

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Томский государственный университет систем управления  
и радиоэлектроники

А.Г. Лоцилов, Н.Д. Малютин

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
ВЧ- И СВЧ-УСТРОЙСТВ НА РЕГУЛЯРНЫХ  
СВЯЗАННЫХ ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ**

Учебное пособие

Томск  
Издательство ТУСУРа  
2018

УДК 621.372.2.029.6.001.2-52(075.8)  
ББК 32.845.6я73  
Л817

**Рецензенты:**

**Беспалько А.А.**, канд. физ.-мат. наук  
**Федоров В.Н.**, канд. техн. наук

**Л817**      **Лоцилов, Антон Геннадьевич**  
Основы теории и проектирования ВЧ- и СВЧ-устройств на регулярных связанных линиях передачи : учеб. пособие / А.Г. Лоцилов, Н.Д. Малютин. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2018. – 136 с.

ISBN 978-5-86889-800-6

Излагается теория связанных линий передачи, основанная на анализе квази-поперечных волн, распространяющихся в полосковых структурах. Приведены соотношения между первичными и вторичными параметрами связанных линий. Показано получение матричных телеграфных уравнений, описывающих волновые процессы в связанных линиях. Из решения телеграфных уравнений получены матрицы передачи отрезков связанных линий, позволяющие рассчитывать параметры различных устройств на основе полосковых и проводных конструкций. Излагаются основы проектирования ряда устройств на основе одиночных и связанных линий: широкополосных делителей мощности, управляемых линий задержки, направленных ответвителей, корректоров фазы и группового времени запаздывания, согласующих устройств, частотно-селективных фильтров.

Для студентов старших курсов (бакалавриата и магистратуры) и аспирантов, изучающих основы теории и проектирования ВЧ- и СВЧ-устройств, а также для широкого круга обучающихся и специалистов в области проектирования устройств на основе распределенных цепей и устройств микроэлектроники.

УДК 621.372.2.029.6.001.2-52(075.8)  
ББК 32.845.6я73

ISBN 978-5-86889-800-6

© Лоцилов А.Г., Малютин Н.Д., 2018  
© Томск. гос. ун-т систем упр.  
и радиоэлектроники, 2018

## Оглавление

Введение.....	5
Литература к введению.....	9
Вопросы для самопроверки.....	10
1. Теория регулярных связанных полосковых линий передачи с неуравновешенной электромагнитной связью .....	11
1.1. Классификация конструкций связанных линий .....	11
1.2. Первичные параметры связанных линий .....	17
1.3. Эквивалентная схема многопроводных связанных линий и конечно-разностные уравнения .....	26
1.4. Матричные телеграфные уравнения.....	29
1.5. Волновые свойства связанных полосковых линий и решение телеграфных уравнений.....	31
1.6. Матричные параметры отрезков $n$ -проводных связанных линий ....	39
1.6.1. Классическая матрица передачи $a$ .....	39
1.6.2. Классическая матрица проводимостей $Y$ .....	41
1.6.3. Волновая матрица передачи $t$ .....	42
1.6.4. Волновая матрица рассеяния $S$ .....	43
Литература к разделу 1 .....	44
Вопросы для самопроверки.....	47
2. Регулярные двухпроводные связанные линии .....	48
2.1. Матричные параметры неодинаковых связанных линий с неоднородным в поперечном сечении диэлектриком.....	48
2.1.1. Разностные и телеграфные уравнения. Соотношения амплитуд напряжений и токов в линиях .....	48
2.1.2. Матрица нормированных амплитуд.....	55
2.1.3. Матрица передачи $[a]$ .....	57
2.2. Квази-Т-волны в устройствах на связанных линиях с неуравновешенной электромагнитной связью и потерями .....	61
2.2.1. Использование квази-Т-волн для анализа волновых процессов .....	61
2.2.2. Связанные волны напряжений и токов .....	62
2.2.3. Падающие и отраженные волны напряжений и токов .....	67
2.2.4. Потоки мощности.....	68
2.2.5. Механизм управления фазовой и групповой скоростями .....	69
2.2.6. Численные и экспериментальные результаты.....	71
Литература к разделу 2 .....	76
Вопросы для самопроверки.....	78
3. Микрополосковые сверхширокополосные синфазные делители СВЧ .....	79
3.1. Направления оптимизации конструкций делителей .....	79
3.2. Эквивалентная схема делителя .....	80

3.3. Модель разветвителя.....	81
3.4. Модель однокаскадного делителя .....	85
3.5. Модель многокаскадного делителя .....	87
3.6. Электродинамическая модель многокаскадного делителя .....	89
3.7. Реализация делителя мощности, построенного на основе модифицированной схемы делителя Вилкинсона .....	91
Литература к разделу 3 .....	94
Вопросы для самопроверки.....	96
4. Полосковые управляемые меандровые линии задержки.....	97
Литература к разделу 4 .....	103
Вопросы для самопроверки.....	104
5. Частотно-селективные цепи поглощающего типа .....	105
5.1. Структурная схема фильтра поглощающего типа .....	105
5.2. Модель базового звена фильтра поглощающего типа.....	106
5.3. Влияние входных параметров на характеристики фильтров поглощающего типа .....	111
5.4. Рекомендации по проектированию фильтров поглощающего типа .....	117
Литература к разделу 5 .....	118
Вопросы для самопроверки.....	119
6. Корректоры фазочастотных характеристик и группового времени запаздывания на основе направленных ответвителей .....	120
6.1. Задачи проектирования корректоров .....	120
6.2. Анализ схемы корректора группового времени запаздывания.....	122
6.3. Синтез корректоров группового времени запаздывания.....	128
Литература к разделу 6 .....	131
Вопросы для самопроверки.....	132
Приложение 1. Программа для вычисления первичных параметров многопроводных связанных линий .....	133

*Посвящается памяти основателя  
Томской школы полосковой техники  
доктора технических наук  
Павла Александровича Воробьева*

## **Введение**

В конце 50-х – начале 60-х годов XX века в СССР была поставлена и начала решаться задача миниатюризации электронных компонентов и устройств. В технике высоких частот (ВЧ) и сверхвысоких частот (СВЧ) искались пути отказа от волноводов, коаксиальных кабелей, симметричных кабелей (двухпроводных линий) в пользу линий передачи, изготавливаемых по печатной технологии. Такими линиями оказались полосковые линии, названные так потому, что в качестве токоведущего проводника использовалась медная полоска на диэлектрическом основании. Ответный провод, в противовес симметричным и коаксиальным кабелям, был заменен на сплошной экран, расположенный на противоположной поверхности диэлектрической подложки.

Появление и применение полосковых линий с самого начала было вызвано стремлением сократить габариты и массу создаваемой радиолокационной, связной аппаратуры, различных специальных средств, размещаемых на самолетах и в ракетной технике.

Большую роль в развитии полосковой техники сыграл сборник переведенных статей под редакцией В.И. Сушкевича, опубликованный в 1959 г. [B1]. Значение этой работы состоит в том, что в ней показана целесообразность применения полосковых линий разных конструкций для проектирования СВЧ-устройств. Одна из первых монографий, посвященных исследованию полосковых линий, вышла в СССР в 1967 г., ее автор – И.С. Ковалев [B2]. Эта работа стала существенным продвижением в теории полосковых линий, основанной на применении конформных отображений для расчета погонных параметров.

Развитие техники полосковых устройств естественным образом связано с использованием новых технологий, прежде всего печатной технологии изготовления элементов и устройств ВЧ- и СВЧ-диапазона. Впоследствии печатная технология на многие годы стала доминирующей в технике монтажа элементов радиоаппаратуры. Появление интегральной технологии (начало 50-х годов XX столетия) усилило интерес к полосковой технике. Микрополосковые линии передачи стали альтернативой

полосковым линиям. Достаточно быстро, уже в начале 1970-х годов, микрополосковые линии и устройства на их основе позволили сделать качественный рывок в создании космической, самолетной и другой аппаратуры, для которой требование миниатюризации – основное.

Развитие направления исследований и создания полосковой техники и технологии состоит из нескольких качественно отличающихся этапов. Наиболее важный из них произошел в 70-х годах XX столетия. Характерной и наиболее существенной особенностью данного времени явилось то, что полосковые линии передачи стали рассматриваться как важнейший элемент микроминиатюризации ВЧ- и СВЧ-аппаратуры, которая изготавливалась по печатной, гибридной и интегральной технологиям. Именно в этот период значительно расширился диапазон частот, в котором полосковые линии передачи успешно конкурировали с коаксиальными и волноводными структурами, а порой просто вытесняли их из практики проектирования [В3 – В5].

Томская школа полосковой техники зародилась в конце 60-х – начале 70-х годов XX века. Первые работы по исследованию и созданию устройств на полосковых линиях были опубликованы П.А. Воробьевым и И.Ш. Соломоником [В6, В7]. Особо следует отметить труды П.А. Воробьева, возглавлявшего направление исследования и разработки полосковых устройств с 1968 по 1993 год.

Конец XX века и начало нового столетия ознаменовались проникновением СВЧ-аппаратуры в массовое производство гражданского назначения. СВЧ-узлы определяют качество средств радиосвязи, радиолокационной, навигационной техники, сотовой связи, космического телевидения и многих других видов радиоэлектронной аппаратуры. Одновременно с этим увеличение тактовых частот в вычислительной технике и цифровых средствах измерений привело к необходимости широкого применения в них полосковых конструкций. Фактически рубеж XX–XXI столетий стал временем самого широкого распространения полосковой и микрополосковой технологии. Исследователи и инженеры перешли к освоению частот свыше 100 ГГц, созданию сложных антенных комплексов, целого ряда функциональных устройств с уникальными параметрами на базе полосковых и микрополосковых конструкций. Особо следует подчеркнуть формирование в этот период нового направления в технике СВЧ – объемных интегральных схем (ОИС). Пионерами в проектировании ОИС стали советские ученые профессора В.И. Гвоздев, Е.И. Нефедов [В8]. Идеи создания ОИС опередили возможности анализа сложных конструкций и технологические возможности восьмидесятых годов XX столетия. Но в настоящее время это направление активно развивается и рассматри-

вается как вполне очевидное для достижения рекордных параметров СВЧ-компонентов и узлов в интегральном исполнении.

Полосковые линии передачи дают большую свободу конструирования самых различных микроволновых устройств путем образования полосковых структур из связанных проводников, расположенных достаточно произвольно в пространстве. Эти структуры были названы многосвязными [В9] или многомодовыми [В10]. Многосвязные полосковые структуры (МСПС) стали рассматриваться как одна из разновидностей структур, вполне пригодных для конструирования ОИС. МСПС предназначены для разработки не только СВЧ-устройств, но и компонентной базы ВЧ-диапазона. Именно в ВЧ-диапазоне на частотах от 10 МГц до 1–2 ГГц удалось достигнуть значительного сокращения габаритов ряда устройств.

Приведенные в данном пособии элементы теории полосковых связанных линий имеют достаточно универсальный характер. На взгляд авторов и многих исследователей, без знания волновых процессов в связанных линиях невозможно осуществлять грамотное проектирование СВЧ-узлов. Примеров этому множество, но, по всей видимости, наиболее яркие и убедительные дают работы научных школ профессоров Б.А. Беляева [В.11, В.12], В.П. Мещанова [В.13], Г.М. Аристархова [В.14] и других, чьи труды вошли в золотой фонд отечественной и мировой науки. Анализ физики волновых процессов и природы неуравновешенной электромагнитной связи в связанных линиях передачи позволил создать ряд СВЧ- и ВЧ-фильтров и других устройств с уникальными параметрами [В.11, В.14]. Продвижение разработанной методологии проектирования полосковых устройств в область исследования фотонных кристаллов [В12] – еще одно подтверждение перспективности выбора начальной точки отсчета в познании особенностей волновых процессов в полосковых направляющих системах ВЧ и СВЧ.

Нельзя избежать еще одного важного замечания: рассматриваемые в данном пособии связанные структуры могут иметь самые различные конструкции – от витой пары, хорошо знакомой большинству инженеров, до связанных открытых проводников, используемых при изготовлении антенн. Поэтому изучение теории связанных линий будет полезно для студентов, аспирантов, инженеров разных специальностей радиотехнического и электротехнического профиля.

Со времени выхода книги «Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе» [В9] было опубликовано большое число работ, посвященных теории связанных линий передачи и практическим

вопросам создания устройств на их основе. Из опубликованных работ можно почерпнуть необходимый объем знаний для реального проектирования устройств различных типов. Однако опыт практической работы и преподавания авторов подсказывает, что вышедшие монографии, учебные пособия и статьи в периодической печати при их прочтении требуют значительного времени для освоения студентами, аспирантами и разработчиками радиоаппаратуры основ теории многопроводных связанных линий, расчета их первичных параметров, определения рабочих параметров устройств и т.п. Накопление знаний в области СВЧ-техники идет столь стремительно, что примерно каждые пять лет необходимы промежуточные этапы своеобразной «ревизии» опубликованного. Развитие систем автоматизации проектирования (САПР) представляет великолепную возможность такой ревизии и накопления знаний, отфильтрованных для решения практических задач. Но и сами САПР, какими бы они совершенными ни были, тоже пополняются методами, компонентами, требующими основательных знаний для овладения ими. А через определенные промежутки времени САПР обрастают таким количеством подробностей, что впервые осваивающим их становится трудно ориентироваться в базовых принципах и методах достижения результатов.

Данное пособие основывается на ранее опубликованных монографиях [В9, В10, В15, В16], но в значительной степени адаптировано для читателя, осваивающего выбранную предметную область. Замысел прост: прежде чем пользоваться современными САПР СВЧ, необходимо познакомиться с основами моделирования и расчета СВЧ-устройств. Практически все приводимые теоретические сведения подкреплены описанием скриптов (текстов программ в среде математического пакета Mathcad), с помощью которых можно провести расчет параметров устройств, построенных на основе связанных или одиночных линий. Большинство приводимых результатов проверено экспериментально.

Подготовка данного пособия осуществлена при поддержке АО «НПФ «Микран», индустриального партнера ТУСУРа при выполнении совместных проектов Министерства образования и науки, ныне Министерства науки и высшего образования.

В издании нашли отражение работы сотрудников, аспирантов и студентов СКБ «Смена» Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, сотрудников НИИ систем электрической связи (НИИ СЭС), АО «НПФ «Микран», опубликованные в статьях и научно-технических отчетах. Особую благодарность авторы выражают профессорам Сычеву А.Н., Семенову Э.В., внесшим большой вклад в

подготовку и выпуск монографий [В15, В16], послуживших основой настоящего учебного пособия, а также Дроботуну Н.Б., подготовившему раздел 6 по материалам его кандидатской диссертации. Авторы выражают благодарность Янчуку Д.А. и Хорошилову Е.В. (АО «НПФ «Микран») за активное участие в разработке и создании экспериментального образца широкополосного делителя мощности. Выражаем также признательность за техническую помощь Малютину Георгию (школа № 12 г. Томска) в выполнении расчетов и подготовке рисунков.

## **Литература к введению**

В1. Полосковые системы сверхвысоких частот: сб. ст. / под ред. В.И. Сушкевича. – М.: Иностранная литература, 1959. – 356 с.

В2. Ковалев И.С. Теория и расчет полосковых волноводов / И.С. Ковалев. – Минск: Наука и техника, 1967. – 233 с.

В3. Фельдштейн А.Л. Синтез четырехполюсников и восьмиполусников на СВЧ / А.Л. Фельдштейн, Л.Р. Явич. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Советское радио, 1971. – 388 с.

В4. Нефедов Е.И. Полосковые линии передачи. Теория и расчет типичных неоднородностей / Е.И. Нефедов, А.Т. Фиалковский. – М.: Наука, 1974. – 128 с.

В5. Нефедов Е.И. Полосковые линии передачи / Е.И. Нефедов, А.Т. Фиалковский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1980. – 312 с.

В6. Воробьев П.А. Расчет емкости несимметричной зигзагообразной полосковой линии с экранами / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин, И.Ш. Соломоник // Известия вузов СССР. Радиоэлектроника. – 1971. – № 5. – С. 489–493.

В7. Соломоник И.Ш. Малогабаритная печатная длинная линия с равномерно распределенными параметрами / И.Ш. Соломоник // Тр. ТИРиЭТ. – 1972. – Вып. 7.

В8. Гвоздев В.И. Объемные интегральные схемы СВЧ / В.И. Гвоздев, Е.И. Нефедов. – М.: Наука, 1985. – 256 с.

В9. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе / Н.Д. Малютин. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 164 с.

В10. Сычев А.Н. Управляемые СВЧ-устройства на многомодовых полосковых структурах / А.Н. Сычев; под ред. Н.Д. Малютина. – Томск: Том. гос. ун-т, 2001. – 318 с.

В11. Беляев Б.А. Исследование коэффициентов связи сонаправленных резонаторов в полосковых фильтрах на подвешенной подложке /

Б.А. Беляев, А.М. Сержантов, Я.Ф. Бальва // Радиотехника и электроника. – 2008. – Т. 53, № 4. – С. 432–440.

В12. Исследование жидких кристаллов на сверхвысоких частотах и конструирование на их основе фотонно-кристаллических микрополосковых управляемых СВЧ-устройств / Б.А. Беляев [и др.] // Фотонные кристаллы и нанокompозиты: структурообразование, оптические и диэлектрические свойства / под ред. В.Ф. Шабанова, В.Я. Зырянова. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2009. – 250 с. – С. 214–250.

В13. Сверхширокополосные микроволновые устройства / А.М. Богданов [и др.]; под ред. А.П. Креницкого, В.П. Мещанова. – М.: Радио и связь, 2001. – 560 с.

В14. Аристархов Г.М. Анализ фильтров на связанных линиях с неравными фазовыми скоростями / Г.М. Аристархов, Ю.П. Вершинин // Радиотехника и электроника. – 1983. – Т. 23, № 9. – С. 1714–1724.

В15. Регулярные и нерегулярные многосвязные полосковые и проводные структуры и устройства на их основе: анализ, синтез, проектирование, экстракция первичных параметров: моногр. / Н.Д. Малютин, А.Н. Сычев, Э.В. Семенов, А.Г. Лоцилов. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2012. – 168 с.

В16. Регулярные и нерегулярные многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе: расчет первичных параметров, импульсные измерения характеристик: моногр. / Н.Д. Малютин, А.Н. Сычев, Э.В. Семенов, А.Г. Лоцилов. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2012. – 218 с.

## **Вопросы для самопроверки**

1. Назовите объективные причины появления технологии полосковых линий передачи.

2. На основе каких технологических процессов изготавливаются полосковые линии передачи?

3. В чем состоят преимущества полосковых линий передачи по сравнению с коаксиальными линиями передачи и волноводами?

4. В каких частотных диапазонах применяются полосковые линии передачи?

# 1. Теория регулярных связанных полосковых линий передачи с неуравновешенной электромагнитной связью

## 1.1. Классификация конструкций связанных линий

Наиболее простая конструкция полосковой линии передачи – это несимметричная полосковая линия в экране (рис. 1.1).

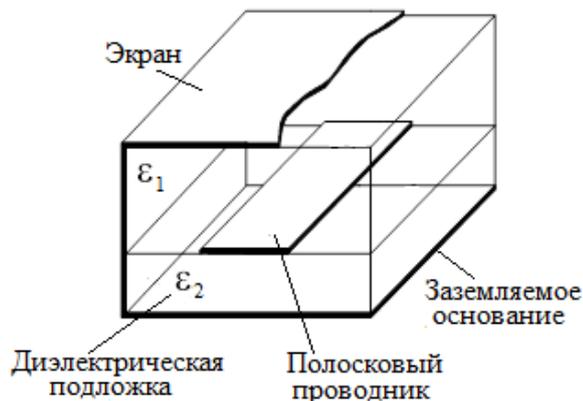


Рис. 1.1. Несимметричная полосковая линия в экране

Если расстояния до заземляемого основания и экрана одинаковые, говорят, что конструкция представляет собой симметричную полосковую линию.

Показанную на рисунке одиночную полосковую линию можно использовать для реализации самых разных функций: передачи СВЧ-сигналов между генератором и нагрузкой; в согласующем четвертьволновом трансформаторе; в резонаторе и т.д.

Наиболее широкий класс полосковых структур представляют связанные полосковые линии (СПЛ), состоящие из двух или большего числа токоведущих проводников. Некоторые конструкции связанных полосковых линий показаны на рис. 1.2–1.4. Они отличаются расположением полосок (планарное или объемное), топологией проводников, а также диэлектрическим заполнением (двухслойное или трехслойное).

Классификация конструкций связанных полосковых линий проводится на основе физических свойств и конструктивных признаков. В число классификационных конструктивных признаков СПЛ входят:

- 1) характер заполнения диэлектриком поперечного сечения – однородное или неоднородное;
- 2) соотношение физических длин полосок в области электромагнитной связи – одинаковые или неодинаковые;
- 3) планарное или объемное расположение связанных полосок;
- 4) однородные или неоднородные параметры вдоль продольной координаты.

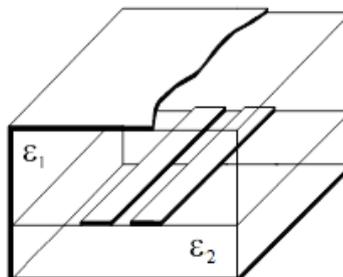


Рис.1.2. Связанные полосковые линии с планарным расположением проводников (боковая связь)

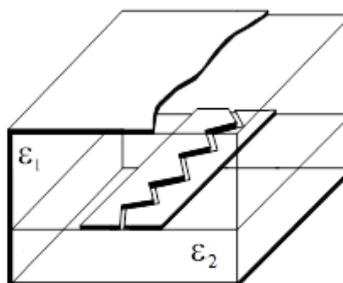


Рис.1.3. Связанные полосковые линии с планарным расположением проводников и удлиненным участком электромагнитной связи между линиями

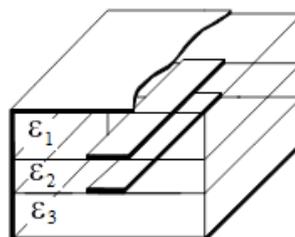


Рис.1.4. Связанные полосковые линии с объемным расположением связанных полосок (лицевая связь)

Примеры неоднородного диэлектрического заполнения показаны на рис. 1.2–1.4, при этом на рис. 1.2 и рис. 1.3 связанные полоски расположены на одной плоскости подложки, а на рис. 1.4 – на разных плоскостях, т.е. объемно. На рис. 1.5 приведен пример объемного расположения связанных полосок с неодинаковой длиной в области электромагнитной связи.

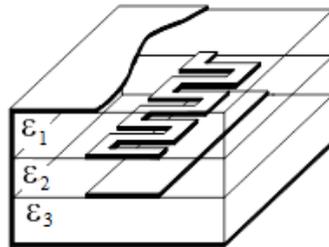


Рис. 1.5. Связанные полосковые линии с объемным расположением связанных полосок с неодинаковой длиной в области электромагнитной связи

Между проводниками СПЛ существует индуктивная и емкостная связь, которая характеризуется соответственно коэффициентами индуктивной связи  $k_L$  (связи по току) и емкостной связи  $k_C$  (связи по напряжению). При  $k_L \neq k_C$  связь между линиями не уравновешена в смысле неравенства степени связи по току и по напряжению. Когда количество связанных проводников равно двум, для коэффициентов связи можно записать простые формулы:

$$k_L = L_{12} / \sqrt{L_{11}L_{22}}; \quad k_C = C_{12} / \sqrt{C_{11}C_{22}}, \quad (1.1)$$

где  $L_{12}$ ,  $C_{12}$  – соответственно взаимная индуктивность и взаимная емкость проводников;  $L_{11}$ ,  $L_{22}$ ,  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  – собственные индуктивности и емкости первого и второго проводника.

Существуют и другие определения неуравновешенности электромагнитной связи. Одно из них формулируется как следствие неравенства  $k_L \neq k_C$ : связь считается неуравновешенной, если фазовые скорости нормальных волн в связанных проводниках отличаются по величине. Эквивалентно утверждение о неравенстве фазовых скоростей синфазной и противофазной мод, распространяющихся в связанных линиях [1.1 – 1.3]. Используя энергетический подход к определению коэффициента связи линий [1.4], можно исследовать его частотную зависимость и влияние на волновые процессы в резонаторах на основе связанных линий.

В практически применяемых конструкциях, пожалуй, лишь хорошо известные симметричные связанные полосковые линии в однородном диэлектрике при наличии замкнутого экрана представляют собой систему проводников с уравновешенной электромагнитной связью. Поэтому класс структур с неуравновешенной связью более широкий.

Итак, приведем классификационные признаки связанных линий:

1) тип конструкции СПЛ (печатные полосковые линии, микрополосковые линии, экранированные линии, открытые линии);

2) характер заполнения диэлектриком поперечного сечения СПЛ (однородное и неоднородное);

3) уравновешенность или неуравновешенность электромагнитной связи между проводниками;

4) соотношение физических длин проводников в области электромагнитной связи (одинаковые или разные);

5) планарное или объемное расположение проводников СПЛ;

6) регулярные (не зависящие от продольной координаты) или нерегулярные (зависящие от продольной координаты) СПЛ, параметры которых определяются вдоль координаты распространения волн.

Эволюция конструкций и технологий полосковых линий от одиночных до двух- и многопроводных происходила быстро в связи с необходимостью и возможностью создавать на их основе направленные ответвители, фильтры и другие устройства. На рис. 1.6 показана конструкция трехпроводной связанной линии.

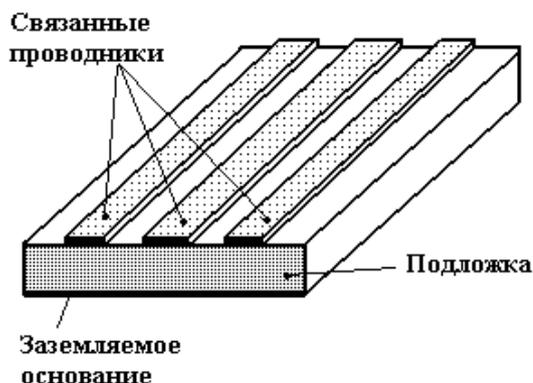


Рис. 1.6. Конструкция трехпроводной связанной линии

Такая линия может быть изготовлена по печатной технологии или как микрополосковая, диэлектрическое заполнение неоднородное, электромагнитная связь полосок не уравновешена, физическая длина полосок

одинаковая, их расположение планарное, параметры однородны по направлению распространения волн, структура регулярная.

Планарное расположение проводников не исчерпывает возможности полосковой технологии. Поэтому достаточно часто разработчики узлов обращаются к типу конструкций связанных линий, показанному на рис. 1.7.

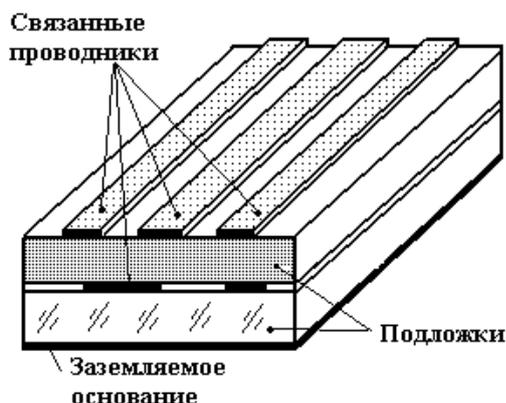


Рис. 1.7. Многопроводная полосковая структура с объемным расположением полосок в слоистом диэлектрике

Существенными отличительными признаками такой конструкции являются наличие многослойного диэлектрического заполнения (на рисунке показаны две подложки) и объемное расположение проводников. Это позволяет, с одной стороны, обеспечить сильную электромагнитную связь между некоторыми проводниками, с другой стороны, использовать весь объем, занимаемый устройством [1.5]. Многопроводная полосковая структура с объемным расположением полосок, как и структура с планарным расположением полосок, содержит связанные проводники с одинаковой физической длиной в области электромагнитной связи.

В силу неоднородности диэлектрика (см. рис. 1.2, 1.4), как уже отмечалось, СПЛ обладают свойством неуравновешенности связи по электрическому и магнитному полям. Часто данное свойство является нежелательным при создании направленных ответвителей и других устройств [1.6]. Стремление добиться одинаковости фазовых скоростей нормальных волн привело к созданию двухпроводных связанных линий с фактически неодинаковой физической длиной в области связи. Один из таких типов конструкций представлен на рис. 1.8. Связанные полоски в ней имеют неодинаковую физическую длину кромок. Этот прием использован с целью



к нерегулярным связанным линиям. Нерегулярность параметров может иметь периодический характер (см. рис. 1.9). Связанные полосковые линии со специальным профилем проводников (см. рис. 1.10) характеризуются непрерывной зависимостью параметров от продольной координаты и являются типичной нерегулярной структурой.

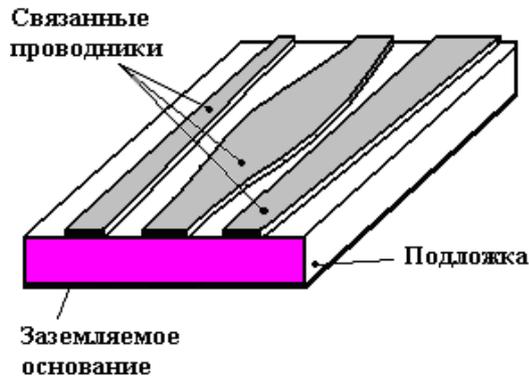


Рис. 1.10. Нерегулярные связанные линии

## 1.2. Первичные параметры связанных линий

При моделировании СПЛ часто исходят из концепции существования в них так называемых квази-Т-волн [1.8]. Есть несколько причин, по которым роль теории СПЛ на основе квази-Т-приближения остается важной при исследовании и проектировании полосковых устройств. Основная причина такой ситуации состоит в том, что анализ квази-Т-волн обеспечивает достаточную точность расчета параметров устройств на низких частотах, когда размеры поперечного сечения намного меньше длины волны (примерно на порядок). Надо заметить, что стремление конструкторов к миниатюризации позволяет расширить частотный диапазон применимости квази-Т-приближения вплоть до 40–70 ГГц. Во всяком случае, изучение волновых свойств и расчет параметров связанных линий и узлов на их основе, исходя из существования квази-Т-волн, остаются полезными и необходимыми при проектировании аппаратуры ВЧ- и СВЧ-диапазона.

Известно [1.9], что расчет параметров распределенных цепей разделяется, по меньшей мере, на два этапа. Первый этап — определение первичных параметров, к числу которых относятся погонные емкости, индуктивности, сопротивления, проводимости. Второй этап — расчет вторичных параметров, матриц передачи, волновых матриц передачи и

рассеяния. В данном подразделе рассматривается система первичных параметров многопроводных связанных линий. Первичными эти параметры называют потому, что они являются исходными электрическими параметрами при анализе волновых процессов и расчете характеристик СПЛ и устройств, построенных на их основе.

Первичные параметры зависят от конструктивных размеров (поперечного сечения) проводников, подложек, а также от диэлектрической и магнитной проницаемости подложек, проводимости материалов проводников и потерь в диэлектрике.

Фундаментальной задачей определения первичных параметров СПЛ является расчет матрицы погонных емкостей  $C$  [1.9]. Рассмотрим ее определение. На рис. 1.11 показано произвольное поперечное сечение системы из  $n$  проводников, помещенных в металлический экран. Проводники имеют продольный размер (длину)  $l$ . Теоретически каждый из  $n$  проводников связан со всеми другими проводниками. Эта емкостная связь определяется взаимными емкостями  $c_{12}, c_{13}, \dots, c_{1,n-1}, c_{1,n}, \dots, c_{23}, \dots, c_{2,n-1}, c_{2,n}, \dots, c_{n-1,n}$  (на рис. 1.11 показаны не все взаимные емкости). При изотропном диэлектрическом заполнении взаимные емкости подчиняются принципу взаимности, т.е.  $c_{i,j} = c_{j,i}$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . Все проводники имеют также собственные емкости – это частичные емкости проводников на экран:  $c_{10}, c_{20}, \dots, c_{n-1,0}, c_{n0}$ .

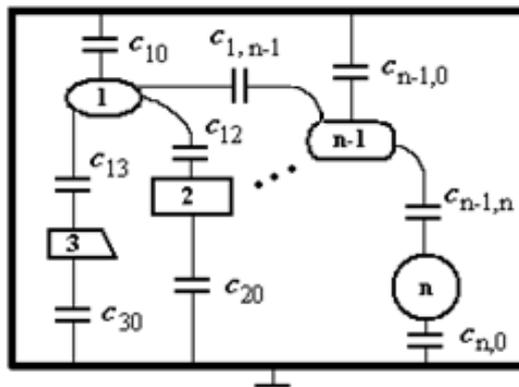


Рис. 1.11. Поперечное сечение системы из  $n$  проводников

Важно отметить, что собственные и взаимные емкости нельзя определить в результате одного численного эксперимента или одного измерения. Если имеем  $n$  проводников, необходимо провести  $2n$  опытов, по-

строить систему  $2n$  линейных уравнений для получения  $2n$  неизвестных емкостей.

Схема построения опытов базируется на переборе всех возможных, но не повторяющихся типов возбуждения проводников. А поскольку в данном случае речь идет о решении электростатической задачи, необходимо задать определенные потенциалы на проводниках. Удобно оперировать с потенциалами 0 и +1 В, при этом будем считать, что экран находится всегда под нулевым потенциалом.

Рассмотрим в качестве примера определение емкостей трехпроводной системы проводников длиной  $l$ . В табл. 1.1 приведены варианты возбуждения проводников и формулы, показывающие, из каких емкостей складываются суммарные (интегральные) емкости  $C_1, C_2, \dots, C_6$  структуры. Эти емкости определяются расчетным (приложение 1) или экспериментальным путем для всех проводников. При этом проводники, на которых отметка «+1» (см. табл. 1.1), соединяются со стороны входа параллельно и на них потенциал +1 В, а проводники с отметкой «0» заземляются (соединяются с заземляемым экраном). Входы проводников находятся в режиме «холостого хода», т.е. ни к чему не присоединяются.

Таблица 1.1

Варианты возбуждения проводников трехпроводной системы и расчетные формулы для суммарной емкости в соответствии с номером опыта

Номер опыта	Схема эксперимента	Определяемая суммарная емкость						
1	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">□ 1 □</td> <td style="text-align: center;">□ 2 □</td> <td style="text-align: center;">□ 3 □</td> </tr> </table>	+1	0	0	□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □	$C_1 = c_{10} + c_{12} + c_{13}$
+1	0	0						
□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □						
2	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">□ 1 □</td> <td style="text-align: center;">□ 2 □</td> <td style="text-align: center;">□ 3 □</td> </tr> </table>	0	+1	0	□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □	$C_2 = c_{20} + c_{12} + c_{23}$
0	+1	0						
□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □						
3	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">□ 1 □</td> <td style="text-align: center;">□ 2 □</td> <td style="text-align: center;">□ 3 □</td> </tr> </table>	0	0	+1	□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □	$C_3 = c_{30} + c_{13} + c_{23}$
0	0	+1						
□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □						
4	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">+1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">□ 1 □</td> <td style="text-align: center;">□ 2 □</td> <td style="text-align: center;">□ 3 □</td> </tr> </table>	+1	0	+1	□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □	$C_4 = c_{10} + c_{30} + c_{12} + c_{23}$
+1	0	+1						
□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □						
5	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">□ 1 □</td> <td style="text-align: center;">□ 2 □</td> <td style="text-align: center;">□ 3 □</td> </tr> </table>	+1	+1	0	□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □	$C_5 = c_{10} + c_{20} + c_{13} + c_{23}$
+1	+1	0						
□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □						
6	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">+1</td> <td style="text-align: center;">+1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">□ 1 □</td> <td style="text-align: center;">□ 2 □</td> <td style="text-align: center;">□ 3 □</td> </tr> </table>	+1	+1	+1	□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □	$C_6 = c_{10} + c_{20} + c_{30}$
+1	+1	+1						
□ 1 □	□ 2 □	□ 3 □						

Исходную систему уравнений для определения собственных и частичных емкостей удобно записать в матричном виде. Сначала введем матрицу потенциалов  $\mathbf{U}$ , значения элементов которой берутся из табл. 1.1. Номер строки в матрице  $\mathbf{U}$  соответствует номеру опыта, а номер столбца – номеру проводника. При такой индексации элементов матрица потенциалов  $\mathbf{U}$  запишется в виде

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.2)$$

Введем матрицу разности потенциалов между проводниками  $\mathbf{u}$ , элементы строки которой  $u_j$  рассчитываются следующим образом:

$$u_j = \left[ \left| U_{j,1} - U_{j,2} \right| \quad \left| U_{j,1} - U_{j,3} \right| \quad \left| U_{j,2} - U_{j,3} \right| \right], \quad (1.3)$$

где  $U_{j,1}, U_{j,2}, U_{j,3}$  — элементы матрицы  $\mathbf{U}$ ;  $j = 1, \dots, 6$ . Вычисление по формуле (1.3) дает матрицу

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Запишем искомую матрицу частичных собственных и взаимных емкостей  $\mathbf{C}_q$  и матрицу суммарных емкостей  $\mathbf{B}$ , получаемую в результате расчета или измерений (в фарадах –  $\Phi$ ), в следующем виде:

$$\mathbf{C}_q = \begin{bmatrix} c_{10} \\ c_{20} \\ c_{30} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ c_{23} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{bmatrix}. \quad (1.4)$$

Составим матрицу  $\mathbf{A}$  из матриц  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{A} = [\mathbf{U}, \mathbf{u}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

С учетом всех введенных обозначений и вычислений (1.2) – (1.4) получаем исходную систему уравнений для отыскания матрицы  $\mathbf{C}_q$ :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}_q = \mathbf{B}, \quad (1.5)$$

откуда

$$\mathbf{C}_q = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}. \quad (1.6)$$

В результате символьных вычислений получаем формулу для определения  $\mathbf{C}_q$  (в фарадах – Ф):

$$\mathbf{C}_q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -C_2 - C_3 + C_4 + C_5 \\ C_2 - C_4 + C_6 \\ C_3 - C_5 + C_6 \\ C_1 + C_2 - C_5 \\ C_1 + C_3 - C_4 \\ -C_1 + C_4 + C_5 - C_6 \end{bmatrix}. \quad (1.7)$$

Для связанных линий с другим количеством проводников алгоритм вычисления матрицы  $\mathbf{C}_q$  остается таким же. Читатель может воспользоваться приведенными соотношениями и примером для вычисления матрицы  $\mathbf{C}_q$  по данным измерения суммарных емкостей связанных линий передачи с иным количеством проводников. Для этого рекомендуется составить таблицу вариантов возбуждения проводников многопроводной системы, записать расчетные формулы для интегральных емкостей в соответствии с номером опыта и по аналогии с формулами (1.2) – (1.7) получить выражение для расчета  $\mathbf{C}_q$ .

Остановимся на описании системы параметров, несколько отличающейся от рассмотренной системы первичных параметров многопроводных связанных линий. Возьмем опыт 1 (см. табл. 1.1). Интегральная емкость  $C_1 = c_{10} + c_{12} + c_{13}$  имеет очевидный смысл: это емкость проводника

с номером 1 в присутствии всех других заземленных проводников. По аналогии трактуются емкости для опытов под номерами 2 и 3.

