

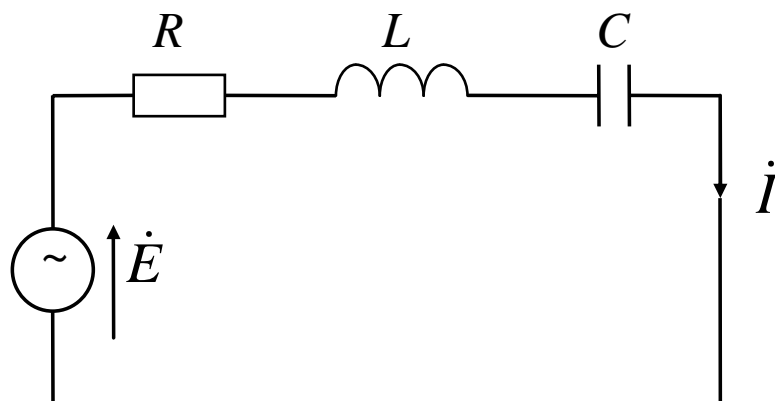
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Б.И. Коновалов

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Часть 1

Руководство
для организации самостоятельной работы



ТОМСК – 2007

Федеральное агентство по образованию

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра промышленной электроники (ПрЭ)

Б.И. Коновалов

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Часть 1

**Руководство
для организации самостоятельной работы
для студентов по специальности 210106
«Промышленная электроника»,
обучающихся в филиалах ТУСУР**

2007

Рецензент: доцент кафедры «Теоретические основы электротехники» Томского политехнического университета, кандидат техн. наук Купцов А.М.

Коновалов Б.И.

Теоретические основы электротехники. Часть 1.: Руководство для организации самостоятельной работы для студентов филиальной сети. Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2007. — 62 с.

Приводятся рабочая программа дисциплины, наименования тем контрольных работ и примеры решения типовых задач, задания на индивидуальные работы и практические рекомендации по их выполнению.

Руководство предназначено для студентов очной формы обучения специальности «Промышленная электроника», обучающихся в филиальной сети ТУСУР.

© Коновалов Б.И., 2007

© ТУСУР, 2007

СОДЕРЖАНИЕ

1 Введение.....	4
2 Содержание лекционного курса.....	5
3 Литература.....	8
4 Контрольные работы.....	9
5 Индивидуальная работа №1.....	23
6 Индивидуальная работа №2.....	30
7 Индивидуальная работа №3.....	44
8 Лабораторный практикум.....	57
Приложение 1.....	58
Приложение 2.....	60
Приложение 3.....	62

1 ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Теоретические основы электротехники, ч. 1», должна сформировать представление об установившихся процессах в разветвленных линейных электрических цепях постоянного и переменного тока.

Задачами изучения дисциплины является освоение методов расчета разветвленных электрических цепей.

Освоение дисциплины базируется на материале дисциплин «Физика» (раздел «Электричество и магнетизм»), «Высшая математика» (раздел «Теория функций комплексного переменного»).

2 СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

2.1 Цепи постоянного тока

Понятие электрической цепи, источники и приемники электрической энергии. Структура, параметры и характеристики электрической цепи. Понятие ветви, узла и контура. Схемы замещения реальных элементов электрической цепи. Внешняя характеристика источника энергии и вольт-амперная характеристика приемника (нагрузки). Расчетные эквиваленты источников энергии (источники напряжения и источники тока, их взаимозаменяемость).

Закон Ома для ветви, содержащей э.д.с. (обобщенный закон Ома). Первый и второй законы Кирхгофа и их применение для расчета разветвленных цепей. Методы контурных токов и узловых потенциалов (напряжений), целесообразные области применения каждого из них в зависимости от конфигурации рассчитываемой цепи. Метод двух узлов как следствие метода узловых потенциалов.

Метод наложения. Правила преобразования схем (последовательное и параллельное соединение сопротивлений, преобразование треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду и наоборот). Понятие эквивалентного генератора и метод эквивалентного генератора. Теорема компенсации.

Баланс мощности как критерий правильности электрических расчетов. Передача энергии в нагрузку (условие передачи в нагрузку максимальной мощности и возможность повышения к.п.д.).

2.2 Цепи однофазного синусоидального тока

Переменный ток и его основные характеристики: частота, начальная фаза, амплитуда, эффективное (действующее) и среднее значения, коэффициент формы.

Изображение синусоидальных функций времени векторами и комплексными числами. Комплексная амплитуда и комплекс действующего значения. Символический метод расчета цепей синусоидального тока.

Активные и реактивные элементы, комплексное сопротивление. Основные законы электротехники в символической форме.

Векторные диаграммы токов и напряжений. Активная, реактивная и полная мощности. Баланс мощностей на переменном токе.

Амплитудная и фазовая частотные характеристики. Резонанс в электрических цепях. Резонанс напряжений (резонанс в последовательном колебательном контуре) и резонанс токов (резонанс в параллельном колебательном контуре). Понятия резонансной частоты, добротности контура, полосы пропускания.

Цепи с взаимноиндуктивными связями и методы их анализа. Определение параметров катушек с взаимной индуктивностью. Воздушный трансформатор.

Передача энергии в нагрузку на переменном токе.

2.3 Трехфазные цепи

Понятие трехфазной симметричной системы э.д.с. Основные схемы соединения трехфазных генераторов с нагрузкой (звезда-звезда с нулевым проводом, звезда-звезда без нулевого провода, звезда-треугольник, треугольник-треугольник, треугольник-звезда) и особенности расчета этих схем. Соотношения между линейными и фазными токами и напряжениями. Активная, реактивная и полная мощности трехфазной системы. Способы измерения активной мощности при трех- и четырехпроводных линиях, связывающих генератор с нагрузкой.

Получение кругового вращающегося магнитного поля.

2.4 Периодические несинусоидальные токи

Понятие периодических несинусоидальных э.д.с. и токов. Представление несинусоидальных функций рядом Фурье.

Расчет реактивных сопротивлений для высших гармонических составляющих. Действующие значения несинусоидальных токов и напряжений. Понятие коэффициента амплитуды, коэффициента искажения, коэффициента гармоник.

Резонансные явления при несинусоидальных токах.

Особенности работы трехфазных систем, вызываемые гармониками, кратными трем.

2.5 Теория четырехполюсника. Фильтры

Понятие четырехполюсника, его основные уравнения. Коэффициенты и параметры четырехполюсника, их расчет и экспериментальное определение. Схемы замещения четырехполюсника. Характеристическое сопротивление и режим согласованной нагрузки.

Назначение электрических фильтров. Подразделение фильтров на к-фильтры и m-фильтры. Низкочастотные, высокочастотные, полосно-пропускающие и полосно-заграждающие к-фильтры.

3 ЛИТЕРАТУРА

- 3.1 Коновалов Б.И. Теоретические основы электротехники. Часть 1: Учебное пособие. - Томск: ТУСУР, 2006. - 145 с.
- 3.2 Демирчян К.С. и др. Теоретические основы электротехники. Том 1: Учебник для вузов. – Санкт-Петербург: Питер, 2006. – 464 с.
- 3.3 Бессонов Л.А. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: Учебное пособие. – М.: Высшая школа, 2003.- 528 с.
- 3.4 Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. - М.: Гардарики, 2001. - 638 с.

4 КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Согласно программе предусмотрено выполнение четырех письменных контрольных работ по следующей тематике:

- преобразование электрических схем;
- расчет одноконтурной цепи синусоидального переменного тока;
- расчет цепи с явлением резонанса;
- расчет трехфазной цепи.

Ниже приводятся решения типовых задач по тематике контрольных работ.

Пример 4.1.

Для цепи на рис.1 найти эквивалентное сопротивление между зажимами a и b , если $R_1 = 30$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $R_4 = 15$ Ом, $R_5 = 8$ Ом.

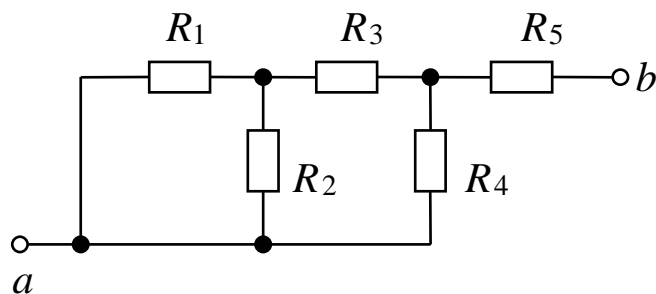


Рис. 1

Решение

Резисторы R_1 и R_2 соединены параллельно, последовательно с ними включен резистор R_3 . Для этого участка схемы эквивалентное сопротивление

$$R_{\partial 1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{30 \cdot 6}{30 + 6} + 5 = 10 \text{ Ом.}$$

Найденное сопротивление $R_{\partial 1}$ соединено параллельно с R_4 , последовательно с этим соединением включен резистор R_5 . Эквивалентное сопротивление всей цепи относительно зажимов a и b

$$R_{\partial} = \frac{R_{\partial 1} R_4}{R_{\partial 1} + R_4} + R_5 = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} + 8 = 14 \text{ Ом.}$$

Пример 4.2

Для цепи на рис.2 задано: $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 50$ Ом, $R_3 = 30$ Ом, $E_1 = 10$ В, $E_2 = 40$ В. Определить напряжение между точками а и б.

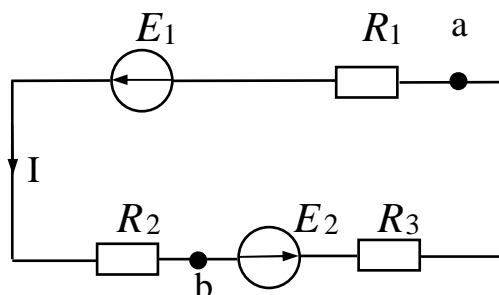


Рис. 2

Решение

Ток в цепи

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{10 + 40}{20 + 50 + 30} = 0,5 \text{ А.}$$

Искомое напряжение определим по обобщенному закону Ома, применив его к участку цепи с элементами R_1, R_2 :

$$I = \frac{U_{ab} + E_1}{R_1 + R_2},$$

Откуда $U_{ab} = I(R_1 + R_2) - E_1 = 0,5(20 + 50) - 10 = 25$ В.

Пример 4.3

Амперметр в цепи на рис.3 показал 2 А.

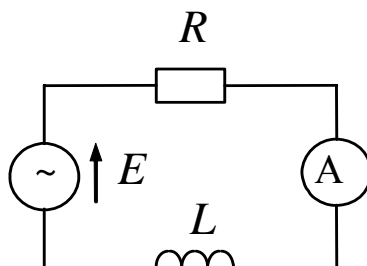


Рис. 3

Определить амплитуду приложенной к цепи синусоидальной э.д.с., если $R = 20$ Ом, $L = 0,06$ Гн, $\omega = 314$ с⁻¹.

Решение

Реактивное сопротивление катушки индуктивности

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,06 = 18,84 \text{ Ом.}$$

Модуль полного сопротивления цепи

$$z = \sqrt{X_L^2 + R^2} = \sqrt{(18,84)^2 + 20^2} = 27,48 \text{ Ом.}$$

Эффективное значение приложенной к цепи э.д.с.

$$E = Iz = 2 \cdot 27,48 = 54,96 \text{ В.}$$

Амплитуда приложенной к цепи э.д.с.

$$E_m = E\sqrt{2} = 77,73 \text{ В.}$$

Пример 4.4

Амперметр в цепи на рис.4 показал 1 А.

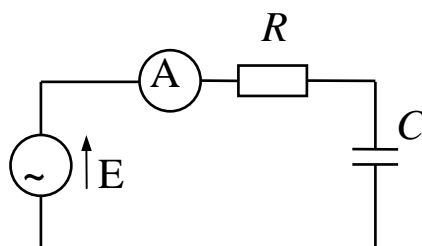


Рис. 3

Определить активную мощность цепи, если $e = 141 \sin 628t$ В, $C = 53$ мкФ.

Решение

Модуль полного сопротивления цепи можно определить из соотношения

$$z = \sqrt{R^2 + X^2},$$

откуда, возведя в квадрат левую и правую части, получим:

$$R = \sqrt{z^2 - X^2}.$$

С другой стороны,

$$z = \frac{E}{I} = \frac{141}{\sqrt{2} \cdot 1} = 100 \text{ Ом.}$$

Следовательно,

$$R = \sqrt{100^2 - \left(\frac{1}{628 \cdot 53 \cdot 10^{-6}} \right)^2} = 95,38 \text{ Ом.}$$

Активная мощность цепи

$$P = I^2 R = 95,38 \text{ Вт.}$$

Пример 4.5

При подключении участка цепи на рис.5 к источнику постоянного тока вольтметр показал 80 В, амперметр показал 2 А.

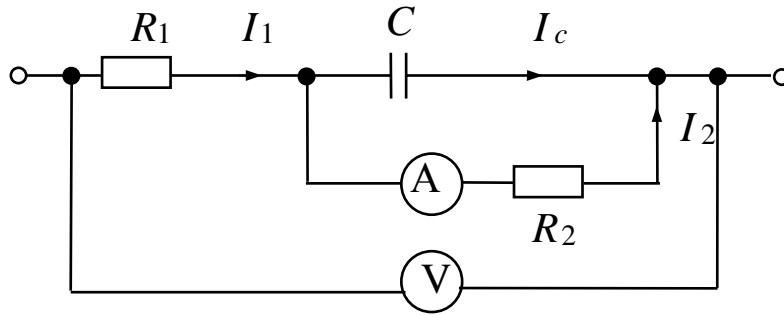


Рис. 5

При подключении к источнику переменного тока частотой 50 Гц показание амперметра не изменилось.

Определить активную мощность, выделяемую в резисторе R_1 , при подключении цепи к указанному источнику переменного тока, если $R_2 = 20 \text{ Ом}$, $C = 100 \text{ мкФ}$.

Решение

На постоянном токе конденсатор представляет собой разрыв цепи (его сопротивление равно бесконечности), поэтому R_1 и R_2 включены последовательно, по ним протекает один и тот же ток. Следовательно,

$$R_1 = \frac{U}{I} - R_2 = \frac{80}{2} - 20 = 20 \text{ Ом.}$$

На переменном токе элементы C и R_2 включены параллельно. На основании формул (23) из [3.1] для комплексов токов можно записать:

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 \frac{-jX_c}{R_2 - jX_c}; \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \frac{R_2 - jX_c}{-jX_c}.$$

Переходя к модулям, получим:

$$I_1 = I_2 \frac{\sqrt{R_2^2 + X_c^2}}{X_c} = 2 \cdot \frac{\sqrt{20^2 + \left(\frac{1}{314 \cdot 10^{-4}}\right)^2}}{\frac{1}{314 \cdot 10^{-4}}} = 2,36 \text{ А.}$$

Искомая активная мощность

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 111,54 \text{ Вт.}$$

Пример 4.6

Напряжение на входе схемы на рис.6

$$u = 100 + 80 \sin \omega t + 30 \sin 2\omega t + 20 \sin 5\omega t \text{ В.}$$

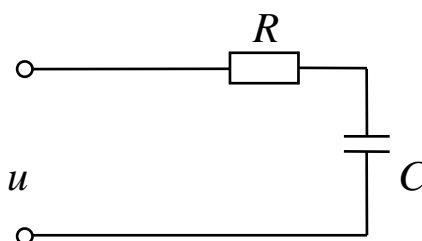


Рис. 5

Сопротивление для первой гармоники $R = 1/\omega C = 20 \text{ Ом.}$

Определить действующее значение тока источника.

