

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)
Кафедра автоматизации обработки информации

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ

Методические указания к практическим занятиям, лабораторным
работам, контрольной работе и организации самостоятельной работы
для студентов направления
«Программная инженерия»
(уровень бакалавриата)
заочной формы обучения

Салмина Нина Юрьевна

Моделирование систем: Методические указания к практическим занятиям, лабораторным работам, контрольной работе и организации самостоятельной работы для студентов направления «Программная инженерия» (уровень бакалавриата) заочной формы обучения / Н.Ю. Салмина. – Томск, 2018. – 57 с.

© Томский государственный университет
систем управления и радиоэлектроники,
2018

© Салмина Н.Ю., 2018

Оглавление

1 Введение.....	4
2 Методические указания к проведению практических занятий.....	5
2.1 Практическое занятие «Моделирование работы стохастической системы»	5
3 Методические указания к проведению лабораторных работ.....	5
3.1 Лабораторная работа «Определение эффективного режима работы системы с разнотипными заявками»	13
3.2 Лабораторная работа «Моделирование сети систем массового обслуживания»	21
3.3 Лабораторная работа «Планирование эксперимента первого порядка»	30
4 Методические указания к проведению контрольной работы	34
5 Методические указания для организации самостоятельной работы	42
5.1 Общие положения	42
5.2 Проработка лекционного материала	42
5.3 Самостоятельное изучение тем теоретической части курса	49
5.3.1 Проверка качества генераторов последовательностей случайных чисел	49
5.3.2 Внутренняя организация GPSS	50
5.3.3 Обоснование модели и анализ результатов моделирования	51
6 Рекомендуемая литература	52
Приложение	53

1 Введение

Цель дисциплины – ознакомление студентов с основными этапами построения моделей на ЭВМ, вопросами статистического моделирования и планирования эксперимента; формирование у студентов профессиональных знаний и практических навыков по разработке и созданию имитационных моделей с помощью языков моделирования с целью исследования сложных систем.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания по следующим разделам высшей математики: теория вероятностей и математическая статистика, дискретная математика.

Изучение дисциплины включает в себя: теоретический раздел (изучение теоретического материала); практический раздел (выполнение практических занятий, лабораторных работ и контрольной работы); итоговый контроль результата изучения дисциплины. Данное пособие содержит в себе методические указания и варианты заданий для практических занятий, лабораторных работ, контрольной работы и самостоятельной работы.

2 Методические указания к проведению практических занятий

2.1 Практическое занятие «Моделирование работы стохастической системы»

Цель занятия

Целью данного занятия является изучение методов моделирования стохастических процессов и систем, а также получение навыков анализа результатов моделирования.

Рекомендации по подготовке к занятию

Сущность метода статистического моделирования сводится к построению для процесса функционирования исследуемой системы некоторого моделирующего алгоритма с использованием метода Монте-Карло. Данный алгоритм имитирует поведение и взаимодействие элементов системы с учетом случайных входных воздействий и воздействий внешней среды.

В каждом варианте задания описана работа некоторой стохастической системы, а также указаны те характеристики системы, оценку которых необходимо получить в процессе моделирования.

Для моделирования непрерывных случайных величин с заданными законами распределения можете использовать любой из рассмотренных ранее методов (лабораторная работа «Генерация и проверка последовательностей псевдослучайных чисел»). Для моделирования наступления случайных событий пользуйтесь методами, предлагаемыми в статистическом моделировании [1].

Помните, что, если время между наступлением событий распределено экспоненциально, то количество событий, наступающих в единицу времени, подчиняется Пуассоновскому закону распределения. Какой закон использовать в вашем случае, зависит от построения алгоритма.

Для программной реализации можно использовать любой алгоритмический язык. Из встроенных датчиков случайных чисел пользоваться можно только датчиками равномерно распределенных случайных чисел на интервале от 0 до 1.

Содержание занятия

- 1) Построить моделирующий алгоритм для оценки требуемых параметров исследуемой системы;

- 2) Разработать программу и провести моделирование работы системы с определением требуемых параметров;
- 3) Программа должна иметь возможность устанавливать и изменять количество повторных реализаций моделируемого процесса, так как от этого зависит точность получаемых оценок искомых характеристик.

Варианты заданий

Вариант 1.

Техническое устройство состоит из двух узлов: Y_1 и Y_2 . Исправная работа узла Y_1 безусловно необходима для работы устройства; узел Y_2 предназначен для поддержания нормального режима работы Y_1 . Время безотказной работы узлов распределено по экспоненциальному закону и равно в среднем 40 и 60 минут соответственно. Имеется 2 запасных узла Y_1 . При выходе из строя Y_1 техническое устройство останавливается на 3 ± 1 минуты, после чего Y_1 заменяется и работа устройства возобновляется. Если вышел из строя Y_2 , то закон распределения Y_1 меняется: оно работает в среднем 20 минут. Время работы устройств распределено по экспоненциальному закону.

Определить вероятность того, что по истечении двух часов устройство будет находиться в рабочем состоянии.

Вариант 2.

Логика работы устройства обнаружения цели заключается в следующем: если сигнал превышает порог при двух последовательных локациях – цель обнаружена; в противном случае – цель потеряна. Состояния системы: S_0 – исходное, в это состояние из S_1 и S_0 система переходит с вероятностью 0.4; S_1 – состояние, соответствующее однократному превышению порога, в это состояние из S_0 и из этого состояния в очередное S_2 система переходит с вероятностью 0.6; S_2 – состояние, соответствующее двукратному превышению порога, из данного состояния система может переходить в S_1 с вероятностью 0.6 и в S_3 с вероятностью 0.4; S_3 – состояние, соответствующее однократному не превышению порога после обнаружения цели. Если после очередной локации сигнал превышает порог, система возвращается из S_3 в S_2 с вероятностью 0.6,

в противном случае – в S_0 с вероятностью 0.4. Определить оценку вероятности обнаружения цели за один час, если интервал смены состояний равен 10 минут.

Вариант 3.

При передаче информации системой передачи данных, вследствие действия помех в канале связи, в блоке информации могут возникнуть одиночные, двойные и тройные ошибки, причем при обнаружении двойных и тройных ошибок требуется повторить передачу блока информации. При обнаружении одиночной ошибки на приемном конце в среднем в течение одной секунды производится ее коррекция. Время передачи блока информации равно в среднем 5 секунд. Время коррекции и передачи информации подчинено экспоненциальному закону распределения.

Оценить для 1000 передаваемых блоков информации затраты времени на коррекцию ошибок и повторную передачу информации, если известно, что вероятности возникновения ошибок равны, соответственно, $P(0) = 0.95$; $P(1) = 0.025$; $P(2) = 0.015$; $P(3) = 0.01$.

Вариант 4.

Рассматривается процесс обработки детали на токарном станке. Вероятность появления брака при обработке равна 0.1. В начале работы проверка подвергается каждая третья деталь. Если число бракованных деталей достигает 20, то в дальнейшем проверка подвергается каждая деталь, обработанная на станке. Если в этом случае число бракованных деталей достигнет 10, то работу на станке прекращают. Поток поступления деталей на обработку подчинен закону Пуассона с интенсивностью 2 детали в минуту.

Определить среднее время наработки станка до остановки.

Вариант 5.

На складе, обслуживающем три сборочных цеха, нормативный запас комплектующих деталей составляет 10 тысяч комплектов. В начале работы со склада в каждый из цехов одновременно поступает по 100 комплектов деталей. Время использования каждым цехом одного комплекта является случайной величиной с экспоненциальным законом распределения с параметром 20 комплектов в сутки. После израсходования цехом комплектующих деталей на склад поступает заявка на новую партию деталей, которая удовлетворяется по мере возможности.

Оценить интервал времени, на который может хватить нормативного запаса деталей на складе, если известно, что страховой запас деталей на складе равен 200 комплектам.

Вариант 6.

Система может находиться в состояниях S_1, S_2, S_3 . Переход из одного состояния в другое происходит по схеме однородной цепи Маркова. Матрица вероятностей переходов имеет вид:

$$P = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ \hline 0.5 & 0 & 0.5 \\ \hline 0.3 & 0.25 & 0.45 \\ \hline \end{array}$$

Время между переходами системы из одного состояния в другое в среднем равно 2 секунды и распределено по экспоненциальному закону.

Оценить вероятность нахождения системы в каждом из состояний через 10 минут после начала работы, если первоначально система находится в состоянии S_1 .

Вариант 7.

Рассматривается процесс обслуживания на бензозаправочной станции, состоящей из одной бензоколонки. Моменты появления автомобилей на станции образуют случайный поток заявок, интервалы между которыми имеют плотность распределения $f(t) = 4 \cdot \exp(-4 \cdot t)$.

Время обслуживания каждой машины имеет экспоненциальный закон распределения с параметром 3 автомобиля в час. Рассматривается работа станции в течение 30 суток.

Оценить число обслуженных и отказанных автомобилей, если автомашина, заставшая бензоколонку занятой, немедленно покидает ее.

Вариант 8.

Система передачи данных работает в режиме, называемом нормальным, до появления сбоев в трех сообщениях подряд. В этом случае система переходит в режим аварии, в котором остается до тех пор, пока очередное сообщение не будет принято правильно. После этого система возвращается в нормальный режим. Вероятность сбоя в очередном сообщении равна 0.1, вероятность безошибочного приема – 0.9. За состояния системы принять: S_0 – нет сбоев; S_1 – сбой в одном сообщении; S_2 – сбой в двух сообщениях подряд и т.д. Оценить вероятность нахождения системы в следующих состояниях: нормальном, аварийном, S_0, S_1, S_2, S_3 .

Время работы системы – 10 часов; время передачи информации распределено равномерно на интервале от 3 до 7 минут; количество реализаций – 100.

Вариант 9.

При передаче информации системой передачи данных, вследствие действия помех в канале связи, в блоке информации могут возникнуть одиночные, двойные и более ошибки. Для передачи информации из пункта А в пункт В используется промежуточный пункт Х. при обнаружении двух и более ошибок в пунктах Х или В требуется повторить передачу блока информации из предыдущего пункта. При обнаружении одиночной ошибки на приемном конце в среднем в течение одной секунды производится ее коррекция. Время передачи блока информации распределено равномерно и равно в среднем 5 ± 2 секунды из пункта А в пункт Х и 6 ± 2 секунды из пункта Х в пункт В. Время коррекции информации подчинено экспоненциальному закону распределения.

Оценить для 1000 передаваемых блоков информации затраты времени на передачу информации, если известно, что вероятности возникновения ошибок равны, соответственно, $P(0) = 0.95$; $P(1) = 0.03$; $P(2 \text{ и более}) = 0.02$.

Вариант 10.

Техническое устройство состоит из двух узлов: Y_1 и Y_2 . Исправная работа узла Y_1 безусловно необходима для работы устройства; узел Y_2 предназначен для поддержания нормального режима работы Y_1 . Время безотказной работы узлов распределено по экспоненциальному закону и равно в среднем 30 и 60 минут соответственно. Имеется 3 запасных узла Y_1 . При выходе из строя Y_1 техническое устройство останавливается на 3 ± 1 минуты, после чего Y_1 заменяется и работа устройства возобновляется. Если вышел из строя Y_2 , то закон распределения Y_1 меняется: оно работает в среднем 15 минут. Время работы устройств распределено по экспоненциальному закону.

Оценить среднее время, которое устройство будет проводить в работающем состоянии.

Вариант 11.

Процесс производства одной из деталей состоит в следующем: заготовки из печи, где они нагреваются до определенной температуры,

транспортируются к месту обработки. Время транспортировки - случайная величина, имеющая экспоненциальный закон распределения со средним значением 5 минут. Время обработки – случайная величина с равномерным законом распределения на интервале от 2 до 6 минут. Если суммарное время транспортировки и обработки превышает 14 минут, то деталь бракуется.

Определить среднее число годных и бракованных деталей за смену (8 часов).

Вариант 12.

В цех в случайные моменты времени, отделяемые друг от друга интервалами t , имеющими распределение $f(t) = a \cdot \exp(-a \cdot t)$ с параметром $a = 3$ партии в час, поступают очередные партии комплектующих изделий. Конкретный размер партии деталей определяется, исходя из того, что поставки ведутся партиями, содержащими обычно 1000, 1200 и 1400 деталей, причем известно, что $P(1000) = 0.3$, $P(1200) = 0.6$, $P(1400) = 0.1$.

В цехе три сборочные линии, которые обслуживаются различными бригадами. Вероятности того, что вновь поступившая партия деталей попадет в i -ую бригаду, следующие: $P(1) = 0.3$, $P(2) = 0.5$, $P(3) = 0.2$. Оценить число деталей, получаемых каждой бригадой за смену (8 часов).

Вариант 13.

Начальник пожарной бригады обнаружил, что число пожаров за сутки следует распределению Пуассона со средним значением 4 пожара в сутки. Изучив данные по прежним пожарам, он нашел, что в 70% случаев для тушения потребовалась только одна пожарная машина, а время, необходимое для ликвидации пожара, имеет нормальное распределение с $m = 2.5$ часа и $\sigma = 0.5$ часа. В остальных 30% случаев нужны были две пожарные машины, а время для ликвидации этих пожаров распределено нормально с $m = 3.5$ часа и $\sigma = 1$ час.