Напомним, что частичные емкости в выражении (1.7) определяются для отрезков связанных линий длиной  $l$ . Это не позволяет сравнивать различные структуры с отличающимися продольными размерами. Поэтому стали применять понятие погонных емкостей. Матрица погонных емкостей, обычно используемая для описания первичных параметров СПЛ с количеством проводников  $n$ , записывается следующим образом:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & -C_{12} & -C_{13} & \cdots & -C_{1,n-1} & -C_{1,n} \\ -C_{12} & C_{22} & -C_{23} & \cdots & -C_{2,n-1} & -C_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -C_{1,n-1} & -C_{2,n-1} & \cdots & \cdots & C_{n-1,n-1} & -C_{n-1,n} \\ -C_{1,n} & -C_{2,n} & \cdots & \cdots & -C_{n-1,n} & C_{n,n} \end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

В приведенной матрице  $\mathbf{C}$  элементы  $C_{i,j}$  называются емкостными коэффициентами, а сама матрица  $\mathbf{C}$  – матрицей емкостей или матрицей емкостных коэффициентов. Коэффициенты  $C_{i,j}$  (в фарадах на метр – Ф/м) вычисляются через собственные и взаимные частичные емкости:

$$C_{11} = \frac{1}{l} (c_{10} + c_{12} + \cdots + c_{1,n-1} + c_{1,n}), \quad C_{12} = \frac{c_{12}}{l}, \quad C_{13} = \frac{c_{13}}{l}, \dots, \\ C_{n,n} = \frac{1}{l} (c_{n0} + c_{1,n} + c_{2,n} + \cdots + c_{n-2,n} + c_{n-1,n}). \quad (1.9)$$

Для трехпроводных связанных линий матрица  $\mathbf{C}$  примет вид

$$\mathbf{C} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} (c_{10} + c_{12} + c_{13}) & -c_{12} & -c_{13} \\ -c_{12} & (c_{20} + c_{12} + c_{23}) & -c_{23} \\ -c_{13} & -c_{23} & (c_{30} + c_{23} + c_{13}) \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

По аналогии с выражением (1.10) записывается матрица двухпроводной связанной линии:

$$\mathbf{C} = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} (c_{10} + c_{12}) & -c_{12} \\ -c_{12} & (c_{20} + c_{12}) \end{bmatrix}. \quad (1.11)$$

При расчете волновых параметров связанных линий учитывается характер заполнения диэлектриком в поперечном сечении структуры. Чтобы определить степень неоднородности диэлектрической среды, вводят понятие матрицы емкостей при воздушном заполнении всего поперечно-

го сечения. Эту матрицу обычно обозначают как  $\mathbf{C}(1)$ , где в скобках показывается значение относительной диэлектрической проницаемости воздуха, равное 1. Если диэлектрик неоднороден, тогда элементы матрицы, вычисляемые как произведение матриц  $\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}(1)^{-1}$ , не равны ни одной из относительных диэлектрических проницаемостей используемого слоистого заполнения. Если же диэлектрическая среда однородна, тогда  $\mathbf{C} \cdot \mathbf{C}(1)^{-1} = \varepsilon_r \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , где  $\varepsilon_r$  – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрического заполнения.

Кроме погонных емкостей, как уже отмечалось, связанные линии характеризуются погонными индуктивностями. Матрица погонных индуктивностей  $\mathbf{L}$  (в генри на метр – Гн/м) определяется через матрицу погонных емкостей при воздушном заполнении  $\mathbf{C}(1)$ :

$$\mathbf{L} = \frac{1}{c^2} \mathbf{C}(1)^{-1}, \quad (1.12)$$

где  $c = 2,997925 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в свободном пространстве.

Выражение (1.12) является следствием того, что при однородном воздушном заполнении в связанных линиях Т-волны (поперечные волны) распространяются со скоростью света [1.9]. Для волн такого типа существует однозначная связь между электрическим и магнитным полями, между погонными емкостями и индуктивностями. Групповая скорость  $v_{гр}$  распространения Т-волн при воздушном заполнении в отсутствие существенных потерь в линиях передачи равна скорости света  $c$ . Из фундаментального соотношения для вычисления скорости распространения волн в распределенных цепях

$$v_{гр} = 1/\sqrt{L_0 C_0}, \quad (1.13)$$

где  $L_0, C_0$  имеют смысл погонных емкостей одиночной линии передачи, эквивалентная схема которой представляется в виде каскадно включенных цепочек (рис. 1.12).

Если провести аналогию между одиночной линией передачи и связанными линиями (это возможно, так как диэлектрическая среда – воздух), подставляя (1.12) в (1.13), получаем

$$v_{гр} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2} \mathbf{C}(1)^{-1} \mathbf{C}(1)}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2}}} = c.$$

Это равенство является нестрогим доказательством справедливости выражения (1.12).

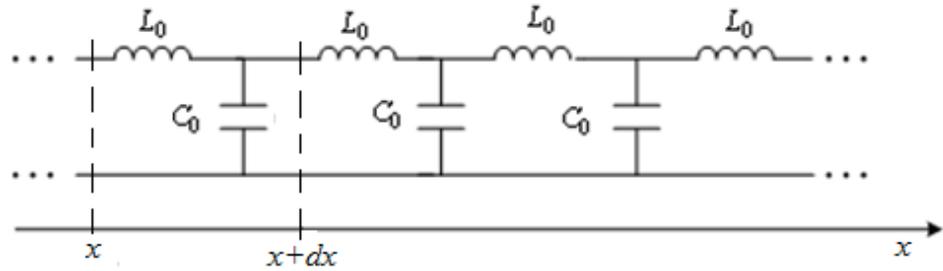


Рис. 1.12. Эквивалентная схема одиночной линии передачи без потерь

Заметим, что в настоящее время возможно экспериментальное измерение  $v_{гр}$  в линиях передачи с достаточно высокой точностью методами рефлектометрии или в схеме «на проход» с помощью векторных анализаторов цепей [1.10] и векторных импульсных анализаторов цепей [1.11, 1.12]. В устройствах на связанных линиях подобные экспериментальные исследования были проведены в работе [1.8]. Экспериментальные исследования сопряжены с обеспечением соответствующих режимов возбуждения проводников. Это требует глубокого понимания физики волновых процессов в связанных структурах.

Для трехпроводных связанных линий матрица погонных индуктивностей  $\mathbf{L}$  (в генри на метр – Гн/м) примет вид

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ L_{13} & L_{23} & L_{33} \end{bmatrix}.$$

В связанных проводниках и экранирующих поверхностях на ВЧ и СВЧ обнаруживаются потери энергии, вызванные, во-первых, конечным сопротивлением металла, во-вторых, существованием скин-эффекта на высоких частотах. Скин-эффект порождает частотную зависимость потерь энергии. В качестве матрицы первичных параметров, отвечающей за возникающие потери, вводят матрицу погонных сопротивлений  $\mathbf{R}$  (ом на метр – Ом/м), которая имеет следующую структуру:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & \cdots & R_{1,n-1} & R_{1,n} \\ R_{12} & R_{22} & R_{23} & \cdots & R_{2,n-1} & R_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ R_{1,n-1} & R_{2,n-1} & \cdots & \cdots & R_{n-1,n-1} & R_{n-1,n} \\ R_{1,n} & R_{2,n} & \cdots & \cdots & R_{n-1,n} & R_{nn} \end{bmatrix}. \quad (1.14)$$

Задача определения матрицы  $\mathbf{R}$  достаточна сложна. Чтобы облегчить ее нахождение, во многих случаях недиагональные элементы с номерами  $|i - j| > 1$ , учитывающие влияние несоседних проводников друг на друга, берутся нулевыми. Наиболее простой способ расчета  $\mathbf{R}$  был предложен в [1.13, 1.14] и развит в [1.15]. Обычно матрица  $\mathbf{R}$  находится в результате реализации расчетно-экспериментального метода, при котором осуществляется аппроксимация элементов  $\mathbf{R}$  по имеющимся данным измерения потерь в проводниках.

Кроме потерь в проводниках, в связанных линиях существуют потери в диэлектриках, вызванные появлением токов утечки. Эта составляющая потерь мала, если только не предусматривается какой-либо специальный вариант исполнения связанных структур. Моделирование потерь в диэлектриках производится путем введения матрицы погонных проводимостей  $\mathbf{G}$  (сименс на метр – См/м):

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1,n-1} & -G_{1,n} \\ -G_{12} & G_{22} & -G_{23} & \cdots & -G_{2,n-1} & -G_{2,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -G_{1,n-1} & -G_{2,n-1} & \cdots & \cdots & G_{n-1,n-1} & -G_{n-1,n} \\ -G_{1,n} & -G_{2,n} & \cdots & \cdots & -G_{n-1,n} & G_{nn} \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Определение матрицы  $\mathbf{G}$ , так же как и матрицы  $\mathbf{R}$ , позволяет учесть частотную зависимость потерь в связанных структурах, потому что эти параметры, как правило, изменяются от частоты. Пример такой зависимости дан в разделе 5.

Итак, мы рассмотрели систему первичных параметров связанных линий. Определение матриц  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{G}$  представляет самостоятельную и достаточно сложную задачу. Один из путей ее решения – экспериментальное определение величин  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{G}$  с помощью измерителей  $RLC$ -параметров. Необходимые условия проведения таких измерений были рассмотрены выше на примере матриц  $\mathbf{C}_q$  и  $\mathbf{C}$ . Устоявшимся подходом в решении задачи определения первичных параметров является

применение различных методов вычисления матриц погонных емкостей  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{C}(1)$  с последующим нахождением матрицы индуктивностей  $\mathbf{L}$  и оценкой матриц погонных сопротивлений  $\mathbf{R}$  и проводимостей  $\mathbf{G}$ .

### 1.3. Эквивалентная схема многопроводных связанных линий и конечно-разностные уравнения

Построение эквивалентной схемы многопроводных связанных линий (МСЛ) основывается на том, что достаточно малые их отрезки длиной  $\Delta x$  могут быть представлены в виде схемы с сосредоточенными параметрами. Для этого производится дискретизация структуры путем мысленного рассечения ее на короткие отрезки с продольными размерами  $\Delta x$ .

Значения параметров отрезков с конечными размерами находятся очевидным образом в виде произведений  $\Delta x$  на соответствующую матрицу погонных параметров связанных линий. Топология эквивалентной схемы показана на рис. 1.13.

На схеме введены обозначения  $\bar{L}_{i,j}, \bar{C}_{i,j}, \bar{R}_{i,j}, \bar{G}_{i,j}$  – соответственно элементы матриц  $\bar{\mathbf{L}} = \Delta x \mathbf{L}$ ,  $\bar{\mathbf{C}} = \Delta x \mathbf{C}$ ,  $\bar{\mathbf{R}} = \Delta x \mathbf{R}$ ,  $\bar{\mathbf{G}} = \Delta x \mathbf{G}$ . При этом недиагональные элементы матриц  $\mathbf{R}$  и  $\bar{\mathbf{R}}$  считаем нулевыми.

Отрезок связанных линий, имеющий продольный размер  $\Delta x$ , соединяется каскадно со следующим отрезком. Если структура регулярна, то параметры  $\bar{L}_{i,j}, \bar{C}_{i,j}, \bar{R}_{i,j}, \bar{G}_{i,j}$  не зависят от продольной координаты  $x$  и схему можно рассматривать как соединение цепочки одинаковых многополюсников. Такое соединение обычно называют цепной схемой [1.16]. В том случае, когда  $\bar{L}_{i,j}, \bar{C}_{i,j}, \bar{R}_{i,j}, \bar{G}_{i,j}$  зависят от продольной координаты, мы имеем дело с нерегулярной структурой.

Анализ МСЛ на основе эквивалентной схемы проводится известными методами теории цепей. Запись исходных уравнений делается, например, с помощью законов Кирхгофа [1.9, 1.17 – 1.19].

Рассмотрим сначала регулярные связанные линии. Обозначим напряжения и токи в соответствии с рис. 1.14, на котором показан фрагмент эквивалентной схемы многопроводных связанных линий.

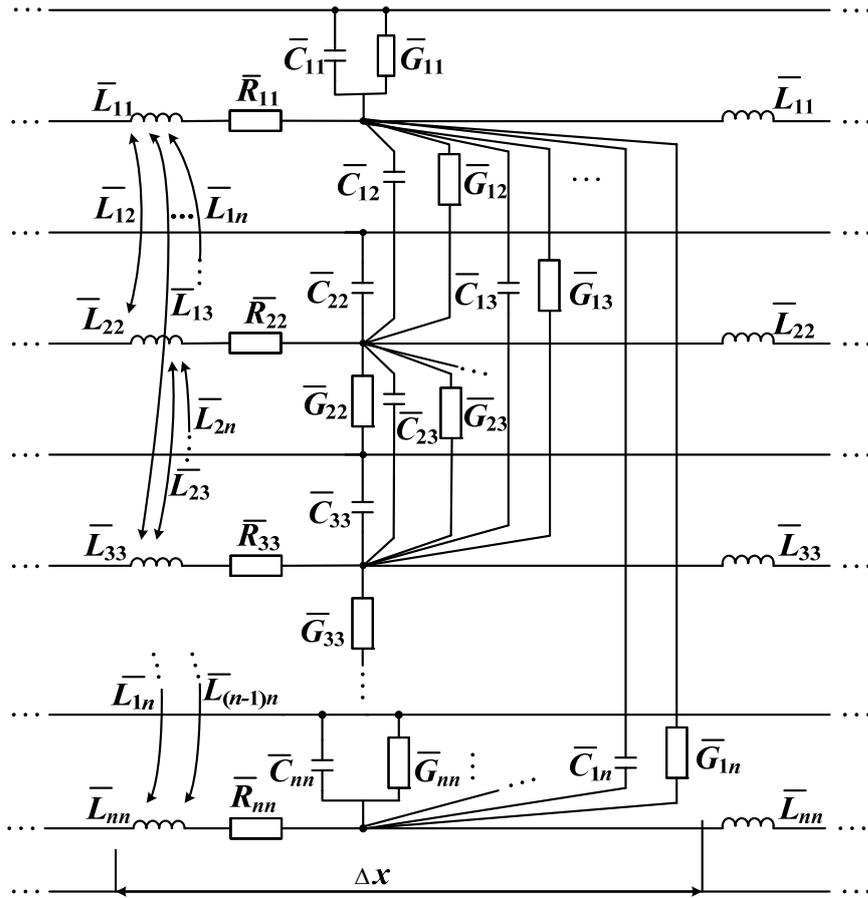


Рис. 1.13. Эквивалентная схема многопроводных связанных линий

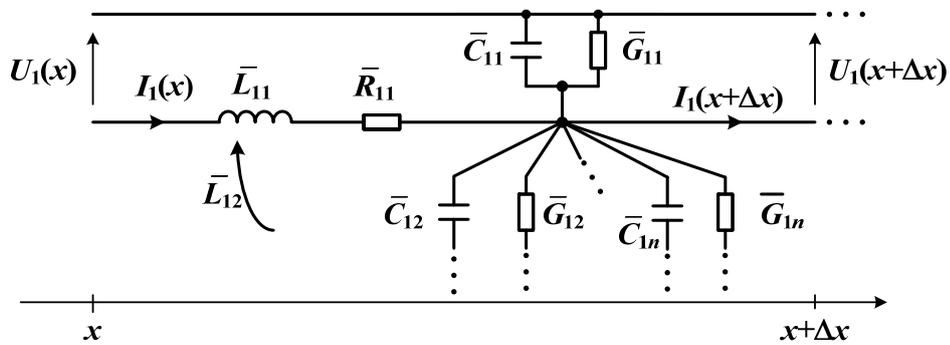


Рис. 1.14. Фрагмент эквивалентной схемы многопроводных связанных линий

Применяя законы Кирхгофа, получаем систему уравнений для напряжений и токов:

$$U_1(x + \Delta x) - U_1(x) = -L_{11}\Delta x \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - L_{12}\Delta x \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - \dots - L_{1n}\Delta x \frac{\partial I_n(x)}{\partial t} - R_{11}\Delta x I_1(x); \quad (1.16)$$

$$U_2(x + \Delta x) - U_2(x) = -L_{12}\Delta x \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - L_{22}\Delta x \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - \dots - L_{2n}\Delta x \frac{\partial I_n(x)}{\partial t} - R_{22}\Delta x I_2(x); \quad (1.17)$$

⋮

$$U_n(x + \Delta x) - U_n(x) = -L_{1n}\Delta x \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - L_{2n}\Delta x \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - \dots - L_{nn}\Delta x \frac{\partial I_n(x)}{\partial t} - R_{nn}\Delta x I_n(x); \quad (1.18)$$

$$I_1(x + \Delta x) - I_1(x) = -C_{11}\Delta x \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} + C_{12}\Delta x \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} + \dots + C_{1n}\Delta x \frac{\partial U_n(x)}{\partial t} - G_{11}\Delta x U_1(x) + G_{12}\Delta x U_2(x) + \dots + G_{1n}\Delta x U_n(x); \quad (1.19)$$

$$I_2(x + \Delta x) - I_2(x) = C_{12}\Delta x \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} - C_{22}\Delta x \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} + \dots + C_{2n}\Delta x \frac{\partial U_n(x)}{\partial t} + G_{12}\Delta x U_1(x) - G_{22}\Delta x U_2(x) + \dots + G_{2n}\Delta x U_n(x); \quad (1.20)$$

⋮

$$I_n(x + \Delta x) - I_n(x) = C_{1n}\Delta x \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} + C_{2n}\Delta x \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} + \dots - C_{nn}\Delta x \frac{\partial U_n(x)}{\partial t} + G_{12}\Delta x U_1(x) - G_{22}\Delta x U_2(x) + \dots + G_{2n}\Delta x U_n(x). \quad (1.21)$$

Система уравнений (1.16)–(1.21) достаточно громоздка, поэтому ее целесообразно записать в матричной форме. Обозначим через  $\mathbf{U}$  матрицу напряжений,  $\mathbf{I}$  — матрицу токов. Заметим, что  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{I}$  — столбцовые матрицы. Тогда система уравнений (1.16)–(1.21) примет компактный вид:

$$\mathbf{U}(x + \Delta x) - \mathbf{U}(x) = -\Delta x \mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(x) - \Delta x \mathbf{R} \mathbf{I}(x); \quad (1.22)$$

$$\mathbf{I}(x + \Delta x) - \mathbf{I}(x) = -\Delta x \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U}(x) - \Delta x \mathbf{G} \mathbf{U}(x). \quad (1.23)$$

Формулы (1.22) и (1.23) представляют, по существу, конечно-разностные уравнения, записанные для участка цепи  $\Delta x$ . На отрезке  $\Delta x$  первичные параметры либо должны быть независимы от  $x$ , либо им придается смысл некоторых средних параметров. Однако требования независимости матриц  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{G}$  от продольной координаты  $x$  в целом не накладывались, что весьма важно при моделировании связанных линий, имеющих нерегулярные параметры, т.е. зависящие от  $x$  параметры.

## 1.4. Матричные телеграфные уравнения

Записанные выше разностные уравнения (1.22), (1.23) являются основой для детального исследования волновых процессов в связанных линиях. Прежде чем обратиться к методам решения разностных уравнений, рассмотрим еще одну математическую модель многопроводных связанных линий в виде телеграфных уравнений.

Напомним, что напряжения и токи в уравнениях (1.22), (1.23) являются функциями координаты и времени:  $\mathbf{U}(x, t)$ ,  $\mathbf{I}(x, t)$ . Устремим  $\Delta x \rightarrow 0$ . Разделим на  $\Delta x$  левую и правую части уравнений (1.22), (1.23). В результате получим систему уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{U}) = -\mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{I}) - \mathbf{R} (\mathbf{I}); \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{I}) = -\mathbf{C} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{U}) - \mathbf{G} (\mathbf{U}), \quad (1.25)$$

где  $(\mathbf{U})$ ,  $(\mathbf{I})$  — столбцовые матрицы напряжений и токов в линиях.

В силу регулярности МСЛ и отсутствия в рассматриваемых конструкциях локальных неоднородностей очевидным образом функции  $\mathbf{U}(x, t)$ ,  $\mathbf{I}(x, t)$  — непрерывно дифференцируемые. На этом основании проведем дифференцирование по  $x$  левой и правой частей уравнения (1.24):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\mathbf{U}) = -\mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{I}) \right) - \mathbf{R} \left( \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{I}) \right). \quad (1.26)$$

Путем подстановки в равенство (1.26) выражения (1.25) получается уравнение относительно только напряжений:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\mathbf{U}) = \mathbf{LC} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\mathbf{U}) + (\mathbf{LC} + \mathbf{RC}) \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{U}) + \mathbf{RG}(\mathbf{U}). \quad (1.27)$$

Аналогичное уравнение записывается для токов:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(\mathbf{I}) = \mathbf{CL} \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\mathbf{I}) + (\mathbf{GL} + \mathbf{CR}) \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{I}) + \mathbf{GR}(\mathbf{I}). \quad (1.28)$$

Телеграфные уравнения (1.24) – (1.28) дают возможность исследовать волновой процесс в СПЛ в переходном режиме при воздействии на многопроводные связанные линии сложных сигналов. При гармоническом возбуждении МСЛ, что чаще всего имеет место на практике, уравнения упрощаются. Примем зависимость от времени напряжений и токов в виде

$$\mathbf{U}(x, t) = \mathbf{U}(x)e^{j\omega t}, \quad \mathbf{I}(x, t) = \mathbf{I}(x)e^{j\omega t},$$

где  $\omega$  – круговая частота гармонического сигнала или рассматриваемая гармоническая составляющая периодического сигнала;  $j$  – комплексная единица.

Тогда уравнения (1.24), (1.25) переписутся как

$$\frac{d}{dx}(\mathbf{U}) = -\mathbf{Z}(\mathbf{I}); \quad (1.29)$$

$$\frac{d}{dx}(\mathbf{I}) = -\mathbf{Y}(\mathbf{U}), \quad (1.30)$$

где  $\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\omega\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{Y} = \mathbf{G} + j\omega\mathbf{C}$  – соответственно матрицы сопротивлений и проводимостей.

Продифференцируем уравнения (1.29) и (1.30) по  $x$ :

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{U}) = -\mathbf{Z} \frac{d}{dx}(\mathbf{I}); \quad (1.31)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{I}) = -\mathbf{Y} \frac{d}{dx}(\mathbf{U}). \quad (1.32)$$

Заменив в уравнениях (1.31), (1.32)  $\frac{d}{dx}(\mathbf{I})$  и  $\frac{d}{dx}(\mathbf{U})$  на правые части уравнений (1.29) и (1.30), получаем еще одну форму телеграфных уравнений:

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{U}) = (\mathbf{ZY})\mathbf{U}; \quad (1.33)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{I}) = (\mathbf{YZ})\mathbf{I}. \quad (1.34)$$

Приведенные формы телеграфных уравнений используются в большинстве работ, в которых рассматриваются регулярные связанные многопроводные линии [1.17, 1.20 – 1.24].

## 1.5. Волновые свойства связанных полосковых линий и решение телеграфных уравнений

В работах, посвященных теории связанных линий, можно найти различные подходы к решению телеграфных уравнений [1.9, 1.17 – 1.24]. Несмотря на некоторое разнообразие математических методов, все решения основываются на представлении полной картины волновых процессов в МСЛ в виде суперпозиции нормальных волн. Под нормальными в данном случае понимаются волны, распространяющиеся в связанных линиях с фазовыми скоростями и амплитудами, зависящими только от первичных параметров. В этом смысле такие волны можно назвать также собственными по аналогии с механическими и электрическими колебательными системами с конечным или бесконечным числом степеней свободы.

Решение телеграфных уравнений (1.33) и (1.34) ищется в виде

$$\mathbf{U} = \mathbf{A} e^{\gamma x}, \quad (1.35)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{B} e^{\gamma x}, \quad (1.36)$$

где  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  – матрицы амплитуд напряжений и токов соответственно;  $\gamma$  – коэффициенты распространения нормальных волн.

Заметим, что в (1.35), (1.36) показатель степени  $\gamma x$  имеет знак «+», что, на первый взгляд, противоречит физическому смыслу. На самом деле это не так, поскольку знак при определении  $\gamma$  получается в результате решения задачи о собственных значениях матрицы  $\alpha = \mathbf{ZY}$  как первого этапа отыскания решения телеграфных уравнений и матриц собственных векторов (амплитуд напряжений и токов нормальных волн) как второго этапа нахождения функций  $\mathbf{U}(x)$ ,  $\mathbf{I}(x)$ .

Найти  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\gamma$  означает решить задачу о распространении нормальных волн в СПЛ. Если при этом учитываются источники возбуждения вынужденных колебаний в связанных линиях, тогда решается проблема определения картины связанных волн в СПЛ, которая образуется как суперпозиция нормальных волн.

Рассмотрим первую задачу определения амплитуд и коэффициентов распространения нормальных волн. Подставим равенство (1.35) в исходное уравнение (1.33). Получаем матричное уравнение относительно напряжений в линиях

$$(\mathbf{ZY} - \gamma^2 E)\mathbf{A} = 0, \quad (1.37)$$

нетривиальное решение которого возможно при условии

$$|\mathbf{ZY} - \gamma^2 E| = 0, \quad (1.38)$$

где  $E$  – единичная матрица. Аналогично для токов

$$(\mathbf{YZ} - \gamma^2 E)\mathbf{B} = 0; \quad (1.39)$$

$$|\mathbf{YZ} - \gamma^2 E| = 0. \quad (1.40)$$

Характеристический многочлен матрицы  $\alpha = \mathbf{ZY}$  имеет степень  $n$ , поэтому в общем случае существует  $n$  отличающихся по абсолютной величине собственных чисел матрицы  $\alpha$ , т. е.  $2n$  значений  $\gamma$ . Отыскание  $\gamma$  сводится к вычислению собственных значений матрицы  $\alpha = \mathbf{ZY}$  или матрицы  $\beta = \mathbf{YZ}$ . Как это видно из уравнений (1.37) и (1.39), собственные значения представляют квадраты коэффициентов распространения. Самый простой путь вычисления собственных значений – воспользоваться процедурами математического пакета Mathcad [1.25]. В случае двух- и трехпроводных связанных линий получены аналитические соотношения для нахождения  $\gamma$  [1.18, 1.19]. Для двухпроводных связанных линий, вычислив определитель из уравнения (1.37), получаем квадратное уравнение для  $\gamma^2$ :

$$\gamma^4 - (\alpha_{11} + \alpha_{22})\gamma^2 + \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21} = 0,$$

где  $\alpha_{ij}$  — элементы квадратной матрицы  $\alpha = \mathbf{ZY}$ .

В результате решения этого уравнения формула для вычисления квадратов коэффициентов распространения записывается в виде

$$\gamma_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} \pm \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right). \quad (1.41)$$

Заметим, что вычисление  $\gamma^2$  по формуле (1.41) при неоднородном диэлектрическом заполнении дает два значения, отличающихся по модулю. Это отражение физической картины распространения в двухпроводной системе нормальных волн с отличающимися фазовыми скоростями. Извлечение квадратного корня из правой части уравнения (1.41) дает возможность вычислить все 4 значения  $\gamma$ , отличающиеся знаками и по модулю. Приведем весь спектр коэффициентов распространения для связанных линий с двумя проводниками:

для падающей нормальной «быстрой» волны

$$\gamma_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} + \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (1.42)$$

для отраженной нормальной «быстрой» волны

$$\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} + \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (1.43)$$

для падающей нормальной «медленной» волны

$$\gamma_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} - \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (1.44)$$

для отраженной нормальной «медленной» волны

$$\gamma_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} - \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.45)$$

Термины «быстрая» и «медленная» волна применены условно. Это связано с тем простым обстоятельством, что изменение характера диэлектрического заполнения в поперечном сечении МСЛ может приводить к тому, что один и тот же тип возбуждения проводников, например синфазный, или четный [1.1, 1.2, 1.19], будет характеризоваться по отношению к другому типу возбуждения, противофазному, или нечетному, разным соотношением  $|\gamma_1| \cdot |\gamma_2|^{-1}$ , большим или меньшим 1.

Приведем пример вычисления коэффициентов распространения в связанных полосковых линиях, конструкция которых показана на рис. 1.15 [1.26 – 1.29]. Расчет первичных параметров выполнен методом сеток [1.30].

Размеры элементов конструкции соответствуют табл. 1.2.

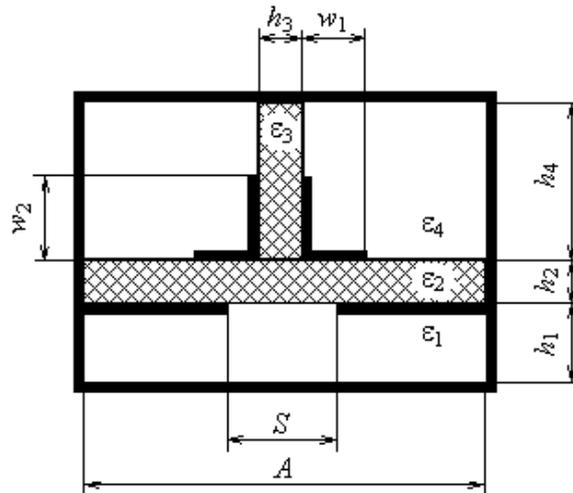


Рис. 1.15. Конструкция связанных линий, содержащая вертикально расположенную подложку

Таблица 1.2

Размеры элементов поперечного сечения связанных линий

Параметр, единица измерения	Обозначение	Значение
Ширина структуры, мм	$A$	38
Толщина горизонтальной подложки, мм	$h_2$	2
Толщина дополнительной вертикальной подложки, мм	$h_3$	0,52
Относительная диэлектрическая проницаемость основной подложки	$\epsilon_2$	5
Относительная диэлектрическая проницаемость вертикальной подложки	$\epsilon_3$	2,8
Ширина горизонтального проводника	$w_1$	2,05
Ширина вертикального проводника	$w_2$	0,45

Получены матрицы погонных индуктивностей и емкостей:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1,4680 & -0,6445 \\ -0,6445 & 1,4680 \end{bmatrix} \cdot 10^{-10} \text{ Ф/м};$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 3,291 & 1,608 \\ 1,608 & 3,291 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Погонные сопротивления и проводимости подобраны по данным измерения потерь:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,75 & 0 \\ 0 & 0,75 \end{bmatrix} \text{ Ом/м};$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^{-8} \text{ См/м}.$$

Наличие даже слабых потерь энергии в проводниках и диэлектрике ведет к появлению частотной зависимости коэффициентов распространения. По формулам (1.42)–(1.45) рассчитаны значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  в зависимости от частоты  $f$  (рис. 1.16).

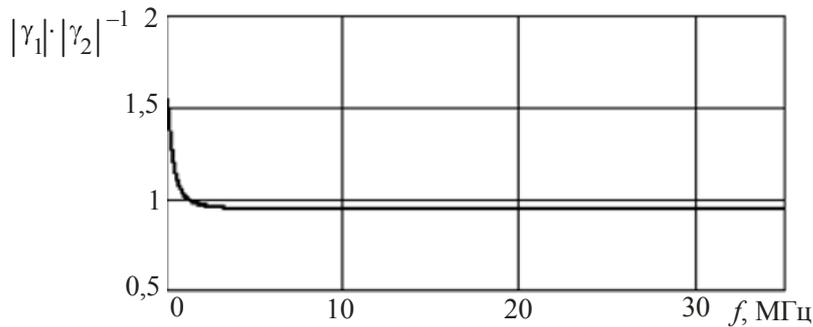


Рис. 1.16. Частотная зависимость отношения модулей коэффициентов распространения нормальных волн

Наблюдается существенная зависимость  $|\gamma_1| \cdot |\gamma_2|^{-1}$  от частоты на низких частотах, что вызвано наличием потерь в проводниках, обусловленных погонными сопротивлениями  $R_{11} = R_{22}$ . На высоких частотах  $|\gamma_1| \cdot |\gamma_2|^{-1} \rightarrow 1,04$ , что означает наличие слабой неуравновешенности электромагнитной связи. У волны с коэффициентом распространения  $\gamma_1$  фазовая скорость  $v_1 = 1,646 \cdot 10^8$  м/с, с коэффициентом  $\gamma_2$  будет  $v_2 = 1,572 \cdot 10^8$  м/с, т.е. в данном случае «быстрыми» волнами являются синфазные составляющие, а «медленными» – противофазные компоненты. Достаточно изменить соотношение относительных диэлектрических проницаемостей горизонтальной и вертикальной подложек в конструкции (см. рис. 1.11), чтобы синфазные волны стали «медленными», а «противофазные» – быстрыми. Это одно из интересных свойств связанных

линий, которое используется на практике для управления волновыми процессами в различных устройствах [1.2, 1.8].

Обратимся теперь к вопросу о вычислении амплитуд нормальных волн. Рассмотрим алгоритм расчета амплитуд напряжений, основанный на предположении, что амплитуда напряжения в первой линии  $A_1$  для любого  $\gamma_s^2$  известна ( $s = 1, 2, \dots, n$ ). Это позволяет от однородной системы уравнений (1.38) для  $2n$  неизвестных перейти к неоднородной системе с  $2(n-1)$  неизвестными. Без ущемления степени общности задачи будем считать, что  $A_1 = 1$  для любого  $\gamma_s^2$ .

Тогда остальные амплитуды сможем найти из неоднородной системы уравнений

$$\alpha_\Gamma A_\Gamma = \tilde{\alpha}, \quad (1.46)$$

где

$$A_\Gamma = \begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix}, \quad \tilde{\alpha} = - \begin{bmatrix} \alpha_{21} \\ \alpha_{31} \\ \vdots \\ \alpha_{n,1} \end{bmatrix}, \quad \alpha_\Gamma = \begin{bmatrix} \alpha_{22} - \gamma^2 & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2,n} \\ \alpha_{32} & \alpha_{33} - \gamma^2 & \dots & \alpha_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n,2} & \alpha_{n,3} & \dots & \alpha_{n,n} - \gamma^2 \end{bmatrix}.$$

Запишем

$$A_\Gamma = \alpha_\Gamma^{-1} \tilde{\alpha}. \quad (1.47)$$

Из телеграфных уравнений вида (1.29), (1.30) устанавливаем связь между  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{B} = -\mathbf{Y}\mathbf{A}\gamma^{-1}, \quad (1.48)$$

откуда

$$B_\Gamma = -Y A_\Gamma \gamma^{-1}. \quad (1.49)$$

Очевидно, что каждая столбцовая матрица  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , найденная для коэффициента распространения  $\gamma_s$  путем решения уравнений (1.47), (1.49), будет представлять собственный вектор; нахождение всех векторов даст матрицу собственных векторов напряжений  $\mathbf{A}_U$  и токов  $\mathbf{B}_I$ . Поскольку мы, по существу, выполнили нормирование амплитуд напряжений и токов относительно  $A_1, B_1$ , назовем  $\mathbf{A}_U, \mathbf{B}_I$  матрицами нормированных амплитуд. Они имеют следующую структуру:

$$\mathbf{A}_U = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}; \quad (1.50)$$

$$\mathbf{B}_I = - \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ m_{21}Y_{11} & m_{22}Y_{12} & \dots & m_{2n}Y_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n1}Y_{11} & m_{n2}Y_{12} & \dots & m_{nn}Y_{nn} \end{bmatrix}. \quad (1.51)$$

Коэффициенты  $k_{i,j}$ ,  $m_{i,j}$  ( $i = 2, 3, \dots, n$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ) находятся из выражений (1.44) и (1.45) как соответствующие элементы матриц  $A_\Gamma$  и  $B_\Gamma$  с учетом их связи, вытекающей из уравнения (1.49). Как уже отмечалось, исходя из физического смысла коэффициента распространения  $\gamma$ , его отрицательные значения соответствуют падающим волнам, а положительные – отраженным. Это обусловлено тем, что  $\gamma$  – комплексное число. Его вещественная часть есть не что иное, как коэффициент затухания волны, распространяющейся в среде с потерями в проводниках и диэлектрике. Падающая составляющая волны ослабляется по мере прохождения вдоль продольной координаты  $x$  от начала к концу отрезков связанных линий, поэтому вещественная часть  $\gamma$  должна быть отрицательной.

Падающей и отраженной составляющим нормальных волн соответствуют собственные векторы напряжений  $\mathbf{A}_U^+$ ,  $\mathbf{A}_U^-$  и токов  $\mathbf{B}_I^+$ ,  $\mathbf{B}_I^-$  (+ для падающих волн). Волновой процесс в многопроводных связанных линиях представляет суперпозицию падающих и отраженных волн.

Подстановкой решения (1.35), (1.36) в уравнения (1.29), (1.30) убеждаемся, что

$$\mathbf{A}_U^- = \mathbf{A}_U^+ = \mathbf{A}_U;$$

$$\mathbf{B}_I^- = -\mathbf{B}_I^+ = -\mathbf{B}_I.$$

Полная матрица собственных векторов  $\mathbf{A}_m$  (матрица нормированных амплитуд) запишется в виде

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & \mathbf{A}_U \\ \mathbf{B}_I & -\mathbf{B}_I \end{bmatrix}. \quad (1.52)$$

В силу равенства (1.49) полезна еще одна формула для  $\mathbf{V}_1$ :

$$\mathbf{V}_1 = -\mathbf{Y}\mathbf{A}_U\gamma^{-1}. \quad (1.53)$$

В общем случае элементы матрицы  $\mathbf{A}_m$  и  $\gamma^2$  – комплексные числа. Матрицы  $\gamma^2$  и  $\alpha$  подобны [1.25]. Блоки матрицы  $\mathbf{A}_m$ , являющиеся собственными векторами напряжений и токов падающих и отраженных волн, трансформируют  $\alpha$  или  $\alpha^T$  к  $\gamma^2$ , следовательно,  $\alpha$  – матрица простой структуры, или диагонализируемая матрица [1.31]. Последнее обстоятельство в отношении многопроводных структур имеет очевидную физическую интерпретацию в виде существования в СПЛ квази-Г-волн с коэффициентами распространения  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ . Практически всегда, если в СПЛ учитываются все возможные связи между проводниками и потери, отсутствует кратность собственных значений  $\gamma_s^2$  матрицы  $\alpha$ . Волны, имеющие коэффициенты распространения  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ , представляют собой, по существу, собственные квази-Г-волны, физическая природа которых объясняется общей теорией электромагнитных волн [1.32]. Факт существования в полосковых структурах волн с отличающимися  $\gamma_1, \gamma_2$  подтвержден экспериментально [1.2, 1.3], а зависимость коэффициентов распространения от режима возбуждения линий используется в практике построения управляемых устройств [1.8].

Обратимся теперь вновь к общему виду решения (1.35), (1.36). Как уже отмечалось, волны напряжений и токов в связанных линиях представляют суперпозицию падающих и отраженных составляющих. В матричной форме это можно записать следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_P & \mathbf{A}_R \\ \mathbf{B}_P & \mathbf{B}_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma x} \\ e^{\gamma x} \end{bmatrix}, \quad (1.54)$$

где  $\mathbf{A}_P, \mathbf{B}_P$  – амплитуды падающих составляющих соответственно напряжений и токов;  $\mathbf{A}_R, \mathbf{B}_R$  – амплитуды отраженных составляющих напряжений и токов.