Решение

Емкостное сопротивление:

- для постоянной составляющей $X_0 = \infty$;

- для второй гармоники $X_2 = \frac{1}{2\omega C} = 10 \text{ Ом};$

- для пятой гармоники $X_5 = \frac{1}{5\omega C} = 4 \text{ Ом.}$

Модуль полного сопротивления цепи:

- для постоянной составляющей $z_0 = \infty$;

- для первой гармоники

$$z_1 = \sqrt{R^2 + X_1^2} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28,28 \text{ Ом};$$

- для второй гармоники

$$z_2 = \sqrt{R^2 + X_2^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22,36 \text{ Ом};$$

- для пятой гармоники

$$z_5 = \sqrt{R^2 + X_5^2} = \sqrt{20^2 + 4^2} = 20,4 \text{ Ом}.$$

Эффективное значение токов гармоник:

$$I_1 = \frac{U_1}{z_1} = \frac{80}{\sqrt{2} \cdot 28,28} = 2 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{U_2}{z_2} = \frac{30}{\sqrt{2} \cdot 22,36} = 0,95 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{U_5}{z_5} = \frac{20}{\sqrt{2} \cdot 20,4} = 0,69 \text{ А}.$$

Эффективное значение потребляемого от источника тока в соответствии с формулой (60) из [3.1]:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_5^2} = \sqrt{2^2 + 0,95^2 + 0,69^2} = 2,32 \text{ А}.$$

Пример 4.7

Определить величину R , при которой в схеме на рис.7 будет резонанс напряжений, если $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$, $L = 0,1 \text{ Гн}$, $C = 20 \text{ мкФ}$.

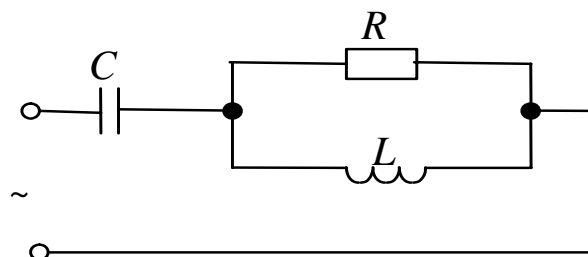


Рис. 7

Решение

Общим условием резонанса в разветвленной электрической цепи является отсутствие сдвига фаз между током и напряжением на зажимах цепи:

$$\varphi = 0. \quad (\text{a})$$

Если разветвленная цепь приводится к эквивалентной последовательной, то условием резонанса, вытекающим из (а), будет равенство нулю эквивалентного реактивного сопротивления цепи $X_{\text{э}} = 0$.

Если же цепь приводится к эквивалентной параллельной, то условием резонанса, вытекающим из (а), явится равенство нулю эквивалентной реактивной проводимости цепи $b_{\varnothing} = 0$.

В рассматриваемом примере цепь приводится к эквивалентной последовательной.

Определим комплексное сопротивление цепи:

$$\begin{aligned} Z &= -j \frac{1}{\omega C} + \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} = -j \frac{1}{10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} + \frac{j10^3 \cdot 0,1 \cdot R}{R + j10^3 \cdot 0,1} = \\ &= -j50 + \frac{j100 \cdot R}{R + j100} = -j50 + \frac{j100 \cdot R^2 + 100^2 \cdot R}{R^2 + 100^2} = \\ &= (-j50R^2 - j50 \cdot 100^2 + j100R^2 + 100^2 R) \cdot \frac{1}{R^2 + 100^2} = \\ &= [100^2 R + j(-50 \cdot 100^2 + 50R^2)] \cdot \frac{1}{R^2 + 100^2}. \end{aligned}$$

Найдем искомое значение R , приравняв нулю эквивалентное реактивное сопротивление:

$$\begin{aligned} X_{\varnothing} &= (50R^2 - 50 \cdot 100^2) \cdot \frac{1}{R^2 + 100^2} = 0, \\ 100^2 &= R^2, \\ R &= 100 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Пример 4.8

В цепи на рис.7 имеет место резонанс напряжений. Определить активную мощность цепи, если $u = 141 \sin(10^3 t + 45^\circ)$ В, $C = 20$ мкФ, $R = 100$ Ом.

Решение

Активная мощность выделяется на эквивалентном активном сопротивлении цепи. Определим вначале комплексное сопротивление цепи:

$$Z = -j \frac{1}{\omega C} + \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} = -j \frac{1}{10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-5}} + \frac{j10^5 \cdot L}{100 + j10^3 L} =$$

$$\begin{aligned}
 &= -j50 + \frac{j10^3 L}{1 + j10L} = -j50 + \frac{j10^3 L(1 - j10L)}{1 + 100L^2} = \\
 &= (-j50 - j5 \cdot 10^3 L^2 + j10^3 L + 10^4 L^2) \cdot \frac{1}{1 + 100L^2} = \\
 &= j \frac{-5 \cdot 10^3 L^2 + 10^3 L - 50}{1 + 100L^2} + \frac{10^4 L^2}{1 + 100L^2}.
 \end{aligned}$$

Действительная часть Z есть эквивалентное активное сопротивление $R_{\text{Э}}$, а мнимая - эквивалентное реактивное сопротивление $X_{\text{Э}}$.

При резонансе в последовательном контуре $X_{\text{Э}} = 0$, отсюда определим L :

$$\begin{aligned}
 5 \cdot 10^3 L^2 - 10^3 L + 50 &= 0, \\
 L_{1,2} &= \frac{10^3 \pm \sqrt{10^6 - 4 \cdot 2,5 \cdot 10^5}}{10^4} = 0,1 \text{ Гн}.
 \end{aligned}$$

Рассчитаем $R_{\text{Э}}$:

$$R_{\text{Э}} = \text{Re}(Z) = \frac{10^4 L^2}{1 + 100L^2} = \frac{10^4 \cdot 0,01}{1 + 100 \cdot 0,01} = 50 \text{ Ом}.$$

Активная мощность цепи:

$$P = \frac{U^2}{R_{\text{Э}}} = \left(\frac{141}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R_{\text{Э}}} = \frac{10^4}{50} = 200 \text{ Вт}.$$

Фаза приложенного напряжения здесь роли не играет.

Пример 4.9

В цепи на рис.8 имеет место резонанс токов. Показания амперметров: $I_1 = 12 \text{ А}$; $I_2 = 13 \text{ А}$. Определить показание амперметра A_3 .

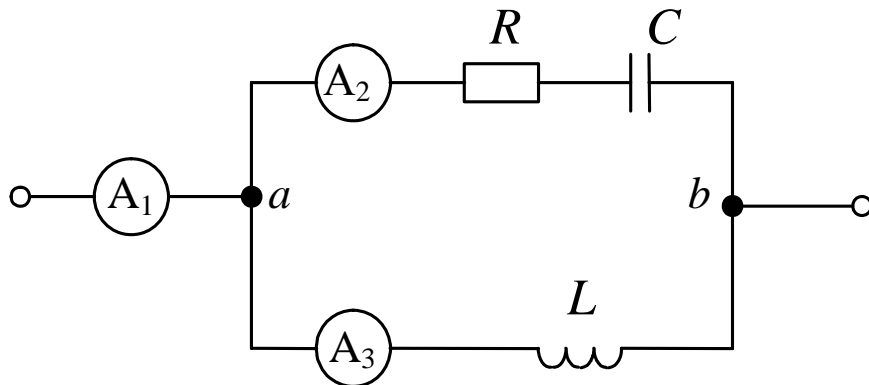


Рис.8

По определению резонансного режима ток \dot{I}_1 должен совпадать по фазе с напряжением \dot{U}_{ab} . Ток \dot{I}_3 отстает от \dot{U}_{ab} на 90° , ток \dot{I}_2 опережает \dot{U}_{ab} на какой-то угол (в пределах от 0° до 90° в зависимости от соотношения R и C , здесь не заданных).

Строим примерную векторную диаграмму, как показано на рис.9.

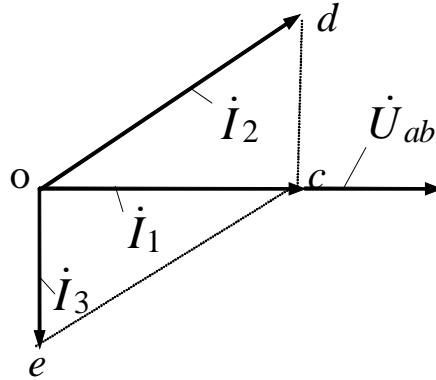


Рис. 9

По первому закону Кирхгофа $\dot{I}_3 = \dot{I}_1 - \dot{I}_2$.

Модуль комплекса \dot{I}_3 (т.е. показание A_3) можно найти из прямоугольных треугольников:

$$I_3 = oe = cd = \sqrt{(od)^2 - (oc)^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ А.}$$

Пример 4.10

Э.д.с. одной фазы симметричного трехфазного генератора $e(t) = 200 \sin \omega t + 60 \sin 5\omega t + 30 \sin 9\omega t$ В. Фазы генератора соединены звездой, генератор не нагружен. Определить показание вольтметра, подключенного к линейным проводам.

Решение

При соединении фаз генератора в звезду линейное напряжение третьей и кратных трем гармоник равна разности соответствующих гармоник фазных э.д.с. Так как третьи и кратные им гармоники в фазных э.д.с. совпадают по фазе, то при составлении этой разности они вычитаются, то есть в линейном напряжении гармоники, кратные трем, отсутствуют. Следовательно,

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} \sqrt{\left(\frac{200}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{60}{\sqrt{2}}\right)^2} = 255,73 \text{ В.}$$

Пример 4.11

При резонансе контур на рис.10 имеет следующие параметры: $Z_1 = R + jX_L$; $Z_2 = R$; $Z_3 = -jR$.

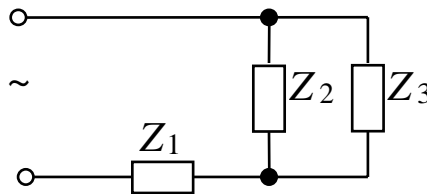


Рис. 10

Определить эквивалентное сопротивление контура.

Решение

Найдем эквивалентное сопротивление параллельного участка:

$$Z_{23} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{-jR^2}{R - jR} = \frac{-jR^2(R + jR)}{R^2 + R^2} = \frac{R}{2} - j\frac{R}{2}.$$

При резонансе в последовательной цепи индуктивное и емкостное сопротивления равны, следовательно, эквивалентное сопротивление контура будет равно

$$Z_{\text{экв}} = \operatorname{Re}(Z_1) + \operatorname{Re}(Z_{23}) = R + \frac{R}{2} = 1,5R.$$

Пример 4.12

Определить реактивную мощность резонансной цепи на рис. 11 на частоте, соответствующей верхней границе полосы пропускания, если $R = 100 \text{ Ом}$, $L = 0,5 \text{ мГн}$, $u = 20 \sin \omega t \text{ В}$.

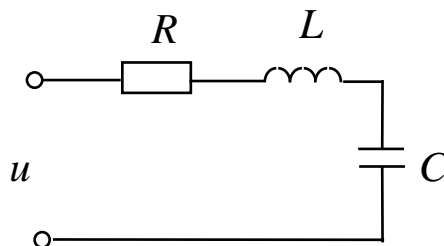


Рис. 11

Решение

Действующее значение тока в цепи при резонансе

$$I_p = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{\sqrt{2} \cdot R} = \frac{20}{\sqrt{2} \cdot 100} = 0,141 \text{ А.}$$

Действующее значение тока в цепи на границах полосы пропускания

$$I = \frac{I_p}{\sqrt{2}} = \frac{0,141}{\sqrt{2}} = 0,1 \text{ А.}$$

Реактивное сопротивление цепи на верхней границе полосы пропускания согласно (46) из [3.1]

$$X = X_L - X_C = R = 100 \text{ Ом.}$$

Искомая реактивная мощность

$$Q = I^2 \cdot X = 0,1^2 \cdot 100 = 1 \text{ ВАр.}$$

Параметры реактивных элементов на решение не влияют.

Пример 4.13

По данным примера 4.12 определить величину емкости конденсатора, если известно, что при резонансе действующее значение напряжения на нем $U_c = 100 \text{ В}$.

Решение

Так как при резонансе

$$U_C = U_L = \omega_0 L I_p,$$

то резонансная частота будет

$$\omega_0 = \frac{U_L}{L I_p} = \frac{100}{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,141} = \sqrt{2} \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}.$$

Искомую величину определим, переписав формулу (44) из [3.1] относительно C :

$$C = \frac{1}{L \omega_0^2} = \frac{1}{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot (\sqrt{2} \cdot 0,141)^2} = 10^{-9} \text{ Ф} = 10 \text{ нФ.}$$

Пример 4.14

Амплитудное значение э.д.с. фаз генератора 141 В.

Определить показание амперметра в схеме на рис. 12, если $\frac{1}{\omega C} = R = 25$ Ом.

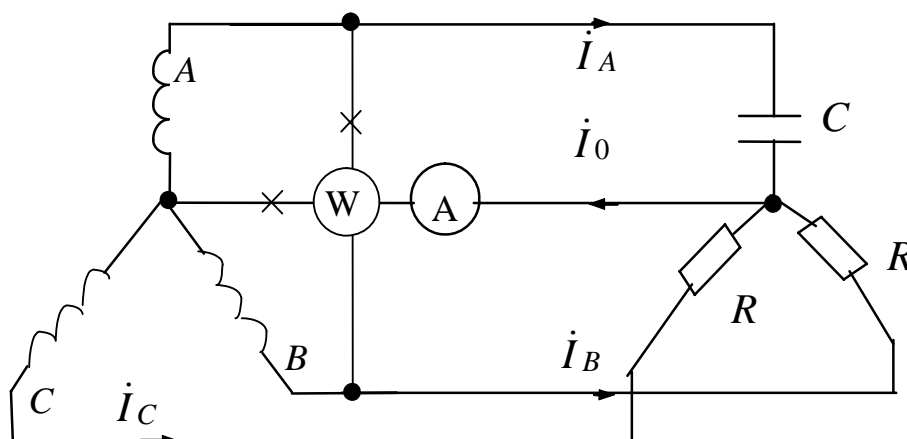


Рис. 12

Амперметр измеряет ток в нулевом проводе. По первому закону Кирхгофа комплекс этого тока равен сумме комплексов фазных токов. Поэтому вначале определим комплексы фазных токов:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z_A} = \frac{100}{-j25} = 4e^{j90^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{Z_B} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{25} = 4e^{-j120^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{Z_C} = \frac{100e^{j120^\circ}}{25} = 4e^{j120^\circ} \text{ А}.$$

Комплекс тока нулевого провода

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 4e^{j90^\circ} + 4e^{-j120^\circ} + 4e^{j120^\circ} = \\ &= j4 - 2 - j3,464 - 2 + j3,464 = j4 - 4 = 5,66e^{j135^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Амперметр покажет модуль \dot{I}_0 , то есть 5,66 А.

Пример 4.15

По данным примера 4.14 определить показание ваттметра.

Решение

Показание ваттметра будет равно произведению эффективного значения линейного напряжения на эффективное значение тока нулевого провода и на косинус угла между векторами \dot{U}_{AB} и $-\dot{I}_0$, то есть

$$P = U_{л} \cdot I_0 \cdot \cos \left(\overset{\wedge}{\dot{U}_{AB}} - \dot{I}_0 \right).$$

$$U_{л} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3} = 141 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = 172,7 \text{ В};$$

$$I_0 = 5,66 \text{ А}; \quad -\dot{I}_0 = \dot{I}_0 \cdot e^{-j180^\circ} = 5,66 \cdot e^{j135^\circ} \cdot e^{-j180^\circ} = 5,66 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{U}_{AB} = U_{л} \cdot e^{j30^\circ} \text{ В}.$$

Подставляя числа в выражение для определения P , получим:

$$P = 172,7 \cdot 5,66 \cdot \cos 75^\circ = 253 \text{ Вт}.$$

Пример 4.16

Построить векторную диаграмму всех токов по данным примера 4.14.

Решение

Построим вначале векторную диаграмму симметричной трехфазной системы э.д.с., для того чтобы относительно нее изобразить векторы фазных токов.

Выбрав масштаб токов (по модулю все фазные токи равны), проводим \dot{I}_A под углом 90° в сторону опережения относительно \dot{E}_A , \dot{I}_B под углом 120° в сторону отставания относительно \dot{E}_A , то есть по направлению \dot{E}_B ; \dot{I}_C под углом 120° в сторону опережения относительно \dot{E}_A , то есть по направлению \dot{E}_C .