Предполагая, что необходимые пожарные машины всегда находятся под рукой, определите, сколько часов в среднем они бывают нужны каждые сутки.

Вариант 14.

В систему управления в случайные моменты времени, интервалы между которыми имеют равномерный закон распределения на интервале

[1,5] минут, поступают сообщения о неблагоприятном ходе управляемого процесса. По каждому из сообщений система может принять одно из пяти управляющих воздействий U_1, U_2, U_3, U_4 и U_5 . Причем известно, что вероятности выбора решений равны, соответственно, $P(U_1) = 0.15$, $P(U_2) = 0.2$, $P(U_3) = 0.22$, $P(U_4) = 0.18$, $P(U_5) = 0.25$. Потери внутри объекта управления, вызванные задержкой в выдаче управляющего воздействия равны, соответственно, 200, 280, 290, 220 и 300 рублей.

Оценить потери внутри объекта управления за 8 часов работы, вызванные задержками в выдаче управляющих воздействий.

Вариант 15.

Психолог в службе «Телефон доверия» ведет разговор с клиентами. Время между поступлениями звонков на разговор подчиняется равномерному закону распределения на интервале 20 ± 5 минут. Длительность разговора подчиняется экспоненциальному закону распределения и равно в среднем для 40% случаев 15 минутам, а для 60% случаев – 25 минутам. Известно, что клиент, услышавший «занято», бросает трубку.

Оценить, какой процент клиентов получает обслуживание, если служба работает с 16 до 24 часов.

Вариант 16.

Т.А.Шанс живет в Лас-Вегасе. Ежедневно перед работой он заходит в соседний ресторан и играет в «тройку». В этой игре игрок подбрасывает многократно монету до тех пор, пока разность между числом выпавших «гербов» и «решек» не станет равна трем. За каждый бросок монеты игрок платит один доллар, но при удачном исходе конца игры он получает 8 долларов. Каждое утро Т.А.Шанс откладывает 10 долларов для этой игры и играет в нее до тех пор, пока либо не проиграет все деньги, отложенные на игру, либо не завершит одну партию.

Оценить вероятность того, будет ли Шанс в выигрыше за неделю в 5 рабочих дней.

Вариант 17.

Два стрелка производят выстрелы по мишени. Вероятность попадания в десятку у первого игрока равна 0.8, у второго – 0.9. Каждый стрелок производит по 5 выстрелов, причем время, затрачиваемое на один выстрел, распределено равномерно и равно для первого стрелка 18 ± 6 секунд, а для второго – 20 ± 5 секунд. В случае промаха каждый из стрелков может зарядить запасной патрон и произвести дополнительный выстрел.

У первого стрелка есть два запасных патрона, у второго – только один. На перезарядку требуется время, которое равно в среднем для каждого 5 ± 2 секунды.

Оценить вероятность того, что первый стрелок поразит мишень 5 раз раньше второго.

Вариант 18.

Время между последовательными прибытиями покупателей в магазин равномерно распределяется на интервале от 1 до 20 минут. Для 50% покупателей время обслуживания составляет 8 минут, в то время как для остальных 50% это время составляет 14 минут. Оценить суммарное время ожидания покупателей (простоя в очереди) и время простоя системы обслуживания за 4 часа работы.

Вариант 19.

Время между последовательными прибытиями покупателей в магазине равномерно распределяется на интервале от 2 до 18 минут. Для 30% покупателей время обслуживания составляет 5 минут, для других 30% – 12 минут и для остальных 40% это время составляет 16 минут.

Оценить суммарное время ожидания покупателей и время простоя системы обслуживания за 8 часов работы.

3 Методические указания к проведению лабораторных работ

3.1 Лабораторная работа «Определение эффективного режима работы системы с разнотипными заявками»

Цель работы

Целью данной работы является изучение особенностей моделирования разнотипных заявок с различными приоритетами, а также получение навыков исследования систем массового обслуживания с определением эффективного режима их работы.

Рекомендации по подготовке к работе

Рассматривается система массового обслуживания (СМО), на вход которой поступают заявки различных типов, которые могут иметь различные приоритеты.

Известны следующие характеристики системы: время прихода и время обработки заявок. В процессе исследования системы необходимо определить наиболее эффективный режим ее работы. Эффективность работы системы рассматривается с точки зрения минимизации затрат, либо максимизации прибыли.

В любой СМО существует две составляющие: клиенты/заявки и каналы обслуживания. С одной стороны, чтобы минимизировать затраты на содержание каналов обслуживания или потери от их простоя, необходимо снижать количество каналов. С другой стороны, при малом количестве каналов обслуживания появляется большая очередь, и увеличиваются потери от простоя заявок в очереди. Если же очередь имеет ограничения, то увеличиваются потери от теряющихся заявок, либо уменьшается прибыль от обслуживания заявок.

В каждом варианте определены характеристики, по которым должна определяться эффективность работы системы. Необходимо провести моделирование работы СМО при различном количестве каналов обслуживания, определяя для каждого случая потери или прибыль исследуемой системы.

Если по клиентам указаны характеристики потерь, то для каждого случая определяются суммарные потери, складывающиеся из потерь от простоя каналов (или затрат на их обслуживание) и потерь от простоя заявок (или потерь от их ухода). Если в задании указана прибыль от об-

служивания клиентов, то для каждого случая (при различном количестве каналов) определяется общая прибыль системы, рассчитываемая как суммарная прибыль от обслуживания клиентов за вычетом затрат на содержание каналов обслуживания.

Для проведения необходимых расчетов в модели использовать переменные, ячейки и стандартные числовые атрибуты языка GPSS. Результат (общая прибыль или потери) должен выдаваться в отчете, как значение ячейки. Если в расчетах у вас присутствуют временные характеристики, и вы не можете их рассчитать с помощью ячеек/переменных языка (не хватает СЧА), то требуемые расчеты можно проводить на калькуляторе.

В результате проведенных исследований выбирается оптимальное количество каналов обслуживания.

Для выбранного количества каналов рассматривается возможность приоритетного обслуживания: расставляя приоритеты различным типам заявок всевозможными способами, подобрать наиболее эффективный режим, максимизируя прибыль или минимизируя затраты.

По результатам проведенных исследований необходимо дать рекомендации: какое количество каналов обслуживания является наиболее оптимальным, и каким образом должны быть расставлены приоритеты у заявок для обеспечения эффективной работы системы.

Порядок проведения работы

- 1) Провести моделирование работы системы в течение заданного модельного времени. Если время моделирования не задано, оно выбирается студентом самостоятельно таким образом, чтобы получить удовлетворительную статистику.
- 2) Найти наиболее эффективный режим работы моделируемой системы, исходя из стоимости простоя каналов обслуживания (или затрат на их содержание) и стоимости потери клиентов (или прибыли от их обслуживания).
- 3) Результаты исследований должны быть представлены в виде таблицы: для каждого варианта прогона модели (различное количество каналов, разная расстановка приоритетов) выпишите суммарные значения прибыли/затрат.

Варианты заданий

Вариант 1.

На склад поступают продукты двух типов: скоропортящиеся и долгохраняемые с интервалами распределений соответственно (1 ± 0.5) дня и

(2 ± 1) день. Со склада в магазин продукты перевозятся одним или несколькими грузовиками. Емкость грузовика – 1 единица продукции. Время, затрачиваемое на погрузку, перевозку и разгрузку распределено по экспоненциальному закону со средним 0.5 дня. В магазине может одновременно находиться 5 единиц продукции. Время продажи продуктов распределено равномерно на интервале (1.5 ± 1) день для скоропортящихся продуктов и ($1 + 0.5$) дня для долго хранимых. При перевозке продуктов владелец магазина определил безусловный приоритет для скоропортящихся. Определить необходимое количество грузовиков в системе, если стоимость грузовика – 500 рублей в день. скоропортящиеся продукты могут храниться 3 дня (с момента поступления на склад до продажи) и затем пропадают, их стоимость – 1000 рублей на единицу продукции. Продукты второго типа хранятся 10 дней, их стоимость – 3000 рублей на единицу продукции. Определить, действительно ли необходим приоритете для скоропортящихся продуктов.

Вариант 2.

Самолеты прибывают в аэропорт с интервалами в (25 ± 10) минут. Время вылета самолетов из аэропорта распределено равномерно в интервале (30 ± 15) минут. Время занятия взлетно-посадочной полосы зависит от типа самолета и подчиняется экспоненциальному закону со средним при посадке – 15 минут, при взлете – 25 минут. Исследовать работу аэропорта при учете приоритетности взлетающих самолетов, если очередь в воздухе может быть до трех самолетов, а на земле – до пяти самолетов. Определить наиболее эффективный режим работы аэропорта, если стоимость каждой взлетно-посадочной полосы 10 тысяч рублей в день, потери от простоя самолетов в воздухе – 500 рублей в час, на земле – 200 рублей в час.

Вариант 3.

Поступление пациентов в больницу имеет пуассоновское распределение. При этом существует два типа больных: тяжелобольные, со средним временем поступления два дня и легкобольные, со средним временем поступления 0.5 дня. Время обслуживания пациентов равно, соответственно, (15 ± 5) дней и (5 ± 3) дня. Исследовать работу данной системы при ограниченном количестве коек в больнице. Тяжелобольные поступают вне очереди. Определить эффективный режим работы, если доходы от больных составляют 150 рублей в день от тяжелобольного и 50 рублей в день от легкобольного. При этом на каждые 10 коек требуется медсестра с окладом 300 рублей в день.

Вариант 4.

В женскую парикмахерскую приходят клиентки трех типов: для стрижки, химии, стрижки и химии одновременно. Распределение интервалов их прихода, соответственно, (20 ± 10) минут, (30 ± 10) минут и (35 ± 15) минут. Парикмахер тратит на стрижку (30 ± 10) минут, а на химию – (50 ± 10) минут. Стоимость стрижки составляет 250 рублей, химии – 500 рублей. Парикмахер вместе с местом обслуживания обходится в 800 рублей в день. Исследовать работу парикмахерской в течение 8-часового рабочего дня с учетом возможности установления приоритетов для посетителей. Мест для ожидания посетителями своей очереди – два. Посетитель, заставший более двух ожидающих клиентов, уходит.

Вариант 5.

В кладовую за запасными деталями приходят рабочие трех типов, соответственно, через каждые (5.2 ± 2) минуты, (3 ± 1.6) минуты и (7 ± 4.5) минуты. Для поиска соответствующей детали кладовщику требуется (4.4 ± 3) минуты, (2 ± 1) минута и (5.2 ± 3.6) минут. После получения требуемых деталей рабочий затрачивает время на ремонт станка, распределенное по экспоненциальному закону со средним 3, 2 и 4 минуты соответственно. Потери от простоя станков соответственно равны 40, 30 и 50 коп/мин. Для содержания кладовщика требуется 30 рублей в час. Определить оптимальное количество кладовщиков для работы на складе и оптимальный порядок обслуживания заявок.

Вариант 6.

В почтовое отделение поступает пуассоновский поток клиентов трех типов: клиенты, которые отправляют посылки, со средним временем появления 7 минут, клиенты, которые получают посылки, со средним временем появления 5 минут и посетители, покупающие открытки или конверты, со средним интервалом прихода 2 минуты. Время обслуживания клиентов составляет, соответственно, (12 ± 3) минуты, (5 ± 2) минуты и (0.5 ± 0.2) минуты. Клиенты третьего типа уходят, если очередь составляет более трех человек; клиенты первого типа уходят в другое почтовое отделение, если очередь больше семи человек. Смоделировать работу отделения за четыре часа непрерывной работы и найти оптимальное количество человек, обслуживающих посетителей, если известно, что потеря клиентов первого и третьего типов составляет, соответственно, 20 и 4 рублей с человека; стоимость работы почтового служащего составляет 40 рублей в час. Рассмотреть возможность приоритетного обслуживания.

Вариант 7.

Одна насосная станция накачивает 1 единицу нефти в среднем за (5 ± 1) минуты. Поток заявок на нефть подчинен пуассоновскому закону со средним 1 час. На станцию поступают заявки двух типов: на 5 и на 10 единиц нефти. Определить необходимое количество насосных станций, если потери от простоя насоса составляют 1000 рублей в час; в ожидании может находиться не более трех заявок, сверх этого заявки теряются, при этом убыток от потери заявок составляет 2000 рублей для заявок первого типа и 4000 рублей – для второго.

Рассмотреть возможность приоритетного обслуживания заявок для оптимального обслуживания. Насосные станции работают круглосуточно.

Вариант 8.

