}{dx_n} + \text{члены более высоких порядков.}$$

Если приращения Δx_i таковы, что функция f_i принимает значение близкое к нулю, то будем считать, что левые части этих уравнений обращаются в нули.

Таким образом, задача сводится к отысканию такой совокупности приращений Δx_i, при которой достигается указанная цель. Отбросив члены более высоких порядков, сведём задачу к решению системы линейных уравнений.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x 2 \\ \dots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_1 \\ -f_2 \\ \dots \\ -f_n \end{bmatrix}, \qquad (6.4)$$

в которой матрицу частных производных и вектор-столбец правой части можно оценить для любого приближенного решения. Найденные значения Δx_j в дальнейшем используются как поправки к исходному приближенному решению:

$$x_1 = x_1 + \Delta x_1,$$

....

$$x_n = x_n + \Delta x_n.$$

Если все корректирующие приращения становятся меньше заданной абсолютной погрешности ε, счет прекращается. Используя матричную форму записи, можно представить метод Ньютона с помощью итерационной формулы

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \frac{F\left(X^{(k)}\right)}{Я\left(X^{(k)}\right)}, \quad \text{где } k = 0,1,2,\dots \text{ - номер итерации;}$$

$Я\left(X^{(k)}\right)$ - квдратная матрица частных производных вектор-функции $F\left(X^{(k)}\right)$ по вектору $X^{(k)}$ для заданной системы уравнений.

Важным моментом расчёта является сходимость. Если значения корней значительно отличаются друг от друга, то условие

$$\Delta x_i^{(k)} \le \varepsilon, \text{ где } i = 0, 1, \dots, n$$

может оказаться слишком завышенным для корней x_i, имеющих большие значения. В таких случаях следует пользоваться нормированными корректирующими приращениями, сравнивая их с относительной погрешностью $\bar{\varepsilon}$

$$\frac{\Delta x_i^{(k)}}{x_i^{(k)}} \le \bar{\varepsilon}, \text{ где } i = 0, 1, 2, \dots, n.$$

Как и для других итерационных методов, для метода Ньютона существует проблема сходимости. Величина области сходимости обратно пропорциональна степени сложности и числу уравнений. Кроме того, на сходимость в сильнейшей степени влияют выбор начального приближения неизвестных и заданная погрешность вычислений.

6.3.4 Нахождение корней нелинейного уравнения с одним неизвестным в MathCAD

Решение с ограниченной точностью можно получить графически (Рис. 6.1):

Для нахождения корней уравнения в ***MathCAD*** предусмотрена функция ***root***.

Пример. Пусть необходимо найти корень трансцендентного уравнения $x = cos(x)$ Графическое решение этого уравнения показано на *рис*. 6.1.

Зададим начальное значение

$$x := 1$$

Решение с помощью функции

$$root(x - cos(x), x) = 0.74$$

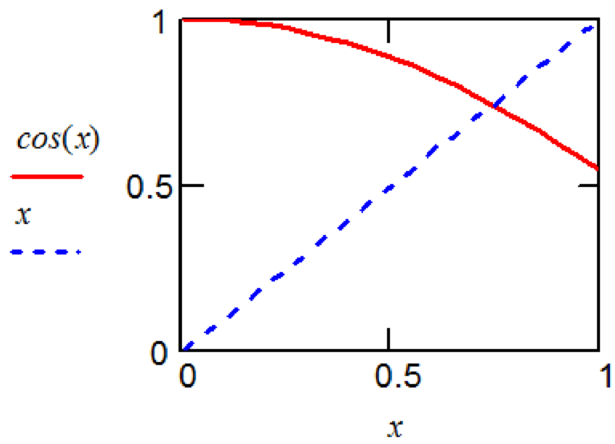


Рис. 6.1 - Графическое решение уравнения $x = cos(x)$

Точность вычислений задаётся системной переменной TOL, равной по умолчанию 10^{-3} и определённой в меню *Math⇒Options*.