Ток \dot{I}_0 проводим под углом 135° в сторону опережения относительно \dot{E}_A .

Построения приведены на рис.13.

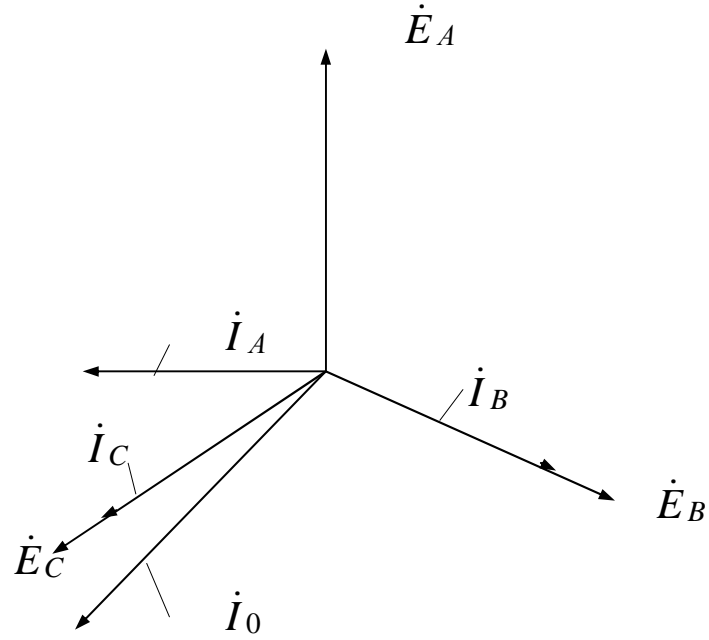


Рис.13

5 ИНДИВИДУАЛЬНАЯ РАБОТА №1. РАСЧЕТ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

5.1 Задание на индивидуальную работу

На плоскости заданы пять точек, пронумерованные цифрами 1...5. Между этими точками включены шесть резисторов $R_1..R_6$ и один источник питания E согласно табл. П.1.1. Последовательно с резистором, обозначенным R_K , включены переключатель S , амперметр A и вольтметр V , как показано на рис. 14.

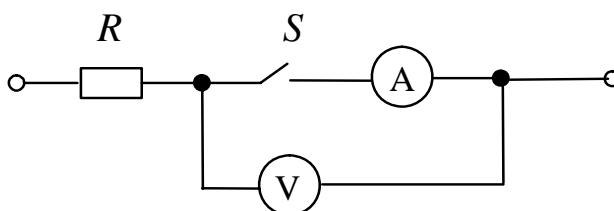


Рис. 14

Значения параметров элементов приведены в табл. П.1.2.

Требуется выполнить следующие задания:

- определить эквивалентное сопротивление цепи относительно разомкнутых зажимов переключателя S ;
- определить показание амперметра при замкнутом состоянии переключателя S ;
- определить показание вольтметра при разомкнутом состоянии переключателя S .

При расчетах принять внутреннее сопротивление амперметра равным нулю, а внутреннее сопротивление вольтметра равным бесконечности.

5.2 Правила оформления пояснительной записки (ПЗ) по выполнению индивидуальной работы

На титульном листе указываются:

- наименование агентства, университета и кафедры;
- наименование дисциплины;
- номер и наименование индивидуальной работы;
- фамилия, инициалы и группа студента;
- номер варианта.

В основной части ПЗ должны быть:

- исходные данные, включая схему;
- задание на выполнение работы;
- расчеты, сопровождаемые комментариями и промежуточными схемами.

Расчеты должны оформляться в следующем порядке:

- формула;
- знак = (равно);
- подстановка числовых значений величин (в основных единицах СИ) в последовательности буквенных обозначений в формуле;
- знак = (равно);
- результат с единицей физической величины.

Все страницы ПЗ должны быть пронумерованы, а сама записка сшита по левому краю.

5.3 Методические указания по выполнению работы

Все три пункта задания связаны с преобразованием схемы цепи, причем для каждого пункта исходная схема изменяется. Это связано с тем, что изменяется состояние переключателя S и, кроме того, эквивалентное сопротивление в разных пунктах следует определять относительно разных точек.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Для схемы на рис. 15 задано: $E = 30$ В; $R_1 = 24$ Ом; $R_2 = 15$ Ом; $R_3 = 30$ Ом; $R_4 = 12$ Ом; $R_5 = 20$ Ом; $R_6 = 8$ Ом.

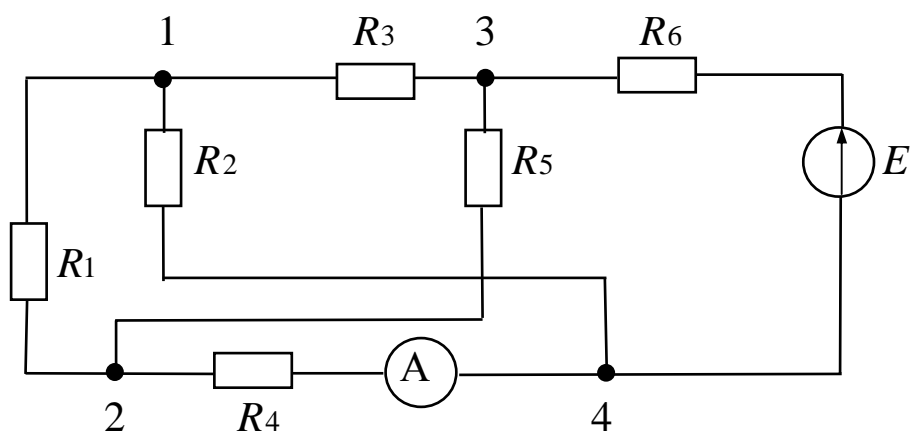


Рис. 15

Требуется определить показание амперметра.

Решение

Проанализируем схему. В ее составе нет хотя бы одной пары резисторов, которые были бы между собой включены последовательно или параллельно. Но есть, например, звезда на элементах R_1 , R_2 , R_3 относительно общей точки 1, а также треугольник на элементах R_1 , R_3 , R_5 относительно точек 1, 2, 3.

Преобразуем звезду на элементах R_1 , R_2 , R_3 в эквивалентный треугольник R_7 , R_8 , R_9 , как показано на рис. 16, и рассчитаем по формулам (25) из [3.1] сопротивления этих резисторов.

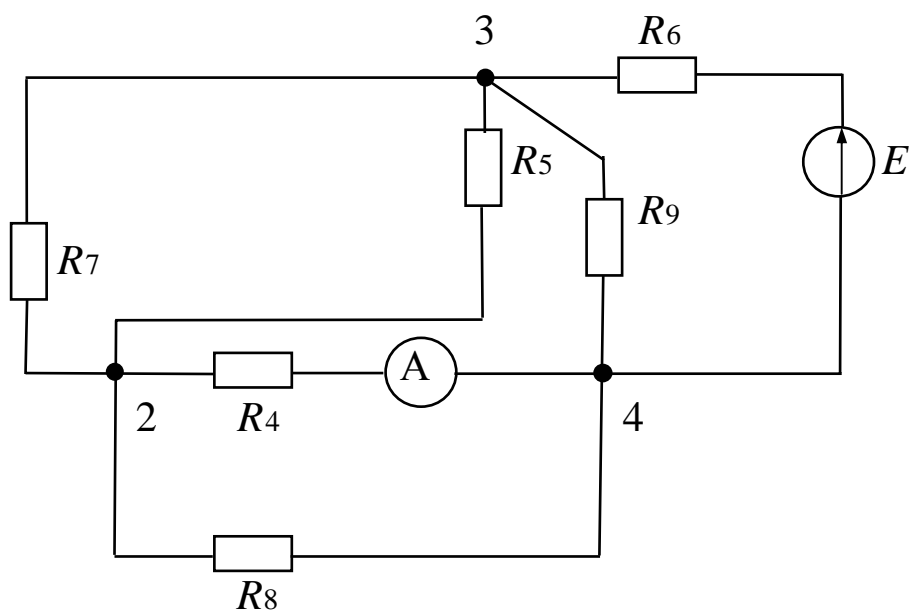


Рис. 16

$$R_7 = R_1 + R_8 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2} = 24 + 30 + \frac{24 \cdot 30}{15} = 102 \text{ Ом},$$

$$R_8 = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3} = 24 + 15 + \frac{24 \cdot 15}{30} = 51 \text{ Ом},$$

$$R_9 = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} = 15 + 30 + \frac{15 \cdot 30}{24} = 63,75 \text{ Ом}.$$

В схеме на рис.16 резисторы R_5 и R_7 соединены параллельно. Заменяем их одним эквивалентным R_{10} , как показано на рис. 17

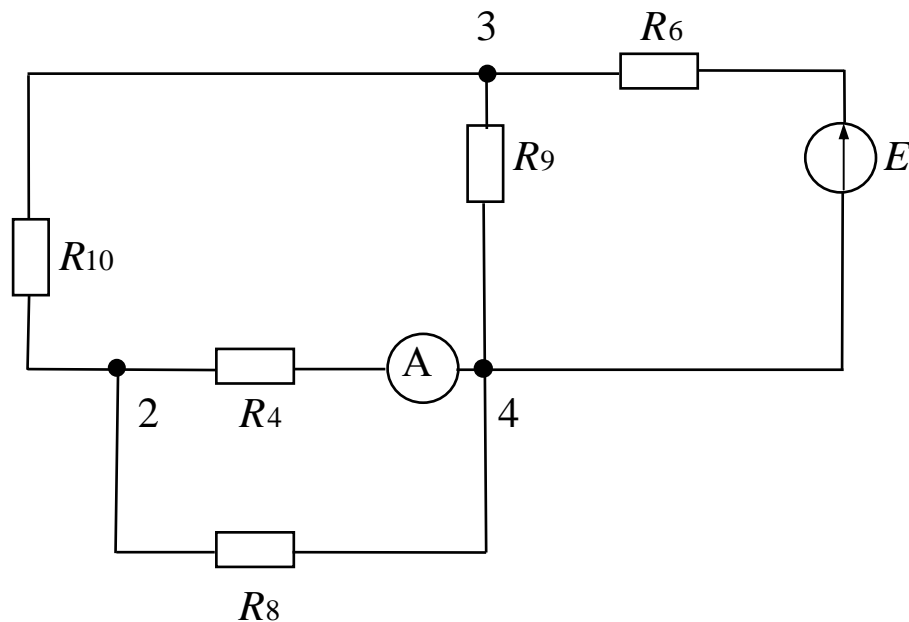


Рис. 17

$$R_{10} = \frac{R_5 \cdot R_7}{R_5 + R_7} = \frac{20 \cdot 102}{20 + 102} = 16,72 \text{ Ом}.$$

Для дальнейшего упрощения схемы преобразуем треугольник из резисторов R_8 , R_9 , R_{10} (относительно точек 2, 3, 4) на рис. 17 в эквивалентную звезду на резисторах R_{11} , R_{12} , R_{13} , что и показано на рис. 18.

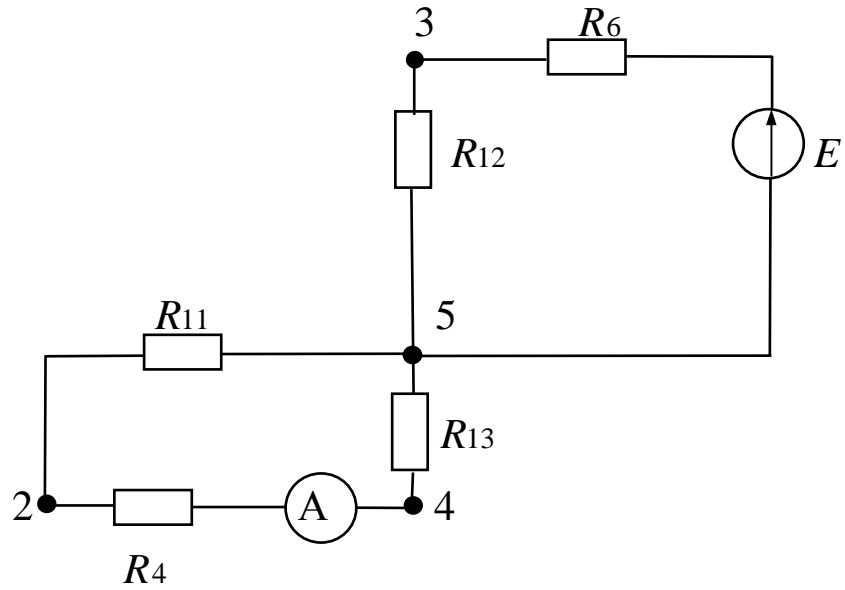


Рис. 18

По формулам (24) из [3.1] рассчитаем:

$$R_{11} = \frac{R_8 \cdot R_{10}}{R_8 + R_9 + R_{10}} = \frac{51 \cdot 16,72}{51 + 63,75 + 16,72} = 6,49 \text{ Ом.}$$

$$R_{12} = \frac{R_9 \cdot R_{10}}{R_8 + R_9 + R_{10}} = \frac{63,75 \cdot 16,72}{51 + 63,75 + 16,72} = 8,12 \text{ Ом.}$$

$$R_{13} = \frac{R_8 \cdot R_9}{R_8 + R_9 + R_{10}} = \frac{51 \cdot 63,75}{51 + 63,75 + 16,72} = 24,73 \text{ Ом.}$$

На схеме по рис. 18 включены между собой последовательно резисторы R_4 и R_{11} , R_6 и R_{12} . Заменяем их соответственно резисторами R_{14} и R_{15} , как показано на рис. 19.

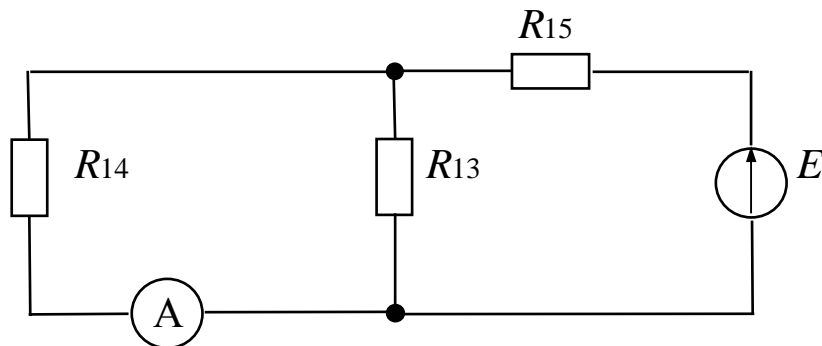


Рис. 19

$$R_{14} = R_4 + R_{11} = 12 + 6,49 = 18,49 \text{ Ом},$$

$$R_{15} = R_6 + R_{12} = 8 + 8,12 = 16,12 \text{ Ом}.$$

По схеме на рис. 19 легко определить эквивалентное сопротивление цепи R_{Σ} относительно зажимов источника E . Резисторы R_{14} и R_{13} включены между собой в параллель (внутреннее сопротивление амперметра принято равным нулю) и последовательно с ними — резистор R_{15} .

$$R_{\Sigma} = \frac{R_{13} \cdot R_{14}}{R_{13} + R_{14}} + R_{15} = \frac{24,73 \cdot 18,49}{24,73 + 18,49} + 16,2 = 26,7 \text{ Ом}.$$

Ток I_E через источник будет равен

$$I_E = \frac{E}{R_{\Sigma}} = \frac{30}{26,7} = 1,12 \text{ А}.$$

Зная ток I_E в неразветвленной части цепи, найдем ток I_A в одной из двух параллельных ветвей, то есть ток в ветви с амперметром (и резистором R_{14}):

$$I_A = I_E \cdot \frac{R_{13}}{R_{13} + R_{14}} = 1,12 \cdot \frac{24,73}{24,73 + 18,49} = 0,64 \text{ А}.$$

Для сравнения решим эту задачу, идя другим путем. Преобразуем в исходной схеме треугольник резисторов R_1 , R_3 , R_5 (см. рис. 15) в эквивалентную звезду из резисторов R_{16} , R_{17} , R_{18} , как показано на рис. 20.