При подходе судов к речному порту из-за географических особенностей местности используются судоходные каналы. Поток судов, прибывающих в порт, распределен в интервале (35 ± 25) минут. Среднее время пребывания судов в порту, занятое под разгрузку/погрузку, составляет (1.5 ± 0.5) суток. Затем суда выходят из порта через те же каналы. Среднее время прохождения судна через канал равно (1.5 ± 0.5) часа. Определить оптимальное число судоходных каналов, если стоимость эксплуатации одного канала составляет 1000 рублей в час, а потери от простоя судна в очереди перед каналом составляет 500 рублей в час. Обеспечить безусловный приоритете для судов, выходящих из порта, так как количество мест у пристани ограничено.

Вариант 9.

В телевизионное ателье поступают заявки на ремонт телевизоров двух типов: на мелкий ремонт, производимый на дому, и на крупный ремонт, производимый в ателье. Время поступления заявок составляет, соответственно, (2 ± 0.5) часа и (5 ± 1.5) часа. Мастер затрачивает на ремонт телевизора в среднем, соответственно, (1 ± 0.5) часа и (5 ± 3) часа. Кроме того, для ремонта на дому мастер затрачивает время на дорогу в среднем (1 ± 0.4) часа. Определить оптимальное количество мастеров, если заявка ставится в очередь, только, если очередь составляет не более десяти заказов, остальные заявки теряются; убытки при потери заявок составляют в среднем 100 рублей; потери от простоя мастера составляют 10 рублей в час. Рассмотреть возможность приоритетного обслуживания в мастерской и на дому.

Вариант 10.

В мультипрограммную ЭВМ поступает пуассоновский входящий

поток заданий двух типов со средним 0.5 минут и 2 минуты, соответственно для первого и второго типа заданий. Первый тип заданий требует для вычислений (20 ± 5) секунд и (40 ± 5) секунд для вывода на печать. Второй тип заданий требует соответственно (140 ± 50) секунд и (30 ± 10) секунд. ЭВМ позволяет обрабатывать одновременно до пяти заданий, иначе эффективность ее работы резко падает. Принтер может обрабатывать только одно задание, остальные должны оставаться в очереди. Определить, будет ли справляться один принтер с выходным потоком заявок так, чтобы очередь на печать не росла бесконечно. Определить оптимальный режим работы ЭВМ (с минимизацией по времени ожидания), изменяя приоритеты заданий при поступлении на счет и на печать.

Вариант 11.

В кафе приходят посетители двух типов: по одному человеку, и по четыре человека. Поток посетителей первого типа является пуассоновским со средним 10 минут. Посетители второго типа приходят в кафе в интервале (30 ± 5) минут. Время обслуживания (выполнения заказа) посетителей первого типа составляет (15 ± 5) минут, второго типа – (25 ± 10) минут. Время, затрачиваемое клиентами на обед, распределено равномерно в интервале (45 ± 15) минут. Определить оптимальное количество мест в кафе, если известно, что:

- 1) посетитель, заставший все места в кафе занятыми, уходит немедленно;
- 2) доходы кафе от клиента составляют 100 рублей;
- 3) каждый четырехместный стол обходится кафе в 200 рублей (до 10 столов); на каждые следующие 10 столов расходы составляют 320 рублей; стоимость каждого стола сверх 20 обходится в 500 рублей.

Вариант 12.

В трикотажном ателье 40 швейных машин и 8 оверлоков работают восемь часов в день, пять дней в неделю. Любая из этих машин может выйти из строя, в этом случае ее отправляют в ремонтную мастерскую, где ее чинят и возвращают в цех. На ремонт сломанной швейной машины уходит (7 ± 3) часа, на ремонт оверлока – (6 ± 3) часа. При эксплуатации в производстве время наработки до отказа распределено равномерно и составляет (157 ± 25) часов для швейной машины и (180 ± 35) часов для оверлока. Определить оптимальный режим работы ателье, если:

- 1) необходимо, чтобы в рабочем состоянии всегда находилось не менее шести оверлоков;
- 2) содержание каждого ремонтного рабочего обходится ателье в 400 рублей в день;

3) потери от простоя одной швейной машины обходятся в 20 рублей в час.

Вариант 13.

В мастерскую по ремонту холодильников поступают заявки двух типов: на ремонт холодильников на дому (мелкий ремонт) и ремонт холодильников в мастерской (крупный ремонт или ремонт по гарантии). Время поступления заявок подчиняется экспоненциальному закону распределения и в среднем равно, соответственно, 2 часа и 4.5 часа. Время на ремонт холодильника в мастерской распределено равномерно и составляет (5.5 ± 1.5) часа. Заявки на ремонт на дому выполняются мастером в течение (2.8 ± 1.5) часа (включая время на дорогу к клиенту и обратно). Работа мастерской организована таким образом, что заявки на ремонт принимаются только в том случае, если в очереди находится не более 5 заявок, иначе клиент получает отказ. Убытки от потери заявок составляют 200 рублей. Каждый работник обходится мастерской в 500 рублей в день. Определить оптимальный режим работы мастерской.

Вариант 14.

В цех по сборке изделия двух типов поступают через промежутки времени, распределенные на интервале, соответственно, (4 ± 2) минуты и (2 ± 1) минуту. Рабочий на конвейере выполняет сборку изделия первого типа за (9 ± 2) минуты и второго типа – за (5 ± 2) минуты, после чего изделия поступают к контроллеру ОТК. Контроллер тестирует изделие первого типа в течение $(2 + 0.5)$ минут и второго типа – (1.5 ± 0.5) минут. Десять процентов изделий контроллер отбраковывает и снова направляет в цех на доработку. Известно, что как только у контроллера скапливается 10 деталей, конвейер вынужденно останавливают (новые детали не принимаются). Простой конвейера обходится в 100 рублей в минуту. Контроллеру выплачивается 500 рублей в день. Определить необходимое количество контроллеров и рабочих на конвейере, если количество рабочих должно быть достаточным, чтобы очередь на конвейер не превышала 20 деталей. Промоделировать работу цеха в течение 8-часового рабочего дня.

Вариант 15.

В одно из подразделений городской сотовой связи приходят клиенты трех типов: для внесения абонентской платы, для покупки телефона и для заключения договора на подключение к сети. Время прихода посетителей подчиняется экспоненциальному закону распределения и равно, соответственно, 5, 14 и 25 минут. Время обслуживания клиентов также

распределено экспоненциально и равно для первого типа заявок – 2 минуты, для второго типа – 10 минут, и для третьего – 10 минут. Клиенты первого типа уходят, если очередь составляет более трех человек; клиенты второго типа уходят, если очередь больше четырех человек. Смоделировать работу отделения за восемь часов непрерывной работы и найти оптимальное количество человек, обслуживающих посетителей, если известно, что потеря клиентов первого и второго типов составляет, соответственно, 20 и 100 рублей с человека; стоимость работы работника отделения составляет 50 рублей в час. Рассмотреть возможность приоритетного обслуживания.

Вариант 16.

В мебельный салон по изготовлению и продаже мебели посетители приходят в среднем каждые 40 минут, причем половина из них заказывает мягкую мебель, а половина - каркасную. После осмотра образцов товара и общения с продавцом половина посетителей уходит, а оставшаяся половина заказывает мебель. В отделе продаж и приемки заказов с клиентами первого типа (с учетом и тех, кто не стал ничего заказывать и покупать) работают в среднем 20 минут, с клиентами второго типа – 25 минут. В мастерской, куда передаются заказы на изготовление, на выполнение одного заказа первого типа затрачивается примерно 14 часов, второго типа – 35 часов. Все временные характеристики распределены экспоненциально. Если в очереди на выполнение в мастерской скопилось 10 заказов, очередной клиент уходит в другой салон. Прибыль от выполнения заказа на мягкую мебель составляет 2 тысячи, на каркасную – 5 тысяч. Определить необходимое количество работников в мастерской, если зарплата одного работника составляет 600 рублей в день при рабочем дне в 8 часов.

Вариант 17.

На станцию автообслуживания приезжают автомобили для заправки бензином или для мойки. Распределение интервалов прихода автомобилей первого типа (15 ± 5) минут, второго типа – (40 ± 20) минут. На заправку автомобиля работник затрачивает (10 ± 5) минут, а на мойку – (25 ± 10) минут. На заправку машины становятся в очередь, только если очередь не превышает 5 машин. В случае, если очередь на мойку составляет 2 машины, очередная подъехавшая машина уезжает. Прибыль от обслуживания заявки первого типа составляет 30 рублей с машины, второго типа – 60 рублей с машины. Выполнить моделирование работы станции за 9 часов и определить оптимальное количество работников, если: и мойку и заправку могут выполнять одни и те же работники; зарплата одного ра-

ботника составляет 40 руб/час.

Вариант 18.

В мастерскую по ремонту и пошиву обуви приходят два типа посетителей: на ремонт и на пошив, время прихода посетителей первого типа распределено равномерно в интервале (12+5) минут, второго типа – (40+10) минут. На ремонт требуется в среднем 28 минут, на пошив - 8 часов, время работы распределено экспоненциально. В случае, если очередь составляет более 5 человек, клиенты первого типа уходят. прибыль от обслуживания клиентов первого типа составляет 200 рублей, второго типа – 1000 рублей. Зарплата одного работника мастерской составляет 550 рублей в день.

3.2 Лабораторная работа «Моделирование сети систем массового обслуживания»

Цель работы

Целью данной работы является изучение особенностей моделирования на GPSS системы, структура которой может быть представлена в виде открытой или закрытой сети систем массового обслуживания.

Рекомендации по подготовке к работе

Рассматривается сеть систем массового обслуживания (СМО). Необходимо построить модель сети на GPSS и провести моделирование.

Строится модель сети на GPSS в соответствии с вашим вариантом. Время прихода заявок в сеть и время обслуживания подчиняются экспоненциальному закону распределения. Время моделирования выбирается самостоятельно. Оно должно быть достаточно большим для получения удовлетворительных статистических данных (количество заявок, проходящих через каждую СМО должно быть не менее тысячи). При распараллеливании входного потока в модели более, чем на два, помните, что такой процесс удобнее моделировать через функцию. В этом случае не придется рассчитывать вероятности перехода для второй и третьей ветви потоков. Если же вы пользуетесь блоком статистического перехода, то внимательнее обращайтесь с вероятностями: исходные вероятности заданы для всего входного потока. Так, если известно, что входной поток заявок разделяется на три потока с вероятностями 0.2, 0.4 и 0.4, то в первом статистическом блоке часть заявок должна перенаправляться с вероятностью

стью 0.2. В следующем статистическом блоке перенаправляется уже половина (от оставшихся) заявок, а все оставшиеся переходят к следующему за статистическим блоку.

После построения модели необходимо определить достаточное для стационарности сети количество каналов по каждой СМО. Стационарность сети обеспечивает постоянность средних характеристик системы, а также условия, при которых очереди не растут до бесконечности (каналы обслуживания справляются с входным потоком заявок).

Для обеспечения стационарности сети необходимо, чтобы загрузка по каждой СМО была меньше единицы: статистика Average utilization для устройств и памяти должна быть меньше 98 (в отчете загрузка оборудования дается в процентах).

Если хотя бы для одной СМО это условие не выполняется, количество каналов в соответствующей СМО должно быть увеличено так, чтобы сеть стала стационарной.

Порядок проведения работы

- 1) Проанализировать работу сети СМО, описанную в вашем варианте. При необходимости написать функции для перенаправления заявок.
- 2) Построить модель сети СМО, описанной в вашем варианте. Для всех вариантов: время прихода заявок в сеть и время обслуживания подчиняются экспоненциальному закону распределения.
- 3) Проверить стационарность сети. Если сеть нестационарна, то добиться стационарности путем увеличения числа каналов обслуживания на соответствующих СМО.

Варианты заданий

Вариант 1

В канцелярию предприятия документы поступают по различным каналам: по почте, по факсу, по компьютерной сети, среднее время между поступлениями документов — около 25 минут. Из канцелярии 60% документов направляются в бухгалтерию, остальные — в отдел кадров. В бухгалтерии работают с документами в среднем 50 минут, после чего 80% документов направляется в архив (по ним прекращается работа), а по 20% требуется решение директора, причем после директора документы снова возвращаются на доработку в бухгалтерию. В отделе кадров затрачивают на обработку каждого документа в среднем 40 минут, после чего 90% документов направляется в архив, а 10% направляются на уточнение к директору, после чего снова возвращаются в отдел кадров.

Директор на просмотр документа и принятие решения тратит в среднем 2 минуты, в канцелярии на каждый входящий документ затрачивают в среднем по 10 минут.

Вариант 2

В магазине продтовары расположены три отдела и общая касса. Покупатели заходят в магазин каждые 5 минут и направляются в один из отделов со следующими вероятностями: 0.3 – в первый отдел, 0.4 — во второй отдел и 0.3 — в третий отдел. После отдела покупатель направляется в кассу, время обслуживания в которой равно в среднем 2 минуты. После этого половина покупателей покидает магазин, а половина направляется снова в какой-нибудь из отделов (вероятность направления покупателя в один из отделов остается прежней, покупатель может направиться и в тот же отдел, где он только что сделал покупку: забыл что-то еще). Время обслуживания в отделах равно соответственно 4, 3 и 5 минут.