Очевидно, что амплитуды напряжений и токов зависят от граничных условий. Удобно выбрать точкой отсчета  $x=0$ , т.е. начало координат. Для того чтобы связать матрицу амплитуд со значениями напряжений и токов в точке, запишем правую часть равенства (1.54) в виде произведения трех матриц:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_P & \mathbf{A}_R \\ \mathbf{B}_P & \mathbf{B}_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma x} \\ e^{\gamma x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & \mathbf{A}_U \\ \mathbf{B}_I & -\mathbf{B}_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma x} & 0 \\ 0 & e^{\gamma x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}, \quad (1.55)$$

в котором первый сомножитель в правой части представляет матрицу нормированных амплитуд, а третий – матрицу амплитуд падающей и отраженной составляющих, зависящих от граничных условий. В формуле (1.55)  $\mathbf{A}_1$  и  $\mathbf{A}_2$  в математическом отношении имеют смысл постоянных интегрирования. Их физическое значение:  $\mathbf{A}_1$  – амплитуды падающих волн, зависящие от граничных условий;  $\mathbf{A}_2$  – амплитуды отраженных волн, зависящие от граничных условий. Зададимся напряжениями и токами в точке  $x = 0$ , воспользовавшись равенствами (1.54) и (1.55), получаем

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & \mathbf{A}_U \\ \mathbf{B}_I & -\mathbf{B}_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix},$$

откуда находим

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}.$$

Запишем теперь общее решение телеграфных уравнений, позволяющее найти напряжения и токи в сечении  $x$ , если известны напряжения и токи в точке  $x = 0$ :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(x) \\ \mathbf{I}(x) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m e^{-\gamma x} \mathbf{A}_m^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}. \quad (1.56)$$

Решение (1.56) дает детальную картину волновых процессов в МСЛ, которая очевидным образом зависит от граничных условий. С помощью уравнения (1.56) можно исследовать как собственные колебания, т. е. нормальные волны, так и связанные волны напряжений и токов [1.8].

## 1.6. Матричные параметры отрезков $n$ -проводных связанных линий

### 1.6.1. Классическая матрица передачи $\mathbf{a}$

Решение задач расчета параметров связанных линий и устройств на их основе значительно упрощается, если использовать формализм теории матриц для определения требуемых характеристик СПЛ. При этом надо

учитывать, что для вычисления параметров устройств на основе СПЛ требуется знать лишь одну из классических или волновых матриц. Удобство и простота алгоритмизации матричного анализа признаны и широко используются в практике анализа и синтеза ВЧ- и СВЧ-устройств [1.33].

Расчету классических и волновых матриц  $n$ -проводных связанных линий посвящена, например, работа [1.17]. Рассмотрим наиболее общий случай определения матричных параметров СПЛ с потерями, т. е. когда элементы  $R_{i,j}$  и  $G_{i,j}$  матриц  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{G}$  сравнимы с элементами матриц  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{G}$ , умноженных на частоту  $\omega$ .

Обозначим напряжения и токи на входе отрезка  $n$ -проводной линии согласно рис. 1.17.

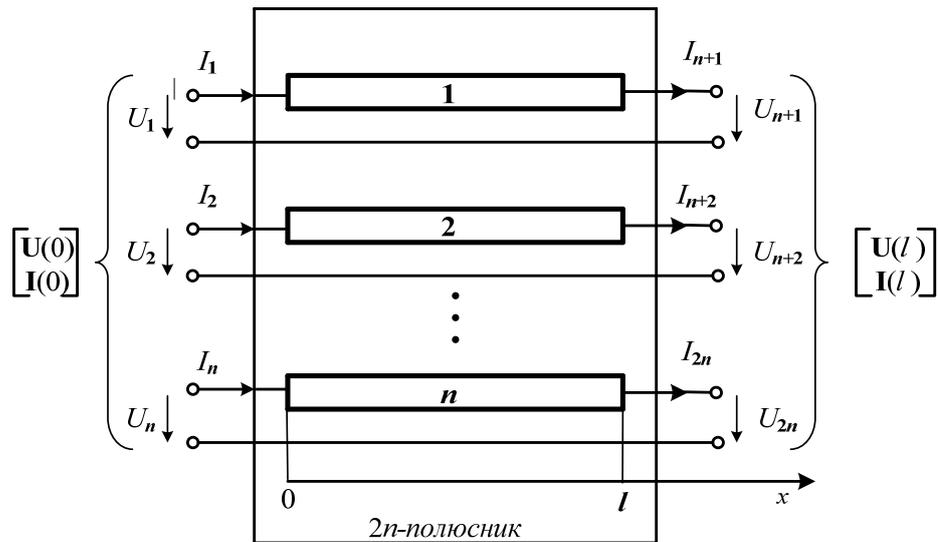


Рис. 1.17. Отрезок связанных линий как  $2n$ -полюсник

С учетом приведенных выше выражений выходные напряжения и токи определим через входные следующим образом [1.8]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} e^{-\gamma l} & 0 \\ 0 & e^{\gamma l} \end{bmatrix} \mathbf{A}_m^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}. \quad (1.57)$$

Определим матрицу  $\mathbf{A}_m^{-1}$  по формуле Фробениуса [1.31]:

$$\mathbf{A}_m^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{A}_U^{-1} & -\mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix}. \quad (1.58)$$

Подставив (1.58) в (1.57), получим зависимость напряжений и токов на выходе  $2n$ -полюсника от напряжений и токов на входе:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U(e^{-\gamma l} + e^{\gamma l})\mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{A}_U(e^{-\gamma l} - e^{\gamma l})\mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{B}_I(e^{-\gamma l} - e^{\gamma l})\mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I(e^{-\gamma l} + e^{\gamma l})\mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}. \quad (1.59)$$

Применив формулу Эйлера, перепишем равенство (1.59):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}(l) \\ \mathbf{I}(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U \operatorname{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & -\mathbf{A}_U \operatorname{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \\ -\mathbf{B}_I \operatorname{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I \operatorname{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}(0) \\ \mathbf{I}(0) \end{bmatrix}. \quad (1.60)$$

Классическая матрица передачи  $a$  позволяет найти входные напряжения и токи в зависимости от выходных напряжений и токов. Поэтому, не нарушая традиции, поменяем местами входные и выходные токи и напряжения, чтобы направление токов от точки  $x=l$  к точке  $x=0$  соответствовало принятому в отечественной литературе [1.33]. В результате получаем матрицу передачи

$$a = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U \operatorname{ch}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{A}_U \operatorname{sh}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \\ \mathbf{B}_I \operatorname{sh}(\gamma l) \mathbf{A}_U^{-1} & \mathbf{B}_I \operatorname{ch}(\gamma l) \mathbf{B}_I^{-1} \end{bmatrix}. \quad (1.61)$$

Формула (1.61) полностью эквивалентна нижеследующей:

$$a = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} e^{\gamma l} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma l} \end{bmatrix} \mathbf{A}_m^{-1}. \quad (1.62)$$

Матрица  $a$  (1.61) получена из соотношения (1.60) путем замены координаты  $x=l$  на  $x=-l$ , что было сделано также при выводе равенства (1.62).

### 1.6.2. Классическая матрица проводимостей $Y$

Вычисление матрицы проводимостей  $Y$ , а также волновых матриц  $T$ ,  $S$  может быть осуществлено через известную связь между ними [1.33]. Возможен и другой путь — получить матрицы непосредственно из решения телеграфных уравнений [1.3].

Связь между нормированной клеточной матрицей проводимости  $Y$  и нормированной клеточной матрицей передачи  $A$  определяется формулой [1.33]

$$\begin{bmatrix} [Y_{aa}] & [Y_{ab}] \\ [Y_{ba}] & [Y_{bb}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_{bb}][A_{ab}]^{-1} & [A_q] \\ [A_{ab}]^{-1} & -[A_{ab}]^{-1}[A_{aa}] \end{bmatrix}, \quad (1.63)$$

где  $[A_{aa}]$ ,  $[A_{ab}]$ ,  $[A_{ba}]$ ,  $[A_{bb}]$  – элементы (матрицы-клетки) клеточной нормированной передачи;  $[Y_{aa}]$ ,  $[Y_{ab}]$ ,  $[Y_{ba}]$ ,  $[Y_{bb}]$  – элементы клеточной нормированной матрицы проводимости;  $[A_q] = [A_{ba}] - [A_{bb}][A_{ab}]^{-1}[A_{aa}]$ .

Нормированная матрица передачи записывается следующим образом:

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z_1]^{-\frac{1}{2}} [a_{aa}] [Z_2]^{\frac{1}{2}} & [Z_1]^{-\frac{1}{2}} [a_{ab}] [Z_2]^{-\frac{1}{2}} \\ [Z_1]^{\frac{1}{2}} [a_{ba}] [Z_2]^{\frac{1}{2}} & [Z_1]^{\frac{1}{2}} [a_{bb}] [Z_2]^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix}, \quad (1.64)$$

где  $[a_{aa}]$ ,  $[a_{ab}]$ ,  $[a_{ba}]$ ,  $[a_{bb}]$  – элементы клеточной ненормированной матрицы передачи;  $[Z_1]$ ,  $[Z_2]$  – диагональные матрицы нагрузок на входе и выходе.

### 1.6.3. Волновая матрица передачи $t$

Обозначим падающие и отраженные составляющие волн напряжений на входе  $U_{1\text{пад}}$ ,  $U_{1\text{отр}}$  и выходе  $U_{2\text{пад}}$ ,  $U_{2\text{отр}}$  многополюсника так, как это показано на рис. 1.18.

Заметим, что рассматриваемые волны напряжений  $U_{1\text{пад}}$ ,  $U_{1\text{отр}}$ ,  $U_{2\text{пад}}$ ,  $U_{2\text{отр}}$  не идентичны ранее введенным падающим и отраженным волнам с амплитудами соответственно  $U_p$ ,  $U_r$ , так как первые определяются на внешних полюсах многополюсника, а вторые существуют внутри многополюсника в связанных линиях. Их отличие обусловлено тем, что подводящие линии передачи в общем случае совсем необязательно согласованы с входом и выходом отрезка связанных линий. Скачок сопротивлений в точках подключения к многополюснику приводит к отражению волн.

Волновая матрица передачи связывает входные падающие и отраженные волны напряжения с выходными падающими и отраженными волнами напряжения (поэтому и называется матрицей передачи) [1.33]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{1 \text{ пад}} \\ \mathbf{U}_{1 \text{ отр}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{aa} & t_{ab} \\ t_{ba} & t_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{2 \text{ пад}} \\ \mathbf{U}_{2 \text{ отр}} \end{bmatrix}. \quad (1.65)$$

Так как многополюсник обычно включают между входными нагрузками и выходными нагрузками, волновая матрица передачи  $t$  нормируется подобно тому, как нормируется матрица  $[A]$ .

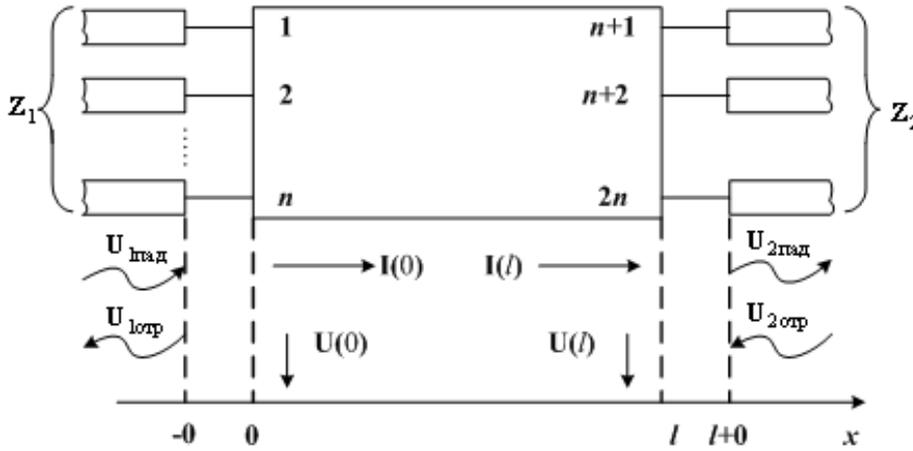


Рис. 1.18. Обозначение падающих и отраженных волн к получению волновых матриц связанных линий

Связь между нормированной волновой матрицей передачи  $[T]$  и классической нормированной матрицей передачи  $[A]$  записывается следующим образом:

$$[T] = \begin{bmatrix} [1] & [1] \\ [1] & -[1] \end{bmatrix}^{-1} [A] \begin{bmatrix} [1] & [1] \\ [1] & -[1] \end{bmatrix}, \quad (1.66)$$

где  $[1]$  – единичные матрицы;  $[A]$  – нормированная матрица передачи.

#### 1.6.4. Волновая матрица рассеяния $S$

Воспользуемся определением волновой матрицы рассеяния  $S$ , данным в работе [1.33]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{1 \text{ отр}} \\ \mathbf{U}_{2 \text{ пад}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{aa} & s_{ab} \\ s_{ba} & s_{bb} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{1 \text{ пад}} \\ \mathbf{U}_{2 \text{ отр}} \end{bmatrix}. \quad (1.67)$$

Нормированная матрица рассеяния  $S$  связана с нормированной волновой матрицей передачи  $T$  формулой [1.33]

$$[S] = \begin{bmatrix} [T_{ba}][T_{aa}]^{-1} & [T_{bb}] - [T_{ba}][T_{aa}]^{-1}[T_{ab}] \\ [T_{aa}]^{-1} & -[T_{aa}]^{-1}[T_{ab}] \end{bmatrix}. \quad (1.68)$$

Итак, формулы для вычисления матриц передачи  $A$ , проводимостей  $Y$ , волновой матрицы передачи  $T$  и матрицы рассеяния  $S$  дают достаточно полный набор матричных параметров отрезков СПЛ. Для их вычисления требуется нахождение собственных значений матриц  $ZY$  и  $YZ$ . Поэтому в практике анализа и синтеза устройств на СПЛ часто прибегают к упрощающим предположениям. Например, полагают, что омические потери отсутствуют и  $R = G = 0$ , вычисляют матрицы  $a$ ,  $y$ ,  $t$ ,  $s$ , используя хорошо отработанные подпрограммы отыскания собственных значений и собственных векторов, а также возможности математических пакетов Mathcad, MATLAB.

## Литература к разделу 1

- 1.1. Влостовский Э.Г. К теории связанных линий передачи / Э.Г. Влостовский // Радиотехника. – 1967. – № 4. – С. 28–35.
- 1.2. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе / Н.Д. Малютин. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 164 с.
- 1.3. Сычев А.Н. Управляемые СВЧ-устройства на многомодовых полосковых структурах / А.Н. Сычев ; под. ред. Н.Д. Малютина. – Томск: Том. гос. ун-т, 2001. – 318 с.
- 1.4. Беляев Б.А. Исследование коэффициентов связи сонаправленных резонаторов в полосковых фильтрах на подвешенной подложке / Б.А. Беляев, А.М. Сержантов, Я.Ф. Бальва // Радиотехника и электроника. – 2008. – Т. 53, № 4. – С. 432–440.
- 1.5. Гвоздев В.И. Объемные интегральные схемы СВЧ / В.И. Гвоздев, Е.И. Нефедов. – М.: Наука, 1985. – 256 с.
- 1.6. Сверхширокополосные микроволновые устройства / А.М. Богданов [и др.] ; под. ред. А.П. Креницкого, В.П. Мещанова. – М.: Радио и связь, 2001. – 560 с.
- 1.7. А. с. 432843 СССР, МКИ Н01 Р 1/18. Полосковый фазовращатель / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин. – № 1781634/26-9; заявл. 03.05.72; опубл. 1975, Бюл. № 30.

- 1.8. Воробьев П.А. Квази-Т-волны в устройствах на связанных полосковых линиях с неуравновешенной электромагнитной связью / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин, В.Н. Федоров // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, № 9. – С. 1711–1718.
- 1.9. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами / С.И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 1980. – 152 с.
- 1.10. Андронов Е.В. Теоретический аппарат измерений на СВЧ. Т. 1. Методы измерения на СВЧ / Е.В. Андронов, Г.Н. Глазов. – Томск: ТМЛ-Пресс, 2010. – 804 с.
- 1.11. Лошилов А.Г. Цифровой измерительный комплекс для измерения частотных и импульсных характеристик четырехполюсников / А.Г. Лошилов, Э.В. Семенов, Н.Д. Малютин // Изв. Том. политехн. ун-та. – Томск: Изд-во ТПУ, 2006. – Т. 309, № 8. – С. 37–42.
- 1.12. Лошилов А.Г. Экспериментальная установка для исследования характеристик нелинейности СВЧ-цепей в режиме сверхширокополосного импульсного воздействия / А.Г. Лошилов, Э.В. Семенов, Н.Д. Малютин // Докл. Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники. – 2010. – № 2 (22), ч. 1. – С. 161–165.
- 1.13. Wheeler H.A. Skin Resistance of a Transmission-Line Conductor of Polygon Cross Section / H.A. Wheeler // Proceedings of the IRE. – 1955. – Vol. 43, Issue 7. – P. 805.
- 1.14. Matthaei G.L. Approximate calculation of the high-frequency resistance matrix for multiple coupled lines / G.L. Matthaei, G.C. Chinn // Microwave Symposium Digest, IEEE MTT-S International. – 1–5 Jun 1992. – P. 1353.
- 1.15. Harrington R.F. Losses on multiconductor transmission lines in multilayered dielectric media / R.F. Harrington, C. Wei // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – Vol. MTT-32, July 1984. – P. 705–710.
- 1.16. Каганов Э.Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы / Э.Г. Каганов. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248 с.
- 1.17. Marx K.D. Propagation modes, equivalent circuits and characteristic terminations for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics / K.D. Marx // IEEE Trans. on MTT. – 1973. – Vol. MTT-21, N 7. – P. 450–457.
- 1.18. Малютин Н.Д. Матричные параметры неодинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком / Н.Д. Малютин // Радиотехника и электроника. – 1976. – Т. 21, № 12. – С. 2473–2478.

1.19. Allen J.L. Non-symmetrical coupled lines in an inhomogeneous dielectric medium / J.L. Allen // *Int. J. Electronics*. – 1975. – Vol. 38, N 3. – P. 337–347.

1.20. Ховратович В.С. Параметры многопроводных передающих линий / В.С. Ховратович // *Радиотехника и электроника*. – 1975. – Т. 20, № 3. – С. 468–473.

1.21. Захар-Иткин М.Х. Теорема взаимности и матричные телеграфные уравнения для многопроводных линий передачи / М.Х. Захар-Иткин // *Радиотехника и электроника*. – 1974. – № 11. – С. 2338–2348.

1.22. Ивашка В.П. Фазовые и энергетические характеристики связанных микрополосковых линий / В.П. Ивашка // *Литовский физический сборник*. – 1980. – Т. 20, № 2. – С. 85–94.

1.24. Маевский Д.А. Математическая модель системы связанных полосковых линий / Д.А. Маевский // *Електромашинобудування та електрообладнання*. – 2007. – Вип. 68. – С. 52–55.

1.25. Дьяконов В.П. Энциклопедия MathCAD 2001i и MathCAD 11 / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 832 с.

1.26. Шлее В.Р. Рельефные связанные микрополосковые линии / В.Р. Шлее, А.В. Ефименко, М.Я. Воронин // *Радиотехника и электроника*. – 1983. – № 6. – С. 1064–1071.

1.27. A Directional Coupler of a Vertically Installed Planar Circuit Structure / Y. Konishi [et al.] // *The Transactions on Microwave Theory and Techniques*. – 1988. – N 6.

1.28. Реберно-диэлектрическая линия и некоторые устройства на ее основе / В.И. Гвоздев [и др.] // *Радиотехника и электроника*. – 1990. – Т. 35, № 3. – С. 465–478.

1.29. Сычев А.Н. Комбинированный метод частичных емкостей и конформных отображений для анализа многомодовых полосковых структур / А.Н. Сычев. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2007. – 138 с.

1.30. Фуско В. СВЧ-цепи. Анализ и автоматизированное проектирование: пер. с англ. / В. Фуско. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.

1.31. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 575 с.

1.32. Краснушкин П.Е. Преобразование нормальных волн в периодических и гладких волноводах без потерь / П.Е. Краснушкин // *Радиотехника и электроника*. – 1974. – Т. 19, № 7. – С. 1345.

1.33. Фельдштейн А.Л. Синтез четырехполосников и восьмиполосников на СВЧ / А.Л. Фельдштейн, Л.Р. Явич. – 2-изд., перераб. и доп. – М.: Сов. радио, 1971. – 388 с.

## **Вопросы для самопроверки**

1. Перечислите основные признаки неуравновешенности электромагнитной связи связанных полосковых линий.
2. Назовите основные классификационные признаки многопроводных связанных линий.
3. Перечислите первичные погонные параметры линии передачи. Какие физические процессы в линиях передачи они описывают?
4. В чем отличие эквивалентных схем линий передачи с потерями и без потерь?
5. Как связаны матрицы погонных индуктивностей и емкостей системы проводников при воздушном заполнении?
6. Что описывают телеграфные уравнения?
7. Перечислите известные вам классические и волновые матрицы, описывающие отрезок линии передачи.
8. Чем вызвано разнообразие возможных способов матричного представления отрезка связанных линий передачи?

## 2. Регулярные двухпроводные связанные линии

### 2.1. Матричные параметры неодинаковых связанных линий с неоднородным в поперечном сечении диэлектриком

#### 2.1.1. Разностные и телеграфные уравнения. Соотношения амплитуд напряжений и токов в линиях

Двухпроводные связанные полосковые линии с регулярными, т.е. не зависящими от продольной координаты первичными параметрами весьма распространенный тип линий передачи. Они выполняются в виде самых различных конструкций, но общим является то, что СПЛ содержат два токоведущих проводника, расположенных либо в экране, либо вблизи поверхности с условно нулевым потенциалом.

Пример конструкции двухпроводных связанных полосковых линий с неоднородным в поперечном сечении диэлектриком показан на рис. 2.1. При этом связанные проводники могут быть симметричными относительно вертикальной оси или несимметричными в конструктивном отношении, т.е. иметь одинаковые или неодинаковые поперечные размеры и, следовательно, первичные параметры. Матричные параметры неодинаковых связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью без учета потерь были получены в работе [2.1].

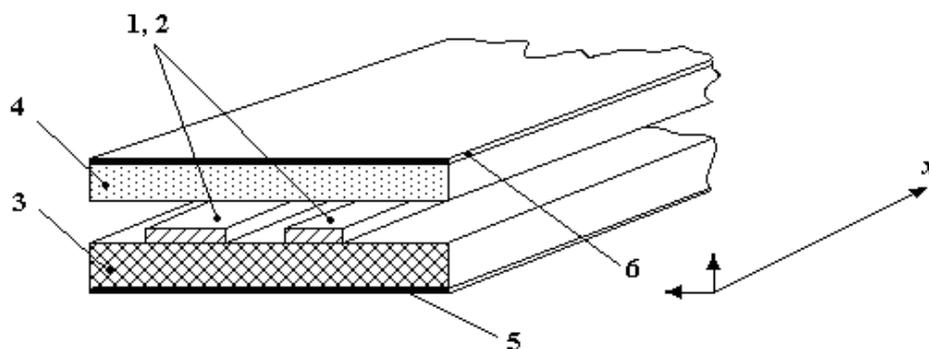


Рис. 2.1. Конструкция связанных полосковых линий с неоднородным в поперечном сечении диэлектриком: 1, 2 — связанные токоведущие проводники в виде полосок; 3, 4 — диэлектрические подложки; 5, 6 — заземляемые основания (экраны)

Поскольку двухпроводные связанные линии занимают важное место в практике построения различных устройств ВЧ- и СВЧ-диапазона, рассмотрим подробно получение их матричных параметров и анализ волновых процессов для наиболее общего случая неодинаковых СПЛ с неравновешенной электромагнитной связью. Еще одна веская причина подробного анализа двухпроводных связанных линий рассматриваемого класса состоит в том, что нерегулярные связанные линии могут быть представлены как каскадное соединение множества элементарных (коротких) отрезков регулярных СПЛ. И в этом случае определение матричных параметров и волновых свойств каждого из элементарных отрезков регулярных СПЛ дает возможность построить алгоритмы вычисления нерегулярных структур с произвольной зависимостью первичных параметров от продольной координаты [2.2, 2.3].

Связанные полосковые линии с неоднородным по поперечному сечению диэлектриком и устройства на их основе имеют ряд свойств, не характерных для СПЛ с однородным диэлектриком [2.4–2.8].

Впервые матричные параметры одинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком были определены в статье [2.5] методом суперпозиции волн напряжений и токов четного и нечетного (синфазного и противофазного) возбуждения полосок. В этой же работе приведены первые практически важные результаты о превращении секций устройств, ранее считавшихся всепропускающими, в секции с явно выраженными фильтрующими свойствами. Результаты работы [2.5] обобщены на случай неодинаковых СПЛ в [2.1, 2.6].

Результаты, получаемые из решения телеграфных уравнений и методом суперпозиции четных и нечетных волн, очевидно, должны совпадать при вычислении матричных параметров. Однако первый из названных методов дает более ясное представление о физической картине волновых процессов и сравнительно просто приводит к обобщениям на случай многопроводных передающих линий [2.8, 2.9].

Эквивалентная схема двухпроводных связанных линий показана на рис. 2.2 [2.10]. Линии имеют погонные параметры:  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  – собственные емкости;  $L_{11}$ ,  $L_{22}$  – собственные индуктивности;  $C_{12}$ ,  $L_{12}$  – взаимные емкость и индуктивность;  $R_{11}$ ,  $R_{22}$  – сопротивления проводников;  $G_{11}$ ,  $G_{22}$ ,  $G_{12}$  – проводимости. На рисунке выделен элементарный участок СПЛ длиной  $dx$ , который имеет первичные параметры, вычисляемые как произведение коэффициентов матриц индуктивностей  $\mathbf{L}$ ,

емкостей  $C$ , сопротивлений  $R$  и проводимостей  $G$  на  $dx$ :  $L_{11}dx, L_{12}dx, L_{22}dx, \dots, G_{11}dx, G_{22}dx$  (см. подразд. 1.3).

Приведенная эквивалентная схема не является точным отражением физически строгой модели связанных линий, так как не учитывает все возможные особенности волновых процессов. В частности, она не позволяет детально исследовать СПЛ при наличии частотной зависимости погонных параметров. Однако в практике сложилось так, что именно приведенная эквивалентная схема является базовой для расчета устройств на связанных линиях. Тонкости и особенности определения параметров каждой конструкции СПЛ кроются в решении задачи вычисления матриц  $L, C, R, G$ . В том же случае, когда это вызывает затруднения, часто прибегают к экспериментальным исследованиям и восстановлению первичных параметров по измеренным волновым параметрам (задача экстракции параметров) [2.11].

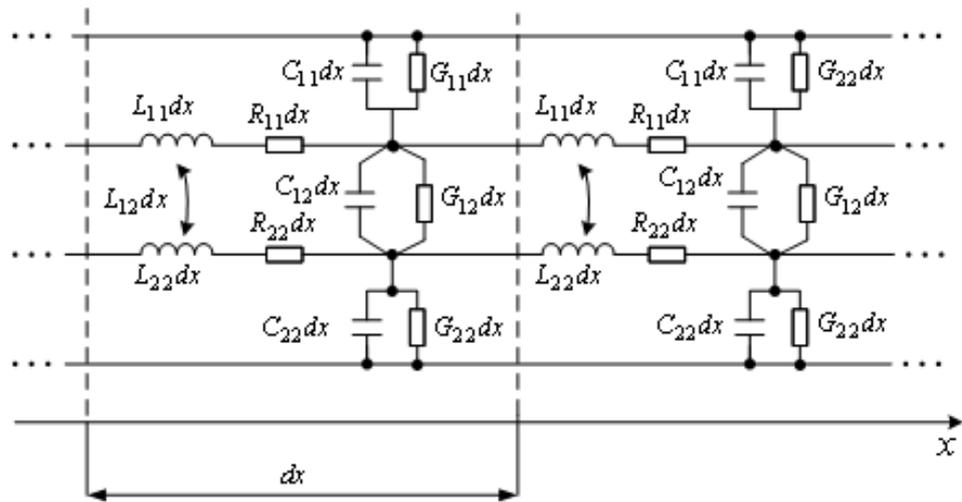


Рис. 2.2. Эквивалентная схема двухпроводных связанных полосковых линий

Обозначим напряжения и токи на входе и выходе элементарного отрезка СПЛ длиной  $dx$  так, как это показано на рис. 2.3.

В соответствии с законами Кирхгофа запишем систему конечно-разностных уравнений для данной эквивалентной схемы:

$$\begin{cases} U_1(x+dx) - U_1(x) = -L_{11}dx \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - L_{12}dx \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - R_{11}dx I_1; \\ U_2(x+dx) - U_2(x) = -L_{22}dx \frac{\partial I_2(x)}{\partial t} - L_{12}dx \frac{\partial I_1(x)}{\partial t} - R_{22}dx I_2; \\ I_1(x+dx) - I_1(x) = -C_{11}dx \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} + C_{12}dx \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} - G_{11}dx U_1 - G_{12}dx U_2; \\ I_2(x+dx) - I_2(x) = -C_{22}dx \frac{\partial U_2(x)}{\partial t} + C_{12}dx \frac{\partial U_1(x)}{\partial t} - G_{22}dx U_2 - G_{12}dx U_1. \end{cases} \quad (2.1)$$

Так же, как в подразделе 1.4, зависимость от времени напряжений и токов примем в виде

$$U_{1,2}(x,t) = U_{1,2}(x)e^{j\omega t}, \quad I_{1,2}(x,t) = I_{1,2}(x)e^{j\omega t},$$

где  $\omega$  – круговая частота гармонического сигнала или рассматриваемая гармоническая составляющая периодического сигнала;  $j$  – комплексная единица.

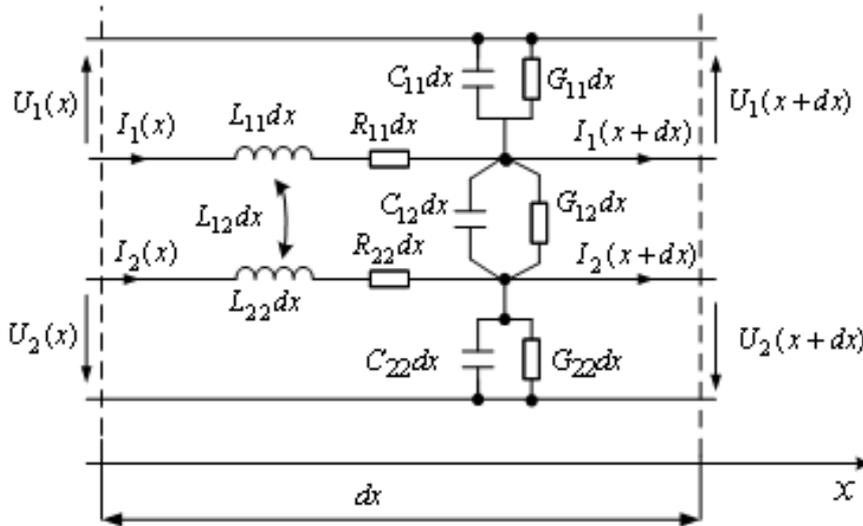


Рис. 2.3. Напряжения и токи на входе и выходе элементарного отрезка связанных линий

Система уравнений (2.1) при этом упростится и будет иметь вид

$$\begin{cases} U_1(x+dx) - U_1(x) = -j\omega L_{11}dxI_1 - j\omega L_{12}dxI_2 - R_{11}dxI_1; \\ U_2(x+dx) - U_2(x) = -j\omega L_{22}dxI_2 - j\omega L_{12}dxI_1 - R_{22}dxI_2; \\ I_1(x+dx) - I_1(x) = -j\omega C_{11}dxU_1 + j\omega C_{12}dxU_2 - G_{11}dxU_1 - G_{12}dxU_2; \\ I_2(x+dx) - I_2(x) = -j\omega C_{22}dxU_2 + j\omega C_{12}dxU_1 - G_{22}dxU_2 - G_{12}dxU_1. \end{cases} \quad (2.2)$$

Разделив левую и правую части каждого из уравнений системы на  $dx$ , мы получим телеграфные уравнения. Одновременно с этим упорядочим запись слагаемых в уравнениях так, чтобы она соответствовала дальнейшему переходу к матричной форме телеграфных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dU_1}{dx} = -(j\omega L_{11} + R_{11})I_1 - j\omega L_{12}I_2; \\ \frac{dU_2}{dx} = -j\omega L_{12}I_1 - (j\omega L_{22} + R_{22})I_2; \\ \frac{dI_1}{dx} = -(j\omega C_{11} + G_{11})U_1 + (j\omega C_{12} - G_{12})U_2; \\ \frac{dI_2}{dx} = (j\omega C_{12} - G_{12})U_1 + (j\omega C_{11} - G_{11})U_2. \end{cases} \quad (2.3)$$

Продифференцируем уравнения системы (2.3) по  $x$ :

$$\begin{cases} \frac{d^2U_1}{dx^2} = -(j\omega L_{11} + R_{11})\frac{dI_1}{dx} - j\omega L_{12}\frac{dI_2}{dx}; \\ \frac{d^2U_2}{dx^2} = -j\omega L_{12}\frac{dI_1}{dx} - (j\omega L_{22} + R_{22})\frac{dI_2}{dx}; \\ \frac{d^2I_1}{dx^2} = -(j\omega C_{11} + G_{11})\frac{dU_1}{dx} + (j\omega C_{12} - G_{12})\frac{dU_2}{dx}; \\ \frac{d^2I_2}{dx^2} = (j\omega C_{12} - G_{12})\frac{dU_1}{dx} - (j\omega C_{11} + G_{11})\frac{dU_2}{dx}. \end{cases} \quad (2.4)$$

Подставим в (2.4) первые производные из системы (2.3). В результате получим систему дифференциальных уравнений второго порядка в матричной форме:

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{U}) = (\mathbf{ZY})\mathbf{U}; \quad (2.5)$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(\mathbf{I}) = (\mathbf{YZ})\mathbf{I}. \quad (2.6)$$

В соотношениях (2.5) и (2.6)  $(\mathbf{U})$ ,  $(\mathbf{I})$  – столбцовые матрицы напряжений и токов:

$$(\mathbf{U}) = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}, \quad (\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix};$$

$\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Y}$  — матрицы вторичных параметров в виде сопротивлений и проводимостей, которые записываются следующим образом:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} (j\omega L_{11} + R_{11}) & j\omega L_{12} \\ j\omega L_{12} & (j\omega L_{22} + R_{22}) \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} (j\omega C_{11} + G_{11}) & (-j\omega C_{12} + G_{12}) \\ (-j\omega C_{12} + G_{12}) & (j\omega C_{22} + G_{22}) \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим сначала определение матричных параметров без учета потерь, когда погонные сопротивления  $R_{11}$ ,  $R_{22}$  и проводимости  $G_{11}$ ,  $G_{22}$ ,  $G_{12}$  пренебрежимо малы. Выполнив вычисление  $\mathbf{ZY}$  и  $\mathbf{YZ}$ , запишем телеграфные уравнения для напряжений и токов в связанных линиях в следующей форме [2.1]:

$$\frac{d^2 U_1}{dx^2} = aU_1 + bU_2; \quad (2.7)$$

$$\frac{d^2 U_2}{dx^2} = dU_1 + cU_2; \quad (2.8)$$

$$\frac{d^2 I_1}{dx^2} = aI_1 + dI_2; \quad (2.9)$$

$$\frac{d^2 I_2}{dx^2} = bI_1 + cI_2, \quad (2.10)$$

где

$$a = -\omega^2 (L_{11}C_{11} - L_{12}C_{12}); \quad b = -\omega^2 (L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12});$$

$$c = -\omega^2 (L_{22}C_{22} - L_{12}C_{12}); \quad d = -\omega^2 (L_{12}C_{11} - L_{22}C_{12}).$$

Решение уравнений (2.7) – (2.10) ищется в виде волн напряжений и токов в линиях, распространяющихся вдоль продольной координаты  $x$ :

$$U_1 = A_1 e^{\gamma x}; U_2 = A_2 e^{\gamma x}; \quad (2.11)$$

$$I_1 = B_1 e^{\gamma x}; I_2 = B_2 e^{\gamma x}. \quad (2.12)$$

Коэффициент распространения  $\gamma$  имеет четыре значения [2.10] (см. подраздел 1.5):

$$\gamma = \pm j \frac{\omega}{\sqrt{2}} (L_{11} C_{11} + L_{22} C_{22} - 2L_{12} C_{12} \mp K)^{1/2}, \quad (2.13)$$

$$\text{где } K = \sqrt{(L_{22} C_{22} - L_{11} C_{11})^2 + 4(L_{22} C_{12} - L_{12} C_{11})(L_{11} C_{12} - L_{12} C_{22})}.$$

Коэффициенты распространения, соответствующие минусу и плюсу перед  $K$ , обозначим соответственно  $\gamma_e$  и  $\gamma_o$ . Волны, имеющие коэффициенты распространения  $\gamma_e$  и  $\gamma_o$ , называются синфазной и противофазной или четной и нечетной. При этом имеется в виду, что при возбуждении связанных линий синфазными источниками ЭДС в линиях будут распространяться волны с коэффициентом распространения  $\gamma_e$ , а при противофазном возбуждении – с коэффициентом  $\gamma_o$ . Если связанные линии одинаковые, тогда говорят, что синфазное и противофазное возбуждение приводит к образованию соответственно четной и нечетной волны. Синфазные и противофазные волны могут иметь разную фазовую скорость распространения по отношению друг к другу. Так, волны с коэффициентом распространения  $\gamma_e$  могут иметь фазовую скорость меньше, чем волны с коэффициентом  $\gamma_o$ . Отсюда мы приходим к заключению, что обсуждаемые понятия обусловлены разными физическими условиями возбуждения волн и характеристиками диэлектрического заполнения.

Подставляя (2.5) в уравнения (2.1) и (2.2), а также учитывая (2.7), устанавливаем связь между амплитудами напряжений синфазной и противофазной волн во второй и первой линиях:

$$A_2^{e,o} = k_{e,o} A_1^{e,o}, \quad (2.14)$$

где

$$k_{e,o} = \frac{L_{22} C_{22} - L_{11} C_{11} \mp K}{2(L_{12} C_{22} - L_{11} C_{12})}. \quad (2.15)$$

В том случае, когда связанные линии одинаковы, т.е.  $C_{11} = C_{22}$ ,  $L_{11} = L_{22}$ , получаем известное соотношение  $A_2^{e,o} = \pm A_1^{e,o}$  [2.5].