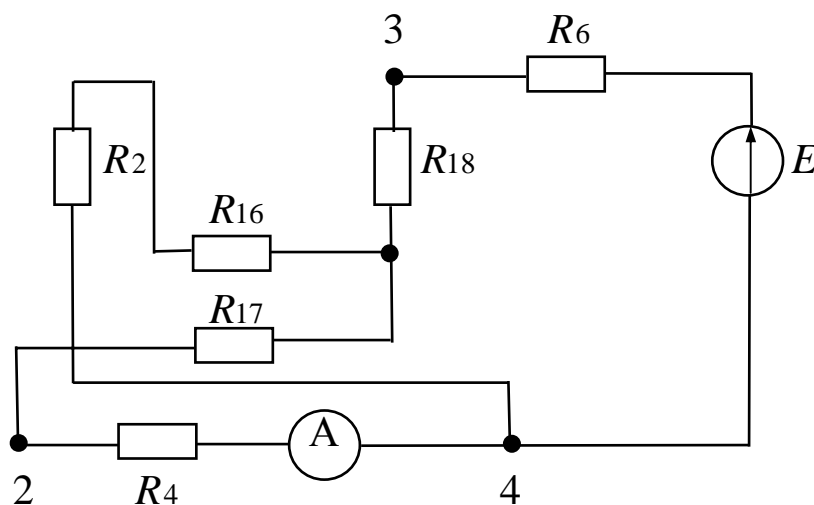


Рис. 20

$$R_{16} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{24 \cdot 30}{24 + 30 + 20} = 9,73 \text{ Ом.}$$

$$R_{17} = \frac{R_1 \cdot R_5}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{24 \cdot 20}{24 + 30 + 20} = 6,49 \text{ Ом.}$$

$$R_{18} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_1 + R_3 + R_5} = \frac{30 \cdot 20}{24 + 30 + 20} = 8,11 \text{ Ом.}$$

В схеме на рис. 20 последовательно между собой включены R_2 и R_{16} , R_4 и R_{17} , R_6 и R_{18} .

Заменим их элементами R_{19} , R_{20} , R_{21} , как показано на рис. 21, и определим эквивалентное сопротивление цепи $R_{\text{Э}}$ относительно зажимов источника, ток источника I_E и показание амперметра I_A :

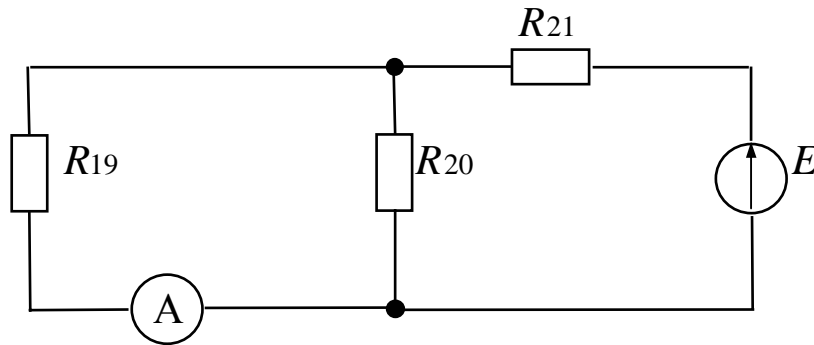


Рис. 21

$$R_{19} = R_4 + R_{17} = 12 + 6,49 = 18,49 \text{ Ом;}$$

$$R_{20} = R_2 + R_{16} = 15 + 9,73 = 24,73 \text{ Ом;}$$

$$R_{21} = R_6 + R_{18} = 8 + 8,11 = 16,11 \text{ Ом;}$$

$$R_{\text{Э}} = \frac{R_{19} \cdot R_{20}}{R_{19} + R_{20}} + R_{21} = \frac{18,49 \cdot 24,73}{18,49 + 24,73} + 16,11 = 26,69 \text{ Ом.}$$

$$I_E = \frac{E}{R_{\text{Э}}} = \frac{30}{26,69} = 1,12 \text{ А.}$$

$$I_A = I_E \cdot \frac{R_{20}}{R_{19} + R_{20}} = 1,12 \cdot \frac{24,73}{18,49 + 24,73} = 0,64 \text{ А.}$$

Результат получился, конечно, прежний, но второй путь оказался короче.

6 ИНДИВИДУАЛЬНАЯ РАБОТА №2. РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

6.1 Задание на индивидуальную работу

Индивидуальная работа №2 представляет собой расчетное задание, в котором требуется произвести различными методами определение токов всех ветвей заданной электрической цепи с четырьмя источниками энергии.

Обобщенная схема, из которой формируются индивидуальные расчетные схемы, представлена на рис. 22.

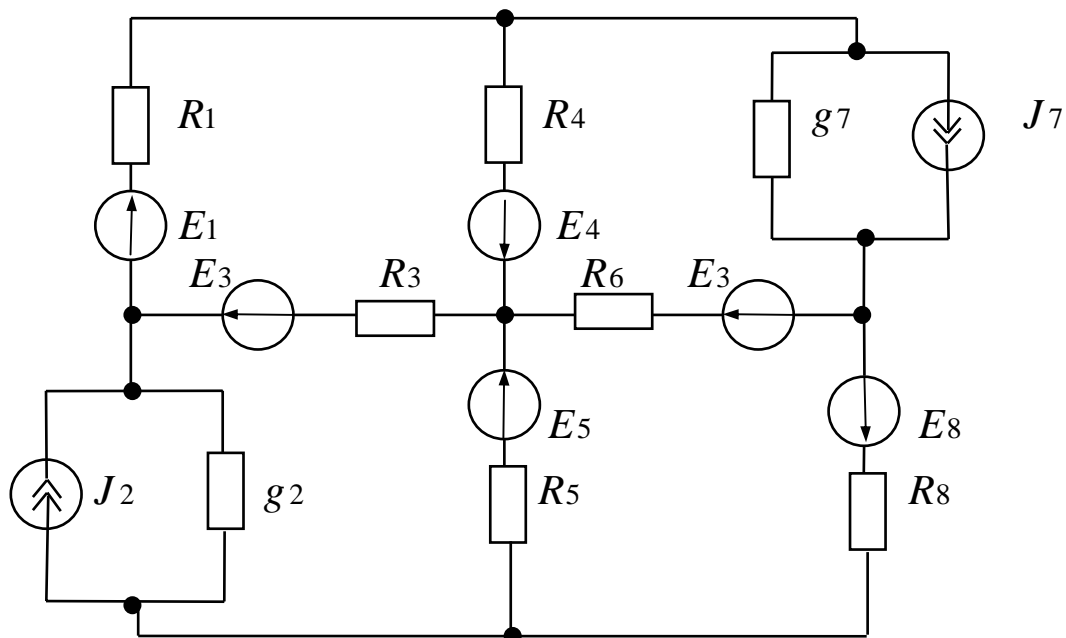


Рис. 22

Например, в некотором варианте напряжения источников напряжения и токи источников тока заданы в табл. 6.1, а сопротивления в цепи и проводимости источников тока - в табл. 6.2.

Таблица 6.1

$E_1, \text{ В}$	$J_2, \text{ А}$	$E_3, \text{ В}$	$E_4, \text{ В}$	$E_5, \text{ В}$	$E_6, \text{ В}$	$J_7, \text{ А}$	$E_8, \text{ В}$
0	2	40	0	100	0	0	100

Таблица 6.2

$R_1, \text{ Ом}$	$g_2, \text{ См}$	$R_3, \text{ Ом}$	$R_2, \text{ Ом}$	$R_5, \text{ Ом}$	$R_6, \text{ Ом}$	$g_7, \text{ См}$	$R_8, \text{ Ом}$
10	0,033	0	40	0	0	0,025	20

По данным табл. 6.1 и табл. 6.2 из схемы на рис. 22 формируется индивидуальная схема, показанная на рис. 23.

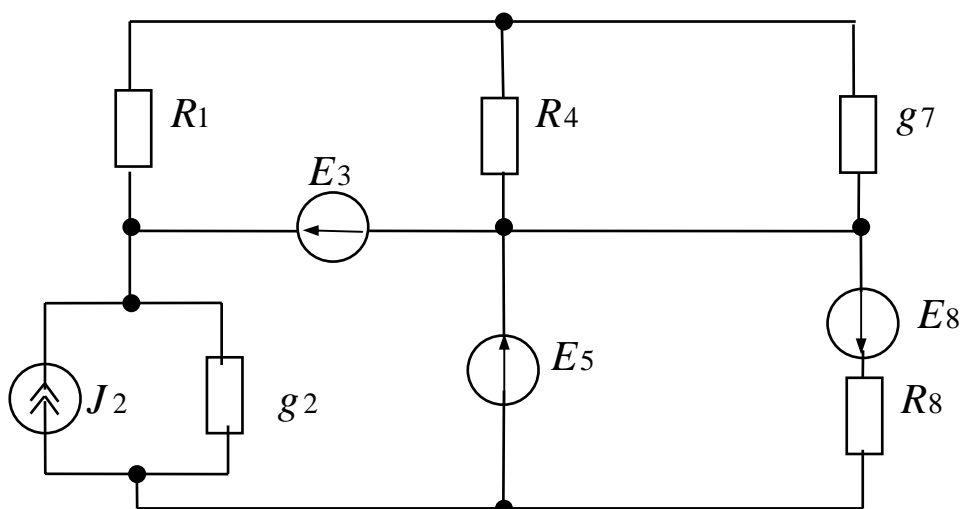


Рис. 23

В индивидуальной работе необходимо выполнить следующее задание:

1. Рассчитать токи всех ветвей методом контурных токов.
2. Рассчитать токи всех ветвей методом узловых потенциалов.
3. Произвести проверку правильности расчетов токов составлением баланса мощностей.
4. Рассчитать ток в одной из ветвей (по выбору студента) методом эквивалентного генератора.

6.2 Методические указания по выполнению работы

Индивидуальные данные берутся из табл. П.2.1 и П.2.2.

Расчет цепи методом контурных токов проведен в примере 5 [3.1]. Рассмотрим еще один пример расчета цепи с несколькими источниками этим методом.

Пример 6.1

Для схемы на рис. 24 задано: $E=60$ В; $J=50$ мА; $R_1=5$ кОм; $R_2=4$ кОм; $R_3=16$ кОм; $R_4=2$ кОм; $R_5=8$ кОм.

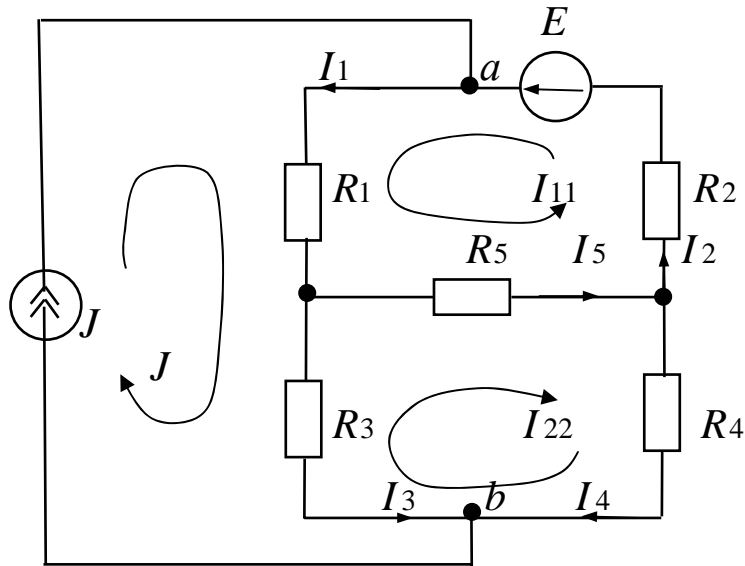


Рис. 24

Требуется определить токи всех ветвей и проверить решение составлением баланса мощностей.

Решение.

Схема содержит шесть ветвей, четыре узла и один источник тока. По второму закону Кирхгофа, а так же и по методу контурных токов, следует составить два уравнения.

Учтем, что наличие источника тока вносит следующие особенности в формирование уравнений:

а) ток источника тока аналогичного контурным необходимо направлять только по одному замкнутому контуру;

в) контурные токи должны быть направлены по ветвям, не содержащим источник тока.

Произвольно выбираем направления контурных токов и токов в ветвях, как показано на рис. 24. Ток источника тока направляем в контуре, содержащем резисторы R_1 и R_3 , и составляем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_{11} \cdot (R_1 + R_2 + R_5) + J \cdot R_1 + I_{22} \cdot R_5 &= E \\ I_{11} \cdot R_5 - J \cdot R_3 + I_{22} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Подставляем численные значения величин и определяем контурные токи:

$$\left. \begin{aligned} I_{11} \cdot 17 \cdot 10^3 + 0,05 \cdot 5 \cdot 10^3 + I_{22} \cdot 8 \cdot 10^3 &= 60 \\ I_{11} \cdot 8 \cdot 10^3 - 0,05 \cdot 16 \cdot 10^3 + I_{22} \cdot 26 \cdot 10^3 &= 0 \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} 17 \cdot I_{11} + 0,25 + 8 \cdot I_{22} &= 0,06 \\ 8 \cdot I_{11} + 26 \cdot I_{22} &= 0,8 \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} 17 \cdot I_{11} + 8 \cdot I_{22} &= -0,19 \\ 8 \cdot I_{11} + 26 \cdot I_{22} &= 0,8 \end{aligned} \right\},$$

$$I_{11} = -0,03 \text{ A}; \quad I_{22} = 0,04 \text{ A}$$

По контурным токам определяем токи ветвей:

$$I_1 = I_{11} + J = -0,03 + 0,05 = 0,02 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{11} = -0,03 \text{ A};$$

$$I_3 = -I_{22} + J = -0,04 + 0,05 = 0,01 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{22} = 0,04 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{11} + I_{22} = -0,03 + 0,05 = 0,01 \text{ A};$$

Сумма мощностей источников:

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{и}} &= E \cdot I_2 + J \cdot U_{ab} = E \cdot I_2 + J \cdot (I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3) = \\ &= 60 \cdot (-0,03) + 0,05 \cdot (0,02 \cdot 5 \cdot 10^3 + 0,01 \cdot 16 \cdot 10^3) = \\ &= 11,2 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Сумма мощностей нагрузок:

$$\begin{aligned} \sum P_n &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 = \\ &= \left[0,02^2 \cdot 5 + (-0,03)^2 \cdot 4 + 0,01^2 \cdot 16 + 0,04^2 \cdot 2 + 0,01^2 \cdot 8 \right] \cdot 10^3 = \\ &= 11,2 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Баланс мощностей сходится, что подтверждает правильность расчета токов.



В только что рассмотренном примере, как и в примере 5 [3.1], источники тока полагались идеальными (с нулевой внутренней проводимостью). Ниже рассмотрим примеры расчетов методом контурных токов цепей, содержащих источники тока с конечной внутренней проводимостью.

Пример 6.2

Для схемы на рис. 25 задано: $J = 0,08 \text{ А}$; $g = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ См}$; $E = 230 \text{ В}$; $R_1 = 1 \text{ кОм}$; $R_2 = 2 \text{ кОм}$.