Вариант 3

Ремонтная служба АТС принимает индивидуальные заявки на ремонт от граждан, которые поступают в среднем каждые 2 минуты. 10% заявок не обслуживаются (например, телефон просто отключен из-за неплаты) и об этом просто сообщается клиенту. Остальные заявки разделяются на те, в которых неполадки можно устранить непосредственно на станции (70%) и на те, которые требуют ремонта на дому (20% от общего числа заявок). Этими работами занимаются разные отделы службы. Ремонт неполадок на станции делаются в среднем около минуты, после чего клиенту сообщается о выполнении заявки. Ремонт телефонов на дому требует около 40 минут (вместе с дорогой), кроме того, может потребоваться повторный приезд мастера (около в 40% случаях).

Вариант 4

В поликлинике работают три специалиста: лор, хирург и терапевт. Больные приходят в поликлинику через каждые 8 минут и сначала направляются в регистратуру. В регистратуре их обслуживают в течение 5 минут, после чего больные направляются к разным врачам со следующими вероятностями: 0.25 — лору, 0.25 — к хирургу и 0.5 — к терапевту. После лора и хирурга все больные покидают поликлинику. После терапевта поликлинику покидают только 40% больных, 20% терапевт направляет снова в регистратуру (надо взять новый талон, либо неправильно оформлена карточка). Остальные больные направляются терапевтом к лору либо к хирургу (в соотношении 65:35 соответственно). Терапевт

обслуживает больного в среднем 12 минут, хирург — 15 минут, лор — 10 минут.

Вариант 5

В аэропорту системы продажи и регистрации авиабилетов связаны единой информационной сетью, которая включает в себя кассы аэропорта, диспетчера по транзиту и регистрацию билетов при посадке. Пассажиры прибывают в аэропорт в среднем каждые 30 секунд. Примерно 20% пассажиров направляются в кассы, 20% — к диспетчеру по транзиту и остальные — на регистрацию. Кассир обслуживает клиента в среднем 2.5 минуты, причем 60% клиентов покупают билет и направляются на регистрацию, а остальным купить билет не удается и они покидают аэропорт. Диспетчер по транзиту удовлетворяет половину запросов и направляет их в кассу, остальные также без результата покидают аэропорт. При регистрации авиабилетов могут возникнуть накладки, в этом случае пассажиры направляются к диспетчеру по транзиту (5%). Остальные пассажиры благополучно проходят регистрацию и улетают. Диспетчер по транзиту тратит на каждого человека в среднем по 1.2 минуты, регистрация длится в среднем одну минуту.

Вариант 6

В ателье по пошиву одежды различаются четыре отдельных системы: консультант по моделям одежды, приемщик заказов, закройщик и мастер по пошиву. Посетители приходят в ателье в среднем каждые 40 минут. Часть из них (около 60%) сразу направляется к приемщику заказов, а часть — сначала обращается к консультанту по моделям, который обслуживает клиента в среднем 20 минут, и только потом переходят к приемщику заказов. Приемщик обслуживает каждого клиента в среднем 30 минут, после чего заказ направляется к закройщику, который затрачивает на него в среднем 1 час. Наконец, заказ поступает к мастеру по пошиву одежды, который затрачивает на него примерно 3 часа. После мастера половина заказов в среднем готова и выдается клиенту, половина же требует дополнительной примерки и доработки, т.е. возвращается снова к мастеру по пошиву.

Вариант 7

В мебельный магазин покупатели приходят в среднем каждые 5 минут. Они осматривают предложенные образцы и после этого около 40% покупателей не найдя нужного им товара, покидают магазин. Остальные покупают мебель, среднее время обслуживания покупателя составляет 10 минут. После покупки мебели около 20% покупателей увозят ее своим

транспортом, остальные пользуются службой доставки магазина, при этом часть мебели берется со склада (60%), а остальная часть — прямо в магазине. Время, требуемое на доставку мебели со склада, составляет 20 минут (для этого используется отдельно складской транспорт). Время, требуемое на доставку товара на дом покупателю, составляет в среднем 40 минут (транспорт для доставки мебели на дом).

Вариант 8

Партии комплектующих деталей поступают в цех сборки в среднем каждую минуту. В этом цеху изделие собирается целиком и отправляется в отдел технического контроля для проверки. При проверке изделий признаются годными только 40%, остальные требуют доработки. Причем часть негодных изделий имеют мелкие недоработки и отправляются в цех наладки, после которого снова попадают в ОТК, а часть негодных изделий имеют серьезные неполадки, допущенные при сборке, и отправляются снова в цех сборки. Соотношение этих изделий составляет 5:1 соответственно. На сборку одного изделия затрачивается в среднем 3 минуты, на проверку качества - 30 секунд и на наладку - 2 минуты.

Вариант 9

Больные приходят в поликлинику в среднем каждые 5 минут и обращаются в регистратуру за талоном к врачу или за карточкой. Регистратор обслуживает посетителя в среднем в течение трех минут. После регистратуры больной направляется к врачу. Врач осматривает больного и назначает лечение. В 40% случаях больному достаточно одного визита к врачу, в 50% - врач назначает время повторного посещения для больного, в остальных случаях пациент направляется на сдачу анализов, после чего он снова должен прийти к врачу. Все повторные посещения врача проходят без обращения в регистратуру. Врачу выделяется на каждого больного в среднем по 12 минут. Анализы производятся в течение одного часа.

Вариант 10

В почтовое отделение посетители заходят в среднем через каждые 4 минуты. Примерно 60% посетителей направляются в отдел переводов (получить перевод, отправить заказное письмо, оформить подписку), а остальные приходят для отправления/получения посылки или бандероли и для этого направляются в соответствующий отдел. Среди клиентов, отправляющих посылки, около 20% вынуждены повторно обратиться в этот же отдел (неправильно заполнили бланки; после того, как им завернули бандероль, необходимо надписать адрес и т.д.). После отдела отправки посылок 40% посетителей направляются в отдел переводов. Бу-

дем считать, что после отдела переводов все клиенты покидают почтовое отделение. Среднее время обслуживания в отделе переводов - 3 минуты, в отделе посылок - 6 минут.

Вариант 11

В аэропорт заходят пассажиры в среднем каждые 40 секунд. Половина из них имеет на руках билеты и сразу же направляется на регистрацию, другая половина не имеет билетов и поэтому сначала обращается в кассу аэропорта. Кассир обслуживает каждого клиента в среднем 2 минуты, причем билеты приобретают только 80% человек, остальные получают отказ из-за отсутствия мест и после этого покидают аэропорт. Пассажиры, купившие билет, направляются на регистрацию. Регистрация билетов производится в среднем в течение одной минуты. После регистрации, ожидая посадки в самолет, часть пассажиров (около 30%) направляется в буфет, остальные просто находятся в зале ожидания. Буфетчица обслуживает клиентов в среднем за 3 минуты.

Вариант 12

В предварительных железнодорожных кассах работают кассы и справочная служба. Посетители заходят в кассы примерно каждые 5 минут, причем 60% посетителей направляется сразу в кассу, а остальные - в справочную службу. Справочная обслуживает каждого клиента в среднем 3 минуты. В зависимости от полученной справки (есть или нет места на нужные поезда, есть или нет удобный маршрут следования и т.д.) посетители либо направляются в кассу (около 70%), либо уходят. На работу с клиентом кассир затрачивает в среднем 7 минут. При этом 60% посетителей приобретают билеты и уходят, половина оставшихся направляется кассиром в справочную службу, а вторая половина вынуждена прийти в кассу в следующий раз, когда будет получена информация или бронь.

Вариант 13

В магазине находится два отдела и касса, общая для двух отделов. Покупатели заходят в магазин в среднем каждые 2.5 минуты. Половина из них направляется в 1-й отдел, вторая половина - во 2-й. После первого отдела около 60% покупателей направляется сразу в кассу и после этого покидает магазин, остальные направляются во второй отдел. После второго отдела около 40% покупателей направляются в кассу и покидают магазин, остальные заходят еще и в первый отдел. Среднее время обслуживания в 1-м отделе - 4 минуты, во втором - 3,5 минуты, кассир обслуживает покупателей в среднем за 2 минуты.

Вариант 14

На станции автообслуживания выполняются следующие услуги: заправка бензина, мойка автомашин, мелкий ремонт. Примерно 60% машин, прибывающих на станцию, направляются на заправку бензина, половина оставшихся - на мойку и остальные нуждаются в мелком ремонте. После мойки все машины уезжают, эта операция занимает около 15 минут. После мелкого ремонта половина машин уезжает, а половина направляется на заправку бензина. После заправки бензина половина машин также уезжает, а вторая половина направляется на мойку. Машины прибывают на станцию в среднем каждые 8 минут, время ремонта в среднем составляет 30 минут, заправка бензина длится в среднем 5 минут.

Вариант 15

После первичной термообработки в печи детали поступают в цех доводки, в котором проходят два этапа обработки и технический контроль. Время обработки детали на первом этапе составляет в среднем 7 секунд, на втором этапе - 8 секунд. При выходе из цеха детали проверяются контролером ОТК. 80% деталей пропускается контролером, а 20% направляется на повторную обработку в цех, причем половина из них отправляется на первый этап обработки, половина - на второй (в зависимости от степени брака). Время между поступлениями деталей в цех равно в среднем 6 секунд, время технического контроля составляет 5 секунд.

Вариант 16

В женском отделении парикмахерской можно сделать прическу у парикмахера либо маникюр у маникюрщицы. Посетители приходят в отделение через каждые 10 минут, 10% из них приходят сделать маникюр, остальные - к парикмахеру. Парикмахер обслуживает клиента в среднем в течение 20 минут, после чего 40% клиентов покидают парикмахерскую. 35% клиентов делают завивку и поэтому ждут очередного захода к парикмахеру, из них 25%, чтобы не терять времени, делают маникюр, после которого снова направляются к парикмахеру. Оставшиеся 25% клиентов после парикмахера идут делать маникюр. Маникюрщица тратит на каждого клиента в среднем по 22 минуты. Все клиенты после маникюрщицы покидают парикмахерскую.

Вариант 17

В оптике, где посетитель может заказать или купить очки, работает также врач-окулист. Посетители, которые приходят в среднем каждые 5 минут, могут либо сразу обратиться в отдел заказов на очки, либо пройти

к врачу за рецептом (около 40% посетителей). Врач затрачивает на каждого посетителя в среднем по 7 минут. Заказ на очки принимается примерно 5 минут, причем в продаже могут оказаться подходящие для клиента очки, тогда он их покупает и покидает оптику насовсем. 80% клиентов вынуждены заказывать индивидуальное изготовление очков. На выполнение заказа в мастерской оптики требуется в среднем около одного часа, после чего клиент может получить свои очки через отдел заказов.

Вариант 18

В аптеке есть два отдела: отдел готовых лекарств и рецептурный отдел. Посетители приходят в аптеку в среднем через каждые 2.5 минуты. Половина посетителей направляется в отдел готовых лекарств, после чего покидают аптеку. Вторая половина посетителей обращается в рецептурный отдел. В 50% случаях клиент сразу же получает готовое лекарство по рецепту, в остальных случаях готового лекарства нет и клиент должен зайти еще раз за изготовленным лекарством. После рецептурного отдела примерно 20% посетителей заходит еще и в отдел готовых изделий, остальные просто покидают аптеку. Время обслуживания в отделе готовых изделий равно в среднем 2 минуты, в рецептурном отделе - 5 мин.

Вариант 19

Городская адресная справка включает в себя два отделения: отдел приема заказа и отдел поиска требуемого абонента. Запросы на поиск отдельных лиц поступают в среднем каждые 5 минут. Прием заказа выполняется в среднем около 2 минут, причем после этого около 5% заказов отсеиваются за невозможностью выполнения (мало данных). После приема заказ передается на выполнение. На поиск абонента затрачивается в среднем 10 минут, после чего 70% клиентов получают необходимую информацию, а для 30% необходимая информация не получена и заказ снова передается в отдел приема заказов для дополнительной работы с клиентом (уточнения или изменения запроса).

Вариант 20

В мастерской по ремонту холодильников существуют две службы: ремонт холодильников на дому и ремонт холодильников в ателье. Заявки на ремонт поступают в мастерскую в среднем каждые 30 минут. Около 30% из них требуют ремонта холодильника в мастерской, на обслуживание такой заявки в среднем затрачивается 4,5 часа. Заявки на ремонт на дому выполняются мастером в течение 1.8 часа (включая дорогу), причем после этого выполненными являются около 60% заявок, 30% заявок тре-

буют повторного прихода мастера, а остальные 10% - ремонта холодильника в мастерской.

Вариант 21

В салон красоты посетители приходят в среднем каждые десять минут. В салоне находится три службы: парикмахер, массажист и косметолог. Примерно 30% посетителей направляется к парикмахеру, 35% - к массажисту и 35% - к косметологу. После каждой службы около 30% посетителей покидает салон, а остальные в равной степени направляются к двум другим службам. У парикмахера и массажиста посетитель проводит в среднем 40 минут, у косметолога - 30.