Проиллюстрируем возможность изменения точности при решении задачи:

$$TOL := 10^{-8}$$

$$x_0 := root(x - cos(x), x)$$

$$x_0 = 0.739$$

При выводе результата отображается только 3 значащих цифры после десятичной точки. Эту установку можно изменить в меню *Format⇒Number* в переменной *Displayed Precision*.

6.3.5 Поиск корней систем нелинейных уравнений при помощи блока *Given .. Find(...)* в MathCAD

Использование блока *Given .. Find(...)* позволяет решать системы уравнений с несколькими неизвестными. однако, как и в предыдущем случае, необходимо задание начального приближения, от которой будет происходить поиск.

Решение ищется методом итераций и при наличии нескольких корней, очевидно, будет найдено лишь ближайшее решение, если оно существует.

$$x := 1 \quad y := 1$$

Given

$$x^3 + \sin(y) = 25$$

$$y^2 - \cos(x) = 27$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} := Find(x, y)$$

$$x = 2.96 \quad y = 5.101$$

Таким же образом можно решать и системы линейных уравнений, однако приходится задавать начальное приближение, потому системы линейных уравнений лучше решать матричным методом.

6.3.6 Поиск решения при помощи блока *Given .. Minerr(...)* в MathCAD

Поиск решения при помощи блока *Given .. Minerr(...)* осуществляется практически так же, что и в предыдущем случае. Однако здесь решение будет найдено в любом случае, даже при его отсутствии. Дело в том, что здесь ищется не решение системы, а *минимальная невязка* уравнений.

Рассмотрим функцию, заведомо не имеющую действительных корней (Рис. 6.2) и найдём точку, в которой эта функция наиболее приближена к оси x.

При построении графика необходимо указать начальное значение *y = 0*.

$$y(x) := x^2 - 2 \cdot x + 1.5$$

$$x := 0, 0.05 .. 2$$

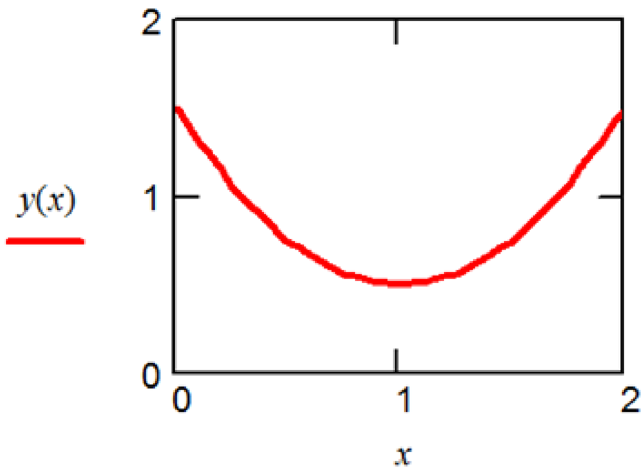


Рис. 6.2 - График функции, не имеющей действительных корней

Для этого простого случая очевидно, что наименьшая невязка функции будет при $x = 1$.

$$x := 0$$
$$Given$$
$$y(x) = 0$$
$$Minerr(x) = 1$$

Первая строка даёт нам решение x = 1, а системная переменная ERR показывает невязку уравнения.

$$ERR = 0.25$$

Аналогично решаются и более сложные уравнения или их системы.

7 Индивидуальные задания

7.1 Варианты линейных подсистем РЭС

1. Получить у преподавателя номер варианта задания и сформировать на основе обобщённой схемы блока РЭС (*рис.* 7.1) схему анализируемой *линейной* электрической подсистемы. Параметры элементов выбирать в соответствии со своим вариантом по *табл.* 7.1. Если параметр элемента равен 0, то это означает, что соответствующий элемент в формируемой схеме отсутствует. Знак «-» означает смену направления соответствующего источника фазовой переменой.

2. Разработать ММ полученной линейной подсистемы:
   1) методом законов Кирхгофа;
   2) методом узловых потенциалов.