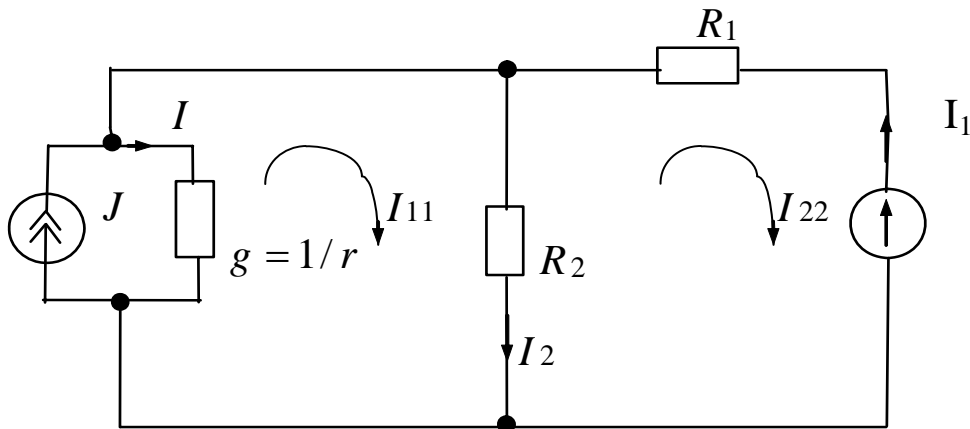


Рис. 25

Требуется определить все токи.

Решение

В схеме четыре ветви, два узла и один источник тока. По второму закону Кирхгофа для этой схемы следовало бы составить два уравнения, столько же и по методу контурных токов.

Произвольно выбираем направления контурных токов и токов в ветвях, как показано на рис.25, и составляем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(1/g + R_2) - I_{22}R_2 - J/g &= 0 \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_1 + R_2) &= -E \end{aligned} \right\}.$$

Подставляем численные значения величин и определяем контурные токи:

$$\left. \begin{aligned} 22 \cdot 10^3 I_{11} - 2 \cdot 10^3 I_{22} - 1,6 \cdot 10^3 &= 0 \\ -2 \cdot 10^3 I_{11} + 3 \cdot 10^3 I_{22} &= -230 \end{aligned} \right\},$$

$$I_{11} = 0,07 \text{ А}; \quad I_{22} = -0,03 \text{ А}.$$

По контурным токам рассчитываем токи ветвей:

$$I = J - I_{11} = 0,01 \text{ А}; \quad I_2 = I_{11} - I_{22} = 0,1 \text{ А}; \quad I_1 = -I_{22} = 0,03 \text{ А}.$$

Рассмотренный пример можно сравнить с примером 4 [3.1], где эта же цепь рассчитана по законам Кирхгофа. Там же произведена проверка баланса мощностей.



Расчеты цепей можно вести, используя как различные расчетные эквиваленты источников энергии (источники э.д.с. и источники тока), так и переходя к одному типу расчетного эквивалента. Заменим в следующем примере источник тока на источник э.д.с. и рассчитаем цепь также методом контурных токов.

Пример 6.3

Для схемы на рис. 26 задано: $J_1 = 10 \text{ А}$; $E_2 = 30 \text{ В}$; $E_3 = 10 \text{ В}$; $E_4 = 6 \text{ В}$; $g_1 = 0,1 \text{ См}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 7 \text{ Ом}$; $R_5 = 5 \text{ Ом}$; $R_6 = 15 \text{ Ом}$.

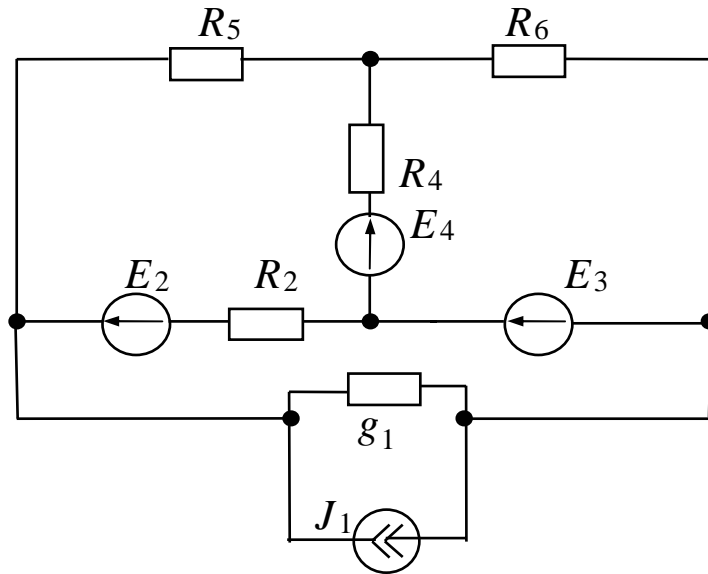


Рис. 26

Требуется рассчитать токи всех ветвей.

Решение

Заменим источник тока J_1 на эквивалентный источник э.д.с. Эквивалентные параметры источника э.д.с. будут:

$$E_1 = J_1/g_1 = 10/0,1 = 100 \text{ В}; \quad R_1 = 1/g_1 = 1/0,1 = 10 \text{ Ом.}$$

Расчетная схема после такой замены приведена на рис. 27.

Выбираем направления токов в ветвях и контурных токов I_{11} , I_{22} , I_{33} , как показано на рис. 27.

Составляем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}(R_1 + R_2) - I_{22}R_2 &= E_1 - E_2 - E_3 \\ -I_{11}R_2 + I_{22}(R_2 + R_4 + R_5) + I_{33}R_4 &= E_2 - E_4 \\ I_{22}R_4 + I_{33}(R_4 + R_6) &= -E_3 - E_4 \end{aligned} \right\}$$

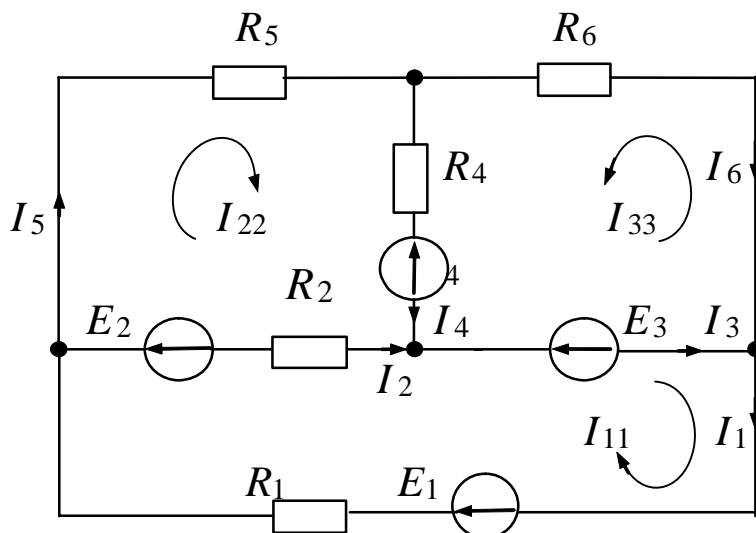


Рис.27

Подставляем численные значения величин:

$$\left. \begin{aligned} 20I_{11} - 10I_{22} &= 60 & (a) \\ -10I_{11} + 22I_{22} + 7I_{33} &= 24 & (б) \\ 7I_{22} + 22I_{33} &= -16 & (в) \end{aligned} \right\}$$

Из уравнений (а) и (в) получим:

$$I_{22} = \frac{20I_{11} - 60}{10} = 2(I_{11} - 3);$$

$$I_{33} = \frac{-7I_{22} - 16}{22} = \frac{-7I_{11} + 13}{11}.$$

Подставим в уравнение (б):

$$-10I_{11} + 22 \cdot 2(I_{11} - 3) + 7 \frac{-7I_{11} + 13}{11} = 24,$$

$$I_{11} = 5 \text{ А}; I_{22} = 4 \text{ А}; I_{33} = -2 \text{ А};$$

Соответственно токи в ветвях:

$$I_1 = I_{11} = 5 \text{ А}; I_2 = I_{11} - I_{22} = 1 \text{ А}; I_3 = I_{11} + I_{33} = 3 \text{ А};$$

$$I_4 = I_{22} + I_{33} = 2 \text{ А}; I_5 = I_{22} = 4 \text{ А}; I_6 = -I_{33} = 2 \text{ А}.$$

Проверим выполнение баланса мощности в цепи.

Мощности, доставляемые источниками в цепь:

$$E_1 I_1 - E_2 I_2 - E_3 I_3 - E_4 I_4 = 100 \cdot 5 - 30 \cdot 1 - 10 \cdot 3 - 6 \cdot 2 = 428 \text{ Вт.}$$

Сумма мощностей нагрузок:

$$\begin{aligned} I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = \\ = 25 \cdot 10 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 7 + 16 \cdot 5 + 4 \cdot 15 = 428 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Баланс мощностей подтверждает правильность определения токов.



Расчет достаточно сложной цепи методом узловых потенциалов проведен в примере 6 [3.1]. Некоторые особенности расчета цепей методом узловых потенциалов возникают в случае наличия идеальных источников э.д.с. непосредственно между узлами. Рассмотрим эти особенности на примерах.

Пример 6.4

Для схемы на рис. 28 задано: $E_1 = 20 \text{ В}$; $E_2 = 30 \text{ В}$; $E_3 = 2 \text{ В}$; $E_4 = 1,2 \text{ В}$; $E_5 = 5,6 \text{ В}$; $R_2 = 50 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 20 \text{ Ом}$; $R_5 = 10 \text{ Ом}$; $R_6 = 100 \text{ Ом}$; $R_7 = 50 \text{ Ом}$; $R_8 = 20 \text{ Ом}$.

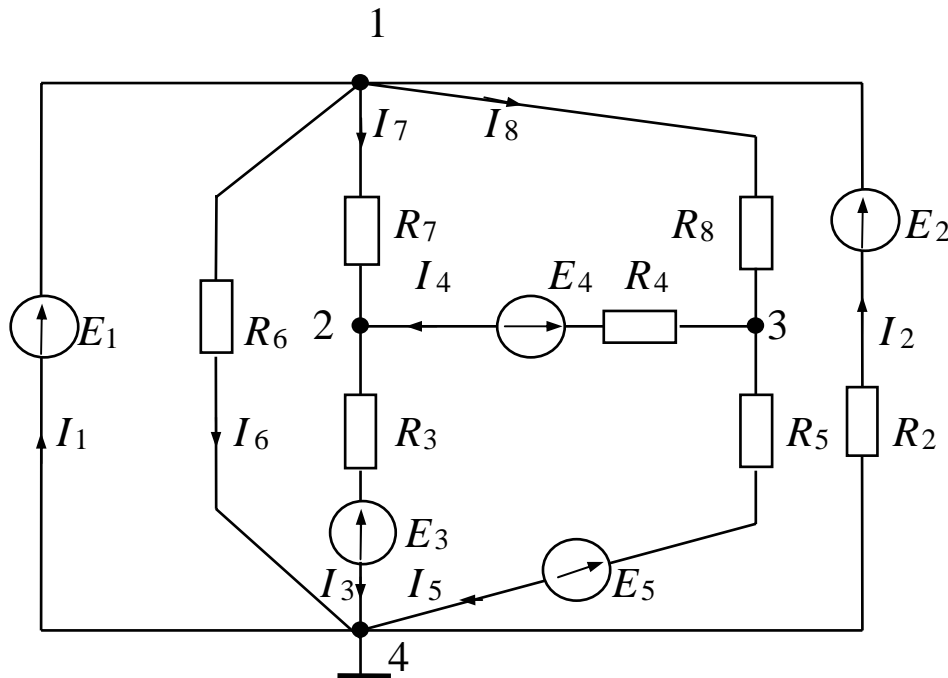


Рис. 28

Требуется определить все токи.

Решение

Особенность схемы - наличие идеального источника э.д.с. (с нулевым внутренним сопротивлением) между узлами 1 и 4. Один из этих узлов целесообразно заземлить, например узел 4. Тогда потенциал узла 1:

$$\varphi_1 = E_1 = 20 \text{ В.}$$

Таким образом, необходимо составить по методу узловых потенциалов всего два уравнения.

Для узла 2:

$$\varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} + \varphi_3 G_{23} = \frac{E_3}{R_3} - \frac{E_4}{R_4}.$$

Для узла 3:

$$\varphi_1 G_{31} + \varphi_2 G_{32} + \varphi_3 G_{33} = \frac{E_4}{R_4} + \frac{E_5}{R_5}.$$

Подставляя численные значения величин, получим:

$$\left. \begin{aligned} 20 \cdot \frac{1}{50} + \varphi_2 \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} \right) - \varphi_3 \frac{1}{20} &= \frac{2}{10} - \frac{1,2}{20} \\ 20 \cdot \frac{1}{20} - \varphi_2 \frac{1}{20} + \varphi_3 \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} \right) &= \frac{1,2}{20} + \frac{5,6}{20} \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} 0,17\varphi_2 - 0,05\varphi_3 &= 0,54 \\ -0,05\varphi_2 + 0,2\varphi_3 &= 1,62 \end{aligned} \right\}.$$

Домножив верхнее уравнение на четыре и сложив с нижним, определим:

$$\begin{aligned} 0,63\varphi_2 &= 3,78; \\ \varphi_2 &= 6 \text{ В}; \quad \varphi_3 = 9,6 \text{ В.} \end{aligned}$$

Рассчитаем токи ветвей:

$$I_2 = \frac{E_2 - (\varphi_1 - \varphi_4)}{R_2} = \frac{30 - 20}{50} = 0,2 \text{ А};$$

$$-I_3 = \frac{E_3 - (\varphi_3 - \varphi_2)}{R_4} = \frac{2 - 6}{10} = -0,4 \text{ A}; I_3 = 0,4 \text{ A};$$

$$-I_4 = \frac{E_4 - (\varphi_3 - \varphi_2)}{R_4} = \frac{1,2 - 9,6 + 6}{20} = -0,12 \text{ A}; I_4 = 0,12 \text{ A};$$

$$-I_5 = \frac{E_5 - (\varphi_3 - \varphi_4)}{R_5} = \frac{5,6 - 9,6}{10} = -0,4 \text{ A}; I_5 = 0,4 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_6} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ A};$$

$$I_7 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_7} = \frac{20 - 6}{50} = 0,28 \text{ A}.$$

В ветви с нулевым сопротивлением ток можно найти только по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 = I_3 + I_5 + I_6 - I_2 = 0,4 + 0,4 + 0,2 - 0,2 = 0,8 \text{ A}.$$

— • • • —

Если в схеме есть два идеальных источника э.д.с. (т.е. идеальные источники э.д.с. в двух ветвях), то схему для проведения расчетов по методу узловых потенциалов следует преобразовать.

Пусть исходной схемой является цепь на рис. 29, а.

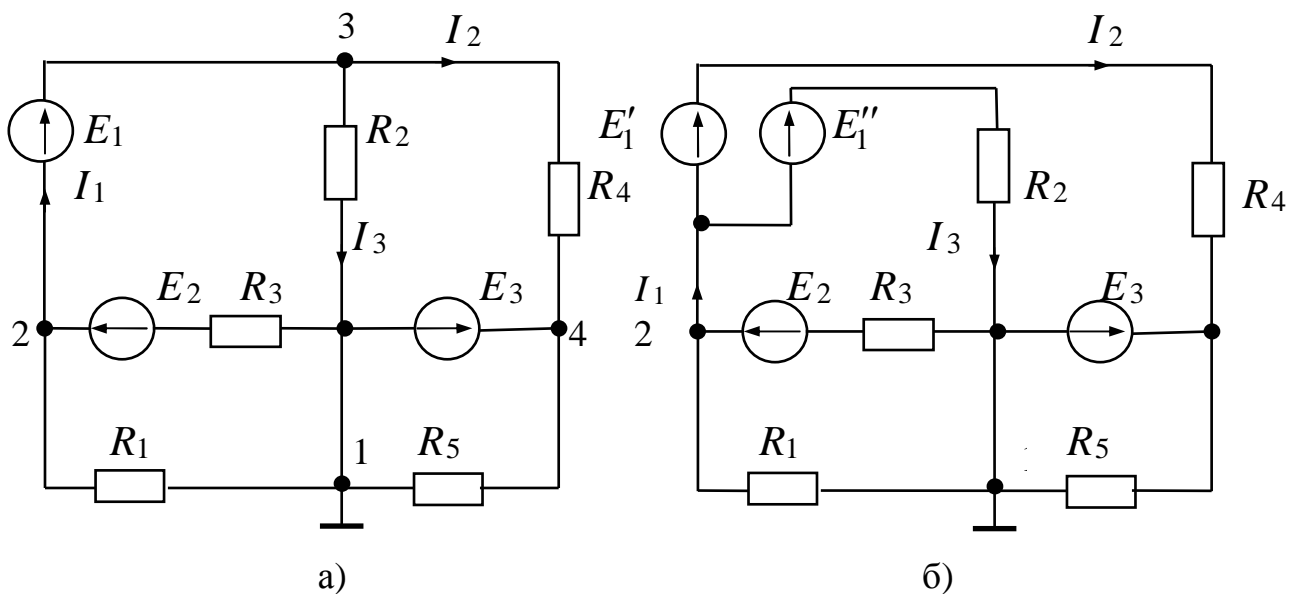


Рис. 29

В этой цепи два идеальных источника э.д.с.: между узлами 2 и 3 - E_1 и между узлами 1 и 4 - E_3 .