Подстановка (2.6) в уравнения (2.3) и (2.4) позволяет найти связь между амплитудами токов в линиях:

$$I_2^{e,o} = m_{e,o} I_1^{e,o}, \quad (2.16)$$

где

$$m_{e,o} = \frac{L_{22}C_{22} - L_{11}C_{11} \mp K}{2(L_{12}C_{11} - L_{22}C_{12})}. \quad (2.17)$$

Из выражений (2.15) и (2.17) заключаем, что

$$m_{e,o} = \frac{L_{12}C_{22} - L_{11}C_{12} \mp K}{L_{12}C_{11} - L_{22}C_{12}} k_{e,o}. \quad (2.18)$$

Переписав телеграфные уравнения в форме

$$-\frac{dI_1}{dx} = j\omega C_{11}U_1 - j\omega C_{12}U_2, \quad (2.19)$$

$$-\frac{dI_2}{dx} = -j\omega C_{12}U_1 + j\omega C_{22}U_2, \quad (2.20)$$

получаем зависимость между амплитудами токов и напряжений синфазной и противофазной волн:

$$B_1^{e,o} = -j \frac{\omega}{\gamma_{e,o}} (C_{11} - k_{e,o} C_{12}) A_1^{e,o}; \quad (2.21)$$

$$B_2^{e,o} = -j \frac{\omega}{\gamma_{e,o}} (k_{e,o} C_{22} - C_{12}) A_1^{e,o}.$$

В силу взаимных свойств рассматриваемых связанных линий [2.12] формулы (2.14) и (2.16), очевидно, будут справедливы и для прямой (падающей), и для обратной (отраженной) волны. Это также следует из непосредственной подстановки значений  $\gamma$ , определяемых по формуле (2.13), в уравнения (2.1)–(2.4).

### 2.1.2. Матрица нормированных амплитуд

Соотношения (2.14) и (2.21) позволяют записать в матричной форме общие решения для напряжений и токов в линиях, содержащие только по две амплитуды (для волны  $A^{e,o}$ , распространяющейся вдоль оси  $x$ , для волны  $D^{e,o}$ , распространяющейся в обратном направлении):

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^e & A^o & D^e & D^o \\ k_e A^e & k_o A^o & k_e D^e & k_o D^o \\ Y_{1e} A^e & Y_{1o} A^o & -Y_{1e} D^e & -Y_{1o} D^o \\ Y_{2e} A^e & Y_{2o} A^o & -Y_{2e} D^e & -Y_{2o} D^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma_e x} \\ e^{-\gamma_o x} \\ e^{\gamma_e x} \\ e^{\gamma_o x} \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

где

$$Y_{1e} = j \frac{\omega}{\gamma_e} (C_{11} - k_e C_{12}); \quad Y_{1o} = j \frac{\omega}{\gamma_o} (C_{11} - k_o C_{12});$$

$$Y_{2e} = j \frac{\omega}{\gamma_e} (k_e C_{11} - C_{12}); \quad Y_{2o} = j \frac{\omega}{\gamma_o} (C_{11} - k_o C_{12}).$$

Выделим квадратную матрицу, стоящую первым множителем в правой части уравнения (2.22), и перепишем ее в виде произведения новой квадратной матрицы на диагональную матрицу амплитуд распространяющихся волн:

$$\begin{bmatrix} A^e & A^o & D^e & D^o \\ k_e A^e & k_o A^o & k_e D^e & k_o D^o \\ Y_{1e} A^e & Y_{1o} A^o & -Y_{1e} D^e & -Y_{1o} D^o \\ Y_{2e} A^e & Y_{2o} A^o & -Y_{2e} D^e & -Y_{2o} D^o \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_e & k_o & k_e & k_o \\ Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ Y_{2e} & Y_{2o} & -Y_{2e} & -Y_{2o} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A^e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D^e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D^o \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Квадратная матрица в правой части выражения (2.23), содержащая коэффициенты  $k_e$ ,  $k_o$  и т.д., разбивается на блоки, каждый из которых зависит только от первичных параметров связанных линий. При этом в силу проведенной нормировки амплитуд напряжений во второй линии относительно амплитуд напряжений в первой линии первая строка квадратной матрицы состоит из единиц. Отсюда возник термин «матрица нормированных амплитуд» [2.1]. Обозначим эту матрицу  $[A_m]$ :

$$[A_m] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_e & k_o & k_e & k_o \\ Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ Y_{2e} & Y_{2o} & -Y_{2e} & -Y_{2o} \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Амплитуды волн  $A^{e,o}$ ,  $D^{e,o}$ , входящие в диагональную матрицу, зависят как от первичных параметров, так и от внешних источников возбуждения связанных линий.

Прибегая к формуле (2.16), получаем еще одну форму матрицы  $[A_m]$ :

$$[A_m] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_e & k_o & k_e & k_o \\ Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ m_e Y_{1e} & m_o Y_{1o} & -m_e Y_{1e} & -m_o Y_{1o} \end{bmatrix}.$$

### 2.1.3. Матрица передачи $[a]$

Из граничных условий, накладываемых на уравнение (2.22) в сечении  $x=0$ , где зададимся напряжениями  $U_{10}, U_{20}$  и токами  $I_{10}, I_{20}$ , найдем амплитуды нормальных волн:

$$\begin{bmatrix} A^e \\ A^o \\ D^e \\ D^o \end{bmatrix} = [A_m]^{-1} \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ I_{10} \\ I_{20} \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Таким образом, нахождение амплитуд напряжений и токов нормальных волн свелось к обращению матрицы  $[A_m]$  с элементами, определяемыми через погонные параметры связанных линий.

Представим матрицу  $[A_m]$  в блочной форме:

$$[A_m] = \begin{bmatrix} [\alpha] & [\alpha] \\ [\beta] & -[\beta] \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

По формуле Фробениуса обращение матрицы  $[A_m]$  сводится к обращению матриц-клеток:

$$[A_m]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [\alpha]^{-1} & [\beta]^{-1} \\ [\alpha]^{-1} & -[\beta]^{-1} \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

В результате имеем

$$[A_m]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -k_o w & w & -yY_{20} & yY_{10} \\ k_e w & -w & yY_{2e} & -yY_{1e} \\ -k_o w & w & yY_{20} & -yY_{10} \\ k_e w & -w & -yY_{2e} & yY_{1e} \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

где  $w = (k_e - k_o)^{-1}$ ;  $y = (Y_{1o}Y_{2e} - Y_{1e}Y_{2o})^{-1}$ .

Далее используем оставшиеся граничные условия и запишем напряжения и токи при  $x=l$  (т.е. на конце отрезка связанных линий):  $U_{1l}, U_{2l}, I_{1l}, I_{2l}$ . Подставим в уравнение (2.22) постоянные интегрирования (амплитуды нормальных волн) из равенства (2.25). Сформируем матрицу диагональной структуры из значений экспоненциальных функций  $e^{-\gamma_e l}, e^{-\gamma_o l}, e^{\gamma_e l}, e^{\gamma_o l}$ . В результате получим уравнения, связывающие напряжения и токи на выходе восьмиполосника  $(U_{1l}, U_{2l}, I_{1l}, I_{2l})$  с напряжениями и токами на входе  $(U_{10}, U_{20}, I_{10}, I_{20})$ :

$$\begin{bmatrix} U_{1l} \\ U_{2l} \\ I_{1l} \\ I_{2l} \end{bmatrix} = [A_m] \begin{bmatrix} e^{-\gamma_e l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_o l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\gamma_e l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\gamma_o l} \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ I_{10} \\ I_{20} \end{bmatrix}.$$

Во вновь полученной формуле распишем экспоненциальные множители в тригонометрической форме, имея в виду, что коэффициенты распространения  $\gamma_{e,o}$  по причине отсутствия потерь в связанных линиях вычисляются по формуле

$$\gamma_{e,o} = j \frac{\omega}{\sqrt{2}} (L_{11}C_{11} + L_{22}C_{22} - 2L_{12}C_{12} \mp K)^{1/2}.$$

В результате этих действий получим уравнения, связывающие напряжения и токи на выходе  $(U_{1l}, U_{2l}, I_{1l}, I_{2l})$  и входе  $(U_{10}, U_{20}, I_{10}, I_{20})$  СПЛ:

$$\begin{bmatrix} U_{1l} \\ U_{2l} \\ I_{1l} \\ I_{2l} \end{bmatrix} = \left( [A_m] \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} + \right. \\ \left. + j[A_m] \begin{bmatrix} -\sin(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \right) \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ I_{10} \\ I_{20} \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

где  $\theta_e = \text{Im}(\gamma_e) \cdot l$ ,  $\theta_o = \text{Im}(\gamma_o) \cdot l$  — электрические длины отрезков связанных линий для четного (синфазного) и нечетного (противофазного) возбуждения.

Поменяем направление координаты  $x$  на противоположное. В этом случае изменится знак при коэффициентах распространения  $\gamma_{e,o}$  и формула (2.29) переписется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} U_{1l} \\ U_{2l} \\ I_{1l} \\ I_{2l} \end{bmatrix} = \left( [A_m] \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} + \right. \\ \left. + j[A_m] \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \right) \begin{bmatrix} U_{10} \\ U_{20} \\ I_{10} \\ I_{20} \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

Классическая матрица передачи  $a$  связывает входные напряжения и токи в зависимости от выходных напряжений и токов [2.14] (рис. 2.4).

Поэтому, не нарушая традиции, поменяем местами входные и выходные токи и напряжения, чтобы направление токов от точки  $x = 0$  к точке  $x = l$  соответствовало общепринятому в отечественной литературе [2.14].

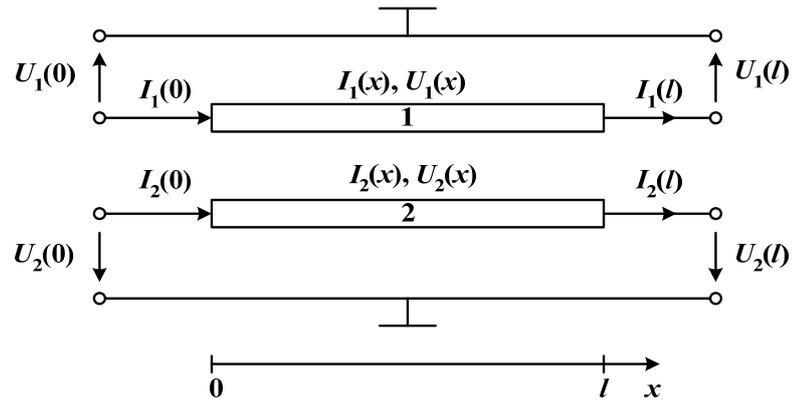


Рис. 2.4. Обозначение напряжений и токов на входе и выходе восьмиполосника, образованного отрезком связанных линий

В результате получим классическую матрицу передачи отрезка неодинаковых связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью без потерь энергии в проводниках и диэлектрике:

$$a = \left( [A_m] \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} + \right. \\ \left. + j[A_m] \begin{bmatrix} \sin(\theta_e) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\theta_o) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta_o) \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \right). \quad (2.31)$$

Выполнив перемножение матриц в соотношении (2.31) и соответствующие преобразования, получаем элементы матрицы передачи  $a$  неодинаковых связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью в отсутствие потерь:

$$a_{11} = a_{33} = -k_o \cos(\theta_e) + k_e \cos(\theta_o);$$

$$a_{12} = a_{43} = w(\cos(\theta_e) - \cos(\theta_o));$$

$$a_{13} = jy(-Y_{2o} \sin(\theta_e) + Y_{2e} \sin(\theta_o));$$

$$a_{14} = a_{23} = jy(Y_{1o} \sin(\theta_e) - Y_{1e} \sin(\theta_o));$$

$$\begin{aligned}
 a_{21} &= a_{34} = k_e k_o w (-\cos(\theta_e) + \cos(\theta_o)); & (2.32) \\
 a_{22} &= a_{44} = w(k_e \cos(\theta_e) - k_o \cos(\theta_o)); \\
 a_{24} &= jy(k_e Y_{1o} \sin(\theta_e) - k_o Y_{1e} \sin(\theta_o)); \\
 a_{31} &= jw(-k_o Y_{1e} \sin(\theta_e) + k_e Y_{1o} \sin(\theta_o)); \\
 a_{32} &= a_{41} = jw(Y_{1e} \sin(\theta_e) - Y_{1o} \sin(\theta_o)); \\
 a_{42} &= jw(Y_{2e} \sin(\theta_e) - Y_{2o} \sin(\theta_o)),
 \end{aligned}$$

где  $w = (k_e - k_o)^{-1}$ ;  $y = (Y_{1o} Y_{2e} - Y_{1e} Y_{2o})^{-1}$ .

Формулы (2.31), (2.32) являются каноническими для рассматриваемого типа связанных линий. На их основе была осуществлена разработка программ анализа и оптимизации широкого класса управляемых устройств ВЧ- и СВЧ-диапазона, построенных на связанных линиях с неуравновешенной электромагнитной связью [2.15, 2.16].

## 2.2. Квази-Т-волны в устройствах на связанных линиях с неуравновешенной электромагнитной связью и потерями

### 2.2.1. Использование квази-Т-волн для анализа волновых процессов

Обычно расчет устройств на СПЛ осуществляется при помощи классических матричных методов [2.14]. Очевидно, что такой подход лишь косвенным образом дает представление о волновых процессах, протекающих внутри «черного ящика». Проведем анализ волновых процессов, протекающих в устройствах на СПЛ с неуравновешенной электромагнитной связью [2.17, 2.18]. При этом преследуется цель выяснить и обосновать механизм управления параметрами, в частности фазовым сдвигом. В качестве основного допущения принято, что в СПЛ распространяются квази-Т-волны.

Изучению волновых процессов в связанных линиях посвящено большое число работ [2.8, 2.9, 2.19, 2.20]. В этих и других работах либо рассматриваются СПЛ со слабо выраженной зависимостью коэффициентов распространения нормальных волн от типа возбуждения (синфазное – противофазное или четное – нечетное), либо считается, что такая

зависимость не наблюдается. Причем в последнем случае предположение о существовании поперечных волн (Т-волны или в более ранней терминологии ТЕМ-волны) исключает неравенство фазовых скоростей нормальных волн. Однако экспериментальные и теоретические исследования полосковых структур показали, что связанные линии с неоднородным по поперечному сечению диэлектриком (см. рис. 2.1) могут моделироваться как структуры с квази-Т-волнами. Термин «квази» в данном случае означает буквально «почти». Непротиворечивость такого подхода, как всегда, подтверждается экспериментальными данными, и, очевидно, необходимо при этом устанавливать верхнюю границу по частоте, при которой моделирование дает удовлетворительный результат. На этом основании связанные линии с неуравновешенной электромагнитной связью выделены как отдельный класс линий. Это обусловлено не только зависимостью коэффициента распространения квази-Т-волн от типа возбуждения связанных проводников, но и появлением ряда интересных с практической точки зрения свойств, которыми обладают устройства на таких линиях [2.15, 2.16].

Ярким примером СПЛ, в которых возможно существование нормальных волн с неравными фазовыми скоростями, является конструкция типа «меандровая линия, связанная со сплошной полоской» [2.17]. СПЛ с неоднородным диэлектриком и линии, предложенные в [2.17], обладают общим свойством: в рамках теории, основанной на квази-Т-приближении, они характеризуются неодинаковыми коэффициентами индуктивной связи  $k_L = L_{12}/\sqrt{L_{11}L_{22}}$  и емкостной связи  $k_C = C_{12}/\sqrt{C_{11}C_{22}}$ .

### 2.2.2. Связанные волны напряжений и токов

Рассмотрим связанные линии с потерями энергии, вызванными наличием конечных сопротивлений проводников и конечной проводимости среды заполнения. Первичные параметры связанных линий в этом случае задаются в виде матриц [2.18]

$$[Z] = \begin{bmatrix} (R_{11} + j\omega L_{11}) & (R_{12} + j\omega L_{12}) \\ (R_{12} + j\omega L_{12}) & (R_{22} + j\omega L_{22}) \end{bmatrix},$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} (G_{11} + j\omega C_{11}) & (G_{12} + j\omega C_{12}) \\ (G_{12} + j\omega C_{12}) & (G_{22} + j\omega C_{22}) \end{bmatrix},$$

где  $L_{i,j}, C_{i,j}, R_{i,j}, G_{i,j}$  – соответственно погонные индуктивности, емкости, сопротивления и проводимости.

Запишем систему уравнений, позволяющую найти напряжения и токи в сечении  $x$ , если известны напряжения и токи в точке  $x = 0$ :

$$\begin{bmatrix} U_1(x) \\ U_2(x) \\ I_1(x) \\ I_2(x) \end{bmatrix} = [A_m] \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 x} & 0 & & \\ & e^{-\gamma_2 x} & & \\ \hline & & e^{\gamma_1 x} & 0 \\ & 0 & & e^{\gamma_2 x} \end{bmatrix} [A_m]^{-1} \begin{bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

В системе (2.33) коэффициенты распространения быстрой и медленной волн находятся по формуле

$$\gamma_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha_{11} + \alpha_{22} \pm \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + 4\alpha_{12}\alpha_{21}} \right),$$

где  $\alpha_{i,j}$  — элементы матрицы  $[\alpha] = [Z] [Y]$ .

Матрица нормированных амплитуд в (2.33) определяется следующим образом [2.1]:

$$[A_m] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & & \\ k_e & k_o & & \\ \hline Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ Y_{2e} & Y_{2o} & -Y_{2e} & -Y_{2o} \end{bmatrix},$$

где коэффициенты  $k_e, k_o$ , характеризующие отношения амплитуд быстрой и медленной волн во второй линии к амплитудам напряжений в первой линии, и проводимости  $Y_{1e}, Y_{1o}$  находятся по формулам

$$\begin{aligned} k_{e,o} &= (\gamma_{1,2}^2 - \alpha_{11}) / \alpha_{12}; \\ Y_{1e} &= (Y_{11} + k_e Y_{12}) / \gamma_1; \quad Y_{1o} = (Y_{11} + k_o Y_{12}) / \gamma_2; \\ Y_{2e} &= (Y_{12} + k_e Y_{22}) / \gamma_1; \quad Y_{2o} = (Y_{12} + k_o Y_{22}) / \gamma_2. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Чтобы найти напряжения и токи в любом сечении  $x$ , необходимо знать напряжения и токи в точке  $x = 0$ . Для этого рассмотрим СПЛ как восьмиполусник, возбуждаемый источником ЭДС  $E_1$  (рис. 2.5).

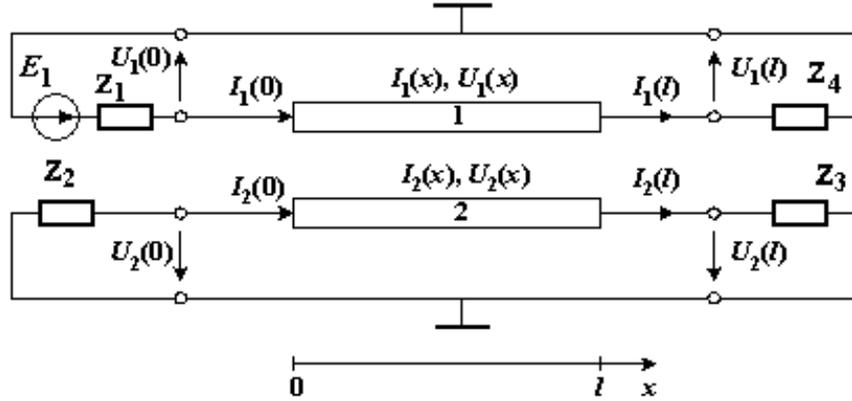


Рис. 2.5. Отрезок связанных линий, возбуждаемый источником ЭДС  $E_1$  (обозначения напряжений и токов на входе и выходе восьмиполюсника соответствуют рис. 2.4)

Запишем граничные условия при  $x = 0, x = l$ :

$$\begin{aligned} U_1(0) &= E_1 - I_1(0)z_1; & U_1(l) &= I_1(l)z_3; \\ U_2(0) &= -I_2(0)z_2; & U_2(l) &= I_2(l)z_4. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Связь между напряжениями и токами на зажимах восьмиполюсника (т. е. в точках  $x = 0$  и  $x = l$ ) определяется через матрицу передачи  $[a]$  [2.14]:

$$\begin{bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = [a] \begin{bmatrix} U_1(l) \\ U_2(l) \\ I_1(l) \\ I_2(l) \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

Элементы матрицы  $[a]$  неодинаковых СПЛ с неоднородным диэлектриком (неуравновешенной электромагнитной связью) без потерь получены в работе [2.1] и приведены в п. 2.1.3. В случае СПЛ с потерями запись  $a$ -параметров сводится к формальной замене в выражениях тригонометрических функций гиперболическими и расчету  $k_{e,0}, Y_{le}, \dots, Y_{2o}$  по формулам (2.34). В результате матрица  $a$ -параметров будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= a_{33} = w(-k_o \operatorname{ch} \gamma_1 l + k_e \operatorname{ch} \gamma_2 l); \\
 a_{12} &= a_{43} = w(\operatorname{ch} \gamma_1 l - \operatorname{ch} \gamma_2 l); \\
 a_{13} &= y(Y_{2o} \operatorname{sh} \gamma_1 l - Y_{2e} \operatorname{sh} \gamma_2 l); \\
 a_{14} &= a_{23} = -y(Y_{1o} \operatorname{sh} \gamma_1 l - Y_{1e} \operatorname{sh} \gamma_2 l); \\
 a_{21} &= a_{34} = k_e k_o w(-\operatorname{ch} \gamma_1 l + \operatorname{ch} \gamma_2 l); \\
 a_{22} &= a_{44} = w(k_e \operatorname{ch} \gamma_1 l - k_o \operatorname{ch} \gamma_2 l); \\
 a_{24} &= -y(k_e Y_{1o} \operatorname{sh} \gamma_1 l - k_o Y_{1e} \operatorname{sh} \gamma_2 l); \\
 a_{31} &= -w(-k_o Y_{1e} \operatorname{sh} \gamma_1 l + k_e Y_{1o} \operatorname{sh} \gamma_2 l); \\
 a_{32} &= a_{41} = -w(Y_{1e} \operatorname{sh} \gamma_1 l - Y_{1o} \operatorname{sh} \gamma_2 l); \\
 a_{42} &= -w(Y_{2e} \operatorname{sh} \gamma_1 l - Y_{2o} \operatorname{sh} \gamma_2 l).
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Чтобы найти напряжения и токи в начале отрезка связанных линий через ЭДС  $E_1$ , воспользуемся граничными условиями (2.35) и соотношением (2.36):

$$\begin{bmatrix} E_1 - I_1(0)z_1 \\ -I_2(0)z_2 \\ I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = [a] \begin{bmatrix} I_1(l)z_3 \\ I_2(l)z_4 \\ I_1(l) \\ I_2(l) \end{bmatrix}.$$

Выполнив перемножение матриц в правой части и введя обозначения

$$\beta = \begin{bmatrix} a_{11}z_3 + a_{13} & a_{12}z_4 + a_{14} \\ a_{21}z_3 + a_{23} & a_{22}z_4 + a_{24} \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} a_{31}z_3 + a_{33} & a_{32}z_4 + a_{34} \\ a_{41}z_3 + a_{43} & a_{42}z_4 + a_{44} \end{bmatrix},$$

получаем уравнение для отыскания токов  $I_1(0)$ ,  $I_2(0)$ :

$$[\beta]^{-1} \begin{bmatrix} E_1 - I_1(0)z_1 \\ -I_2(0)z_2 \end{bmatrix} - [\alpha]^{-1} \begin{bmatrix} I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = 0. \tag{2.38}$$

Решение уравнения (2.38) записывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} I_1(0) \\ I_2(0) \end{bmatrix} = \left[ [\beta]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 & 0 \\ 0 & z_2 \end{bmatrix} + [\alpha]^{-1} \right]^{-1} [\beta]^{-1} \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{2.39}$$

Из граничных условий (2.35) следует

$$\begin{bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_1(0)z_1 \\ -I_2(0)z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.40)$$

Итак, мы получили выражения для напряжений и токов на входе отрезка связанных линий в зависимости от ЭДС  $E_1$  и  $a$ -параметров:

$$\begin{aligned} U_1(0) &= E_1\sigma_{11}; & U_2(0) &= E_1\sigma_{22}; \\ I_1(0) &= E_1\sigma_{33}; & I_2(0) &= E_1\sigma_{44}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

В формулах (2.41)  $\sigma_{ii}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) вычисляются из выражений

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= 1 - \sigma_{33}z_1; & \sigma_{22} &= -\sigma_{44}z_2; \\ \sigma_{33} &= \Delta\Delta_1(\beta_{21}\delta_{12} + \beta_{22}\delta_{22}); \\ \sigma_{44} &= -\Delta\Delta_1(\beta_{21}\delta_{11} + \beta_{22}\delta_{21}), \end{aligned} \quad (2.42)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (\beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}\beta_{21})^{-1}; & \Delta_2 &= (\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21})^{-1}; \\ \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \Delta_2\alpha_{22} + \Delta_1\beta_{22}z_1 & -\Delta_2\alpha_{12} - \Delta_1\beta_{12}z_2 \\ -\Delta_2\alpha_{21} - \Delta_1\beta_{21}z_1 & \Delta_2\alpha_{11} + \Delta_1\beta_{11}z_2 \end{bmatrix}; \\ \Delta &= (\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}\delta_{21})^{-1}. \end{aligned}$$

Таким образом, распределение напряжений и токов по продольной координате  $x$  в устройствах на СПЛ с заданными граничными условиями на концах (см. рис. 2.5) находится из соотношения

$$\begin{bmatrix} U_1(x) \\ U_2(x) \\ I_1(x) \\ I_2(x) \end{bmatrix} = [a(x)] \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix} \\ E_1 \end{pmatrix}. \quad (2.43)$$

Матрица  $[a(x)]$  в уравнении (2.43) по форме совпадает с матрицей  $[a]$ , определяемой из (2.37), за исключением аргументов гиперболических функций (во всех формулах длина отрезков СПЛ  $l$  заменяется на текущую координату  $x$ ). По существу, выражение (2.43) дает полную картину связанных волн напряжений и токов, распространяющихся по полоскам.

Элементы  $\sigma_{ii}$  столбцовой матрицы  $[\sigma]$  в (2.43) зависят от граничных условий и отражают традиционно определяемые свойства нагруженных отрезков СПЛ как радиотехнического устройства.

### 2.2.3. Падающие и отраженные волны напряжений и токов

Волны напряжений и токов в каждой из линий, определяемые из соотношения (2.43), можно разложить на четыре компонента: быстрые падающие и отраженные и медленные падающие и отраженные. Найдем амплитуды волн напряжений в первой линии, используя соотношение (2.43), учитывая граничные условия (2.35) и вводя обозначения  $A_{1,2}$  – амплитуды напряжений падающих волн,  $B_{1,2}$  – амплитуды напряжений отраженных волн (индекс 1 относится к синфазным волнам, а индекс 2 – к противофазным волнам):

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} E_1 (-k_o w \sigma_{11} + w \sigma_{22} - y Y_{2o} \sigma_{33} + y Y_{1o} \sigma_{44}); \\ A_2 &= \frac{1}{2} E_1 (k_e w \sigma_{11} - w \sigma_{22} + y Y_{2e} \sigma_{33} - y Y_{1e} \sigma_{44}); \\ B_1 &= \frac{1}{2} E_1 (-k_o w \sigma_{11} + w \sigma_{22} + y Y_{2o} \sigma_{33} - y Y_{1o} \sigma_{44}); \\ B_2 &= \frac{1}{2} E_1 (k_e w \sigma_{11} - w \sigma_{22} - y Y_{2e} \sigma_{33} + y Y_{1e} \sigma_{44}). \end{aligned} \quad (2.44)$$

Амплитуды волн напряжений и токов во второй линии находятся из условия связи между ними, которая дается матрицей  $[A_m]$ . Тогда падающие и отраженные волны напряжений и токов получатся в следующей форме:

$$\begin{bmatrix} U_{1\text{пад}} \\ U_{2\text{пад}} \\ I_{1\text{пад}} \\ I_{2\text{пад}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ k_e A_1 & k_o A_2 \\ Y_{1e} A_1 & Y_{1o} A_2 \\ Y_{2e} A_1 & Y_{2o} A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 x} \\ e^{-\gamma_2 x} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} U_{1\text{отр}} \\ U_{2\text{отр}} \\ I_{1\text{отр}} \\ I_{2\text{отр}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \\ k_e B_1 & k_o B_2 \\ -Y_{1e} B_1 & Y_{1o} B_2 \\ -Y_{2e} B_1 & Y_{2o} B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\gamma_1 x} \\ e^{\gamma_2 x} \end{bmatrix}. \quad (2.45)$$

При рассматриваемых граничных условиях (см. рис. 2.5) в зависимости от выбираемых сопротивлений  $z_1, \dots, z_4$  получают различные по

функциональному назначению устройства. Рассмотрим устройство, в котором  $z_1, z_3$  – нагрузочные сопротивления, а  $z_2, z_4$  – регулирующие. В этом случае особый интерес представляют падающие волны напряжения и токов в первой из линий:

$$U_{1\text{пад}} = \frac{1}{2} E_1 \left[ (-k_o w \sigma_{11} + w \sigma_{22} - y Y_{2o} \sigma_{33} + y Y_{1o} \sigma_{44}) e^{-\gamma_1 x} + (k_e \omega \sigma_{11} - \omega \sigma_{22} + y Y_{2e} \sigma_{33} - y Y_{1e} \sigma_{44}) e^{-\gamma_2 x} \right]; \quad (2.46)$$

$$I_{1\text{пад}} = \frac{1}{2} E_1 \left[ Y_{1e} (-k_o w \sigma_{11} + w \sigma_{22} - y Y_{2o} \sigma_{33} + y Y_{1o} \sigma_{44}) e^{-\gamma_1 x} + Y_{1o} (k_e \omega \sigma_{11} - \omega \sigma_{22} + y Y_{2e} \sigma_{33} - y Y_{1e} \sigma_{44}) e^{-\gamma_2 x} \right]. \quad (2.47)$$

#### 2.2.4. Поток мощности

Потоки мощности в линиях, так же как напряжения и токи, распространяются в направлении  $x$  и обратно. Следовательно, можно определить для первой линии и второй линии [2.12, 2.16, 2.17]

$$P_{1\text{пад}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left( U_{1\text{пад}}^* I_{1\text{пад}} \right); \quad P_{1\text{отр}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left( U_{1\text{отр}}^* I_{1\text{отр}} \right); \quad (2.48)$$

$$P_{2\text{пад}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left( U_{2\text{пад}}^* I_{2\text{пад}} \right); \quad P_{2\text{отр}} = \frac{1}{2} \text{Re} \left( U_{2\text{отр}}^* I_{2\text{отр}} \right),$$

где \* — знак сопряжения. Поток падающей мощности в первой линии с учетом выражений (2.46), (2.47) и (2.48) можно записать в виде

$$P_{1\text{пад}} = \frac{1}{8} |E_1|^2 \text{Re} \left[ Y_{1e} b_1^2 e^{-2\alpha_1 x} + Y_{1o} b_2^2 e^{-2\alpha_2 x} + b_1 b_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)x} \times (Y_{1e} e^{j(\beta_1 - \beta_2)x} + Y_{1o} e^{j(\beta_2 - \beta_1)x}) \right], \quad (2.49)$$

где

$$b_1 = 2A_1/E_1; \quad b_2 = 2A_2/E_1;$$

$$\alpha_{1,2} = \text{Re}(\gamma_{1,2}); \quad \beta_{1,2} = \text{Im}(\gamma_{1,2}).$$

Отметим, что мощность  $P_{\text{пад}}$ , вычисленная из соотношения

$$P_{\text{пад}} = |U_{\text{пад}}|^2 / \sqrt{L_{11}/C_{11}},$$

не совпадает с рассчитанной по формуле (2.49), так как в связанных линиях по причине электромагнитной связи  $U_1(x)/I_1(x) \neq \sqrt{L_{11}/C_{11}}$ , в чем нетрудно убедиться исходя из равенства (2.41). Поэтому в работе [2.17] потоки мощности в СПЛ, видимо, определены неверно.

### 2.2.5. Механизм управления фазовой и групповой скоростями

Перепишем выражение (2.46) в более компактной форме:

$$U_{\text{пад}} = \frac{1}{2} E_1 \left( b_1 e^{-\alpha_1 x} e^{-j\beta_1 x} + b_2 e^{-\alpha_2 x} e^{-j\beta_2 x} \right). \quad (2.50)$$

Величины  $b_1$  и  $b_2$ , входящие в соотношение (2.50), имеют смысл комплексных амплитуд, причем  $\arg(b_1)$  и  $\arg(b_2)$  – начальные фазовые сдвиги этих составляющих, которые можно понимать как фазовые углы коэффициентов отражения [2.10]. Обозначим  $\arg(b_1) = \varphi_1$ ,  $\arg(b_2) = \varphi_2$ .

Запишем выражения для  $|U_{\text{пад}}|$ ,  $\arg(U_{\text{пад}})$ :

$$\begin{aligned} |U_{\text{пад}}| = & \left[ |b_1|^2 e^{-2\alpha_1 x} + |b_2|^2 e^{-2\alpha_2 x} + 2|b_1 b_2| e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)x} \times \right. \\ & \left. \times \cos(\beta_2 x - \beta_1 x + \varphi_1 - \varphi_2) \right]^{\frac{1}{2}}; \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\arg(U_{\text{пад}}) = \arctg(D_1 / D_2), \quad (2.52)$$

где

$$\begin{aligned} D_1 &= |b_1| e^{-\alpha_1 x} \sin(\varphi_1 - \beta_1 x) + |b_2| e^{-\alpha_2 x} \sin(\varphi_2 - \beta_2 x); \\ D_2 &= |b_1| e^{-\alpha_1 x} \cos(\varphi_1 - \beta_1 x) + |b_2| e^{-\alpha_2 x} \cos(\varphi_2 - \beta_2 x). \end{aligned}$$

Как видно из соотношения (2.51), между линиями существует обмен энергией [2.4, 2.10], в результате чего слабая зависимость  $|U_{\text{пад}}|$  от  $x$  может быть достигнута при ограниченной длине отрезков связанных линий. Формула (2.51) при заданном изменении  $|U_{\text{пад}}|$  позволяет установить количественные ограничения на выбор исходных первичных

параметров СПЛ и длину линий, необходимые при создании ряда устройств [2.18].

Фазовая задержка  $\psi = \arg(U_{\text{пад}})$  зависит от соотношения между  $|b_1|$  и  $|b_2|$ . Пользуясь выражениями (2.43), (2.46), (2.50), можно показать, что если сопротивления  $z_2 = z_4 = z$  (см. рис. 2.5) имеют емкостной характер, то уменьшение  $z$  (т.е. увеличение емкости) влечет увеличение отношения  $|b_2|/|b_1|$ . При  $\beta_2 > \beta_1$  это согласно выражению (2.51) вызывает увеличение угла наклона кривой  $\psi(x)$ , т.е. увеличение фазовой задержки. В то же время  $|U_{\text{пад}}|$  может меняться незначительно, так как изменение отношения  $|b_2|/|b_1|$  не означает еще изменение  $|U_{\text{пад}}|$ , что следует из формулы (2.51). В качестве доказательства данного утверждения далее будет показан пример расчета и экспериментальных исследований волновых процессов в отрезке связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью.

Фазовая скорость  $v_\phi$  волны, распространяющейся в первой линии, не может быть найдена строго в соответствии с принятыми определениями [2.18] из-за наличия отраженной волны и ограниченной длины отрезков линий. В то же время при создании, например, многоотводных линий задержки, многосекционных фазовращателей существует потребность знать, с какой скоростью распространяются волны напряжений и токов в полосковых линиях [2.21]. В этой работе дано не противоречащее телеграфным уравнениям определение скорости электромагнитного сигнала в линиях с неуравновешенной связью; на наш взгляд, такая постановка вопроса весьма своевременна. Однако в [2.21] не затронуто определение фазовой скорости, необходимое нам. Имея в виду, что в первой линии тем или иным образом обеспечивается режим бегущей волны или близкий к нему, определим фазовую скорость  $v_\phi$  волны по известной зависимости  $\psi = \arg(U_{\text{пад}}(x))$ :

$$v_\phi = \omega \left[ \frac{\partial [\arg U_{\text{пад}}(x)]}{\partial x} \right]^{-1}. \quad (2.53)$$

Групповая скорость

$$v_{\text{гр}} = \left[ \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{\partial [\arg U_{\text{пад}}(x)]}{\partial x} \right) \right]^{-1}. \quad (2.54)$$

Из выражений (2.51)–(2.54) следует, что при вариации регулирующих сопротивлений  $z_2 = z_4 = z$  изменяются скорости  $v_\phi$  и  $v_{гр}$ . Для линий с неуравновешенной электромагнитной связью глубина возможного управления величинами  $v_\phi$  и  $v_{гр}$  при налагаемых ограничениях на коэффициент передачи (т.е. на  $|U_{1пад}|$ ) тем больше, чем больше отношение  $\beta_2/\beta_1$ . Очевидно, что регулирование фазовой задержки  $\psi = \arg(U_{1пад}(x))$  и фазы  $\Phi = \arg(U_1(l))$  в устройствах на СПЛ с неуравновешенной связью следует соотнести с изменением  $v_\phi$ . При уравновешенной связи, т. е. когда  $\beta_1 = \beta_2$ , скорости  $v_\phi$ ,  $v_{гр}$  при расчете по формулам (2.53), (2.54) изменяются слабо только за счет других механизмов, связанных с рассогласованием структуры по входу и выходу. В этом случае регулировка параметров  $\psi$  и  $\Phi$  объясняется реакцией устройства на включение сосредоточенных неоднородностей в виде изменения фазы коэффициентов отражения.

Таким образом, отличительная особенность механизма управления фазой в устройствах на СПЛ с неуравновешенной связью заключается в возникновении (при определенных условиях) эффекта регулирования скоростей  $v_\phi$  и  $v_{гр}$  падающей волны при изменении граничных условий вследствие перераспределения амплитуд напряжений быстрой и медленной (синфазной и противофазной) волн.

### 2.2.6. Численные и экспериментальные результаты

Для расчета параметров и экспериментальной проверки выбрана конструкция СПЛ, показанная на рис. 2.6. Количество полосок в меандровой линии  $N = 50$ , в качестве материала с  $\epsilon_{r1} = 10$  взят фольгированный диэлектрик, а с  $\epsilon_{r2} = 19$  – керамика. Первичные погонные параметры рассчитывались методом четного и нечетного возбуждения структуры, частичные емкости которой определялись приближенно методом конформных отображений. Кроме того, погонные емкости и индуктивности были определены экспериментально прямыми измерениями на низкой частоте. Измерения и расчеты дали близкий результат, но в качестве исходных взяты экспериментальные данные:

$$L_{11} = 2,154 \text{ мкГн/м}; \quad L_{22} = 0,215 \text{ мкГн/м}; \quad L_{12} = 0,200 \text{ мкГн/м};$$

$$C_{11} = 2080 \text{ пФ/м}; \quad C_{22} = 1439 \text{ пФ/м}; \quad C_{12} = 1420 \text{ пФ/м}.$$

При расчетах взята частота  $f = 50$  МГц, длина связанных полосок  $l = 0,05$  м.

