
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Государственное образовательное учреждение высшего образования
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И
РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИКИ

*Учебно – методическое пособие по выполнению лабораторных, практических работ
и самостоятельной работы для студентов ВУЗа*

Томск - 2018

Пособие составлено в соответствии с тематикой лабораторных и практических работ и самостоятельной работы по дисциплине «Дополнительные главы математики». Пособие содержит темы и содержание лабораторных и практических работ, методические указания к их проведению.

Для преподавателей, аспирантов, студентов и магистрантов.

СОСТАВИТЕЛЬ: Е.А. Шельмина

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. Практические работы.....	4
Практическая работа №1	4
Практическая работа №2	4
Практическая работа №3	5
Практическая работа №4	6
Практическая работа №5	7
Практическая работа №6	7
Практическая работа №7	8
Практическая работа №8	8
Раздел 2. Лабораторные работы.....	9
Лабораторная работа №1	9
Лабораторная работа №2	9
Лабораторная работа №3	9
Лабораторная работа №4	9
Лабораторная работа №5	9
Лабораторная работа №6	9
Лабораторная работа №7	9
Лабораторная работа №8	10
Раздел 3. Самостоятельная работа	10
Список литературы.....	10

Раздел 1. Практические работы

Практическая работа №1

Булева алгебра

Для выполнения практической работы необходимо изучить раздел «Основы булевой алгебры». Теоретические сведения приведены в [1-2].

Задания для самостоятельной работы

1. Составить таблицу «сложения» и «умножения» для алгебры Буля из трех чисел 0 , $\frac{1}{2}$ и 1 , где $x \oplus y = \max \{x, y\}$, $x \otimes y = \min \{x, y\}$. Проверить для этой алгебры выполнение аксиом алгебры Буля.
2. Проверить с помощью диаграммы Эйлера справедливость соотношения $A \cup (CA \cap B) = A \cup B$.
3. Сконструировать контактные схемы, соответствующие высказываниям:
а) $(A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C})$; б) $(A \wedge B \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B) \wedge \bar{C}$.

Практическая работа №2

Представление булевых функций формулами.

Сводка тавтологий. Совершенные формы

Для выполнения практической работы необходимо изучить следующие разделы: представление булевых функций формулами, сводка тавтологий, совершенные формы. Теоретические сведения приведены в [1-2].

Задания для самостоятельной работы

- 1) Покажите, что а) $\bar{a} \leftrightarrow a + 1$; б) $a \vee b \leftrightarrow ((a + 1) \wedge (b + 1)) + 1$;
в) $a \rightarrow b \leftrightarrow ((a \wedge b) + a) + 1$; г) $(a \leftrightarrow b) \leftrightarrow (a + b) + 1$, где "+" — сумма Жегалкина, $1 = 1(x) = 1$ для всех x .
- 2) Построить таблицы истинности для следующих булевых функций:
а) $f(a, b) = ((a \rightarrow b) \wedge \bar{b}) \rightarrow \bar{a}$; б) $f(a, b, c) = (((a | b) \downarrow c) | b) \downarrow c$.
- 3) Выразить с помощью суперпозиций функции \vee , \rightarrow , \leftrightarrow , $+$, $|$, \downarrow через функции \wedge и \neg .

Чтобы привести формулу $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, не являющуюся тождественно ложной, к СДНФ, достаточно:

- 1) привести её к какой-нибудь ДНФ;
- 2) удалить члены дизъюнкции, содержащие переменную с её отрицанием;
- 3) из одинаковых членов дизъюнкции оставить только один член;
- 4) из одинаковых членов каждой конъюнкции удалить все, кроме одного члена;
- 5) если в какой-нибудь конъюнкции нет переменной x_i из переменных,

входящих в исходную формулу, то добавить к этой конъюнкции член $x_i \vee \bar{x}_i$ и применить дистрибутивный (распределительный) закон конъюнкции относительно дизъюнкции, затем опять воспользоваться правилом 3) по удалению одинаковых членов дизъюнкции.

Полученная формула будет СДНФ.

Если данная формула $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ не является тавтологией (тождественно истинной), то её КНФ будет совершенной формой, т. е. будет СКНФ, если выполнены следующие свойства:

- 1) различны все члены конъюнкции;

- 2) различны все члены каждой дизъюнкции;
- 3) ни одна дизъюнкция не содержит переменную вместе с её отрицанием;
- 4) каждая дизъюнкция содержит все переменные, входящие в исходную формулу.