Если в соответствии с рекомендациями, сформулированными в последнем примере, узел 1 заземлить, то в левой части уравнения для узла 2 будет неопределенность:

$$\Phi_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{0} \right).$$

Поэтому схему следует преобразовать, убрав один из двух узлов, между которым включен второй идеальный источник э.д.с. Например, уберем узел 3, как показано на рис. 29, б.

В исходной схеме для узла 3 справедливо равенство: $I_1 = I_2 + I_3$. В преобразованной схеме источник э.д.с. E_1 как бы «расщепили» на два источника E'_1 и E''_1 , но так, что $E_1 = E'_1 = E''_1$. В схеме на рис. 29, б узел 3 исчез, но так как параметры элементов не изменились, то по прежнему $I_1 = I_2 + I_3$. Следовательно, схемы на рис. 29, а и рис. 29, б эквивалентны.

Теперь для узла 2 схемы на рис. 29, б можно составить уравнение:

$$\Phi_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) - \Phi_4 \frac{1}{R_4} = I_{11},$$

где $I_{11} = \frac{E_2}{R_3} - \frac{E'_1}{R_4} - \frac{E''_1}{R_2}$.

Остальные потенциалы определяются здесь следующим образом:

$$\Phi_1 = 0;$$

$$\Phi_3 = \Phi_2 + E_1;$$

$$\Phi_4 = E_3.$$

Расчет тока в одной из ветвей цепи с одним источником методом эквивалентного генератора приведен в примере 10 [3.1]. Рассмотрим здесь применение метода эквивалентного генератора для расчета цепи с двумя источниками.

Пример 6.5.

Для схемы на рис. 30 задано: $E_1 = 18$ В; $E_2 = 21$ В; $R_1 = 3$ Ом; $R_2 = 9$ Ом; $R_3 = 6$ Ом.

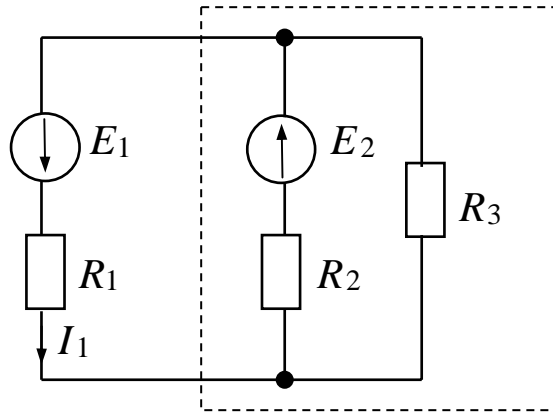


Рис. 30

Требуется определить ток в ветви с R_1 .

Решение

Выберем произвольное положительное направление искомого тока I_1 , как показано на рис. 30.

В качестве эквивалентного генератора напряжения рассмотрим часть схемы, подключенной к ветви с искомым током (выделена штриховой рамкой).

Изобразим схему с эквивалентным генератором, как показано на рис. 31, а. Направление э.д.с. эквивалентного генератора E_Γ выбрано, как и направление тока I_1 , произвольно.

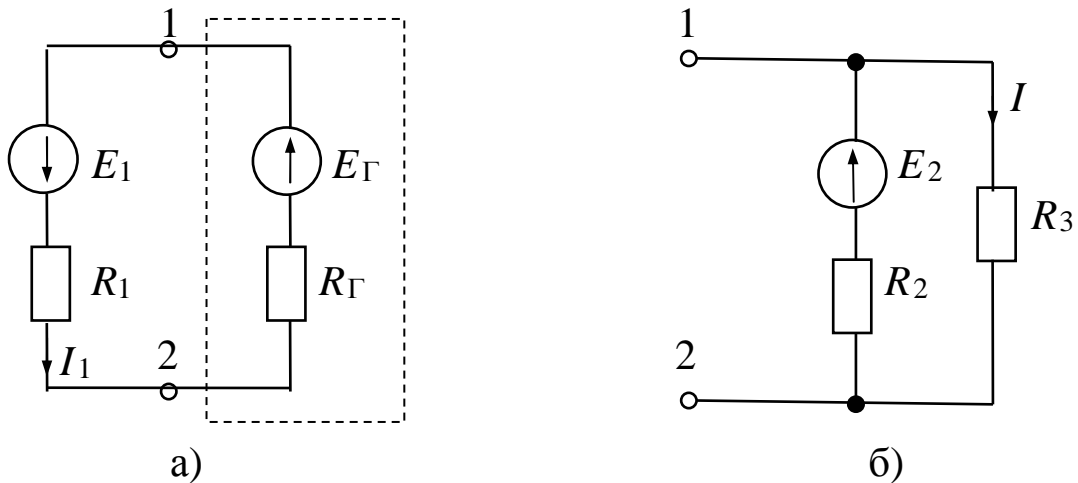


Рис. 31

Развернутая схема эквивалентного генератора в режиме холостого хода представлена на рис. 31, б.

Для определения E_{Γ} следует любым методом рассчитать цепь и найти напряжение между выходными зажимами эквивалентного генератора (из этого примера видно, что схема эквивалентного генератора проще исходной схемы, в ветви которой необходимо рассчитать ток. В индивидуальной работе схема также упрощается).

Для расчета эквивалентного сопротивления генератора R_{Γ} следует в схеме эквивалентного генератора закоротить все источники э.д.с. (в рассматриваемом примере закоротить E_2) и определить эквивалентное сопротивление схемы относительно выходных зажимов.

Напряжение на выходных зажимах эквивалентного генератора равно напряжению на R_3 , для его определения вначале рассчитаем ток I в замкнутом контуре.

$$I = \frac{E_2}{R_2 + R_3} = \frac{21}{9 + 6} = 1,4 \text{ А.}$$

$$E_{\Gamma} = U \cdot R_3 = I \cdot R_3 = 1,4 \cdot 6 = 8,4 \text{ В.}$$

Напряжение на R_3 направлено по направлению тока I (см. рис. 31, б), а направление э.д.с. противоположно направлению напряжения. Следовательно, направление E_{Γ} (см. рис. 31, а) выбрано верно.

Закорачивая E_2 (см. рис. 31, б), получим:

$$R_{\Gamma} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{9 \cdot 6}{9 + 6} = 3,6 \text{ Ом.}$$

По закону Ома для схемы с эквивалентным генератором (см. рис. 31, а)

$$I_1 = \frac{E_1 + E_{\Gamma}}{R_1 + R_{\Gamma}} = \frac{18 + 8,4}{3 + 3,6} = 4 \text{ А.}$$

7 ИНДИВИДУАЛЬНАЯ РАБОТА №3. РАСЧЕТ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

7.1 Задание на индивидуальную работу

Индивидуальная работа № 3 представляет собой расчетное задание, в котором требуется произвести расчет токов всех ветвей заданной электрической цепи с двумя источниками энергии, активными и разнохарактерными реактивными сопротивлениями.

Обобщенная схема, из которой формируются индивидуальные расчетные схемы, представлена на рис. 32.

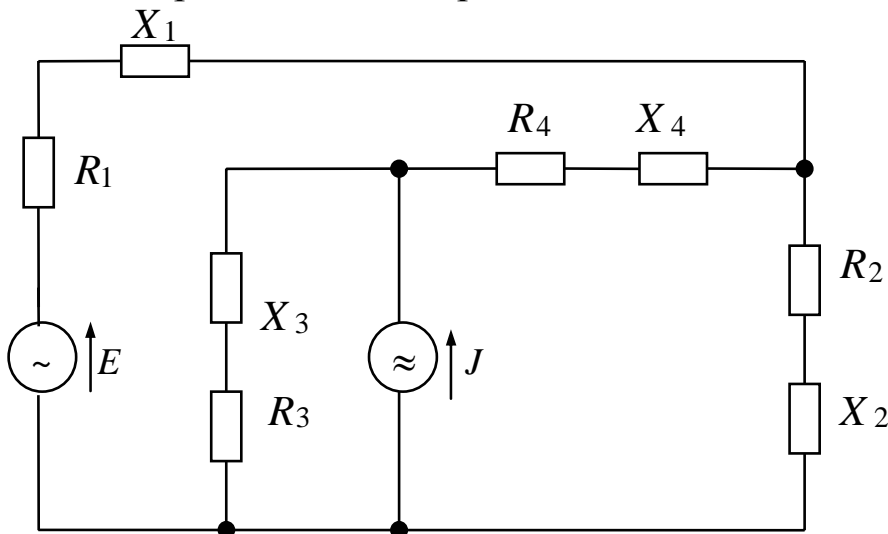


Рис. 32

Например, в некотором варианте параметры источников и сопротивлений заданы в табл. 7.1.

Таблица 7.1

\dot{E} , В	\dot{j} , А	ω , с ⁻¹	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом
20	0,04	314	500	300	400	0

Продолжение табл. 7.1

X_1	X_2	X_3	X_4
0	0	1,911 Гн	12,74 мкФ

По данным табл. 7.1 из схемы на рис. 32 формируется индивидуальная схема, показанная на рис. 33.

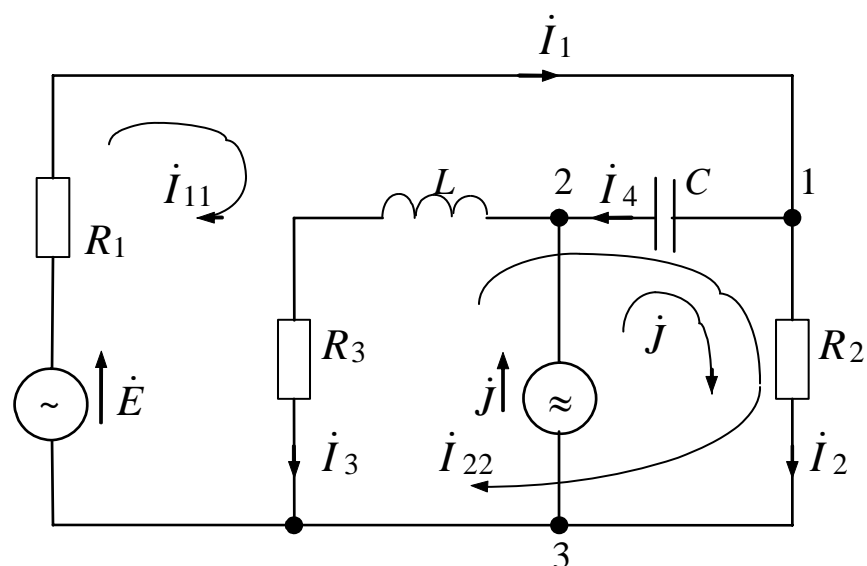


Рис. 33

В индивидуальной работе необходимо выполнить следующее задание:

1. Составить в общем виде уравнения электрического равновесия цепи по законам Кирхгофа, методом контурных токов, методом узловых потенциалов. Одним из этих методов по выбору студента рассчитать токи всех ветвей. Осуществить проверку расчетов балансом активной и реактивной мощностей.

2. Методом эквивалентного генератора определить ток:

- во второй ветви (для нечетных вариантов);
- в третьей ветви (для четных вариантов).

Номер ветви здесь соответствует индексу элементов нагрузок.

3. Построить точную векторную диаграмму напряжений цепи, указав масштаб.

4. Записать мгновенное значение тока через источник э.д.с.



Индивидуальные данные берутся из табл. П.3.1.

Правила оформления ПЗ остаются такими же, как в п. 5.3, но только результаты расчетов для комплексных чисел должны представляться и в алгебраической, и в показательной формах.

7.2 Пример выполнения индивидуальной работы №3

Используем для расчета схему на рис. 33 с параметрами элементов в соответствии с табл. 7.1.

Предварительно определим реактивные сопротивления:

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 1,911 = 600 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 12,74} = 250 \text{ Ом}.$$

1. Расчет цепи методом контурных токов.

В схеме пять ветвей ($N_B = 5$), три узла ($N_Y = 3$), один источник тока ($N_T = 1$). Число независимых уравнений по методу контурных токов

$$k = N_B - N_Y + 1 - N_T = 2.$$

Выбираем направления контурных токов и путь протекания тока источника тока в соответствии с рис. 33 и составляем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{11}(R_1 + R_3 + jX_L - jX_C) - \dot{I}_{22}(R_3 + jX_L - jX_C) - \dot{J}(-jX_C) &= \dot{E}; \\ \dot{I}_{22}(R_2 + R_3 + jX_L - jX_C) - \dot{I}_{11}(R_3 + jX_L - jX_C) + \dot{J}(R_2 - jX_C) &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Подставляем численные значения величин и находим контурные токи:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{11}(900 + j350) - \dot{I}_{22}(400 + j350) &= 20 - j10 \\ -\dot{I}_{11}(400 + j350) + \dot{I}_{22}(700 + j350) &= -0,04(300 - j250) \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{11}965,7e^{j21,25^\circ} - \dot{I}_{22}531,5e^{j41,2^\circ} &= 22,4e^{-j26,57^\circ} \\ -\dot{I}_{11}531,5e^{j41,2^\circ} + \dot{I}_{22}782,6e^{j26,57^\circ} &= -12 + j10 \end{aligned} \right\},$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{\dot{I}_{11}965,7e^{j21,25^\circ} - 22,4e^{-j26,57^\circ}}{531,5e^{j41,2^\circ}} = \dot{I}_{11}1,82e^{-j19,95^\circ} - 0,042e^{j67,77^\circ},$$

$$-\dot{I}_{11}531,5e^{j41,2^\circ} + \dot{I}_{11}1424,3e^{j6,62^\circ} - 32,87e^{-j41,2^\circ} = -12 + j10,$$

$$-\dot{I}_{11}(399,1 + j350,1) + \dot{I}_{11}(1414,8 + j164,2) = 24,73 - j21,65 - 12 + j10,$$

$$\dot{I}_{11}(1015,7 - j185,9) = 12,73 - j11,65,$$

$$\dot{I}_{11}1032,6e^{-j10,37^\circ} = 17,26e^{-j42,46^\circ},$$

$$\dot{I}_{11} = 0,0167e^{-j32,1^\circ} = (0,0141 - j0,0089) \text{ A.}$$

$$\dot{I}_{22} = \frac{0,0167e^{-j32,1^\circ} \cdot 965,7e^{j21,25^\circ} - 22,4e^{j26,57^\circ}}{531,5e^{j41,2^\circ}} = 0,03e^{-j52,05^\circ} - 0,042e^{-j67,77^\circ} =$$

$$= 0,0184 - j0,0237 - 0,0159 + j0,0389 = 0,0025 + j0,0152 = 0,0154e^{j80,66^\circ} \text{ A.}$$

По контурным токам определяем токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{11} = 0,0167e^{-j32,1^\circ} \text{ A;}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{22} + \dot{J} = 0,0025 + j0,0152 + 0,04 = 0,0425 + j0,0152 = 0,0451e^{j19,7^\circ} \text{ A;}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} = 0,0141 - j0,0089 - 0,0025 - j0,0152 =$$

$$= 0,0116 - j0,0241 = 0,0267e^{-j64,3^\circ} \text{ A;}$$

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_{11} - \dot{I}_{22} - \dot{J} = \dot{I}_3 - \dot{J} = -0,0284 - j0,0241 = 0,0372e^{-j139,68^\circ} \text{ A.}$$

Ток источника тока здесь можно было бы направить и по ветви с индуктивностью. Значение контурного тока \dot{I}_{22} при этом изменилось бы, но токи в ветвях остались бы прежние.