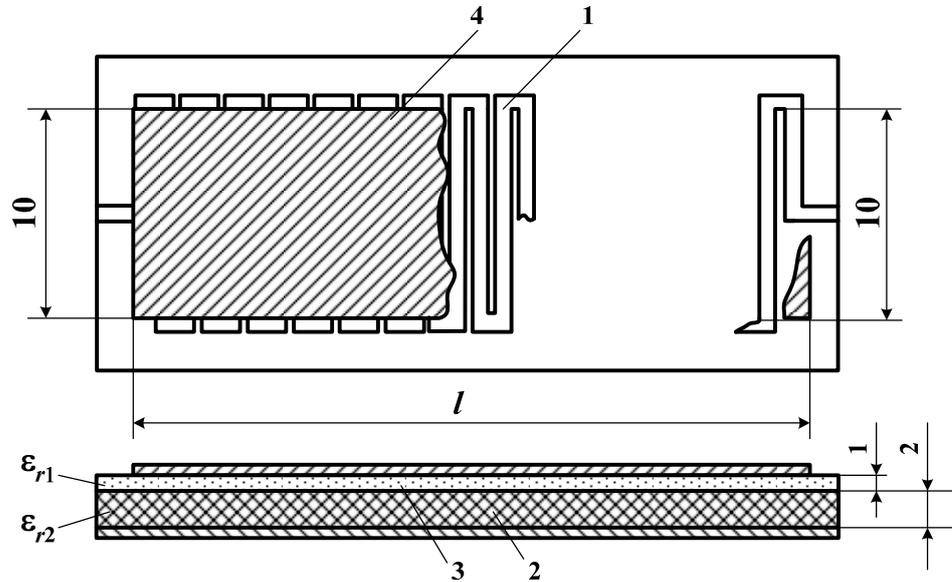


Рис. 2.6. Конструкция секции связанных полосковых линий типа «меандровая линия, связанная со сплошной полоской»:  
1 – меандровая линия; 2, 3 – диэлектрические подложки;  
4 – сплошная полоска

Исследовалось изменение нормированных напряжений на выходе отрезка связанных линий  $|U_1(l)|/|E_1|$ ,  $|U_2(l)|/|E_1|$  (рис. 2.7), фазовой  $v_\phi$  и групповой  $v_{гр}$  скоростей (рис. 2.8) от регулирующей емкости  $C_p$ , служащей в качестве элементов с сопротивлениями  $z_2 = z_4 = z$ . Сравнивая рис. 2.7 и 2.8, приходим к выводу, что механизм существенной зависимости фазовой  $v_\phi$  и групповой  $v_{гр}$  скоростей от регулирующей емкости  $C_p$  связан с изменением напряжения в линии с номером 2 –  $U_2$ . При этом напряжение в линии 1 (меандровая полоска на рис. 2.6) изменяется незначительно, что свидетельствует о возможности использовать рассматриваемое устройство как управляемую линию задержки или недисперсионный фазовращатель.

На рис. 2.9, 2.10 показаны соответственно зависимости  $\arg(U_1)$  и  $\arg(U_{1пад})$  от нормированной координаты  $x/l$  при крайних значениях  $C_p = 0$  и  $C_p = 100$  пФ. Нелинейная зависимость  $\arg(U_1)$  указывает на

существование отражений на входе и выходе СПЛ «изнутри», т. е. при  $0 \leq x \leq l$  (ср. с более простым случаем, приведенным в [2.10, рис. 3.6]).

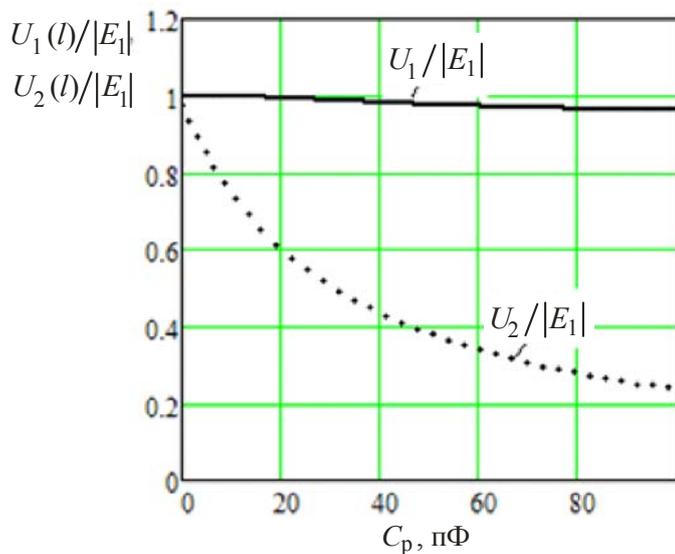


Рис. 2.7. Зависимость напряжений на выходе отрезка связанной линии  $U_1(l)/|E_1|$ ,  $U_2(l)/|E_1|$ , нормированных к ЭДС генератора, от регулирующей емкости  $C_p$

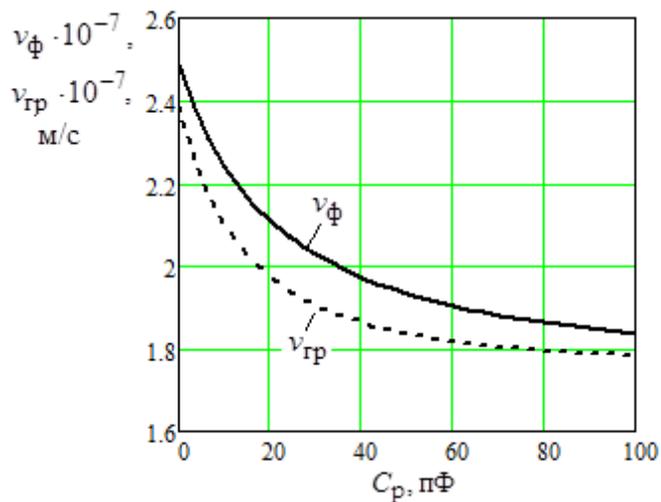


Рис. 2.8. Зависимость фазовой и групповой скоростей в связанных линиях от регулирующей емкости  $C_p$

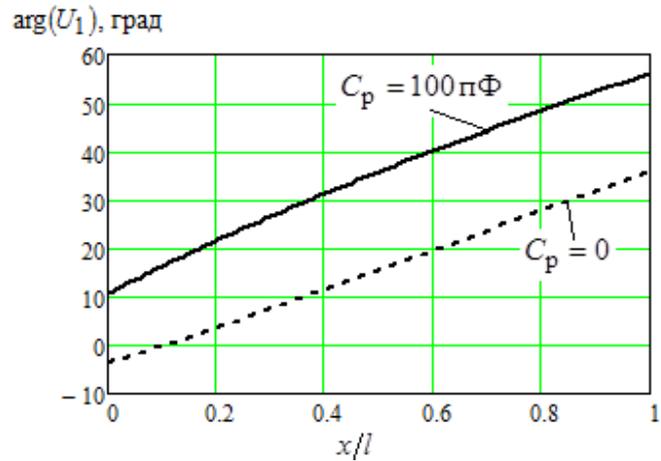


Рис. 2.9. Зависимость фазового сдвига полного напряжения  $U_1$  от нормированной продольной координаты при двух значениях регулирующей емкости  $C_p$

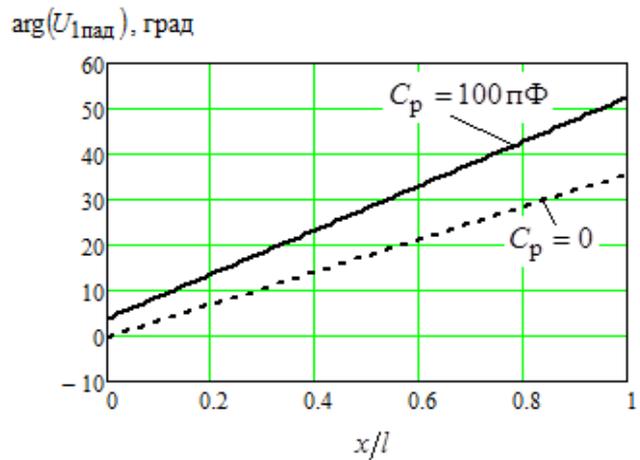


Рис. 2.10. Зависимость фазового сдвига падающей волны напряжения  $U_{1\text{пад}}$  от нормированной продольной координаты при двух значениях регулирующей емкости  $C_p$

Зависимости нормированных напряжений  $U_1(x/l)/|E_1|$ ,  $U_2(x/l)/|E_1|$  от координаты при  $C_p = 0$  и  $C_p = 100 \text{ пФ}$  изображены на рис. 2.11, 2.12.

Фазовая скорость экспериментально определялась при помощи стробоскопического осциллографа путем наблюдения и сравнения осциллограмм ВЧ-колебаний на выходе устройства в режиме бегущей волны с

опорным каналом «нулевой» задержки. Значения  $v_{\phi} = 2,6 \cdot 10^7$  м/с при  $C_p = 0$  и  $v_{\phi} = 1,8 \cdot 10^7$  м/с при  $C_p = 100$  пФ согласуются с результатами расчета, показанными на рис. 2.8.

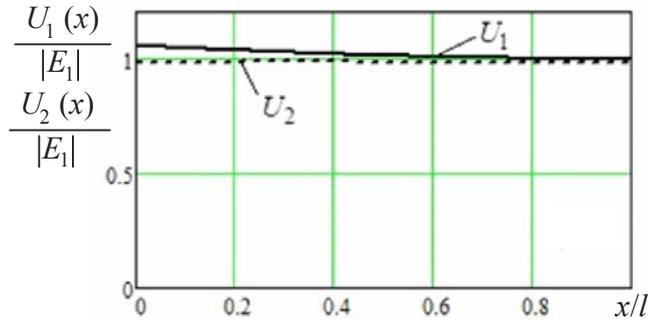


Рис. 2.11. Зависимость амплитуд напряжений на связанных линиях от продольной координаты при значении регулирующей емкости  $C_p = 0$

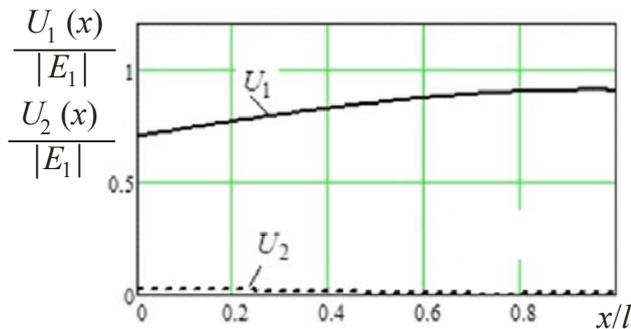


Рис. 2.12. Зависимость амплитуд напряжений на связанных линиях от продольной координаты при значении регулирующей емкости  $C_p = 100$  пФ

Измерения  $\arg(U_1)$  дали значения 40 и 59 град соответственно для  $C_p = 0$  и  $C_p = 100$  пФ, что находится в хорошем согласии с расчетом (см. рис. 2.9).

Таким образом, приведенные результаты исследований волн в устройствах на СПЛ с неуравновешенной электромагнитной связью подтверждают наличие эффекта изменения фазовой и групповой скоростей падающей волны вследствие изменения граничных условий на одной из полосок. Наряду с отмеченным, результаты данного подраздела могут

быть полезны при расчете распределения фазы колебаний по длине полосок, потоков мощности и волн напряжений и токов в устройствах на связанных линиях разнообразных конструкций с рассмотренными граничными условиями.

Итак, в данном разделе получены матрицы передачи отрезков связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью. Эти результаты применимы для анализа устройств ВЧ- и СВЧ-диапазонов, построенных на основе связанных полосковых линий и проводных линий передачи. Кроме того, показана возможность моделировать связанные линии с потерями, что весьма важно для оценки параметров устройств на их основе.

Анализ волновых процессов в связанных линиях исходя из концепции распространения в них квази-Т волн выявил, что наличие неоднородного диэлектрика и/или неодинаковости физической длины в области электромагнитной связи приводит к значительному изменению волновых свойств отрезков связанных линий вследствие интерференции нормальных волн.

Получение матриц передачи отрезков связанных линий позволяет проводить анализ устройств на основе связанных линий практически любой сложности. В следующих разделах рассматривается методология анализа устройств и представлены примеры, которые позволят, как надеются авторы, приступить читателям к самостоятельной творческой работе по моделированию и проектированию ВЧ- и СВЧ- устройств.

## Литература к разделу 2

2.1. Малютин Н.Д. Матричные параметры неодинаковых связанных полосковых линий с неоднородным диэлектриком / Н.Д. Малютин // Радиотехника и электроника. – 1976. – Т. 21, № 12. – С. 2473–2478.

2.2. Малютин Н.Д. Квази-Т-волны в комбинированных структурах на основе нерегулярных линий передачи с сосредоточенными неоднородностями / Н.Д. Малютин, А.Г. Лощилов, Э.В. Семенов // Докл. Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники. – 2005. – № 4 (12). – С. 42–49.

2.3. Малютин Н.Д. Квази-Т-волны в комбинированных структурах на нерегулярных связанных линиях / Н.Д. Малютин, А.Г. Лощилов, Э.В. Семенов // Сб. докл. междунар. науч.-практ. конф. «Электронные средства и системы управления». – Томск: Институт оптики атмосферы СО РАН, 2005. – Ч. 1. – С. 125–128.

- 2.4. Влостовский Э.Г. К теории связанных линий передачи / Э.Г. Влостовский // Радиотехника. – 1967. – № 4. – С. 28–35.
- 2.5. Zysman G.I. Coupled transmission line networks in an inhomogeneous dielectric medium / G.I. Zysman, A.K. Johnson // IEEE Trans, on MTT. – 1969. – Vol. MTT-17, N 10. – P. 753–759.
- 2.6. Allen J.L. Non-symmetrical coupled lines in an inhomogeneous dielectric medium / J.L. Allen // Int. J. Electronics. – 1975. – Vol. 38, N 3. – P. 337–347.
- 2.7. Speciale R.A. Even-and odd-mode waves for nonsymmetrical coupled lines in nonhomogeneous media / R.A. Speciale // IEEE Trans on MTT. – 1975. – Vol. MTT-23, N 1. – P. 897–908.
- 2.8. Белуга И.Ш. Программа расчета нормальных квази-ТЕМ-волн в N-полосковой линии с тонкими проводниками / И.Ш. Белуга // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. – 1977. – Вып. 9. – С. 125–127.
- 2.9. Marx K.D. Propagation modes, equivalent circuits and characteristic terminations for multiconductor transmission lines with inhomogeneous dielectrics / K.D. Marx // IEEE Trans, on MTT. – 1973. – Vol. MTT-21, N 7. – P. 450–457.
- 2.10. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи с распределенными параметрами / С.И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 1980. – 152 с.
- 2.11. Микророскопическая линия, изготовленная методом плоттерной печати чернилами, содержащими наночастицы серебра. Ее частотные и импульсные характеристики / А.Е. Здрок, Д.В. Шерстюк, А.М. Умаров [и др.] // Нанотехнологии: разработка, применение – XXI век. – 2016. – Т. 8, № 3. – С. 3–8.
- 2.12. Захар-Иткин М.Х. Теорема взаимности и матричные телеграфные уравнения для многопроводных линий передачи / М.Х. Захар-Иткин // Радиотехника и электроника. – 1974. – № 11. – С. 2338–2348.
- 2.13. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 575 с.
- 2.14. Фельдштейн А.Л. Синтез четырехполосников и восьмиполосников на СВЧ / А.Л. Фельдштейн, Л.Р. Явич. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Советское радио, 1971. – 388 с.
- 2.15. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе / Н.Д. Малютин. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 164 с.
- 2.16. Сычев А.Н. Управляемые СВЧ-устройства на многомодовых полосковых структурах / А.Н. Сычев; под. ред. Н.Д. Малютина. – Томск: Том. гос. ун-т, 2001. – 318 с.

2.17. Krage M.K. Characteristics of coupled micro-strip transmission lines / M.K. Krage, G.I. Haddad // PI: Coupled-mode formulation of inhomogeneous lines. IEEE Trans, on MTT. – 1970. – Vol. MTT-18, N 4. – P. 217–222.

2.18. Воробьев П.А. Квази-Т-волны в устройствах на связанных полосковых линиях с неуравновешенной электромагнитной связью / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин, В.Н. Федоров // Радиотехника и электроника. – 1982. – Т. 27, № 9. – С. 1711–1718.

2.19. Силин Р.А. Замедляющие системы / Р.А. Силин, В.П. Сазонов. – М.: Сов. радио, 1966.

2.20. А. с. 432843 СССР, МКИ НОИ Р 1/18. Полосковый фазовращатель / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин. – № 1781634/269; заявл. 03.05.72; опубл. 1975, Бюл. № 25.

2.21. Ивашка В.П. Фазовые и энергетические характеристики связанных микрополосковых линий / В.П. Ивашка // Литовский физический сборник. – 1980. – Т. 20, № 2. – С. 85–94.

## Вопросы для самопроверки

1. Какие связанные линии называются регулярными?
2. Опишите эквивалентную схему отрезка двухпроводных связанных линий.
3. Какие ограничения содержит эквивалентная схема отрезка двухпроводных связанных линий? Предложите возможные пути уточнения эквивалентной схемы.
4. Какой физический смысл имеют коэффициенты распространения  $\gamma_e$  и  $\gamma_o$ ?
5. В чем состоит механизм управления фазой в устройствах на связанных линиях?

## **3. Микрополосковые сверхширокополосные синфазные делители СВЧ**

### **3.1. Направления оптимизации конструкций делителей**

Представим моделирование одного из распространенных устройств ВЧ- и СВЧ-диапазонов – делителя мощности. Рассмотрим оригинальную схему делителя. Освоение материала раздела позволит моделировать и проектировать однокаскадные и многокаскадные делители.

В [3.1] представлены результаты разработки и экспериментального исследования компактных планарных сверхширокополосных делителей СВЧ в диапазоне до 67 ГГц. Конструкции делителей оптимизированы по критерию максимальной развязки выходов и минимальных возвратных потерь, что привело к значительному отличию топологии полосковых проводников от топологий классических делителей Вилькинсона [3.2, 3.3]. Эти отличия существенны, так как позволяют решить противоречивую задачу расширения полосы рабочих частот одновременно в нижнюю и верхнюю часть диапазона, что чрезвычайно важно для применения делителей в панорамных приемниках векторных анализаторов цепей [3.4] и других системах.

Увеличение развязки выходов делителя можно обеспечить различными способами. Так, в [3.5] в известном полосковом делителе мощности рядом с резистором и параллельно ему расположена проводящая полоска, концы которой находятся напротив проводников выходных линий передачи и имеют с ними емкостную связь. По всей видимости, указанная авторами [3.5] причина уменьшения развязки, объясняемая появлением паразитных параметров резистора, не является единственной. Четвертьволновый трансформирующий участок выполнен в виде параллельных отрезков полосковых линий. Эти линии имеют небольшую электромагнитную связь, которая тоже влияет на развязку. На уровне развязки – 20 дБ наличие даже слабой связи между линиями изоляция выходных плеч делителя может существенно изменяться.

Цель настоящего раздела состоит в описании сверхширокополосных делителей 1:2, построенных на основе резистивных элементов и связанных микрополосковых трехпроводных и двухпроводных линий. Исследуются характеристики комбинированного неклассического разветвителя на основе отрезков трехпроводных связанных линий и резистивных элементов, а также влияние связи между линиями, образующими четвертьволновые трансформаторы.

### 3.2. Эквивалентная схема делителя

Рассмотрим принципиальную схему однокаскадного делителя [3.1, 3.6] (рис. 3.1). На входе устройства находится неклассический разветвитель входного сигнала, который состоит из отрезка трехпроводной связанной линии с сильной электромагнитной связью и четырех резисторов. Отрезки линий четвертьволновых трансформаторов нагружены на выходе резистором  $R_6$ . Представленная схема неудобна для анализа с помощью матриц передачи  $ABCD$ , так как содержит многополюсники разной размерности: на входе двенадцатиполюсник, а на выходе восьмиполюсник. Поэтому перейдем к эквивалентной схеме (рис. 3.2), содержащей каскадное соединение двенадцатиполюсников, подобно тому как это было сделано при моделировании и расчете согласующих симметрирующих трансформаторов на отрезках связанных линий передачи, нагруженных на входные сопротивления комбинированных антенн [3.7].

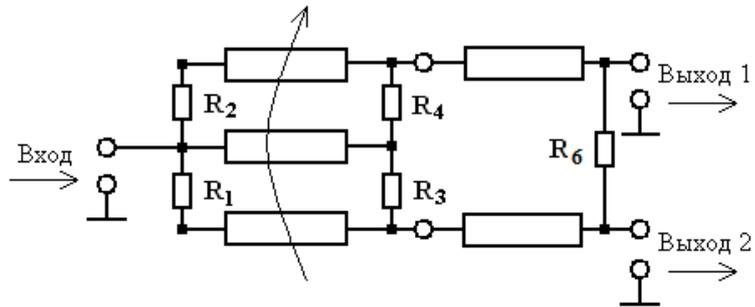


Рис. 3.1. Схема сверхширокополосного делителя

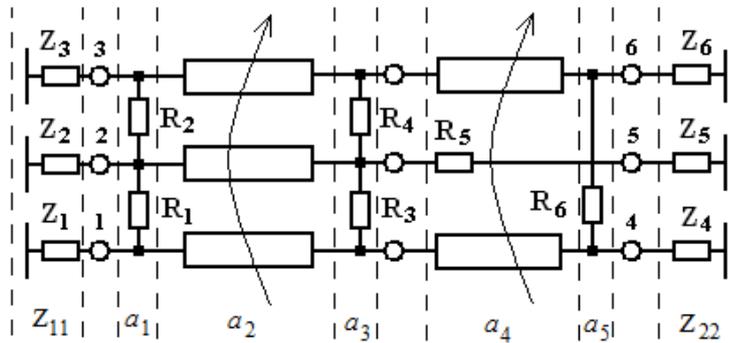


Рис. 3.2. Эквивалентная схема сверхширокополосного делителя

В схеме на рис. 3.2 выполнено искусственное увеличение размерности восьмиполосника, описывающего четвертьволновые трансформаторы, путем введения резистора  $R_5$ .

Обозначения на схеме:

$Z_1, \dots, Z_6$  – терминальные нагрузки, используемые для перехода к нормированной матрице передачи  $A$  и нормированной матрице коэффициентов рассеяния  $S$ ;

$a_1, a_3, a_5$  – матрицы передачи, описывающие включение резисторов  $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5$ ;

$a_2$  – матрица передачи связанной трехпроводной полосковой линии;

$a_4$  – матрица передачи связанной двухпроводной линии, образующей четвертьволновый трансформатор, и последовательно включенного резистора  $R_5$ .

### 3.3. Модель разветвителя

Разветвитель представляет собой каскадно включенные двенадцатиполосники, описываемые матрицами  $a_1, a_2, a_3$ . Матрицы передачи  $a_1, a_3$  имеют вид

$$a_{1,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ (R_{2,4})^{-1} & -(R_{2,4})^{-1} & 1 & 0 & 0 \\ -(R_{2,4})^{-1} & (R_{1,3})^{-1} + (R_{2,4})^{-1} & -(R_{1,3})^{-1} & 1 & 0 \\ 0 & -(R_{1,3})^{-1} & (R_{1,3})^{-1} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

где сопротивления  $R_{1, \dots, 4}$  выбираются по критериям лучшего согласования и минимальных потерь разветвителя.

Матрица передачи  $a_2$  рассчитывается с учетом существования в трехпроводной связанной линии передачи нормальных волн с различающимися фазовыми скоростями  $v_\phi$  [3.8, 3.9]. В общем случае даже при симметрии структуры определяются три отличающиеся по величине фазовые скорости  $v_\phi$  нормальных волн.

Матрица передачи отрезка трехпроводной связанной линии записывается следующим образом:

$$a_2 = \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} e^{\gamma l} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma l} \end{bmatrix} \mathbf{A}_m^{-1}, \quad (3.2)$$

где  $\mathbf{A}_m$  – полная матрица собственных векторов (матрица нормированных амплитуд), определяемая через собственные векторы напряжений  $\mathbf{A}_U$  и токов  $\mathbf{B}_I$ :

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_U & \mathbf{A}_U \\ \mathbf{B}_I & -\mathbf{B}_I \end{bmatrix}; \quad (3.3)$$

$\gamma$  – матрица коэффициентов распространения нормальных волн;

$l$  – длина отрезка трехпроводной связанной линии (длина всех полосок одинакова).

Отыскание  $\gamma$  сводится к вычислению собственных значений матрицы  $\alpha = \mathbf{Z}\mathbf{Y}$ . В свою очередь матрицы  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathbf{Y}$  определяются через первичные параметры СПЛ: матрицы погонных индуктивностей  $L$ , емкостей  $C$ , сопротивлений  $R$  и проводимостей  $G$ :

$$\mathbf{Z} = j\omega L + R, \quad \mathbf{Y} = j\omega C + G. \quad (3.4)$$

Поперечное сечение трехпроводной связанной линии передачи разветвителя показано на рис. 3.3.

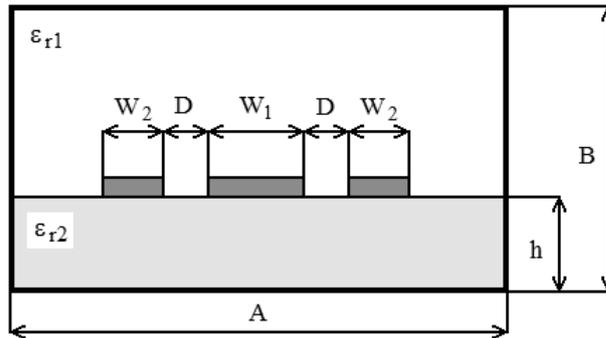


Рис. 3.3. Поперечное сечение трехпроводной связанной линии передачи разветвителя

Размеры структуры в микрометрах и параметры диэлектрического заполнения имеют следующие значения:  $A = 1000$ ;  $B = 1000$ ;  $h = 254$ ;  $W_1 = 176$ ;  $W_2 = 20$ ;  $D = 15$ ;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 9,9$ . Первичные параметры трехпроводной линии рассчитаны методом сеток [3.11, 3.12]. В результате получены матрицы погонных емкостей и индуктивностей:

$$C = \begin{pmatrix} 54,543 & -47,604 & 0 \\ -47,604 & 236,899 & -47,604 \\ 0 & -47,604 & 54,543 \end{pmatrix} \text{ пФ/м;}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1,380 & 0,3499 & 0,3066 \\ 0,3499 & 0,3993 & 0,3499 \\ 0,3066 & 0,3499 & 1,380 \end{pmatrix} \text{ мкГн/м.}$$

Вычисления матриц  $C$  и  $L$ , а также параметров отрезка связанной трехпроводной линии по формулам (3.2)–(3.4) выполнялись в системе математических расчетов MathCad.

Матрица передачи разветвителя  $a_r$  находится очевидным образом [3.13]:

$$a_r = \prod_{k=1}^3 a_k. \quad (3.5)$$

Выполнив переход от матрицы  $a_r$  к нормированной матрице  $A_r$ , а от нее по известным соотношениям [3.13] к матрице рассеяния  $S$ , получаем модель разветвителя.

Рассмотрим результаты влияния величин сопротивлений  $R_1, R_2, R_3, R_4$  на характеристики возвратных потерь и коэффициент передачи при фиксированной топологии полосковых проводников разветвителя. На рис. 3.4, 3.5 показаны частотные зависимости возвратных потерь  $S_{22}$  и коэффициента передачи  $S_{42}$  разветвителя (см. рис. 3.2), выходы которого нагружены на сопротивления  $Z_n = 93 \text{ Ом}$  при разных сочетаниях сопротивлений резистивных элементов  $R_1, R_2, R_3, R_4$ , соединяющих связанные полоски.

Из анализа зависимостей  $S_{22}(f)$  и  $S_{42}(f)$  можно сделать вывод о существовании оптимального соотношения между  $R_1, R_2, R_3, R_4$  и их оптимальных величин, так как графики  $S_{22}(f)$  и  $S_{42}(f)$  для  $R_1 = R_2 = 7 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = R_4 = 14 \text{ Ом}$  лежат между крайними значениями  $S_{22}(f)$  и  $S_{42}(f)$  при вариации сопротивлений в пределах от  $R_1, \dots, R_4 = 1 \text{ Ом}$  до  $R_1, \dots, R_4 = 20 \text{ Ом}$ .

Исследовалось влияние зазора  $D$  между полосками трехпроводной структуры (см. рис. 3.3) на характеристики разветвителя. Увеличение зазора от 15 до 80 мкм привело к ухудшению согласования, т.е. к росту  $S_{22}$

на 10 дБ с повышением частоты. Это объясняется существенным влиянием электромагнитной связи (преимущественно емкостной составляющей) между боковыми и центральной полосками структуры на характеристики разветвителя в области высоких частот.

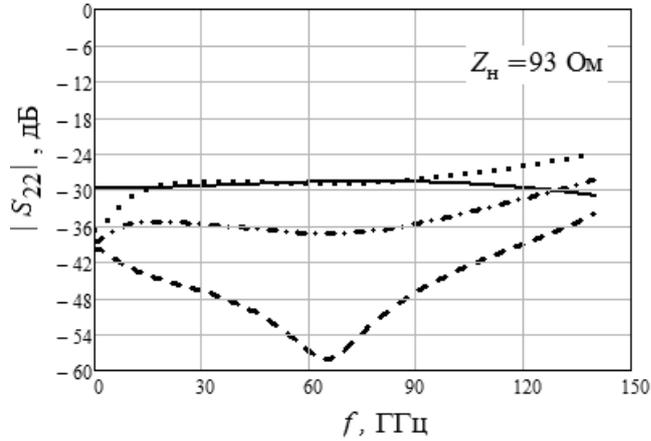


Рис. 3.4. Частотная зависимость возвратных потерь  $S_{22}$  разветвителя, выходы которого нагружены на сопротивления  $Z_n = 93 \text{ Ом}$ , при разных сочетаниях сопротивлений  $R_1, R_2, R_3, R_4$ , соединяющих связанные полоски:  
 —  $R_1, \dots, R_4 = 1 \text{ Ом}$ ; - - -  $R_1, \dots, R_4 = 10 \text{ Ом}$ ;  
 ·····  $R_1, \dots, R_4 = 20 \text{ Ом}$ ; - · - · -  $R_1 = R_2 = 7 \text{ Ом}; R_3 = R_4 = 14 \text{ Ом}$

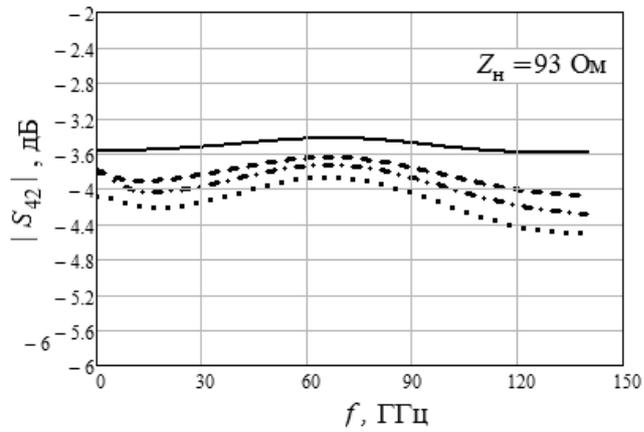


Рис. 3.5. Частотная зависимость коэффициента передачи  $S_{42}$  разветвителя, выходы которого нагружены на  $Z_n = 93 \text{ Ом}$ , при разных сочетаниях сопротивлений, соединяющих связанные полоски (обозначения кривых см. на рис. 3.4)

На низких частотах уменьшение связи при увеличении зазора  $D$  компенсируется наличием кондуктивной связи между центральной и боковыми полосками через сопротивления  $R_1, \dots, R_4$ . Поэтому на низких частотах не происходит существенного изменения согласования при увеличении зазора между полосками.

### 3.4. Модель однокаскадного делителя

Эквивалентная схема однокаскадного четвертьволнового трансформатора (см. рис. 3.2) состоит из двенадцатиполосников  $a_4, a_5$ . Выходные нагрузки  $Z_4 = Z_6$  выбираются из условия согласования с внешними цепями. В расчете было взято  $Z_4 = Z_6 = 50 \text{ Ом}$ . Сопротивление  $Z_5 \rightarrow \infty$  в расчете составляло  $50 \text{ кОм}$ .

Поперечное сечение СПЛ четвертьволнового трансформатора показано на рис. 3.6.

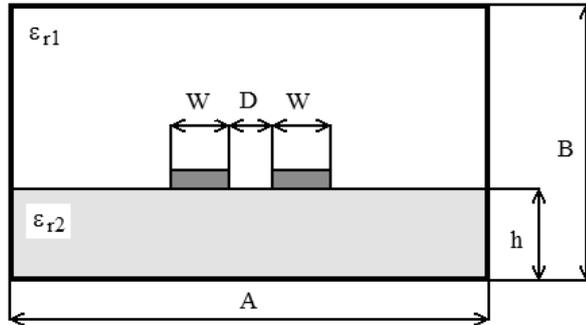


Рис. 3.6. Поперечное сечение двухпроводной связанной линии передачи четвертьволнового трансформатора

Размеры структуры в микрометрах и параметры диэлектрического заполнения составляли:  $A = 1000$ ;  $B = 1000$ ;  $h = 254$ ;  $W = 71$ ;  $D = 192$ ;  $\epsilon_{r1} = 1,0$ ;  $\epsilon_{r2} = 9,9$ .

Матрица  $a_4$  представляет собой матрицу передачи отрезка двухпроводной связанной линии и вычисляется аналогично матрице трехпроводной связанной линии [3.8–3.11] (см. формулы (3.2)–(3.4)). Результирующая матрица передачи однокаскадного делителя имеет вид

$$a_D = \prod_{j=1}^5 a_j, \quad (3.6)$$

где  $a_j$  – матрицы передачи составляющих двенадцати полюсников в эквивалентной схеме (см. рис. 3.2).

Нормирование матрицы  $a_D$  осуществляется с учетом сделанных выше замечаний относительно выбора терминальных нагрузок.

Исследовалось влияние электромагнитной связи между полосками четвертьволнового трансформатора на характеристики делителя.

На рис. 3.7 и 3.8 приведены частотные зависимости возвратных потерь  $S_{22}$ ,  $S_{44}$ , коэффициента передачи  $S_{42}$ , развязки между выходами делителя  $S_{46}$  для двух вариантов расстояния между связанными полосками четвертьволнового трансформатора: 176 мкм и 96 мкм.

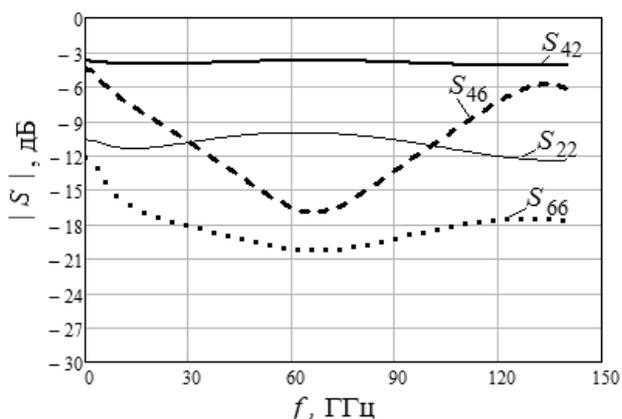


Рис. 3.7. Частотная зависимость коэффициентов матрицы рассеяния делителя для зазора между полосками четвертьволнового трансформатора 192 мкм

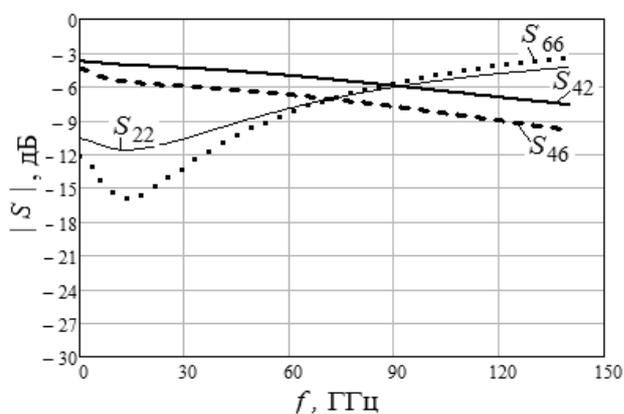


Рис. 3.8. Частотная зависимость коэффициентов матрицы рассеяния делителя для зазора между полосками четвертьволнового трансформатора 96 мкм

Сопоставление графиков показывает существенное ухудшение параметров делителя при увеличении электромагнитной связи между полосками, что обусловлено появлением в линиях даже при слабой связи нормальных волн с различными фазовыми скоростями. Это, как известно [3.14, 3.15], приводит к потере всепропускающих свойств секций на связанных линиях с неоднородным диэлектриком. Так как уровень развязки между выходами требуется, как правило, не меньше 20 дБ, на этом уровне незначительное расхождение фазовых скоростей приводит к существенному изменению развязки. Выравнивание фазовых скоростей СПЛ трансформатора при стремлении уменьшить габариты делителя за счет сокращения зазора следует признать важным направлением оптимизации.

### 3.5. Модель многокаскадного делителя

Моделирование многокаскадного делителя рассмотрим на базе шестикаскадного трансформатора волновых сопротивлений (рис. 3.9). Анализ каскадного соединения секций делается подобно анализу четвертьволнового трансформатора (см. рис. 3.2). Исходными данными являются относительная диэлектрическая проницаемость подложки, поперечные и продольные размеры полосковых проводников, величины сопротивлений.

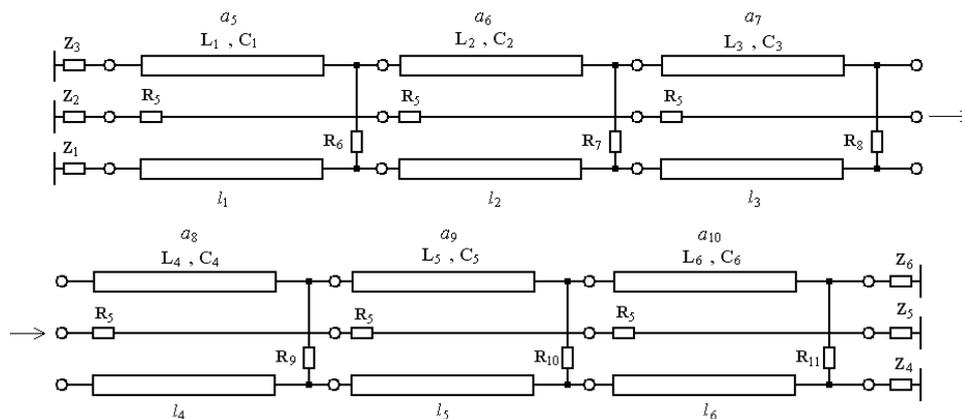


Рис. 3.9. Эквивалентная схема шестикаскадного трансформатора

Для расчета взяты следующие поперечные и продольные размеры полосок:

ширина полосок (мм)  $W_k = \{0,067; 0,080; 0,093; 0,120; 0,174; 0,200\}$  ;

зазор между полосками (мм)

$$D_k = \{0,187; 0,227; 0,307; 0,400; 0,494; 0,587\};$$

длина полосок (мм)  $l_k = \{0,561; 0,894; 0,948; 0,721; 0,801; 0,841\}$ ,  
 $k = 1, 2, \dots, 6$ ;

величины сопротивлений (Ом)

$$R_p = \{92; 120; 200; 314; 250; 700\}, p = 6, 7, \dots, 11.$$

Результаты расчета возвратных потерь, коэффициента деления и развязки между выходами шестикаскадного делителя показаны на рис. 3.10, 3.11. Как видно из рис. 3.10, с ростом частоты потери в реальном устройстве возрастают. Это связано с тем, что представленная модель не учитывает распределенные параметры резисторов  $R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}, R_{11}$ , которые, фактически, являются линиями передачи с потерями.