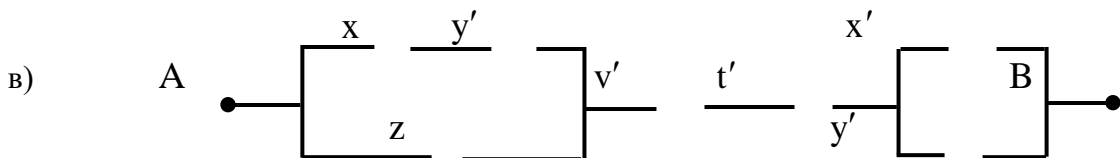
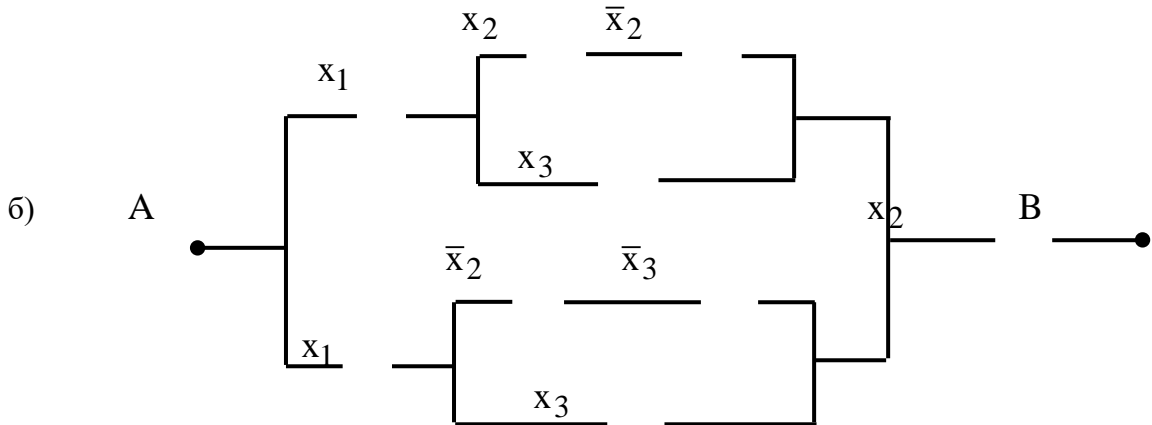
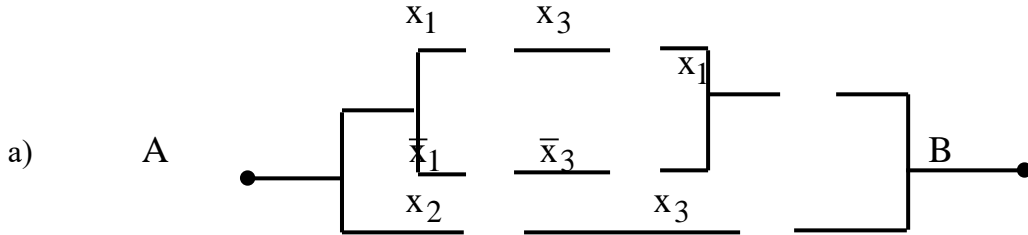
Практическая работа №3

Конструирование и упрощение контактных схем

Для выполнения практической работы необходимо изучить раздел: конструирование и упрощение контактных схем. Теоретические сведения приведены в [1-2].

Задания на самостоятельную работу

1. Найти функцию проводимости данных релейно-контактных схем:



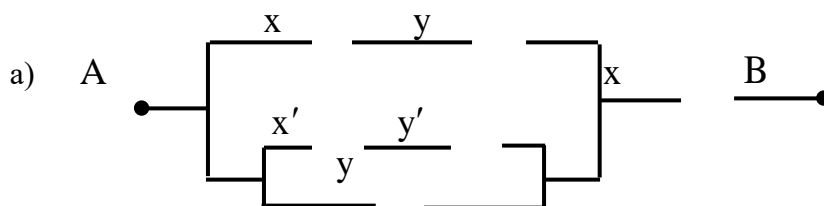
2. Построить релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:

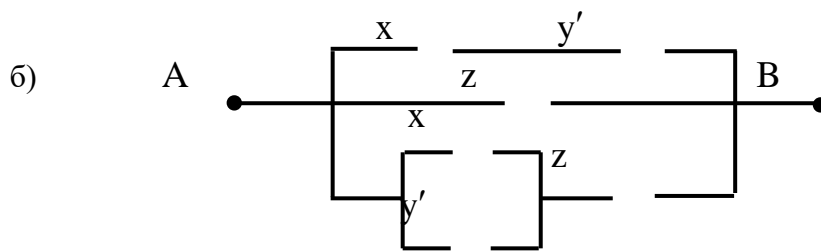
а) $f(x; y; z) = (x \vee y) z \vee \bar{z} y$;

б) $f(x; y; z) = (x \rightarrow y) \vee x$;

в) $f(x; y; z) = (x \leftrightarrow y) z$;

3. Упростить следующие релейно-контактные схемы:





4. Составьте схему цепи с тремя независимыми контактами, которая замкнута тогда и только тогда, когда:
- замкнута по меньшей мере два контакта;
 - замкнуты не более, чем два контакта;
 - разомкнут только один контакт.