2. Проверка баланса мощностей.

Вычислим комплекс:

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{E} \dot{I}_1^* + J \dot{U}_{23}^* = \dot{E} \dot{I}_1^* + J(R_3 + jX_L)\dot{I}_3 = \\ &= 20 \cdot 0,0167e^{j32,1^\circ} + 0,04(400 + j600) \cdot 0,0267e^{-j64,3^\circ} = \\ &= 0,334e^{j32,1^\circ} + 0,04 \cdot 721,1e^{j56,3^\circ} \cdot 0,0267e^{-j64,3^\circ} = \\ &= 0,334e^{j32,1^\circ} + 0,769e^{-j8^\circ} = 0,283 + j0,178 + 0,762 - j0,107 = \\ &= 1,045 + j0,071. \end{aligned}$$

Активная мощность источников

$$P_{\text{и}} = \operatorname{Re}[\tilde{S}] = 1,045 \text{ Вт.}$$

Реактивная мощность источников

$$Q_{\text{и}} = I_m[\tilde{S}] = 0,071 \text{ Вар.}$$

Активная мощность нагрузок

$$\begin{aligned} P_{\text{н}} &= P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = \\ &= (0,0167)^2 \cdot 500 + (0,0451)^2 \cdot 300 + (0,0267)^2 \cdot 400 = 1,035 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Реактивная мощность нагрузок

$$\begin{aligned} Q_{\text{н}} &= Q_L - Q_C = I_3^2 X_L - I_4^2 X_C = \\ &= (0,0267)^2 \cdot 600 - (0,0372)^2 \cdot 250 = 0,082 \text{ Вар.} \end{aligned}$$

Из результатов расчетов видно, что с учетом погрешностей вычислений баланс активной и реактивной мощностей выполняется.

3. Расчет цепи методом узловых потенциалов.

Приняв потенциал узла 3 равным нулю, получим:

$$\left. \begin{array}{l} \text{для узла 1:} \quad \dot{\phi}_1 Y_{11} - \dot{\phi}_2 Y_{12} = \dot{E} Y_1; \\ \text{для узла 2:} \quad -\dot{\phi}_1 Y_{21} + \dot{\phi}_2 Y_{22} = \dot{J}. \end{array} \right\}$$

$$Y_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j \frac{1}{X_C} = 0,002 + 0,0033 + j0,004 = (5,33 + j4) \cdot 10^{-3} \text{ См,}$$

$$\begin{aligned} Y_{22} &= j \frac{1}{X_C} + \frac{1}{R_3 + jX_L} = j0,004 + \frac{1}{721,11 e^{j56,31^\circ}} = \\ &= j0,004 + 0,00139 e^{-j56,31^\circ} = \end{aligned}$$

$$= (4 + 0,771 - j1,157) \cdot 10^{-3} = (0,771 + j2,843) \cdot 10^{-3} \text{ См,}$$

$$Y_{12} = Y_{21} = j \frac{1}{X_C} = j0,004 \text{ См.}$$

Подставляем в исходную систему найденные значения проводимостей:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\phi}_1(5,33 + j4) - \dot{\phi}_2 \cdot j4 &= \frac{20}{500} \cdot 10^3 = 40; \\ -\dot{\phi}_1 j4 + \dot{\phi}_2(0,771 + j2,843) &= 40. \end{aligned} \right\}$$

Из первого уравнения получим

$$\dot{\phi}_2 = \frac{\dot{\phi}_1(5,33 + j4) - 40}{4j} = \dot{\phi}_1 \cdot 1,66e^{-j53,11^\circ} - 10e^{-j90^\circ}.$$

Подставим выражение для $\dot{\phi}_2$ во второе уравнение и найдем $\dot{\phi}_1$:

$$-\dot{\phi}_1 j4 + (\dot{\phi}_1 \cdot 1,66e^{-j53,11^\circ} - 10e^{-j90^\circ}) \cdot 2,94e^{j74,83^\circ} = 40,$$

$$-\dot{\phi}_1 j4 + \dot{\phi}_1 \cdot 4,88e^{j21,72^\circ} - 29,4e^{-j15,17^\circ} = 40,$$

$$-\dot{\phi}_1 j4 + \dot{\phi}_1 \cdot 4,53 + \dot{\phi}_1 j1,81 - 28,38 + j7,69 = 40,$$

$$\dot{\phi}_1(4,53 - j2,19) = 68,38 - j7,69,$$

$$\dot{\phi}_1 5,03e^{-j25,8^\circ} = 68,81e^{-j6,42^\circ},$$

$$\dot{\phi}_1 = 13,68e^{j19,38^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{\phi}_2 = 22,63e^{-j33,89^\circ} - 10e^{-j90^\circ} = 18,79 - j12,62 + j10 =$$

$$= 18,79 - j2,62 = 18,97e^{-j7,94^\circ} \text{ В.}$$

По закону Ома определяем токи в ветвях:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_1 + \dot{E}}{R_1} = \frac{-13,68e^{j19,38^\circ} + 20}{500} = \frac{-12,9 - j4,54 + 20}{500} =$$

$$= \frac{7,1 - j4,54}{500} = \frac{8,43}{500} e^{-j32,6^\circ} = 0,0169e^{-j32,6^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_3}{R_2} = \frac{13,68e^{j19,38^\circ}}{300} = 0,0456e^{j19,38^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_3}{R_3 + jX_L} = \frac{18,97e^{-j7,94^\circ}}{721,11e^{j56,31^\circ}} = 0,0263e^{-j64,25^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2}{-jX_C} = \frac{12,9 + j4,54 - 18,79 + j2,62}{-j250} = \frac{-5,89 + j7,16}{-j250} =$$

$$= \frac{9,27e^{j129,44^\circ}}{250e^{-j90^\circ}} = 0,0371e^{-j140,56^\circ} \text{ А}.$$

4. Расчет цепи при замене источника тока на эквивалентный источник э.д.с.

Преобразуем источник тока \dot{J} в эквивалентный источник э.д.с. \dot{E}_9 . Для этого ветвь с R_3 и L , подключенную параллельно источнику тока, будем рассматривать как его внутреннее сопротивление Z_9 . Преобразование осуществим исходя из следующих соотношений:

$$\dot{J} = \frac{\dot{E}_9}{Z_9}; \quad \dot{E}_9 = \dot{J}Z_9.$$

В соответствии с этим получим:

$$\dot{E}_9 = \dot{J}(R_3 + jX_L) = 0,04(400 + j600) = 28,84e^{j56,31^\circ} \text{ В}.$$

Преобразованная схема представлена на рис. 34.

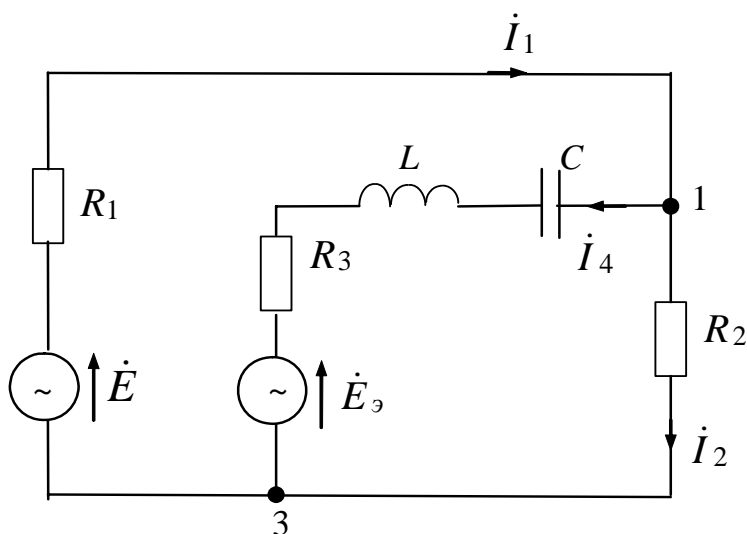


Рис. 34

Полученную схему проще всего рассчитать методом двух узлов (метод двух узлов является, собственно, частным случаем метода узловых потенциалов, поэтому его можно применить для расчета цепи в контрольной работе).

Принимаем $\dot{\phi}_3 = 0$ и определяем $\dot{\phi}_1$:

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_1 &= \frac{\dot{E} \frac{1}{R_1} + \dot{E}_3 \frac{1}{R_3 + jX_L - jX_C}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3 + jX_L - jX_C} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{20}{500} + \frac{28,84e^{j56,31^\circ}}{400 + j600 - j250}}{0,002 + \frac{1}{400 + j350} + 0,0033} = \\ &= \frac{0,04 + 0,0543e^{j15,12^\circ}}{0,0053 + 0,00188e^{-j41,19^\circ}} = \frac{0,04 + 0,0524 + j0,0142}{0,0053 + 0,00141 - j0,00124} = \\ &= \frac{(9,24 + j1,42) \cdot 10^{-2}}{(0,671 - j0,124) \cdot 10^{-2}} = \frac{9,348e^{j8,74^\circ}}{0,6824e^{-j10,47^\circ}} = 13,7e^{j19,21^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Вычисляем токи в ветвях по закону Ома:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_1 + \dot{E}}{R_1} = 0,0169e^{-j32,6^\circ} \text{ А (см. расчет } \dot{I}_1 \text{ методом узловых потенциалов);}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_3}{R_2} = 0,0456e^{j19,38^\circ} \text{ А (см. расчет } \dot{I}_2 \text{ методом узловых потенциалов);}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_4 &= \frac{\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_3 - \dot{E}_3}{R_3 + jX_L - jX_C} = \frac{13,7e^{j19,21^\circ} - 28,84e^{j56,31^\circ}}{531,51e^{j41,19^\circ}} = \\ &= \frac{12,94 + j4,51 - 16 - j23}{531,51e^{j41,19^\circ}} = \frac{18,74e^{-j99,4^\circ}}{531,51e^{j41,19^\circ}} = 0,0356e^{-j140,59^\circ} \text{ А.}\end{aligned}$$

Ток в ветви с элементами R_3 и L исходной схемы (см. рис. 33) найдем по первому закону Кирхгофа для узла 2:

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \dot{J} + \dot{I}_4 = 0,04 + 0,0356e^{-j140,59^\circ} = \\ &= 0,04 - 0,0275 - j0,0226 = 0,0258e^{-j61,05^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

5. Расчет тока в ветви с источником э.д.с. методом эквивалентного генератора.

Для определения параметров эквивалентного генератора напряжения в исходной схеме (см. рис. 33) отключим ветвь с R_1 и E и получим в результате схему на рис. 35.

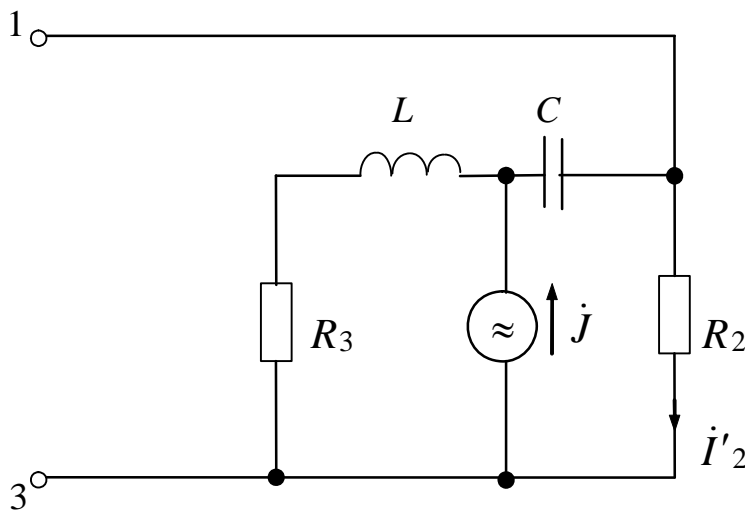


Рис. 35

Э.д.с. эквивалентного генератора $\dot{E}_Г$ равна напряжению между точками 1 и 3. Для ее вычисления предварительно найдем \dot{I}'_2 (ток источника тока замыкается по двум параллельным ветвям):

$$\begin{aligned}
 i'_2 &= j \frac{R_3 + jX_L}{R_2 + R_3 + jX_L - jX_C} = 0,04 \frac{400 + j600}{700 + j350} = \\
 &= 0,04 \frac{72,11e^{j56,31^\circ}}{78,26e^{j26,56^\circ}} = 0,0369e^{j29,75^\circ} \text{ А.}
 \end{aligned}$$

Напряжение эквивалентного генератора:

$$\dot{E}_\Gamma = \dot{U}_{13} = i'_2 R_2 = 0,0369e^{j29,75^\circ} \cdot 300 = 11,07e^{j29,75^\circ} \text{ В.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора Z_Γ определяем, исключив из схемы (см. рис. 35) источник тока, т.е. по схеме на рис. 36.

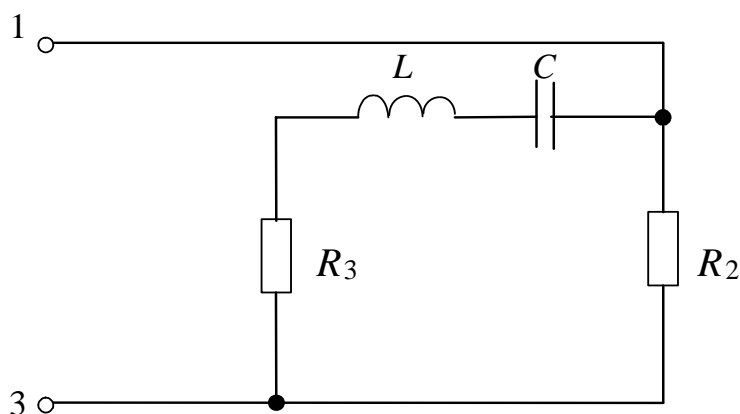


Рис. 36

$$\begin{aligned}
 Z_\Gamma &= \frac{R_2[R_3 + j(X_L - X_C)]}{R_2 + R_3 + jX_L - jX_C} = \frac{300(400 + j350)}{700 + j350} = \\
 &= 300 \frac{531,51e^{j41,19^\circ}}{782,6e^{j26,56^\circ}} = 203,75e^{j14,63^\circ} \text{ Ом.}
 \end{aligned}$$

Искомый ток в ветви с R_1 (так как напряжение на R_2 направлено по направлению тока i'_2 , то э.д.с. эквивалентного генератора направлена противоположно направлению этого тока):

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E} - \dot{E}_\Gamma}{R_1 + Z_\Gamma} = \frac{20 - 11,07e^{j29,75^\circ}}{500 + 203,75e^{j14,63^\circ}} = \\ &= \frac{20 - 9,61 - j5,49}{500 + 197,14 + j51,46} = \frac{11,75e^{-j27,85^\circ}}{699,04e^{j4,22^\circ}} = 0,0168e^{-j32,07^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

6. Построение векторной диаграммы напряжений

Диаграмму строим для схемы на рис. 33.

Рассчитаем напряжение на всех элементах схемы, взяв значения токов в ветвях, определенных по методу контурных токов:

$$\dot{U}_{R_1} = R_1 \dot{I}_1 = 500 \cdot 0,0167e^{-j32,1^\circ} = 8,35e^{-j32,1^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{R_2} = R_2 \dot{I}_2 = 300 \cdot 0,0451e^{j19,7^\circ} = 13,53e^{j19,7^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_{R_3} = R_3 \dot{I}_3 = 400 \cdot 0,0267e^{-j64,3^\circ} = 10,68e^{-j64,3^\circ} \text{ В,}$$

$$\dot{U}_L = jX_L \dot{I}_3 = j600 \cdot 0,0267e^{-j64,3^\circ} = 16,02e^{j25,7^\circ} \text{ В,}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_C &= -jX_C \dot{I}_4 = -j250 \cdot 0,0372e^{-j139,68^\circ} = 9,3e^{-j229,68^\circ} = \\ &= 9,3e^{j(360-229,68)^\circ} = 9,3e^{j130,32^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

Диаграмма представлена на рис. 37.