Вариант 22

В одном из подразделений городской сотовой связи работают два отдела: отдел продаж и отдел заключения договоров. Посетители заходят в среднем каждые пять минут, причем часть из них направляется в отдел продаж (30%), а остальные идут в отдел заключения договоров (заключить договор на обслуживание, изменить тариф оплаты, выяснить спорные вопросы и т.д.). После отдела продаж половина посетителей направляется сразу в кассу, а половина - в отдел заключения договоров. Будем считать, что после отдела заключения договоров, в котором на работу с одним клиентом затрачивается примерно 10 минут, все посетители направляются в кассу. Отдел продаж работает с клиентом примерно 8 минут, касса обслуживает посетителя в среднем 3 минуты.

Вариант 23

В городской архив частные лица или организации могут обратиться за получением различных справок. Прием посетителей ведется отдельной службой, которая занимается приемом и выдачей заявок, уточнением необходимых данных и т.д. После приема заявки она передается либо в информационный отдел (здесь информация хранится в базах данных) - примерно 40% заявок, либо в бумажный архив (60% заявок). Примерно в 20% случаях информационный отдел не может найти нужную информацию и передает заявку для поиска в бумажный архив. После того, как вся необходимая информация найдена (или не найдена) соответствующий отдел оформляет требуемую справку и передает ее в службу работы с посетителями для выдачи клиенту. Посетители обращаются в архив в среднем каждые 14 минут, служба работы с посетителями затрачивает на клиента в среднем 5 минут, на поиск и обработку запроса в базе данных затрачивается в среднем 10 минут, поиск в бумажном архиве занимает в среднем 30 минут.

3.3 Лабораторная работа «Планирование эксперимента первого порядка»

Цель работы

Целью данной работы является изучение особенностей построения планов первого порядка, получения навыков проведения эксперимента, а также обработки и анализа полученных результатов.

Рекомендации по подготовке к работе

Рассматривается многоканальная марковская СМО. В каждом варианте заданы интервалы возможных изменений ее характеристик.

В предположении о линейной зависимости между откликом и факторами построить план эксперимента в соответствии с вариантом задания.

Для проведения эксперимента построить модель многоканальной СМО на GPSS. Помните, что в Марковских СМО время прихода заявок в систему и время обслуживания подчиняются экспоненциальному закону распределения. Если в вашем варианте количество каналов не является исследуемым фактором, то для проведения эксперимента возьмите постоянное количество каналов из интервала, предложенного в варианте (для обеспечения стационарности системы). Время моделирования необходимо выбирать достаточно большое для обеспечения стохастической сходимости результатов эксперимента.

Перед проведением эксперимента необходимо определить необходимое количество повторений эксперимента в зависимости от требуемой точности. Для этого необходимо провести следующие вычисления: пусть мы хотим построить такую оценку X истинного среднего значения m совокупности, что

$$P\{m - d \leq X \leq m + d\} = 1 - \alpha,$$

где X – выборочное среднее,

$1 - \alpha$ – вероятность того, что интервал $m \pm d$ содержит X .

Тогда необходимый объем выборки определяется по формуле

$$N = (\sigma \cdot Z_{\alpha/2})^2 / d^2,$$

где $Z_{\alpha/2}$ – двусторонняя стандартная нормальная статистика (допустимая величина риска),

d – допустимая разность между оценкой и истинным значением параметра,

σ - величина изменчивости совокупности (необходимо либо знать, либо выявить в результате эксперимента).

Если это возможно, следует определить дисперсию выхода с помощью пробного эксперимента и получить оценку S^2 дисперсии, а затем вычислить полное число необходимых наблюдений. Тогда

$$N = t^2 \cdot S^2 / d^2,$$

где t – табулированная величина для заданного доверительного интервала и числа степеней свободы начальной выборки, d – половина ширины доверительного интервала.

После проведения эксперимента рассчитать значения коэффициентов регрессионного уравнения первого порядка. Коэффициенты рассчитываются по следующим формулам:

$$\forall i = 0, k \quad b_i = \sum_j x_{ji} \cdot \bar{y}_j / N$$

где i – номер фактора,

j – номер опыта,

k – количество факторов,

N – количество опытов в эксперименте,

x_{ji} – нормализованное значение i -го фактора в j -м опыте,

\bar{y}_j – среднее значение отклика в j -м опыте (по количеству повторений эксперимента).

Проверить адекватность модели по следующим показателям:

1) сравнив дисперсию адекватности и выборочную дисперсию по критерию Фишера;

2) проверив модель на линейность путем сравнения свободного коэффициента и среднего значения отклика в центре эксперимента по критерию Стьюдента.

После проверки модели на адекватность, независимо от результатов проверки, необходимо определить значимость коэффициентов регрессии по критерию Стьюдента.

По результатам всех проверок необходимо сделать выводы о возможности дальнейшего использования полученной модели, а также дать

рекомендации последующих действий: все ли факторы значимы, линейна ли зависимость между факторами и откликом, есть ли необходимость построения планов второго порядка и т.д.

Порядок проведения работы

- 1) Построить план первого порядка в соответствии с вариантом задания.
- 2) Определить необходимое количество повторений эксперимента в зависимости от требуемой точности.
- 3) Построить модель многоканальной Марковской СМО на языке моделирования GPSS.
- 4) Провести эксперимент.
- 5) Рассчитать значения коэффициентов регрессии уравнения первого порядка.
- 6) Проверить модель на адекватность.
- 7) Проверить модель на линейность (для этого необходимо провести дополнительный опыт в центре эксперимента).
- 8) Проверить значимость коэффициентов.

Варианты заданий

Планы экспериментов

N варианта	Тип плана	Входные переменные			Выходные переменные		
		Время прихода	Время обслуживания	кол-во каналов	ср. время в очереди	ср. длина очереди	коэф. загрузки
1	ПФЭ	+	+		+		
2	ДФЭ	+	+	+		+	
3	ДФЭ	+	+	+			+
4	ДФЭ	+	+	+	+		
5	ПФЭ	+	+			+	
6	ПФЭ	+	+				+
7	ПФЭ	+	+		+		
8	ДФЭ	+	+	+		+	
9	ДФЭ	+	+	+			+
10	ДФЭ	+	+	+	+		
11	ПФЭ	+	+			+	
12	ПФЭ	+	+				+
13	ПФЭ	+	+		+		

N варианта	Тип плана	Входные переменные			Выходные переменные		
		Время прихода	Время обслуж-жив-я	кол-во кана-лов	ср. вре-мя в очереди	ср. дли-на оче-реди	коэф. загрузки
14	ДФЭ	+	+	+	+		
15	ДФЭ	+	+	+			+
16	ДФЭ	+	+	+		+	
17	ПФЭ	+	+			+	
18	ПФЭ	+	+				+
19	ПФЭ	+	+		+		
20	ДФЭ	+	+	+		+	
21	ДФЭ	+	+	+			+
22	ДФЭ	+	+	+	+		

Требуемая точность

N варианта	d
1,6,5,7,10,12,20-22	$\sigma/2$
2,4,3,8,14,15,16	$2\sigma/3$
9,11,13,17-19	$3\sigma/5$

Значения факторов

N варианта	Значение уровня	Время прихода	Время обслужив-я	Количество каналов
1-3	-1	100	560	6
	+1	110	580	8
4-6	-1	50	350	8
	+1	60	380	10
7-8	-1	65	450	8
	+1	75	500	12
9-10	-1	30	200	9
	+1	40	240	11
11-12	-1	10	40	5
	+1	12	48	5
13-16	-1	30	200	9
	+1	50	260	11
17-19	-1	100	560	6
	+1	110	580	8
20-22	-1	60	350	8
	+1	70	400	10

4 Методические указания к проведению контрольной работы

Содержание контрольной работы

1. Определить номер варианта и привести полный текст задания. Номер варианта определяется как остаток от деления на 10 числа из двух последних цифр зачетной книжки. Если остаток от деления равен нулю, то номер варианта принимается равным 10.

2. В первой задаче варианта построить генератор последовательностей случайных чисел с заданным законом распределения, используя метод нелинейных преобразований. Примечание: при выводе формулы обращайтесь внимание на интервал возможных значений генерируемой случайной величины.

3. Во второй задаче варианта построить план эксперимента с обязательным указанием – какие эффекты взаимодействия замещаются какими линейными эффектами.

4. Третья задача относится к планированию эксперимента. Определить заданные характеристики плана эксперимента.

5. В четвертой задаче определите тип описываемой СМО; нарисуйте граф переходов для данной СМО; проверьте, если необходимо, стационарность СМО; рассчитайте требуемые характеристики СМО.

6. В пятой задаче постройте граф передач для описанной сети СМО; постройте матрицу передач; рассчитайте интенсивность потоков для каждой СМО; проверьте стационарность сети; если сеть нестационарна, подберите необходимое количество каналов в соответствующих СМО и добейтесь стационарности сети.

Пример выполнения контрольной работы дан в приложении 1.

Варианты заданий

Вариант 1.

1. $f(y) = 1 - 0.5y, \quad y \in [0, 2]$

2. Построить план ДФЭ 1-го порядка 2^{5-2} .

3. Предположим, что потребление воды в городе имеет нормальное распределение. Мы хотим оценить среднее потребление воды в день так, чтобы ошибка не превышала ± 2000 л с вероятностью 0.95. Известно, что разумная область разброса потребления воды составляет 25 тыс. л/день. Каков должен быть необходимый для этого исследования объем выборки (сколько дней следует промоделировать)?

4. Интенсивность прихода заявок в одноканальную СМО равна 5, обслуживания – 6. Очередь в СМО неограничена. Найти:

- а) вероятность того, что в системе находится ровно три заявки;
- б) вероятность занятости системы;
- в) вероятность отказа;
- г) вероятность того, что есть требования в очереди;
- д) среднее время ожидания в очереди.

5. Партии комплектующих деталей поступают в цех сборки в среднем каждую минуту. В этом цеху изделие собирается целиком и отправляется в отдел технического контроля для проверки. При проверке изделий признаются годными только 40%, остальные требуют доработки. Причем часть негодных изделий имеют мелкие недоработки и отправляются в цех наладки, после которого снова попадают в ОТК, а часть негодных изделий имеют серьезные неполадки, допущенные при сборке и отправляются снова в цех сборки. Соотношение этих изделий составляет 5:1 соответственно. На сборку одного изделия затрачивается в среднем 3 минуты. На проверку качества – 30 секунд и на наладку – 2 минуты.

Вариант 2.

1. $f(y) = 2 - 2y, \quad y \in [0,1]$

2. Построить план ДФЭ 1-го порядка 2^{6-3} .

3. Исследователь разработал имитационную модель, требующую 5 мин. на один прогон. У него осталось 20 000 рублей для оплаты машинного времени, которое стоит 190 руб/час. Структурная модель его полного факторного эксперимента содержит 4 фактора по 3 уровня каждый. Сколько повторений эксперимента он может допустить?

4. Два рабочих обслуживают группу из шести станков. Остановки каждого работающего станка происходят в среднем каждые полчаса. Процесс наладки занимает в среднем 10 мин.

Определить:

- а) среднее число занятых рабочих;
- б) среднее количество неисправных станков;
- в) вероятность того, что все станки исправны;
- г) среднее время простоя станка из-за неисправности.

5. Больные приходят в поликлинику в среднем каждые 5 минут и обращаются в регистратуру за талоном к врачу или за карточкой. Регистратор обслуживает посетителя в среднем в течение трех минут. После регистратуры больной направляется к врачу. Врач осматривает больного и назначает лечение. В 40% случаев больному достаточно одного визита к врачу, в 50% — врач назначает время повторного посещения больного, в остальных случаях пациент направляется на сдачу анализов, после чего

он снова должен прийти к врачу. Все повторные посещения врача проходят без обращения в регистратуру. Врачу выделяется на каждого больного в среднем по 12 минут. Анализ производится в течение одного часа.

Вариант 3.

1. $f(y) = 4 - 8y$, $y \in [0, 0.5]$
2. Построить план ДФЭ 1-го порядка 2^{6-2} .
3. Разработанная имитационная модель требует 5 минут на один прогон. Структурная модель полного факторного эксперимента содержит 3 фактора по 3 уровня и требует 30 повторений эксперимента. В день на исследование можно выделить не более 40 минут машинного времени. Сколько потребуется дней для проведения эксперимента?

4. Автозаправочная станция содержит 3 заправочные колонки. Поток машин, прибывающих для заправки, имеет интенсивность 2 маш./мин. Процесс заправки продолжается в среднем 1 мин.