Практическая работа №4

Логические функции (предикаты) и операции над ними

Для выполнения практической работы необходимо изучить раздел «Логические функции (предикаты) и операции над ними». Теоретические сведения приведены в [1-2].

Задания для самостоятельной работы

1. Найти значение истинности следующих высказываний:

- $\exists x \exists y : x + y = 5$;
- $\forall x \forall y : x + y = 5$;
- $\exists x \exists y : (x > y > 0) \wedge (x + y = 0)$;
- $\forall x : (x^2 > x) \leftrightarrow [(x > 1) \vee (x < 0)]$.

2. Найти множества истинности следующих предикатов и изобразить их на числовой прямой:

а) $x^2 + 6x - 16 \leq 0$; б) $|x| < 2$; г) $|x - 4| \geq 1$; д) $|x - 1| \leq |2x + 4|$.

3. Изобразить на координатной плоскости множества истинности следующих предикатов: а) $(x \geq 0) \wedge (y \leq 0)$; б) $(|x| < 3) \wedge (|y| < 2)$; в)

4. Определить является ли один из предикатов следствием другого, если они оба заданы на $M = Y$:

- " $x^2 = 16$ " и " $x^2 = -4$ ";
- " $\sin x = 4$ " и " $x + 2 = 2 + x$ ";
- " $x^2 = 1$ " и " $x - 1 = 0$ ".

$P^+("x + 2 = 2 + x") = Y$: Так как $\emptyset \subset Y$, то предикат " $x + 2 = 2 + x$ " является следствием предиката " $\sin x = 4$ ".

5. Из следующих предикатов с помощью навешивания кванторов и подстановки значений свободных переменных получить высказывания и определить их значения истинности:

а) $(x < 0) \vee (x = 0) \vee (x > 0)$; б) $x^2 = 25$; в) $|x - y| \leq 3$.

Практическая работа №5
Общезначимые формулы. Представление формул логики предикатов в предваренной нормальной форме

Для выполнения практической работы необходимо изучить следующие разделы: **Общезначимые формулы. Представление формул логики предикатов в предваренной нормальной форме. Теоретические сведения** приведены в [1-2].

Задания для самостоятельной работы

1. Указать свободные и связанные переменные в следующих формулах:

а) $(\exists x) (\exists y) (P(x, y) \wedge Q(z));$

б) $(\forall x) (\exists y) (x < y + z);$

в) $(\exists x) (\forall z) (z < x + y).$

2. Дать интерпретацию следующим формулам логики предикатов:

а) $(\exists x) (\exists y) (P(x, y) \wedge \square);$

б) $(\forall x) (\exists y) (P(x, y) \wedge Q(x) \wedge \square) .$

3. Для следующих формул найти равносильную им приведенную форму:

а) $\neg[(\forall x) (P(x)) \vee (\exists x) (Q(x) \rightarrow \square(x))];$

б) $((\exists x) (P(x)) \rightarrow (\forall y) (Q(y))) \rightarrow \square(Z);$

в) $\neg[(\forall x) (P(x) \rightarrow Q(x) \wedge (\exists y) (\neg \square(y) \wedge S(z)))] .$

4. Привести следующие формулы к предваренной (пренексной) нормальной форме:

а) $(\exists y) [P(x) \rightarrow Q(y)] \rightarrow (\forall y) [P(y) \vee (\forall z) (Q(z))];$

б) $P(y) \rightarrow \neg[(\forall x) (Q(x, y)) \rightarrow P(y)].$

Практическая работа №6
Логика предикатов и алгебра множеств. Уравнения и неравенства как логические функции (предикаты). Комплекс теорем в геометрии. Необходимые и достаточные условия

Для выполнения практической работы необходимо изучить следующие разделы: **Логика предикатов и алгебра множеств. Уравнения и неравенства как логические функции (предикаты). Комплекс теорем в геометрии. Необходимые и достаточные условия. Теоретические сведения** приведены в [1-2].

Задания для самостоятельной работы

1. Решить неравенство $\frac{1 - \sqrt{8x - 3}}{4x} \geq 0.$

2. Решить неравенство $|2\sqrt{2x - 1} - 1| < 3.$

3. Решить уравнение $\log_{|x-1|} 2 = 1.$

4. Решить уравнение $|2^x - 1| + |2^x - 2| = 1.$

Указание. Использовать метод интервалов.