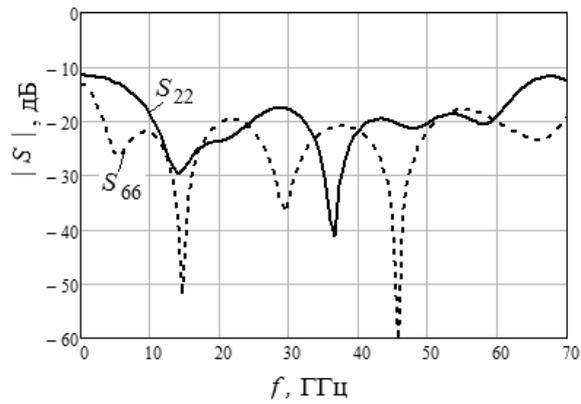


Рис. 3.10. Частотная зависимость возвратных потерь шестикаскадного делителя

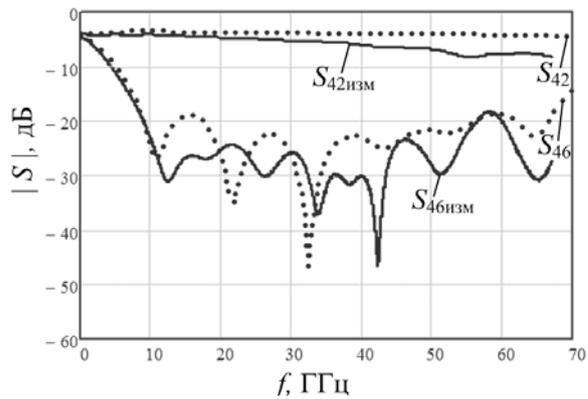


Рис. 3.11. Частотная зависимость коэффициента деления ( $S_{42}$ ) и развязки выходов ( $S_{46}$ ) шестикаскадного делителя в сравнении с измеренными параметрами делителя ( $S_{42изм}$  и  $S_{46изм}$ )

Разработанная модель положена в основу программы для расчета с помощью программной среды MathCad. Для расчета погонных параметров структур взят метод сеток [3.12, 3.13]. В программе анализа звеньев делителя и схемы в целом используются результаты работ [3.7, 3.9, 3.10, 3.11].

### 3.6. Электродинамическая модель многокаскадного делителя

Полная электродинамическая 3D-модель топологии делителя разработана в системе Advanced Design System (Keysight Technologies) [3.16]. Модель оптимизировалась по критериям входных возвратных потерь (не менее  $-12$  дБ) и уровню развязки между выходами (не менее 20 дБ) в рабочем диапазоне от 8 до 67 ГГц. Оптимизированная топология показана на рис. 3.12.

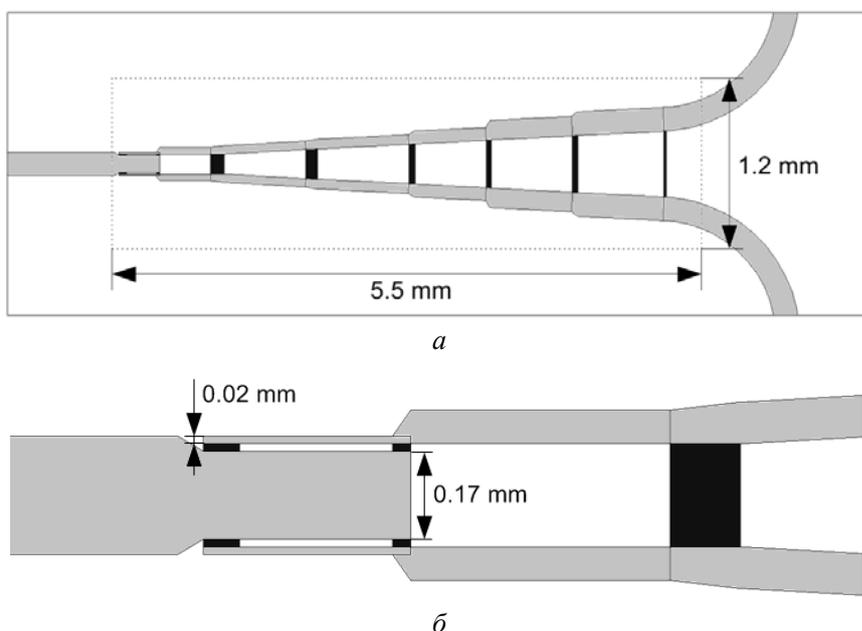


Рис. 3.12. Топология делителя: *a* – общий вид; *б* – входной разветвитель

Топология рассчитана под ГИС-технологии АО «НПФ «Микран». Проводящий слой (показан серым цветом на рис. 3.12) и резистивный слой (показан черным цветом на рис. 3.12) выполнены методом вакуум-

ного осаждения золота и тантала соответственно. Удельная проводимость танталового слоя 50 Ом на квадрат. Схема делителя показана на рис. 3.13.

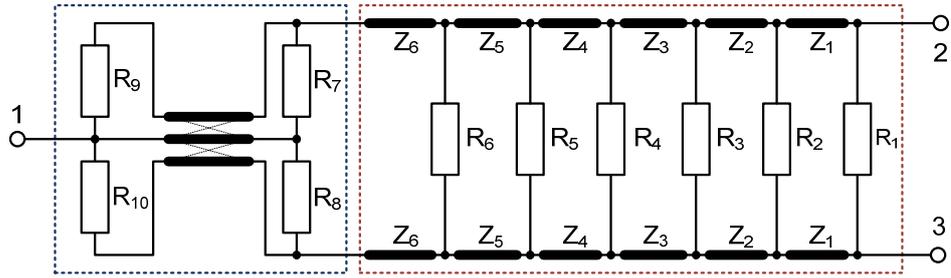


Рис. 3.13. Схема делителя мощности на диапазон 8–67 ГГц

Значения сопротивлений линий и резистивных элементов для 6-секционного делителя после программной оптимизации представлены в табл. 3.1, где обозначения соответствуют рис. 3.13.

Таблица 3.1

Значения  $R_N$  и  $Z_N$  после программной оптимизации

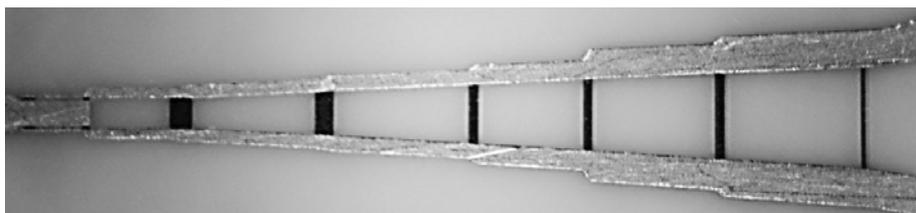
$N$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R_N$ , Ом	720	350	300	200	110	90	14	14	7	7
$Z_N$ , Ом	51	62	70	77	86	93	–	–	–	–

Сравнение параметров математической модели с данными измерений экспериментального образца делителя представлены на рис. 3.11. Как видно из рис. 3.11, с ростом частоты потери в реальном устройстве возрастают. Это связано с тем, что представленная модель не учитывает распределенные параметры резисторов  $R_6, R_7, R_8, R_9, R_{10}, R_{11}$ , которые, фактически, являются линиями передачи с потерями. Расчетные и экспериментальные зависимости развязки выходных каналов находятся в хорошем соответствии, что позволяет проводить корректную оценку достижимых параметров на основе разработанной математической модели.

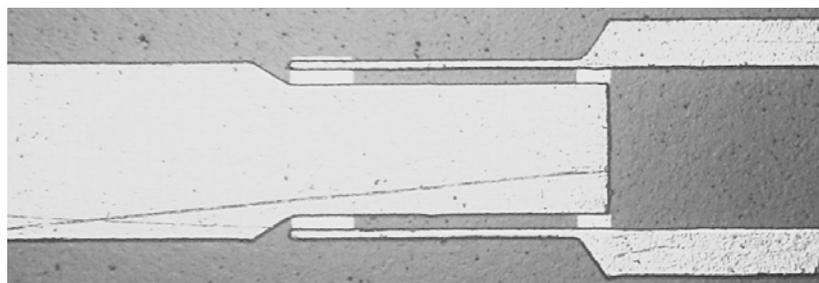
### 3.7. Реализация делителя мощности, построенного на основе модифицированной схемы делителя Вилкинсона

Для реализации делителя диапазона 8–67 ГГц выбрана керамическая подложка (Valley Design) толщиной 0,254 мм с относительной диэлектрической проницаемостью 9,9.

Фотографии изготовленных подложек с топологиями делителя представлены на рис. 3.14.



*a*



*б*

Рис. 3.14. Изготовленная подложка с топологией делителя:  
*a* – общий вид; *б* – входной разветвитель

Как видно из рисунка, произошел небольшой «перетрав» проводников топологии с минимальной шириной. Это связано с тем, что значения ширины указанных линий рассчитаны близкими к технологическому пределу ГИС-технологии, а также неидеальностью процесса травления в целом. Данный технологический недостаток можно исправить коррекцией процесса травления и увеличением технологического запаса, что будет сделано при следующих итерациях.

Более перспективным решением является оптимизация данной топологии под МИС-технологии, но при последующей миниатюризации следует соблюдать баланс между габаритами и получаемой развязкой по выходам делителя.

Для удобства исследования параметров изготовленной топологии разработан СВЧ-модуль с коаксиальными разъемами 1,85 мм (Anritsu V102F). Корпус СВЧ-модуля изготовлен из алюминиевого сплава Д16Т и покрыт сплавом олововисмута. Изготовленная подложка устанавливается методом пайки. В корпус дополнительно установлены две 50-омные подводящие линии. Внешний вид разработанного СВЧ-модуля представлен на рис. 3.15.

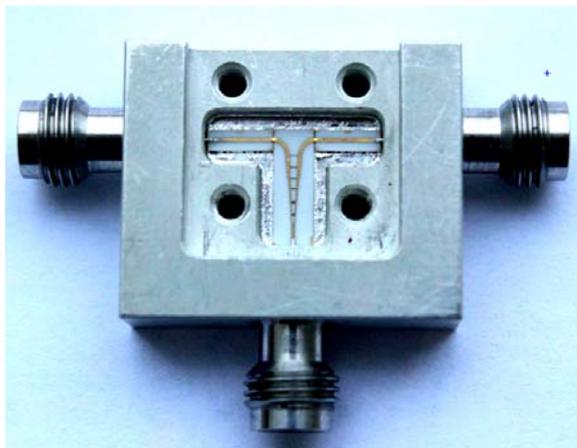


Рис. 3.15. Внешний вид СВЧ-модуля делителя мощности с диапазоном рабочих частот 10 МГц – 67 ГГц

Все измерения проводились с помощью двухпортового векторного анализатора цепей PNA-X N5247A с калибровкой SOLT. Незадействованный выход делителя нагружался сверхширокополосной коаксиальной согласованной нагрузкой с КСВН не более 1,15. Прямые измерения  $S$ -параметров данного СВЧ-модуля характеризуют сам СВЧ-модуль, а не топологию. Для характеристики топологии использовался метод переноса калибровочной плоскости путем перехода из частотной области во временную с применением последующей обработки полученной рефлектограммы [3.17]. Эта операция была реализована с помощью расширенного программного обеспечения P4Client (АО «НПФ «Микран»).

Полученные результаты в сравнении с расчетными данными электродинамической модели 3D приведены на рис. 3.16. Расчетные и измеренные параметры имеют хорошую сходимость во всем диапазоне рабочих частот. Потери в худшей точке составляют не более 7,5 дБ, изоляция в диапазоне частот 8–67 ГГц не менее 20 дБ. Возвратные потери составляют в диапазоне частот от 8 до 50 ГГц не более –18 дБ, а в диапазоне частот 50–67 ГГц не более –10 дБ. Как видно из представленных графиче-

ков, данный делитель может применяться и в более низком диапазоне частот (сантиметровом) за счет использования предложенной входной схемы частотно-зависимого резистивного разветвителя на основе трехпроводной линии, но с ухудшением развязки между выходными портами. В области низких частот схема, фактически, представляет собой рассогласованный классический резистивный делитель, таким образом, данная топология в ряде случаев может применяться как делитель с рекордным диапазоном рабочих частот 0–67 ГГц.

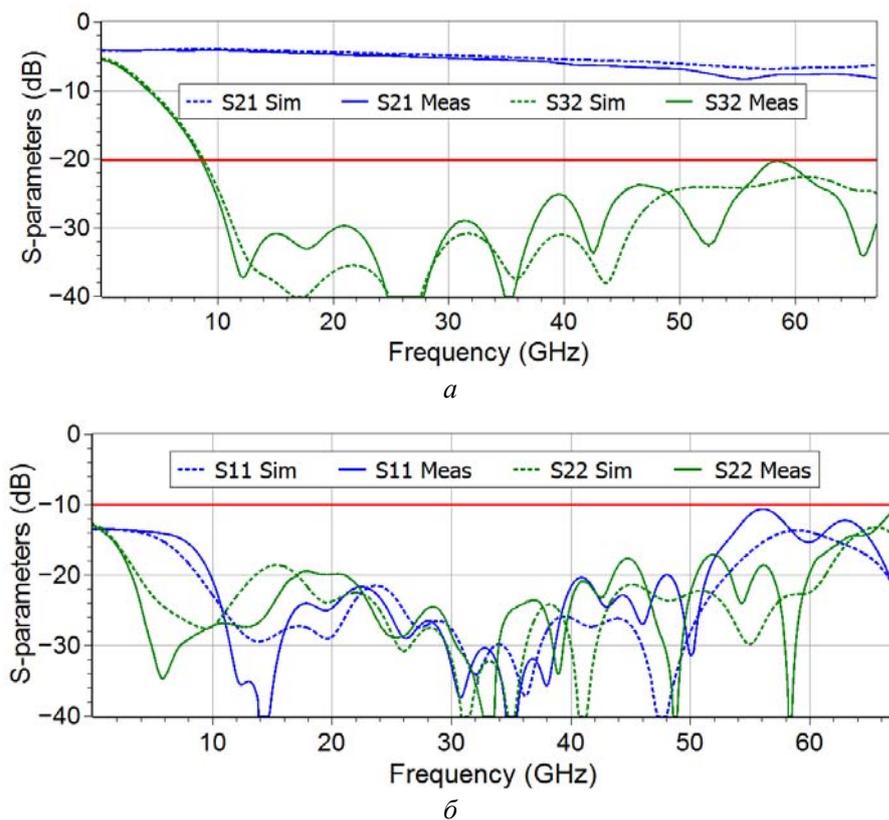


Рис. 3.16. Сравнение экспериментальных данных потерь и данных, полученных после электродинамического расчета потерь на проход и изоляции (а) и возвратных потерь (б)

Максимальное отклонение измеренного значения потерь на проход от расчетного не более 2 дБ. Такое отклонение становится характерным для частот выше 50 ГГц, что связано с технологическими ограничениями процессов напыления и травления. Это, как было ранее отмечено, требует

коррекции процесса травления и увеличения технологического запаса на «подтрав».

Представленная модель и реализация сверхширокополосных микрополосковых делителей, построенных по схеме «разветвитель на связанной трехпроводной линии – многокаскадный ступенчатый трансформатор волновых сопротивлений», позволяет исследовать влияние составляющих элементов на характеристики устройства. При максимальном топологическом размере 5,5 мм получена развязка в полосе частот от 10 до 67 ГГц не хуже 18 дБ и максимальные возвратные потери не хуже –12 дБ при неравномерности деления от –3,5 до –4,4 дБ. Вариация параметров модели дает возможность выбирать физически обоснованные пути оптимизации конструкции делителей.

Усовершенствование модели путем доработки алгоритма и программ в направлении учета нерегулярности связанных полосковых линий, образующих ступенчатый трансформатор волновых сопротивлений, позволит улучшить характеристики делителей исследованного типа. Описанная модель дает возможность проектировать сверхширокополосные делители в диапазоне до 70 ГГц. Это существенно сокращает время проектирования, так как последующий электродинамический анализ и оптимизация осуществляются уже на основе достаточно качественного прототипа.

### Литература к разделу 3

3.1. Drobotun N. Compact Planar Ultra-Wideband Power Dividers with Frequency Range up to 67 GHz for Multichannel Receivers / N. Drobotun, D. Yanchuk, E. Khoroshilov // Proceedings of the 46th European Microwave Conference, 3–7 October 2016. – London: UK, 2016. – P. 198–201.

3.2. Wilkinson E.J. An N-Way Hybrid Power Divider / E.J. Wilkinson // IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 1960. – January. – Vol. 8. – P. 116–118.

3.3. Modified Wilkinson Power Dividers for Millimeter-Wave Integrated Circuits / S. Horst, R. Bairavasubramanian, M.M. Tentzeris [et al.] // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2007. – November. – Vol. 55. – P. 2439–2446.

3.4. Дроботун Н.Б. Модуль сверхширокополосного усилителя диапазона 10 МГц – 20 ГГц с диссипативной коррекцией АЧХ / Н.Б. Дроботун // Доклады ТУСУР. – 2016. – Т. 19, № 4. – С. 74–77.

3.5. Пат. 2392702 Российская Федерация, МПК H01P5/12. Полосковый делитель мощности / Следков В.А., Афанасьев П.О. – Опубл. 20.06.10.

3.6. Пат. 2621887 Российская Федерация, МПК H01 5/04. Сверхширокополосный микрополосковый делитель мощности / Янчук Д.А., Хорошилов Е.В., Дроботун Н.Б. – № 2016110279, заявл. 21.03.16 ; опубл. 07.06.17, Бюл. № 16.

3.7. Малютин Н.Д. Моделирование, расчет и экспериментальное исследование согласующих симметрирующих трансформаторов на отрезках связанных линий передачи, нагруженных на входные сопротивления комбинированных антенн / Н.Д. Малютин, А.Г. Лошилов, А.П. Рыбин // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2007. – № 1. – С. 37–44.

3.8. Белуга И.Ш. Программа расчета нормальных квази-ТЕМ волн в N-полосковой линии с тонкими проводниками / И.Ш. Белуга // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. – 1977. – Вып. 9. – С. 125–127.

3.9. Регулярные и нерегулярные многосвязные полосковые и проводные структуры и устройства на их основе: анализ, синтез, проектирование, экстракция первичных параметров : моногр. / Н.Д. Малютин, А.Н. Сычев, Э.В. Семенов А.Г. Лошилов. – Томск: Томск. гос. ун-т систем упр. и радиоэлектроники, 2012. – 168 с.

3.10. Malyutin N.D. Matrix parameters of non-identical, coupled striplines with a non-homogeneous dielectric / N.D. Malyutin // Radio Eng Electron Phys. – 1976. – December. – Vol. 21, N 12. – P. 14–19.

3.11. Иоссель Ю.Я. Расчет электрической емкости / Ю.Я. Иоссель, Э.С. Кочанов, М.Г. Струнский. – Л.: Энергоиздат. – 1981. – 285 с.

3.12. Фуско В. Анализ и автоматизированное проектирование / В. Фуско. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.

3.13. Фельдштейн А.Л. Синтез четырехполосников и восьмиполосников СВЧ / А.Л. Фельдштейн, Л.Р. Явич. – М.: Связь, 1965. – 352 с.

3.14. Zysman G.I. Coupled Transmission Line Networks in an Inhomogeneous Dielectric Medium / G.I. Zysman. A.K. Johnson // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1969. – Vol. 17, N 10. – P. 753–759. – DOI: 10.1109/TMTT.1969.1127055.

3.15. Воробьев П.А. Анализ характеристик связанных полосковых линий на неоднородном диэлектрике с сосредоточенными регулируемыи неоднородностями / П.А. Воробьев, Н.Д. Малютин // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1975. – Т. 18, № 2. – С. 97–99.

3.16. Дроботун Н.Б. Сверхширокополосные СВЧ-устройства модулей приема падающих и отраженных волн векторных анализаторов цепей : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Н.Б. Дроботун. – Томск, 2017.

3.17. Хибель М. Основы векторного анализа цепей / М. Хибель ; пер. с англ. С.М. Смольского ; под ред. У. Филипп. – М.: Изд. дом МЭИ, 2009. – 500 с.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Назовите основные параметры делителей мощности.
2. Как достичь увеличения широкополосности делителей мощности по критерию развязки выходов?
3. Каким образом влияет связь между полосками четвертьволновых трансформаторов на развязку выходов делителей?
4. Укажите роль резисторов в оригинальной конструкции расщепителя на входе широкополосных делителей.
5. Охарактеризуйте роль резисторов, соединяющих концы отрезков четвертьволновых трансформаторов.
6. Опишите технологию изготовления компактных широкополосных делителей мощности.

## 4. Полосковые управляемые меандровые линии задержки

Полосковые линии передачи, свернутые в меандр, позволяют сократить размеры устройств, предназначенных для коррекции зависимости группового времени запаздывания от частоты  $\tau(f)$  [4.1, 4.2]. Другие применения меандровых линий с ограниченными размерами витков – это выравнивание времени задержки каналов распространения импульсов [4.3 – 4.11], возбуждения рупорных антенн [4.12]; построение плавных и дискретных фазовращателей [4.14 – 4.17]; уменьшение размеров резонаторов селективных фильтров на основе ВТСП-материалов [4.16] и др.

Рассмотрим управляемые линии задержки, содержащие полосковый меандровый проводник, связанный со сплошной полоской, и регулирующие элементы [4.16]. Такая структура имеет ряд особенностей, дающих возможность уменьшить размеры устройства при сохранении согласования в процессе управления параметрами с внешними цепями в широкой полосе частот [4.17].

Конструкция полосковой структуры, примененной для построения управляемых меандровых линий задержки, представлена на рис. 4.1 [4.14].

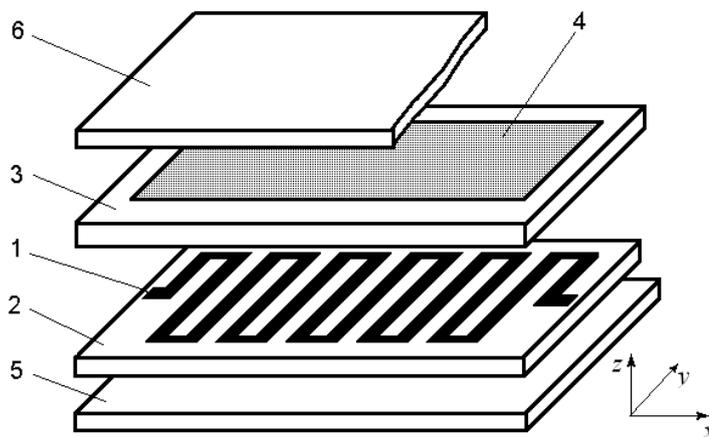


Рис. 4.1. Конструкция полосковой структуры типа «меандровая линия, связанная со сплошной полоской»: 1 – меандровая линия; 2, 3 – подложки из диэлектрика; 4 – сплошная (управляющая) полоска, перекрывающая меандровый проводник, находящаяся под «плавающим» потенциалом; 5, 6 – экранирующие пластины

Она включает меандровую линию 1 на подложке 2, связанную со сплошной полоской 4 на подложке 3, находящуюся под «плавающим» потенциалом, и экраны 5 и 6. Изменение потенциала на полоске 4 путем ее шунтирования с помощью емкостей приводит к изменению фазового сдвига. Это свойство используется для конструирования фазовращателей.

Полоска 4 называется управляющей. В нее включаются сосредоточенные элементы (варикапы, *p-i-n*-диоды, транзисторы), имеющие эквивалентные сопротивления  $z_1, z_2, z_3, z_4$  (рис. 4.2).

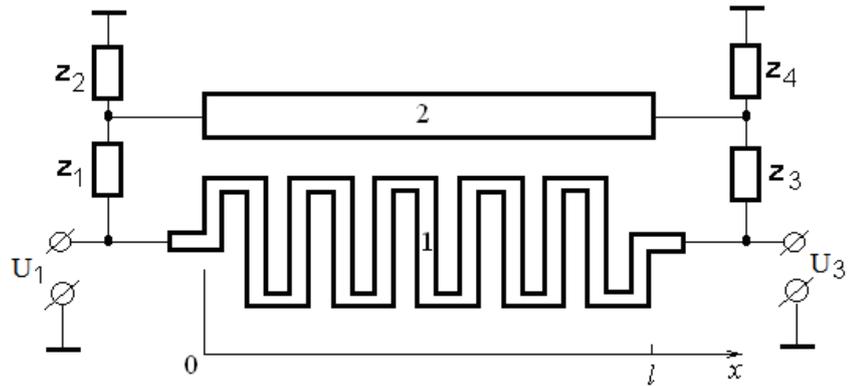


Рис. 4.2. Эквивалентная схема линии задержки на основе двухпроводной связанной линии

Изменение сопротивлений  $z_1, z_2, z_3, z_4$  приводит к регулировке параметров. Особенность структуры и схемы состоит в том, что при  $z_1, z_3 \rightarrow 0$  и  $z_2, z_4 \rightarrow \infty$  время задержки максимально, а при  $z_1, z_3 \rightarrow \infty$  и  $z_2, z_4 \rightarrow 0$  – минимально, согласование же с внешними цепями сохраняется [4.18].

Топология слоев меандровой линии задержки показана на рис. 4.3. Проводники расположены на разных сторонах подложки толщиной 1 мм с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_r = 10$ .

Расчет первичных параметров проведен по методике, опубликованной в [4.16, 4.17]. Получены следующие матрицы погонных емкостей и индуктивностей:

$$C = \begin{bmatrix} 6,08 & -5,602 \\ -5,602 & 8,299 \end{bmatrix} \cdot 10^{-10} \text{ Ф/м}; \quad L = \begin{bmatrix} 27,43 & 2,899 \\ 2,899 & 7,705 \end{bmatrix} \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Матрицы погонных сопротивлений и проводимостей:

$$R = \begin{bmatrix} 1,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \text{ Ом/м}; \quad G = \begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 \\ 0 & 10^{-4} \end{bmatrix} \text{ См/м.}$$

В среде MathCad рассчитаны частотные зависимости в диапазоне от 0 до 4 ГГц:

– вносимого затухания  $L_p$  управляемой меандровой линии при  $z_1, z_3 \rightarrow \infty$  и  $z_2, z_4 \rightarrow 0$ , когда время задержки минимально (рис. 4.4,а, сплошная линия), при  $z_1, z_3 \rightarrow 0$  и  $z_2, z_4 \rightarrow \infty$ , когда время задержки максимально (рис. 4.4,б, сплошная линия);

– фазового сдвига  $\phi$ , соответствующего вышеприведенным режимам (рис. 4.5, сплошные линии).

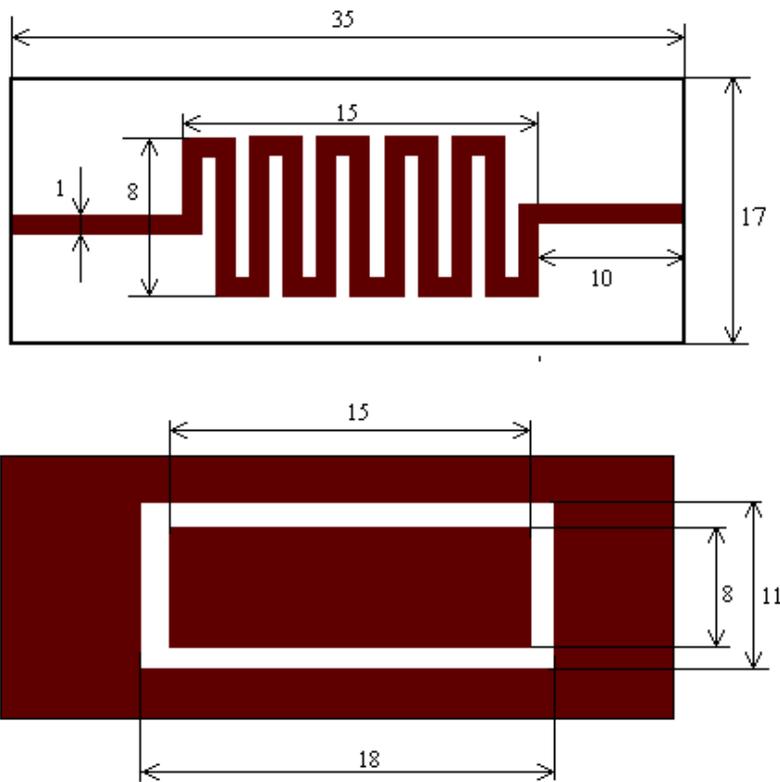
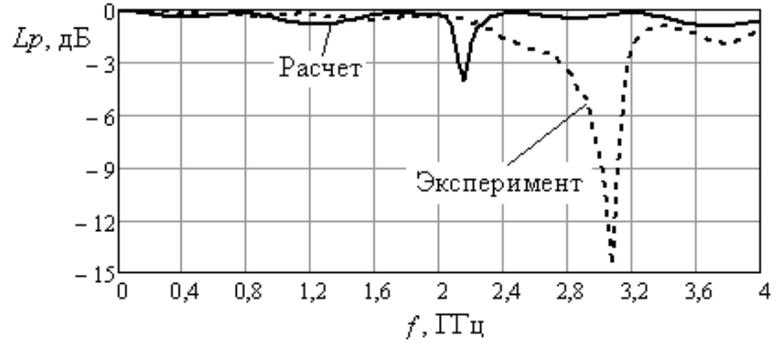


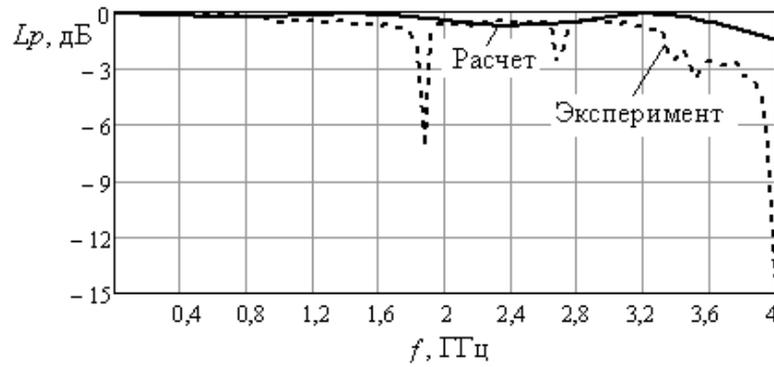
Рис. 4.3. Топология проводников

Был изготовлен макет управляемой линии задержки и измерены частотные зависимости  $L_p$  и  $\phi$  при минимальной и максимальной задержке

(см. рис. 4.4, 4.5). Измерения проводились на векторном анализаторе цепей OBZOR-804/1. Измерения показали, что до частоты 1,9 ГГц линия задержки вносит достаточно малое затухание. Отличие экспериментальных характеристик от расчетных объясняется тем, что в расчетах не учтено влияние собственного резонанса управляющей полоски в области УВЧ в обоих режимах работы (см. рис. 4.4, 4.5). Моделирование с учетом электродинамических процессов подтвердило это предположение.



a



b

Рис. 4.4. Зависимость коэффициента затухания  $L_p$  управляемой линии задержки в диапазоне от 0 до 4 ГГц:

a – при  $z_1, z_3 \rightarrow 0, z_2, z_4 \rightarrow \infty$  – время задержки максимально;

b –  $z_1, z_3 \rightarrow \infty, z_2, z_4 \rightarrow 0$  – время задержки минимально

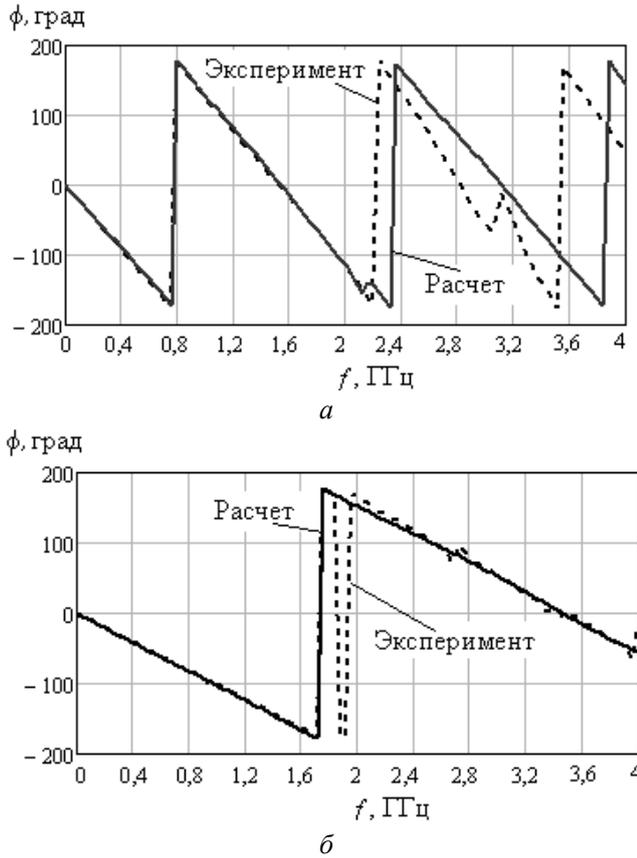
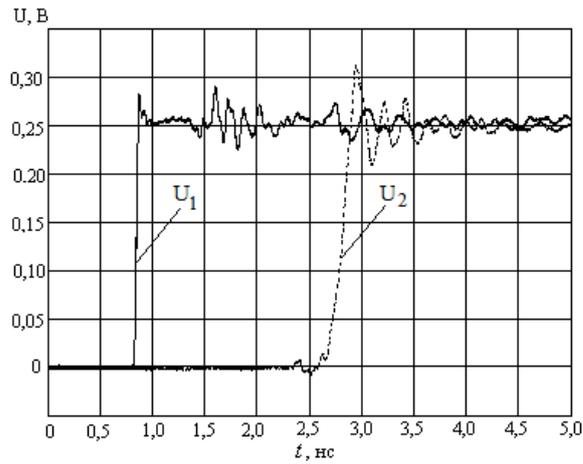
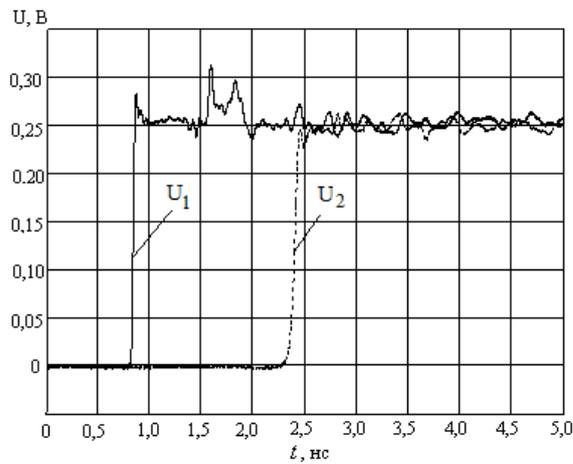


Рис. 4.5. Зависимость фазового сдвига  $\phi$  управляемой линии задержки в диапазоне до 4 ГГц:  
 а – при  $z_1, z_3 \rightarrow \infty, z_2, z_4 \rightarrow 0$ ; б –  $z_1, z_3 \rightarrow 0, z_2, z_4 \rightarrow \infty$

При помощи осциллографа DSA-8300 сняты переходные характеристики управляемой линии задержки (рис. 4.6):  $U_1(t)$  – сигнал на входе меандровой линии задержки;  $U_2(t)$  – на выходе. Характеристики снимались при максимальной и минимальной задержке сигнала. Из осциллограмм на рис. 4.6 видно, что величина управляемой задержки составила  $195 \pm 2$  пс. Важно, что при этом не происходит существенное искажение воздействующего импульса, поскольку в диапазоне 0–1,8 ГГц вносимое затухание невелико, а фазочастотная характеристика остается линейной. Это свидетельствует о приблизительном равенстве характеристических сопротивлений полосковой структуры при управлении параметрами как при воздействии гармонического сигнала (см. рис. 4.4, 4.5), так и при импульсном воздействии (см. рис. 4.6).



*a*



*б*

Рис. 4.6. Переходная характеристика управляемой линии задержки ( $U_1$  – напряжение на входе,  $U_2$  – напряжение на выходе меандровой линии задержки): *a* – при  $z_1, z_3 \rightarrow \infty$ ,  $z_2, z_4 \rightarrow 0$  (время задержки максимально); *б* – при  $z_1, z_3 \rightarrow 0$ ,  $z_2, z_4 \rightarrow \infty$  (время задержки минимально)

Таким образом, результаты исследования показали, что компактные управляемые меандровые линии задержки, построенные на основе отрезков связанных линий с сильно неуравновешенной электромагнитной связью, имеют, по крайней мере, два состояния с одинаковым характеристическим сопротивлением, что позволяет управлять задержкой импульсных сигналов, сохраняя согласование с внешними цепями и обеспечивая низкий уровень потерь.

## Литература к разделу 4

- 4.1. Pregla R. Die Mäanderleitung als Laufzeitausgleichsschaltung / R. Pregla // AEÜ. – 1967. – Vol. 21. – S. 219–227.
- 4.2. Pregla R. Gruppenlaufzeitausgleich mit Mäanderleitungen für Nachrichtensysteme mit Rundhohlleitern / R. Pregla // AEÜ. – 1970. – N 9. – S. 381–388.
- 4.3. Malyutin N.D. Calculation of Cross-Sectional Dimensions of Meander Delay Lines. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij / N.D. Malyutin, P.A. Vorob'ev // Radioelektronika. – 1976. – Vol. 19, Issue 2. – P. 103–105.
- 4.4. Wu R.B. Laddering wave in serpentine delay line / R.B. Wu, F.L. Chao // IEEE Trans. Compon. Packag. Technol. – 1995. – Nov. – Vol. 18, N 4. – P. 644–650.
- 4.5. Kabiri M. Bait-Suwaitam. The effect of loss-tangent on laddering behavior in delay lines / M. Kabiri Bait-Suwaitam, M.H. Kermani, O.M. Ramahi // Progress In Electromagnetics Research Letters. – 2009. – Vol. 12. – P. 161–170. – doi:10.2528/PIERL09102503. – URL: <http://www.jpier.org/pierl/pier.php?paper=09102503>.
- 4.6. Chao Fang-Lin. Measurement of Laddering Wave in Lossy Serpentine Delay Line / Fang-Lin Chao // International Journal of Applied Science and Engineering. – 2006. – Vol. 4, N 3. – P. 291–295.
- 4.7. A Delay Line Circuit Design for Crosstalk Minimization Using Genetic Algorithm / Chaeho Chung, Soobum Lee, Byung Man Kwak [et al.] // IEEE Transactions on computer-aided design of integrated circuits and systems. – 2008. – March. – Vol. 27, N 3. – P. 578–583.
- 4.8. Rubin B.J. Study of meander line delay in circuit boards / B.J. Rubin, B. Singh // IEEE Trans. On Microwave Theory and Techn. – 2000. – Vol. 48, N 9. – P. 1452–1460.
- 4.9. Kabiri A. Design of a Controllable Delay Line / A. Kabiri, Q. He, M.H. Kermani [et al.] // IEEE Trans. on Advanced Packaging. – 2010. – Vol. 33, Issue 4. – P. 1080–1087.
- 4.10. Ramahi O.M. Analysis of Conventional and Novel Delay Lines: A Numerical Study / O.M. Ramahi // Applied Computational Electromagnetics Society Journal. – 2003. – N 3. – P. 181–190.
- 4.11. Распространение импульса в меандровой линии с неоднородным диэлектрическим заполнением без искажений его формы перекрестными наводками / Р.С. Суровцев, А.М. Заболоцкий, Т.Р. Газизов, П.Е. Орлов // Доклады ТУСУР. – 2014. – Декабрь. – № 4 (34). – С. 34–38.