Определить:

- а) среднее число машин, ожидающих заправки;
 - б) среднее число машин на станции;
 - в) среднее время ожидания машин в очереди;
 - г) среднее время пребывания на станции.
5. В почтовое отделение посетители заходят в среднем через каждые 4 минуты. Примерно 60% посетителей направляются в отдел переводов (получить перевод, отправить заказное письмо, оформить подписку), а остальные приходят для отправления/получения посылки или бандероли и для этого направляются в соответствующий отдел. Среди клиентов, отправляющих посылки, около 20% вынуждены повторно обратиться в этот же отдел (неправильно заполнили бланки; после того, как им завернули бандероль, необходимо надписать адрес и т.д.). После отдела отправки посылки 40% посетителей направляются в отдел переводов. Будем считать, что после отдела переводов все клиенты покидают почтовое отделение. Среднее время обслуживания в отделе переводов – 3 минуты, в отделе посылок – 6 минут.

Вариант 4.

1.
$$f(y) = \begin{cases} 0.3125(2 + y) & -2 \leq y \leq 0 \\ \frac{2}{1.2 * 3.2}(1.2 - y) & 0 \leq y \leq 1.2 \end{cases}$$

2. Построить план эксперимента 2-го порядка для трех факторов.

3. Необходимо оценить среднесуточное потребление электроэнергии в городе так, чтобы оценка с вероятностью 0.95 лежала в пределах +6200 квт/день. При этом известно, что область разброса потребления электроэнергии составляет приблизительно 60 тыс квт/день. Сколько дней необходимо промоделировать, чтобы получить требуемые результаты?

4. Двухканальная СМО с отказами представляет собой две телефонные линии. Заявка-вызов, пришедший в момент, когда обе линии заняты, получает отказ. Интенсивность потока вызовов $\lambda = 0,8$ (вызовов в мин). Средняя продолжительность разговора – 1,5 мин. Определить:

- а) относительную пропускную способность;
- б) абсолютную пропускную способность;
- в) среднее количество заявок в системе;
- г) среднее время нахождения заявки в систем;
- в) вероятность того, что оба канала заняты.

5. В аэропорт заходя пассажиры в среднем каждые 40 секунд. Половина из них имеет на руках билеты и сразу же направляется на регистрацию, другая половина не имеет билетов и поэтому сначала обращается в кассу аэропорта. Кассир обслуживает каждого клиента в среднем 2 минуты, причем билеты приобретают только 80% человек, остальные получают отказ из-за отсутствия мест и после этого покидают аэропорт. Пассажиры, купившие билет, направляются на регистрацию. Регистрация билетов производится в среднем в течение одной минуты. После регистрации, ожидая посадки в самолет, часть пассажиров (около 30%) направляется в буфет, остальные просто находятся в зале ожидания. Буфетчица обслуживает клиентов в среднем 3 минуты.

Вариант 5.

1. $f(y) = 0.5y + 1, \quad y \in [0,1]$

2. Построить план ДФЭ 1-го порядка 2^{7-3} .

3. Для получения требуемой точности необходимо провести 100 экспериментов. Имеется 10 тыс.рублей для оплаты машинного времени, которое стоит 190 руб/час. Требуется 3 мин. на один прогон. Модель содержит 3 фактора по 3 уровня. Уложится ли экспериментатор в имеющуюся сумму? Если нет, то для какого количества факторов он сможет провести исследования?

4. Рабочий обслуживает группу из трех станков. Каждый станок останавливается в среднем 2 раза в час. Процесс наладки занимает в среднем 8 мин.

Определить:

- а) вероятность занятости рабочего;
- б) его абсолютную пропускную способность;

в) среднее количество неисправных станков;

г) среднее время простаивания станка.

5. В предварительных железнодорожных кассах работают кассы и справочная служба. Посетители заходят в кассы примерно каждые 5 минут, причем 60% посетителей направляется сразу в кассу, а остальные – в справочную службу. Справочная обслуживает каждого клиента в среднем 3 минуты. В зависимости от полученной справки (есть или нет места на нужные поезда, есть или нет удобный маршрут следования и т.д.) посетители либо направляются в кассу (около 70%), либо уходят. На работу с клиентом кассир затрачивает в среднем 7 минут. При этом 60% посетителей приобретают билеты и уходят, половина оставшихся направляется кассиром в справочную службу, а вторая половина вынуждена прийти в кассу в следующий раз, когда будет получена информация или бронь.

Вариант 6.

$$1. f(y) = \begin{cases} 0.5(1+y) & -1 \leq y \leq 0 \\ \frac{1}{6}(3-y) & 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$$

2. Построить план эксперимента второго порядка для четырех факторов.

3. Пусть необходимо оценить среднесуточный разброс потребления воды в городе так, чтобы степень близости оценки к истинной дисперсии составляла 0.03 с вероятностью 0.95. Каков должен быть необходимый для этого исследования объем выборки (сколько дней необходимо промоделировать)?

4. На железнодорожную сортировочную горку прибывают составы с интенсивностью 2 состава в час. Среднее время, в течение которого горка обрабатывает состав, равно 0,4 часа. Составы, пришедшие в момент, когда горка занята, становятся в очередь. Найти:

а) среднее число составов, ожидающих в очереди;

б) среднее время ожидания состава;

в) среднее время нахождения состава на станции;

г) вероятность того, что сортировочная станция будет простаивать в ожидании очередного состава.

5. После первичной термообработки в печи детали поступают в цех доводки, в котором проходят два этапа обработки и технический контроль. Время обработки детали на первом этапе составляет в среднем 7 секунд, на втором этапе – 8 секунд. При выходе из цеха детали проверяются контролером ОТК. 80% деталей пропускается контролером, а 20% направляется на повторную обработку в цех, причем половина из них

отправляется на первый этап обработки, половина – на второй (в зависимости от степени брака). Время между поступлениями деталей в цех равно в среднем 10 секундам, время технического контроля составляет 5 секунд.

Вариант 7.

1. $f(y) = 0.5 - 0.125y$, $y \in [0,4]$
2. Построить план ДФЭ 1-го порядка 2^{8-4} .
3. Разработанная имитационная модель требует 2 минуты на один прогон. Структурная модель полного факторного эксперимента содержит 3 фактора по 4 уровня и требует 150 повторений эксперимента. В день на исследование можно выделить не более 60 минут машинного времени. Сколько потребуются дней для проведения эксперимента?
4. На автозаправочной станции находится 2 заправочные колонки. Площадка при станции допускает пребывание в очереди на заправку не более трех машин одновременно. Поток машин, прибывающих для заправки, имеет интенсивность 2 маш./мин. Время обслуживания одной машины составляет в среднем 1 мин. Найти:
 - а) вероятность отказа;
 - б) среднее число занятых колонок;
 - в) среднее число машин в очереди;
 - г) абсолютную пропускную способность станции.
5. В магазине находится два отдела и касса, общая для двух отделов. Покупатели заходят в магазин в среднем каждые 2,5 минуты. Половина из них направляется в 1-й отдел, вторая половина — во 2-й. После первого отдела около 60% покупателей направляется сразу в кассу и после этого покидает магазин, остальные направляются во второй отдел. После второго отдела около 40% покупателей направляются в кассу и покидают магазин, остальные заходят еще и в первый отдел. Среднее время обслуживания в 1-м отделе — 4 минуты, во втором — 3,5 минуты, кассир обслуживает покупателей в среднем за 2 минуты.

Вариант 8.

1. $f(y) = 2y + 1y$, $y \in [0,1]$
2. Построить план ДФЭ 1-го порядка 2^{9-5} .
3. Исследователь разработал имитационную модель, требующую 0.75 минут на один прогон. Структурная модель его полного факторного эксперимента содержит 3 фактора по 4 уровня. В его распоряжении есть неделя, причем каждый день он может работать не более пяти часов.

Сколько повторений эксперимента он может успеть проделать и сколько это ему будет стоить, если машинное время стоит 140 руб/час?

4. На авторемонтной станции работают трое рабочих. Интенсивность поступления машин на ремонт составляет 2 машины в день. Среднее время ремонта одной машины – 1 день. Если кто-то из рабочих свободен, то он помогает товарищам.

Определить:

- а) вероятность того, что на ремонте находится только одна машина
- б) среднее число машин, находящихся в ремонте;
- в) вероятность того, что каждый рабочий ремонтирует отдельную машину.

5. На станции обслуживания выполняются следующие услуги: заправка бензина, мойка машин, мелкий ремонт. Примерно 60% машин, прибывающих на станцию, направляются на заправку бензина, половина оставшихся – на мойку и остальные нуждаются в мелком ремонте. После мойки все машины уезжают, эта операция занимает около 15 минут. После мелкого ремонта половина машин уезжает, а половина направляется на заправку бензина. После заправки бензина половина машин также уезжает, а вторая половина направляется на мойку. Машины прибывают на станцию в среднем каждые 8 минут, время ремонта в среднем составляет 30 минут, заправка бензина длится в среднем 5 минут.

Вариант 9.

1.
$$f(y) = \begin{cases} 0.25(2 + y) & -2 \leq y \leq 0 \\ 0.25(2 - y) & 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

2. Построить план ДФЭ 1-го порядка 2^{7-2} .

3. Необходимо оценить среднесуточный разброс потребления электроэнергии в городе так, чтобы степень близости оценки к истинной дисперсии с вероятностью 0.95 составляло 0.02. Сколько дней необходимо промоделировать, чтобы получить требуемые результаты (определить требуемый объем выборки)?

4. Интенсивность прихода заявок в двухканальную СМО с отказами равна 4, интенсивность обслуживания – 3.

Найти:

- а) вероятность того, что в системе нет ни одной заявки;
- б) среднее время обслуживания;
- в) среднее количество заявок в системе;
- г) среднее время пребывания заявки в системе.

5. В оптике, где посетитель может заказать или купить очки, работает также врач-окулист. Посетители, которые приходят в среднем каждые 5

минут, могут либо сразу обратиться в отдел заказов на очки, либо пройти к врачу за рецептом (около 40% посетителей). Врач затрачивает на каждого посетителя в среднем по 7 минут. Заказ на очки принимается примерно 5 минут, причем в продаже могут оказаться подходящие для клиента очки, тогда он их покупает и покидает оптику насовсем. 80% клиентов вынуждены заказывать индивидуальное изготовление очков. На выполнение заказа в мастерской оптики требуется в среднем около одного часа, после чего клиент может получить свои очки через отдел заказов.

Вариант 10.

1. $f(y) = 5 - 12.5y$, $y \in [0, 0.4]$
2. Построить план ДФЭ 1-го порядка 2^{8-3} .
3. Предположим, что потребление воды в городе имеет нормальное распределение. Мы хотим оценить среднее потребление воды в день так, чтобы ошибка не превышала +5000л с вероятностью 0.95. Известно, что разумная область разброса потребления воды составляет 150 тыс. л/день. Каков должен быть необходимый для этого исследования объем выборки (сколько дней следует промоделировать)?
4. На авторемонтной станции работают трое рабочих. Интенсивность поступления машин на ремонт составляет 5 машин в день. Среднее время ремонта одной машины – 2 дня. Если кто-то из рабочих свободен, то он помогает своим товарищам. Если на станции есть уже 3 машины, то очередная машина получает отказ.
Определить:
 - а) вероятность отказа;
 - б) вероятность того, что каждый рабочий ремонтирует отдельную машину;
 - в) абсолютную пропускную способность станции;
 - г) вероятность того, что все рабочие свободны.
5. В аптеке есть два отдела: отдел готовых лекарств и рецептурный отдел. Посетители приходят в аптеку в среднем через каждые 2,5 минуты. Половина посетителей направляется в отдел готовых лекарств, после чего покидает аптеку. Вторая половина посетителей обращается в рецептурный отдел. В 50% случаев клиент сразу же получает готовое лекарство по рецепту, в остальных случаях готового лекарства нет, и клиент должен зайти еще раз за изготовленным лекарством. После рецептурного отдела примерно 20% посетителей заходит еще и в отдел готовых изделий, остальные просто покидают аптеку. Время обслуживания в отделе готовых изделий равно в среднем 2 минуты, в рецептурном отделе – 5 минут.

5 Методические указания для организации самостоятельной работы

5.1 Общие положения

Цель самостоятельной работы по дисциплине – проработка лекционного материала, самостоятельное изучение некоторых разделов курса, подготовка к лабораторным работам, тестам и контрольной работе.

Самостоятельная работа студента по дисциплине «Моделирование систем» включает следующие виды его активности:

1. проработка лекционного материала;
2. изучение тем теоретической части дисциплины, вынесенных для самостоятельной проработки;
3. подготовка к практическому занятию;
3. подготовка к лабораторным работам;
4. подготовка к контрольной работе;
5. подготовка к экзамену.

5.2 Проработка лекционного материала

При проработке лекционного материала необходимо:

а) отработать прослушанную лекцию (прочитать конспект, прочитать учебное пособие и сопоставить записи с конспектом, просмотреть слайды) и восполнить пробелы, если они имелись (например, если вы что-то не поняли или не успели записать);

б) перед каждой последующей лекцией прочитать предыдущую, дабы не тратилось много времени на восстановление контекста изучения дисциплины при продолжающейся теме.

Данный вид деятельности ориентирован как на закрепление материала, так и на подготовку к тестовым заданиям и контрольным работам.