При формировании ММ будьте внимательны со знаками! Рекомендуется описания ММ представлять в общем виде, не рассчитывая значения коэффициентов уравнений.

3. Провести анализ ММ заданной подсистемы с помощью системы ***MathCAD***.

4. Убедиться, что полученные результаты анализа двух ММ идентичны. Для их сравнения целесообразно предусмотреть вспомогательные уравнения перехода от вектора фазовых переменных одной ММ к вектору фазовых переменных другой ММ.

5. Запустить схемотехническую САПР MicroCAP и ввести в графическом виде свой вариант схемы. Получить решение и сравнить его с результатами, полученными в п.4.

6. Сделать выводы

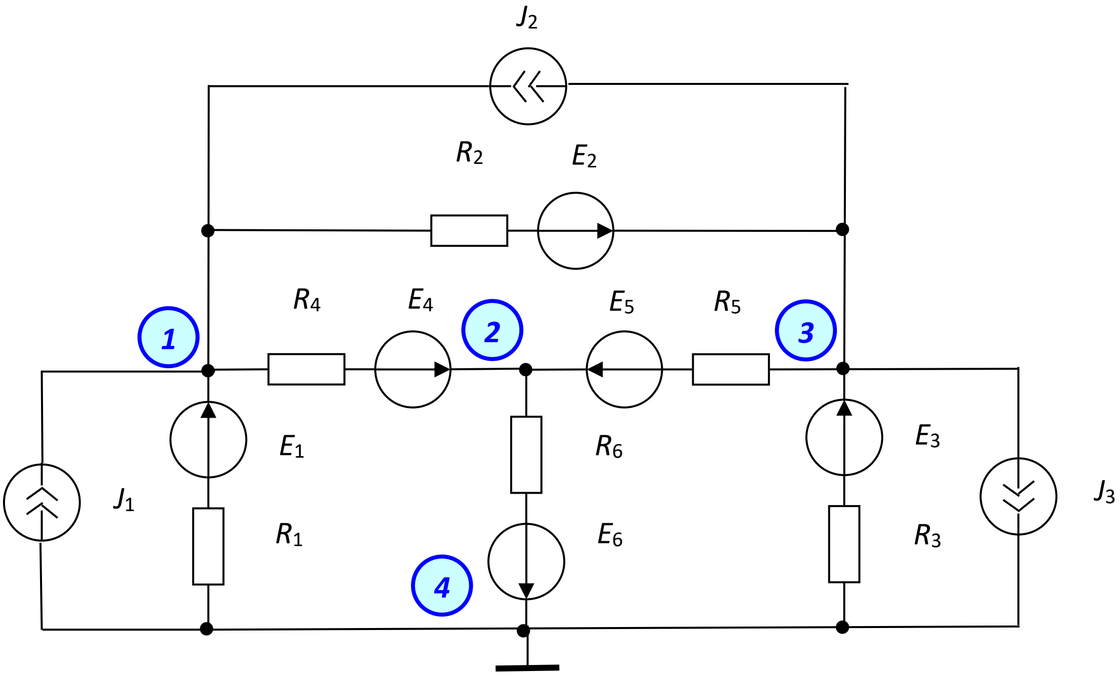


Рис. 7.1 - Обобщенная схема электрическая принципиальная блока РЭС

Таблица 7.1 – Варианты параметров элементов (в системе СИ) к обобщённой схеме электрической принципиальной на *рис.* 7.1