Порядок построения ее следующий. Из начала координат в выбранном масштабе по оси +1 отложен вектор \dot{E} (так как начальная фаза источника э.д.с. равна нулю).

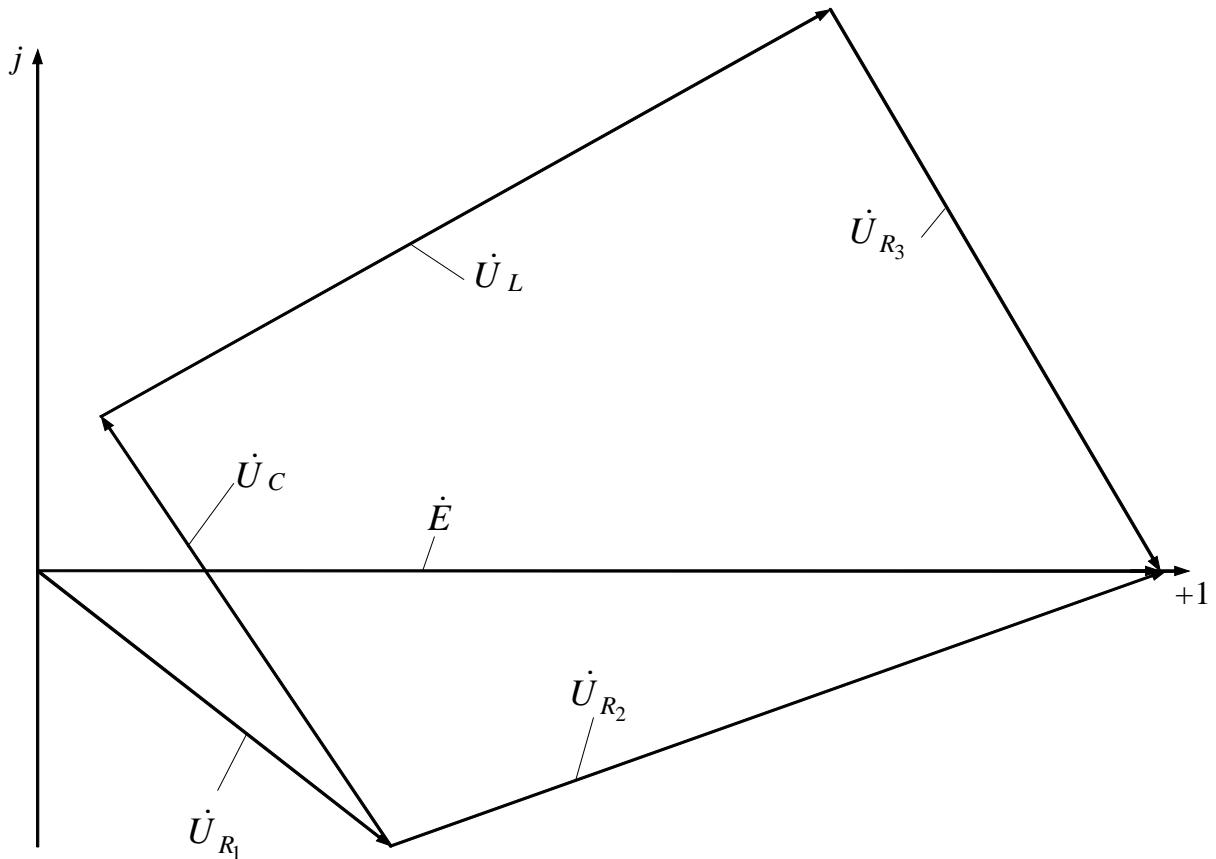


Рис. 37

Так же из начала координат под углом минус $32,1^\circ$ проведен вектор \dot{U}_{R_1} , из конца последнего вектора под углом $19,7^\circ$ (относительно направления оси +1) — вектор \dot{U}_{R_2} . По второму закону Кирхгофа сумма напряжений на R_1 и R_2 должна равняться приложенной э.д.с. (при обходе по внешнему контуру схемы, см. рис. 33). Поэтому концы векторов \dot{E} и \dot{U}_{R_2} совпали.

В схеме есть еще один контур с источником э.д.с. (содержит элементы R_1, C, L, R_3). Для этого контура первый вектор, а именно \dot{U}_{R_1} , уже построен. Из конца вектора \dot{U}_{R_1} под углом $130,32^\circ$ проведен вектор \dot{U}_C и аналогично далее под углом $25,7^\circ$ вектор \dot{U}_L и под углом минус $64,3^\circ$ вектор \dot{U}_{R_3} .

Конец вектора \dot{U}_{R_3} совпал с концом вектора \dot{E} .

Векторная диаграмма, таким образом, позволяет произвести проверку выполненных расчетов (несовпадение концов векторов \dot{E} , \dot{U}_{R_1} и \dot{U}_{R_3} указало бы на неправильный расчет цепи).

8 ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Лабораторные работы выполняются на натуральных макетах. Согласно рабочей программы дисциплины, предусмотрено выполнение следующих лабораторных работ:

- исследование цепей постоянного тока с одним источником;
- исследование разветвленной цепи постоянного тока;
- исследование разветвленных цепей на переменном синусоидальном токе;
- резонанс в последовательном колебательном контуре;
- резонанс в параллельном колебательном контуре.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица П.1.1 — Исходные данные к индивидуальной работе № 1

Вариант	E	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_k
1	5,4	1,2	1,3	2,5	2,3	1,4	3,4	R_6
2	5,2	1,5	1,2	2,3	2,4	4,3	1,4	R_6
3	5,2	2,1	5,1	2,3	4,2	4,1	3,4	R_6
4	3,5	1,5	1,2	3,2	2,4	2,5	4,3	R_4
5	4,5	2,5	2,1	2,3	4,1	4,3	3,1	R_6
6	5,3	3,1	1,2	4,5	4,2	4,1	3,2	R_4
7	1,5	1,3	2,5	5,3	2,4	1,4	4,3	R_4
8	5,4	1,3	1,2	2,3	2,5	1,4	3,4	R_2
9	5,1	3,1	2,5	2,3	4,2	4,1	4,3	R_2
10	3,5	1,3	1,2	5,2	2,4	3,4	1,4	R_2
11	1,5	3,1	5,2	3,2	4,2	4,1	4,3	R_4
12	5,3	5,1	2,1	2,3	2,4	4,1	4,3	R_2
13	5,1	3,1	5,2	3,2	4,2	4,1	4,3	R_4
14	4,5	2,1	3,1	5,2	3,2	4,1	3,4	R_2
15	2,5	1,5	1,3	2,3	2,4	4,3	4,1	R_6
16	5,2	5,1	3,1	3,2	4,2	4,1	4,3	R_6
17	3,5	5,1	1,2	3,2	2,4	5,4	3,4	R_4
18	5,4	1,3	1,2	2,3	2,5	4,3	1,4	R_6
19	3,5	1,5	2,1	3,2	4,2	4,1	4,5	R_4
20	5,4	1,2	4,3	2,5	2,3	1,4	1,3	R_6
21	1,5	1,3	5,2	2,3	2,4	1,4	4,3	R_4
22	5,4	1,3	1,2	3,2	5,2	4,1	3,4	R_1
23	1,5	3,1	2,5	2,3	2,4	1,4	4,3	R_2
24	3,5	1,3	2,1	2,5	4,2	4,1	4,3	R_2
25	2,5	1,5	1,2	2,3	2,4	3,4	4,1	R_5
26	5,3	5,1	2,1	2,3	4,2	4,1	4,3	R_2
27	3,5	3,1	2,1	5,4	4,2	4,1	3,2	R_5
28	4,5	3,1	2,1	3,2	5,2	4,1	3,4	R_1
29	5,3	3,1	2,1	5,2	2,4	4,3	4,1	R_2
30	3,5	3,1	5,2	1,5	2,4	1,4	3,4	R_4

Таблица П.1.2 — Исходные данные к индивидуальной работе № 1

Вариант	R_1 , Ом	R_2 , См	R_3 , Ом	R_4 , Ом	R_5 , Ом	R_6 , Ом	E , В
1	30	40	50	50	43	36	45
2	45	42	36	30	36	50	50
3	42	36	30	36	50	40	55
4	36	30	36	50	40	46	60
5	30	36	50	40	46	52	65
6	36	50	40	46	52	21	60
7	50	56	46	51	22	47	55
8	40	47	52	23	48	30	50
9	46	52	30	36	40	50	45
10	52	22	47	33	36	42	40
11	23	48	33	39	42	51	35
12	48	30	36	42	47	27	30
13	30	36	42	51	42	33	25
14	36	42	51	36	33	27	30
15	40	50	42	30	36	45	35
16	50	42	33	36	47	42	40
17	40	30	36	47	51	27	45
18	33	39	47	51	27	36	50
19	36	45	51	39	27	33	55
20	45	27	42	30	39	42	50
21	48	39	27	33	33	42	45
22	54	47	42	30	30	36	40
23	43	36	47	27	30	30	45
24	50	32	43	43	36	47	35
25	36	27	47	47	33	36	30
26	32	40	50	36	40	50	25
27	42	30	36	51	42	47	30
28	52	36	33	43	52	36	35
29	36	27	33	51	43	51	40
30	33	36	43	33	43	47	45

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблица П.2.1 – Исходные данные к индивидуальной работе №2

Вариант	E_1, B	J_2, A	E_3, B	E_4, B	E_5, B	E_6, B	J_7, A	E_8, B
1	0	0	15	0	20	0	0,1	10
2	15	0	0	0	12	0	0,2	10
3	10	0	0	0	20	15	0,3	0
4	0	0,25	0	25	0	20	0	16
5	0	0	5	10	15	20	0	0
6	12	0	0	8	6	0	0	3
7	0	0,1	0	10	0	17	0	20
8	26	0,15	0	14	0	18	0	0
9	0	0,2	0	12	18	24	0	0
10	14	0	21	0	17	0	0,15	0
11	0	0,18	0	26	0	0	0,25	17
12	0	0	12	0	16	0	0,12	12
13	13	0	0	0	10	0	0,18	9
14	8	0	0	0	17	14	0,25	0
15	0	0,23	0	22	0	18	0	14
16	0	0	4	8	14	18	0	0
17	10	0	0	7	5	0	0	4
18	0	0,12	0	11	0	16	0	17
19	20	0,12	0	15	0	14	0	0
20	0	0,18	0	11	16	22	0	0
21	15	0	20	0	16	0	0,16	0
22	0	0,16	0	24	0	0	0,24	16
23	0	0	14	0	21	0	0,08	11
24	17	0	0	0	14	0	0,22	12
25	12	0	0	0	22	16	0,3	0
26	0	0,3	0	28	0	22	0	17
27	0	0	7	12	18	22	0	0
28	15	0	0	10	8	0	0	5
29	0	0,12	0	12	0	20	0	17
30	23	0,14	0	13	0	18	0	0

Таблица П.2.2 – Исходные данные к индивидуальной работе № 2

Вариант	$R_1, \text{ Ом}$	$g_2, \text{ См}$	$R_3, \text{ Ом}$	$R_4, \text{ Ом}$	$R_5, \text{ Ом}$	$R_6, \text{ Ом}$	$g_7, \text{ См}$	$R_8, \text{ Ом}$
1	15	0,05	0	3	20	10	0,04	0
2	0	0,01	18	20	10	12	0,02	0
3	0	0,02	25	30	10	0	0,033	20
4	25	0,014	0	0	18	0	0,029	30
5	20	0,04	0	25	17	16	0,05	0
6	0	0,02	30	40	50	0	0,01	0
7	45	0,033	35	0	0	40	0,025	27
8	0	0,01	75	60	45	0	0,02	0
9	55	0,0125	0	44	65	0	0,022	0
10	0	0,038	38	63	0	47	0,02	0
11	0	0,009	17	0	24	20	0,015	15
12	14	0,04	0	4	18	8	0,05	0
13	0	0,012	16	18	10	10	0,018	0
14	0	0,018	22	26	10	0	0,03	18
15	22	0,013	0	0	15	0	0,033	27
16	18	0,035	0	22	16	14	0,04	0
17	0	0,025	26	36	45	0	0,015	0
18	42	0,03	30	0	0	35	0,02	25
19	0	0,015	70	60	40	0	0,023	0
20	50	0,012	0	40	63	0	0,02	0
21	0	0,04	35	60	0	45	0,02	0
22	0	0,01	15	0	22	18	0,015	13
23	17	0,05	0	7	22	12	0,03	0
24	0	0,01	20	25	0	14	0,025	10
25	0	0,025	27	35	0	10	0,03	23
26	30	0,015	0	0	20	10	0,03	35
27	24	0,045	0	27	20	17	0,05	0
28	0	0,025	34	44	56	0	0,01	0
29	50	0,03	36	0	0	43	0,025	30
30	0	0,01	68	56	48	0	0,015	0

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Таблица П.3.1 – Исходные данные к индивидуальной работе № 3

Вариант	E, В	J, А	$\omega, \text{с}^{-1}$	$R_1', \text{Ом}$	$R_2', \text{Ом}$	$R_3', \text{Ом}$	$R_4', \text{Ом}$	X_1	X_2	X_3	X_4
1	20	0,1	314	0	100	150	200	16мкФ	0,3Гн	0	0
2	25	0,15	628	100	0	150	200	0,3Гн	10мкФ	0	0
3	30	0,2	314	100	150	0	200	0	0	12мкФ	0,6Гн
4	35	0,1	628	100	150	200	0	0	0	0,3Гн	10мкФ
5	40	0,15	314	0	200	300	400	15мкФ	0	0,4Гн	0
6	45	0,2	628	200	0	300	400	0	8мкФ	0,4Гн	0
7	50	0,1	314	200	300	0	400	0,8Гн	0	10мкФ	0
8	45	0,15	628	200	300	400	0	0,5Гн	0	0	5мкФ
9	40	0,2	314	0	250	350	450	12мкФ	0	0	0,5Гн
10	35	0,1	628	250	0	350	450	0	6мкФ	0	0,3Гн
11	30	0,15	314	250	350	0	450	0	0,7Гн	11мкФ	0
12	25	0,2	628	250	350	450	0	0	0,4Гн	0	6мкФ
13	20	0,1	314	0	200	150	100	10мкФ	0	0,6Гн	0
14	25	0,15	628	200	0	150	100	0	13мкФ	0	0,5Гн
15	30	0,2	314	200	150	0	100	0	0	0,9Гн	15мкФ
16	35	0,1	628	200	150	100	0	0	0	16мкФ	0,3Гн
17	40	0,15	314	0	400	300	200	1,0Гн	14мкФ	0	0
18	45	0,2	628	400	0	300	200	14мкФ	0,5Гн	0	0
19	50	0,1	314	400	300	0	200	0	6мкФ	0,8Гн	0
20	45	0,15	628	400	300	200	0	14мкФ	0	0	0,5Гн
21	40	0,2	314	0	450	350	250	0,8Гн	0	11мкФ	0
22	35	0,1	628	450	0	350	250	0	0,4Гн	0	12мкФ
23	30	0,15	314	450	350	0	250	0	0	0,7Гн	7мкФ
24	25	0,2	628	450	350	250	0	0	12мкФ	0	0,4Гн
25	20	0,1	314	0	300	200	200	0,6Гн	0	0	10мкФ
26	25	0,15	628	300	0	200	200	0	0,3Гн	10мкФ	0
27	30	0,2	314	300	200	0	200	10мкФ	0	0,9Гн	0
28	35	0,1	628	300	200	200	0	0	0	15мкФ	0,5Гн
29	40	0,15	314	0	150	150	200	0,5Гн	0	12мкФ	0
30	45	0,2	628	150	0	150	200	0	0,4Гн	0	8мкФ