Содержание лекций:

Методологические основы моделирования

В данном разделе рассматриваются основные понятия моделирования, определения и классификации.

Моделирование является одним из направлений научных исследований и тесно связано с другими направлениями (экспериментальными и теоретическими исследованиями). В свою очередь, модель является ос-

новным понятием моделирования. При рассмотрении функций моделей необходимо помнить, что одна и та же модель может выполнять одновременно несколько функций. Качество модели напрямую зависит от целей и задач моделирования, а также от имеющихся в наличии ресурсов.

В связи с тем, что не существует единой классификации моделей, рассматриваются только некоторые типовые группы моделей, которые могут быть положены в основу системы классификации. При изучении данного раздела желательно самостоятельно попытаться проклассифицировать любые известные модели по различным группам, либо придумать примеры моделей для различных систем классификаций. Обратит внимание на то, что при выборе и построении модели необходимо изучить как предметную область (функционирование системы), так и существующие виды моделей.

При рассмотрении этапов машинного моделирования необходимо помнить, что разбиение процесса моделирования на этапы является достаточно условным: некоторые этапы настолько тесно связаны между собой, что порядок их следования может изменяться в процессе исследований. Так, формулирование модели и подготовка данных – это два этапа, связанных между собой, и при их выполнении возможен неоднократный переход/возврат с одного этапа на другой. Также тесно взаимосвязаны этапы стратегического и тактического планирования: некоторые вопросы стратегического планирования не могут быть решены без этапа тактического, и наоборот. Кроме этого, с любого этапа моделирования при необходимости (в результате возникших вопросов и отрицательных выводов) возможен возврат практически к любому предыдущему этапу.

Организация статистического моделирования систем на ЭВМ

В данном разделе рассматривается метод статистического моделирования (МСМ) стохастических систем, а также различные методы генерации случайных воздействий.

В основе данного метода лежит идея построения моделирующего алгоритма с использованием метода Монте-Карло. базовой последовательностью МСМ является последовательность случайных чисел с равномерным законом распределения на интервале $[0,1]$. На основе данной последовательности моделируются случайные события, группы случайных событий и последовательности случайных чисел с различными законами распределения. В качестве выходных характеристик построенного алгоритма всегда выступают *оценки* различных параметров исследуемой системы. Именно поэтому необходимо помнить, что при построении алгоритма моделируемая ситуация должна повторяться *множественно* с дальнейшим усреднением результатов.

Так как при статистическом моделировании базовой последовательностью случайных чисел является последовательность с равномерным законом распределения на интервале $[0,1]$, то отдельное внимание уделено генерации квазиравномерных случайных чисел. Также рассматриваются различные методы проверок генераторов случайных чисел. В настоящее время наибольшее распространение получил алгоритмический способ генерации случайных чисел в связи с ростом быстродействия современных компьютеров, что существенно снижает основной недостаток данного способа (существенные затраты машинного времени). Поэтому все рассматриваемые методы генерации относятся к алгоритмическим.

Существует целый ряд методов генерации последовательностей случайных чисел с различными законами распределения. У каждого метода есть свои достоинства и недостатки. При изучении этих методов всегда обращайтесь внимание на следующие моменты: суть метода, преимущества метода по сравнению с другими, недостатки метода по сравнению с другими методами, а также на универсальность метода. Помните, что единственным точным методом является метод нелинейных преобразований, все остальные методы генерации являются приближенными. Для приближенных методов попытайтесь ответить на вопрос: каким образом можно повысить точность метода.

Внимание: сложность построения генератора не является существенным недостатком метода генерации. Намного важнее количество вычислений, необходимых для генерации одного случайного числа: этот фактор значительно влияет на быстродействие генератора.

В основе метода кусочной аппроксимации лежит идея разбиения интервала возможных значений моделируемой случайной величины на подинтервалы с дальнейшей аппроксимацией на каждом подинтервале заданного закона распределения равномерным законом. Разбиение производится таким образом, чтобы вероятность попадания случайной величины в каждый подинтервал была одинаковой. Это делается только для удобства генерации и не является обязательной составляющей метода!

Перед тем, как строить генератор случайных чисел, необходимо сначала ответить на вопрос: какому закону распределения подчиняется моделируемое воздействие? Идентификация закона распределения проводится в несколько этапов: построение гистограммы и выдвижение гипотезы о виде закона распределения; определение оценок параметров распределения по рассматриваемой последовательности случайных чисел; проверка гипотезы с помощью выбранного статистического критерия. При выборе критерия согласия в первую очередь обращайтесь внимание на обьем выборки исследуемой последовательности.

Программные средства моделирования систем

Существует большое количество различных языков моделирования. Все эти языки являются предметно ориентированными, причем каждый из них предназначен для моделирования определенного класса систем. При разработке моделей систем возникает целый ряд специфических трудностей, поэтому в языках имитационного моделирования предусмотрен набор специфических программных средств и понятий, которые дают преимущество этим языкам по сравнению с языками общего назначения.

В качестве наиболее яркого их представителя выбран язык моделирования GPSS. Этот язык нашел широкое распространение при исследовании систем массового обслуживания и включен во многие учебные курсы различных высших учебных заведений, как в нашей стране, так и за рубежом.

В основе языка GPSS лежит понятие транзакта: объекта, который может путешествовать по системе, встречая на своем пути различные задержки.

Внимание! Помните, что язык GPSS является предметно-ориентированным, поэтому всегда вкладывайте физический смысл в понятие транзакта в терминах рассматриваемой задачи. Аналогично, как только в модели вы вводите новое устройство или память (объекты языка, имитирующие единицу оборудования), также всегда необходимо представлять, что вы под этим понимаете в терминах задачи. Так, в качестве устройства или памяти может выступать продавец, кассир, рабочий, койка, но никак не процесс «лежать в больнице». Транзакты, генерируемые разными блоками в одной модели, могут иметь различный содержательный смысл. Например, транзакты, генерируемые одним блоком, могут представлять детали, обрабатываемые на конвейере. Транзакты, генерируемые другим блоком могут представлять рабочих, которые обслуживают данный конвейер и обрабатывают детали.

В различных блоках языка используются параметры, характеризующие интервалы времени. Помните, что с точки зрения языка единица времени абстрактна и не имеет физического смысла. Что понимается под единицей времени в модели, знает только исследователь, который эту модель строит. По условию задачи различные временные характеристики могут быть определены в разных масштабах (секунды, минуты, часы и т.д.). Приводите в модели все временные характеристики к единому масштабу, иначе модель будет функционировать неверно.

Внимание! Помните, что все блоки генерации в модели работают одновременно и независимо друг от друга. Поэтому, если в модели содержится несколько блоков генерации транзактов, то отдельные сегменты программы (начинающиеся с блока генерации и заканчивающиеся бло-

ком уничтожения транзактов) могут располагаться в любой последовательности. При перестановке таких сегментов ничего не меняется! Например, таймер в примерах всегда расположен в конце программы. Это определяется просто стилем программирования, но никак не необходимостью. Если таймер поставить в начало программы, модель будет работать точно так же: генераторы транзактов работают параллельно.

Транзакты также перемещаются по модели независимо друг от друга. По умолчанию каждый транзакт после генерации перемещается последовательно от блока к блоку до тех пор, пока не встретит занятое устройство/память или явную задержку. Перемещение одних транзактов не зависит от перемещения других.

При использовании блоков работы со статистическими очередями помните, что работа данных блоков никак не отражается на физическую организацию очередей транзактов и на перемещение или задержку транзактов в модели. Статистические очереди предназначены только для сбора статистики на определенном участке. Поэтому, если блоки работы с очередями расставлены некорректно, статистика по очереди может получить какой угодно, вплоть до отрицательных значений (если транзакты чаще покидают очередь, чем встают в нее).

При работе с устройством помните, что освобождать устройство должен тот же транзакт, который и занимал это устройство. В противном случае будет выдана ошибка моделирования. В отличие от устройства, при работе с памятью, освобождать память могут любые транзакты: как те, которые занимали данную память, так и те, которые эту память не занимали.

Внимание! В модели должен быть хотя бы один блок TERMINATE с заданным параметром A. В противном случае будет выдана ошибка, так как симулятор языка не будет знать, когда прекращать моделирование.

Теория массового обслуживания

В данном разделе рассматриваются некоторые вопросы теории массового обслуживания: общие сведения, классификация моделей МО, задачи теории МО.

Любое построение модели системы массового обслуживания (СМО) начинается с исследования потоков событий, проходящих через систему: входного потока, потока событий, поступающих из очереди на обслуживание, выходного потока. Поэтому до рассмотрения различных моделей СМО необходимо изучить существующие модели потоков событий и их свойства. Центральным в теории потоков является простейший или Пуассоновский поток. Простейший поток событий характеризуется двумя законами распределения (для разных характеристик потока). Время меж-

ду появлением событий распределено по экспоненциальному закону, а вероятность появления количества событий в промежуток времени характеризуется Пуассоновским законом распределения. Простейший поток среди прочих обладает свойством стационарности, поэтому интенсивность данного потока является детерминированной величиной и не зависит от времени.

Самыми простыми для исследования и построения аналитических моделей являются Марковские СМО, поэтому в данном разделе курса мы будем рассматривать только данный класс СМО. Помните, что для того, чтобы СМО была Марковской, должны выполняться два условия: во-первых, на вход системы должен поступать простейший поток; во-вторых, время обслуживания должно подчиняться экспоненциальному закону распределения.

Процесс построения аналитической модели СМО заключается в следующем: сначала строится матрица переходов, элементами которой являются вероятности переходов из одного состояния системы в другое. По матрице переходов строится система дифференцированных уравнений вероятностей состояний системы, которые называются уравнениями Колмогорова. Уравнения Колмогорова можно построить более простым образом: для этого строится граф переходов, на котором указываются только состояния системы и интенсивности переходов из одного состояния в другое. Существует правило построения уравнений Колмогорова по графу переходов.

Если рассматривать работу системы только в установившемся режиме, то для этого режима все дифференцированные уравнения превращаются в линейные (вероятности становятся константами и не зависят от времени). Решая систему линейных уравнений можно вывести формулы вероятностей состояний системы. Из вероятностей состояний системы можно получить формулы для любых количественных характеристик. Для характеристики СМО используются следующие показатели: среднее количество заявок в системе, средняя длина очереди, среднее количество занятых каналов обслуживания, вероятность отказа, относительная пропускная способность, абсолютная пропускная способность.

Для получения временных характеристик исследуемой системы используется формула Литтла, которая работает для любой СМО (среднее время нахождения заявки в системе и среднее время нахождения заявки в очереди). *Внимание!* При определении временных характеристик для замкнутой СМО помните, что в знаменателе формулы Литтла стоит интенсивность входного потока. Соответственно, для замкнутой СМО, у которой интенсивность входного потока меняется и зависит от количест-

ва заявок, находящихся в СМО, в знаменателе формулы Литтла должна стоять *средняя* интенсивность входного потока.

Внимание! Все выводимые формулы действительны только для систем в установившемся режиме. Если исследуемая СМО не имеет установившегося режима, то пользоваться полученными формулами нельзя! В этом случае необходимо решать систему дифференцированных уравнений и получать средние характеристики как функции времени. Проверку на стационарность (существование установившегося режима) необходимо проводить только для СМО с неограниченной очередью (без отказов). Для любой СМО, в которой очередь ограничена по каким-либо показателям (соответственно, не может расти до бесконечности), установившейся режим существует всегда.

При исследовании сети СМО прежде всего необходимо рассчитать интенсивности входных потоков на каждую СМО в отдельности. Для этого строится граф передач, по которому записывается матрица передач. По построенной матрице записывается систем линейных уравнений, решая которую можно получить интенсивности входных потоков для отдельных СМО.

Внимание! При построении графа передач и соответствующей ему матрицы передач внимательно следите за правильностью построения. Для самопроверки: из любой СМО *все* заявки должны уходить. Для выполнения этого условия на графе сумма вероятностей, соответствующих дугам, выходящим из данного состояния, должна равняться единице. Соответственно, в матрице передач, сумма вероятностей по любой строке должна равняться единице. Заявки поступают в сеть из источника, и покидают сеть в источник.

Планирование машинных экспериментов

Рассмотрите основные понятия планирования эксперимента: отклик, фактор, уровень, поверхность отклика. Обратите внимание на функцию отклика: в каких случаях необходимо строить планы первого или второго порядка. Рассмотрите, какое количество опытов необходимо для проведения полного факторного эксперимента.

Полный факторный эксперимент является избыточным. определите причины этого. В планах первого порядка для уменьшения избыточности используется дробный факторный эксперимент. Изучите принципы его построения. Ответьте на вопрос, почему дробный факторный эксперимент сохраняет все свойства полного, какими эффектами взаимодействия лучше заменять линейные эффекты в первую очередь, как определяется дробность плана. При построении полного факторного эксперимента с большим числом факторов лучше применять метод чередований. При произвольном построении плана можно продублировать некоторые опы-

ты, пропустив при этом другие. обратите внимание, почему так важны свойства рототабельности и ортогональности.