4.12. Грачёв Г.Г. Исследование двух способов возбуждения меандровых линий / Г.Г. Грачёв, В.А. Калошин // Журнал радиоэлектроники. – 2001. – № 3. – Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/iso/mar11/5/text.html>.

4.13. Hejazi Z.M. EM full-wave analysis and testing of novel quasi-elliptic microstrip filters for ultra narrowband filter design / Z.M. Hejazi // Progress In Electromagnetics Research. – 2008. – N 85. – P. 261–288.

4.14. Vorob'ev P.A. Quasi-T-Waves in Devices Using Coupled Strip Lines With Unbalanced Electromagnetic Coupling / P.A. Vorob'ev, N.D. Maljutin, V.N. Federov // Radio Engineering and Electronic Physics (English translation of Radiotekhnika i Elektronika). – 1982. – September. – Vol. 27, Issue 9. – P. 38–44.

4.15. Малютин Н.Д. Аналоговый фазовращатель дециметрового диапазона / Н.Д. Малютин, А.Н. Сычев // Приборы и техника эксперимента. – 1987. – № 4. – С. 244.

4.16. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе / Н.Д. Малютин. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 164 с.

4.17. Сычев А.Н. Управляемые СВЧ-устройства на многомодовых полосковых структурах : моногр. / А.Н. Сычев. – Томск: Том. гос. ун-т, 2001. – 318 с.

4.18. Maljutin N.D. Effect of multiple changes of phase and group velocity of traveling waves in the microwave broadband devices based on strip structures with a strongly unbalanced electromagnetic coupling / N.D. Maljutin, A.G. Loschilov, A.N. Sychev [et al.] // CriMiCo 2014 – 24th International Crimean Conference Microwave and Telecommunication Technology, Conference Proceedings, Sevastopol, Crimea, Ukraine, 7–13 September 2014. – 2014. – P. 567–569. – DOI: 10.1109/CRMICO.2014.695953.

## Вопросы для самопроверки

1. Назовите основные параметры управляемых линий задержки.
2. Объясните принцип построения управляемых линий задержки на связанных линиях.
3. Чем обусловлено ограничение полосы рабочих частот линий задержки на связанных полосковых линиях?
4. Опишите технологию изготовления компактных широкополосных полосковых линий задержки.

## 5. Частотно-селективные цепи поглощающего типа

### 5.1. Структурная схема фильтра поглощающего типа

На основе связанных линий разрабатывается большое число частотно-селективных устройств – фильтров разных типов с различными частотными характеристиками. Рассмотрим фильтры поглощающего типа и их сочетание с классическими фильтрами.

Известно, что классические частотно-селективные фильтры в полосе заграждения имеют коэффициент отражения, близкий к единице [5.1]. При включении таких фильтров в системы со сложным частотным разделением каналов возникают переотражения, неизбежно приводящие к появлению нежелательных взаимодействий между элементами систем [5.2 – 5.4]. Решение указанной проблемы возможно путем включения частотно-селективных фильтров, имеющих в полосе непрозрачности малое значение входного коэффициента отражения. Одна из разновидностей таких фильтров получила название фильтров поглощающего типа (ФПТ) [5.5, 5.6].

Изучим модели одиночных ФПТ, вопросы каскадного соединения классических «отражающих» фильтров и фильтров поглощающего типа с целью повышения избирательности при заданном уровне коэффициента отражения от входа.

Структурная схема цепей, обладающих свойствами фильтра поглощающего типа, изображена на рис. 5.1.

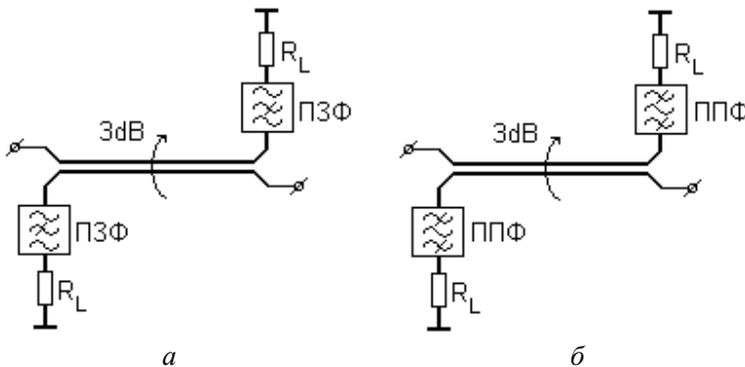


Рис. 5.1. Структурные схемы фильтров: *a* – полосно-пропускающего типа; *б* – полосно-заграждающего типа

На рис. 5.1,*а* показан ФПТ с частотной характеристикой полосно-пропускающего вида, а на рис. 5.1,*б* – полосно-заграждающего типа.

Фильтры состоят из моста 3 дБ, в диагональные плечи которого включены частотно-зависимые нагрузки в виде классических полосно-запирающих (ПЗФ) или полосно-пропускающих фильтров (ППФ). Мощность, поступающая на вход ФПТ, в равных долях делится между его нагруженными плечами. Отраженный от нагрузок сигнал складывается в фазе на выходе ФПТ, при этом вход является развязанным по отношению к отраженному сигналу. Характеристика коэффициента передачи ФПТ инверсная по отношению к характеристикам ПЗФ или ППФ, подключенного к согласованной нагрузке  $R_L$ . Коэффициент отражения от входа мал как в полосе прозрачности, так и в полосе непрозрачности фильтра.

## 5.2. Модель базового звена фильтра поглощающего типа

Для оценки предельно достижимых характеристик ФПТ, анализа влияния параметров элементов ФПТ на частотные характеристики, а также понимания принципов работы цепей поглощающего типа разработана модель идеального фильтра поглощающего типа (рис. 5.2).

Фильтр состоит из отрезка связанных линий (СЛ) и пары двухполюсников, включенных в его диагональные плечи. Входом / выходом фильтра является свободная пара плеч отрезка СЛ. Отрезок связанных линий передачи описывается следующими параметрами: коэффициентом электромагнитной связи  $k$ , волновым сопротивлением  $Z_0$ , эффективными диэлектрическими проницаемостями четного  $\epsilon_{эфф.е}$  и нечетного  $\epsilon_{эфф.о}$  режимов возбуждения, а также длиной  $l$ . В диагональные плечи отрезка включаются частотно-зависимые нагрузки  $Z_H(f)$ .

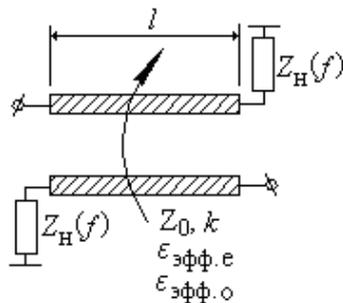


Рис. 5.2. Схема идеального фильтра поглощающего типа

Рассмотрим модель ФПТ, содержащую отрезок связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью. Это позволяет исследовать влияние степени неуравновешенности электромагнитной связи на характеристики базовых звеньев ФПТ. Матрицу передачи отрезка связанных линий запишем в предположении отсутствия потерь и с учетом неодинаковости скоростей нормальных мод [5.7]:

$$a = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \cos(\Theta_e) + \cos(\Theta_o) & \cos(\Theta_e) - \cos(\Theta_o) \\ \cos(\Theta_e) - \cos(\Theta_o) & \cos(\Theta_e) + \cos(\Theta_o) \\ i \frac{\sin(\Theta_e)}{Z_{0e}} + i \frac{\sin(\Theta_o)}{Z_{0o}} & i \frac{\sin(\Theta_e)}{Z_{0e}} - i \frac{\sin(\Theta_o)}{Z_{0o}} \dots \\ i \frac{\sin(\Theta_e)}{Z_{0e}} - i \frac{\sin(\Theta_o)}{Z_{0o}} & i \frac{\sin(\Theta_e)}{Z_{0e}} + i \frac{\sin(\Theta_o)}{Z_{0o}} \\ iZ_{0e} \cdot \sin(\Theta_e) + iZ_{0o} \cdot \sin(\Theta_o) & iZ_{0e} \cdot \sin(\Theta_e) - iZ_{0o} \cdot \sin(\Theta_o) \\ iZ_{0e} \cdot \sin(\Theta_e) - iZ_{0o} \cdot \sin(\Theta_o) & iZ_{0e} \cdot \sin(\Theta_e) + iZ_{0o} \cdot \sin(\Theta_o) \\ \dots & \dots \\ \cos(\Theta_e) + \cos(\Theta_o) & \cos(\Theta_e) - \cos(\Theta_o) \\ \cos(\Theta_e) - \cos(\Theta_o) & \cos(\Theta_e) + \cos(\Theta_o) \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

где  $\Theta_e$  – электрическая длина отрезка СЛ для четной моды;  $\Theta_o$  – электрическая длина отрезка СЛ для нечетной моды;  $Z_{0e}$  – волновое сопротивление отрезка СЛ в режиме четного возбуждения;  $Z_{0o}$  – волновое сопротивление отрезка СЛ в режиме нечетного возбуждения.

Электрические длины отрезка связанных линий для четного и нечетного режимов возбуждения в зависимости от частоты анализа определим по формулам

$$\Theta_e(f) = \frac{2\pi f}{c} l \sqrt{\varepsilon_{\text{эфф},e}}, \quad (5.2)$$

$$\Theta_o(f) = \frac{2\pi f}{c} l \sqrt{\varepsilon_{\text{эфф},o}}, \quad (5.3)$$

где  $\varepsilon_{\text{эфф},e}$ ,  $\varepsilon_{\text{эфф},o}$  – эффективные диэлектрические постоянные четного и нечетного режимов соответственно.

Волновые сопротивления четной и нечетной мод [5.8]:

$$Z_{0e} = \frac{Z_0}{1-k} \sqrt{(1-k)(1+k)}; \quad (5.4)$$

$$Z_{0o} = \frac{Z_0}{1+k} \sqrt{(1-k)(1+k)}, \quad (5.5)$$

где  $k$  – коэффициент электромагнитной связи, который определяется как среднее геометрическое коэффициентов электрического и магнитного взаимодействия связанных линий:  $k = \sqrt{k_L k_C}$ .

В качестве частотно-зависимых нагрузок выбрали идеальные полосно-пропускающие и полосно-заграждающие фильтры-прототипы с максимально плоской амплитудно-частотной характеристикой, нагруженные на согласованную нагрузку. Характеристики фильтров определяли следующие параметры: центральная частота фильтра  $f_{ц}$ ; относительная полоса пропускания  $\Delta f$  по уровню  $-3$  дБ; порядок фильтра  $n$ . Фильтр представляет собой лестничную схему, нормированные сопротивления (проводимости)  $g$  [5.9] которой определяются выражением

$$g_n = 2 \sin \left[ \frac{(2n-1)\pi}{2N} \right], \quad (5.6)$$

где  $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $N$  – порядок фильтра.

Комплексные сопротивления продольных и поперечных ветвей лестничной схемы частотно-зависимой нагрузки, схема которой изображена на рис. 5.3, определяются следующим образом [5.9]:

$$Z_n(\Omega) = ig_n \Omega R_H - \text{для нечетных значений } n; \quad (5.7)$$

$$Z_n(\Omega) = \frac{R_H}{ig_n \Omega} - \text{для четных значений } n \quad (5.8)$$

Нормированная частотная переменная  $\Omega$  рассчитывается по формулам:

$$\Omega = \frac{\Delta f}{2(f - f_{ц})} - \text{для нагрузки, характеристика сопротивления кото-}$$

рой соответствует характеристике полосно-заграждающего фильтра;

$$\Omega = \frac{2(f - f_{ц})}{\Delta f} - \text{для нагрузки, характеристика сопротивления кото-}$$

рой соответствует характеристике полосно-пропускающего фильтра.

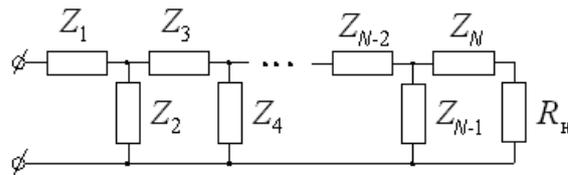


Рис. 5.3. Схема частотно-зависимой нагрузки

Расчет матриц передачи  $a_k$  ветвей схемы, изображенной на рис 5.3, выполняется на основе известных выражений для матриц передачи про-

стых двухполюсников в последовательном и параллельном включении [5.9]. Полная матрица передачи  $a_n$  вычисляется путем последовательного перемножения частичных матриц передачи  $a_k$ . Полное сопротивление частотно-зависимой нагрузки определяется выражением

$$Z_n = \frac{a_{n1,1} \cdot R_n + a_{n1,2}}{a_{n2,1} \cdot R_n + a_{n2,2}}. \quad (5.9)$$

Для дальнейшего анализа фильтра поглощающего типа необходимо от восьмиполусника, описывающего отрезок связанных линий с неуравновешенной электромагнитной связью, и двухполюсников, описывающих частотно-зависимые нагрузки, включенные в диагональные плечи отрезка СЛ, перейти к четырехполюснику, описывающему фильтр в целом. Выражения для элементов матрицы ФПТ, полученные в результате символьных преобразований, имеют следующий вид:

$$a_{11} = \hat{a}_{12} - \frac{\hat{a}_{11}^2 Z_n + \hat{a}_{31} \hat{a}_{11} Z_n^2 + \hat{a}_{13} \hat{a}_{11} + \hat{a}_{13} \hat{a}_{31} Z_n}{\hat{a}_{32} Z_n^2 + 2\hat{a}_{12} Z_n + \hat{a}_{14}};$$

$$a_{12} = \hat{a}_{14} - \frac{\hat{a}_{11}^2 Z_n^2 + 2\hat{a}_{11} \hat{a}_{13} Z_n + \hat{a}_{13}^2}{\hat{a}_{32} Z_n^2 + 2\hat{a}_{12} Z_n + \hat{a}_{14}};$$

$$a_{21} = \hat{a}_{32} - \frac{\hat{a}_{11}^2 Z_n^2 + 2\hat{a}_{11} \hat{a}_{13} Z_n + \hat{a}_{13}^2}{\hat{a}_{32} Z_n^2 + 2\hat{a}_{12} Z_n + \hat{a}_{14}};$$

$$a_{22} = a_{11} - \text{с учетом симметрии ФПТ};$$

$$a_{\text{ФПТ}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

где  $\hat{a}_{i,j}$  – элементы матрицы передачи (5.1), описывающей отрезок связанных линий.

Входные и проходные частотные характеристики ФПТ определяются из соотношений, связывающих матричные параметры четырехполюсников [5.9]. Для этого переходим к нормированной матрице передачи ФПТ, которая в случае равенства сопротивлений подводящих линий слева и справа от фильтра имеет вид

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \frac{a_{12}}{R_n} \\ a_{12} R_n & a_{22} \end{bmatrix}.$$

Элементы матрицы рассеяния рассчитываются по формулам [5.8, 5.9]

$$S_{11} = \frac{A_{11} + A_{12} - A_{21} - A_{22}}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}}, \quad (5.10)$$

$$S_{12} = \frac{2}{A_{11} + A_{12} + A_{21} + A_{22}}. \quad (5.11)$$

Таким образом, разработана модель идеального фильтра поглощающего типа, входными параметрами которой являются коэффициент электромагнитной связи отрезков связанных линий  $k$ , волновое сопротивление связанных линий  $Z_0$ , центральная частота фильтра  $f_{ц}$ , относительная полоса пропускания  $\Delta f$  по уровню  $-3$  дБ, порядок фильтра  $n$ , коэффициент неуравновешенности фазовых скоростей мод в отрезке связанных линий

$$\xi = \sqrt{\varepsilon_{эфф.е} / \varepsilon_{эфф.о}}.$$

Пример рассчитанной частотной характеристики идеального базового звена ФПТ приведен на рис. 5.4.

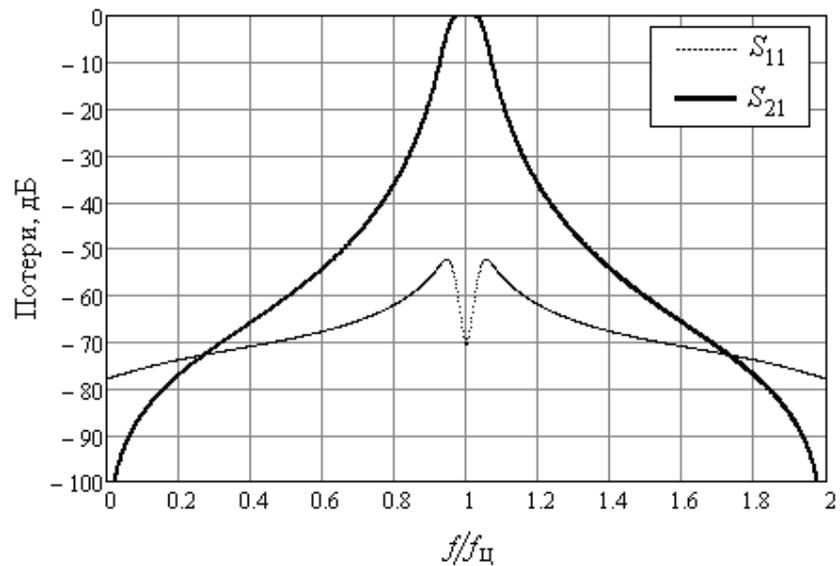


Рис. 5.4. Характеристики фильтра поглощающего типа

Коэффициент связи  $k = 0,707$ , порядок фильтра  $n = 3$ ,  $Z_0 = R_H = 50$  Ом, фазовые скорости равны ( $\xi = 1$ ), длина отрезков связанных линий

соответствует  $\lambda/4$ , относительная полоса заграждения фильтров, включенных в диагональные плечи, равна 10 %.

Приведенный пример показывает, что на основе цепей рассматриваемого класса можно получить фильтрующие цепочки с нетипичными частотными характеристиками. Разработанная математическая модель фильтра поглощающего типа позволяет провести детальный анализ цепей такого класса, в результате которого можно сформулировать основные требования к составным частям ФПТ, а также рекомендации для проектирования.

### 5.3. Влияние входных параметров на характеристики фильтров поглощающего типа

Проведем анализ модели фильтра поглощающего типа с целью достижения предельных характеристик его избирательности, обеспечения минимального уровня отражения от входа фильтра в полосе его пропускания. Для этого выполним серию вычислений характеристик фильтра, варьируя его основные параметры: коэффициент электромагнитной связи отрезков СЛ, относительную полосу заграждения режекторных фильтров, подключенных к балластным нагрузкам, коэффициент неуравновешенности фазовой скорости.

Выполним оценку влияния коэффициента электромагнитной связи  $k$  отрезков связанных линий на частотные характеристики ФПТ с определением допусков на величину коэффициента электромагнитной связи  $\Delta k$ , в пределах которых обеспечивается уровень коэффициента отражения от входа ФПТ, не превышающий  $-20$  дБ. На рис. 5.5 приведены частотные характеристики фильтра при трех значениях коэффициента связи  $k$ : 0,74; 0,707; 0,67. В диагональные плечи включены фильтры Баттерворта третьего порядка с относительной полосой заграждения 10 %, фазовые скорости нормальных мод равны между собой, длина отрезков связанных линий передачи соответствует  $\lambda/4$ . На рис. 5.5,а показана частотная характеристика обратных потерь ФПТ при трех значениях коэффициента связи СЛ, на рис. 5.5,б – частотная характеристика прямых потерь.

Как видно из рис. 5.5, минимум отражения от входа ФПТ в полосе пропускания, как и предполагалось, достигается при значении коэффициента связи  $k = 0,707$ . При таком значении коэффициента связи отрезок СЛ представляет собой квадратурный мост. Предельное отклонение коэффициента электромагнитной связи  $\Delta k$  от оптимального значения

0,707, при котором уровень обратных потерь не превышает  $-20$  дБ, составляет  $\pm 5\%$ .

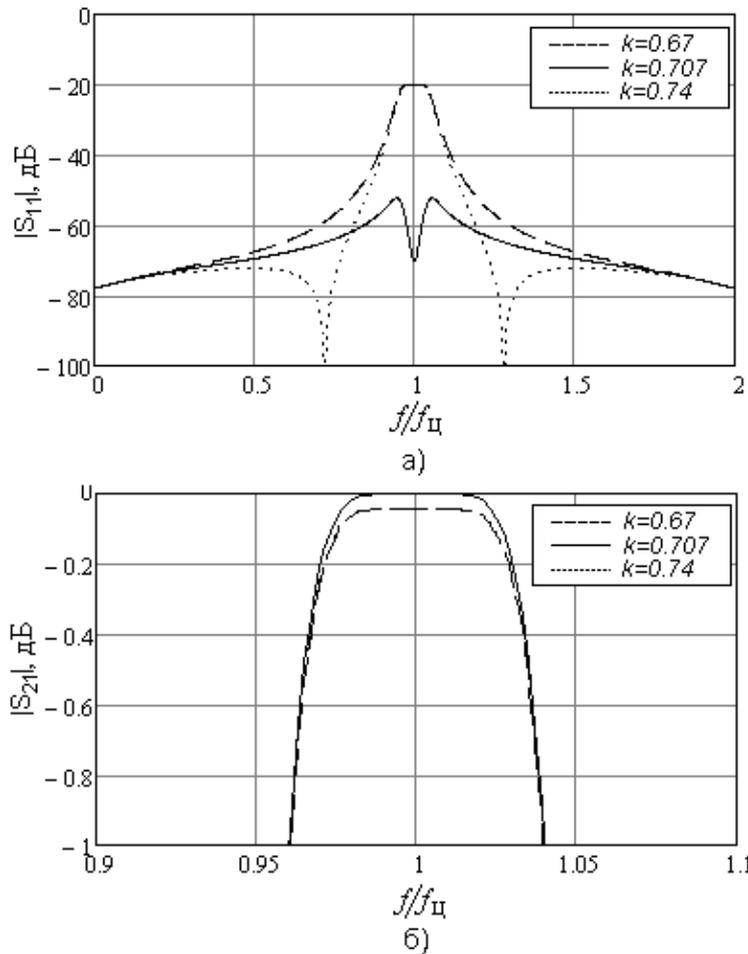


Рис. 5.5. Частотные характеристики фильтра поглощающего типа при различном коэффициенте связи отрезков связанных линий: *a* – обратные потери; *б* – прямые потери

Получены предельные значения коэффициента электромагнитной связи  $k$ , при которых происходит совпадение характеристик передачи и отражения в окрестности центральной частоты фильтра. При этом максимальный коэффициент передачи (отражения) составляет  $-3$  дБ. На рис. 5.6 приведены характеристики, типичные для описанного режима работы ФПТ.

Для оценки влияния неравенства фазовых скоростей в отрезке связанных линий передачи на характеристики ФПТ был взят идеальный ФПТ (см. рис. 5.4), основные параметры которого приведены в подразделе 5.2 и произведен ряд расчетов для различных значений коэффициента неуровненности фазовых скоростей мод  $\xi$ .

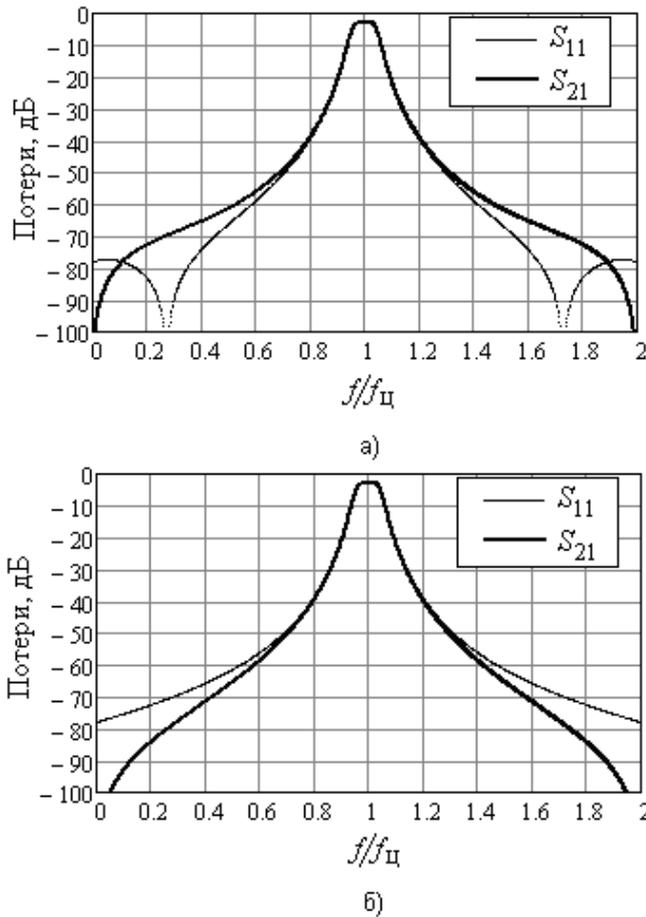


Рис. 5.6. Частотные характеристики фильтра поглощающего типа при коэффициентах связи:  $a - k = 0,924$ ;  $b - k = 0,383$

В результате выяснено, что частотные характеристики ФПТ сильно зависят от степени неуровненности скоростей мод. Уже при небольшом значении неуровненности, не превышающем 5 %, частотные характеристики фильтра сильно искажаются, особенно в области высоких частот. На рис. 5.7 приведены характеристики ФПТ, в котором фазовые скорости мод отличаются на 3 %. При этом характеристики

фильтров с более быстрой четной модой и более быстрой нечетной модой практически совпадают.

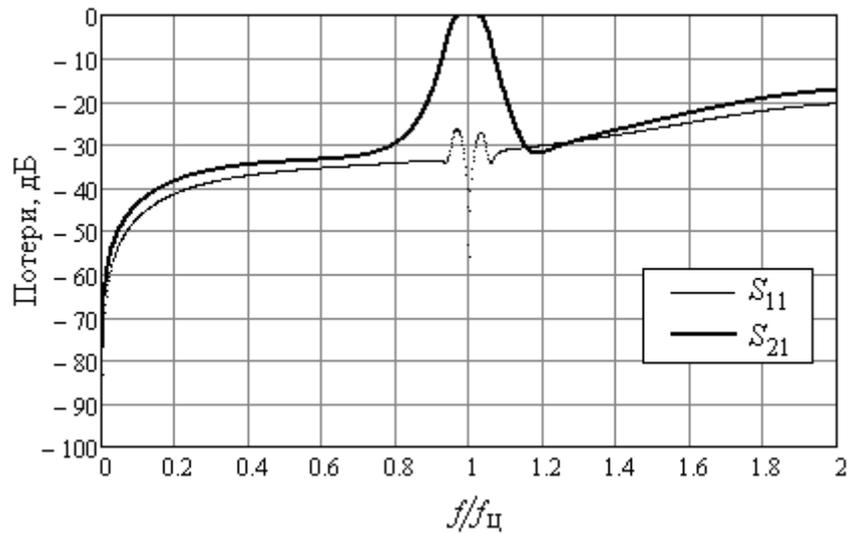


Рис. 5.7. Частотные характеристики фильтра поглощающего типа при коэффициенте неравновешенности скоростей мод  $\xi = 1,03$

Представляет интерес оценка предельной широкополосности фильтров поглощающего типа и влияния полосы заграждения режекторных фильтров в диагональных плечах отрезка связанных линий на характеристики фильтра в целом.

Установлено, что при любой полосе заграждения фильтров, подключенных к балластным нагрузкам, характеристики коэффициента передачи ФПТ на базе отрезка линий передачи со связью 3 дБ обратно пропорциональны характеристикам режекторных фильтров. При этом максимум коэффициента отражения от входа фильтра возрастает с увеличением относительной полосы пропускания. Особенно сильно данный эффект начинает проявляться при относительной полосе пропускания фильтра больше 30 %. Для повышения согласования фильтров с полосой пропускания 30 % и более предложен способ, который заключается в расширении полосы связи отрезка СЛ. Это может быть достигнуто заменой отрезка регулярных связанных линий отрезком плавно-нерегулярных или ступенчато-нерегулярных связанных линий передачи. На рис. 5.8 приведены примеры частотных характеристик ФПТ: с относительной полосой пропускания 50 % на базе отрезка регулярных СЛ со связью 0,707; на основе ступенчато-нерегулярной СЛ, состоящей из трех отрезков одинако-

вой длины с коэффициентами электромагнитной связи, равными 0,2, 0,85, 0,2. Структурная схема ФПТ на отрезке ступенчато-нерегулярных связанных линий приведена на рис. 5.9.

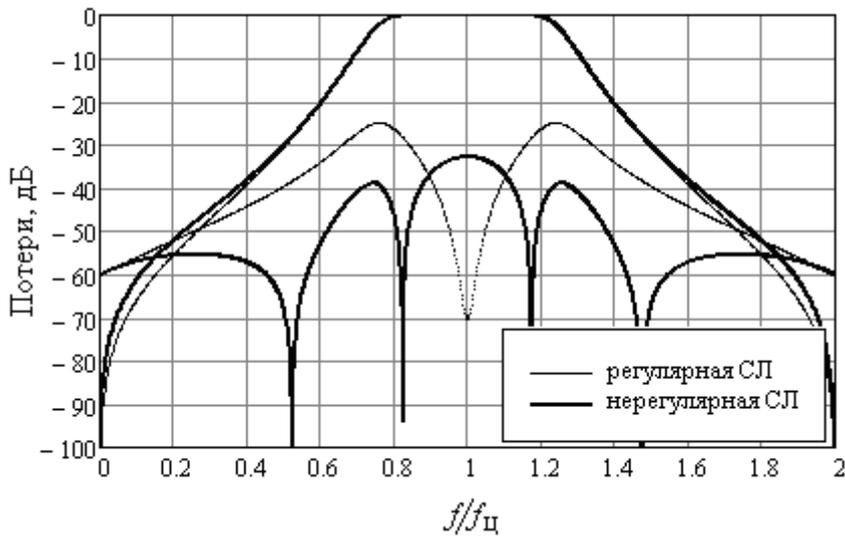


Рис. 5.8. Сравнение частотных характеристик фильтра поглощающего типа на основе отрезка регулярной и нерегулярной связанной линии передачи

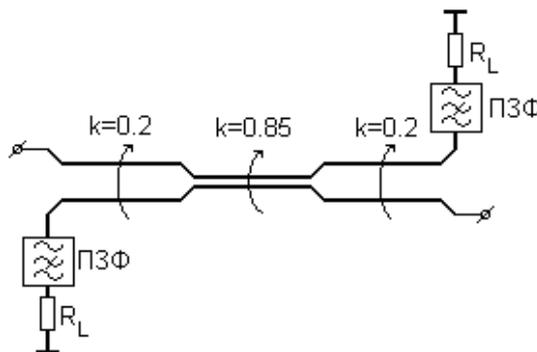


Рис. 5.9. Структурная схема фильтра поглощающего типа на отрезке ступенчато-нерегулярных связанных линий передачи

Как было показано выше, характеристика коэффициента передачи ФПТ обратно пропорциональна характеристике режекторных фильтров, включенных в диагональные плечи отрезка СЛ. Применение нерегулярных связанных линий слабо влияет на амплитудно-частотную характеристику коэффициента передачи фильтра. Это позволяет сделать вывод, что

основным способом повышения избирательности ФПТ является увеличение порядка режекторных фильтров. Однако реализация такого подхода сопряжена с рядом трудностей, таких как большие габариты фильтра, рост потерь в полосе пропускания, требования к идентичности частотных характеристик режекторных фильтров, технологическая трудоемкость.

Другим способом повышения избирательности ФПТ является создание фильтрующих цепочек, содержащих фильтры поглощающего типа и классические «отражающие» фильтры. На рис. 5.10 приведены схемы включения фильтров, позволяющие получить неотражающие цепочки с несимметричными (рис. 5.10,а,б) и симметричными (рис. 5.10,в) свойствами четырехполюсников, образуемых в виде каскадного включения ФПТ и ППФ.

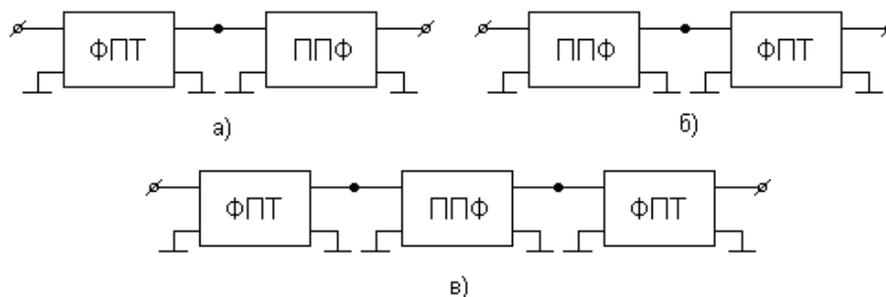


Рис. 5.10. Цепочки фильтров поглощающего типа:  
*а* – неотражающий вход (левый порт); *б* – неотражающий выход (правый порт); *в* – неотражающие вход и выход

Для приведенных схем включения фильтров проведен анализ частотных характеристик. В качестве модели «отражающего» фильтра использовалась модель полосно-пропускающего фильтра Баттерворта на основе соотношений (5.6)–(5.8). Установлено, что при каскадном соединении фильтров «отражающего» и поглощающего типов для обеспечения минимального значения входного коэффициента отражения необходимо определенное соотношение полос пропускания поглощающего и отражающего фильтров [5.10]. Полоса пропускания классического «отражающего» фильтра должна быть равной или больше полосы пропускания ФПТ. Это можно объяснить тем, что именно в таком режиме ФПТ нагружен на согласованное сопротивление в своей полосе прозрачности. На рис. 5.11 приведены расчетные частотные характеристики цепочки идеальных включенных каскадно ФПТ и ППФ при различном соотношении полос пропускания. Относительная полоса пропускания ФПТ задана 10 %, полоса пропускания ППФ принимала значения 5 %, 10 %, 20 %.

Полосно-заграждающие и полосно-пропускающие фильтры обладали максимально плоской амплитудно-частотной характеристикой (фильтры Баттерворта) и имели третий порядок.

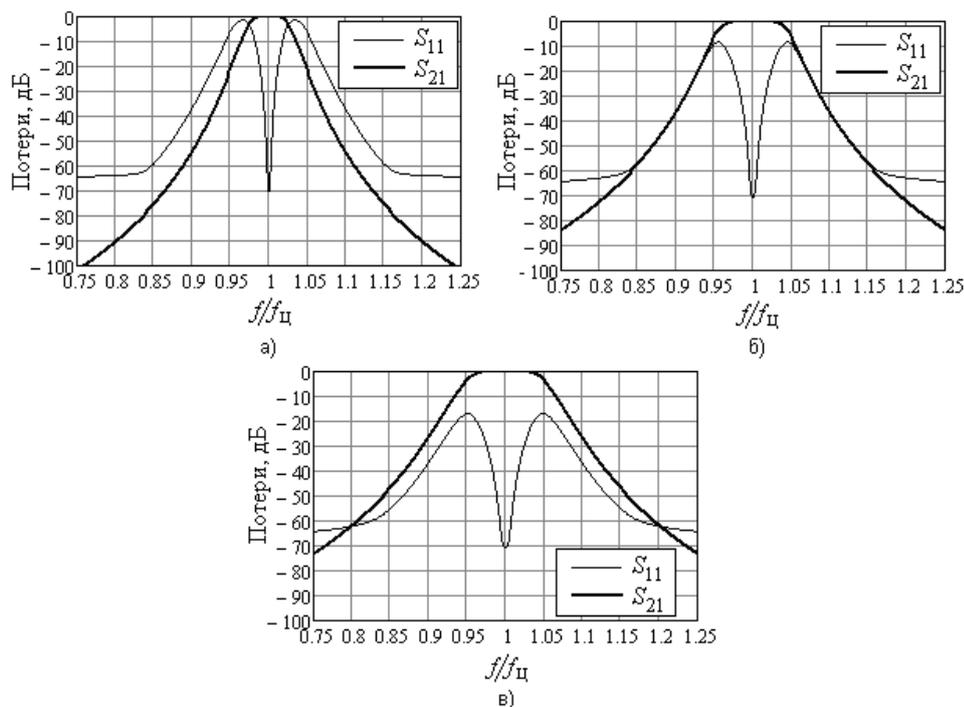


Рис. 5.11. Частотные характеристики цепочки ФПТ+ППФ при различном соотношении полос пропускания: *a* – полоса пропускания ППФ 5 %; *б* – полоса пропускания ППФ 10 %; *в* – полоса пропускания ППФ 15 %

## 5.4. Рекомендации по проектированию фильтров поглощающего типа

В процессе анализа модели фильтра поглощающего типа были установлены основные зависимости между параметрами элементов фильтра и его частотными характеристиками. На основе результатов анализа сформированы следующие рекомендации по проектированию ФПТ

1. Анализ коэффициента электромагнитной связи отрезка связанных линий позволяет утверждать, что оптимальным, с точки зрения согласования ФПТ по входу и выходу, является  $k = 0,707$ . При таком значении коэффициента связи отрезок связанных линий передачи представляет собой квадратурный мост, который выполняет роль «инвертора»

коэффициента отражения от нагрузок, включенных в его диагональные плечи, в характеристику передачи ФПТ.

2. Для идеального ФПТ предельное отклонение коэффициента электромагнитной связи  $\Delta k$  от оптимального значения 0,707, при котором уровень обратных потерь не превышает  $-20$  дБ, составляет  $\pm 5\%$ .

3. При значениях коэффициента электромагнитной связи  $k = 0,383$  и  $k = 0,924$  фильтр поглощающего типа вырождается в цепь, характеристики  $S_{21}(f)$  и  $S_{11}(f)$  которой практически совпадают в широкой полосе рабочих частот (см. рис. 5.6). Эта особенность ФПТ может быть использована в устройствах сложения и деления сигналов с выраженными частотными свойствами.

4. Неуравновешенность электромагнитной связи и отличие скоростей мод в отрезке СЛ отрицательно влияют на характеристики ФПТ в целом. Отличие скоростей мод, составляющее  $5\%$ , ведет к увеличению коэффициента отражения до  $-20$  дБ и более.

5. При проектировании ФПТ с относительной полосой пропускания, составляющей  $30\%$  и более, рекомендуется в качестве квадратурного моста использовать отрезки ступенчато-нерегулярных или плавно-нерегулярных связанных линий передачи. Это позволяет уменьшить уровень отраженного сигнала во всей полосе рабочих частот и особенно вблизи полосы пропускания ФПТ.

6. Для достижения высокой избирательности цепей поглощающего типа возможно применение комбинации ФПТ и классических «отражающих» фильтров (см. рис. 5.10). При каскадном включении фильтров необходимо обеспечить согласование ФПТ по входу и выходу в полосе пропускания. Поэтому полоса пропускания классического фильтра в цепочке должна быть равной или больше полосы пропускания ФПТ.