Практическая работа №7

Машина Тьюринга

Для выполнения практической работы необходимо изучить раздел «Машина Тьюринга». Теоретические сведения приведены в [1-2].

Задания для самостоятельной работы

1. Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом $A_0 = \{a_0; 1\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0; q_1; q_2; q_3; q_4; q_5; q_6; q_7\}$ и программой:

Q \ A	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7
a_0	$q_4 a_0 П$	$q_6 a_0 П$	$q_6 a_0 П$	$q_0 1$	$q_4 a_0 П$	$q_0 a_0$	$q_6 a_0 П$
1	$q_2 1Л$	$q_3 1Л$	$q_1 1Л$	$q_5 a_0$	$q_5 a_0$	$q_7 a_0$	$q_7 a_0$

В какие слова переведёт машина из начального стандартного положения следующие слова:

а) 11111; б) 111111; в) 1111 ;

2. Сконструируйте машину Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{a_0; 1\}$, алфавитом внутренних состояний $Q = \{q_0; q_1; q_3; q_3\}$, которая каждое слово в алфавите $A_1 = \{1\}$ перерабатывает в пустое слово, исходя из стандартного начального состояния.

Практическая работа №8

Вычислительные алгоритмы

Для выполнения практической работы необходимо изучить следующие разделы: представление булевых функций формулами, сводка тавтологий, совершенные формы. Теоретические сведения приведены в [1-2].

Задания для самостоятельной работы

1. Составить блок-схему решения квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) в области действительных чисел.

2. Составить блок-схему вычисления факториала $n!$, где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

3. Составить блок-схему вычисления членов последовательности $a_k = \frac{3k}{k^2 + 2}$ ($k = 1, 2, \dots, 40$).

4. Даны три числа a, b, c . Составить блок-схему алгоритма, позволяющего определить, имеются ли среди них хотя бы одна пара взаимно обратных чисел.

5. Дан массив x_1, x_2, \dots, x_n . Требуется определить, имеется ли в этом массиве хотя бы одна пара взаимно обратных чисел.

6. Составить блок-схему поиска максимального элемента в массиве X_1, X_2, \dots, X_n

7. Составить блок-схему решения задачи: имеется ли среди трех чисел a, b, c хотя бы одна пара равных между собой чисел.

8. Составить блок-схему и программу на Бейсике решения задачи: подсчитать количество отрицательных чисел среди чисел a, b и c .

Раздел 2. Лабораторные работы

Лабораторная работа №1

Задания для выполнения лабораторной работы

Разработать алгоритм и написать программу на языке Си для решения задачи из практической работы №1.

Лабораторная работа №2

Представление булевых функций формулами.

Сводка тавтологий. Совершенные формы

Задания для выполнения лабораторной работы

Разработать алгоритм и написать программу на языке Си для решения задачи из практической работы №2.

Лабораторная работа №3

Конструирование и упрощение контактных схем

Задания на самостоятельную работу

Разработать алгоритм и написать программу на языке Си для решения задачи из практической работы №3.

Лабораторная работа №4

Логические функции (предикаты) и операции над ними

Задания на самостоятельную работу

Разработать алгоритм и написать программу на языке Си для решения задачи из практической работы №4.

Лабораторная работа №5

Общезначимые формулы. Представление формул логики предикатов в предваренной нормальной форме

Задания на самостоятельную работу

Разработать алгоритм и написать программу на языке Си для решения задачи из практической работы №5.

Лабораторная работа №6

Логика предикатов и алгебра множеств. Уравнения и неравенства как логические функции (предикаты). Комплекс теорем в геометрии. Необходимые и достаточные условия

Задания на самостоятельную работу

Разработать алгоритм и написать программу на языке Си для решения задачи из практической работы №6.

Лабораторная работа №7

Машина Тьюринга

Задания на самостоятельную работу

Разработать алгоритм и написать программу на языке Си для решения задачи из практической работы №7.

Лабораторная работа №8 Вычислительные алгоритмы

Задания на самостоятельную работу

Разработать алгоритм и написать программу на языке Си для решения задачи из практической работы №8.

Раздел 3. Самостоятельная работа

- 3.1. Проработка лекционного материала.
- 3.2. Подготовка к практическим занятиям согласно разделу 1.
- 3.3. Выполнение лабораторных работ и оформление отчетов согласно разделу 2.

Список литературы

1. Перемитина Т. О. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие [Электронный ресурс] / Т. О. Перемитина. — Томск: ТУСУР, 2016. — 132 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/5949>, дата обращения: 5.07.2018
2. Зюзьков В. М. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие [Электронный ресурс] / В. М. Зюзьков. — Томск: ТУСУР, 2015. — 236 с. — Режим доступа: <https://edu.tusur.ru/publications/5988>, дата обращения: 5.07.2018