В планах второго порядка обратите внимание на необходимое количество опытов, каким образом можно достроить план первого порядка до плана второго порядка, что такое звездное плечо.

При изучении методов поиска оптимальной области обратите внимание на их достоинства и недостатки, проведите сравнительный анализ этих методов.

При изучении вопросов стратегического планирования особое внимание уделите ограниченности ресурсов проведения эксперимента. Исследуйте, какие параметры функциональной модели можно изменять с тем, чтобы укладываться в заданные ограничения. Необходимо помнить, что один из параметров функциональной модели (количество повторений эксперимента) определяется на этапе тактического планирования. Именно поэтому этапы стратегического и тактического планирования тесно взаимосвязаны между собой и могут проходить в несколько итераций.

5.3 Самостоятельное изучение тем теоретической части курса

5.3.1 Проверка качества генераторов последовательностей случайных чисел

Необходимо помнить, что любая последовательность случайных чисел, полученная путем машинной генерации, на самом деле является *псевдослучайной*. Это связано прежде всего с конечным числом разрядов любого числа в машинном представлении: генерируемая последовательность является дискретной. Другая причина псевдослучайности генерируемых последовательностей является алгоритмический (а следовательно детерминированный) способ генерации. Тем не менее, при использовании качественных генераторов случайных чисел, можно получать последовательности, близкие по своим свойствам к теоретическим.

В учебном пособии [1] рассмотрены различные методы проверки качества генераторов квазиравномерных последовательностей случайных чисел. В сущности, эти же методы могут быть использованы для проверки генераторов случайных чисел и с другими законами распределения. Единственно, проверка равномерности должна быть в этом случае заменена на проверку соответствующего закона распределения. При проверке качества генераторов особое внимание необходимо уделять длине отрезка аперiodичности. Для улучшения этой характеристики существуют отдельные методы.

При моделировании группы событий необходимо помнить, что моделируемая вероятность наступления события из группы зависит только от ширины выделяемого интервала и не зависит от расположения этого интервала на отрезке $[0,1]$. В связи с этим, всегда существует несколько вариантов моделирования группы событий. При построении алгоритма обращайте внимание на верхнюю границу последнего интервала сравнения: она всегда должна равняться единице.

Так как при статистическом моделировании базовой последовательностью случайных чисел является последовательность с равномерным законом распределения на интервале $[0,1]$, то отдельное внимание уделено генерации квазиравномерных случайных чисел. Также рассматриваются различные методы проверок генераторов случайных чисел. В настоящее время наибольшее распространение получил алгоритмический способ генерации случайных чисел в связи с ростом быстродействия современных компьютеров, что существенно снижает основной недостаток данного способа (существенные затраты машинного времени). Поэтому все рассматриваемые методы генерации относятся к алгоритмическим.

5.3.2 Внутренняя организация GPSS

Система GPSS в целом как программный продукт состоит из ряда модулей, из которых только модуль управления (симулятор) находится постоянно в ОЗУ и осуществляет процесс имитации. Динамика функционирования симулятора основана фактически на схеме событий, при этом событием считается любое изменение состояния моделируемой системы. Основной функцией симулятора является поддержание правильного хода часов системного времени и выяснение возможностей продвижения транзактов в программе модели. Симулятор оперирует с рядом информационных структур, основными из которых являются: список будущих событий (FEC), список текущих событий (SEC), список прерываний, список задержанных транзактов и другие списки.

Работа симулятора разделяется на три основные фазы:

- 1) изменение значения системного времени;
- 2) просмотр списка текущих событий;
- 3) движение сообщений.

Изучение алгоритмов перечисленных фаз работы симулятора языка помогает лучше понять принципы моделирования на GPSS, перемещение транзактов по системе и их синхронизацию.

5.3.3 Обоснование модели и анализ результатов моделирования

Задачу обоснованности модели решают в несколько этапов, которые включают в себя как общий сравнительный анализ модели и исследуемой системы, так и целый ряд статистических испытаний, используемых для проверки различных гипотез.

При проверке адекватности модели сравнивают дисперсию адекватности и выборочную дисперсию по критерию Фишера. Если построена линейная модель, то обязательно необходима проверка на линейность, которая проводится путем сравнения свободного коэффициента регрессии и значения отклика в центре эксперимента.

При проверке значимости коэффициентов необходимо помнить, что здесь расчетный коэффициент должен быть больше табличного значения, а не наоборот.

6 Рекомендуемая литература

1. Салмина, Н. Ю. Имитационное моделирование: Учебное пособие [Электронный ресурс] / Салмина Н. Ю. — Томск: ТУСУР, 2015. — 118 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/5200>.

2. Салмина Н.Ю. Моделирование систем: Учебное пособие. – Томск: Томск. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2003. – 197 с.

3. Салмина Н.Ю. Язык моделирования GPSS: Учебное пособие к курсу «Моделирование систем». – Томск: Томск. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2006.

4. Решетников М.Т. Планирование эксперимента и статистическая обработка данных. – Томск: Томск. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2000.

Пример выполнения контрольной работы

1. $f(y) = 0.5y, \quad y \in [0,2]$

Для построения генератора необходимо выразить моделируемую случайную величину y_i через равномерно распределенную случайную величину x_i , решив следующее уравнение (нижнюю границу интеграла устанавливаем равной нулю исходя из граничных значений моделируемой случайной величины):

$$x_i = \int_0^{y_i} 0.5y \, dy.$$

Выражаем y_i : $0.25y_i^2 \Big|_0^{y_i} = 0.25y_i^2 = x_i \Rightarrow y_i = 2\sqrt{x_i}$.

Проверим правильность выводов по граничным значениям моделируемой величины. Аргумент полученной функции x_i может принимать значения на интервале $[0,1]$. Если x_i примет значение 0, то y_i также принимает значение 0. Если x_i примет значение 1, то y_i примет значение 2. Мы укладываемся в заданный интервал значений.

Генератор случайных чисел с указанным законом распределения принял вид: $y_i = 2\sqrt{x_i}$.

2. Построить план ДФЭ первого порядка 2^{7-4} .

Количество опытов в плане будет $2^{7-4} = 2^3 = 8$. Всего семь факторов. За основу берется ПФЭ для трех факторов. Четыре линейных эффекта должны быть приравнены к эффектам взаимодействия. Для факторов x_4, x_5, x_6 и x_7 будем использовать эффекты взаимодействия, соответственно, $x_1x_2x_3, x_1x_2, x_1x_3$ и x_2x_3 .

План эксперимента:

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4 = x_1x_2x_3$	$x_5 = x_1x_2$	$x_6 = x_1x_3$	$x_7 = x_2x_3$
1	+	+	+	+	+	+	+	+
2	+	-	+	+	-	-	-	+

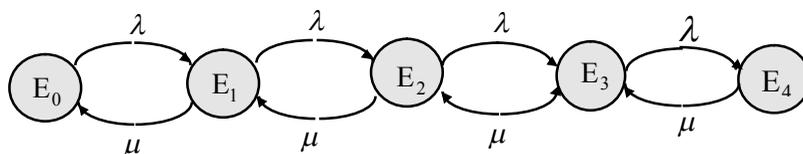
3	+	+	-	+	-	-	+	-
4	+	-	-	+	+	+	-	-
5	+	+	+	-	-	+	-	-
6	+	-	+	-	+	-	+	-
7	+	+	-	-	+	-	-	+
8	+	-	-	-	-	+	+	+

3. Интенсивность прихода заявок в одноканальную СМО равна 3 заявки/мин. Время обслуживания одной заявки равно в среднем 0.5 минуты.

В очереди может находиться не более 3-х заявок. Определить:

- вероятность отказа;
- вероятность того, что канал занят обслуживанием;
- среднее число заявок в очереди;
- абсолютную пропускную способность СМО.

Данная СМО является одноканальной СМО с ограниченной очередью. Граф переходов для данной СМО:



Данная СМО всегда имеет стационарный режим, т.к. количество заявок в системе ограничено.

Характеристики СМО;

$$\lambda = 3; \quad \mu = \frac{1}{t_{\text{обсл.}}} = 2; \quad \varphi = \frac{\lambda}{\mu} = 1,5.$$

Вероятность отсутствия заявок в СМО:

$$P_0 = \frac{1 - \varphi}{1 - \varphi^5} = \frac{-0,5}{1 - 7,3} \approx 0,08;$$

а) вероятность отказа:

$$P_{\text{отк}} = P_4 = \varphi^4 \cdot P_0 \approx 0,384;$$

б) вероятность того, что канал занят обслуживанием:

$$P_{\text{зан.}} = 1 - P_0 = 0,92;$$

в) среднее число заявок в очереди:

$$\bar{v} = \sum_{n=2}^4 (n-1) \cdot P_n = P_2 + 2 \cdot P_3 + 3 \cdot P_4 = P_0 (\varphi^2 + 2\varphi^3 + 3\varphi^4) = 1,472;$$

г) абсолютная пропускная способность:

$$A = \lambda q = \lambda (1 - P_{отк.}) = 3 \cdot 0,616 = 1,848 \text{ заявки/мин.}$$

либо

$$A = \mu \bar{z} = \mu P_{зан.} = 1,84 \text{ заявки/мин.}$$

(Разница между двумя полученными значениями обусловлена погрешностью вычислений).

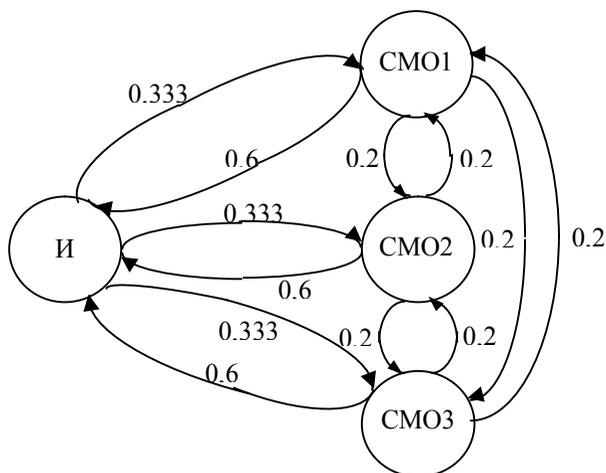
4. В доме быта функционируют три различных отделения: химчистка, парикмахерская и ремонт обуви. Посетители, которые приходят в дом быта в среднем через каждые 10 минут, направляются с одинаковой вероятностью в одно из этих отделений. После обслуживания около 60% посетителей покидают дом быта, остальные же с равной вероятностью могут направиться в любое из оставшихся отделений. Обслуживание в 1-м отделении длится в среднем 5 минут, во втором – 40 минут и в третьем – 20 минут.

Введем обозначения:

СМО1 – химчистка,

СМО2 – парикмахерская,

СМО3 ремонт обуви.



Граф передач:

Матрица передач для данной сети:

$$T = \begin{array}{c|cccc} & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 & 0,333 & 0,333 & 0,333 \\ 1 & 0,6 & 0 & 0,2 & 0,2 \\ 2 & 0,6 & 0,2 & 0 & 0,2 \\ 3 & 0,6 & 0,2 & 0,2 & 0 \end{array}$$

Построим уравнения для расчета интенсивностей потоков:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 0,6\lambda_1 + 0,6\lambda_2 + 0,6\lambda_3 \\ \lambda_1 &= 0,333\lambda_0 + 0,2\lambda_2 + 0,2\lambda_3 \\ \lambda_2 &= 0,333\lambda_0 + 0,2\lambda_1 + 0,2\lambda_3 \\ \lambda_3 &= 0,333\lambda_0 + 0,2\lambda_1 + 0,2\lambda_2 \end{aligned}$$

Решая систему линейных уравнений и учитывая, что

$$\lambda_0 = \frac{1}{t_{\text{прих.}}} = 0,11 \text{ заявки/мин. получаем}$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 \approx 0,556 \cdot \lambda_0 = 0,0556 \text{ заявки/мин.}$$

Для того, чтобы сеть была стационарна, необходимо:

$$\forall_i \quad \frac{\lambda_i}{S_i \cdot \mu_i} < 1.$$

СМО1:

$$\frac{\lambda_1}{S_1 \cdot \mu_1} = \frac{\lambda_1 \cdot t_{\text{обсл.1}}}{S_1} = \frac{0,0556 \cdot 5}{S_1} < 1 \quad \text{при } S_1 = 1;$$

СМО2:

$$\frac{\lambda_2}{S_2 \cdot \mu_2} = \frac{\lambda_2 \cdot t_{\text{обсл.2}}}{S_2} = \frac{0,0556 \cdot 40}{S_2} < 1 \quad \text{при } S_2 = 3;$$

СМО3:

$$\frac{\lambda_3}{S_3 \cdot \mu_3} = \frac{\lambda_3 \cdot t_{\text{обсл.3}}}{S_3} = \frac{0,0556 \cdot 20}{S_3} < 1 \quad \text{при } S_3 = 2.$$

Для того, чтобы сеть была стационарна необходимо: один приемщик в химчистке, три парикмахера и два мастера по ремонту обуви.