№	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	J_1	J_2	J_3
1.	50	100	150	200	250	300	0	-5	10	15	20	25	1	2	0
2.	100	150	200	250	300	50	10	15	20	25	0	-5	2	0	1
3.	150	200	250	300	50	100	15	20	25	0	-5	10	0	1	2
4.	200	250	300	50	100	150	20	25	0	5	10	15	-1	2	0
5.	250	300	50	100	150	200	25	0	5	10	15	20	2	0	1
6.	300	50	100	150	200	250	0	5	10	15	20	25	0	-1	2
7.	300	250	200	150	100	50	0	-5	-10	-15	20	25	-1	2	0
8.	150	100	50	300	250	200	20	25	0	-5	-10	-15	1	0	1
9.	200	150	100	50	300	250	-15	20	25	0	-5	-10	0	1	2
10.	150	100	50	300	250	200	20	25	0	-5	-10	-15	1	2	0
11.	100	50	300	250	200	150	25	0	-5	-10	-15	20	2	0	1
12.	50	300	250	200	150	100	0	-5	-10	-15	20	25	0	-1	-2
13.	50	100	150	200	250	300	0	5	10	15	-20	-25	-1	-2	0
14.	100	150	200	250	300	50	10	15	-20	-25	0	5	-2	0	-1
15.	150	200	250	300	50	100	15	-20	-25	0	5	10	0	-1	-2
16.	200	250	300	50	100	150	-20	-25	0	5	10	15	-1	-2	0
17.	250	300	50	100	150	200	-25	0	5	10	15	-20	-2	0	-1
18.	300	50	100	150	200	250	0	5	10	15	-20	-25	0	-1	-2
19.	300	250	200	150	100	50	0	-5	-10	-15	20	25	-1	-2	0
20.	250	200	150	100	50	300	-10	-15	20	25	0	-5	-2	0	-1

№	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	J_1	J_2	J_3
21.	200	150	100	50	300	250	-15	20	25	0	-5	-10	0	1	2
22.	150	100	50	300	250	200	20	25	0	-5	-10	-15	1	2	0
23.	100	50	300	250	200	150	25	0	-5	-10	-15	20	-2	0	-1
24.	50	300	250	200	150	100	0	-5	-10	-15	20	25	0	-1	-2
25.	50	100	150	200	250	300	0	-5	10	-15	20	-25	1	-2	0

8 Список рекомендуемой литературы

1. САПР: в 9 кн. Кн. 4: Математические модели технических объектов: Учеб. пособие для вузов / В.А. Трудоношин, М.В. Пивоварова: Под ред. И.П. Норенкова. - Мн.: Высш. шк., 1988. - 159 с.
2. САПР: в 9 кн. Кн. 5: Автоматизация функционального проектирования: Учеб. пособие для вузов / П.К. Кузьмик, В.Б. Маничев; Под ред. И.П. Норенкова. - Мн.: Высш. шк., 1988. – 141 с.
3. Ненашев А.П. Конструирование радиоэлектронных средств. - М.: Высш. шк., 1990. - 432 с.
4. Основы теории цепей. Учебник для вузов/ Г.В. Зевеке, И.А. Ионкин, и др. - 5-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. - 527 с.
5. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи / Л. А. Бессонов. - 10-е изд. - М.: Гардарики, 2001. - 640 с.
6. Кобрин Ю.П. Применение системы автоматизации научно-технических расчетов MathCAD при проектировании РЭС. - Томск: ТУСУР, кафедра КИПР, 2012. - 52 с.
7. Каганов В.И. Радиотехника + компьютер + Mathcad. - М.: Горячая линия - Телеком, 2001. - 416 с.
8. Гурский Д.А., Турбина Е.С. Вычисления в Mathcad 12. - СПб.: Питер , 2006. - 544 с.
9. Очков В.Ф. Mathcad 14 для студентов, инженеров и конструкторов.. —СПб.: БХВ-Петербург, 2007. — 368 с.
10. Амелина М.А., Амелин С.А. Программа схемотехнического моделирования Micro-Cap 8. - М.: Горячая линия-Телеком, 2007. - 464 с.
11. Касьянов А.Н. Micro-Cap в схемотехнике: Учебное пособие. - Тамбов Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. - 112 с.
12. Разевиг. Схемотехническое моделирование с помощью Micro-Cap 7. - М.: Горячая линия-Телеком, 2003. - 368 с.
13. Дульнев Г.Н., Семяшкин Э.М. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. - М.: Энергия, 1968. - 359 с.