Изложенные рекомендации применялись при разработке и макетировании фильтров поглощающего типа [5.10].

## Литература к разделу 5

5.1. Фильтры и цепи СВЧ / под. ред. А. Матsumото ; пер. с англ. Л.В. Алексеева, А.Е. Знаменского, В.С. Полякова. – М.: Связь, 1976. – 248 с.

5.2. Филатов А.В. Флуктуационная чувствительность микроволновых нулевых радиометров на основе комбинированной импульсной модуляции / А.В. Филатов, Н.А. Каратаева, А.Г. Лошилов // Успехи современной радиоэлектроники. – 2006. – № 10. – С. 3–18.

5.3. Филатов А.В. Микроволновый радиометр для измерения сигналов с низкой эффективной шумовой температурой / А.В. Филатов, Н.А. Каратаева, А.Г. Лоцилов // Приборы и техника эксперимента. – 2006. – № 6. – С. 82–88.

5.4. Электромагнитный терроризм на рубеже тысячелетий / под. ред. Т.Р. Газизова. – Томск: Том. гос. ун-т, 2002. – 206 с.

5.5. Малютин Н.Д. Синтез полосковых устройств для аналоговой обработки сверхширокополосных сигналов / Н.Д. Малютин, Э.В. Семенов, А.Н. Сычев // Известия вузов. Электроника. – 1998. – № 3. – С. 95–102.

5.6. Малютин Н.Д. Неотражающие фильтры-четырепольники (фильтры поглощающего типа) / Н.Д. Малютин, Э.В. Семенов, Д.Е. Владимиров // Проблемы современной радиоэлектроники и систем управления: материалы всерос. науч.-практ. конф., посвященной 40-летию ТУСУРа, Томск, 2–4 октября 2002 г. – Томск, 2002. – С. 112–114.

5.7. Малютин Н.Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе / Н.Д. Малютин. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 164 с.

5.8. Фуско В. Анализ и автоматизированное проектирование : пер. с англ. / В. Фуско. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.

5.9. Фельдштейн А.Л. Синтез четырехпольников и восьмипольников на СВЧ / А.Л. Фельдштейн, Л.Р. Явич. – М.: Сов. радио, 1972.

5.10. Малютин Н.Д. Цепочки комбинированных фильтров поглощающего типа / Н.Д. Малютин, А.Г. Лоцилов, А.А. Ладур // 18-я междунар. крымская конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии» (КрымиКо'2009): материалы конф.: в 2 т. – Севастополь: Изд-во «Вебер», 2008. – С. 489–490.

## Вопросы для самопроверки

1. Назовите основные отличия фильтра поглощающего типа от классического полосно-пропускающего фильтра.

2. В каких задачах фильтры поглощающего типа будут наиболее востребованы?

3. Опишите структурную схему ФПТ и назначение ее элементов.

4. Как влияют скорости распространения четной и нечетной мод в отрезке связанных линий на характеристики ФПТ?

5. Какие существуют механизмы повышения избирательности фильтров поглощающего типа?

## **6. Корректоры фазочастотных характеристик и группового времени запаздывания на основе направленных ответвителей**

### **6.1. Задачи проектирования корректоров**

Корректоры фазочастотных характеристик и группового времени запаздывания применяются для аналоговой обработки сигналов, формируемых в приемопередающих трактах средств связи, радиолокационной аппаратуре и вычислительной технике.

Процедуры оптимального синтеза широкополосных трансформаторов импеданса с заданным фазовым откликом представлены в [6.1]. Предлагаемым методом формируется матричная математическая модель трансформатора в форме Фостера с сосредоточенными или распределенными элементами. Синтез широкополосной цепи с заданным фазовым откликом позволяет использовать полученные результаты для разработки корректоров группового времени запаздывания (ГВЗ).

Оптимизация корректоров ГВЗ на основе отрезков связанных линий рассматривается в [6.2]. В этих устройствах связанные линии образуют противонаправленный ответвитель (ПНО). В диагональные порты ПНО включены нагрузки с эквивалентными сопротивлениями  $z$ . Частотная зависимость  $z(f)$  определяет вид функции частотной зависимости ГВЗ. Синтез цепи с эквивалентным сопротивлением  $z(f)$  может быть проведен с использованием метода, представленного в [6.1].

Проведем синтез корректоров на основе двух типов направленных ответвителей: противонаправленных и транснаправленных [6.3].

Известно, что связанные линии в противонаправленных ответвителях должны иметь уравновешенную электромагнитную связь, а в транснаправленных ответвителях, наоборот, связь между линиями не уравновешена [6.3]. Будем учитывать неуравновешенность связи вне зависимости от того, какой направленный ответвитель используется.

Схема корректора ГВЗ на основе противонаправленного ответвителя показана на рис. 6.1. Она содержит отрезок связанных линий длиной  $l$  и регулирующие элементы с эквивалентными сопротивлениями  $z_{r1}$  и  $z_{r2}$ .

Схема корректора ГВЗ на основе транснаправленного ответвителя показана на рис. 6.2.

Связанные линии противонаправленных ответвителей характеризуются равными или немного отличающимися фазовыми скоростями нормальных волн:  $v_e \approx v_o$ , где  $v_e$  – фазовая скорость синфазной волны;  $v_o$  – фазовая скорость противофазной волны [6.4, 6.5].

В связанных линиях транснаправленных ответвителей (см. рис. 6.2) фазовые скорости нормальных волн определяются отношением  $v_o, v_e/v_o = 3$  [6.3, 6.6].

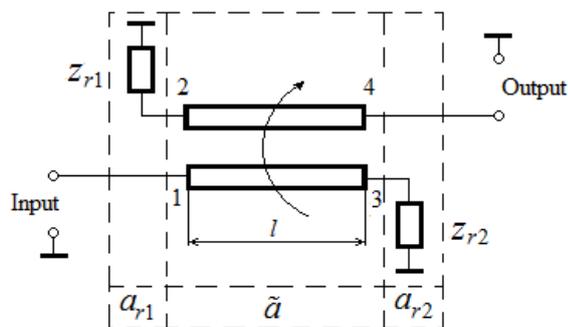


Рис. 6.1. Обобщенная структурная схема управляемого устройства на связанных линиях с почти уравновешенной электромагнитной связью

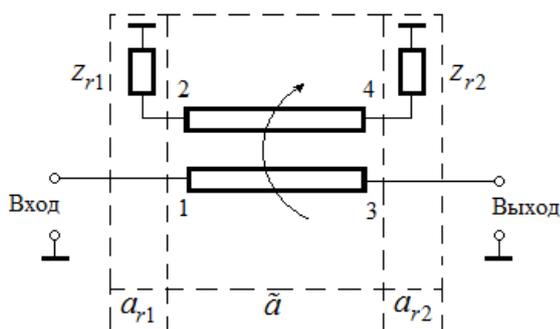


Рис. 6.2. Обобщенная структурная схема управляемого устройства на связанных линиях с сильно неуравновешенной электромагнитной связью ( $v_e \gg v_o$ )

Будем рассматривать обе схемы исходя из следующего принципа. Направленные ответвители в схемах на рис. 6.1 и 6.2 проектируются из условия обеспечения связи 3 дБ между линиями и максимальной развязки между портами 4 и 1 (см. рис. 6.1) и 3 и 1 (см. рис. 6.2) [6.3, 6.5].

Параметры направленных ответвителей описываются матрицами  $\tilde{a}$ . Они определяются исходя из указанных выше условий. После вычисления матрицы  $\tilde{a}$  связанных линий получаем множество  $\{\tilde{a}(f_k)\}$ , где  $f_k$  – множество частот, на котором определены коэффициенты  $\tilde{a}$ . Таким образом, вычисленные параметры  $\{\tilde{a}(f_k)\}$  в процессе анализа и синтеза считаем известными и не изменяемыми.

Неизвестными параметрами являются эквивалентные сопротивления  $z_{r1}$  и  $z_{r2}$ . Их можно найти, если задан коэффициент передачи корректора ГВЗ  $S_{21}$  и определена матрица  $\tilde{a}$  на сетке частот  $f_k$ .

## 6.2. Анализ схемы корректора группового времени запаздывания

Матрица передачи  $\tilde{a}$  связанных линий с потерями и неравной скоростью нормальных волн имеет общий вид [6.7]

$$a = [A_m] \left[ \begin{array}{cc|cc} e^{-\gamma_1 x} & 0 & & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_2 x} & & \\ \hline & & e^{\gamma_1 x} & 0 \\ 0 & & 0 & e^{\gamma_2 x} \end{array} \right] [A_m]^{-1}, \quad (6.1)$$

где  $[A_m]$  – матрица нормированных амплитуд нормальных волн;  $\gamma_1, \gamma_2$  – коэффициенты распространения нормальных волн.

Матрица нормированных амплитуд в формуле (6.1) записывается следующим образом [6.7]:

$$[A_m] = \left[ \begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_e & k_o & k_e & k_o \\ \hline Y_{1e} & Y_{1o} & -Y_{1e} & -Y_{1o} \\ Y_{2e} & Y_{2o} & -Y_{2e} & -Y_{2o} \end{array} \right], \quad (6.2)$$

где коэффициенты  $k_e, k_o$ , характеризующие отношения амплитуд нормальных волн во второй линии к амплитудам напряжений в первой линии, и проводимости  $Y_{1e}, Y_{1o}$  находятся по формулам

$$\begin{aligned} k_{e,o} &= (\gamma_{1,2}^2 - \alpha_{11}) / \alpha_{12}; \\ Y_{1e} &= (Y_{11} + k_e Y_{12}) / \gamma_1; \quad Y_{1o} = (Y_{11} + k_o Y_{12}) / \gamma_2; \\ Y_{2e} &= (Y_{12} + k_e Y_{22}) / \gamma_1; \quad Y_{2o} = (Y_{12} + k_o Y_{22}) / \gamma_2, \end{aligned} \quad (6.3)$$

где  $\alpha_{i,j}$  – элементы матрицы  $[\alpha] = [Z] \cdot [Y]$ .

Матрицы  $[Z]$ ,  $[Y]$ , представляющие вторичные параметры связанных линий, определяются через первичные параметры:

$$\begin{aligned} [Z] &= \begin{bmatrix} (R_{11} + j\omega L_{11}) & (R_{12} + j\omega L_{12}) \\ (R_{12} + j\omega L_{12}) & (R_{22} + j\omega L_{22}) \end{bmatrix}; \\ [Y] &= \begin{bmatrix} (G_{11} + j\omega C_{11}) & (G_{12} + j\omega C_{12}) \\ (G_{12} + j\omega C_{12}) & (G_{22} + j\omega C_{22}) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

где  $L_{i,j}$ ,  $C_{i,j}$ ,  $R_{i,j}$ ,  $G_{i,j}$  – соответственно погонные индуктивности, емкости, сопротивления и проводимости.

Элементы матрицы  $\tilde{a}$  неодинаковых СПЛ с неоднородным диэлектриком (неуравновешенной электромагнитной связью) получаются из соотношений (6.1)–(6.4):

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{11} &= \tilde{a}_{33} = w(-k_o \operatorname{ch}\gamma_1 l + k_e \operatorname{ch}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{12} &= \tilde{a}_{43} = w(\operatorname{ch}\gamma_1 l - \operatorname{ch}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{13} &= y(Y_{2o} \operatorname{sh}\gamma_1 l - Y_{2e} \operatorname{sh}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{14} &= \tilde{a}_{23} = -y(Y_{1o} \operatorname{sh}\gamma_1 l - Y_{1e} \operatorname{sh}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{21} &= \tilde{a}_{34} = k_e k_o w(-\operatorname{ch}\gamma_1 l + \operatorname{ch}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{22} &= \tilde{a}_{44} = w(k_e \operatorname{ch}\gamma_1 l - k_o \operatorname{ch}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{24} &= -y(k_e Y_{1o} \operatorname{sh}\gamma_1 l - k_o Y_{1e} \operatorname{sh}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{31} &= -w(-k_o Y_{1e} \operatorname{sh}\gamma_1 l + k_e Y_{1o} \operatorname{sh}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{32} &= \tilde{a}_{41} = -w(Y_{1e} \operatorname{sh}\gamma_1 l - Y_{1o} \operatorname{sh}\gamma_2 l); \\ \tilde{a}_{42} &= -w(Y_{2e} \operatorname{sh}\gamma_1 l - Y_{2o} \operatorname{sh}\gamma_2 l), \end{aligned} \quad (6.5)$$

где  $w = (k_e - k_o)^{-1}$ ;  $y = (Y_{1o} Y_{2e} - Y_{1e} Y_{2o})^{-1}$ .

Схемы устройств, показанных на рис. 6.1 и 6.2, представляют четырехполосники, образованные от восьмиполосников. Матрицы передачи восьмиполосников записываются как  $a = a_{r1} \tilde{a} a_{r2}$ , где  $\tilde{a}$  находится из выражений (6.5):

$$a_{r1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & (z_{r1})^{-1} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad a_{r2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ (z_{r2})^{-1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

для схемы на рис. 6.1;

$$a_{r1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & (z_{r1})^{-1} & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad a_{r2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & (z_{r2})^{-1} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

для схемы на рис. 6.2.

Выполнив перемножение матриц для схемы на рис. 6.1, получаем матрицу передачи устройства как восьмиполосника:

$$a = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} + \tilde{a}_{13}z_{r1}^{-1} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} & \tilde{a}_{14} \\ \tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{23}z_{r1}^{-1} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{12} \\ \tilde{a}_{31} + \tilde{a}_{33}z_{r1}^{-1} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{12} \\ p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \end{bmatrix}, \quad (6.8)$$

где  $p_1 = \tilde{a}_{41} + z_{r1}^{-1}(\tilde{a}_{43} + \tilde{a}_{23}z_{r2}^{-1}) + \tilde{a}_{21}z_{r2}^{-1}$ ;

$$p_2 = \tilde{a}_{42} + \tilde{a}_{22}z_{r2}^{-1}; \quad p_3 = \tilde{a}_{43} + \tilde{a}_{23}z_{r2}^{-1}; \quad p_4 = \tilde{a}_{44} + \tilde{a}_{24}z_{r2}^{-1}.$$

Порты 2 и 3 в схеме устройства не подключены к внешним нагрузкам, поэтому устройство можно привести к схеме четырехполосника, так как внешние токи на этих портах нулевые. В результате, устанавливая связь между входными и выходными напряжениями и токами, получаем матрицу передачи устройства в виде четырехполосника:

$$\begin{aligned} \bar{a}_{11} &= \tilde{a}_{12} - \frac{(\tilde{a}_{11}z_{r2} + \tilde{a}_{13})(\tilde{a}_{22} + \tilde{a}_{42}z_{r1})}{\Delta}; \\ \bar{a}_{12} &= \tilde{a}_{14} - \frac{(\tilde{a}_{11}z_{r2} + \tilde{a}_{13})(\tilde{a}_{24} + \tilde{a}_{44}z_{r1})}{\Delta}; \\ \bar{a}_{21} &= \tilde{a}_{42} - \frac{(\tilde{a}_{41}z_{r2} + \tilde{a}_{44})(\tilde{a}_{22} + \tilde{a}_{42}z_{r1})}{\Delta}; \\ \bar{a}_{22} &= \tilde{a}_{34} - \frac{(\tilde{a}_{31}z_{r2} + \tilde{a}_{33})(\tilde{a}_{24} + \tilde{a}_{44}z_{r1})}{\Delta}; \\ \Delta &= \tilde{a}_{21}z_{r2} + z_{r1}(\tilde{a}_{41}z_{r2} + \tilde{a}_{43}) + \tilde{a}_{23}. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Выполнив нормировку матрицы  $\bar{a}$ , переходим к отысканию волновой матрицы передачи  $T$ :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot A_n \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (6.10)$$

где  $A_n$  – нормированная матрица передачи четырехполосника.

Будем считать, что устройство нагружено на входе и выходе на одинаковые нагрузки  $R$  и регулирующие элементы также имеют одинаковые сопротивления:  $z_{r1} = z_{r2} = z_r$ . Тогда элементы нормированной матрицы  $A_n$  запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} A_{n11} &= \frac{\alpha_{11}z_r^2 + \beta_{11}z_r + \gamma_{11}}{\tilde{a}_{41}z_r^2 + (\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43})z_r + \tilde{a}_{23}}; \\ A_{n12} &= \frac{\alpha_{12}z_r^2 + \beta_{12}z_r + \gamma_{12}}{\tilde{a}_{41}z_r^2 + (\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43})z_r + \tilde{a}_{23}}; \\ A_{n21} &= \frac{\alpha_{21}z_r^2 + \beta_{21}z_r + \gamma_{21}}{\tilde{a}_{41}z_r^2 + (\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43})z_r + \tilde{a}_{23}}; \\ A_{n22} &= \frac{\alpha_{22}z_r^2 + \beta_{22}z_r + \gamma_{22}}{\tilde{a}_{41}z_r^2 + (\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43})z_r + \tilde{a}_{23}}, \end{aligned}$$

где коэффициенты  $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \dots, \gamma_{22}$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \tilde{a}_{12}\tilde{a}_{41} - \tilde{a}_{11}\tilde{a}_{42}; \quad \alpha_{12} = \tilde{a}_{14}\tilde{a}_{41} - \tilde{a}_{11}\tilde{a}_{44}; \\ \alpha_{21} &= \tilde{a}_{32}\tilde{a}_{41} - \tilde{a}_{31}\tilde{a}_{42}; \quad \alpha_{22} = \tilde{a}_{41}\tilde{a}_{34} - \tilde{a}_{31}\tilde{a}_{44}; \\ \beta_{11} &= (\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43})\tilde{a}_{12} - \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{42} - \tilde{a}_{11}\tilde{a}_{22}; \\ \beta_{12} &= ((\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43})\tilde{a}_{14} - \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{44} - \tilde{a}_{11}\tilde{a}_{14})/R; \\ \beta_{21} &= [(\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43})\tilde{a}_{32} - \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{42} - \tilde{a}_{22}\tilde{a}_{31}]R; \\ \beta_{22} &= (\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43})\tilde{a}_{34} - \tilde{a}_{33}\tilde{a}_{44} - \tilde{a}_{31}\tilde{a}_{24}; \\ \gamma_{11} &= \tilde{a}_{12}\tilde{a}_{23} - \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{22}; \quad \gamma_{12} = (\tilde{a}_{14}\tilde{a}_{23} - \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{24})/R; \\ \gamma_{21} &= (\tilde{a}_{23}\tilde{a}_{32} - \tilde{a}_{22}\tilde{a}_{44})R; \quad \gamma_{22} = \tilde{a}_{23}\tilde{a}_{34} - \tilde{a}_{24}\tilde{a}_{33}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Раскрыв выражение (6.10) и подставив элементы нормированной матрицы  $A_n$ , получаем формулу для определения коэффициента передачи устройства в виде коэффициента  $S_{21}$  матрицы рассеяния:

$$S_{21} = 2 \left[ \frac{\sigma_1 z_r^2 + \sigma_2 z_r + \sigma_3}{\tilde{a}_{41} z_r^2 + (\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43}) z_r + \tilde{a}_{23}} \right]^{-1}, \quad (6.12)$$

где  $\sigma_1 = \alpha_{11} + \alpha_{11} + \alpha_{21} + \alpha_{22}$ ;  $\sigma_2 = \beta_{11} + \beta_{12} + \beta_{21} + \beta_{22}$ ;  
 $\sigma_3 = \gamma_{11} + \gamma_{12} + \gamma_{21} + \gamma_{22}$ .

Анализ схемы по рис. 6.2 выполняем в той же последовательности, что и схемы по рис. 6.1. В результате получаем матрицу передачи схемы в виде восьмиполюсника:

$$a = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} + \tilde{a}_{14} \cdot z_r^{-1} & \tilde{a}_{13} & \tilde{a}_{14} \\ \tilde{a}_{21} & \tilde{a}_{22} + \tilde{a}_{24} \cdot z_r^{-1} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{12} \\ \tilde{a}_{31} & \tilde{a}_{32} + \tilde{a}_{34} \cdot z_r^{-1} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{12} \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \end{bmatrix}, \quad (6.13)$$

где  $q_1 = \tilde{a}_{41} + \tilde{a}_{21} z_r^{-1}$ ;

$q_2 = \tilde{a}_{41} + (\tilde{a}_{44} + \tilde{a}_{24} z_r^{-1}) z_r^{-1} + \tilde{a}_{22} z_r^{-1}$ ;  $q_3 = \tilde{a}_{43} + \tilde{a}_{23} z_r^{-1}$ ;  $q_4 = \tilde{a}_{44} + \tilde{a}_{24} z_r^{-1}$ .

Матрица передачи этой схемы как четырехполюсника записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{a}_{11} &= \frac{\delta_{11} (z_r^{-1})^2 + \delta_{12} z_r^{-1} + \delta_{13}}{\Delta_1}; \\ \hat{a}_{12} &= \frac{\delta_{21} (z_r^{-1})^2 + \delta_{22} z_r^{-1} + \delta_{23}}{\Delta_1}; \\ \hat{a}_{21} &= \frac{\delta_{31} (z_r^{-1})^2 + \delta_{32} z_r^{-1} + \delta_{33}}{\Delta_1}; \\ \hat{a}_{22} &= \frac{\delta_{41} (z_r^{-1})^2 + \delta_{42} z_r^{-1} + \delta_{43}}{\Delta_1}; \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \tilde{a}_{11} \tilde{a}_{24} - \tilde{a}_{21} \tilde{a}_{14}; \quad \delta_{12} = \tilde{a}_{11} \tilde{a}_{22} - \tilde{a}_{12} \tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{11} \tilde{a}_{44} - \tilde{a}_{14} \tilde{a}_{41}; \\ \delta_{13} &= \tilde{a}_{11} \tilde{a}_{42} - \tilde{a}_{12} \tilde{a}_{41}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_{21} &= \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{24} - \tilde{a}_{21}\tilde{a}_{14}; \quad \delta_{22} = \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{22} - \tilde{a}_{12}\tilde{a}_{23} + \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{44} - \tilde{a}_{14}\tilde{a}_{43}; \\ \delta_{23} &= \tilde{a}_{13}\tilde{a}_{42} - \tilde{a}_{12}\tilde{a}_{43}; \\ \delta_{31} &= \tilde{a}_{31}\tilde{a}_{24} - \tilde{a}_{21}\tilde{a}_{34}; \quad \delta_{32} = \tilde{a}_{31}\tilde{a}_{22} + \tilde{a}_{31}\tilde{a}_{44} - \tilde{a}_{21}\tilde{a}_{32} - \tilde{a}_{41}\tilde{a}_{34}; \\ \delta_{33} &= \tilde{a}_{31}\tilde{a}_{42} - \tilde{a}_{32}\tilde{a}_{41}; \\ \delta_{41} &= \tilde{a}_{24}\tilde{a}_{33} - \tilde{a}_{23}\tilde{a}_{34}; \quad \delta_{42} = \tilde{a}_{33}\tilde{a}_{22} + \tilde{a}_{33}\tilde{a}_{44} - \tilde{a}_{23}\tilde{a}_{32} - \tilde{a}_{43}\tilde{a}_{34}; \\ \delta_{43} &= \tilde{a}_{33}\tilde{a}_{42} - \tilde{a}_{32}\tilde{a}_{43},\end{aligned}$$

где  $\Delta_1 = \tilde{a}_{24} \left( z_r^{-1} \right)^2 + z_r^{-1} (\tilde{a}_{44} + \tilde{a}_{22}) + \tilde{a}_{42}$ .

Нормированная матрица  $\hat{A}_n$  схемы на рис. 6.2 определяется так же, как нормированная матрица передачи схемы на рис. 6.1, т.е. делением на  $R$  коэффициента  $\hat{a}_{12}$  и умножением на  $R$  коэффициента  $\hat{a}_{21}$ .

Далее переходим к отысканию волновой матрицы передачи  $T1$  схемы на рис. 6.2:

$$T1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} A_n \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Раскрыв формулу для  $T1$  и подставив в нее выражения для элементов нормированной матрицы  $\hat{A}_n$ , получаем коэффициент передачи устройства в виде элемента  $S1_{21}$  матрицы рассеяния схемы на рис. 6.2:

$$S1_{21} = 2 \left[ \frac{\upsilon_1 \left( z_r^{-1} \right)^2 + \upsilon_2 z_r^{-1} + \upsilon_3}{\tilde{a}_{24} \left( z_r^{-1} \right)^2 + z_r^{-1} (\tilde{a}_{44} + \tilde{a}_{22}) + \tilde{a}_{42}} \right]^{-1}, \quad (6.15)$$

где

$$\begin{aligned}\upsilon_1 &= \delta_{11} + \delta_{21}/R + \delta_{31}R + \delta_{41}; \\ \upsilon_2 &= \delta_{12} + \delta_{22}/R + \delta_{32}R + \delta_{42}; \\ \upsilon_3 &= \delta_{13} + \delta_{23}/R + \delta_{33}R + \delta_{43}.\end{aligned}$$

Таким образом, мы получили выражения (6.12) и (6.15) для коэффициентов передачи устройств, которые представляют отношения полиномов второго порядка относительно  $z_r^{-1}$ . Изменение  $z_r$  под действием управляющих сигналов приводит к изменению рабочих параметров устройства во времени на фиксированной частоте или в диапазоне частот.

Если цепь, имеющая эквивалентное сопротивление  $z_r$ , не изменяется во времени, но зависит от частоты, тогда происходит изменение вида частотной зависимости рабочих параметров устройства. Отсюда можно говорить о динамическом и частотном управлении рабочими параметрами рассматриваемых устройств.

### 6.3. Синтез корректоров группового времени запаздывания

Возможность создания корректоров группового времени запаздывания  $\tau_{гр} = -\frac{\partial\varphi}{\partial\omega}$  основывается на управлении фазовым сдвигом  $\varphi$  путем обеспечения требуемой частотной зависимости  $z_r(f)$ . При этом должно выполняться условие  $\text{Re}(z_r) \geq 0$ , а  $\text{Im}(z_r)$  – иметь необходимую зависимость от частоты. Условие  $\text{Re}(z_r) \geq 0$  означает реализуемость пассивного варианта корректора. Зависимость  $\text{Im}(z_r)$  от частоты необходима, чтобы вносимые потери были минимальны и изменялись в пределах небольшого допуска.

Обратившись к соотношению (6.15), можем записать уравнение для отыскания  $z_r$  при заданном коэффициенте передачи  $S_{21}^A$  и известных параметрах базового звена на основе связанных линий:

$$S_{21}^A(\sigma_1 z_r^2 + \sigma_2 z_r + \sigma_3) - 2[\tilde{a}_{41} z_r^2 + (\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43}) z_r + \tilde{a}_{23}] = 0. \quad (6.16)$$

Приведя в соотношении (6.16) подобные, получаем приведенное квадратное уравнение относительно  $z_r$  с комплексными коэффициентами  $b$  и  $c$ :

$$z_r^2 + bz_r + c = 0, \quad b = \frac{2(\tilde{a}_{21} + \tilde{a}_{43}) - S_{21}\sigma_2}{2\tilde{a}_{41} - S_{21}\sigma_1}, \quad c = \frac{2\tilde{a}_{23} + \tilde{a}_{43} - S_{21}\sigma_3}{2\tilde{a}_{41} - S_{21}\sigma_1}.$$

Решение уравнения дает два корня:

$$z_{1r} = (-b + \Delta)/2; \quad (6.17)$$

$$z_{2r} = (-b - \Delta)/2, \quad (6.18)$$

где  $\Delta = \sqrt{b^2 - 4c}$ .

Рассмотрим пример определения  $z_r$  по формулам (6.17) и (6.18). Зададим частоту  $f = 0,625$  ГГц, коэффициент передачи  $S_{21}^A = 0,984e^{i-1,633}$ . Получаем  $z_{1r} = 10^4$ ,  $z_{2r} = -47,088 - 0,978i$ .

Очевидно, что второй корень не отвечает физическому ограничению на реализацию отрицательного активного сопротивления. Первый корень соответствует результатам анализа и эксперимента, следовательно, физически обоснован.

Синтез  $z_r(f)$  по заданной зависимости  $\tau_{гр}(f)$  проводится путем перехода к фазочастотной характеристике  $\varphi(f) = \arg(S_{21}(f))$ , задания  $|S_{21}|$ , определения матричных параметров базовой структуры исходя из представленного примера, расчета  $z_{1r}(f)$  по вышеприведенным формулам.

*Пример.* Синтезируем корректор с ниспадающей частотной зависимостью  $\tau_{гр}$  в диапазоне частот 0,3–0,7 ГГц (рис. 6.3).

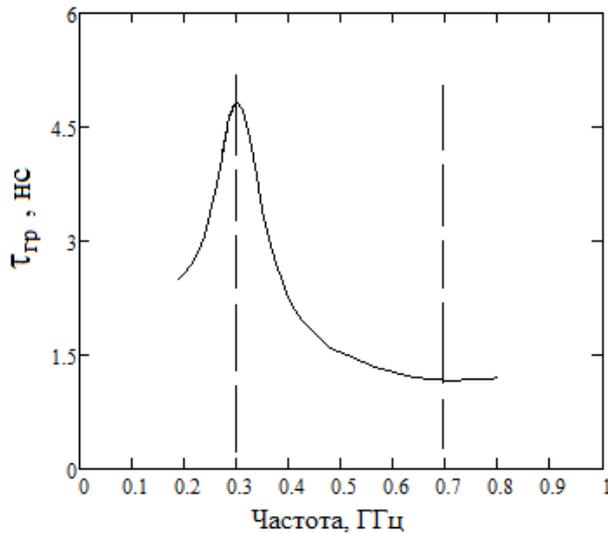


Рис. 6.3. Заданная ниспадающая частотная зависимость  $\tau_{гр}$  корректора

Решаем задачу восстановлением частотной зависимости  $\varphi(f) = \arg(S_{21}(f))$ , заданием максимального ослабления сигнала 0,5 дБ. В результате получим зависимости  $\text{Im}(z_{1r}(f))$  и  $\text{Re}(z_{1r}(f))$  (рис. 6.4,

6.5). По частотной характеристике  $z_{r1}(f)$  синтезируем электрическую цепь.

Структурно она состоит из двух параллельных колебательных контуров, соединенных последовательно.

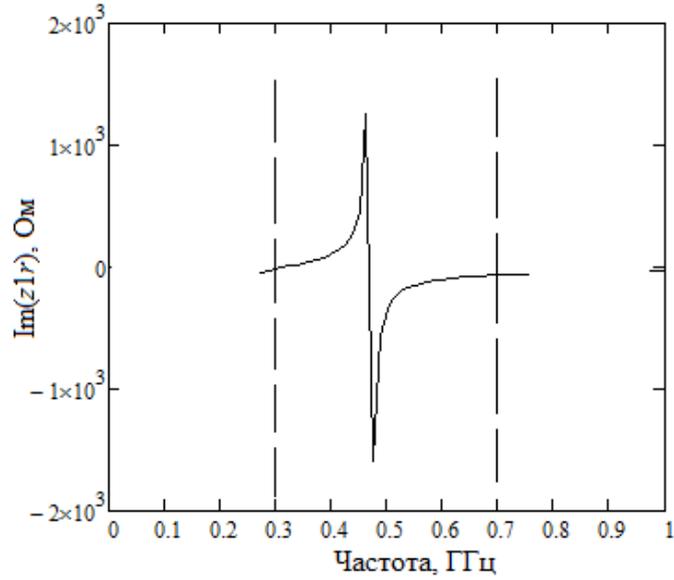


Рис. 6.4. Синтезированная зависимость  $\text{Im}(z_r(f))$

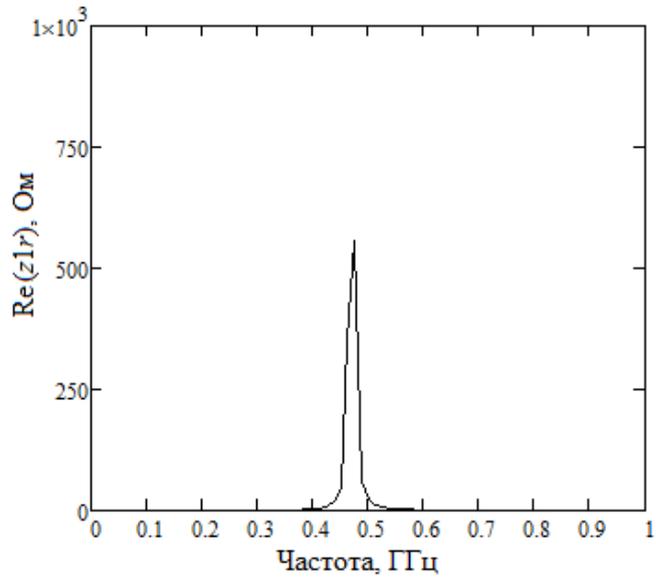


Рис. 6.5. Синтезированная зависимость  $\text{Re}(z_r(f))$

## **Литература к разделу 6**

6.1. Volkhin D.I. Synthesis of broadband impedance transformers with predetermined phase response / D.I. Volkhin, G.N. Devyatkov // 13th International Scientific-Technical Conference APEIE, Proceedings: in 12 vol. – 2016. – P. 128–131. – DOI: 10.1109/APEIE.2016.7806428.

6.2. Optimization of frequency dependence of group time delay at the transmitting paths of the radar by the application of equalizers / N.D. Malyutin, A.N. Gusev, M.E. Rovkin [et al.] // Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT). – 2018. – P. 1–4.

6.3. A novel trans-directional coupler based on vertically installed planar circuit / Aleksandr N. Sychev, Sergey M. Struchkov, Vladimir N. Putilov [et al.] // European Microwave Conference (EuMC). – 2015. – P. 283–286. – DOI: 10.1109/EuMC.2015.7345755.

6.4. Vlostovskiy E.G. Theory of coupled transmission lines / E.G. Vlostovskiy // Telecommun. and Radio Engrg. – 1967. – April. – Vol. 21. – P. 87–93.

6.5. He Zhu. A Compact Tunable Directional Coupler with Continuously Tuned Differential Phase / He Zhu, Amin M. Abbosh // IEEE Microwave and Wireless Components Letters. – 2018. – Jan. – Vol. 28, Issue 1. – P. 19–21. – DOI: 10.1109/LMWC.2017.2779819.

6.6. Modeling of the Vertically Installed Planar Coupled Lines by the Numerical Conformal Transformation Technique / Aleksandr N. Sychev, Sergey M. Struchkov, Nickolay Yu. Rudyi [et al.] // IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization for RF, Microwave, and Terahertz Applications (NEMO). – P. 106–108. – DOI: 10.1109/NEMO.2017.7964202.

6.7. Vorob'ev P.A. Quasi-T-waves in devices using coupled strip lines with unbalanced electromagnetic coupling / P.A. Vorob'ev, N.D. Malyutin, V.N. Federov // Radio Engineering and Electronic Physics (English translation of Radiotekhnika i Elektronika). – 1982. – Vol. 27 (9). – P. 38–44.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Для каких задач применяются корректоры ФЧХ и ГВЗ?
2. Опишите принцип работы управляемого устройства, построенного на звене ответвителя противонаправленного типа.
3. Каковы соотношения между фазовыми скоростями нормальных волн противонаправленного и транснаправленного ответвителей? Чем это обусловлено?
4. Каковы преимущества (недостатки) использования транснаправленных ответвителей в качестве базового звена корректора ГВЗ или ФЧХ?

## Приложение 1. Программа для вычисления первичных параметров многопроводных связанных линий

Варианты возбуждения проводников трехпроводной системы и расчетные формулы для суммарной емкости в соответствии с номерами опыта

Номер опыта	Схема эксперимента	Определяемая суммарная емкость
1.	$\begin{array}{ccc} +1 & 0 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$	$C_1 = c_{10} + c_{12} + c_{13}$
2.	$\begin{array}{ccc} 0 & +1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$	$C_2 = c_{20} + c_{12} + c_{23}$
3.	$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & +1 \\ \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$	$C_3 = c_{30} + c_{13} + c_{23}$
4.	$\begin{array}{ccc} +1 & 0 & +1 \\ \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$	$C_4 = c_{10} + c_{30} + c_{12} + c_{23}$
5.	$\begin{array}{ccc} +1 & +1 & 0 \\ \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$	$C_5 = c_{10} + c_{20} + c_{13} + c_{23}$
6.	$\begin{array}{ccc} +1 & +1 & +1 \\ \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{3} \end{array}$	$C_6 = c_{10} + c_{20} + c_{30}$

ORIGIN:=1

Значения суммарных емкостей

$C1 := 18$     $C2 := 22$     $C3 := C1$     $C4 := 32$     $C5 := 28$     $C6 := 20$

Сформируем матрицу суммарных емкостей

$$C := \begin{pmatrix} C1 \\ C2 \\ C3 \\ C4 \\ C5 \\ C6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 18 \\ 22 \\ 18 \\ 32 \\ 28 \\ 20 \end{pmatrix}$$

Матрица потенциалов, соответствующая режимам возбуждения проводников

$$u1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Формирование матрицы разности потенциалов между проводниками

$$j := 1 \dots 6 \quad i := 1 \quad u2_{j,i} := |u1_{j,i} - u1_{j,i+1}|$$

$$k := 1 \dots 6 \quad m := 1$$

$$u3_{k,m} := |u1_{k,m} - u1_{k,m+2}|$$

$$u3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad u2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$ki := 1 \dots 6$$

$$mi := 1$$

$$u4_{k,m} := |u1_{k,m+1} - u1_{k,m+2}|$$

$$uu1 := \text{augment}(u2, u3)$$

$$U := \text{augment}(u1, uu)$$

$$uu := \text{augment}(uu1, u4)$$

$$u4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad uu1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$u := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ -- полная матрица потенциалов}$$

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Вычисление частичных емкостей

$$C_{ч} := U^{-1} \cdot \begin{pmatrix} C1 \\ C2 \\ C3 \\ C4 \\ C5 \\ C6 \end{pmatrix}$$

Формирование матрицы погонных емкостей структуры  
Длина отрезков связанных линий  $l := 0.5$

$$C := \frac{1}{l} \begin{pmatrix} C_{ч1} + C_{ч4} + C_{ч5} & C_{ч4} & C_{ч5} \\ C_{ч4} & C_{ч2} + C_{ч4} + C_{ч6} & C_{ч6} \\ C_{ч5} & C_{ч4} & C_{ч3} + C_{ч5} + C_{ч6} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 36 & 12 & 4 \\ 12 & 44 & 22 \\ 4 & 12 & 36 \end{pmatrix} \text{ -- матрица погонных емкостей структуры}$$

Учебное издание

**Лощилов** Антон Геннадьевич

**Малютин** Николай Дмитриевич

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВЧ- И СВЧ-УСТРОЙСТВ  
НА РЕГУЛЯРНЫХ СВЯЗАННЫХ ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ**

Учебное пособие

Подписано в печать 25.06.18. Формат 70x100/16.

Усл. печ. л. 10,97. Тираж 100 экз. Заказ 272.

Томский государственный университет  
систем управления и радиоэлектроники.

634050, г. Томск, пр. Ленина, 40. Тел. (3822) 533018.